Análisis y evaluación de métodos en la optimización del diseño y el control de velocidad de un motor eléctrico lineal

Daniel Fernando Daza Cruz

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ingeniería
Bogotá D.C. - Colombia
2016

Análisis y evaluación de métodos en la optimización del diseño y el control de velocidad de un motor eléctrico lineal

Daniel Fernando Daza Cruz

Trabajo de grado para optar por el título de:

Ingeniero Electrónico

Directores:

Ing. Alexander Alarcón
Ing. Francisco Santamaría

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ingeniería
Bogotá D.C. - Colombia
2016

Nota de aceptación

_____

_____

_____

_____

Presidente de Jurado

_____

Jurado

_____

Jurado

Agradecimientos

Agradezco a los profesores Alexander Alarcón y Francisco Santamaría por su colaboración y guía durante la realización de este proyecto.

Así mismo, agradezco a la comunidad académica cuyos aportes y consejos fueron primordiales para el desarrollo del trabajo, especialmente del profesor Ion Boldea y el equipo del grupo de investigación IBCN de la universidad de Ghent.

Mis más profundos agradecimientos a mis padres por su constante apoyo y confianza desde el inicio hasta el final, sin quienes no hubiera sido posible la construcción de esta maravillosa carrera.

Daniel Fernando Daza Cruz

Tabla de contenidos

1. Generalidades **3**
1.1. Planteamiento del problema 3
1.2. Objetivos 6
1.2.1. Objetivo General 6
1.2.2. Objetivos Específicos 6
1.3. Justificación 7
1.3.1. Justificación Académica 7
1.3.2. Justificación Socio-Económica 7
1.3.3. Justificación Personal 8
1.4. Alcances y Limitaciones 8

2. Selección del Tipo de Motor **9**
2.1. Motores lineales de inducción 9
2.1.1. Clasificación según el tipo de primario 10
2.1.2. Efecto de extremos 10
2.1.3. Efecto pelicular 11
2.2. Motores lineales sincrónicos con sistema de excitación 12
2.2.1. MLS de imanes permanentes 12
2.2.2. MLS de excitación electromagnética 14
2.2.3. MLS de excitación con superconductores 15
2.3. Motores lineales de reluctancia variable 15
2.4. Características comunes en los motores lineales 17
2.5. Selección del tipo de motor 19
Referencias 20

3. Desarrollo de un Diseño Inicial **25**
3.1. Descripción del MLR 25
3.2. Requerimientos del motor 27
3.3. Descripción del proceso de diseño 28
3.3.1. Determinación de τ y g 28
3.3.2. Cálculo del ancho del motor 29

3.3.3. Diseño de la geometría restante 29
3.3.4. Cálculo de voltajes y corrientes nominales 31
3.4. Estimación de la eficiencia y la masa 32
3.5. Modelamiento y aplicación del FEM 32
3.6. Mejora del diseño 38
3.7. Conclusiones 41
Referencias 43

4. Formulación del Problema de Optimización 45
4.1. Descripción del problema 46
4.2. Recolección de datos e información 47
4.3. Selección de las variables de diseño 47
4.4. Criterio de optimización 50
4.5. Formulación de restricciones 50
4.6. Formulación del problema 51
4.7. Conclusiones 52
Referencias 53

5. Construcción de un Metamodelo 55
5.1. Metodología 55
5.1.1. Experimentos preliminares y filtrado de variables 56
5.1.2. Diseño inicial 57
5.1.3. Métrica de error y estructura del metamodelo 57
5.1.4. Diseño secuencial 59
5.2. Resultados 59
5.3. Conclusiones 60
Referencias 60

6. Optimización aplicada al diseño del motor 63
6.1. Evaluación de métodos de optimización 65
6.1.1. Programación cuadrática secuencial 65
6.1.2. El algoritmo genético 66
6.1.3. Optimización basada en forrajeo de bacterias 67
6.2. Metodología 68
6.3. Resultados 69
6.4. Conclusiones 71
Referencias 72

7. Diseño de un Controlador de Velocidad 75
7.1. Evaluación de estrategias de control 75
7.1.1. Control de campo orientado 76
7.1.2. Control clásico 77

7.1.3. Control difuso 78
7.1.4. Selección de la estrategia de control 79
7.2. Metodología 79
7.3. Resultados 82
7.4. Conclusiones 84
Referencias 86

8. Conclusiones Finales 89
8.1. Conclusiones 89
8.2. Trabajos futuros 90

Apéndices 91

A. Teoría del MLR 93
A.1. Introducción 93
A.2. Modelo matemático del MLR 93
A.3. El coeficiente de saliencia 95
A.4. El secundario axial laminado anisotrópico 96
A.5. Maximización del empuje por unidad de flujo 98
A.6. Propiedades del devanado 102
A.7. Relaciones electromagnéticas en el MLR 104
A.8. Estimación de la masa del motor 106
Referencias 107

B. Teoría del Metamodelado 109
Referencias 114

C. Implementaciones del AG y AFB 117
C.1. Algoritmo Genético 117
C.2. Algoritmo de Forrajeo de Bacterias 118

TABLA DE CONTENIDOS

Índice de figuras

2.1. Motor lineal de inducción. Tomado de [3]. 10
2.2. Efecto de extremos en un MLI. Tomado de [5]. 11
2.3. MLS de imanes permanentes con doble armadura. Tomado de [17]. 12
2.4. Dos tipos de MLS: de imanes superficiales (izquierda) y enterrados (derecha). 1: imanes permanentes. 2: polos de acero. 3: yugo. Tomado de [18]. 13
2.5. Simulación del arreglo de Halbach. Superficie: densidad de flujo magnético (T). Líneas de contorno: Vector potencial magnético. . 13
2.6. Sistema de excitación electromagnética en un MLS. 1: núcleo ferromagnético. 2: bobina de campo. 3: yugo. 4: armadura. Tomado de [18]. 14
2.7. Motor lineal de reluctancia. Tomado de [3]. 16
2.8. Barreras de flujo para la disminución del rizado en el torque. Tomado de [18]. 16
2.9. Resultados de eficiencia, obtenidos para diferentes tipos de motores lineales. 18
2.10. Resultados del factor de potencia, obtenidos para diferentes tipos de motores lineales. 18

3.1. Geometría del MLR 26
3.2. Detalle de las geometrías del primario y el secundario en el MLR. 27
3.3. Pasos del proceso de diseño 28
3.4. Geometría del MLR diseñado, mostrando el primario en su totalidad. 30
3.5. Curva de magnetización utilizada en materiales ferromagnéticos. 34
3.6. Enmallado del modelo en el entrehierro y regiones alrededor. . . . 35
3.7. Densidad de flujo magnético en el entrehierro 36
3.8. Curva de magnetización en el eje directo. 37
3.9. Curva de magnetización en el eje en cuadratura. 37
3.10. Curva de magnetización en el eje directo. 39
3.11. Curva de magnetización en el eje en cuadratura. 39

3.12. Empuje contra desplazamiento horizontal. 41

4.1. Comparación entre el diseño convencional y óptimo. Adaptado de [1]. 46
4.2. Relación entre β_s y la geometría del primario. 48

5.1. Coeficientes de correlación. 57
5.2. Histograma de los valores de la función objetivo. 58
5.3. Mejores valores del AEE obtenidos. 60
5.4. Error de validación cruzada del mejor metamodelo. 61

6.1. Visualización de la función objetivo a través del metamodelo obtenido, por medio de la gráfica de contorno alrededor del punto de diseño inicial. 64
6.2. Valores de la función objetivo obtenidos para cada uno de los métodos. 69
6.3. Progreso del AG y el AFB. 70

7.1. Control vectorial con i_d constante, donde v es la velocidad de desplazamiento medida del MLR. 76
7.2. LGR y configuración del sistema con el controlador. 77
7.3. Funciones de pertenencia para tres conjuntos difusos 78
7.4. Respuesta en lazo abierto de $G_d(s)$ y $G_q(s)$, indicando los tiempos de establecimiento. 82
7.5. Respuesta en lazo cerrado de los lazos de corriente. 83
7.6. Respuesta en lazo cerrado del lazo de velocidad. 83
7.7. Resultados de la simulación del sistema completo en Simulink. . . 84
7.8. Geometría del MLR diseñado, mostrando el primario en su totalidad. 85

A.1. Circuito equivalente de la bobina del primario para una fase . . . 94
A.2. MLR con secundario axial laminado anisotrópico 96
A.3. Coeficiente de saliencia en el eje directo con respecto al paso polar 98
A.4. Coeficiente de saliencia en el eje en cuadratura con respecto al paso polar 98
A.5. Diagrama fasorial del MLR. 99
A.6. Camino de integración en las regiones del MLR 105

B.1. Representación de un modelo de caja negra. 109
B.2. Diagrama de flujo para la construcción de un metamodelo. Los pasos en negrita indican pasos en los que se ejecutan experimentos en el sistema. 111

B.3. Diseño factorial completo para $n = 1$ y $n = 2$ y diseño de hipercubo latino. 112

ÍNDICE DE FIGURAS

Índice de tablas

2.1. Tipos de motores utilizados en la propulsión de trenes de transporte [4]. 17
2.2. Características para diferentes tipos de motores. 19

3.1. Parámetros físicos del diseño inicial del MLR 33
3.2. Características eléctricas y mecánicas del diseño inicial del MLR . 33
3.3. Comparación de valores de L_d y L_q calculados según las ecuaciones y con base en el FEM. 38
3.4. Parámetros físicos del diseño mejorado 40
3.5. Comparación de valores de L_d y L_q entre el diseño inicial y el mejorado 40
3.6. Características eléctricas y mecánicas del diseño mejorado 42

4.1. Restricciones del problema de optimización. 51

6.1. Parámetros de los diseños del MLR obtenidos. 70

7.1. Parámetros del modelo matemático del MLR. 81

Capítulo 1

Generalidades

1.1. Planteamiento del problema

La toma de decisiones es para las personas un proceso que hace necesaria, en general, la evaluación de un conjunto de posibles opciones y, por medio de uno o varios criterios, la selección de una en particular, a lo que sigue su ejecución, y por último, la realimentación de los resultados que se añade a la experiencia en el proceso, en el que el fin, casi siempre, consiste en la toma de la mejor decisión, partiendo de la existencia de lo que significa la "mejor" decisión. Este fin, en conjunto con lo que representan las actividades asociadas al mismo, se manifiesta en la teoría de la optimización.

Para un problema dado, en muchos casos es necesario hacer uso de soluciones que, no necesariamente siendo óptimas, cumplen con los requisitos para las cuales han sido creadas. La proposición de una solución inicial subóptima es incluso obligatoria en los casos en que no se conoce con anterioridad el problema, cuando las restricciones de tiempo no permiten un estudio más detallado, o cuando el problema es de fácil solución. Si, aún no siendo óptimas, estas soluciones cumplen sus objetivos a cabalidad, ¿por qué es necesario dedicar un esfuerzo adicional en la búsqueda de las soluciones óptimas y discriminarlas de las que no lo son? Probablemente, porque este tipo de soluciones no brindan garantías sobre características importantes como la eficiencia y el costo, entre otras. Una solución que cumple con el objetivo pero que utiliza grandes cantidades de recursos y es poco eficiente, podría incluso generar un problema mayor que aquel para el cual fue propuesta. Es por esto importante para la ingeniería contar con herramientas que hagan posible garantizar tanto la caracterización formal del concepto de la "mejor" solución y su evaluación, como la definición de un método de diseño que haga posible aproximarse a esta.

Asumiendo que se cuenta con una medida para evaluar el mejor diseño, un método que puede resultar acertado en algunas situaciones es el de la enumeración sucesiva, por medio del cual se evalúan todas las posibles combinaciones de las variables involucradas en el diseño. Sin embargo, cuando estas variables pueden tomar valores en intervalos continuos, la tarea se vuelve imposible debido a que el espacio de búsqueda es infinito, incluso si el número de variables es pequeño. Este método, sin embargo, puede usarse utilizando la observación como herramienta, en conjunto con la prueba y error, de manera que se reduzca el espacio de búsqueda de acuerdo a los resultados obtenidos con diseños particulares. Este procedimiento puede resultar práctico y exitoso en muchos casos y ha sido fundamental para el desarrollo de la humanidad, pero para problemas de carácter complejo, con grandes cantidades de variables y espacios de búsqueda continuos, sigue siendo inviable.

Por otro lado, el análisis aproximado del problema por medio de un estudio de causa-efecto puede realizarse con el fin de obtener modelos matemáticos simplificados que, junto con la experiencia, forman la base para un método empírico de diseño que es válido para el problema y otros muy similares al tratado. Este método es útil cuando se tiene un conocimiento extenso del problema y se desea resolver uno del mismo tipo pero con variaciones pequeñas, alrededor de las condiciones en las cuales el modelo del método empírico fue concebido, por lo cual no es apropiado para problemas desconocidos o en los que se busca obtener un diseño óptimo.

De acuerdo a lo anterior, se observa que a pesar de la utilidad de ciertos métodos de diseño en la satisfacción de objetivos, estos pueden ser insuficientes, en términos prácticos o cuando se requiere obtener un diseño óptimo. Una alternativa en estos casos es el uso de la optimización, que requiere del desarrollo de un modelo matemático del problema por medio de una definición clara de las variables, sus restricciones y una función de costo de estas. Es un método más formal y que requiere un estudio profundo del problema, en el sentido de la obtención de un modelo matemático válido, y conocimientos especializados, para el cual se han desarrollado un gran número de técnicas cuya aplicabilidad varía de acuerdo a la situación, y realizan la búsqueda de un punto óptimo haciendo uso de métodos de optimización determinísticos o estocásticos. En general, los métodos determinísticos asumen condiciones sobre la función objetivo en cuanto a su definición sobre un dominio y su diferenciabilidad, aunque sin embargo, en algunos problemas la función objetivo puede no cumplir las condiciones necesarias o incluso puede ser desconocida, por lo que estas dejan de ser aplicables. Es posible, en este tipo de problemas, hacer uso de métodos estocásticos, que puedan ser aplicables a una amplia variedad de situaciones, de forma que sean robustos. Aunque no es posible garantizar que el resultado corresponde al óptimo global, la combinación de técnicas aleatorias que pro-

porcionan la exploración diversa del espacio de búsqueda junto con técnicas de explotación que producen mejoras a nivel local, producen a largo plazo una solución que es aceptable en términos de la definición del óptimo para el problema. No obstante, es posible que algunos algoritmos no logren escapar de óptimos locales, y tampoco existe una regla clara de cuál aplicar cuando no se tiene información *a priori* sobre el problema.

Muchos problemas en ingeniería pueden formularse como problemas de optimización. Uno de estos es el del diseño de máquinas eléctricas, utilizadas como motores o generadores en diversas aplicaciones. Mientras que los motores rotatorios han sido estudiados y utilizados por décadas, los motores lineales son otro tipo de máquina eléctrica que, aunque igualmente es una tecnología antigua, hasta los finales del siglo veinte empezó a surgir como una alternativa para proporcionar movimiento lineal, en la forma de trenes de levitación magnética y bandas transportadoras. Los motores lineales son una tecnología que brinda diversas ventajas en áreas de transporte y la industria, aumentando las velocidades de transporte y disminuyendo los desgastes producidos en sistemas convencionales. Gracias a la reducción de los costos en los dispositivos necesarios para su construcción y funcionamiento y los avances en la microelectrónica y el control, esta tecnología ha sido objeto de interés tanto en la industria como en la academia, aunque definitivamente no con la misma atención que han recibido los motores rotatorios. Los diversos métodos de diseño contemplan técnicas como las mencionadas anteriormente, desde la empírica hasta métodos de optimización o metaheurísticas que tienen como objetivos, entre otros, incrementar la eficiencia y reducir algunos fenómenos no deseables en el motor lineal, por lo que el diseño de este tipo de máquinas es claramente un problema de optimización en el que los objetivos se orientan al manejo de la energía y los materiales. Debido a las característícas de velocidad y precisión que ofrecen, los motores lineales pueden superar las especificaciones de métodos de movimiento lineal convencionales, como el uso de motores rotativos, engranajes, correas y poleas, cuando son utilizados en conjunto con sistemas de control de posición y/o velocidad. Un motor lineal, como sistema dinámico, es un sistema no lineal cuyas propiedades de estabilidad dependen del tipo de diseño, sujeto a ruido y perturbaciones externas, por lo que existe una gran variedad de estrategias de control aplicables de acuerdo a su topología y a los requisitos del sistema controlado.

Teniendo en cuenta la anterior discusión, a partir del diseño de un motor lineal como un problema de optimización que puede resolverse por medio de diferentes métodos, y la necesidad de un sistema de control que permita cumplir especificaciones de la dinámica del motor, ¿es posible realizar una exploración de métodos de optimización aplicados a la obtención del diseño de un motor lineal, así como de diferentes estrategias de control de velocidad para

este tipo de motor?

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Analizar y evaluar diferentes métodos aplicables en la optimización del diseño y el control de un motor eléctrico lineal, con el fin de seleccionar un procedimiento en específico para el diseño de un motor lineal de 100W con una carga de 2kg y un controlador de velocidad para el mismo.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Identificar y evaluar diferentes configuraciones de motores lineales, con el fin de escoger una en particular para el diseño, especificando un criterio de selección adecuado. Posteriormente, estudiar y caracterizar el problema de optimización del diseño para esta configuración.

- Realizar un análisis de al menos dos métodos de optimización para el diseño que sean aplicables al problema, teniendo en cuenta el estado del arte y el conocimiento sobre el problema, con el fin de seleccionar uno en específico.

- Implementar el método de optimización seleccionado y obtener un diseño de un motor lineal que entregue una potencia de 100W con una carga de mínimo 2kg, de forma que se cumplan los objetivos planteados en la caracterización del problema de optimización.

- Analizar la aplicabilidad de al menos dos estrategias de control de velocidad para el motor lineal, teniendo en cuenta el estado del arte y el conocimiento sobre el problema, con el fin de seleccionar una en particular.

- Diseñar un sistema de control para el motor lineal que permita mantener la velocidad constante frente a cambios en el sistema y perturbaciones externas.

- Realizar una simulación del sistema diseñado, compuesto por el motor lineal, la carga y el controlador; caracterizarlo y concluir sobre su desempeño.

1.3. Justificación

1.3.1. Justificación Académica

El proyecto curricular de Ingeniería Electrónica determina dentro del contenido programático una serie de cursos que son considerados como requisitos para obtener el título de Ingeniero Electrónico. Entre estos se encuentran cursos sobre motores eléctricos, control e inteligencia computacional, que contienen temas que son pertinentes para el desarrollo del proyecto. De obtenerse un trabajo con un soporte teórico y práctico riguroso en términos de la teoría de optimización, el uso de energía y de los materiales, se podrán obtener resultados consistentes y coherentes con los campos de aplicación de la ingeniería, que específicamente en la eléctrica y electrónica, presentan en su estado del arte la utilización de métodos de optimización en el diseño de máquinas eléctricas y la implementación de diferentes estrategias de control para estas, en los que no siempre existe una regla definida para la selección de un método de solución en específico. Esto hace necesario el estudio del problema y el análisis de las diferentes formas de solución antes de escoger una forma de solución en particular.

Además de la aplicación de los temas tratados en los cursos mencionados, se busca generar una propuesta que, a partir de los resultados obtenidos, motive la investigación y el desarrollo de proyectos relacionados en los cuales el uso de motores lineales es una opción, como en la industria y el área interdisciplinaria del transporte, en la cual intervienen elementos de la ingenieria civil, ambiental, economía y otras.

1.3.2. Justificación Socio-Económica

La obtención de un diseño óptimo garantiza la obtención del mínimo o máximos posibles para un diseño que además, cumple con una funcionalidad para la cual inicialmente fue concebido. Estas garantías pueden verse traducidas en la reducción de costos, en términos de recursos humanos, económicos, energéticos, de tiempo y del uso de materiales, que en general están relacionados con el aumento de la productividad en los procesos, un mejor aprovechamiento de los recursos, un menor impacto en el medio ambiente y la posibilidad de mejorar la calidad de vida de las personas, por lo que el tiempo invertido en la búsqueda de un diseño óptimo de un motor lineal se justifica por estas razones. Por otro lado, el diseño obtenido es realmente relevante cuando se especifica una estrategia de control que permite cumplir requisitos de desempeño para un tipo de aplicación en específico, además de mejorar su desempeño en cuanto al rechazo de perturbaciones, estabilidad y la inmuni-

dad al ruido externo, lo que contribuye al impacto positivo del diseño óptimo y lo convierte en una propuesta a considerar en aplicaciones industriales.

1.3.3. Justificación Personal

Considero que el tema a desarrollar propone una aplicación de los conocimientos que he adquirido en mi formación, sobre todo en aquellos que he encontrado más enriquecedores de acuerdo a mis intereses. Desarrollar un trabajo en el cual el objetivo es el diseño de un sistema óptimo y su control, es motivador en cuanto a que requiere de la exploración de la teoría de un campo interesante y en desarollo en el que aún existen problemas abiertos, así como de la posibilidad de obtener un producto que pueda ser utilizado en la solución de diversos problemas, como el del transporte en las ciudades, el cual fue la base para la concepción de este proyecto. De este modo, considero el desarrollo del proyecto como un reto que vale la pena tomar que enriquecerá mi formación académica, y con un fin socialmente justificado.

1.4. Alcances y Limitaciones

- La búsqueda de un diseño óptimo para el motor lineal parte de un diseño inicial para el cual se desean mejorar características de acuerdo a la formulación del problema de optimización. No se garantiza, sin embargo, que el motor lineal diseñado sea el óptimo para cualquier especificación de una máquina eléctrica que produzca movimiento lineal.

- El diseño del motor se define como la especificación de una geometría y parámetros de funcionamiento como son el voltaje y las corrientes nominales de alimentación. No serán tenidos en cuenta otros efectos, como aquellos debidos a la temperatura, materiales, interferencia electromagnética, ni restricciones en el diseño debidas a estándares para máquinas eléctricas.

- La implementación de un prototipo no se contempla, debido a las limitaciones de tiempo y costo que esto implicaría.

- En algunos casos la complejidad de la simulación en los procesos de diseño y validación del motor y el controlador puede resultar computacionalmente costosa, lo que eventualmente podría extender los tiempos de desarrollo del proyecto.

- Para la realización del proyecto se trabajará con licencias de software que estén disponibles en la universidad.

Capítulo 2

Selección del Tipo de Motor

Los motores lineales son máquinas eléctricas que producen movimiento lineal, en contraste con los motores eléctricos convencionales, que producen movimiento rotatorio. A lo largo de la historia, desde su origen alrededor de 1970 [1], se han propuesto como alternativas para la producción de movimiento lineal en diferentes ámbitos, así como diferentes configuraciones análogas a las que se encuentran para los motores rotatorios.

De acuerdo a los objetivos del proyecto, se procedió a realizar un estudio de diferentes configuraciones de motores lineales, teniendo en cuenta sus características electromagnéticas y mecánicas, y las aplicaciones encontradas en la industria, con el fin de seleccionar una configuración apropiada para cumplir los requisitos del proyecto. Los resultados fundamentales de este estudio se resumen a continuación.

2.1. Motores lineales de inducción

Los motores lineales de inducción (MLIs) funcionan bajo el principio de los motores de inducción convencionales, en los cuales se tiene un estator con devanado trifásico y un secundario consistente en una lámina de metal conductor en la cual se generan corrientes inducidas por el **primario**, en el que se encuentra el devanado trifásico, como se muestra en la figura 2.1. El hierro se añade con el fin de disminuir la reluctancia total del circuito magnético [2].

A partir del análisis de la fuerza magnetomotriz existente en el devanado [3], se obtiene que la velocidad del campo magnético viajero es

$$v_s = 2\tau f \tag{2.1}$$

Donde τ es el paso polar y f es la frecuencia de la fuente de voltaje. El campo viajero induce corrientes en el secundario, y la interacción entre el campo

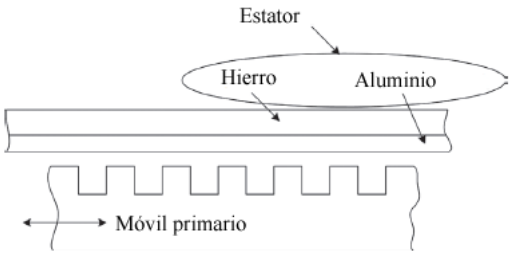


Figura 2.1: Motor lineal de inducción. Tomado de [3].

y las corrientes inducidas produce el movimiento lineal. Una vez la velocidad relativa entre el primario y el secundario es cero, las corrientes inducidas y la fuerza ejercida desaparecen, reduciendo nuevamente la velocidad. Este proceso, también presente en los motores de inducción convencionales, se repite hasta que el móvil alcanza una velocidad que nunca será igual a la velocidad de sincronismo v_s. Por esta razón, los motores de inducción también reciben el nombre de motores **asíncronos**.

2.1.1. Clasificación según el tipo de primario

Un motor lineal puede ser de **primario corto** cuando el devanado trifásico se encuentra en el móvil y las láminas conductoras se encuentran en la vía; o de tipo **primario largo** cuando el devanado trifásico se encuentra extendido a lo largo de la vía y las láminas conductivas constituyen parte del móvil [1]. En el caso del motor de primario corto, es necesario alimentar el móvil con la fuente de alimentación necesaria, lo que hace necesaria la inclusión de baterías junto con convertidores de potencia que aumentan el peso del móvil. Por otro lado, en un motor de primario largo en el que el móvil no requiere de una fuente de alimentación, es necesaria la construcción de un devanado trifásico a lo largo de toda la vía, incrementando los costos debido a la cantidad de cobre necesaria y el material ferromagnético usado en las láminas en las que se incrusta el devanado. Por esta razón, los motores de primario corto son usados en aplicaciones de baja velocidad (hasta alrededor de 100 km/h), mientras que los de primario largo se utilizan en altas velocidades, en las que la alimentación de energía del móvil sería impráctica [4].

2.1.2. Efecto de extremos

En los motores rotatorios convencionales, el rotor consiste en un cilindro cuya superficie es continua. Este, sin embargo, no es el caso en los motores lineales. En los MLIs se producen corrientes de inducción en el secundario adi-

cionales debidas a su entrada y salida del campo magnético viajero establecido por el primario, como se muestra en la Fig. 2.2. Este efecto se conoce como **efecto de extremos** o **efecto dinámico longitudinal** [3], que reduce la eficiencia de los MLIs y sy factor de potencia [5, 6].

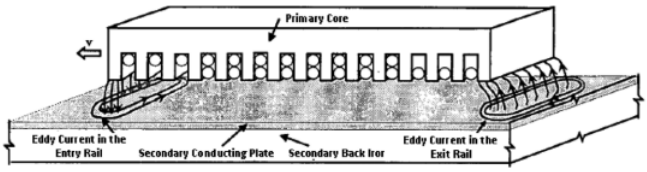


Figura 2.2: Efecto de extremos en un MLI. Tomado de [5].

De acuerdo a [3], el efecto de extremos se puede ignorar en el caso en el que el factor de *goodness* G (definido en [7]) cumple con la relación

$$\frac{\tau}{\pi} G < \frac{L_p}{10} \tag{2.2}$$

donde τ es el paso polar del motor y L_p es la inductancia del primario. Así, para altas velocidades, donde la frecuencia crece, G aumenta, indicando que el efecto de extremos es menos restrictivo en máquinas de baja velocidad, a pesar de tener un factor G menor.

Para los casos en que este efecto no puede ser despreciado, se han propuesto soluciones en el diseño y el control de los MLIs que permiten reducirlo, como se muestra en [5, 8, 9, 10].

2.1.3. Efecto pelicular

El efecto pelicular suele caracterizarse a partir de la distancia de la superficie a la cual la densidad de corriente se ha reducido en un factor de e (≈ 2.781) [11], conocida como la profundidad de penetración δ. En los motores lineales, se encuentra que este efecto reduce la densidad de flujo magnético en el entrehierro. Este efecto puede mitigarse al utilizar un estator laminado y aislado, lo que se traduce en una reducción de σ, obteniéndose un incremento en la densidad de flujo magnético pico de aproximadamente el doble [3].

La consideración del efecto pelicular en el diseño de MLIs ha sido amplia en los trabajos realizados en el área, debido a que los modelos simplificados que no tienen en cuenta este efecto llegan a resultados que difieren del comportamiento obtenido en un motor real [12]. Se han propuesto diferentes modelos de circuito equivalente que tienen en cuenta la dinámica del motor así como los efectos de extremos y pelicular, que mejoran el modelado del motor con

el fin de estudiar aspectos como la eficiencia, el factor de potencia y el empuje, y proporcionar un modelo que sea útil en el diseño y control de los MLIs [13, 14, 15, 16].

2.2. Motores lineales sincrónicos con sistema de excitación

En los motores lineales síncronos con sistema de excitación (MLS), se reemplaza la lámina conductora de los MLIs por una estructura con una fuente de campo magnético (utilizando imanes permanentes, electroimanes o superconductores) de manera que los polos se alinean con el campo magnético viajero producido por el devanado trifásico, como se muestra en la Fig. 2.3.

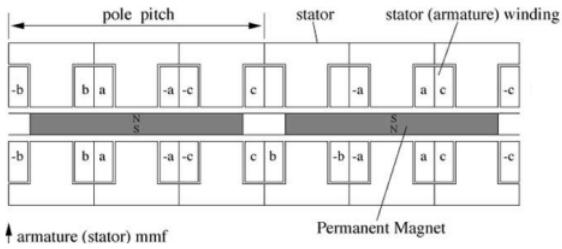


Figura 2.3: MLS de imanes permanentes con doble armadura. Tomado de [17].

La fuente de excitación para crear el campo magnético puede variar de acuerdo a la aplicación. Para distancias cortas (alrededor de 10 m, como en aplicaciones industriales), se pueden utilizar imanes permanentes (ver Fig. 2.4), mientras que para distancias más largas, donde el costo de una larga serie de imanes sería prohibitivo (como en sistemas de transporte), se utiliza excitación electromagnética [18]. Los MLS son más utilizados en aplicaciones de alta velocidad (mayor a 100 km/h). Debido a que son compatibles con sistemas de suspensión electrodinámica, son comúnmente usados en sistemas de transporte urbano para la propulsión de trenes de levitación magnética [3, 4]. A continuación se describen los sistemas de excitación utilizados en la industria.

2.2.1. MLS de imanes permanentes

Como ya se describió anteriormente, los MLS de imanes permanentes utilizan estos elementos como sistema de excitación. La configuración mostrada en la Fig. 2.4 utiliza un yugo ferromagnético de alta permeabilidad para proveer un camino de baja reluctancia para la densidad de flujo magnético.

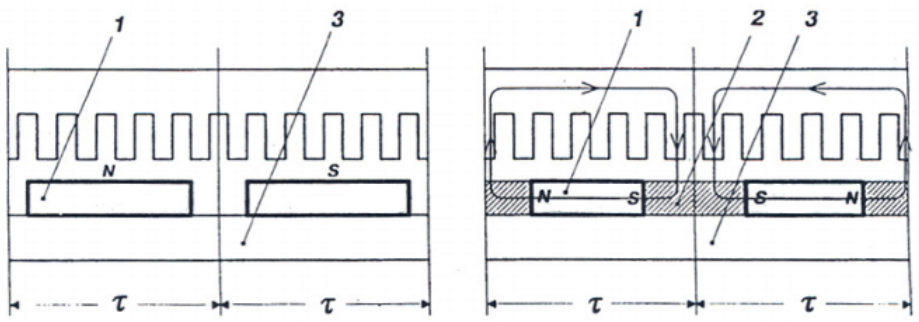


Figura 2.4: Dos tipos de MLS: de imanes superficiales (izquierda) y enterrados (derecha). 1: imanes permanentes. 2: polos de acero. 3: yugo. Tomado de [18].

La configuración de imanes conocida como el **arreglo de Halbach** [19] es también utilizada en los sistemas de excitación de los MLS. La distribución del campo que genera este arreglo se muestra en la Fig. 2.5. Debido a las características del campo magnético generado, este arreglo ha sido propuesto en el uso de motores sincrónicos rotatorios y lineales, debido a que evitan la necesidad de utilizar material ferromagnético, reduciendo así las pérdidas en el núcleo (por histéresis y corrientes parásitas) y además, en el caso de los motores lineales, proveen de un aislamiento magnético que puede ser importante en los trenes de transporte, donde los fuertes campos magnéticos pueden representar un riesgo de salud para los pasajeros [20, 21].

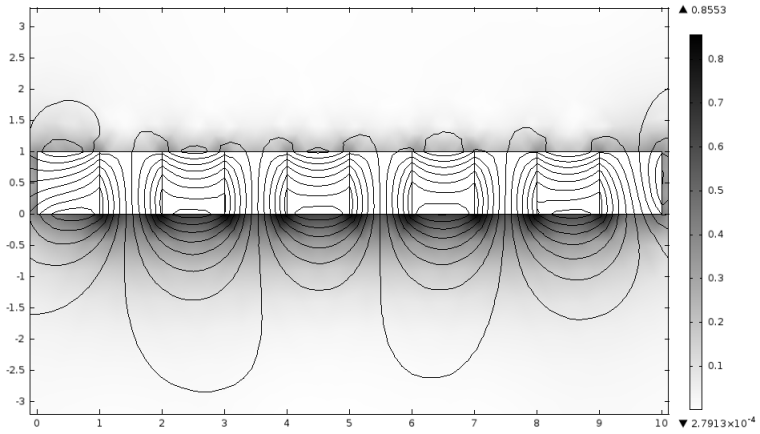


Figura 2.5: Simulación del arreglo de Halbach. Superficie: densidad de flujo magnético (T). Líneas de contorno: Vector potencial magnético.

El uso de los imanes permanentes en el sistema de excitación, junto con una armadura con material ferromagnético, produce un efecto no deseado conocido como la **fuerza de detención**, debida a la atracción entre los imanes y el

material ferromagnético. Esta fuerza produce rizado en el movimiento, vibración y ruido en estos motores. Esta situación puede ser mejorada por medio de un posicionamiento inclinado de los imanes [18], o a partir de un efecto combinado entre la inclinación de los imanes y un cambio en su geometría, como se muestra en [22, 23].

Aunque el uso de imanes permanentes evita la construcción de un sistema de excitación activo (como el descrito en la siguiente sección), estos están construidos con materiales costosos, como los imanes de NdFeB (una aleación de neodimio, hierro y boro). El uso de este tipo de imanes puede incrementar el costo de un sistema de excitación [18].

2.2.2. MLS de excitación electromagnética

Los MLS con este tipo de excitación generan el campo magnético con electroimanes, que consisten en bobinas alimentadas con corriente DC, montadas alrededor de un núcleo ferromagnético, extendidas longitudinalmente y con polaridad alternante. Una sección de este sistema se muestra en la Fig. 2.6.

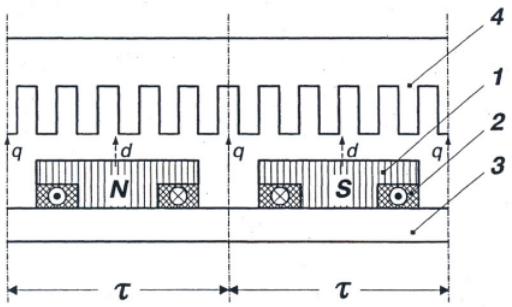


Figura 2.6: Sistema de excitación electromagnética en un MLS. 1: núcleo ferromagnético. 2: bobina de campo. 3: yugo. 4: armadura. Tomado de [18].

Este tipo de excitación se convierte en una alternativa para los sistemas de excitación con imanes permanentes, por lo que son usados en sistemas de propulsión con motores lineales donde el costo de los imanes permanentes es prohibitivo, como el Transrapid de Alemania [4].

No obstante, el uso de electroimanes implica la inclusión de una fuente de alimentación y circuitos electrónicos de potencia para el manejo y control del sistema de excitación, así como un método adecuado para la transmisión de energía [24, 25, 26].

2.2.3. MLS de excitación con superconductores

Este tipo de excitación es utilizado en grandes MLS, donde el sistema de excitación consiste en electroimanes construidos con superconductores, de forma que no es necesario incluir un núcleo ferromagnético, debido a que producen una densidad de flujo mucho mayor a la del flujo de saturación de las mejores aleaciones (≈ 2.4 T) [18]. Es encontrado en los trenes de levitación más rápidos que se han construido, como el MLX de Japón, con una velocidad de entre 580 km/h y 600 km/h [4]. Debido a que la construcción de este tipo de motores es práctica para potencias de cientos de kW, los MLS de excitación con superconductores no serán tenidos en cuenta para este proyecto.

2.3. Motores lineales de reluctancia variable

Los motores lineales de reluctancia variable, o simplemente de reluctancia (MLR) funcionan debido a la magnetización de un núcleo ferromagnético anisotrópico [27]. Esto permite obtener un motor que se mueve a velocidad sincrónica, sin necesidad de un sistema de excitación como imanes o electroimanes, como es el caso de los MLS. Los MLR son utilizados en aplicaciones de transporte de media y alta velocidad y aplicaciones industriales de coto recorrido [3]. Debido a que consisten en un sistema dinámico variante en el tiempo (dado que la reluctancia del motor varía con la posición), son motores para los cuales es necesario diseñar estrategias de control más elaboradas (en comparación con las propuestas en el control clásico), como el lazo doble de realimentación de corriente y velocidad, con una tabla de consulta (*lookup table*) para la linealización de la fuerza, propuesto en [28], o el adaptivo de modo deslizante propuesto en [29] y [30], que resulta robusto frente a variaciones en el modelo dinámico, perturbaciones y las no linealidades presentes en este tipo de motor.

En la Fig. 2.7 se observa este tipo de motor. El núcleo ferromagnético tiene una geometría compuesta por ranuras y polos salientes que conforman una reluctancia variable a lo largo del movimiento. En esta figura, los ejes d y q corresponden a *direct* y *quadrature*, o directo y cuadratura.

Los MLR funcionan con un buen desempeño, en cuanto al empuje mínimo requerido, cuando la razón entre la inductancia a lo largo del eje d L_d y a lo largo del eje q L_q es tal que $L_d/L_q \geq 3$ [18].

Como puede observarse, los MLR requieren de una estructura especial construida con material ferromagnético para su funcionamiento, que garantice la variación de la reluctancia en el sentido del movimiento. Esto puede incrementar los costos con respecto a motores como los MLI, donde se utiliza una lámina de material conductor sin ranuras. Así como en el caso de los motores rota-

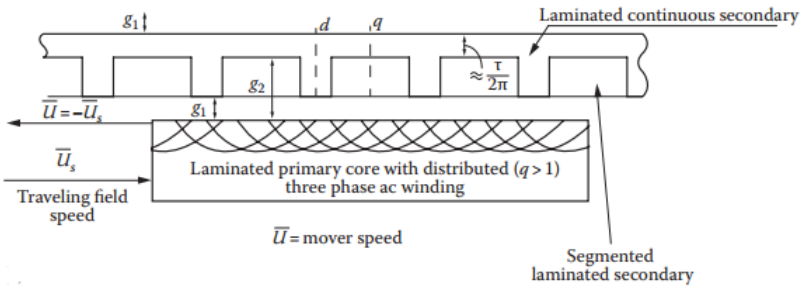


Figura 2.7: Motor lineal de reluctancia. Tomado de [3].

torios de reluctancia, debido a su naturaleza, los MLR sufren de rizado en el empuje, produciendo vibraciones y ruido durante el movimiento. Estos efectos pueden reducirse al utilizar barreras de flujo en el secundario como las mostradas en la Fig. 2.8. Sin embargo, estas configuraciones requieren de una construcción más especializada y material aislante adicional como la resina epoxy [18], incrementando los costos en este tipo de secundarios.

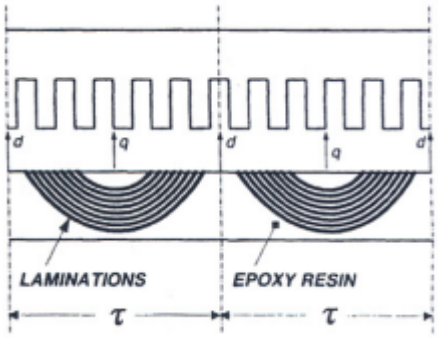


Figura 2.8: Barreras de flujo para la disminución del rizado en el torque. Tomado de [18].

Debido a la diferencia de la inductancia en los ejes d y q en los MLR, se generan armónicos de orden superior que incrementan las pérdidas en el material ferromagnético, disminuyendo la eficiencia de este tipo de motores [3]. Por esta razón, es necesario utilizar un secundario laminado que disminuya este tipo de pérdidas.

Un caso específico de los MLR son los motores lineales de reluctancia conmutada, con los cuales es necesaria la inclusión de sensores de posición que permiten conocer la posición del secundario con respecto al primario, con el fin de aprovechar el empuje efectuado por cada fase [3]. Una vez conocida la posición del secundario, las fases se conmutan de forma que se produzca el movimiento en la dirección deseada, razón por la cual estos motores recibe su

nombre.

2.4. Características comunes en los motores lineales

Entre las características mencionadas para cada tipo de motor lineal, existe una en común y es debida a la discontinuidad en el circuito magnético en motores lineales donde el elemento más largo corresponde a la estructura con el devanado trifásico, donde la sección corta del motor actúa como una carga móvil que produce un desbalance en las tres fases, causando corrientes conocidas como **corrientes de circulación** [31].

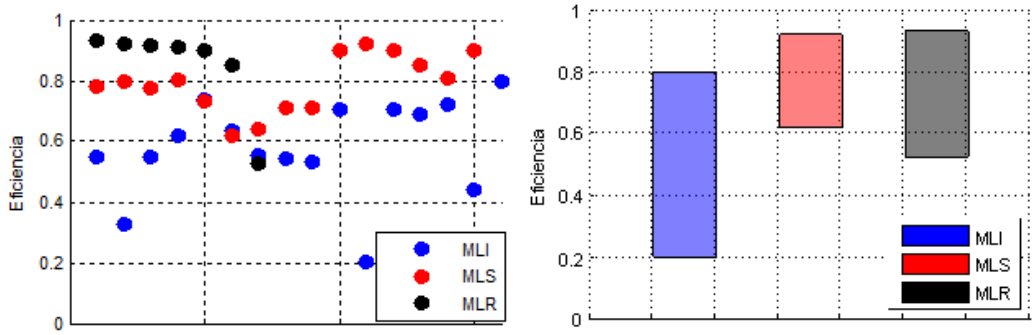
Por otro lado, es importante tener en cuenta que los motores sincrónicos (con sistema de excitación o de reluctancia) tienen torque de arranque cero. Un método para sortear este problema consiste en agregar una lámina amortiguadora de material conductor (análoga a los devanados amortiguadores utilizados en los motores rotatorios sincrónicos [27]) que ayuda a reducir las oscilaciones en el movimiento del motor [18]. Otros métodos contemplan la utilización de un variador de frecuencia electrónico, tal como los usados en los motores rotatorios [27].

Tanto los MLI como los MLS han sido utilizados en sistemas de transporte. Sin embargo, de acuerdo a los sistemas implementados actualmente o propuestos en diversas partes del planeta, puede observarse una diferenciación de acuerdo a su velocidad, como se muestra en el cuadro. Es claro que para velocidades superiores a los 100 km/h, es preferido el uso de los MLS, debido a los inconvenientes anteriormente descritos para los MLI, que se vuelven suficientemente problemáticos a estas velocidades para no ser considerados.

Tabla 2.1: Tipos de motores utilizados en la propulsión de trenes de transporte [4].

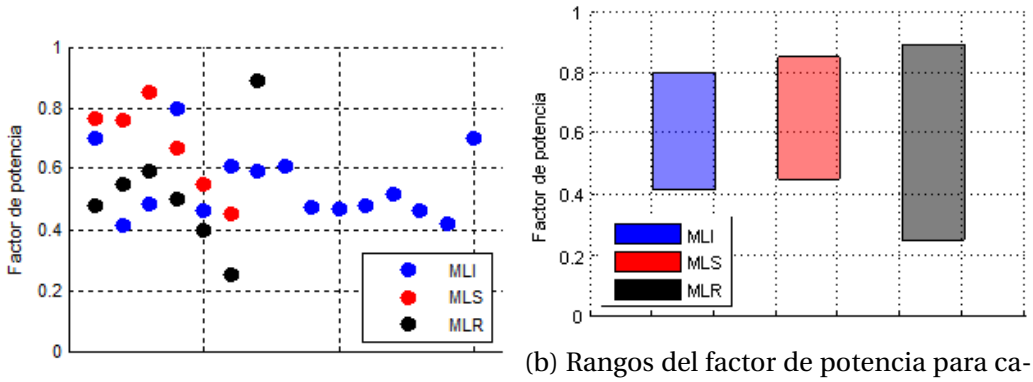
Sistema	**Velocidad (km/h)**	**Tipo de motor**
HSST (Japón)	100	MLI
Transrapid (Alemania)	500	MLS
MLX (Japón)	581	MLS
UTM (Corea)	110	MLI
Swissmetro (Suiza)	500	MLS
Inductrack (EEUU)	500	MLS

A partir de los resultados citados anteriormente y además, de [32, 33, 34, 35,



(a) Resultados para casos particulares. (b) Rangos de eficiencia para cada tipo.

Figura 2.9: Resultados de eficiencia, obtenidos para diferentes tipos de motores lineales.



(a) Resultados para casos particulares. (b) Rangos del factor de potencia para cada tipo.

Figura 2.10: Resultados del factor de potencia, obtenidos para diferentes tipos de motores lineales.

36, 37], se puede obtener un conjunto de resultados comparativos en cuanto a la eficiencia y el factor de potencia para los tres tipos de motores lineales mencionados. En total, se tuvieron en cuenta 38 motores, de los cuales 28 especificaban el factor de potencia obtenido. En la Fig. 2.9 se visualizan los resultados obtenidos. En la Fig. 2.9a se observa la eficiencia obtenida para los motores lineales en casos particulares. En esta gráfica puede observarse que cada tipo de motor puede agruparse en un rango de eficiencia, como se puede observar en la Fig. 2.9b, donde cada rectángulo indica los valores mínimos y máximos de eficiencia obtenidos para cada tipo de motor.

En la Fig. 2.10 se muestran dos gráficas similares, en este caso para el factor de potencia obtenido en estos trabajos. Los datos obtenidos permiten identificar un rango amplio de valores para el factor de potencia.

Tabla 2.2: Características para diferentes tipos de motores.

	MLI	**MLS**	**MLR**
Eficiencia	0.2-0.8	0.6-0.9	0.5-0.9
Factor de potencia	0.4-0.8	0.5-0.8	0.2-0.9
Secundario	Conductor	Activo	Reluctancia
Potencia	Cientos de vatios	Miles de vatios	Cientos de vatios

2.5. Selección del tipo de motor

Los objetivos del proyecto plantean la optimización del diseño de un motor eléctrico lineal de 100 W para una carga de 2 kg, para el cual se diseñará un controlador de velocidad, a partir de lo cual se definieron los requisitos del motor y el diseño de la siguiente forma:

- Potencia de 100 W para una carga de 2 kg.
- Eficiente en términos del uso de la energía.
- Restringido en el uso de materiales costosos.

Dentro de este contexto, la selección del motor se realizó a partir de los resultados obtenidos durante la revisión del estado del arte. Con respecto a los resultados obtenidos en las secciones anteriores, pueden obtenerse una serie de características relacionadas con las propiedades eléctricas y mecánicas de los diferentes motores, como se resume en la Tabla 2.2.

En primera instancia, se observa que con respecto a la potencia, las implementaciones tienden a valores bajos en el caso de los MLI y los MLR, siendo utilizados en aplicaciones industriales o en sistemas de transporte de baja velocidad, en comparación con los MLS utilizados en sistemas de transporte de alta velocidad y propulsión de aeronaves.

Los MLS y MLR presentan valores de eficiencia más altos que el MLI. Sin embargo, los MLR se destacan como el tipo de motor que produce mayores factores de potencia.

Las diferencias fundamentales en cada motor se encuentran en el secundario, ya que cada tipo posee una configuración especial, que en el caso de los MLS puede incrementar el costo en su construcción.

Los MLR pueden verse como un motor cuya construcción produce ventajas tomadas de los MLI y los MLS: al no depender de corrientes inducidas, produce una mayor eficiencia que los MLI, y al no utilizar elementos externos para la generación de campo magnético, los costos son menores con respecto al MLS.

Tal como fueron definidos los requisitos del motor, no existe la necesidad de valores altos de potencia, y se busca obtener un motor con alta eficiencia y que no utilice materiales. A partir de los criterios mostrados en la Tabla 2.2 y las consideraciones anteriores, se decidió trabajar con los MLR, debido a que son candidatos para cumplir con los requisitos del proyecto. Además, debido a que son motores que no han sido trabajados de forma tan extensiva como los MLS y los MLI, se presenta la oportunidad de producir resultados relacionados con este tipo de motor que aporten a su adopción en la industria.

Referencias

[1] E. Laithwaite and S. Nasar, "Linear-motion electrical machines," *Proceedings of the IEEE*, vol. 58, pp. 531–542, April 1970.

[2] B. S. Guru and H. R. Hiziroglu, *Electric Machinery and Transformers*. New York: Oxford University Press, 2001.

[3] I. Boldea, *Linear Electric Machines, Drives and MAGLEVs Handbook*. Florida: CRC Press, 2013.

[4] H.-W. Lee, K.-C. Kim, and J. Lee, "Review of maglev train technologies," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 1917–1925, July 2006.

[5] A. Bazghaleh, M. Naghashan, and M. Meshkatoddini, "Optimum design of single-sided linear induction motors for improved motor performance," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 46, pp. 3939–3947, Nov 2010.

[6] A. Selcuk and H. Kurum, "Investigation of end effects in linear induction motors by using the finite-element method," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 1791–1795, July 2008.

[7] E. Laithwaite, "The goodness of a machine," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 112, pp. 538–541, March 1965.

[8] S. Kuznetsov and D. Marriott, "High velocity linear induction launcher with exit-edge compensation for testing of aerospace components," in *Electromagnetic Launch Technology, 2008 14th Symposium on*, pp. 1–8, June 2008.

[9] X. Guo, B. Zhou, and J. Lian, "A new method to reduce end effect of linear induction motor," *Journal of Modern Transportation*, vol. 20, no. 2, pp. 88–92, 2012.

[10] Z. Qingjie and Z. Yanqing, "Scheme design of high performance converting control of linear induction motor used for electromagnetic launch," in *Electromagnetic Launch Technology (EML), 2012 16th International Symposium on*, pp. 1–4, May 2012.

[11] I. Boldea and L. Tutelea, *Electric Machines: steady state, transients and design with MATLAB.* Florida: CRC Press, 2010.

[12] J. Gieras, G. E. Dawson, and A. R. Eastham, "Performance calculation for single-sided linear induction motors with a double-layer reaction rail under constant current excitation," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 22, pp. 54–62, Jan 1986.

[13] W. Xu, Y. Li, G. Sun, J. Ren, L. Tan, K. Wang, and J. Han, "Performance study on high power linear induction motor in transportation," in *Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on*, pp. 1025–1027, Oct 2007.

[14] W. Xu, L. Tan, J. He, Y. Li, J. Ren, J. Han, and G. Sun, "Performance study for linear induction motor considering winding function method and control scheme," in *Industrial Technology, 2008. ICIT 2008. IEEE International Conference on*, pp. 1–5, April 2008.

[15] W. Xu, J. Zhu, L. Tan, Y. Guo, S. Wang, and Y. Wang, "Optimal design of a linear induction motor applied in transportation," in *Industrial Technology, 2009. ICIT 2009. IEEE International Conference on*, pp. 1–6, Feb 2009.

[16] D. Hu, W. Xu, and R. Qu, "Electromagnetic design optimization of single-sided linear induction motor for improved drive performance based on linear metro application," in *Power Engineering Conference (AUPEC), 2014 Australasian Universities*, pp. 1–6, Sept 2014.

[17] G. Stumberger, M. Aydemir, D. Zarko, and T. Lipo, "Design of a linear bulk superconductor magnet synchronous motor for electromagnetic aircraft launch systems," *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, vol. 14, pp. 54–62, March 2004.

[18] J. F. Gieras and Z. J. Piech, *Linear Synchronous Motors: Transportation and Automation Systems.* Florida: CRC Press, 2000.

[19] J. Mallinson, "One-sided fluxes – a magnetic curiosity?," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 9, pp. 678–682, Dec 1973.

[20] D. Trumper, M. Williams, and T. Nguyen, "Magnet arrays for synchronous machines," in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1993., Conference Record of the 1993 IEEE*, pp. 9–18 vol.1, Oct 1993.

[21] D. Trumper, W. jong Kim, and M. Williams, "Design and analysis framework for linear permanent magnet machines," in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1994., Conference Record of the 1994 IEEE*, pp. 216–223 vol.1, Oct 1994.

[22] S.-M. Jang, S.-H. Lee, I.-K. Yoon, and J.-H. Lee, "Design criteria for detent force reduction of permanent magnet linear synchronous motor with halbach array," in *Magnetics Conference, 2002. INTERMAG Europe 2002. Digest of Technical Papers. 2002 IEEE International*, pp. GU6–, April 2002.

[23] N. Tavana and A. Shoulaie, "Minimizing thrust fluctuation in linear permanent-magnet synchronous motor with halbach array," in *Power Electronic Drive Systems Technologies Conference (PEDSTC), 2010 1st*, pp. 302–306, Feb 2010.

[24] M. Shibata, N. Maki, T. Saitoh, T. Kobayashi, E. Sawano, and H. Ohshima, "On-board power supply system of a magnetically levitated vehicle," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 28, pp. 474–477, Jan 1992.

[25] M. Andriollo, G. Martinelli, A. Morini, and A. Tortella, "Optimization of the on-board linear generator in EMS-MAGLEV trains," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 33, pp. 4224–4226, Sep 1997.

[26] M. Chen, D. Xu, D. Zhou, and X. Wu, "Inductive power transferring in Maglev using harmonic injection method," in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2004. APEC '04. Nineteenth Annual IEEE*, vol. 2, pp. 1165–1170 vol.2, 2004.

[27] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals.* New York: McGraw Hill, 2003.

[28] W.-C. Gan and N. Cheung, "Development and control of a low-cost linear variable-reluctance motor for precision manufacturing automation," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 8, pp. 326–333, Sept 2003.

[29] R. Pupadubsin, N. Chayopitak, D. Taylor, N. Nulek, S. Kachapornkul, P. Jitkreeyarn, P. Somsiri, and K. Tungpimolrut, "Adaptive integral sliding-mode position control of a coupled-phase linear variable reluctance motor for high-precision applications," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 48, pp. 1353–1363, July 2012.

[30] I. Habeeb and E. Ismail, "Adaptive sliding mode and model predictive control of linear variable reluctance motor," in *Emerging Research Areas: Magnetics, Machines and Drives (AICERA/iCMMD), 2014 Annual International Conference on*, pp. 1–6, July 2014.

[31] K.-B. Jang, J.-H. Kim, H.-J. An, and G.-T. Kim, "Optimal design of auxiliary-teeth to solve circulation current reduction of permanent magnet linear synchronous motor," *Journal of Central South University of Technology*, vol. 18, no. 3, pp. 690–696, 2011.

[32] A. Isfahani, B. Ebrahimi, and H. Lesani, "Design optimization of a low-speed single-sided linear induction motor for improved efficiency and power factor," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, pp. 266–272, Feb 2008.

[33] S. Vaez-Zadeh and A. Isfahani, "Multiobjective design optimization of air-core linear permanent-magnet synchronous motors for improved thrust and low magnet consumption," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 446–452, March 2006.

[34] J.-S. Shin, R. Watanabe, T. Koseki, and H.-J. Kim, "Practical design approach of a transverse flux linear synchronous motor for compact size, small mover weight, high efficiency, and low material cost," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 51, pp. 1–4, March 2015.

[35] D.-Y. Lee, C.-G. Jung, K.-J. Yoon, and G.-T. Kim, "A study on the efficiency optimum design of a permanent magnet type linear synchronous motor," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 41, pp. 1860–1863, May 2005.

[36] A. Abbas and J. Fletcher, "Efficiency evaluation of linear permanent magnet synchronous machines using the synthetic loading method," in *Power Electronics Specialists Conference, 2008. PESC 2008. IEEE*, pp. 3074–3080, June 2008.

[37] B. Perreault, "Optimizing operation of segmented stator linear synchronous motors," *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, pp. 1777–1785, Nov 2009.

Capítulo 3

Desarrollo de un Diseño Inicial

Como un paso preliminar para desarrollar el diseño del MLR, fue necesario llevar a cabo un estudio de su naturaleza, teniendo en cuenta las leyes que gobiernan su comportamiento, con el fin de establecer una base teórica y desarrollar criterios requeridos durante la etapa de diseño, como en las etapas de optimización y control. Una vez esta base teórica ha sido definida, se procede a la proposición de un diseño inicial orientado a cumplir los requisitos del motor lineal.

El desarrollo de este estudio abarca diferentes áreas del electromagnetismo y las máquinas eléctricas, por lo que, con el fin de enfocar el contenido principal del libro en los puntos claves del diseño y en los resultados, las bases teóricas y herramientas de cálculo se han movido al apéndice B para el lector interesado, mientras que en este capítulo se muestra únicamente el proceso de diseño basado en las ecuaciones y relaciones que se derivan en este apéndice, los resultados obtenidos y discusiones sobre los mismos.

3.1. Descripción del MLR

En el capítulo anterior se seleccionó el MLR para cumplir los requisitos del diseño. Dentro de los MLR, existen varias configuraciones que pueden utilizarse, cuyas diferencias se encuentran principalmente en la geometría del secundario, ya que para el primario se usa un devanado distribuido de tres fases. Por el lado del secundario, con el fin de incrementar el coeficiente de saliencia en los MLR, se han propuesto diferentes topologías, tales como laminaciones segmentadas [1] y el secundario axial laminado anisotrópico (ALA) [2, 3, 4, 5], el cual fue utilizado para el motor diseñado.

El proceso de diseño contempla la especificación de parámetros físicos y eléctricos del mismo. Su geometría se muestra simplificada en dos dimensio-

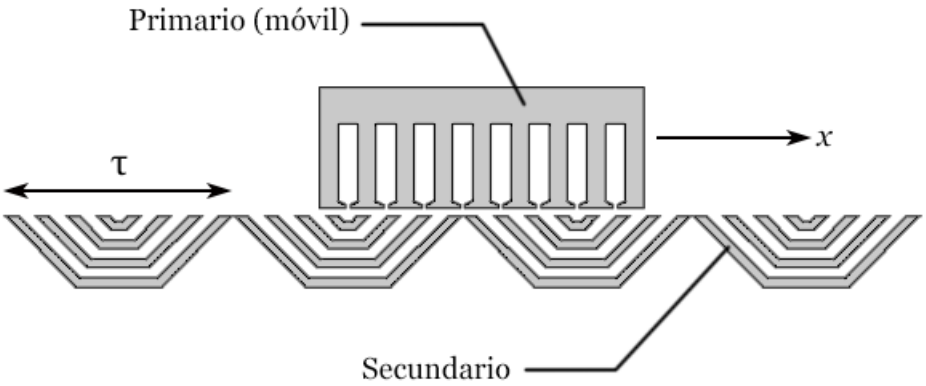


Figura 3.1: Geometría del MLR

nes como una vista lateral en la Fig. 3.1. El primario consta de un núcleo de material ferromagnético y un devanado trifásico distribuido. El secundario consta de grupos de laminaciones que abarcan una distancia igual a un paso polar τ. Estos conjuntos pueden contener de 4 a más laminaciones [6]. La región entre el primario y el secundario se conoce como el **entrehierro**.

Desde el punto de vista de la geometría, los parámetros de diseño son el paso polar, el área de las ranuras, dada por las longitudes b_s y h_s, la distancia g del entrehierro, la geometría de los dientes del primario, la altura h_c de la región del primario sobre la cual se encuentra el devanado, el número de laminaciones en el secundario y su grosor (véase la Fig. 3.2). Además de calcular estos parámetros, es necesario determinar las especificaciones del devanado como su distribución y el número de vueltas. Por último, desde el punto de vista eléctrico, deben calcularse los valores de operación nominal del motor para el voltaje de entrada y la corriente de fase.

El análisis de las máquinas eléctricas usualmente inicia con la suposición de que la reluctancia en la dirección del movimiento es constante. Esto se traduce en que la inductancia del motor es constante independiente de la posición relativa entre el primario y el secundario [7]. El MLR, al contrario, está específicamente diseñado para que la inductancia sea una función de la posición relativa entre el primario y el secundario, por lo que la suposición de la reluctancia constante no es aplicable, por lo que se aplica la transformación de Park (véase el apéndica A) para expresar las variables electromagnéticas del motor en términos de los ejes directo y en cuadratura.

3.2. Requerimientos del motor

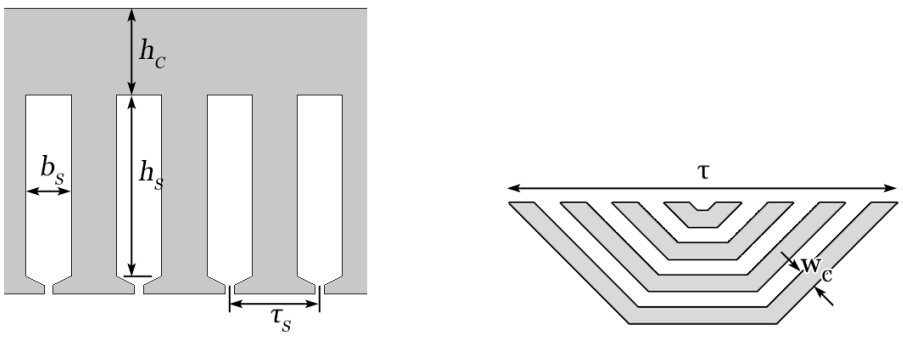
El problema considerado consiste en diseñar un MLR capaz de producir una potencia mecánica de salida de 100 W. Las especificaciones de empuje del motor pueden ser determinadas al especificar valores de aceleración a y la masa total de la parte móvil (incluyendo la carga del motor) m. Estas especificaciones fueron calculadas asumiendo aceleración inicial constante y fricción despreciable. Teniendo en cuenta una carga de 2 kg y estimando inicialmente una masa de 2 kg para el primario, la masa total del móvil es de 4 kg. Se escogió una velocidad promedio v_f de 2 m/s, de forma que, dada una potencia mecánica de 100 W, se requiere un empuje promedio de 50 N. El empuje pico es responsable de llevar el motor de velocidad cero a la velocidad promedio de 2 m/s, y fue calculado tomando 100 W de potencia como el límite máximo del motor. Si t_f es el tiempo de aceleración, la siguiente relación puede establecerse:

$$P = 100\ \text{W} = \frac{2v_f^2}{t_f}$$

De esta forma, teniendo en cuenta los valores conocidos, se obtiene un tiempo de aceleración de 80 ms y una aceleración es 15 m/s^2. Con estos valores, las especificaciones de empuje del motor pueden resumirse como un empuje promedio F_x y un empuje pico F_{xmax} como

$$F_x = 50\ \text{N}$$
$$F_{xmax} = 100\ \text{N}$$

Es necesario notar que la estimación de una masa total del móvil impone una limitación en el tamaño del primario, el cual depende del paso polar y el ancho del motor.



(a) Geometría del primario (b) Geometría del secundario

Figura 3.2: Detalle de las geometrías del primario y el secundario en el MLR.

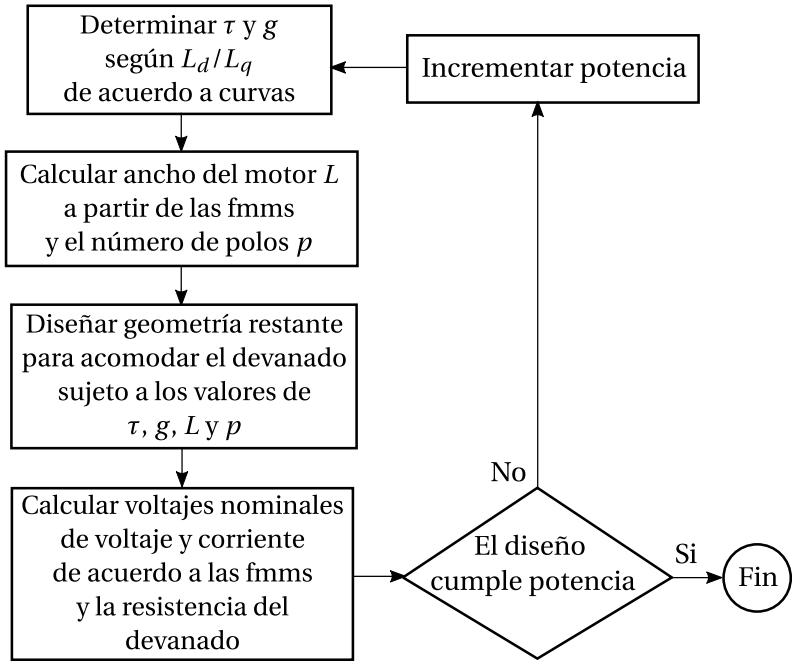


Figura 3.3: Pasos del proceso de diseño

3.3. Descripción del proceso de diseño

El enfoque utilizado para obtener el diseño inicial se basó en resultados numéricos, como los mostrados en [8], relaciones analíticas encontradas en la teoría de los motores lineales [6, 9] y consideraciones empíricas. La base teórica para el diseño, así como la derivación de varias de las fórmulas utilizadas durante el proceso del diseño, se muestran en el apéndice B.

El proceso de diseño se puede resumir en 4 etapas, como se muestra en el diagrama de flujo mostrado en la Fig. 3.3 (las fuerzas magnetomotrices se indican como *fmms*). Estos pasos se desarrollan a continuación.

3.3.1. Determinación de τ y g

El objetivo principal al diseñar un MLR es maximizar la razón entre la inductancia del eje directo y la inductancia en el eje en cuadratura L_d/L_q. Existen dos variables del MLR en particular que tienen un efecto en esta razón: el paso polar y la distancia del entrehierro [8], como se concluyen de los resultados mostrados en [8] y del que se obtienen un par de curvas que permiten seleccionar un valor de τ y g para obtener un valor dado de la razón L_d/L_q (véase la sección A.3 del apéndice B para más detalles sobre estas curvas).

Con el fin de obtener un valor alto y razonable de L_d/L_q, se escogió una

distancia del entrehierro de 0.5 mm y un paso polar de 3.5 cm. Estos valores indican, de acuerdo a las curvas mencionadas anteriormente, una razon L_d/L_q igual a 3.63.

3.3.2. Cálculo del ancho del motor

Como se sugiere en [6], se asumió un valor práctico de 0.4 T para la densidad de flujo magnético pico en el entrehierro, con el fin de encontrar la densidad de flujo magnético pico en el eje directo B_{epd} por medio de la ecuación A.35. Las fuerzas magnetomotrices en los ejes directo y en cuadratura se definen como $W_1 I_d$ y $W_1 I_q$, donde W_1 es el número de vueltas por fase, I_d es la componente de la corriente de fase en el eje directo e I_q es la componente en el eje en cuadratura.

Utilizando las ecuaciones de inductancia y empuje, se obtiene una sola ecuación donde son variables el número de polos y el ancho del motor. Al fijar un número de polos igual a 4 (teniendo en cuenta las consideraciones de tamaño mencionadas anteriormente), queda determinado el ancho del motor, con un valor de 7.15 cm.

De acuerdo al procedimiento anterior, se concluye que el método utilizado basa la determinación de la razón L_d/L_q en tres variables, principalmente: el paso polar, la distancia del entrehierro y el ancho del motor.

3.3.3. Diseño de la geometría restante

Con el fin de reducir los armónicos en el flujo en el entrehierro y producir una distribución del campo aproximadamente senoidal, se decidió utilizar un devanado distribuido de doble capa [7], donde la razón entre el paso de bobina y y el paso polar τ es $y/\tau = 5/6$ y el número de ranuras por polo por fase es $q = 2$. De esta forma, el paso de ranura es

$$\tau_s = \frac{\tau}{3q} \tag{3.1}$$

debido a que el devanado es de tres fases. Como se sugiere en [6], se seleccionaron posteriormente los parámetros b_s y h_s como

$$b_s = 3\tau_s/4$$
$$h_s = 3b_s$$

La altura h_c se calculó de forma que se redujera la saturación en el núcleo cuando la densidad de flujo magnético en el entrehierro tiene su valor máximo, de

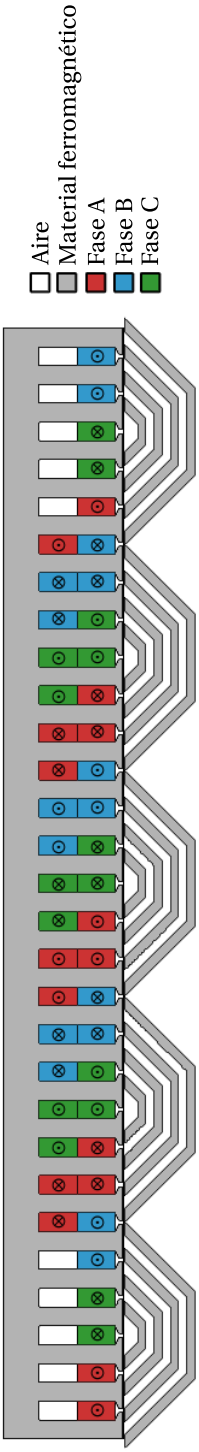


Figura 3.4: Geometría del MLR diseñado, mostrando el primario en su totalidad.

acuerdo a las relaciones mostradas en [10]. El número de ranuras fue determinado por la ecuación A.32, obteniéndose en total 29 ranuras. Con respecto al secundario, se decidió trabajar con 4 laminaciones, que producen un ancho w_c de 3 mm. Un mayor número de laminaciones produciría grosores más bajos que harían el secundario más difícil de fabricar y más propenso a la saturación. Así queda determinada completamente la geometría del MLR, como se muestra en la Fig. 3.4. En esta figura, el lado de una bobina entrando a la página se muestra con el símbolo $\otimes$, y el lado saliendo se muestra con el símbolo $\odot$.

3.3.4. Cálculo de voltajes y corrientes nominales

La resistencia R_s del primario fue calculada de acuerdo a su geometría y asumiendo que el material utilizado es cobre.

Como se muestra en el apéndice B, el voltaje de fase V_p del MLR puede descomponerse en sus componentes en directo V_d y en cuadratura V_q, de forma que

$$V_p = \sqrt{V_d^2 + V_q^2}$$

En estado estacionario, estas componentes pueden expresarse como

$$V_d = R_s I_d - v_{me} L_q I_q \tag{3.2}$$
$$V_q = R_s I_q + v_{me} L_d I_d \tag{3.3}$$

Fijando un voltaje de fase V_p práctico de 45V, las ecuaciones 3.3.4 y 3.3 pueden combinarse para encontrar el número de espiras del devanado, obteniéndose 422 por fase. Una vez se tienen el número de vueltas, se calcularon las corrientes en los ejes directo y en cuadratura teniendo en cuenta las fuerzas magnetomotrices y la corriente de fase I_a:

$$I_d = \frac{W_1 I_d}{W_1}$$
$$I_q = \frac{W_1 I_q}{W_1}$$
$$I_a = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$$

obteniéndose un valor de 1.78 A para la corriente de fase.

3.4. Estimación de la eficiencia y la masa

La eficiencia se calcula como la razón entre la potencia mecánica de salida y la potencia eléctrica de entrada:

$$\eta = \frac{F_x v}{3 V_p I_a \cos\phi}$$

Entonces, el producto eficiencia-factor de potencia es

$$\eta \cos\phi = \frac{F_x v}{3 V_p I_a} \tag{3.4}$$

que para un empuje V_x de 50 N y una velocidad v de 2 m/s (que producen una potencia mecánica de salida de 100 W), es igual a 0.424. Por otro lado, la eficiencia también puede calcularse como la razón entre la potencia mecánica de salida y la suma entre esta potencia y las pérdidas en el cobre. Teniendo en cuenta el valor calculado para la resistencia del primario, estas pérdidas son de 85 W, por lo que la eficiencia es del 54 %. Reemplazando estos valores en la ecuación 3.4 y despejando $\cos\phi$, se obtiene una factor de potencia de 0.784.

Finalmente, de acuerdo al procedimiento descrito en el apéndice B, se estimó la masa del motor a partir de su geometría y las densidades del cobre y el hierro, obteniéndose una masa de 1.34 kg. Es necesario notar que este valor es bastante aproximado, ya que el núcleo del primario es laminado, y no está hecho de hierro completamente.

En la Tabla 3.1 se resumen los parámetros físicos del motor, y en la Tabla 3.2 sus características eléctricas y mecánicas.

3.5. Modelamiento y aplicación del FEM

En el trabajo realizado, se hizo uso del software COMSOL para la aplicación del método de elementos finitos (FEM) en dos dimensiones, debido a que posee las herramientas necesarias para modelar el motor, así como diferentes materiales que permiten describir su comportamiento.

Tanto el núcleo del primario como el secundario fueron modelados utilizando una curva de magnetización lineal para tener en cuenta la saturación en estos dominios, la cual es mostrada en la Fig. 3.5.

El devanado de tres fases fue modelado utilizando un dominio de bobina de múltiples vueltas, que consiste en cables aislados de cobre con baja área transversal. Como se muestra en la Fig. 3.4, la distribución y dirección de los devanados en cada ranura debe ser definida apropiadamente para obtener resultados consistentes.

Tabla 3.1: Parámetros físicos del diseño inicial del MLR

Símbolo	Descripción	Valor
τ	Paso polar	3.5 cm
g	Distancia del entrehierro	0.5 mm
y/τ	Razón paso de bobina/paso polar	5/6
L	Ancho del motor	7.15 cm
τ_s	Paso de ranura	5.83 mm
b_s	Ancho de ranura	4.38 mm
h_s	Alto de ranura	13.13 mm
h_c	Altura posterior del núcleo	5.57 mm
z	Número de ranuras en el primario	29
W_1	Vueltas por fase	422
L_p	Longitud del primario	16.9 cm
w_{rr}	Ancho de las laminaciones	3 mm

Tabla 3.2: Características eléctricas y mecánicas del diseño inicial del MLR

Descripción	Valor
Empuje	50 N
Aceleración	25 m/s^2
Velocidad	2 m/s
Potencia mecánica	100 W
Voltaje de fase	45 V
Corriente de fase	1.779 A
Eficiencia	54.1 %
Factor de potencia	0.784

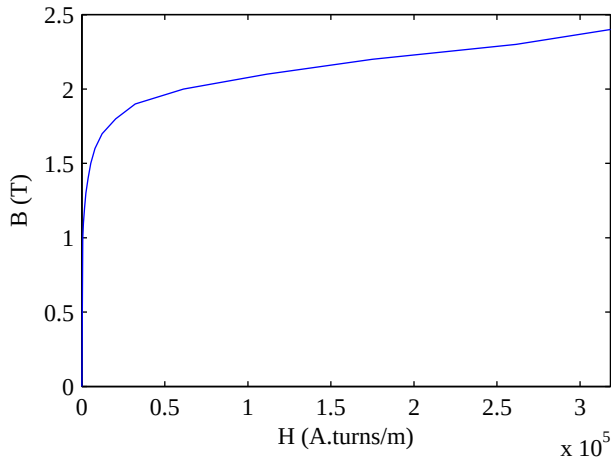


Figura 3.5: Curva de magnetización utilizada en materiales ferromagnéticos.

Con respecto a la discretización del espacio, el enmallado de los dominios se realizó cuidadosamente en regiones donde los materiales son delgados, como el entrehierro [11]. Un borde de control se añadió en esta región para garantizar al menos dos capas de elementos en esta región, como se muestra en la Fig. 3.6.

Se realizó un estudio en estado estacionario, en el cual la variable dependiente principal es el vector potencial magnético **A**. Una vez se obtiene este vector, es posible calcular las variables de interés.

El método utilizado para calcular las inductancias en los ejes directo y en cuadratura es basado en pruebas estáticas con corrientes DC, que pueden ser llevadas a cabo fácilmente en el motor en comparación con pruebas de respuesta en frecuencia [12]. Los experimentos realizados al utilizar este método son también conocidos como pruebas de **decaimiento de flujo** (o también conocidas en inglés como *flux decay tests*) y han sido aplicados satisfactoriamente en la identificación de máquinas de reluctancia [13, 14].

Como se puede ver en la Fig. 3.4, hay un total de 16 dominios que contienen el devanado de la fase A, por lo que el flujo de enlace es [11]

$$\Lambda_a = \frac{NL_e}{S_d} \sum_{i=1}^{16} \int_{S_d} A_{zi} \, dS \tag{3.5}$$

donde N es el número de vueltas por dominio, L_e es la longitud efectiva del devanado (incluyendo las conexiones en los extremos), S_d es el área de cada uno de los 16 dominios, y A_{zi} es la componente hacia afuera del plano del vector potencial magnético (es decir, en la dirección de la corriente de fase).

Las pruebas fueron realizadas con el eje magnético de la fase A completamente alineado con el eje directo del secundario (el eje con la mayor reluc-

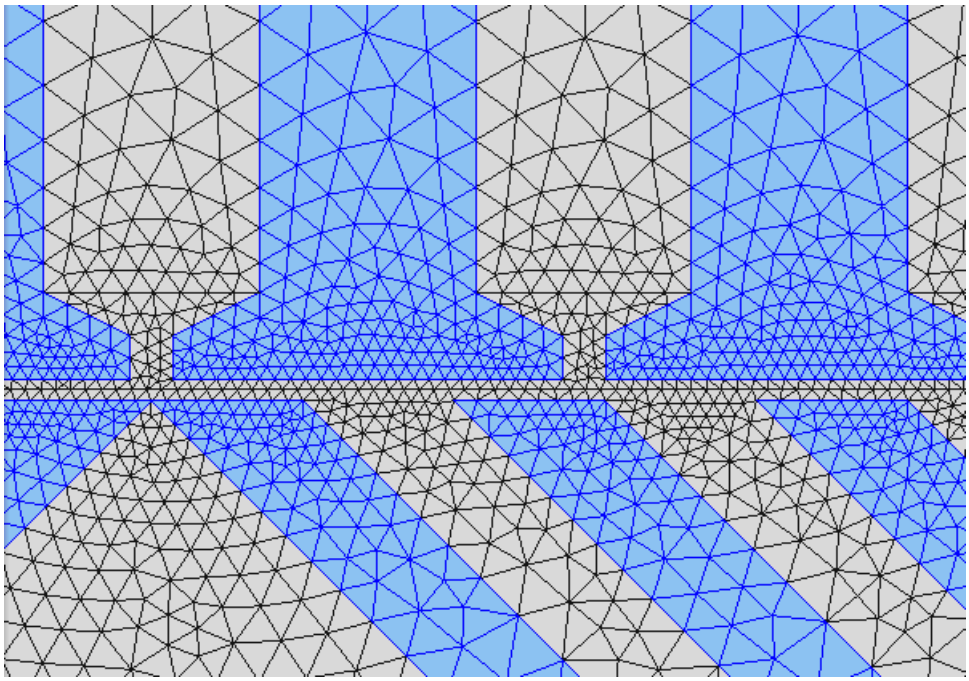


Figura 3.6: Enmallado del modelo en el entrehierro y regiones alrededor.

tancia), y completamente desalineado. Posteriormente, las inductancias de los ejes directo y en cuadratura fueron calculadas en estas dos posiciones, respectivamente, como

$$L = \frac{\Lambda_a}{I_m} \tag{3.6}$$

Una vez se obtuvieron las inductancias L_d y L_q, el empuje se calculó de acuerdo a la ecuación fundamental del MLR, derivada en el apéndice B:

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) I_d I_q \tag{3.7}$$

La resistencia del primario fue calculada por medio de los voltajes a través del devanado como

$$R_s = \frac{\sum_{i=1}^{8} V_{mi} - \sum_{i=1}^{8} V_{ni}}{I_m} \tag{3.8}$$

donde V_{mi} son los voltajes a través de los dominios en los cuales la corriente fluye hacia afuera del plano, y V_{ni} los voltajes en los dominios en los que la corriente fluye hacia el plano.

Asumiendo que las tres fases son puestas de manera uniforme, las pérdidas en el cobre se calcularon de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$P_R = 3 I_m^2 R_s \tag{3.9}$$

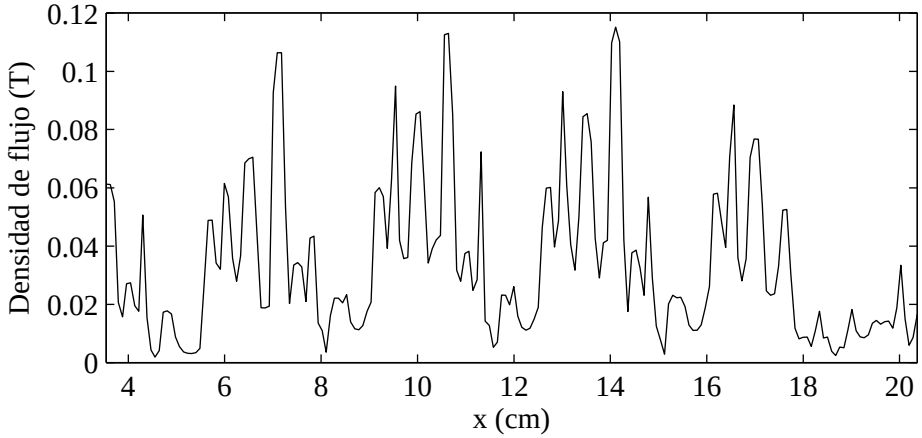


Figura 3.7: Densidad de flujo magnético en el entrehierro

La densidad de flujo magnético en el entrehierro, a lo largo del primario, se muestra en la Fig. 3.7. Los valores son más bajos del valor de 0.4 T asumido durante el proceso de diseño inicial. Indicando que puede haber saturación en este punto de operación.

Los valores obtenidos para las inductancias de los ejes directo y en cuadratura confirman esta conjetura. Los valores estimados durante el diseño se compararon con los resultados del estudio utilizando curvas de magnetización lineales y no lineales (con saturación). Esta comparación se muestra en la Tabla 3.3.

Estos resultados muestran como el modelo utilizado en el FEM es más cercano a los valores estimados durante el proceso de diseño cuando la saturación en los materiales ferromagnéticos no se tiene en cuenta, debido a que los valores de inductancia son más cercanos. Sin embargo, una vez la saturación se incluye en el modelo, estos valores caen (principalmente la inductancia en el eje directo), aún cuando la razón L_d/L_q es cercana al valor estimado. No obstante, la diferencia $L_d - L_q$ es demasiado baja para cumplir los requisitos de empuje mínimo (de acuerdo a la ecuación 3.7).

Las curvas de magnetización que muestran la relación entre la corriente de fase y el flujo de enlace se muestran en las Figs. 3.8 y 3.9, donde se muestra el punto de operación. Estas curvas muestran como el valor bajo de la inductancia en el eje directo se relacionan con la saturación debido a un incremento la corriente de magnetización en este eje.

Este efecto notorio de saturación se atribuyó a la presencia de partes delgadas en el motor, debido a que, como se describió durante el procedimiento de diseño, el principal objetivo consistió en incrementar la razón L_d/L_q a medida que el tamaño del primario se mantenía bajo.

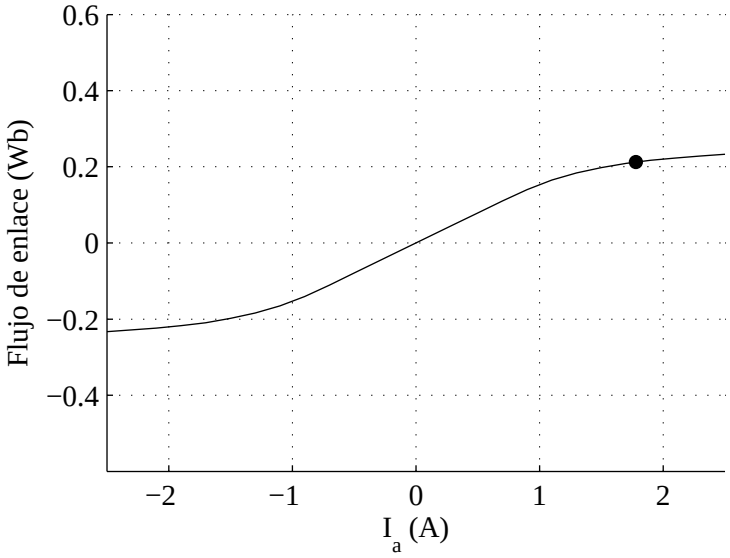


Figura 3.8: Curva de magnetización en el eje directo.

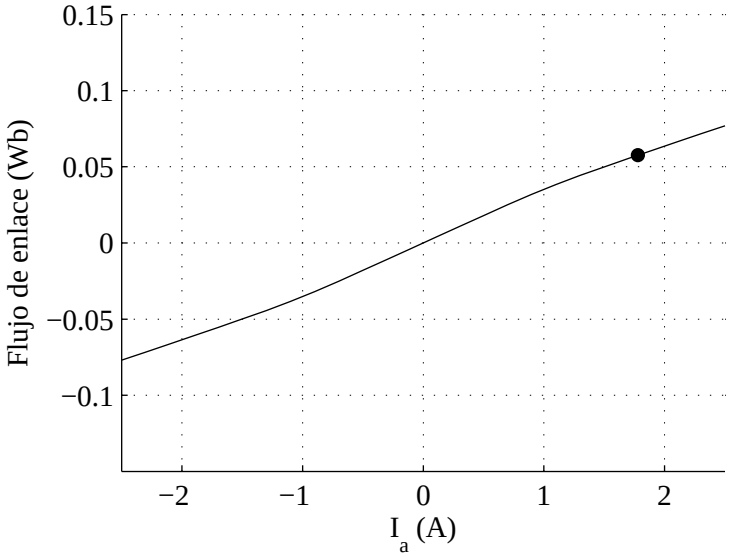


Figura 3.9: Curva de magnetización en el eje en cuadratura.

Tabla 3.3: Comparación de valores de L_d y L_q calculados según las ecuaciones y con base en el FEM.

Método	L_d (H)	L_q (H)	L_d/L_q	$L_d - L_q$ (H)
Estimados	0.199	0.053	3.75	0.146
FEM	0.179	0.038	4.71	0.141
FEM con saturación	0.120	0.032	3.74	0.088

3.6. Mejora del diseño

Tras observar los resultados anteriores, se procedió a mejorar el diseño suavizando las restricciones en el tamaño del motor, e incrementando los requisitos de empuje de 50 N a 80 N, repitiendo el proceso de diseño descrito anteriormente. Los parámetros obtenidos para este diseño se muestran en la Tabla 3.4. Esta tabla muestra cómo el tamaño del motor incrementó, pasando la longitud del primario de un valor de 16.9 cm a 29 cm. Esto también aplica a otros parámetros, como la altura posterior del núcleo y el ancho de las laminaciones.

Los resultados del análisis del nuevo diseño se muestran en la Tabla 3.5, los cuales muestran que en el diseño mejorado se presenta una razón L_d/L_q más alta al igual que una diferencia entre las inductancias mayor. Estos valores producen un empuje de 50.69 N, que junto con una frecuencia de línea que produce un campo magnético viajero a una velocidad de 2 m/s, resultan en una potencia mecánica de salida de 100.3 W.

Es necesario notar que aunque los requisitos de potencia fueron cumplidos, existe una discrepancia entre los valores estimados durante el proceso de diseño y los obtenidos a partir del FEM. Esto puede verificarse al dibujar las curvas de magnetización para el diseño mejorado, como se muestra en las Figs. 3.10 y 3.11. Estas curvas muestran que, aunque el flujo fue incrementado, el motor opera en niveles más altos de saturación que en el diseño inicial, razón por la cual existen diferencias entre los valores estimados y los resultados del FEM. El hecho de que el motor opere en altos niveles de saturación durante su operación continua también se refleja durante la aceleración, ya que esta condición requiere niveles más altos de corriente que producirán mayor saturación. En general, se sabe que las máquinas de reluctancia tienden a presentar altos niveles de saturación, como se muestra en [13, 14].

Una vez los requisitos de potencia han sido cumplidos, se obtuvo el empuje como función del desplazamiento, donde la fuerza es calculada de acuerdo a

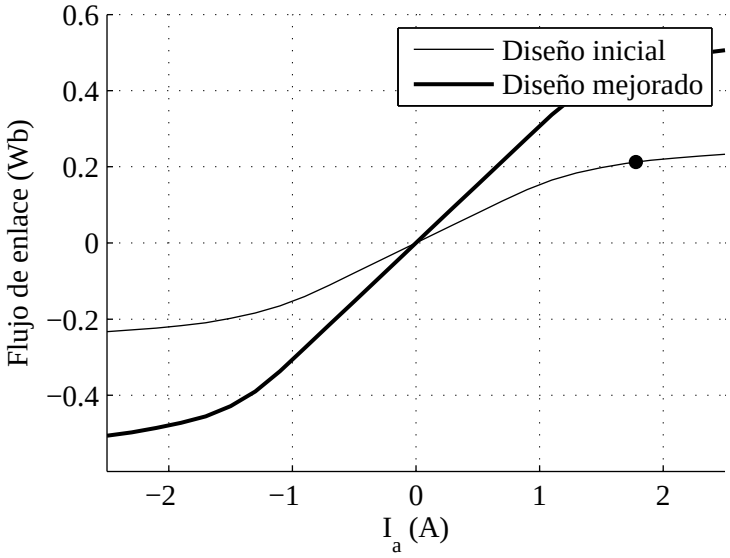


Figura 3.10: Curva de magnetización en el eje directo.

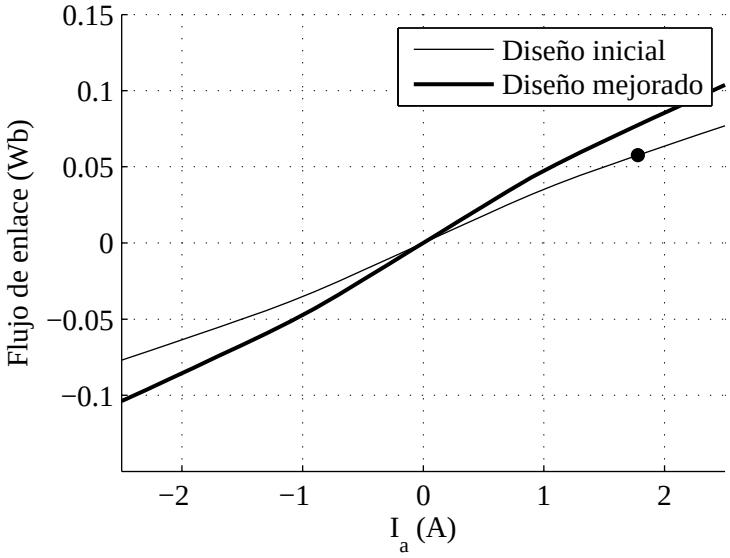


Figura 3.11: Curva de magnetización en el eje en cuadratura.

Tabla 3.4: Parámetros físicos del diseño mejorado

Símbolo	Descripción	Valor
τ	Paso polar	6 cm
g	Distancia del entrehierro	0.5 mm
y/τ	Razón paso de bobina/paso polar	5/6
W	Ancho del motor	7.14 cm
τ_s	Paso de ranura	1 cm
b_s	Ancho de ranura	5 mm
h_s	Alto de ranura	2 cm
h_c	Altura posterior del núcleo	1.5 cm
z	Número de ranuras en el primario	29
W_1	Vueltas por fase	456
L_p	Longitud del primario	29 cm
w_{rr}	Ancho de las laminaciones	3.75 mm

Tabla 3.5: Comparación de valores de L_d y L_q entre el diseño inicial y el mejorado

Método	L_d (H)	L_q (H)	L_d/L_q	$L_d - L_q$ (H)
Diseño inicial	0.120	0.032	3.74	0.088
Diseño mejorado	0.203	0.036	5.64	0.167

la ecuación 3.7 para diferentes posiciones del primario. Estas posiciones varían desde una posición en la que el eje magnético de la fase A está completamente alineado con la posición de mayor reluctancia, hasta la posición de menor reluctancia. Los resultados se muestran en la Fig. 3.12, donde los círculos muestran las posiciones en las que se midió el empuje. De esta curva, se observa que existen valores positivos en su mayoría, pero también valores negativos de empuje, cuyo efecto combinado puede producir rizado en el movimiento, el cual es un efecto conocido en los MLR [15, 16].

La resistencia del primario calculada a partir del FEM fue de 20 Ω, produciendo pérdidas en el cobre de hasta 217 W para una corriente de fase de 2.7 A. Con una potencia mecánica de salida de 103 W, la eficiencia obtenida con

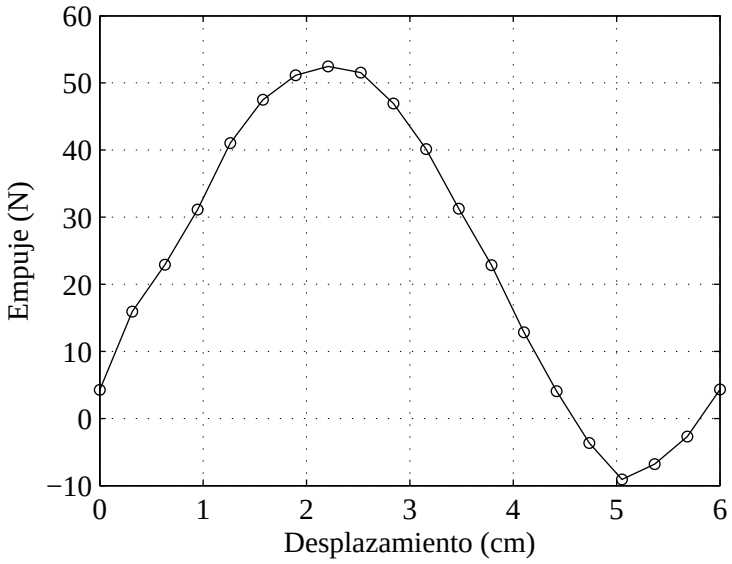


Figura 3.12: Empuje contra desplazamiento horizontal.

el diseño es de 32.3 %. Este resultado es debido a que el área transversal de los cables utilizados en el devanado se calculó a partir del área disponible en cada ranura y el número de vueltas por ranura. El diseño final produjo cables con baja área transversal (con diámetros de alrededor de 0.8 mm) que contribuyen a incrementar la resistencia del primario en una cantidad considerable, incrementando las pérdidas en el cobre y disminuyendo la eficiencia del motor. Al incrementar el diámetro a 1 mm, las pérdidas en el cobre bajan a 121 W (44 % menos), aunque este diámetro no es viable teniendo en cuenta el número de vueltas por ranura.

Como se muestra en [17, 6], el máximo factor de potencia que se puede obtener con un MLR está dado por

$$\cos\phi = \frac{L_d - L_q}{L_d + L_q} \tag{3.10}$$

que para el diseño mejorado indica un valor de 0.7.

En la Tabla 3.6 se muestran las características del diseño mejorado.

3.7. Conclusiones

El método expuesto utilizado para el diseño del MLR estuvo basado en relaciones entre su geometría y las especificaciones con sus medidas de desempeño, como el empuje, la eficiencia y el factor de potencia. Sin embargo, el papel

Tabla 3.6: Características eléctricas y mecánicas del diseño mejorado

Descripción	Valor
Empuje	50.69 N
Aceleración	26 m/s^2
Velocidad	2 m/s
Potencia mecánica	100.3 W
Voltaje de fase	45 V
Corriente de fase	2.7 A
Eficiencia	32.3 %
Factor de potencia	0.7

del diseñador es crucial en esta metodología, ya que es necesario realizar estimaciones y suposiciones que recaen en la experiencia en el trabajo con el tipo de máquina en cuestión, cuya validez es crítica para producir un diseño que cumple los requisitos satisfactoriamente.

Una de las prioridades durante el diseño consistió en obtener un primario pequeño, lo cual causó altos niveles de saturación para una potencia de 100 W y limitó la razón L_d/L_q, requiriendo corrientes de fase altas y conductores de baja sección transversal que a su vez incrementaron las pérdidas en el cobre y disminuyeron la eficiencia del motor.

Al obtener el diseño mejorado, aún cuando se observó que un incremento en el tamaño aumentó la razón L_d/L_q, no existe una guía clara en cuanto a cómo modificar la geometría (tanto del primario como del secundario) de forma que el desempeño del motor mejore. En el trabajo realizado, el FEM fue utilizado como herramienta de validación, que junto con un proceso iterativo que mezcló relaciones analíticas junto con la experiencia, produjo un diseño que cumplió con los requisitos de potencia establecidos, pero con una eficiencia menor al 40 %.

Como alternativa, puede utilizarse una metodología de diseño acoplada con el FEM para guiar la definición de los parámetros del motor [18]. Por otro lado, el diseño obtenido se puede utilizar como un diseño inicial para proceder con un método de optimización que reduzca la dependencia en la experiencia del diseñador y que, junto con el FEM, produza un diseño más confiable y eficiente.

Referencias

[1] P. Lawrenson and S. Gupta, "Developments in the performance and theory of segmental-rotor reluctance motors," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 114, no. 5, pp. 645–653, 1967.

[2] A. Cruickshank, R. Menzies, and A. Anderson, "Axially laminated anisotropic rotors for reluctance motors," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 113, pp. 2058–2060, December 1966.

[3] A. Hamler, M. Trlep, and B. Hribernik, "Optimal secondary segment shapes of linear reluctance motors using stochastic searching," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 5, pp. 3519–3521, 1998.

[4] J. Kostko, "Polyphase reaction synchronous motors," *American Institute of Electrical Engineers, Journal of the*, vol. 42, no. 11, pp. 1162–1168, 1923.

[5] Y. H. Kim, J. H. Lee, and J. K. Lee, "Optimum design of axially laminated anisotropic rotor synchronous reluctance motor for torque density and ripple improvement," in *Computation in Electromagnetics (CEM 2014), 9th IET International Conference on*, pp. 1–2, 2014.

[6] I. Boldea, *Linear Electric Machines, Drives and MAGLEVs Handbook.* Florida: CRC Press, 2013.

[7] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals.* New York: McGraw Hill, 2003.

[8] I. Boldea, Z. Fu, and S. Nasar, "Performance evaluation of axially-laminated anisotropic (ALA) rotor reluctance synchronous motors," in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1992., Conference Record of the 1992 IEEE*, pp. 212–218 vol.1, 1992.

[9] J. F. Gieras and Z. J. Piech, *Linear Synchronous Motors: Transportation and Automation Systems.* Florida: CRC Press, 2000.

[10] I. Boldea and L. Tutelea, *Electric Machines: steady state, transients and design with MATLAB.* Florida: CRC Press, 2010.

[11] N. Bianchi, *Machine Analysis Using Finite Elements.* Boca Raton: Taylor & Francis, 2011.

[12] E. Boje, J. Balda, R. Harley, and R. Beck, "Time-domain identification of synchronous machine parameters from simple standstill tests," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 5, no. 1, pp. 164–175, 1990.

[13] S.-C. Agarlita, I. Boldea, and F. Blaabjerg, "High-frequency-injection-assisted active-flux-based sensorless vector control of reluctance synchronous motors, with experiments from zero speed," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 6, pp. 1931–1939, 2012.

[14] D. Ursu, V. Gradinaru, B. Fahimi, and I. Boldea, "Six-phase BLDC reluctance machines: FEM-based characterization and four-quadrant control," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 3, pp. 2105–2115, 2015.

[15] G. Stumberger, B. Stumberger, and D. Dolinar, "Position and current dependent flux linkages, thrust and friction force of linear synchronous reluctance motor," in *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, vol. 4, pp. 2310–2317 vol.4, 2001.

[16] Y. Ueno, S. Tahara, and K. Ogawa, "Thrust and lateral force of a linear synchronous reluctance motor using by 3-d boundary integral equation method," in *Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on*, pp. 1610–1613, 2007.

[17] M. Mirzaei, S. Abdollahi, and A. Vahedi, "Design optimization of reluctance synchronous linear machines for electromagnetic aircraft launch system," in *Electromagnetic Launch Technology, 2008 14th Symposium on*, pp. 1–6, 2008.

[18] A. Abd-Rabou, H. Hasanien, and S. Sakr, "Design development of permanent magnet excitation transverse flux linear motor with inner mover type," *Electric Power Applications, IET*, vol. 4, no. 7, pp. 559–568, 2010.

Capítulo 4

Formulación del Problema de Optimización

Con el fin de crear un contexto formal y bien definido para el problema de optimización del MLR diseñado, se tomó el enfoque propuesto en [1]. En este se identifican por separado dos métodos que pueden utilizarse para obtener un diseño que satisfaga ciertos criterios: un método convencional, y un método óptimo, como se muestra en la Fig. 4.1.

Es importante notar que ambos métodos son iterativos, pero el método de diseño óptimo es más formal tanto en la definición del problema como en la verificación de restricciones y la modificación del diseño, en la que se utilizan conceptos propios de la teoría de optimización, en contraste con la experiencia y las heurísticas utilizadas en el método convencional. Teniendo en cuenta lo anterior, puede observarse que el diseño inicial se obtuvo con base en un método de diseño convencional: la recolección de datos se realizó por medio de fórmulas, curvas y resultados de trabajos previos, a partir del cual se estimó un diseño inicial que posteriormente fue analizado por medio del FEM. El criterio de desempeño fue el requisito de potencia de 100 W, que al no ser cumplido inicialmente, hizo necesario modificar el diseño de acuerdo a lo observado en los resultados del FEM.

Una vez se obtuvo un diseño que cumpliera los requisitos de potencia, se procedió a aplicar los pasos de diseño óptimo como se muestran en la Fig. 4.1. El primer paso consiste en la formulación del problema de optimización, que se ha descompuesto en diferentes partes que se desarrollan a continuación.

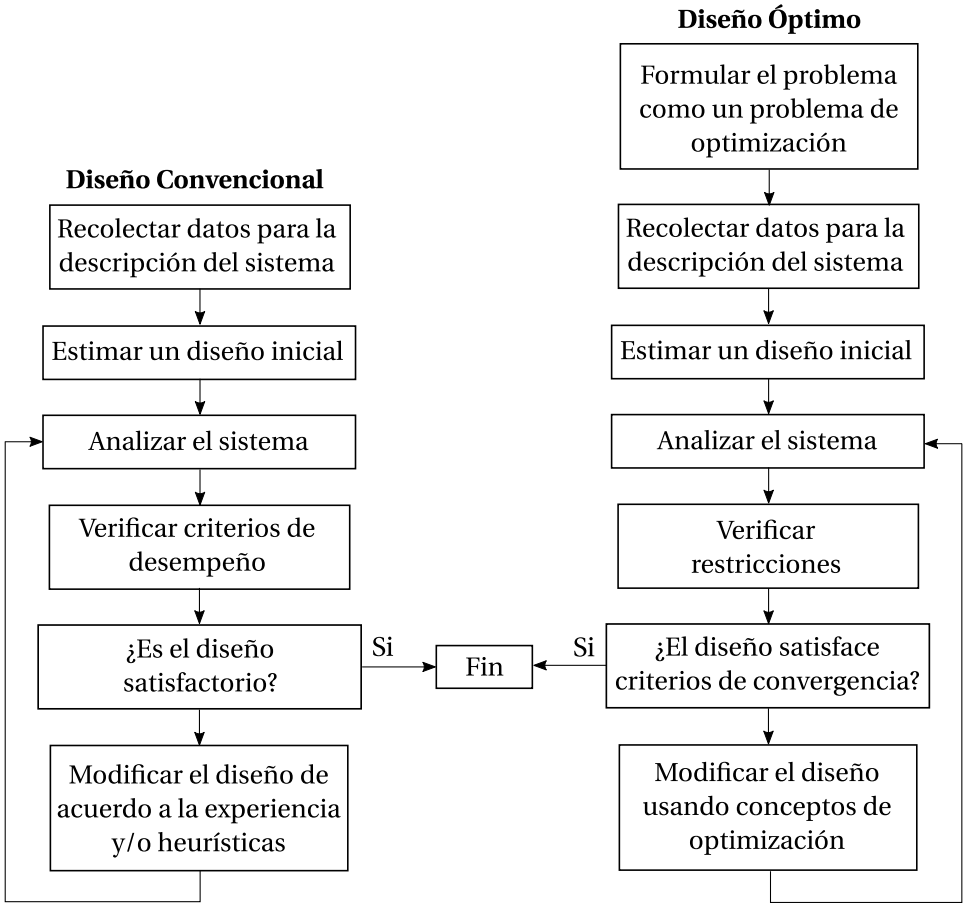


Figura 4.1: Comparación entre el diseño convencional y óptimo. Adaptado de [1].

4.1. Descripción del problema

Se ha propuesto un diseño inicial para un MLR de 100 W, basado en un procedimiento en el cual se utilizaron expresiones analíticas aproximadas y resultados de trabajos relacionados, que fue mejorado a través de la experiencia y el análisis del motor a través del FEM, en lo que constituye un método de diseño convencional. Aunque este diseño inicial cumplió los requisitos de diseño, su eficiencia es demasiado baja.

Con base en este diseño inicial, se debe obtener un MLR que desarrolle una potencia mecánica de 100 W con una eficiencia mayor a la del diseño inicial. Se deberán definir restricciones sobre las dimensiones del motor con el fin de limitar su tamaño y peso.

4.2. Recolección de datos e información

A pesar de que se han propuesto expresiones analíticas para describir las propiedades electromagnéticas del MLR, el diseño convencional mostró que bajo condiciones de fuerte saturación es difícil predecir su validez. Por este caso, se utilizará un estudio estacionario en dos dimensiones utilizando el FEM, el cual es ampliamente utilizado en el estudio de las máquinas eléctricas debido a la fidelidad que brinda [2, 3, 4, 5].

4.3. Selección de las variables de diseño

En esta etapa se seleccionaron las variables que se consideraron relevantes para la descripción del sistema a diseñar. En general, al considerarse n variables de diseño, cualquier posible selección de valores forma un vector de diseño

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

De esta forma, cualquier vector de diseño es un punto en el espacio de diseño D, tal que $\mathbf{x} \in D$ y $D \subset \mathbf{R}^n$.

Para el MLR, se encontró que pueden seleccionarse variables relacionadas con su geometría, así como variables eléctricas, tal como se encontró en trabajos relacionados [6, 7, 8, 9], en los cuales la selección de variables varía desde la geometría del primario, hasta la del secundario, con diferentes formas en ambos elementos. Durante el proceso de diseño se observó que la distancia del entrehierro, el paso polar y el ancho del motor tenían un efecto directo en la razón L_d/L_q. Se decidió dejar fija la distancia del entrehierro debido a que valores menores serían más complicados de fabricar, y valores mayores sólo disminuirían la razón mencionada. De esta forma, se definieron las dos primeras variables de diseño:

- x_1: Paso polar
- x_2: Ancho del motor

Al obtener los resultados de eficiencia, se determinó que una de las razones para los bajos valores obtenidos fue la baja sección transversal de los conductores, que aumentaba su resistencia y por lo tanto las pérdidas en el cobre. Por lo tanto, se decidió que el área de las ranuras en el primario, la cual determina el área transversal de los conductores, debía ser incluida dentro de las variables del diseño. Debido a que existen varios parámetros en la geometría del primario que definen esta área, se definió la **razón ancho de ranura - paso de ranura**.

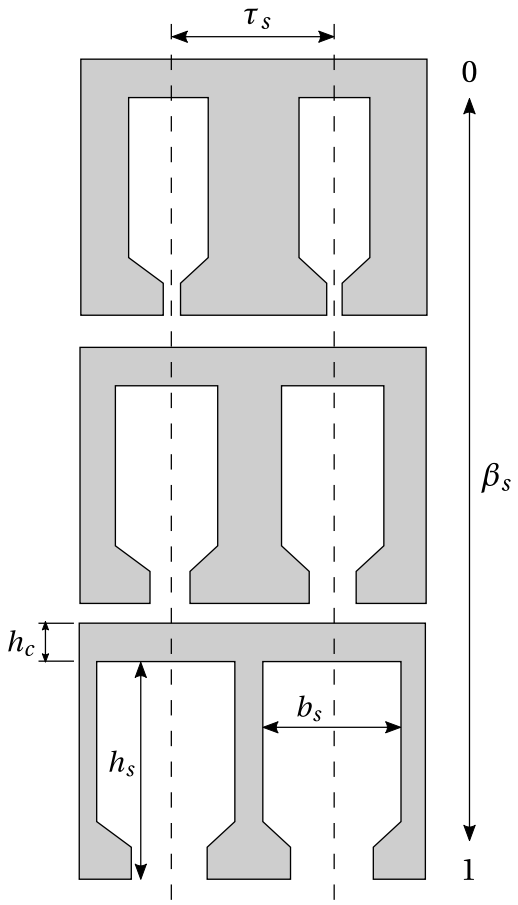


Figura 4.2: Relación entre β_s y la geometría del primario.

El ancho de ranura define la distancia horizontal de cada ranura en la que se posiciona el devanado en el primario, mientras que el paso de ranura es la distancia entre cada ranura del primario, que depende del paso polar. De esta forma, si la razón ancho de ranura - paso de ranura se define como

$$\beta_s = \frac{b_s}{\tau_s}$$

entonces si $\beta_s \to 0$ el ancho de la ranura tenderá a 0, y si $\beta_s \to 1$, el ancho de la ranura tenderá a τ_s, el cual es el máximo valor posible, como se muestra en la Fig. 4.2.

Con respecto a esta variable, hay que tener en cuenta que valores demasiado bajos de β_s producen conductores de menor diámetro, o incluso conductores con secciones de área transversal que no existen comercialmente. Por otro lado, valores demasiado altos de β_s producen secciones más delgadas de material ferromagnético que son fácilmente susceptibles a la saturación.

Teniendo en cuenta lo anterior, se define la siguiente variable de diseño:

- x_3: Razón ancho de ranura - paso de ranura

Además del ancho de las ranuras, dos variables que tienen un efecto directo en la geometría son la altura posterior del núcleo h_c y el alto de ranura h_s (véase la Fig. 4.2). Mientras que el alto de ranura influye de forma similar que el ancho en el área transversal resultante de los conductores, h_c determina la cantidad de material ferromagnético utilizada en el circuito magnético del primario, lo cual puede mejorar el desempeño del motor frente a la saturación. Por lo tanto, se definieron las variables:

- x_4: Alto de ranura
- x_5: Altura posterior del núcleo

La variación del paso polar afecta directamente la geometría del secundario laminado, aunque es posible modificar la forma de las láminas, como se sugiere en [10]. Con el fin de no incrementar la dimensión del problema en una primera aproximación al mismo, se decidió trabajar con el mismo número de laminaciones (4) y ancho de las laminaciones (3.75 mm), mientras que el resto de las dimensiones de las láminas se varió de manera proporcional al paso polar.

Debido a que la definición de las anteriores variables afecta las inductancias de los ejes directo y en cuadratura, la ecuación fundamental del MLR sugiere que para valores constantes de corriente, el empuje desarrollado variará:

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) I_d I_q$$

Si se obtiene una diferencia entre L_d y L_q alta con los mismos valores de corriente, el empuje desarrollado será mayor, y consecuentemente la eficiencia del motor. Sin embargo, es posible que existan valores de las variables de diseño que producen un motor eficiente, pero que no cumple las especificaciones mínimas de potencia. Por esto, se decidió añadir la corriente de fase del motor como una variable de diseño adicional:

- x_6: Corriente de fase

Como se evidenció en el capítulo anterior, el flujo de enlace en el MLR es directamente proporcional al número de vueltas. Además, como se muestra en el apéndice B, el empuje desarrollado es directamente proporcional al cuadrado del flujo de enlace, por lo que para valores fijos de corriente, un mayor flujo de enlace se traduciría en mayor empuje con menores pérdidas en el cobre y por

lo tanto, una mayor eficiencia. Sin embargo, un mayor número de vueltas se traduce en más material resistivo que eventualmente podría reducir la eficiencia al aumentar las pérdidas en el cobre. Este doble efecto sugirió la adición de la última variable de diseño:

- x_7: Número de vueltas por bobina

4.4. Criterio de optimización

Aunque es posible plantear un problema de optimización de múltiples objetivos orientado a encontrar un diseño óptimo con más de un criterio, como el peso, el torque y la eficiencia [11]; la eficiencia y la masa [12]; o el empuje, la masa y el rizado en el empuje [13], de acuerdo a lo especificado en la descripción del problema, se quiere incrementar únicamente la eficiencia del motor. La ecuación 4.3 sugiere aumentar la diferencia entre las inductancias L_d y L_q, lo cual produciría un motor más eficiente para los mismos valores de corriente, y aún más si la corriente de fase pudiera reducirse. Sin embargo, en lugar de esta diferencia, históricamente se ha preferido la razón L_d/L_q debido a consiste en un indicador más apropiado con respecto al desempeño de un MLR, en términos del factor de potencia, el rango de velocidad alcanzado con valores de potencia constantes y la respuesta dinámica del motor [14], la cual es una idea que se aplica hasta años recientes [15].

Por otro lado, otros trabajos sugieren definir un criterio de optimización en el cual se tiene una única función objetivo pero que reúne de forma directa diferentes características de interés, asignando potencias de acuerdo a la prioridad que se le desea dar a determinada cantidad [16, 17].

Con el fin de incluir los aspectos de interés en el criterio de optimización, se decidió definir un criterio de optimización que tuviera en cuenta de forma directa el empuje desarrollado y las pérdidas en el cobre, asignando una mayor prioridad al empuje. De esta forma, la función objetivo a maximizar se definió como

$$f(\mathbf{x}) = \frac{F_x^2}{P_j}$$

donde F_x es el empuje desarrollado en newton y P_j son las pérdidas en el cobre, en vatios.

4.5. Formulación de restricciones

Las restricciones del problema permiten establecer valores mínimos y máximos para las variables o las funciones del sistema, con el fin de restringir el

conjunto de posibles soluciones a un grupo de soluciones viables desde un punto de vista técnico. Esto indica que los valores relacionados con la geometría y los materiales del conunto de soluciones evaluadas cumplirán garantizarán que no se tienen soluciones inviables como conductores extrmadamente delgados, corrientes muy elevadas o uso de grandes cantidades de material en el núcleo. A partir de estas restricciones, se calcularon límites inferiores y superiores para cada una de las variables de diseño, como se muestra en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Restricciones del problema de optimización.

Variable	Restricción
Paso polar	$5\text{ cm} \leq x_1 \leq 12\text{ cm}$
Ancho del motor	$5\text{ cm} \leq x_2 \leq 14\text{ cm}$
Razón ancho de ranura - paso de ranura	$0.4 \leq x_3 \leq 0.7$
Alto de ranura	$2\text{ cm} \leq x_4 \leq 4\text{ cm}$
Altura posterior del núcleo	$5\text{ mm} \leq x_5 \leq 20\text{ mm}$
Corriente de fase	$1\text{ A} \leq x_6 \leq 5\text{ A}$
Vueltas por fase	$25 \leq x_7 \leq 100$

4.6. Formulación del problema

De acuerdo a lo estipulado en la descripción del problema y la sección acerca de la recolección de datos e información, se busca encontrar valores para las variables de diseño:

- x_1: Paso polar
- x_2: Ancho del motor
- x_3: Razón ancho de ranura - paso de ranura
- x_4: Alto de ranura
- x_5: Altura posterior del núcleo
- x_6: Corriente de fase
- x_7: Número de vueltas por bobina

con el fin de maximizar la función objetivo

$$f(\mathbf{x}) = \frac{F_x^2}{P_j}$$

sujeto a las restricciones listadas en la Tabla 4.1.

4.7. Conclusiones

La formulación del problema como fue expuesta anteriormente buscó establecer un contexto claro y definido para la definición del problema de optimización de forma que pudiera ser visto como un caso genérico al que pueden aplicarse diferentes métodos de optimización. Es necesario, sin embargo, hacer una nota final relacionada con la recolección de datos e información del problema en específico. Cualquier posible evaluación de un vector de diseño arbitrario $\mathbf{x}_k$ requiere de la aplicación del FEM para la obtención del valor de la función objetivo en el punto, $f(\mathbf{x}_k)$. Esto quiere decir que no se cuenta con una expresión analítica para la función objetivo en términos de las variables de diseño, por lo que cualquier método de optimización que la requiera queda, en primera instancia, descartado.

Podría pensarse, por lo tanto, que aquellos métodos que no hacen uso de una función explicita de las variables de diseño, pueden ser aplicables directamente para la solución de este problema. Sin embargo, desde el punto de vista práctico, esta no puede ser una alternativa viable. Suponiendo inicialmente que se tiene un espacio de diseño de una dimensión, y quieren tomarse k muestras de la función objetivo a lo largo de esta única dimensión, entonces es necesario hacer k evaluaciones de la función objetivo. Por lo tanto, por cada dimensión que se añada al problema, el número de evaluaciones se multiplica por k, si se quiere cubrir el espacio de diseño de la misma forma uniforme. Esto quiere decir que para un número n de variables, el número de evaluaciones requerido es k^n. Para la situación del MLR tratada en específico, $n = 7$, que con tan solo $k = 3$ requiere de 2187 evaluaciones de la función objetivo. Este problema, llamado por Bellman como *la maldición de la dimensionalidad* [18], limita la aplicabilidad directa de métodos computacionalmente costosos que evalúan la función objetivo a través de herramientas como el FEM, donde una sola evaluación puede tomar desde minutos a varias horas.

Estas consideraciones hicieron necesaria la aplicación de una herramienta que surge como alternativa en tales casos: el **metamodelado**. Su descripción, aplicación y resultados se muestran en el siguiente capítulo.

Referencias

[1] J. S. Arorak, *Introduction to Optimum Design.* Elsevier, 3 ed., 2012.

[2] N. Bianchi, *Machine Analysis Using Finite Elements.* Boca Raton: Taylor & Francis, 2011.

[3] D. Ursu, V. Gradinaru, B. Fahimi, and I. Boldea, "Six-phase BLDC reluctance machines: FEM-based characterization and four-quadrant control," *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 3, pp. 2105–2115, 2015.

[4] J. Güdelhöfer, R. Gottkehaskamp, and A. Hartmann, "Numerical calculation of the dynamic behavior of asynchronous motors with COMSOL multiphysics," in *2012 COMSOL Conference in Milan, Proceedings of the*, 2012.

[5] S. Agarlita, D. Ursu, L. Tutelea, I. Boldea, and B. Fahimi, "BLDC multiphase reluctance machines: A revival attempt with 2D FEM investigation and standstill tests," in *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 1850–1857, 2013.

[6] X. Li and E. A. Mendrela, "Optimization of construction of linear switched reluctance motor with transverse magnetic flux," in *Region 5 Conference, 2008 IEEE*, pp. 1–5, 2008.

[7] N. Chayopitak and D. G. Taylor, "Design of linear variable reluctance motor using computer-aided design assistant," in *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005.*, pp. 1569–1575, 2005.

[8] M. H. Mohammadi, T. Rahman, R. Silva, M. Li, and D. A. Lowther, "A computationally efficient algorithm for rotor design optimization of synchronous reluctance machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, 2016.

[9] S. Orlova, A. Vezzini, and V. Pugachov, "Analysis of parameters for optimal design of synchronous reluctance motor," in *Power and Electrical Engineering of Riga Technical University (RTUCON), 2015 56th International Scientific Conference on*, pp. 1–4, 2015.

[10] A. Hamler, M. Trlep, and B. Hribernik, "Optimal secondary segment shapes of linear reluctance motors using stochastic searching," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 5, pp. 3519–3521, 1998.

[11] Y. Duan and D. M. Ionel, "A review of recent developments in electrical machine design optimization methods with a permanent magnet synchronous motor benchmark study," in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 3694–3701, 2011.

[12] F. Dubas, A. Sari, D. Hissel, and C. Espanet, "A comparison between cg and pso algorithms for the design of a pm motor for fuel cell ancillaries," in *2008 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pp. 1–7, 2008.

[13] S. Vaez-Zadeh and A. Isfahani, "Multiobjective design optimization of air-core linear permanent-magnet synchronous motors for improved thrust and low magnet consumption," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, pp. 446–452, March 2006.

[14] D. A. Staton, T. J. E. Miller, and S. E. Wood, "Maximising the saliency ratio of the synchronous reluctance motor," *IEE Proceedings B - Electric Power Applications*, vol. 140, no. 4, pp. 249–259, 1993.

[15] I. Boldea, *Linear Electric Machines, Drives and MAGLEVs Handbook*. Florida: CRC Press, 2013.

[16] D. Hu, W. Xu, and R. Qu, "Electromagnetic design optimization of single-sided linear induction motor for improved drive performance based on linear metro application," in *Power Engineering Conference (AUPEC), 2014 Australasian Universities*, pp. 1–6, Sept 2014.

[17] A. Shiri and A. Shoulaie, "Design optimization and analysis of single-sided linear induction motor, considering all phenomena," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, no. 2, pp. 516–525, 2012.

[18] R. Bellman, *Dynamic programming*. Princeton Univ Pr, 1957.

Capítulo 5

Construcción de un Metamodelo

Un metamodelo se define como un **modelo del modelo**, o un modelo sustituto (también conocido en inglés como *surrogate model*), orientado a reemplazar simulaciones por modelos que busquen capturar la naturaleza de estas mismas, y que sean computacionalmente fáciles de evaluar. Los metamodelos se utilizan en la ingeniería como herramientas para el estudio de sistemas en los que la ejecución de experimentos es limitada o muy costosa, lo cual es especialmente valioso en problemas de optimización [1], aunque sus aplicaciones son variadas, como en el análisis de sistemas, diseño en ingeniería, análisis de sensibilidad y modelado de sistemas con incertidumbre [2]. Algunos de los metamodelos comúnmente usados en problemas de optimización son los polinomios, las redes neuronales, los modelos Kriging y las máquinas de soporte vectorial [3].

La construcción de un metamodelo se realiza a partir de varias etapas relacionadas con diferentes áreas. En el apéndice B se encuentra una descripcion detallada de estas etapas así como de la terminología utilizada durante el proceso.

5.1. Metodología

El objetivo general en esta etapa del proyecto fue construir un metamodelo $\hat{f}(\mathbf{x})$ que capturara la relación entre las variables de diseño $\mathbf{x}$ y la función objetivo definida en el capítulo anterior:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{F_x^2}{P_j}$$

De esta forma, una vez se ha construido un metamodelo confiable, este puede reemplazar las simulaciones obtenidas por medio del FEM en la etapa

de optimización, reduciendo el costo computacional del algoritmo que realiza el proceso. Los recursos destinados para la construcción del metamodelo se fijaron en 2000 simulaciones en total, que en el computador en el que se realizaron tomaron 48 horas ininterrumpidas.

Para la construcción del metamodelo se utilizaron tres herramientas de software:

1. COMSOL Multiphysics 4.3: Por medio del método de elementos finitos, fue utilizado en la construcción del metamodelo para obtener los resultados de los experimentos especificados durante el diseño inicial y los diseños secuenciales, que requieren encontrar el valor de la función objetivo para diferentes valores de las variables de diseño.

2. Toolbox SUMO (*SUrrogate MOdeling*): es un toolbox desarrollado para MATLAB que, citando la información en su página web [4], resuelve el problema de "generar automáticamente un metamodelo altamente preciso para un código de simulación computacionalmente costoso, requiriendo tan pocos datos y interacción con el usuario como sea posible". Este toolbox contiene todas las herramientas para obtener el diseño inicial, entrenar el metamodelo, evaluar el error con diferentes métricas, y producir los diseños secuenciales [5].

3. MATLAB: Usado como interfaz entre COMSOL y SUMO.

Los métodos específicos seleccionados para las etapas de construcción del metamodelo descritas anteriormente se especifican a continuación.

5.1.1. Experimentos preliminares y filtrado de variables

El primer paso para el desarrollo del metamodelo consiste en identificar las variables que tienen una mayor influencia en el valor de la función objetivo. Con este fin, inicialmente se realizaron simulaciones ajustando las variables de diseño dentro de los intervalos definidos por las restricciones del problema.

Debido a que el número de variables es relativamente bajo ($n < 10$) y que las variables se escogieron con base en el conocimiento del sistema, se decidió realizar el filtrado de variables por medio del coeficiente de correlación R^2. Para esta etapa se destinaron 1000 simulaciones, y con estos datos posteriormente se encontró el coeficiente R^2 entre cada una de las variables de diseño y la función objetivo. Los resultados se ilustran en la Fig. 5.1.

En promedio, los coeficientes de correlación están alrededor del 15 %, sin embargo es notoria la baja correlación entre la variable x_5 (la altura posterior del núcleo) y la función objetivo. Por esta razón, se decidió mantenerla fija,

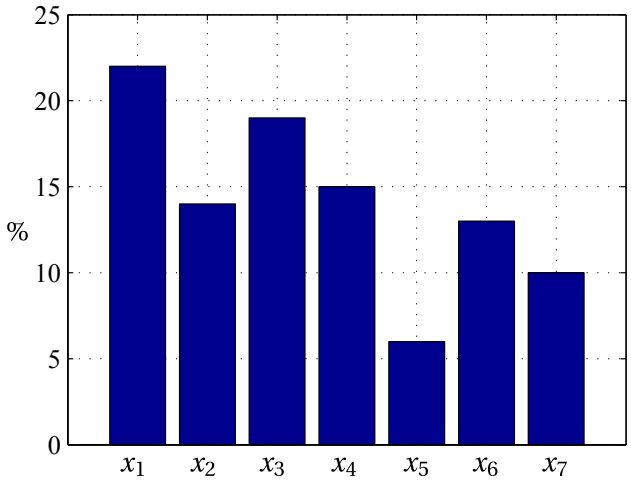


Figura 5.1: Coeficientes de correlación.

asignándole el valor obtenido durante el proceso de diseño inicial y eliminar este parámetro como variable de diseño, reduciendo la dimensionalidad a $n = 6$. Así, se redefinieron las variables de diseño como sigue:

- x_1: Paso polar
- x_2: Ancho del motor
- x_3: Razón ancho de ranura - paso de ranura
- x_4: Alto de ranura
- x_5: Corriente de fase
- x_6: Número de vueltas por bobina

5.1.2. Diseño inicial

Teniendo en cuenta que el diseño factorial completo, aunque simple, es poco eficiente computacionalmente, se decidió utilizar un diseño de hipercubo latino, debido a que es un proceso que SUMO realiza de manera automática y es aplicable de acuerdo al número de dimensiones del problema.

5.1.3. Métrica de error y estructura del metamodelo

Existen diversas métricas de error, tanto absolutas como relativas, que pueden ser de utilidad para la evaluación del metamodelo y que pueden producir

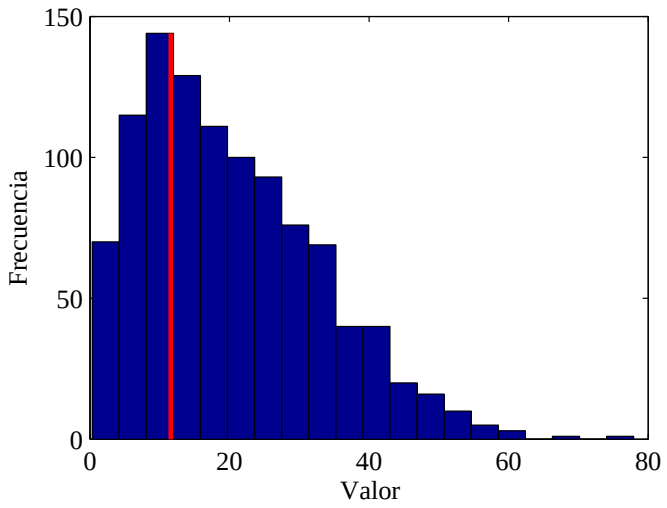


Figura 5.2: Histograma de los valores de la función objetivo.

resultados, como el error euclidiano promedio, el error geométrico promedio y el error cuadrático relativo, entre otros, que pueden producir resultados satisfactorios, o poco eficientes si no se seleccionan adecuadamente [6]. En esta etapa se realizó un análisis de los valores de la función objetivo en el conjunto de entrenamiento. Un histograma para los valores de la función objetivo obtenido a partir de varios valores para las variables de diseño se muestra en la Fig. 5.2. En esta el valor de la función objetivo para el diseño del MLR inicial se resalta con una línea roja. De este histograma se observa que existe una predominancia alrededor del valor objetivo del diseño inicial del MLR, y los valores decaen a ambos lados, sin saltos pronunciados a ambos lados de este valor, hasta un rango de 80, por lo que, siguiendo las sugerencias expuestas en [6], se prefirió utilizar una métrica de error absoluta. De estas métricas se seleccionó el error euclidiano promedio (AEE, de las siglas en inglés de *Average Euclidian Error*), debido a que, aunque puede ser una medida "pesimista" (errores grandes son penalizados en exceso, y errores pequeños son casi ignorados), es menos pesimista que otras métricas como el RMSE. Además, es una medida verdadera de la distancia aritmética entre el valor real y el valor estimado, lo cual presenta una ventaja a la hora de entender los valores obtenidos para esta métrica a partir de determinado metamodelo [7].

Con respecto a la estructura del metamodelo, se decidió experimentar con cuatro posibles opciones: un modelo racional (superficie polinomial), una función de base radial (RBF), una máquina de soporte vectorial (SVM) y una red neuronal artificial (ANN). Los métodos de optimización utilizados para el entrenamiento fueron el ascenso de colinas (también conocido como *hill clim-*

bing), el algoritmo genético y la optimización por enjambre de partículas. Estos modelos y métodos se seleccionaron debido a que se contaba con experiencia previa en el uso de los mismos.

5.1.4. Diseño secuencial

Debido a que SUMO contiene la funcionalidad necesaria para implementar diseños secuenciales que combinan explotación y exploración, se decidió trabajar con el algoritmo LOLA-Voronoi para este fin, teniendo en cuenta de igual forma que es el único algoritmo de diseño secuencial implementado en SUMO con soporte para variables con restricciones (el cual es el caso para el sistema tratado).

5.2. Resultados

Después de entrenar cada uno de los metamodelos utilizando diferentes métodos, se seleccionaron aquellos que presentaron el menor AEE. El mejor metamodelo de tipo RBF se obtuvo por medio del ascenso de colinas, el racional por medio del algoritmo genético, el tipo SVM por medio de optimización por enjambre de partículas y la ANN por medio del algoritmo genético. Es evidente que el mejor metamodelo obtenido corresponde a la red neuronal, que alcanzó valores del AEE de alrededor de un orden de magnitud menos que los demás metamodelos, a pesar de que fue el que más tiempo tomó durante el entrenamiento para llegar al valor final del AEE (30 horas, en comparación con los demás modelos, que tomaron dos o hasta tres veces menos, en el computador en el que se realizó el entrenamiento).

Tal como se describió anteriormente, el proceso de construcción del metamodelo es iterativo, realizándose el entrenamiento del mismo con un número de muestras predeterminado hasta que se cumplen los criterios de entrenamiento, a lo que sigue el diseño secuencial y se repite hasta que se agotan los recursos. Durante cada iteración en la que se obtenía un mejor AEE, se obtuvo el valor correspondiente para cada modelo por medio de validación cruzada, como se muestra en la Fig. 5.4. Es claro como desde el inicio de la construcción del metamodelo, la ANN inició con un valor bajo del AEE en comparación con los demás, llegando a valores aún más bajos al final del proceso.

La red neuronal obtenida como el mejor metamodelo posee dos capas ocultas, cada una con 13 y 14 neuronas, respectivamente, y debido a que puede operar con matrices donde cada columna es un vector de diseño, su implementación produce resultados que efectivamente reducen el costo computacional del modelo original: mientras con el método FEM se evaluaron 1000 experi-

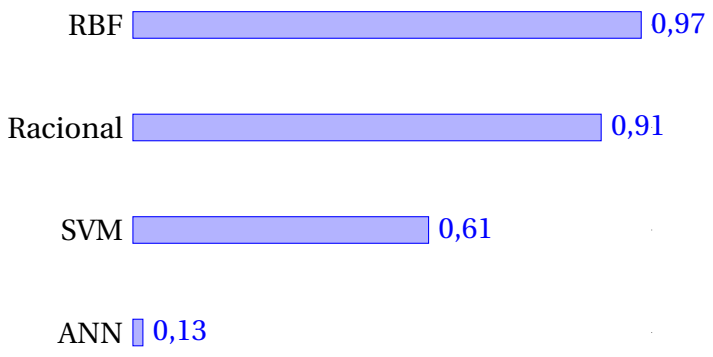


Figura 5.3: Mejores valores del AEE obtenidos.

mentos en 24 horas, la red neuronal permitió evaluar el mismo número en 6 milisegundos.

5.3. Conclusiones

Los resultados mostrados a lo largo del capítulo indican que los esfuerzos invertidos en la construcción de un metamodelo fueron útiles debido a que se logró reducir la dimensionalidad del problema y se obtuvo una red neuronal como metamodelo para la función objetivo del problema de optimización definida en el capítulo anterior.

En [8] se encuentra una medida de la complejidad computacional del FEM, que en el peor de los casos puede ser exponencial. En este sentido, se concluye que el uso del metamodelo es un método que permite reducir los efectos de la maldición de la dimensionalidad sobre problemas de optimización con varias variables de diseño, con respecto a la aplicación directa del FEM, debido a que su operación se basa en operaciones con matrices que son ejecutadas de manera eficiente por el software utilizado.

Referencias

[1] Y. Jin, "Surrogate-assisted evolutionary computation: Recent advances and future challenges," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 2, pp. 61 – 70, 2011.

[2] A. Forrester, A. Sobester, and A. Keane, *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide*. Wiley, 1 ed., 2008.

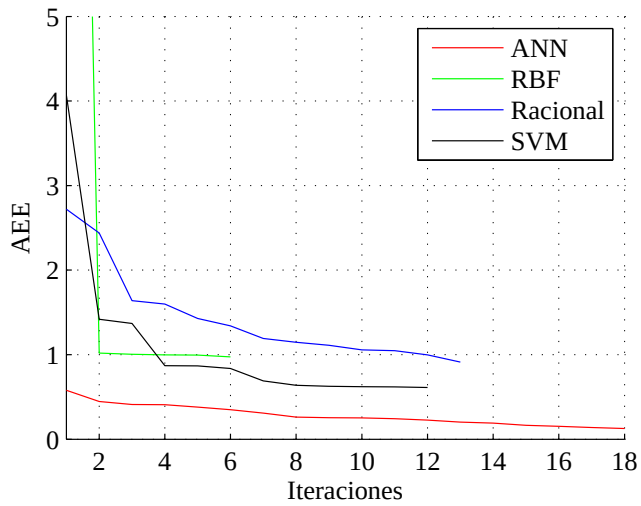


Figura 5.4: Error de validación cruzada del mejor metamodelo.

[3] S. Koziel and L. Leifsson, *Surrogate-Based Modeling and Optimization*. Springer, 1 ed., 2013.

[4] "About - SUMOwiki." `http://sumowiki.intec.ugent.be/About`. Accedido: 5-28-2016.

[5] D. Gorissen, K. Crombecq, I. Couckuyt, T. Dhaene, and P. Demeester, "A surrogate modeling and adaptive sampling toolbox for computer based design," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 11, no. 1, pp. 2051–2010, 2010.

[6] D. Gorissen, I. Couckuyt, E. Laermans, and T. Dhaene, "Multiobjective global surrogate modeling, dealing with the 5-percent problem," *Engineering with Computers*, vol. 26, no. 1, pp. 81–98, 2010.

[7] X. R. Li and Z. Zhao, "Evaluation of estimation algorithms part I: Incomprehensive measures of performance," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 42, no. 4, pp. 1340–1358, 2006.

[8] I. Farmaga, P. Shmigelskyi, P. Spiewak, and L. Ciupinski, "Evaluation of computational complexity of finite element analysis," in *CAD Systems in Microelectronics (CADSM), 2011 11th International Conference The Experience of Designing and Application of*, pp. 213–214, 2011.

Capítulo 6

Optimización aplicada al diseño del motor

Con el procedimiento de optimización se pretende identificar cuáles son los valores que debe tomar cada una de las variables de diseño incluidas en el modelo, para obtener un motor con la mayor eficiencia posible con respecto al diseño inicial presentado en el capítulo 3. Para este fin, se utilizó el metamodelo desarrollado en el capítulo anterior, y se implementaron diferentes algorítmos de optimización para establecer cuales de estos brindan un mejor resultado.

A partir de la revisión del estado del arte se encontró que para la optimización de máquinas eléctricas, los métodos determinísticos como la programación lineal y no lineal, basados en la existencia de una función analítica, predominaban en trabajos antiguos, donde se usaban modelos simplificados de circuitos equivalentes o expresiones analíticas [1, 2, 3]. Trabajos más recientes incorporan geometrías más complicadas donde resulta difícil encontrar expresiones analíticas, por lo que se ha propuesto la aplicación directa de métodos de búsqueda estocásticos como el algoritmo genético, la optimización por enjambre de partículas, evolución diferencial y enfriamiento simulado, entre otros, aplicados en conjunto con el FEM directamente, o a través de un metamodelo [4, 5, 6, 7, 8]. Nuevamente, esto es una muestra de los resultados de los NFLT mencionados en el capítulo anterior, dado que los trabajos realizados muestran que las técnicas que pueden utilizarse varían y producen resultados satisfactorios.

En [8], la revisión de los trabajos de optimización realizados sobre máquinas eléctricas resulta en una tendencia al uso de la evolución diferencial, debido a resultados obtenidos con problemas de prueba en los que se obtiene un extremo global. Posteriormente, se realiza una comparación entre la aplicación de la evolución diferencial en conjunto con el FEM, y la optimización utilizando un metamodelo. Los resultados indican que la evolución diferencial funciona

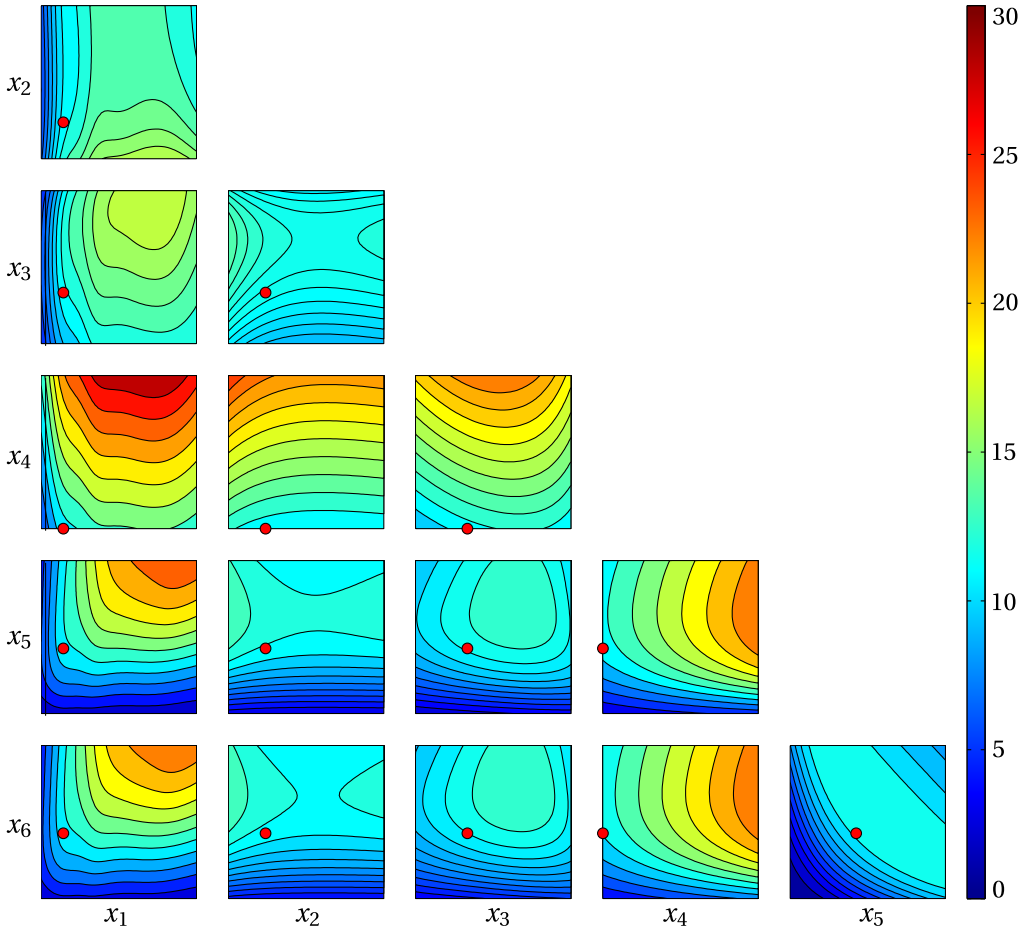


Figura 6.1: Visualización de la función objetivo a través del metamodelo obtenido, por medio de la gráfica de contorno alrededor del punto de diseño inicial.

mucho mejor cuando el número de evaluaciones de la función objetivo está por encima de 1000. En el presente caso, es posible realizar una combinación de los dos, utilizando un metamodelo preciso como el obtenido, junto con un algoritmo evolutivo para la búsqueda de un óptimo global.

Como una guía adicional para la evaluación de métodos que puedan ser aplicables al problema, se puede realizar un análisis cualitativo de la función objetivo, utilizando la red neuronal que se obtuvo como metamodelo para la misma. Si se define $\mathbf{x}_0$ como el diseño inicial del MLR, entonces puede obtenerse una serie de gráficas de contorno de la función objetivo, fijando 4 variables con los valores de $\mathbf{x}_0$ y dejando las dos variables restantes libres entre los rangos definidos para cada una. En total, con 6 variables de diseño, se obtienen 15 combinaciones posibles, como se muestra en la Fig. 6.1, en donde se ha

resaltado el punto de diseño inicial con un punto rojo.

La observación de estas gráficas de contorno permite observar varias características de la función objetivo alrededor del punto de diseño inicial. En primera instancia, no se observa un comportamiento multimodal, sino regiones de valores máximos definidas y puntos de silla. En algunas de las gráficas de contorno puede observarse un comportamiento casi convexo, aunque esta generalización puede no ser aplicable sobre todo el espacio de diseño. Es claro, sin embargo, que la función es suave en la región analizada, debido a que no se presentan discontinuidades en ninguna de las gráficas de contorno.

Con respecto al problema de optimización, se concluyó entonces que, debido al uso de un metamodelo, la función objetivo puede ser evaluada rápidamente; el panorama de la función objetivo alrededor del punto inicial no muestra la existencia de varios máximos y mínimos locales; la función objetivo es suave, y las restricciones en las variables de decisión son lineales, como se definieron en el capítulo 3.

Los resultados obtenidos de la revisión literaria y las anteriores propiedades del problema motivaron a la aplicación de tres métodos de optimización:

- La **programación cuadrática secuencial** (PCS), un método determinístico que se seleccionó debido al comportamiento suave observado en la función objetivo.

- El **algoritmo genético** (AG), un método de búsqueda estocástico basado en la dinámica de las poblaciones, seleccionado por su popularidad en el área de la optimización [9].

- El algoritmo de **forrajeo de bacterias** (AFB), que combina conceptos de dinámicas poblacionales junto con enjambres de partículas, seleccionado debido a que su aplicación en la optimización de máquinas eléctricas no ha sido ampliamente explorada [8].

6.1. Evaluación de métodos de optimización

A continuación se realiza una breve descripción de los métodos de optimización considerados en el presente trabajo.

6.1.1. Programación cuadrática secuencial

La PCS puede ser aplicada en problemas con restricciones lineales o no lineales, cuya función objetivo es no lineal [10]. Las características de la función

objetivo mencionadas en la sección anterior indican que el problema tratado puede ser solucionado por medio de este último método, el cual ha sido utilizado en trabajos relacionados con la optimización de máquinas eléctricas [11, 12, 13]. El problema de programación no lineal al que puede ser aplicada PCS secuencial puede expresarse como

$$\begin{aligned} &\min f(\mathbf{x}) \\ &\text{sujeto a } c_i(\mathbf{x}) = 0, \\ &\qquad\quad c_d(\mathbf{x}) \geq 0 \end{aligned}$$

donde $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es una función suave, y $c_i(\mathbf{x})$ y $c_d(\mathbf{x})$ corresponden a las restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente, las cuales son propiedades que se encuentran en el problema de optimización tratado.

La PCS formula y resuelve un sub-programa de programación cuadrática a partir de un punto inicial, que es utilizado para generar el valor en una siguiente iteración. En combinación con métodos más avanzados como regiones de confianza (conocidos como *trust-region methods* en la literatura), puede obtenerse la convergencia para problemas no convexos [10].

6.1.2. El algoritmo genético

El AG es un método de optimización basado en la teoría de la evolución. A partir de una codificación de las variables de decisión del problema, el AG aplica tres operadores a un conjunto de valores de las variables de decisión (la "población") de manera iterativa: **selección**, **cruce** y **mutación** [14]. Una de las principales ventajas del AG es que su operación no depende de la forma en que la función objetivo es evaluada, de expresiones analíticas o de la existencia de derivadas, ya que únicamente trabaja con los valores de la función objetivo.

El AG ha sido utilizado satisfactoriamente en optimización en la optimización de máquinas eléctricas a partir del FEM [15, 16, 17], o por medio de un metamodelo [18].

El AG opera inicialmente definiendo una población, donde cada individuo es evaluado a través de la función objetivo[1], donde el valor obtenido representa una figura de mérito, o una medición del desempeño de cada individuo, que define la "aptitud". Dependiendo de la definición del problema de optimización, los individuos más aptos pueden ser aquellos para los cuales la función objetivo produce valores más altos, en problemas de maximización, o valores más bajos en problemas de minimización.

[1] Aunque puede trabajarse directamente con los valores de la función objetivo, es posible explorar transformaciones de la misma para evitar problemas de convergencia prematura (véase la sección *Fitness Scaling* del capítulo 3 en [14]).

Una vez cada individuo ha sido evaluado, se pasa a la aplicación de los operadores genéticos:

- **Selección:** los mejores individuos se seleccionan para la siguiente etapa, y el resto es eliminado.
- **Cruce:** se seleccionan pares de individuos que son combinados. Esta operación puede realizarse de diferentes maneras, dependiendo de la codificación que se utilice, sea binaria o real [19].
- **Mutación:** de acuerdo a cierta probabilidad, alguno de los parámetros de los individuos producto del cruce cambia de forma aleatoria, dentro de los valores establecidos para el problema.

La aplicación sucesiva de los tres operadores descritos constituye una "generación" de individuos. El proceso es repetido sucesivamente hasta que se cumple algún criterio, como un valor especificado de la función objetivo, un número de generaciones, entre otros.

6.1.3. Optimización basada en forrajeo de bacterias

A partir de la observación del comportamiento de la bacteria *Escherichia Coli*, el AFB abstrae una serie de operaciones que pueden ser implementadas computacionalmente [20]. Este algoritmo es de interés debido a que aunque ha sido utilizado ampliamente en el control e identificación de sistemas [21, 22], su uso en la optimización de máquinas eléctricas, específicamente de motores lineales, no ha sido explorado de la misma forma [8, 23]. Por otro lado, es una metaheurística similar al AG, pero que incluye otros fenómenos relacionados con la interacción entre los individuos de la población a medida que el espacio de diseño es explorado.

El primer paso del algoritmo, al igual que en el AG, consiste en la evaluación de la función objetivo, añadiendo el efecto de interacción entre las bacterias. A esto sigue la aplicación de diferentes operaciones:

- **Giro y movimiento:** (también conocido como *quemotaxis*) cada bacteria da un pequeño paso aleatorio en cualquier dirección del espacio de diseño. Sólo aquellas bacterias para las cuales la superficie de nutrientes en la que se encontraban mejoró, son movidas, y el resto permanecen en el mismo lugar.
- **Reproducción:** la mitad de las bacterias ubicadas en las regiones más bajas de la superficie de nutrientes muere, y las sobrevivientes se dividen en dos.

- **Dispersión y eliminación:** existen algunos eventos durante la vida de una bacteria que pueden cambiar súbitamente su posición, como la dispersión o la eliminación por agentes externos. Dentro del algoritmo, esto se traduce como un cambio aleatorio en la posición de una bacteria.

Según resalta Passino en [20], en la naturaleza, estos eventos ocurren en este orden, de mayor frecuencia a menor frecuencia, respectivamente, por lo que se sugiere una implementación de ciclos anidados donde el ciclo interior, ocurriendo con mayor frecuencia, es el de quemotaxis, el ciclo intermedio el de reproducción, y el ciclo exterior el de dispersión y eliminación.

6.2. Metodología

La aplicación de los tres métodos descritos anteriormente se realizó por medio de Matlab. Para el caso de la PCS se utilizó la función `fmincon`, especificando el algoritmo `sqp` (de *Sequential Quadratic Programming*). Debido a que esta función encuentra un mínimo local, la salida del metamodelo se multiplicó por -1 para obtener un máximo de la función objetivo.

El AG y AFB, por otro lado, se implementaron completamente por medio de código, en las funciones `runga` y `runbf`, respectivamente, que pueden examinarse en el apéndice C. Con el fin de aprovechar las ventajas de la implementación de la red neuronal del metamodelo, que permite operar con matrices de entrada para evaluar varios diseños al mismo tiempo, se hizo énfasis en operar igualmente con matrices en estos dos algoritmos, de forma que su ejecución fuera mucho más eficiente.

El AG implementado hace necesaria la especificación de 5 parámetros, mientras que el AFB requiere de 11 parámetros. Estos parámetros están relacionados explícitamente con el funcionamiento de cada algoritmo (como el tamaño de la población, el número de generaciones y probabilidades de operaciones, entre otros), que fueron sintonizados manualmente de forma que se los algoritmos convergieran y evitando obtener extremos locales de forma prematura, debido a que no existe una regla aplicable a problemas específicos para determinar los parámetros de cada algoritmo [14, 20].

Con el fin de caracterizar la aleatoriedad presente en el AG y el AFB, estos se ejecutaron 100 veces cada uno.

Para la inicialización en los tres métodos se utilizó el diseño inicial. Cabe destacar que el valor de la función objetivo para el diseño inicial es de 11.6 N^2/W (newton al cuadrado por vatio).

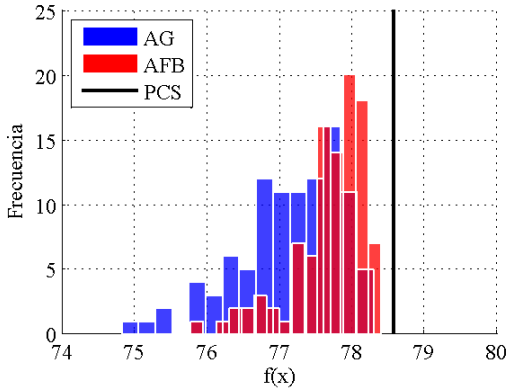


Figura 6.2: Valores de la función objetivo obtenidos para cada uno de los métodos.

6.3. Resultados

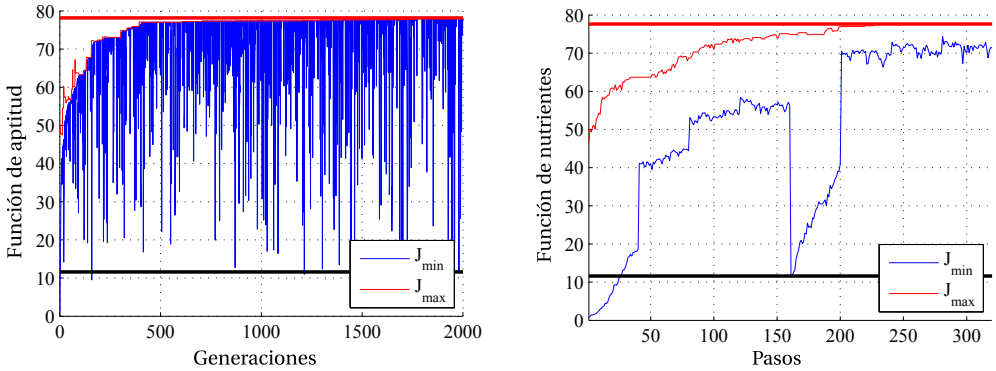
Mientras la programación cuadrática secuencial, al ser un método determinístico, llega a un mismo mínimo local si es ejecutado varias veces, los elementos probabilísticos de los AG y AFB producen resultados ligeramente diferentes. Sin embargo, cualitativamente, se obtuvo prácticamente el mismo resultado en los tres casos: el mejor diseño obtenido produjo un valor en la funcíón objetivo alrededor de 80 N^2/W, aproximadamente 8 veces más alto que el valor del diseño inicial.

En la Fig. 6.2 se muestran los histogramas para las 100 ejecuciones del AG y el AFB, junto con una línea que indica el resultado obtenido por medio de la PCS. Los histogramas muestran que, de acuerdo a los parámetros fijados en cada algoritmo, el AG presenta una mayor varianza en el valor de la función objetivo del diseño optimizado que el AFB. Además, los valores producidos por el AFB son en promedio mayores a los producidos por el AG. No obstante, este es un comportamiento que es altamente dependiente de los parámetros de cada algoritmo (probabilidades de cruce, mutación, movimiento, dispersión, etc.). Los valores máximos obtenidos por estos dos fueron bastante cercanos, de 78.3 en el AG y 78.4 en el AFB, mientras que el mayor valor fue obtenido por la PCS, con 78.6. Sin embargo, los tres métodos coinciden en un mismo diseño, ya que las diferencias entre los diseños que producen son prácticamente negligibles a la hora de construir el MLR con las dimensiones especificadas, como se muestra en la Tabla 6.1.

El efecto de los AG y AFB sobre cada una de sus poblaciones puede observarse al guardar el valor de la función objetivo en el mejor y en el peor caso, para cada generación en el caso del AG, y en cada ciclo de quemotaxis para el AFB.

Tabla 6.1: Parámetros de los diseños del MLR obtenidos.

Variable	Inicial	PCS	AG	AFB
Paso polar (cm)	6	12.00	11.80	11.99
Ancho del motor (cm)	7.14	5.00	5.20	5.01
Razón β_s/τ_s	0.5	0.66	0.65	0.66
Alto de ranura (cm)	2	4.00	3.97	3.99
Corriente de fase (A)	2.7	5.00	4.84	4.99
Vueltas por bobina	57	100	100	97



(a) AG (b) AFB

Figura 6.3: Progreso del AG y el AFB.

Estos resultados se muestran en la Fig. 6.3, donde además se han señalado con líneas gruesas horizontales los valores de la función objetivo para el diseño inicial (en negro) y el diseño optimizado (en rojo). Estas líneas permiten visualizar cómo el valor de la función objetivo se incrementó considerablemente después de la aplicación de estos algoritmos.

En ambos casos, se han dibujado los valores de los peores individuos con una línea azul, y los de los mejores individuos con una línea roja. Los eventos en los que los peores individuos resultan en valores por debajo del promedio ilustran cambios drásticos producidos por mutaciones en el AG, y por eventos de dispersión en el AFB. La presencia de mayores cambios en el AG con respecto a aquellos en el AFB se debe a la forma en que estos son incluidos en el algoritmo: mientras las mutaciones pueden ocurrir con cierta probabilidad en cada generación del AG, los eventos de dispersión en el AFB sólo ocurren después de varios eventos de reproducción, cada uno con un número de eventos de quemotaxis.

A pesar de que se hizo énfasis en una implementación del AG y el AFB que operara directamente con matrices, se observó que el tiempo de ejecución de

estos dos fue de hasta cuatro veces el tiempo de ejecución de la PCS. Para cuantificar esta observación, se realizó un conteo del número de evaluaciones de la función objetivo requerido por cada método para llegar al diseño optimizado. Los resultados fueron los siguientes:

Método	**Evaluaciones**
PCS	105
AG	400 000
AFB	86 670

Finalmente, de acuerdo a los resultados obtenidos en el proceso de optimización, se procedió a validar el diseño obtenido por medio del FEM. Los resultados obtenidos indicaron que el empuje producido por el diseño optimizado del motor es de 150 N, con una eficiencia del 51 %. Esto es una consecuencia directa de la prioridad dada al empuje en la definición de la función objetivo, y a que la corriente de fase se incluyó dentro de las variables de diseño. Teniendo en cuenta que los requisitos del motor especifican un empuje menor a 150 N, la corriente se redujo de 5 A (valor obtenido por medio de los métodos de optimización) a 2 A, donde el empuje producido por el motor es de 50 N, como es requerido, logrando finalmente una eficiencia de **68 %**.

6.4. Conclusiones

Al igual que durante la construcción de un metamodelo para la función objetivo, la revisión del estado del arte y la evaluación de diferentes métodos de optimización permitió verificar la ausencia de un método específico a seguir a la hora de resolver un problema de optimización, tal como enuncia el NFLT. Aunque los resultados obtenidos fueron similares, la PCS resultó ser en este caso un método mucho más eficiente (en términos del número de evaluaciones de la función objetivo) que el AG y el AFB, a pesar de que se buscaron parámetros de estos dos últimos algoritmos que aceleraran su convergencia. Teniendo en cuenta que la construcción del metamodelo hizo necesaria la evaluación de 2000 experimentos, se puede concluir que una estrategia más eficiente para problemas similares es la aplicación de la PCS directamente sobre el FEM como método de evaluación de la función objetivo. No obstante, los tres algoritmos cumplieron con el objetivo, y en un futuro es posible evaluar otros métodos que puedan ser más eficientes.

Aunque el uso de la PCS no garantiza un óptimo global en el espacio de diseño restringido, y no se ha probado que el óptimo obtenido sea en realidad global, el diseño obtenido presentó un desempeño superior al diseño inicial,

pasando de una eficiencia de 32 % al 68 %, o un poco más del doble de la eficiencia. Este es un valor aceptable dentro de los rangos de eficiencia obtenidos para los MLR en trabajos relacionados (como se mostró en el capítulo 2).

A partir de los cambios entre el diseño inicial y el optimizado, se evidenció que el motor mejorado se obtuvo al incrementar el alto y el largo del motor, el tamaño de las ranuras y el número de vueltas por fase, mientras que el ancho se redujo, lo que permitió obtener el mismo empuje del diseño inicial, a un nivel menor de corriente y producir así, una eficiencia mayor.

Referencias

[1] T. Yokoi and D. Ebihara, "An optimal design technique for high speed single-sided linear induction motors using mathematical programming method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 25, no. 5, pp. 3596–3598, 1989.

[2] A. Basak and A. F. F. Filho, "Design optimisation of a novel slotless linear stepping motor," in *Electrical Machines and Drives, 1995. Seventh International Conference on (Conf. Publ. No. 412)*, pp. 368–372, 1995.

[3] K. S. R. Rao, "Design optimization of 3-phase converter fed dc series motor," in *Power Engineering Conference, 2003. PECon 2003. Proceedings. National*, pp. 127–132, 2003.

[4] M. H. Mohammadi, T. Rahman, R. Silva, M. Li, and D. A. Lowther, "A computationally efficient algorithm for rotor design optimization of synchronous reluctance machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, 2016.

[5] F. Cupertino, G. Pellegrino, and C. Gerada, "Design of synchronous reluctance motors with multiobjective optimization algorithms," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, no. 6, pp. 3617–3627, 2014.

[6] S. Sato, T. Sato, and H. Igarashi, "Topology optimization of synchronous reluctance motor using normalized gaussian network," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 3, pp. 1–4, 2015.

[7] H. M. Hasanien, "Particle swarm design optimization of transverse flux linear motor for weight reduction and improvement of thrust force," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 9, pp. 4048–4056, 2011.

[8] Y. Duan and D. M. Ionel, "A review of recent developments in electrical machine design optimization methods with a permanent magnet synchronous motor benchmark study," in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 3694–3701, 2011.

[9] Y. Tenne and C.-K. Goh, *Computational Intelligence in Expensive Optimization Problems*, vol. 2 of *Adaptation, Learning and Optimization*. Springer, 2010.

[10] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer, 1 ed., 1999.

[11] T. Raminosoa, I. Rasoanarivo, F. m. Sargos, and R. N. Andriamalala, "Constrained optimization of high power synchronous reluctance motor using non linear reluctance network modeling," in *Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference Forty-First IAS Annual Meeting*, vol. 3, pp. 1201–1208, 2006.

[12] A. Rokke, "Gradient based optimization of permanent magnet generator design for a tidal turbine," in *Electrical Machines (ICEM), 2014 International Conference on*, pp. 1199–1205, 2014.

[13] E. M. Barhoumi, F. Wurtz, C. Chillet, B. B. Salah, and O. Chadebec, "Efficient reluctance network formulation for modeling design and optimization of linear hybrid motor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, 2016.

[14] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional, 1 ed., 1989.

[15] B. N. Cassimere and S. D. Sudhoff, "Population-based design of surface-mounted permanent-magnet synchronous machines," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 2, pp. 338–346, 2009.

[16] M. Di Nardo, M. Galea, C. Gerada, M. Palmieri, and F. Cupertino, "Multiphysics optimization strategies for high speed synchronous reluctance machines," in *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2015 IEEE*, pp. 2813–2820, IEEE, 2015.

[17] T. Tušar, P. Korošec, G. Papa, B. Filipič, and J. Šilc, "A comparative study of stochastic optimization methods in electric motor design," *Applied Intelligence*, vol. 27, no. 2, pp. 101–111, 2007.

[18] H. M. Hasanien, A. S. Abd-Rabou, and S. M. Sakr, "Design optimization of transverse flux linear motor for weight reduction and performance improvement using response surface methodology and genetic algorithms," *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, vol. 25, no. 3, pp. 598–605, 2010.

[19] F. Herrera, M. Lozano, and J. L. Verdegay, "Tackling real-coded genetic algorithms: Operators and tools for behavioural analysis," *Artificial intelligence review*, vol. 12, no. 4, pp. 265–319, 1998.

[20] K. M. Passino, "Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control," *Control Systems, IEEE*, vol. 22, no. 3, pp. 52–67, 2002.

[21] R. E. Precup, A. L. Borza, M. B. Radac, and E. M. Petriu, "Performance analysis of torque motor systems with pid controllers tuned by bacterial foraging optimization algorithms," in *2014 IEEE International Conference on Computational Intelligence and Virtual Environments for Measurement Systems and Applications (CIVEMSA)*, pp. 141–146, 2014.

[22] R. E. Precup, A. L. Borza, M. B. Radac, and E. M. Petriu, "Bacterial foraging optimization approach to the controller tuning for automotive torque motors," in *2014 IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pp. 972–977, 2014.

[23] V. Sakthivel, R. Bhuvaneswari, and S. Subramanian, "Design optimization of three-phase energy efficient induction motor using adaptive bacterial foraging algorithm," *COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 29, no. 3, pp. 699–726, 2010.

Capítulo 7

Diseño de un Controlador de Velocidad

Debido a las características de velocidad y precisión que ofrecen, los motores lineales pueden superar las especificaciones de métodos de movimiento lineal convencionales, como el uso de motores rotativos, engranajes, correas y poleas, cuando son utilizados en conjunto con sistemas de control de posición y/o velocidad. Un motor lineal, como sistema dinámico, es un sistema sujeto a ruido y perturbaciones externas, como variaciones en la carga, por lo que existe una gran variedad de estrategias de control aplicables de acuerdo a su topología y a los requisitos del sistema controlado. Teniendo encuenta lo anterior, se analizaron las posibles estrategias de control para desarrollar el último objetivo del presente trabajo, que consiste en el diseño de un controlador de velocidad para el MLR obtenido junto con una simulación del mismo. Partiendo del control de campo orientado, se evaluaron dos estrategias aplicables a esta situación, y posteriormente se seleccionó una con la cual se diseñó el sistema de control y se verificó por medio de simulación, como se muestra a continuación.

7.1. Evaluación de estrategias de control

Existen diversas estrategias de complejidad variable que han sido aplicadas en el control de motores lineales y que han producido resultados satisfactorios, como el control robusto, óptimo y por medio de redes neuronales [1, 2, 3]. Las estrategias seleccionadas para su evalación se escogieron debido a la efectividad que han mostrado en trabajos previos, y a la experiencia con que se contaba con las mismas. Estas se describen a continuación.

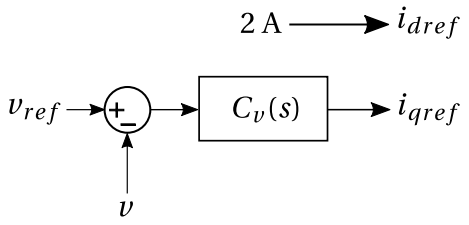


Figura 7.1: Control vectorial con i_d constante, donde v es la velocidad de desplazamiento medida del MLR.

7.1.1. Control de campo orientado

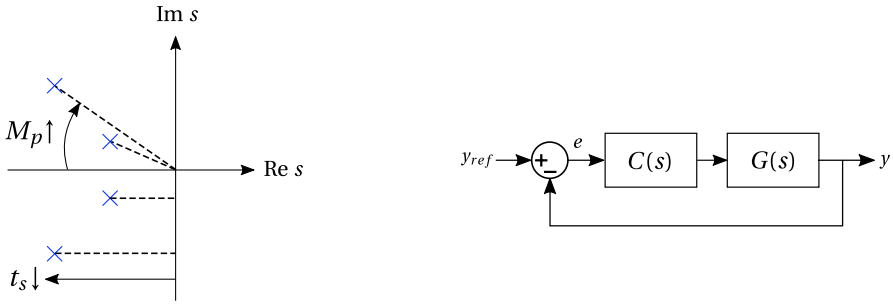
El control de campo orientado (CCO) (también conocido como *field oriented control* o FOC), es una alternativa al control de velocidad en motores síncronos por medio de la operación a *volts por hertz constantes*, donde la velocidad del motor varía de acuerdo a la frecuencia, y el voltaje se varía p de mantener una razón voltaje-frecuencia constante, dado que en este modo los cambios arbitrarios en la frecuencia no pueden ser seguidos por el motor con facilidad [4]. El CCO utiliza la descomposición de las cantidades en el motor en sus componentes en directo y en cuadratura (véase la sección B.2 del apéndice B). Esta descomposición es particularmente útil en motores de reluctancia variable como el MLR diseñado, debido a que se simplifica la relación entre la inductancia y la posición del motor, produciendo un modelo matemático que, como se verá más adelante, puede utilizarse fácilmente para el diseño de sistemas de control con diferentes estrategias [5].

La ecuación fundamental del MLR indica que el empuje desarrollado está dado por

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q)i_d i_q \tag{7.1}$$

Desde el punto de vista del control del empuje en el MLR, puede decirse que existe un grado de libertad en el mismo, dado por el producto $i_d i_q$. De esta forma, se puede establecer un valor de referencia para la corriente en el eje directo de acuerdo a su valor nominal (que para el MLR diseñado es de 2 A), mientras que la corriente de referencia en el eje en cuadratura puede ser determinada por un lazo de realimentación de velocidad, como se muestra en la Fig. 7.1. Esta técnica de control se conoce como **control vectorial con i_d constante** [6], y produce sistemas de lazo cerrado con una respuesta de torque rápida [7].

Lo anterior indica que es necesario establecer lazos de control en dos niveles: un lazo de control de corriente para controlar las corrientes en los ejes directo y en cuadratura, y un lazo externo de control de velocidad. Estos lazos de realimentación se pueden construir utilizando diferentes estrategias de control, de las cuales depende el método de diseño y operación de los mismos. En



(a) Relación entre la posición de los polos y las características del sistema

(b) Lazo de realimentación negativa

Figura 7.2: LGR y configuración del sistema con el controlador.

este trabajo se examinaron dos posibles estrategias de control: el control clásico y el control difuso, como se expone a continuación.

7.1.2. Control clásico

El control clásico parte del modelamiendo de sistemas dinámicos por medio de ecuaciones diferenciales lineales, que mediante la transformada de Laplace, brindan información sobre su comportamiento transiente y en estado estacionario, y que simplifican el diseño de controladores para los mismos, que actúan sobre el error en el sistema de control de forma proporcional, integral y derivativa, o una combinación de estos, en lo que se conoce como control proporcional (P), proporcional-integral (PID) o proporcional-integral-derivativo (PID), entre otros [8]. Existen varias técnicas de diseño en el control clásico, como el método de Ziegler-Nichols [8], el método del lugar geométrico de las raíces (LGR) y el diseño en el dominio de la frecuencia [9].

El método del LGR puede llevarse a cabo manualmente a partir del análisis de la posición de los polos y ceros en el plano s del sistema a controlar. Estas posiciones tienen un efecto en la respuesta de lazo cerrado del sistema, como se muestra en la Fig. 7.2a. Por medio de la realimentación negativa y el uso de un controlador $C(s)$ en el mismo, como se muestra en la Fig. 7.2b, es posible obtener un nuevo sistema con polos cuyas posiciones permiten obtener un sistema de lazo cerrado que cumpla ciertos requisitos. La estructura de $C(s)$ puede ser simplemente una ganancia (un controlador tipo P), o controladores más elaborados, como PI, PID o compensadores.

Debido a que la transformación de Park permite obtener ecuaciones diferenciales lineales para los ejes directo y en cuadratura (como se muestra en el apéndice B), el control clásico es ampliamente aplicado en el CCO hasta años recientes, incluyendo aplicaciones de control de motores lineales, para los cua-

les el control de tipo PI es generalmente utilizado [10, 11, 12, 13], en los que se implementan los lazos de corriente y velocidad mencionados anteriormente por medio de este tipo de controlador, para seguir un valor de referencia de velocidad. En aplicaciones de movimiento lineal, es posible incluso evitar el uso de un sensor de posición, al realizar una estimación de la posición del motor a partir de las corrientes y voltajes medidas (utilizadas en los lazos de realimentación) [11].

7.1.3. Control difuso

La lógica difusa [14] puede tomarse como una generalización de la lógica clásica, en la cual la pertenencia de un conjunto puede tomar uno de dos valores, dependiendo de si el elemento pertenece o no al conjunto [15]. En la lógica difusa, la función de pertenencia a un conjunto difuso puede tomar valores en el intervalo $[0,1]$, como se muestra en la figura 7.3, donde se representan tres conjuntos difusos para diferentes valores de temperatura.

La lógica y las operaciones matemáticas difusas permiten establecer una base para formalizar el conocimiento humano en forma de reglas **si-entonces** (*if-then*). Mientras que con el control clásico el diseño inicia con un modelo matemático del proceso a controlar para el cual el controlador es diseñado, el control difuso inicia con una heurística y el conocimiento de un humano experto en forma de reglas si-entonces [15], de forma que el controlador sintetice estas reglas. El conocimiento del experto humano puede provenir, por ejemplo, de un operador que haya actuado previamente como un elemento en el sistema de control, o un ingeniero que ha modelado matemáticamente el proceso y ha realizado un análisis sobre su comportamiento [16].

Los controladores difusos pueden ser de dos tipos: no adaptativos o adaptativos. Mientras que en el control difuso no adaptativo los parámetros del controlador se fijan al inicio de la operación, el control aptativo está sujeto a cambios en tiempo real. El primer tipo es más sencillo pero requiere de más reglas, mientras que el segundo es más complejo pero requiere menos conocimiento

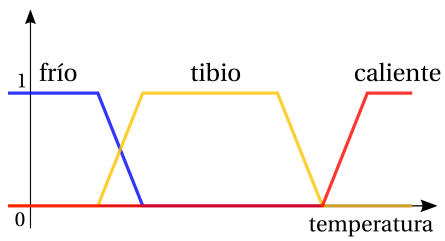


Figura 7.3: Funciones de pertenencia para tres conjuntos difusos

de la planta y puede presentar un mejor desempeño [15]. En el caso de los motores lineales, se ha propuesto el uso de controladores difusos, que presentan una alternativa a estrategias de control donde se requiere un modelo matemático de la planta, utilizando técnicas como control de modo deslizante difuso (*fuzzy sliding mode control*) [17] y adaptativo [18], para aplicaciones de control de posición [19][20] y de velocidad [21].

7.1.4. Selección de la estrategia de control

Tanto para el control clásico como el difuso, los trabajos revisados indican que el CCO es el método a seguir al trabajar con motores de corriente alterna, debido a que el control de volts por hertz constante se utiliza principalmente para el arranque y apagado de motores, mientras que para aplicaciones de velocidad variable se prefiere el uso del CCO.

El control difuso ofrece la ventaja de permitir el diseño de un sistema de control sin un conocimiento específico de la función de transferencia del sistema, al incluir la experiencia de un operario o introducir el aprendizaje del modelo dentro del sistema de control. Sin embargo, en el presente caso, ya se cuenta con un modelo matemático del MLR a controlar, lo cual incluye el valor de las inductancias en los ejes directo y en cuadratura, la resistencia del primario y la masa del motor, y además, no se cuenta con una experiencia sobre la operación del motor que sirva como criterio para diseñar un sistema difuso útil en un sistema de control. Por estas razones se decidió aplicar la teoría del control clásico para el diseño de un controlador de velocidad del MLR, teniendo en cuenta además que es una herramienta que aún es relevante y confiable en el control de máquinas eléctricas, como indican los trabajos encontrados en el área.

7.2. Metodología

El primer paso para iniciar con el diseño de un controlador consiste en la obtención de un modelo matemático para el sistema. Como se muestra en el apéndice B, la transformación de Park permite obtener las ecuaciones diferenciales para el voltaje en los ejes directo v_d y en cuadratura v_d:

$$v_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - v_{me} L_q i_q$$
$$v_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + v_{me} L_d i_d$$

De estas ecuaciones se observa que existen dos términos que acoplan las dos ecuaciones de cada uno de los ejes: $v_{me}L_q i_q$ y $v_{me}L_d i_d$. En las ecuaciones diferenciales, estos términos pueden considerarse como perturbaciones que ocurren en cada eje y que los lazos de control tienen que corregir [7]. Entonces las ecuaciones desacopladas en cada eje pueden escribirse como sigue:

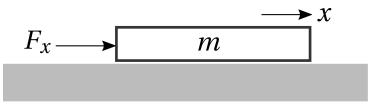
$$v_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} \tag{7.2}$$

$$v_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} \tag{7.3}$$

La ecuación fundamental del MLR relaciona el empuje con las corrientes en los ejes directo y en cuadratura:

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) i_d i_q \tag{7.4}$$

Por último, el movimiento del motor está gobernado por la segunda ecuación de Newton, de acuerdo al siguiente diagrama:



Si se desprecia la fricción viscosa, se obtiene la siguiente relación:

$$F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{7.5}$$

Las ecuaciones 7.2 a 7.5 forman un modelo matemático del sistema a partir del cual se procede a diseñar un sistema de control utilizando la teoría de control clásico. Como se observa en estas ecuaciones, existen una serie de parámetros fijos (mecánicos y eléctricos) asociados con el sistema. Estos valores se obtuvieron durante el proceso de diseño y optimización del motor y se listan en la Tabla 7.1.

Aplicando la transformada de Laplace, se obtienen las funciones de transferencia de voltaje a corriente en los ejes directo $G_d(s)$ y en cuadratura $G_q(s)$, así como la función de transferencia de empuje a desplazamiento $G_{fx}(s)$. Por un lado, se obtuvieron funciones de transferencia de primer orden para $G_d(s)$,

$$\frac{I_d(s)}{V_d(s)} = G_d(s) = \frac{1/R_s}{1+\frac{L_d}{R_s}s} = \frac{0{,}1312}{1+0{,}0806s}$$

y $G_q(s)$:

$$\frac{I_q(s)}{V_q(s)} = G_q(s) = \frac{1/R_s}{1+\frac{L_q}{R_s}s} = \frac{0{,}1312}{1+0{,}0168s}$$

Tabla 7.1: Parámetros del modelo matemático del MLR.

Símbolo	Descripción	Valor
L_d	Inductancia del eje directo	0.614 H
L_q	Inductancia del eje en cuadratura	0.128 H
R_s	Resistencia del primario	7.62 Ω
τ	Paso polar	12 cm
m	Masa del primario y carga	6.6 kg

Por otro lado, para la función de transferencia $G_{fx}(s)$ se obtuvo una función de segundo orden con dos polos repetidos en el origen. Si se incluyen los factores constantes de la ecuación 7.4 en esta función de transferencia, se tiene que

$$\frac{X(s)}{F(s)} = G_{fx}(s) = \frac{K}{ms^2} \tag{7.6}$$

donde $K = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q)$.

Una vez definidas las funciones de transferencia del sistema, se examinó su respuesta en lazo abierto, como se muestra en la Fig. 7.4. En esta se observa que el tiempo de establecimiento en el eje en cuadratura (de 65 ms) es más bajo que el del eje directo (310 ms), debido a la baja inductancia que se presenta en el eje en cuadratura en los MLR, en comparación con la inductancia del eje directo. Además, se observa que existe un alto error de posición (dada una entrada unitaria).

Con el fin de que la influencia de las corrientes i_d e i_q tenga el mismo comportamiento en el tiempo sobre el empuje producido por el motor, se decidió que los lazos de control debían producir una constante de tiempo igual en ambos ejes, de 100 ms (un valor arbitrario entre los valores de tiempo de establecimiento obtenidos en lazo abierto), error de posición de cero, y un sobrepaso máximo de 2%. Los controladores para cada eje se diseñaron por medio del método del lugar geométrico de las raíces.

Para el lazo externo de control de velocidad, se asumió que que los tiempo de respuesta de las variables eléctricas eran mucho menores a las constantes de los tiempos de las variables mecánicas [7], de forma que las corrientes siguen instantáneamente la señal de control producida por el controlador de corriente. Para este controlador los requisitos definidos fueron error de posición cero, sobrepaso máximo de cero y un tiempo de establecimiento de 2 segundos, el cual igualmente fue diseñado por medio del método del lugar geométrico de las raíces.

Una vez se obtuvieron los controladores, se procedió a realizar una simulación del sistema completo, incluyendo los lazos de realimentación y de co-

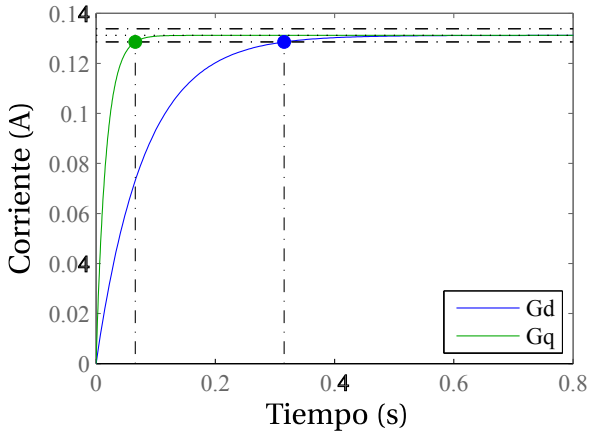


Figura 7.4: Respuesta en lazo abierto de $G_d(s)$ y $G_q(s)$, indicando los tiempos de establecimiento.

rriente junto con la carga del motor, por medio del software Simulink.

7.3. Resultados

El proceso de diseño de los controladores por medio del lugar geométrico de las raíces se realizó manualmente, de forma que fue necesario sintonizar la respuesta e intentar con controladores de tipo PI y PID hasta obtener la respuesta deseada. Finalmente, los controladores de corriente para los ejes directo $C_d(s)$ y en cuadratura $C_q(s)$ obtenidos fueron de tipo PID, cuya función de transferencia es la siguiente:

$$C_d(s) = \frac{0{,}05(15{,}568+s)(358{,}432+s)}{s}$$
$$C_q(s) = \frac{0{,}0175(124{,}531+s)(132{,}612+s)}{s}$$

Utilizando estos controladores se obtuvo un sobrepaso máximo de 1.4 %, un tiempo de establecimiento de 100 ms y cero error de posición.

Con respecto al lazo de control de velocidad, fue suficiente diseñar un controlador proporcional, debido a los polos repetidos en el origen de la función de transferencia $G_{fx}(s)$. El método del lugar geométrico de las raíces permitió obtener el valor de la constante, de lo que se obtuvo

$$G_v(s) = 13{,}2 \tag{7.7}$$

La respuesta obtenida, mostrada en la Fig. 7.6, mostró un tiempo de establecimiento de 2 segundos, cero sobrepaso y cero error de posición, como se había especificado.

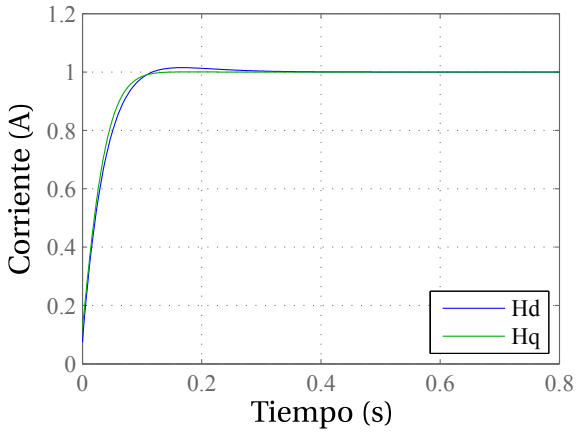


Figura 7.5: Respuesta en lazo cerrado de los lazos de corriente.

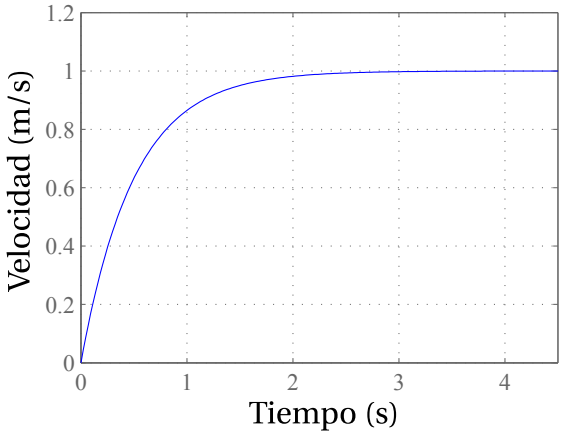


Figura 7.6: Respuesta en lazo cerrado del lazo de velocidad.

Las respuestas anteriores se obtuvieron únicamente con las funciones de transferencia aisladas del resto del sistema. Con el fin de observar el comportamiento del sistema completo, incluyendo las funciones de transferencia en conjunto con la dinámica del motor (junto con los términos que acoplan las ecuaciones diferenciales de corriente en los ejes directo y en cuadratura), se realizó una simulación en Simulink, cuyo diagrama se muestra en la Fig. 7.8. A la salida de los controladores de corriente se añadieron bloques de saturación, para modelar el hecho de que estos valores deben estar limitados en una implementación del sistema de control, a un valor máximo de 2 A, el cual fue determinado durante la optimización del diseño.

Los resultados de la simulación se muestran en la Fig. 7.7. Estos resultados se obtuvieron al especificar una entrada con diferentes valores de referencia que eran cambiados a lo largo del tiempo, durante un intervalo de 8 segundos.

Estos resultados muestran como todo el sistema, teniendo en cuenta todos los efectos de acoplamiento y saturación de las corrientes, presenta un tiempo de establecimiento de 200 ms, el cual es menor al que se especificó durante el diseño del lazo de control de velocidad, que únicamente tenía en cuenta la dinámica de la masa del motor.

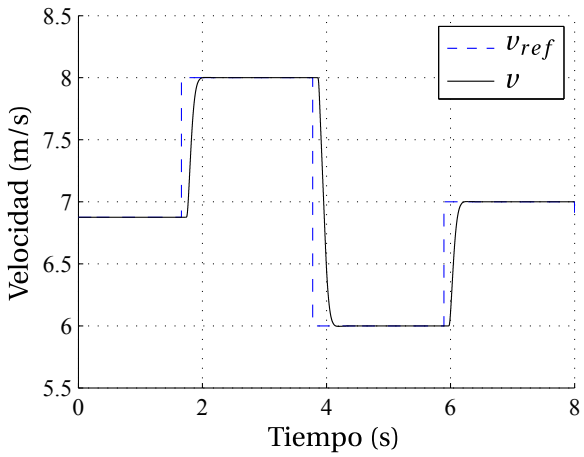


Figura 7.7: Resultados de la simulación del sistema completo en Simulink.

7.4. Conclusiones

Los resultados obtenidos con el CCO en conjunto con el control clásico indican que para aplicaciones de velocidad variable, estas técnicas son válidas y proveen métodos sencillos para el diseño de sistemas de control, una vez se cuenta con un modelo matemático del MLR. Esto se evidenció en el trabajo realizado, en el que las etapas de metamodelado y optimización brindaron los conocimientos necesarios para plantear un modelo matemático.

Aún cuando el diseño de cada controlador se hizo de manera aislada, asumiendo los efectos externos como perturbaciones, se observó a través de la simulación que el desempeño del sistema completo presentó variaciones, que mantuvieron el desempeño dentro de los requisitos establecidos.

Siendo incluso la teoría de control clásico una teoría antigua, la revisión del estado del arte y los resultados obtenidos muestran que existen aplicaciones relevantes en la actualidad en las cuales las estrategias de control desarrolladas a partir de esta funcionan satisfactoriamente, en comparación con estrategias que pueden resultar más complicadas en el contexto del problema.

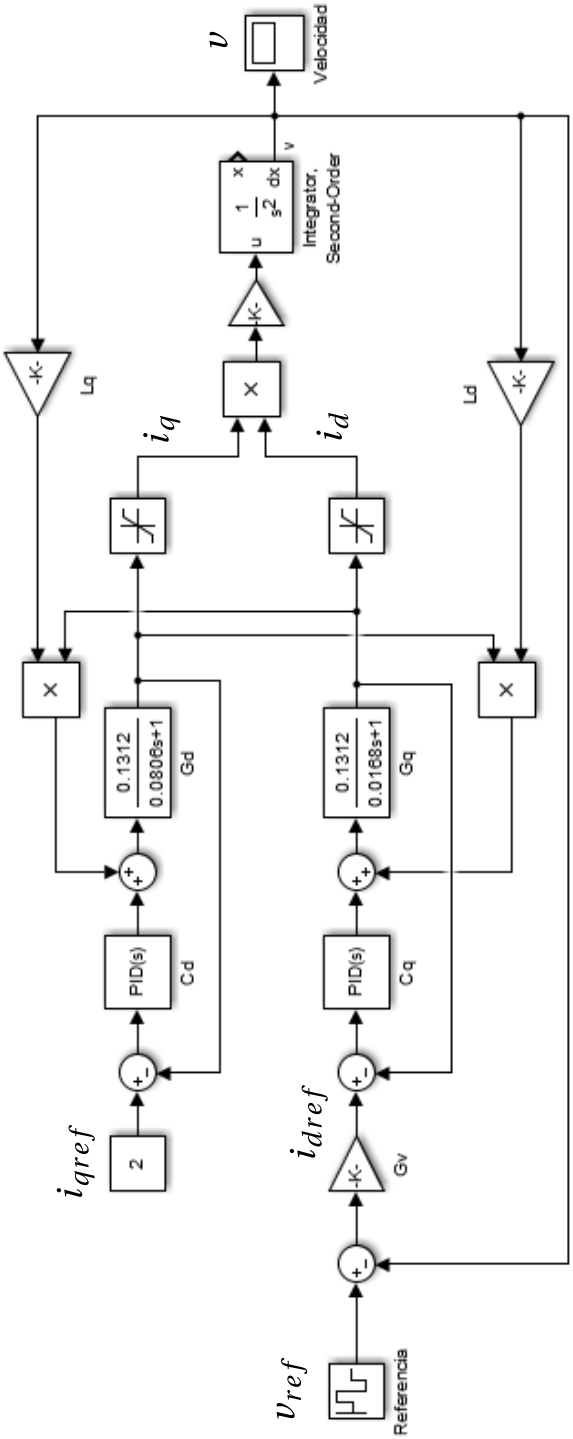


Figura 7.8: Geometría del MLR diseñado, mostrando el primario en su totalidad.

Referencias

[1] X. Chen, H. Zhou, R. Ma, F. Zuo, G. Zhai, and M. Gong, "Linear motor driven inverted pendulum and lqr controller design," in *2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, pp. 1750–1754, IEEE, 2007.

[2] A. Liu, Y. Liang, S. Gao, and J. Gao, "Modified linear quadratic optimal control method and application in linear brushless direct current motor," in *Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on*, pp. 1829–1834, IEEE, 2007.

[3] V. G. Lopez, E. N. Sanchez, and A. Y. Alanis, "Pso neural inverse optimal control for a linear induction motor," in *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp. 1976–1982, IEEE, 2013.

[4] A. E. Fitzgerald, C. K. Jr., and S. D. Umans, *Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill, 2003.

[5] I. Boldea, *Linear Electric Machines, Drives and MAGLEVs Handbook*. Florida: CRC Press, 2013.

[6] R. E. Betz, R. Lagerquist, M. Jovanovic, T. J. E. Miller, and R. H. Middleton, "Control of synchronous reluctance machines," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 29, no. 6, pp. 1110–1122, 1993.

[7] J.-P. L. et. al., *Control of Non-conventional Synchronous Motors*. Wiley-ISTE, 2011.

[8] K. Ogata, *Ingenieria de Control Moderna*. Pearson, 5 ed., 2010.

[9] C.-T. Chen, *Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space and Algebraic Methods*. Saunders College Publishing, 1 ed., 1993.

[10] P. Ramana, M. S. Kalavathi, K. A. Mary, and V. D. G. Kumar, "Design methodology for torque angle control of a non-linear vector controlled variable reluctance synchronous motor," in *Electrical, Electronics, Signals, Communication and Optimization (EESCO), 2015 International Conference on*, pp. 1–6, 2015.

[11] M. A. M. Cheema and J. E. Fletcher, "Sensorless vector control of linear permanent magnet synchronous motor," in *ECCE Asia Downunder (ECCE Asia), 2013 IEEE*, pp. 1098–1104, 2013.

[12] S. Motlagh and S. S. Fazel, "Indirect vector control of linear induction motor considering end effect," in *Power Electronics and Drive Systems Technology (PEDSTC), 2012 3rd*, pp. 193–198, 2012.

[13] B.-G. Gu and K. Nam, "A vector control scheme for a pm linear synchronous motor in extended region," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, no. 5, pp. 1280–1286, 2003.

[14] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965.

[15] L.-X. Wang, *A Course in Fuzzy Systems and Control.* Prentice Hall, 1 ed., 1997.

[16] K. M. Passino, *Fuzzy Control.* Addison Wesley Longman, 1 ed., 1998.

[17] Y. Zhao, Q. Wang, J. Xu, and C. Wang, "A fuzzy sliding mode control based on model reference adaptive control for permanent magnet synchronous linear motor," in *Industrial Electronics and Applications, 2007. ICIEA 2007. 2nd IEEE Conference on*, pp. 980–984, IEEE, 2007.

[18] Z.-X. Lin *et al.*, "Self-adjusting fuzzy controller application for linear induction motor control system," in *Industrial Electronics and Applications, 2008. ICIEA 2008. 3rd IEEE Conference on*, pp. 528–531, IEEE, 2008.

[19] C.-S. Chen, "Supervisory interval type-2 tsk neural fuzzy network control for linear microstepping motor drives with uncertainty observer," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 26, no. 7, pp. 2049–2064, 2011.

[20] Y.-P. Chen, D.-L. Zhang, W. Ai, Z.-D. Zhou, and L.-Y. Liu, "An improved fuzzy system for position control of permanent magnet linear motor," in *Machine Learning and Cybernetics, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on*, vol. 5, pp. 2731–2735, IEEE, 2005.

[21] Z. Linsen, T. Yangping, and Z. Dailin, "Application of fuzzy controller in the speed control of permanent magnet linear motors," in *Control Conference, 2007. CCC 2007. Chinese*, pp. 242–245, IEEE, 2007.

Capítulo 8

Conclusiones Finales

8.1. Conclusiones

A través del trabajo realizado, se analizaron y evaluaron diferentes métodos aplicables en la optimización del diseño y control de un motor eléctrico lineal de 100 W con una carga de 2 kg. Para el caso de la optimización del diseño, se seleccionaron y aplicaron tres procedimientos, y para el control del motor, se aplicó un método. Los resultados se validaron mediante simulación, cumpliéndose así los objetivos planteados inicialmente en el proyecto.

Una de las justificaciones planteadas indicaba el desarrollo de un producto que pudiera ser planteado como una alternativa para la producción de movimiento lineal, lo que conllevaba la obtención de un diseño en el que se buscara obtener valores de eficiencia dentro de aquellos obtenidos en trabajos relacionados, y el diseño de un sistema de control, de forma que se propusiera un sistema completo listo para ser construido e implementado.

El trabajo llevado a cabo demostró requerír de herramientas provenientes de distintas áreas con las cuales se tenía experiencia, como el electromagnetismo, la teoría de las máquinas eléctricas, la inteligencia computacional y el control. Por otro lado, fue necesario el estudio de áreas como la teoría de los motores lineales, el diseño de experimentos y la teoría de optimización. Esto es un indicador de cómo el diseño de un producto final requiere de una serie de conocimientos variados, que además pueden incluir otros no contemplados dentro de los alcances del proyecto, como la ciencia de materiales, la interferencia electromagnética, la construcción de máquinas eléctricas y los costos relacionados con esta tarea, entre otros.

En general, se observó la presencia de iteraciones en varios niveles, en diferentes etapas del trabajo, en las cuales era necesario repetir algún proceso con el fin de mejorar algún resultado (la eficiencia obtenida en el diseño inicial, el

error producido por un metamodelo, el valor de un óptimo obtenido a través de un procedimiento de optimización, y las características dinámicas producidas por un controlador) a través de un cambio en el método original o la prueba de un método distinto (como la relajación de las restricciones en el tamaño del motor, la prueba con diferentes metamodelos y métodos de optimización, y la evaluación de diferentes tipos de controladores), en lo que puede verse como una generalización del NFLT, donde el objetivo de "mejorar un resultado" implica un proceso de optimización para el cual no existe a priori un método que garantice el mejor resultado. Una vez se ha estudiado el problema y se ha experimentado con el mismo, puede obtenerse un criterio que oriente decisiones futuras.

8.2. Trabajos futuros

Como trabajo futuro principal se propone la construcción del MLR y la implementación del controlador diseñado, con el fin de observar su comportamiento en la vida real y compararlo con las características predichas por las herramientas utilizadas en el proyecto. Aún cuando se intentó utilizar modelos fieles, como los estudiados con el FEM, que incluyen una definición precisa de la geometría del motor y la saturación en los materiales ferromagnéticos, estos siguen siendo modelos aproximados de la realidad, por lo que una implementación real serviría como método final de validación.

Igualmente, como un trabajo posterior a la construcción e implementación del MLR y el controlador, se propone examinar sus resultados en términos del rizado en el empuje producido por el motor, la eficiencia total y los costos de implementación, con el fin de realimentar el proceso de diseño y producir un nuevo sistema con mejores especificaciones, haciendo uso del marco de trabajo planteado para este fin durante el desarrollo de este trabajo.

Finalmente, se propone la publicación de los resultados obtenidos durante las etapas de diseño, metamodelado, optimización y control, con el fin de realizar un aporte que pueda ser considerado en trabajos relacionados.

Apéndices

Apéndice A

Teoría del MLR

A.1. Introducción

Teniendo en cuenta que el trabajo realizado contempló el diseño, optimización y control de un MLR, fue necesario realizar un estudio exhaustivo de la teoría detrás de su funcionamiento con el fin de adquirir un entendimiento que sirviera como soporte para los objetivos planteados. Este estudio se llevó a cabo a partir de consultas con profesionales en el área, libros de texto y artículos de divulgación. Con el fin de concentrar el contenido principal del libro en los resultados del trabajo, la teoría se ha pasado a este apéndice y se desarrolla a continuación.

A.2. Modelo matemático del MLR

El primario del MLR diseñado consiste de un devanado trifásico distribuido. Cada uno de los devanados por fase es una bobina que puede modelarse como una resistencia R_s en serie con una inductancia L_s, como se muestra en la Fig. A.1. De esta forma, el voltaje total es igual a la caída de voltaje en la resistencia más el voltaje inducido en la bobina [1]. Esta relación puede escribirse como

$$\begin{aligned} v_a &= R_s i_a + e_a \\ &= R_s i_a + \frac{d\lambda_a(x)}{dt} \end{aligned}$$

donde e_a es el voltaje inducido y λ_a es el flujo de enlace. Debido a la propiedad anisotrópica del secundario, la inductancia L_a, y consecuentemente el flujo de enlace λ_a son funciones de la posición x, lo que dificulta el modelamiento matemático y el control del MLR si se intenta trabajar de esta forma.

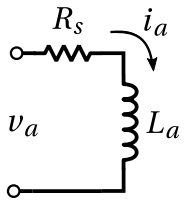


Figura A.1: Circuito equivalente de la bobina del primario para una fase

Con el fin de simplificar el modelo dependiente de la posición mostrado anteriormente, puede utilizarse la **transformación de Park** (también conocida como la transformación **dq0**), propuesta inicialmente por R. H. Park en [2]. Esta es una transformación lineal en la que cantidades desde el punto de vista del primario y las tres fases a, b y c, se pasan al marco de referencia del secundario que se mueve a velocidad síncrona. Esta transformación es dependiente de la posición, pero produce componentes en el nuevo marco de referencia, que son independientes de la posición. Este nuevo marco de referencia contiene dos ejes, uno alineado con el eje magnético de la fase a, y otro a 90° del eje magnético de la fase a. Estos ejes se conocen como el eje **directo** y en **cuadratura**, respectivamente. Existe un eje adicional, conocido como el eje de secuencia cero, que en sistemas balanceados es cero.

La matriz que permite obtener la transformación del eje abc al eje dq es la siguiente, donde S puede ser cualquier variable eléctrica o magnética, como un voltaje, corriente o flujo de enlace:

$$\begin{bmatrix} S_d \\ S_q \\ S_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{me}) & \cos(\theta_{me} - 120°) & \cos(\theta_{me} + 120°) \\ -\sin(\theta_{me}) & -\sin(\theta_{me} - 120°) & -\sin(\theta_{me} + 120°) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

Al aplicar esta transformación, las corrientes del primario pueden descomponerse en sus componentes en el eje directo y en cuadratura, i_d e i_q, el flujo de enlace del primario en las componentes λ_d y λ_q, y el voltaje en las componentes v_d y v_q. La aplicación de la transformación dq0 permite obtener las dos siguientes ecuaciones para los voltajes en los ejes directo y en cuadratura:

$$v_d = R_s i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - v_{me}\lambda_q$$
$$v_q = R_s i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + v_{me}\lambda_d$$

donde v_{me} es la frecuencia de línea y $v_{me} = \frac{d\theta_{me}}{dt}$, y θ_{me} es el número de grados eléctricos entre el eje magnético de la fase a y el eje d, que como función de la posición en el MLR puede escribirse como

$$\theta_{me} = \frac{\pi}{\tau} x$$

Los flujos de enlace en los ejes directo y en cuadratura pueden escribirse como

$$\lambda_d = L_d i_d$$
$$\lambda_q = L_q i_q$$

En estado estacionario, las derivadas del flujo de enlace en los ejes d y q se hacen cero, por lo que las ecuaciones de los voltajes en los ejes d y q se pueden escribir en estado estacionario como

$$V_d = R_s I_d - v_{me} L_q I_q \tag{A.2}$$
$$V_q = R_s I_q + v_{me} L_d I_d \tag{A.3}$$

A.3. El coeficiente de saliencia

Al obtener las relaciones de torque y potencia en los motores síncronos rotatorios, la suposición inicial es que el rotor es cilíndrico, lo que implica que su reluctancia es constante alrededor de su perímetro [3]. Esto aplica igualmente en los motores síncronos lineales. En configuraciones más complejas, como secundarios con polos salientes, esta suposición deja de ser aplicable, por lo que es necesario encontrar nuevamente relaciones para el torque la potencia en el caso en el que el rotor no puede considerarse cilíndrico y la reluctancia es variable a lo largo del secundario. Una solución consiste en separar las componentes de los campos en una componente alineada con el eje del secundario con la máxima reluctancia, y otra componente perpendicular a este eje, por medio de la transformación dq0 [4].

Al realizar esta separación, la potencia electromagnética puede escribirse como

$$P_e = m_1 \left(\frac{V_1 E_f}{X_{sd}} \sin\delta + \frac{V_1^2}{2} \left(\frac{1}{X_{sq}} - \frac{1}{X_{sd}} \right) \sin(2\delta) \right) \tag{A.4}$$

donde m_1 es el número de fases, V_1 es el voltaje de fase, E_f es el voltaje inducido, X_{sd} y X_{sq} son las inductancias del eje directo y en cuadratura, respectivamente, y δ es el ángulo de carga. Como puede verse, la potencia tiene dos componentes, una debida al torque síncrono, y otra debida al torque de reluctancia. En un motor de reluctancia, como el MLR, $E_f = 0$, debido a que no hay una fuente externa de campo magnético, y el empuje inducido es

$$F_{ind} = \frac{P_e}{v} \tag{A.5}$$

donde v es la velocidad del movimiento, que para un motor lineal es

$$v = 2\tau f$$
$$= \frac{\pi}{\tau}\omega$$

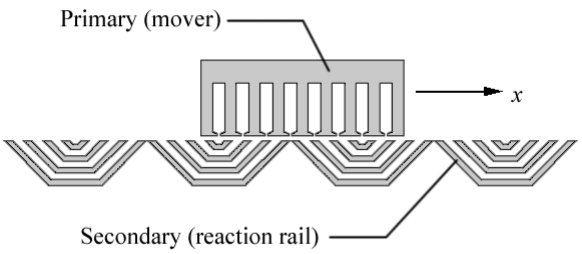


Figura A.2: MLR con secundario axial laminado anisotrópico

donde τ es el paso polar, f es la frecuencia de la fuente de alimentación en Hertz, y ω la frecuencia angular en radianes por segundo.

De esta forma, el empuje inducido en el MLR puede escribirse como

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\pi}{\tau}\frac{m_1 V_1^2}{2}\left(\frac{X_{sd}-X_{sq}}{X_{sq}X_{sq}}\right)\sin(2\delta) \\ &= \frac{m_1 V_1^2}{2X_{sd}}\left(\frac{X_{sd}}{X_{sq}-1}\right)\sin(2\delta) \end{aligned} \tag{A.6}$$

Dada la definición de reactancia, en general, como $X = \omega L$, estas ecuaciones muestran que con el fin de incrementar la potencia desarrollada y el empuje, se requiere una alta diferencia $L_d - L_q$ y razón L_d/L_q entre las inductancias del eje directo L_d y en cuadratura L_q. De aquí se define el **coeficiente de saliencia** como la razón entre estas inductancias: L_d/L_q. De acuerdo a [5], en términos prácticos para un MLR se requiere como mínimo un coeficiente de saliencia $L_d/L_q \geq 3$, aunque es deseable obtener valores tales que $L_d/Lq > 7$.

A.4. El secundario axial laminado anisotrópico

Con el fin de incrementar el coeficiente de saliencia en los MLR, se han propuesto diferentes topologías de secundarios, tales como laminaciones segmentadas [6] y el secundario axial laminado anisotrópico (ALA) [7, 8], basado en propuestas por Kostko que datan de 1923 [9], como el que se muestra en la Fig. A.2. Kim et. al. reportan coeficientes de saliencia mayores a 6 [10] para un secundario ALA.

En general, para una máquina de polos salientes, las inductancias pueden relacionarse con la inductancia de un secundario uniforme L_m, a través de los coeficientes de saliencia para los ejes directo y en cuadratura, al definirse estos

como

$$k_{dm} = \frac{L_m}{L_{dm}} \tag{A.7}$$

$$k_{qm} = \frac{L_m}{L_{qm}} \tag{A.8}$$

respectivamente, donde L_{dm} y L_{qm} son las inductancias del eje directo y en cuadratura menos la inductancia parásita presente en el motor, es decir,

$$L_d = L_{dm} + L_l \tag{A.9}$$

$$L_q = L_{qm} + L_l \tag{A.10}$$

El proceso de diseño adoptado en este trabajo se basó en el método analítico aproximado presentado en [11], en el cual se obtiene una relación entre el paso polar τ, la distancia del entrehierro g y los coeficientes de saliencia, tal que

$$k_{dm} = f_1(\tau, g) \tag{A.11}$$

$$k_{qm} = f_2(\tau, g) \tag{A.12}$$

Estas funciones son representadas como un conjunto de curvas que fueron utilizadas para seleccionar los valores iniciales para el diseño, como se muestra en las Figs. A.3 y A.4. Teniendo en cuenta que se busca una razón L_d/L_q alta, se concluye de estos resultados que es necesario reducir la distancia del entrehierro, y aumentar el paso polar.

Los coeficientes de saliencia en cada eje pueden también utilizarse para relacionar la densidad de flujo magnético en el entrehierro con un secundario de polos salientes y un secundario uniforme, de forma que

$$L_{dm} = \frac{B_{ed}}{B_e} L_m = k_{dm} L_m \tag{A.13}$$

$$L_{qm} = \frac{B_{eq}}{B_e} L_m = k_{qm} L_m \tag{A.14}$$

Existe un efecto más asociado al coeficiente de saliencia k_{dm}: debido al incremento del flujo magnético en el eje directo, el secundario se saturará con facilidad, reduciendo el valor efectivo de k_{dm} por un factor de saturación k_{sd} que debe ser estimado durante el diseño [5], de forma que el coeficiente de saliencia en el eje directo, incluyendo la saturación, resulta ser

$$k_{dms} = \frac{k_{dm}}{1 + k_{sd}} \tag{A.15}$$

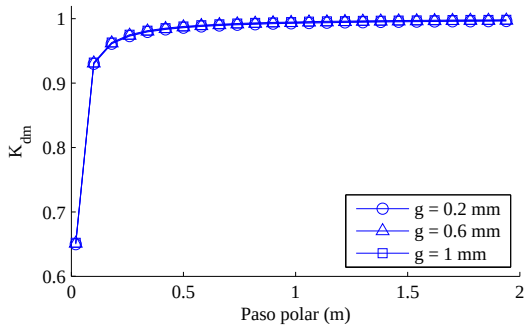


Figura A.3: Coeficiente de saliencia en el eje directo con respecto al paso polar

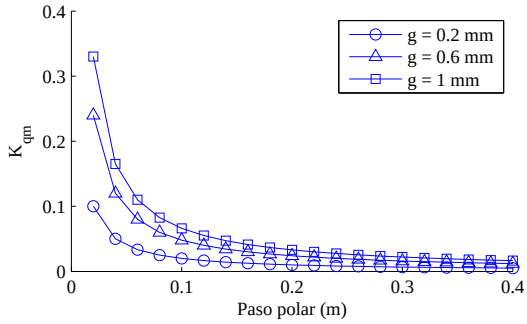


Figura A.4: Coeficiente de saliencia en el eje en cuadratura con respecto al paso polar

A.5. Maximización del empuje por unidad de flujo

Una vez se tiene un modelo de parámetros concentrados para el MLR, es posible encontrar una representación fasorial para el mismo, como se sugiere en [5]. Teniendo en cuenta la ecuación (ecuación diferencial desde el punto de vista del estator), el voltaje del estator $\mathbf{V_s}$ se puede escribir en términos de la resistencia R_s, la corriente del estator $\mathbf{I_s}$ y el flujo del estator $\lambda_\mathbf{s}$, en forma fasorial, como

$$\mathbf{V_s} = \mathbf{I_s} R_s + j\omega\lambda_\mathbf{s} \tag{A.16}$$

A partir de esta ecuación se puede obtener un diagrama fasorial, como se muestra en la Fig. A.5. Esta representación permite obtener otra expresión para la potencia, como alternativa a la presentada en la ecuación A.4.

La potencia de entrada al motor es

$$P = 3\,\mathrm{Re}\left(\frac{1}{2}\mathbf{V_s}\cdot\mathbf{I_s}^*\right) \tag{A.17}$$

Si la resistencia del estator es despreciable, entonces puede verse del diagrama

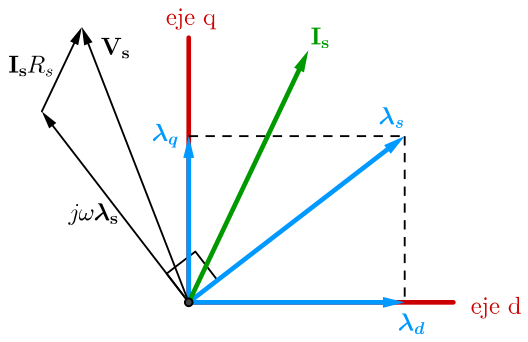


Figura A.5: Diagrama fasorial del MLR.

fasorial que

$$\mathbf{V_s} = j\omega\lambda_\mathbf{s} \tag{A.18}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{2}\mathrm{Re}(j\omega\lambda_\mathbf{s}\cdot\mathbf{I_s}^*) \\ &= \frac{3\omega}{2}\mathrm{Re}(j\lambda_\mathbf{s}\cdot\mathbf{I_s}^*) \end{aligned} \tag{A.19}$$

La potencia mecánica está dada por

$$\begin{aligned} P &= F_x v \\ &= F_x 2\tau f \\ &= \frac{\omega\tau}{\pi}F_x \end{aligned}$$

de forma que

$$F_x = \frac{\pi}{\tau\omega}P \tag{A.20}$$

Por lo tanto, la fuerza puede escribirse como

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{\pi}{\tau\omega}\left(\frac{3\omega}{2}\mathrm{Re}(j\lambda_\mathbf{s}\cdot\mathbf{I_s}^*)\right) \\ &= \frac{3\pi}{2\tau}\mathrm{Re}(j\lambda_\mathbf{s}\cdot\mathbf{I_s}^*) \end{aligned} \tag{A.21}$$

Teniendo en cuenta que $\lambda_\mathbf{s} = \lambda_d + j\lambda_q$ y $\mathbf{I_s} = I_d + jI_q$, se tiene

$$\lambda_\mathbf{s} = L_d I_d + jL_q I_q \tag{A.22}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} j\lambda_\mathbf{s}\cdot\mathbf{I_s}^* &= (jL_d I_d - L_q I_q)(I_d - jI_q) \\ &= jL_d I_d^2 + L_d I_d I_q - L_q I_q I_d + jL_q I_q^2 \end{aligned}$$

de forma que

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}(j\lambda_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{I_s}^*) &= L_d I_d I_q - L_q I_q I_d \\ &= \lambda_d I_q - \lambda_q I_q \\ &= I_d I_q (L_d - L_q)\end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación A.21, puede entonces escribirse la fuerza como

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(\lambda_d I_q - \lambda_q I_q) \tag{A.23}$$

$$= \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) I_d I_q \tag{A.24}$$

Esta última ecuación es un resultado fundamental para el MLR, ya que relaciona directamente las inductancias en el eje directo y en cuadratura, con el empuje ejercido por el motor, y es de gran utilidad durante el diseño, la optimización y el control del motor.

Ahora, si se busca encontrar el valor máximo del empuje por unidad de flujo en el estator, es necesario encontrar una relación entre la fuerza F_x y el flujo λ_s. Se tiene

$$\begin{aligned}|\lambda_{\mathbf{s}}| = \lambda_s &= \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \\ &= I_d \sqrt{L_d^2 + (L_q I_q / I_d)^2} \\ &= I_d \sqrt{L_d^2 + (L_q \alpha)^2}\end{aligned}$$

donde $\alpha = I_q / I_d$. Entonces,

$$\lambda_s^2 = I_d^2 (L_d^2 + (L_q \alpha)^2)$$

y

$$\lambda_s^2 \alpha = I_d I_q (L_d^2 + (L_q \alpha)^2)$$

de forma que

$$I_d I_q = \frac{\lambda_s^2 \alpha}{L_d^2 + (L_q \alpha)^2}$$

Entonces, puede escribirse

$$F_x = \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) \frac{\lambda_s^2 \alpha}{L_d^2 + (L_q \alpha)^2} \tag{A.25}$$

de donde se observa que F_x es máxima si el valor de

$$\frac{\alpha}{L_d^2 + (L_q\alpha)^2} = \frac{\alpha}{m + n\alpha^2}$$

es máximo, donde $m = L_d^2$ y $n = L_q^2$. Para maximizar este valor, se hace

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\alpha}\left\{\frac{\alpha}{m+n\alpha^2}\right\} &= \frac{m+n\alpha^2 - \alpha(2n\alpha)}{(m+n\alpha^2)^2} \\ &= \frac{m-n\alpha^2}{(m+n\alpha^2)^2} = 0\end{aligned}$$

De donde se obtiene que

$$m - n\alpha^2 = 0$$

y

$$\alpha = \sqrt{m/n}$$

Por lo tanto, para obtener el máximo empuje por unidad de flujo en el estator, se debe cumplir

$$\begin{aligned}\alpha = \frac{I_q}{I_d} &= \sqrt{m/n} \\ &= \sqrt{\frac{L_d^2}{L_q^2}} \\ &= \frac{L_d}{L_q}\end{aligned} \tag{A.26}$$

o escrito de otra forma,

$$L_d I_d = L_q I_q \tag{A.27}$$

Sabiendo que esta es la condición para el empuje máximo, se puede proceder a encontrar el valor de dicho máximo. Reemplazando $\alpha = L_d/L_q$ en la ecuación A.25, se obtiene que el valor de empuje máximo es

$$\begin{aligned}F_{xmax} &= \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q)\frac{\lambda_s^2(L_d/L_q)}{L_d^2 + (L_q(L_d/L_q))^2} \\ &= \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q)\frac{\lambda_s^2}{L_qL_d + L_qL_d} \\ &= \frac{3\pi}{4\tau}\frac{(L_d - L_q)}{L_dL_q}\lambda_s^2 \\ &= \frac{3\pi}{4\tau}\frac{(L_d - L_q)}{L_dL_q}\left[(L_dI_d)^2 + (L_qI_q)^2\right] \\ &= \frac{3\pi}{4\tau}(L_d - L_q)\left(I_d^2\frac{L_d}{L_q} + I_q^2\frac{L_q}{L_d}\right)\end{aligned}$$

De la condición para el máximo empuje, se tiene $L_d I_d = L_q I_q$, por lo tanto

$$I_d \frac{L_d}{L_q} = I_q$$

y

$$I_q \frac{L_q}{L_d} = I_d$$

entonces

$$\begin{aligned} F_{xmax} &= \frac{3\pi}{4\tau}(L_d - L_q)(I_d I_q + I_d I_q) \\ &= \frac{3\pi}{2\tau}(L_d - L_q) I_d I_q \\ &= \frac{3\pi}{2\tau} L_m (k_{dms} - k_{qm}) I_d I_q \end{aligned}$$

de acuerdo a la definición de los coeficientes de saliencia en los ejes directo y en cuadratura. La inductancia L_m corresponde a la inductancia de un devanado distribuido [1], que puede escribirse como

$$L_m = \frac{6\mu_0 (W_1 k_w)^2 \tau L}{\pi^2 p k_c g} \tag{A.28}$$

donde y μ_0 es la permeabilidad magnética del espacio vacío (aproximadamente igual a la del aire), W_1 es el número de vueltas por devanado en serie, k_c es el coeficiente de Carter, que es introducido para tener en cuenta el incremento en la distancia efectiva del entrehierro debido a las ranuras del primario [12] y L es el ancho del estator. Reemplazando esta inductancia en la fórmula del empuje máximo, se obtiene

$$F_{xmax} = \frac{18\mu_0 L (k_{dms} - k_{qm}) k_w^2 I_d I_q W_1^2}{\pi p k_c g} \tag{A.29}$$

Bajo esta condición, es posible mostrar igualmente [5] que el máximo factor de potencia que se puede obtener durante la operación del motor es

$$\cos\phi_{max} = \frac{L_d - L_q}{L_d + L_q} \tag{A.30}$$

A.6. Propiedades del devanado

El factor de devanado se introduce con el fin de tener en cuenta los cambios en la fuerza magnetomotriz producidos por el uso de devanados distribuidos de paso fraccional, en comparación con devanados concentrados de paso

completo. El tema es abordado de acuerdo a su presentación en [12], aunque existen otras aproximaciones para tener en cuenta estos efectos [3], pero que son conceptualmente equivalentes.

En principio, se define el número de ranuras por polo por fase como

$$q = \frac{N_s}{2p_1 m_1} \tag{A.31}$$

donde N_s es el número de ranuras, p_1 es el número de pares de polos y m_1 es el número de fases. Se denota, por otro lado, el paso de bobina como y. Entonces, el factor de distribución k_d, que tiene en cuenta el uso de devanados distribuidos en el primario, se define como

$$k_d = \frac{\sin(\pi/6)}{q\sin(\pi/(6q))} \tag{A.32}$$

Además, el factor de encordado, que tiene en cuenta el uso de paso fraccional en los devanados, se define como

$$k_p = \sin\left(\frac{y\pi}{2\tau}\right) \tag{A.33}$$

Finalmente, el factor de devanado, que incluye los dos efectos anteriores, se define como

$$k_w = k_d k_p \tag{A.34}$$

En el caso de los motores lineales con devanado de doble capa, uno de los métodos de devanado causa que existan ranuras con solo una bobina (en lugar de dos), debido a la longitud limitada del primario [4]. Esto significa que para el mismo número de polos, un motor lineal tiene más ranuras que un motor rotatorio con el mismo número de polos.

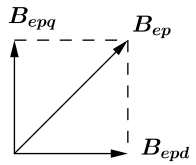
En un devanado distribuido de doble capa, generalmente se especifica la razón entre el paso de bobina y y el paso polar τ. Esta razón puede ser fraccional, como por ejemplo, $y/\tau = 5/6$ [12]. En un motor lineal, un número de polos igual a y/τ es seleccionado, dividido en dos, y cada unas de estas secciones resultantes es añadida a los extremos del motor. Estas secciones sólo contienen un lado de una bobina. De esta forma, inicialmente el motor cuenta con un número de ranuras $z_0 = 2pmq$. Al añadir las ranuras en los extremos con un solo lado de una bobina, el número total de ranuras es

$$z = \frac{1}{2p}\left(2p + \frac{y}{\tau}\right) z_0 \tag{A.35}$$

A.7. Relaciones electromagnéticas en el MLR

El procedimiento de diseño utilizado plantea la suposición de un valor inicial para el valor pico de la densidad de flujo magnético pico en el entrehierro, B_{ep}. Para proceder con el diseño, es necesario encontrar una relación entre esta cantidad y las componentes en el eje directo B_{epd} y en cuadratura B_{epq} de la densidad de flujo magnético en el entrehierro, como se muestra en la figura. De esta forma, puede escribirse

$$B_{ep}^2 = B_{epd}^2 + B_{epq}^2 \tag{A.36}$$



Cada densidad de flujo magnético es proporcional a sus respectivos flujos de enlace λ_{dp} y λ_{qp}, que a su vez son proporcionales a las inductancias en cada eje, L_{qm} y L_{qms}, donde en esta última se tiene en cuenta el incremento en la saturación en el eje directo, tal que

$$L_{dms} = \frac{L_{dm}}{1 + k_{sd}} \tag{A.37}$$

De esta forma,

$$\begin{aligned} B_{epd} &\propto \lambda_{dp} \\ &= L_{dms} I_d \\ &= \frac{L_{dm}}{1 + k_{sd}} I_d \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} B_{epq} &\propto \lambda_{qp} \\ &= L_{qm} I_q \end{aligned}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} B_{ep}^2 &= (L_{dms} I_d)^2 + (L_{qm} I_q)^2 \\ &= (L_{dms} I_d)^2 \left[1 + (I_q / I_d)^2 (L_{qm} / L_{dms})^2\right] \\ &= B_{epd}^2 \left[1 + (I_q / I_d)^2 (L_{qm}(1 + k_{sd}) / L_{dm})^2\right] \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la condición para máximo empuje por unidad de flujo encontrada en la sección anterior, puede entonces expresarse el flujo en el eje directo en términos del flujo en el entrehierro como

$$B_{epd} = \frac{B_{ep}}{\sqrt{1 + (I_q / I_d)^2 (L_{qm}(1 + k_{sd}) / L_{dm})^2}} \tag{A.38}$$

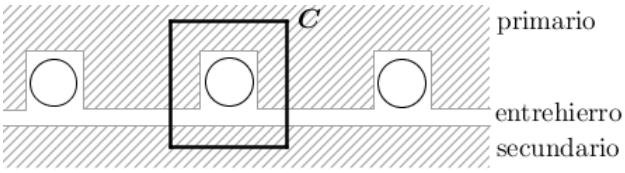


Figura A.6: Camino de integración en las regiones del MLR

La densidad de flujo magnético en el eje directo B_{epd} puede expresarse, por otro lado, mediante el cálculo de la fuerza magnetomotriz $\mathcal{F}_m$ por medio de la ley de Ampere:

$$\mathcal{F}_m = Ni = \oint_C \mathbf{H} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\mu} \oint_C \mathbf{B} \cdot d\vec{l}$$

donde N es el número de vueltas, i es la corriente, $\mathbf{H}$ es la intensidad de campo magnético, C es la curva cerrada alrededor de la cual se calcula la integral de línea, μ es la constante de permeabilidad magnética y $\mathbf{B}$ es la densidad de flujo magnético. Al aplicar esta ley al MLR, la integral puede aplicarse al sistema como se muestra en la Fig. A.6.

Asumiendo que la densidad de flujo magnético es uniforme en el entrehierro y que la reluctancia de los materiales ferromagnéticos es despreciable, comparada con la del aire en el entrehierro, se obtiene entonces

$$\mathcal{F} = \frac{gB}{\mu_0}$$

donde g es la distancia del entrehierro. La densidad de flujo magnético es entonces

$$B = \frac{\mu_0 \mathcal{F}}{g} \tag{A.39}$$

Por lo tanto, conociendo la fuerza magnetomotriz, es posible calcular la densidad de flujo magnético. Para un devanado distribuido, la fuerza magnetomotriz está compuesta por una componente fundamental junto con armónicos de orden superior. Una expresión para la fuerza magnetomotriz puede encontrarse a partir del análisis de Fourier, al descomponerla en una serie trigonométrica [12]. De este análisis, se obtiene que la amplitud de la componente fundamental de la fuerza magnetomotriz es

$$\mathcal{F}_m = \frac{m_1 \sqrt{2} W_1 I_a k_w}{\pi p} \tag{A.40}$$

donde m_1 es el número de fases, I_a es la corriente de fase y k_w es el factor de devanado (debido a la distribución del devanado y el uso de bobinas de paso

fraccional). De esta manera, la densidad de flujo magnético puede escribirse como

$$B_m = \frac{\mu_0 \mathcal{F}_m}{g} = \frac{\mu_0 3\sqrt{2} W_1 I_a k_w}{\pi g p} \tag{A.41}$$

si el número de fases es 3. Esta densidad de flujo magnético puede descomponerse en componentes en el eje directo y en cuadratura, cada una de las cuales son producidas por corrientes en sus respectivos ejes. En el caso del eje directo, esta componente se puede expresar como

$$B_{epd} = \frac{\mu_0 3\sqrt{2} W_1 I_d k_w}{\pi g p k_c} \cdot \frac{k_{dm}}{1 + k_{sd}} \tag{A.42}$$

A.8. Estimación de la masa del motor

Con el fin de obtener un valor estimado de la masa del motor, es posible iniciar con el cálculo de la cantidad de cobre utilizado en el primario. Durante el proceso de diseño, se obtienen valores para la corriente promedio I_{av} y la densidad de corriente J_{av}. Estas cantidades determinan el área transversal de los conductores como $A = I_{av}/J_{av}$. Entonces, el volumen de una sola vuelta es el producto de esta área por la longitud de la misma en una fase. Esta longitud abarca el ancho del motor L y la longitud de las conexiones en los extremos [5], definida para cada uno de los dos extremos como

$$L_{ec} = 0{,}01 + 1{,}5y \tag{A.43}$$

De esta forma, la longitud total de una vuelta es

$$L_t = 2(L + L_{ec}) \tag{A.44}$$

y su volumen es AL_t. El número total de vueltas se obtiene al multiplicar el número de vueltas por fase W_1 por el número de fases, que usualmente es 3. Finalmente, la masa debida al devanado del primario es el producto entre el volumen y la densidad del cobre γ_c:

$$M_w = 3W_1 \frac{I_{av}}{J_{av}} 2(L + 0{,}01 + 1{,}5y)\gamma_c \tag{A.45}$$

La masa del núcleo ferromagnético del primario se obtiene al encontrar el área de una sección longitudinal del núcleo y multiplicarla por el ancho del motor para obtener el volumen. Finalmente, se multiplica este volumen por la densidad del material ferromagnético para obtener la masa M_c del mismo. De este modo, la masa del primario (que en el MLR es la parte móvil), es

$$M_p = M_w + M_c \tag{A.46}$$

Referencias

[1] A. E. Fitzgerald, C. K. Jr., and S. D. Umans, *Electric Machinery.* New York: McGraw-Hill, 2003.

[2] R. H. Park, "Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 48, no. 3, pp. 716–727, 1929.

[3] S. J. Chapman, *Electric Machinery Fundamentals.* New York: McGraw Hill, 2003.

[4] J. F. Gieras and Z. J. Piech, *Linear Synchronous Motors: Transportation and Automation Systems.* Florida: CRC Press, 2000.

[5] I. Boldea, *Linear Electric Machines, Drives and MAGLEVs Handbook.* Florida: CRC Press, 2013.

[6] P. Lawrenson and S. Gupta, "Developments in the performance and theory of segmental-rotor reluctance motors," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 114, no. 5, pp. 645–653, 1967.

[7] A. Cruickshank, R. Menzies, and A. Anderson, "Axially laminated anisotropic rotors for reluctance motors," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 113, pp. 2058–2060, December 1966.

[8] A. Hamler, M. Trlep, and B. Hribernik, "Optimal secondary segment shapes of linear reluctance motors using stochastic searching," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 5, pp. 3519–3521, 1998.

[9] J. Kostko, "Polyphase reaction synchronous motors," *American Institute of Electrical Engineers, Journal of the*, vol. 42, no. 11, pp. 1162–1168, 1923.

[10] Y. H. Kim, J. H. Lee, and J. K. Lee, "Optimum design of axially laminated anisotropic rotor synchronous reluctance motor for torque density and ripple improvement," in *Computation in Electromagnetics (CEM 2014), 9th IET International Conference on*, pp. 1–2, 2014.

[11] I. Boldea, Z. Fu, and S. Nasar, "Performance evaluation of axially-laminated anisotropic (ALA) rotor reluctance synchronous motors," in *Industry Applications Society Annual Meeting, 1992., Conference Record of the 1992 IEEE*, pp. 212–218 vol.1, 1992.

[12] I. Boldea and L. Tutelea, *Electric Machines: steady state, transients and design with MATLAB.* Florida: CRC Press, 2010.

Apéndice B

Teoría del Metamodelado

El objetivo principal durante la construcción de un metamodelo es aprender un mapeo de la forma $y = f(\mathbf{x})$, donde f es un modelo de caja negra, que puede estudiarse en términos de sus entradas y salidas, pero del que no se tiene un conocimiento explicito de su funcionamiento interno (véase la Fig. B.1). Para modelos de sistemas físicos, este modelo de caja negra oculta las relaciones que transforman el vector de entrada $\mathbf{x}$ en la variable escalar y que es medida, y puede tener una o varias de las siguientes propiedades:

- El número de experimentos que pueden realizarse es limitado.
- Cada instancia de un experimento es costosa de ejecutar o puede dañar o destruir el sistema.
- El resultado de un experimento está sujeto a ruido y/o errores.
- Dado $\mathbf{x} \in D \subset \mathbf{R}^n$, n puede ser un valor arbitrariamente grande que requiera de un número exponencial de experimentos, si se quiere cubrir de manera uniforme el dominio D.

Figura B.1: Representación de un modelo de caja negra.

En este sentido, "aprender el mapeo" puede verse como un problema de ajuste de curva (*curve fitting*) para sistemas simples, o de aprendizaje de máquina (*machine learning*) [1]. En específico, el aprendizaje del mapeo se realiza a partir de *observaciones* o *muestras*, que son el resultado de experimentos. De

esta forma, si E es un conjunto de entrenamiento de k muestras, obtenidas al ejecutar k experimentos, entonces este conjunto puede definirse como

$$E = \{\mathbf{x}^{(i)} \rightarrow y^{(i)} = f(\mathbf{x}^{(i)}) | i = 1, 2, \ldots, k\}$$

De esta forma se cuenta con pares $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$ que pueden utilizarse durante el aprendizaje del mapeo, en lo que consiste un ejercicio de *aprendizaje supervisado* [2]. El resultado de este aprendizaje es un nuevo modelo: el metamodelo $\hat{f}(\mathbf{x})$. Se han propuesto diferentes estructuras para este modelo, como polinomios, funciones de base radial, modelos Kriging, redes neuronales, máquinas de soporte vectorial y sistemas difusos, entre otros [1, 3]. El metamodelo obtenido tiene, idealmente, las siguientes características:

- Varios órdenes de magnitud más rápido de evaluar que el sistema modelado.
- Minimización del error entre la salida del metamodelo y la salida real del modelo sobre el conjunto de entrenamiento.
- Generalización en puntos no incluidos en el conjunto de entrenamiento: el metamodelo podría capturar la naturaleza del modelo.
- En algunos casos su estructura puede revelar relaciones entre las entradas y la salida, a través de parámetros como los coeficientes de un polinomio, o los pesos de las entradas de una red neuronal.

Los pasos para la construcción de un metamodelo se muestran en la Fig. B.2. El primer paso consiste en el análisis de la influencia de las variables de entrada en la salida (en la literatura este proceso se conoce como *feature screening* o *feature extraction*). Debido a que es de interés reducir el número de experimentos que deben realizarse para construir el metamodelo, es necesario verificar que cada una de las n variables tenga efectivamente una influencia en la salida, con el fin de eliminar variables que únicamente pueden incrementar el costo computacional del proceso, sin aportar información adicional para la construcción del metamodelo. Este proceso puede realizarse por medio de la evaluación del coeficiente de correlación R^2 de cada una de las variables [4], los p-valores [5] y análisis de varianza (ANOVA) [6], entre otros, mientras que para problemas de alta dimensionalidad ($n \gg 10$) se puede realizar un análisis secuencial de parámetros [7].

Una vez se han seleccionado las variables más importantes, se pasa al **diseño de experimentos**, donde se crea un plan que define cuáles puntos en el espacio de diseño se van a explorar [8], y que son evaluados a partir de la ejecución de experimentos por medio del sistema a modelar. Cómo se mencionó en

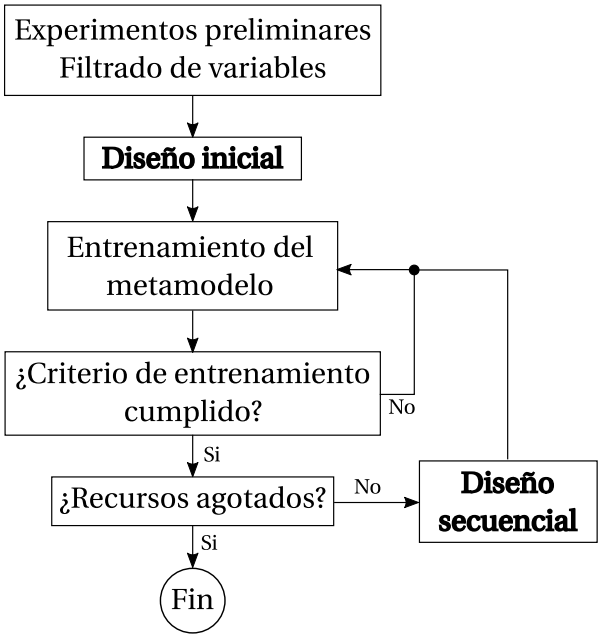


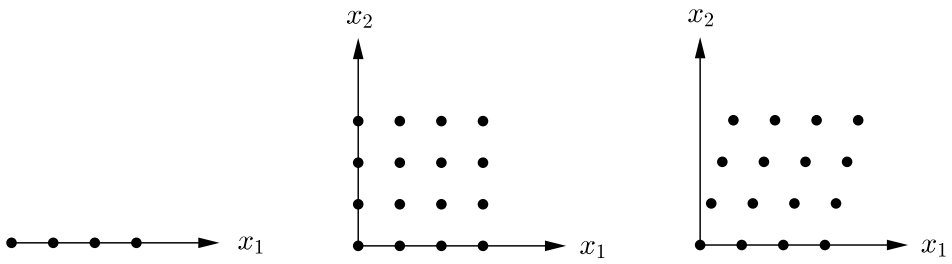
Figura B.2: Diagrama de flujo para la construcción de un metamodelo. Los pasos en negrita indican pasos en los que se ejecutan experimentos en el sistema.

las conclusiones del capítulo anterior, en el contexto de la maldición de la dimensionalidad, es posible muestrear el espacio de diseño de forma uniforme, obteniéndose en total k^n muestras, donde k es el número de niveles en los que cada variable es muestreada (véase la Fig. B.3). Este método de diseño de experimentos se conoce como diseño **factorial completo** (o *full factorial design* en la literatura). Aunque el diseño factorial completo es intuitivo y fácil de implementar, produce un gran número de experimentos que pueden ser no muy eficientes a la hora de producir muestras diferentes en el espacio de diseño. Por ejemplo, en la figura B.3b se observa que las muestras pueden agruparse por columnas de valores de x_1 constante, de forma que por cada columna, hay cuatro muestras donde el valor de x_1 se mantiene constante.

Como alternativa al diseño factorial completo se pueden utilizar diseños más elaborados, como el diseño de **hipercubo latino**, el cual se basa en el concepto del cuadrado latino[1]. Este tipo de diseño se muestra en la Fig. B.3c, y es un

[1]Un cuadrado latino tiene una única ocurrencia de un símbolo a lo largo de una fila y una columna. El siguiente cuadrado, por ejemplo, es un cuadrado latino:

x	y	z
z	x	y
y	z	x



(a) $n = 1$, $k = 4$ (b) $n = 2$, $k = 4$ (c) Hipercubo latino

Figura B.3: Diseño factorial completo para $n = 1$ y $n = 2$ y diseño de hipercubo latino.

tipo de diseño que puede generalizarse a dimensiones más altas. Es importante tener en cuenta que no se deben asignar todos los recursos computacionales a la etapa del diseño inicial de experimentos, ya que esta no es la única en la cual es necesario ejecutar experimentos en el sistema, como se verá más adelante durante el diseño secuencial de experimentos.

Una vez se ha seleccionado un diseño inicial que plantea un conjunto de muestras a obtener en el espacio de diseño, cada muestra es evaluada en el sistema a modelar, obteniéndose diferentes pares $(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})$ que forman el primer conjunto de entrenamiento para el metamodelo. La construcción del metamodelo es un proceso iterativo de entrenamiento que depende de su estructura, pero que en general se constituye por dos etapas: una de entrenamiento y otra de evaluación del error (que determina parte del criterio de entrenamiento). En este punto nacen tres preguntas:

- ¿Qué estructura utilizar para el metamodelo?
- ¿Cómo entrenarlo?
- ¿Qué métrica de error utilizar?

Las dos primeras preguntas se relacionan con los teoremas planteados por Wolpert y Macready en [9]: no existe una estructura para el metamodelo, ni un método de entrenamiento, que pueda ser seleccionado *a priori*, lo cual explica el por qué el tipo de estructuras encontradas en la literatura es tan variado: funciones de base radial para el modelado de tuberías de gas y máquinas de soporte vectorial para el modelado de antenas de radiofrecuencia [10], superficies polinomiales [11], redes neuronales [12] y modelos Kriging [13] para motores de reluctancia, y procesos gaussianos para el modelado de sistemas aerodinámicos [14], entrenados con técnicas como *backpropagation* en el caso

de las redes neuronales, y otros algoritmos como los algoritmos genéticos, optimización por enjambre de partículas y programación cuadrática, entre otros. Aunque pueden presentarse ciertas tendencias en cuanto a la estructura del metamodelo y el método de entrenamiento, como se muestra en el estudio de revisión realizado en [15] en el contexto del diseño de máquinas eléctricas (donde sobresalen el uso de las superficies polinomiales y el algoritmo de evolución diferencial), todos estos resultados invitan a la aplicación de diferentes métodos en una primera aproximación a la construcción del metamodelo.

La siguiente pregunta generalmente es evitada en muchos casos, donde la métrica de error por defecto es el error cuadrático medio (MSE) o su raíz (RMSE). Sin embargo, existen muchas otras métricas de error, tanto absolutas como relativas, que pueden ser de utilidad para la evaluación del metamodelo y que pueden producir resultados muy diferentes, como el error euclidiano promedio, el error geométrico promedio y el error cuadrático relativo, entre otros [16]. Por lo tanto, es necesario hacer un estudio del problema a la hora de seleccionar una métrica de error adecuada. Con una métrica de error seleccionada y entendida en el contexto del problema, puede generarse un criterio de entrenamiento para el modelo, al que pueden añadirse criterios adicionales como el número de iteraciones y el tiempo de entrenamiento.

Cuando el ciclo de entrenamiento se ha cumplido, se verifica si los recursos (es decir, el número de experimentos que pueden realizarse en total) se han agotado. Si todavía existen recursos disponibles, se pasa a la etapa de **diseño secuencial**, razón por la cual no deben utilizarse todos los recursos durante el diseño inicial. Durante la etapa de diseño secuencial se analiza el conjunto de entrenamiento con que se cuenta, en búsqueda de dos características en el espacio de diseño: regiones altamente no-lineales y regiones no exploradas. El énfasis en estos dos tipos de regiones permite obtener un metamodelo que captura satisfactoriamente las no-linealidades del sistema, y que generaliza sus propiedades a lo largo del espacio de diseño. Debido a que los recursos son limitados, esto implica un balance entre **explotación** (énfasis en regiones no-lineales) y **exploración** (muestreo uniforme del espacio de diseño). En [17] se citan algunos métodos de diseño secuencial pero que resultan ser complicados y costosos computacionalmente, al tiempo que se propone el algoritmo LOLA-Voronoi para cumplir con el balance de exploración-explotación.

Posterior al diseño secuencial, se repite la etapa de entrenamiento del metamodelo y las etapas sucesivas, hasta que los recursos se agotan. Esto concluye la construcción del metamodelo.

Referencias

[1] A. Forrester, A. Sobester, and A. Keane, *Engineering Design via Surrogate Modelling: A Practical Guide.* Wiley, 1 ed., 2008.

[2] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning - Data Mining, Inference, and Prediction.* Springer, 2 ed., 2008.

[3] Y. Tenne and C.-K. Goh, *Computational Intelligence in Expensive Optimization Problems*, vol. 2 of *Adaptation, Learning and Optimization.* Springer, 2010.

[4] S. Giurgea, H. S. Zire, and A. Miraoui, "Two-stage surrogate model for finite-element-based optimization of permanent-magnet synchronous motor," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 9, pp. 3607–3613, 2007.

[5] X. Meng, S. Wang, J. Qiu, J. G. Zhu, Y. Wang, Y. Guo, D. Liu, and W. Xu, "Dynamic multilevel optimization of machine design and control parameters based on correlation analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 8, pp. 2779–2782, 2010.

[6] F. Gillon and P. Brochet, "Screening and response surface method applied to the numerical optimization of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1163–1167, 2000.

[7] E. A. S. Cruz and C. H. E. Franco, "Sequential feature analysis in a floating search evaluation and extraction of weak metaclassifiers," *Revista UIS Ingenierías*, vol. 14, no. 1, 2015.

[8] D. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments.* Wiley, 8 ed., 2013.

[9] D. Wolpert and W. Macready, "No free lunch theorems for optimization," *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, vol. 1, no. 1, 1997.

[10] S. Koziel and L. Leifsson, *Surrogate-Based Modeling and Optimization.* Springer, 1 ed., 2013.

[11] J. M. Park, S. I. Kim, J. P. Hong, and J. H. Lee, "Rotor design on torque ripple reduction for a synchronous reluctance motor with concentrated winding using response surface methodology," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 10, pp. 3479–3481, 2006.

[12] M. H. Mohammadi, T. Rahman, R. Silva, M. Li, and D. A. Lowther, "A computationally efficient algorithm for rotor design optimization of synchronous reluctance machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, 2016.

[13] X. Song, Y. Park, J. Li, and J. Lee, "Optimization of switched reluctance motor for efficiency improvement using response surface model and kriging model," in *Computational Sciences and Optimization (CSO), 2011 Fourth International Joint Conference on*, pp. 259–260, 2011.

[14] Z. Zhou, Y. S. Ong, P. B. Nair, A. J. Keane, and K. Y. Lum, "Combining global and local surrogate models to accelerate evolutionary optimization," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 37, no. 1, pp. 66–76, 2007.

[15] Y. Duan and D. M. Ionel, "A review of recent developments in electrical machine design optimization methods with a permanent magnet synchronous motor benchmark study," in *2011 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, pp. 3694–3701, 2011.

[16] D. Gorissen, I. Couckuyt, E. Laermans, and T. Dhaene, "Multiobjective global surrogate modeling, dealing with the 5-percent problem," *Engineering with Computers*, vol. 26, no. 1, pp. 81–98, 2010.

[17] K. Crombecq, L. D. Tommasi, D. Gorissen, and T. Dhaene, "A novel sequential design strategy for global surrogate modeling," in *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference (WSC)*, pp. 731–742, 2009.

Apéndice C

Implementaciones del AG y AFB

A continuación se lista el código utilizado para implementar el algoritmo genético y el algoritmo de forrajeo de bacterias, utilizando el lenguaje de programación MATLAB.

C.1. Algoritmo Genético

```
function best = runga(f, vars, popSize, nGen, spress, pcross, pmut, varargin)
%%RUNGA Ejecuta el Algoritmo Genético para maximización. Esta versión
%asume que f es una función objetivo vectorizada.

%% Preparar
% Número de variables
n = size(vars, 1);
% Determinar si se graficará curva de evolución
plotFlag = false;
arg = strcmpi(varargin, 'Plot');
if any(arg), plotFlag = true; end;

%% Crear estructuras de datos
% Población inicial
pop = repmat(vars(:,2) - vars(:,1), 1, popSize).*rand(n, popSize) + ...
    repmat(vars(:,1), 1, popSize);
% Población intermedia
ipop = zeros(n, popSize);
% Historia de aptitud
minH = zeros(1, nGen);
maxH = zeros(1, nGen);

%% Iniciar evolución
for i = 1:nGen
    %% Los individuos viven y son puestos a prueba
    % Vector de valores de la función objetivo
    objf = f(pop);
    % Vector de eficiencia
    fmax = max(objf);
    fmin = min(objf);
    minH(i) = fmin;
    maxH(i) = fmax;
    eff = (1-spress)*(objf-fmin)/max([fmax-fmin, eps]) + spress;
```

```
    % Selección por ruleta
    wheel = cumsum(eff);

    %% Los más aptos tienen más probabilidad de reproducirse
    % Generar conjunto de apareamiento
    for j = 1:popSize
        spin = max(wheel) * rand(1);
        ipop(:,j) = pop(:,find(wheel >= spin, 1));
    end

    % Reproducir y cruzar
    for j = 1:2:popSize-1
        if rand(1) < pcross
            child = 0.5* ipop(:,j) + 0.5*ipop(:,j+1);
            pop(:,j) = child;
            pop(:,j+1) = child;
        else
            pop(:,j) = ipop(:,j);
            pop(:,j+1) = ipop(:,j+1);
        end
    end

    %% Algunos de los hijos sufren mutaciones
    for j = 1:popSize
        if rand(1) < pmut
            idx = randi(n);
            pop(idx, j) = (vars(idx,2) - vars(idx,1))*rand(1) + vars(idx,1);
        end
    end
end

%% Seleccionar el mejor individuo
[~, idx] = max(objf);
best = pop(:, idx);

%% Graficar historia
if plotFlag
    figure; hold on;
    plot(minH);
    plot(maxH, 'r');
    legend('J_{min}', 'J_{max}', 'location', 'SouthEast');
    xlabel('Generaciones');
    ylabel('Función de aptitud');
    grid on;
end
end
```

C.2. Algoritmo de Forrajeo de Bacterias

```
function best = runbf(f, vars, params, varargin)
%%RUNBF Ejecutar forrajeo de bacterias para maximización. Esta versión
%asume que f es una función objetivo vectorizada. Los
%parámetros se definen por el vector params de longitud 10, como sigue:
%   params(1): Tamaño de la población (debe ser impar)
%   params(2): Número de eventos de quemotaxis
%   params(3): Longitud de nado
%   params(4): Número de eventos de reproducción
%   params(5): Número de eventos de dispersión
%   params(6): Probabilidad de dispersión
```

```
%   params(7): Concentración de atractor/repelente
%   params(8): Ancho del atractor
%   params(9): Ancho del repelente
%   params(10): Longitud de movimiento
%   params(11): Presión selectiva
%Esta es una lista de parámetros libres orientada a permitir la experimentación.
%Sin embargo, los siguientes parámetros pueden utilizarse inicialmente para realizar pruebas:
%   params = [50, 100, 4, 4, 2, 0.25, 0.1, 0.2, 10, 0.1, 0.01];

%% Preparar

% Número de dimensiones
n = size(vars, 1);
% Tamaño de la población
S = params(1);
% Número de eventos de quemotaxis
Nc = params(2);
% Longitud de nado
Ns = params(3);
% Número de eventos de reproducción
Nre = params(4);
% Número de eventos de dispersión
Ned = params(5);
% Probabilidad de dispersión
ped = params(6);
% Concentración de atractor/repelente
Sar = params(7);
% Ancho del atractor
Wa = params(8);
% Ancho del repelente
Wr = params(9);
% Longitud de movimiento
ru = params(10);
% Presión selectiva
spress = params(11);

% Determinar si se graficará curva de evolución
plotFlag = false;
arg = strcmpi(varargin, 'Plot');
if any(arg), plotFlag = true; end;

%% Crear estructuras de datos
% Posiciones de la población de bacterias
P = repmat(vars(:,2) - vars(:,1), 1, S).*rand(n, S) + repmat(vars(:,1), 1, S);
% Historia de la función de nutrientes
Jhmin = zeros(Ned*Nre*Nc, 1);
Jhmax = zeros(Ned*Nre*Nc, 1);
simStep = 1;

%% Iniciar simulación
% Iniciar ciclo de dispersión
for i = 1:Ned
    % Iniciar ciclo de reproducción
    for j = 1:Nre
        %% Iniciar ciclo de quemotaxis
        for k = 1:Nc
            % Calcular la concentración de nutrientes
            J = f(P);

            % Guardar historia
            Jhmin(simStep) = min(J);
            Jhmax(simStep) = max(J);
```

```
            simStep = simStep + 1;

            % Añadir efecto célula a célula
            J = J + cell2cell(J);
            % Ciclo de nado
            for m = 1:Ns
                % Guardar actual superficie de nutrientes
                Jp = J;
                % Calcular la siguiente posición de cada bacteria (en una
                % matriz de población intermedia) utlizando un vector aleatorio
                Pi = P + ru * randuv(n, S);
                % Inicializar siguientes posiciones con la posición actual
                Pnext = P;
                % Vector lógico que contiene índices de las bacterias
                % cuyos movimientos no violan las restricciones después de
                % nadar
                valid = sum(bsxfun(@gt, Pi, vars(:,1)) & bsxfun(@lt, Pi, vars(:,2)), 1) == n;
                % Actualizar posiciones válidas
                Pnext(:,valid) = Pi(:,valid);
                % Calcular nueva superficie de nutrientes
                J = f(Pnext);
                J = J + cell2cell(J);
                % Sólo si para cada bacteria la función de nutrientes es
                % mejor, esta es movida
                valid = bsxfun(@gt, J, Jp);
                P(:,valid) = Pnext(:,valid);
            end
        end
        % Fin del ciclo de quemotaxis

        %% Reproducción
        % Passino sugiere el uso de la historia de la función de nutrientes como
        % medida de aptitud para la selección y reproducción. Aquí se propone
        % el uso de la medida de eficiencia (usada en el AG) por simplicidad.

        % Actualizar la superficie de nutrientes después de la quemotaxis
        J = f(P);
        Jmax = max(J);
        Jmin = min(J);
        eff = (1-spress)*(J - Jmin)/max([Jmax - Jmin, eps]) + spress;
        % Ordenar bacterias en orden descendiente de eficiencia
        [~, idxs] = sort(eff, 'descend');
        P(:,:) = P(:,idxs);
        % La mitad de la población menos apta muere y el resto se divide en dos
        % copias idénticas
        P(:,S/2+1:end) = P(:,1:S/2);
    end
    %% Eventos de dispersión
    for j = 1:S
        if rand < ped
            idx = randi(n);
            P(idx, j) = (vars(idx,2) - vars(idx,1))*rand + vars(idx,1);
        end
    end
end
%% Seleccionar el mejor individuo
% Calcular la superficie de nutrientes final
J = f(P);
[~, idx] = max(J);
best = P(:,idx);

%% Graficar
```

```
if plotFlag
    figure; hold on;
    plot(Jhmin);
    plot(Jhmax, 'r');
    xlabel('Pasos');
    ylabel('Función de Nutrientes');
    legend('J_{min}', 'J_{max}', 'location', 'SouthEast');
    xlim([1, length(Jhmin)]);
    grid on;
end

%% Función de efecto célula a célula
function Jcc = cell2cell(X)
    % Preparar espacio en memoria
    Jcc = zeros(1, S);
    % Calcular la función para cada bacteria
    for b = 1:S
        % Matriz de suma de cuadrados de la diferencia
        Ds = sum((repmat(X(:,b), 1, S) - X).^2, 1);
        Jcc(b) = Sar * (sum(exp(-Wa * Ds), 2) - sum(exp(-Wr * Ds), 2));
    end
end

%% Generador de vectores unitarios aleatorios
function V = randuv(n, S)
% Genera S vectores unitarios aleatorios de n dimensiones.
% Basado en el generador de Maxim Vedenyov's.
% Ver http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25363-random-unit-vector-generator
    V = zeros(n, S);
    for ii = 1:S
        % Repetir si el vector es muy pequeño
        while 1
            % Usar una distribución normal para garantizar distribución del ángulo uniforme
            v = randn(n, 1);
            % Cuadrado de la norma
            vsnorm = v'*v;
            if vsnorm > 1e-10
                % Normalizar
                v = v/sqrt(vsnorm);
                break;
            end
        end
        V(:, ii) = v;
    end
end

end
```