Actuaciones del profesor en el empoderamiento social de los participantes de una clase de matemáticas, desde una perspectiva sociopolítica de la educación matemática

DIANA MILENA MARTÍNEZ CLAVIJO

MANUEL ALEJANDRO ZAMBRANO CORREDOR

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ, D.C.

2021

Actuaciones del profesor en el empoderamiento social de los participantes de una clase de matemáticas, desde una perspectiva sociopolítica de la educación matemática

DIANA MILENA MARTÍNEZ CLAVIJO

MANUEL ALEJANDRO ZAMBRANO CORREDOR

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación

Director

JULIO HERNANDO ROMERO REY

Magister en docencia de la matemática

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ, D.C.

2021

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría. En aquellos casos en los cuales hemos recurrido al trabajo de otros autores o investigadores, ubicamos los respectivos créditos y referenciamos las obras consultadas.

Dedicatoria

A nuestras familias por el acompañamiento incondicional y apoyo inquebrantable en nuestros procesos de formación.

Agradecimientos

A nuestra Alma Mater la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, por generar espacios que nos permiten seguir formándonos como sujetos críticos.

A nuestro asesor Julio Hernando Romero Rey, por su acompañamiento en la constitución de este trabajo.

A los profesores y compañeros que a través de los espacios de discusión nos orientaron y retroalimentaron en el desarrollo de nuestra investigación.

A todos los participantes del Club de Investigadores por su deseo de hacer parte de este escenario de transformación

Tabla de contenido

Resumen Ejecutivo 9
Explorando La Perspectiva De La Educación Matemática Crítica (EMC) y El Paradigma Del Ejercicio. 10
La Clase De Matemáticas, Un Contraste Antes Y Durante La Pandemia. 12
Una Mirada Al Aula Presencial 13
Algunos Antecedentes Y Sus Aportes A Nuestra Investigación 16
La Esperanza De La Transformación Inicia En Nosotros Mismos 21
Nuestros Acompañantes En El Camino De La Transformación 33
El Aula En Tiempos De Pandemia ¿Cambios O Continuidades? 37
Abriendo Un Espacio De Esperanza 39
¿Quiénes Conformamos El Club De Investigadores? ¿En Qué Condiciones? 40
Desarrollo De Nuestro Club de Investigadores (Escenario De Aprendizaje) 43
Recogiendo Y Organizando La Información De Nuestros Encuentros 48
¿Y Cómo Encontramos Nuestros Episodios? 54
Organización Y Desarrollo Del Club 55
La Entrevista En Nuestra Investigación 56
Club De Investigadores: Una Mirada A Las Actuaciones Del Profesor En Relación Con El Empoderamiento 57
Tema Covid – 19 57
Episodio 1 57
Episodio 2 62
Tema Peligros Cibernéticos 68
Episodio 1 68
Episodio 2 72
Tema Ambiental 78
Episodio 1 78
Episodio 2 85
Tema Accidentes Automovilísticos 91
Episodio 1 91
Episodio 2 104
Tema Recursos Públicos 112
Episodio 1 112
Consideraciones Y Reflexiones Finales 128

Consideraciones Desde Las Categorías 130
Mantener La Igualdad 130
Correr Un Riesgo 131
Proceso De Indagación 132
Discusiones Reflexivas 132
Diálogo Y Empoderamiento 134
Sobre Las Actuaciones De La Profesora 134
Finalmente… 135
Referencias 136

Índice de figuras

Figura 1 14
Figura 2 14
Figura 3 15
Figura 4 38
Figura 5 41
Figura 6 43
Figura 7 45
Figura 8 47
Figura 9 48
Figura 10 50
Figura 11 51
Figura 12 52
Figura 13 53
Figura 14 58
Figura 15 60
Figura 16 62
Figura 17 63
Figura 18 66
Figura 19 68
Figura 20 70
Figura 21 73
Figura 22 75
Figura 23 79
Figura 24 82
Figura 25 83
Figura 26 84
Figura 27 86
Figura 28 88
Figura 29 92

Figura 30 93
Figura 31 95
Figura 32 95
Figura 33 97
Figura 34 98
Figura 35 100
Figura 36 103
Figura 37 105
Figura 38 106
Figura 39 113
Figura 40 114
Figura 41 115
Figura 42 123
Figura 43 125
Figura 44 126

Resumen Ejecutivo

Este trabajo de investigación surge de las inquietudes que como profesores en ejercicio hemos venido experimentando en nuestras prácticas profesionales. Por un lado, el cuestionamiento de los estudiantes sobre los objetos de aprendizaje y su relación con la vida misma; y por otra, el rol del profesor en la transformación de la visión del mundo de los estudiantes por medio de las matemáticas.

Estas inquietudes convergen en nuestro problema de investigación que tuvo como objetivo identificar las actuaciones del profesor de matemáticas que posibilitan el empoderamiento social de los participantes de una clase. Lo anterior, a través del paradigma crítico que responde a nuestras convicciones como profesores, y que además se aparta de las formas prototípicas en las que enseñamos las matemáticas en la escuela.

En ese sentido, realizamos el montaje y desarrollo de un escenario de aprendizaje que se materializó a partir de un espacio que llamamos *Club de Investigadores*, el cual nos permitió analizar por medio de las categorías de discusiones reflexivas (Barbosa, 2006) y características del diálogo (Alrø y Skovsmose, 2012), las actuaciones del profesor de matemáticas con relación al empoderamiento social de los participantes de la clase.

La organización de la información que recolectamos en el desarrollo del escenario se realizó por medio de diversos instrumentos (grabaciones de clase, líneas de tiempo, entrevistas, rejillas de organización, entre otros) que dieron cuenta del abordaje de las intenciones de investigación (Temas) propuestos por los participantes del Club, y todas las manifestaciones que emergieron de éstos.

Finalmente se presentan las consideraciones y reflexiones, las cuales versan en torno a los hallazgos asociados a las categorías de análisis y su relación con las actuaciones del profesor de matemáticas que posibilitan el empoderamiento social.

Palabras claves: Empoderamiento social, características del diálogo, discusiones reflexivas, actuaciones del profesor.

Explorando La Perspectiva De La Educación Matemática Crítica (EMC) y El Paradigma Del Ejercicio.

En nuestro desempeño como profesores de matemáticas dos asuntos se han convertido en preocupaciones. De una parte, el cuestionamiento permanente de los estudiantes por la relación entre los objetos de aprendizaje y el devenir de la vida misma. De otra, el papel del profesor en la transformación de la clase de matemáticas hacia un espacio de verdadera participación, que permita la construcción de una visión del mundo en donde los estudiantes tomen posturas sobre su realidad.

La conjugación de estas inquietudes profesionales nos llevó a establecer, luego de varias discusiones al interior del *grupo de investigación*[1], una idea de investigación: el rol del profesor en la transformación de la cultura de clase y su incidencia en la visión del mundo de sus participantes.

Para hablar de nuestras prácticas, consideramos importante reconocer que nuestra formación en la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) nos permitió visualizar desde la utopía de las teorías una escuela diferente, esto forjó en gran parte nuestras convicciones sobre el ser profesor y las posibilidades de transformación que éste podría generar desde el estudio de las matemáticas con los otros.

En ese momento nos cuestionamos cómo desde nuestro quehacer profesional podíamos generar cambios, al menos, en la forma en que los niños veían las matemáticas, encontrando en la clase un espacio de interacción y aprendizaje desde diferentes perspectivas, gestionando este espacio no como algo rígido y desconectado de contextos cercanos a los

[1] En particular nos referimos al trabajo en la línea de investigación de educación matemática diversidad y subjetividad.

estudiantes, sino más bien como algo motivador que pudiera generar mayor sentido para ellos.

De esta manera, nuestra preocupación estuvo enfocada en los recursos que se podrían utilizar desde clase, pero también nuestra atención comenzaría a girar en torno a los participantes de la clase, al preguntarnos reflexivamente con quién estábamos trabajando, lo anterior, lo queremos ejemplificar por medio de una experiencia relatada en entrevista Diana (profesora-investigadora) siendo profesora en formación en el marco de una práctica.

> *Me encontraba trabajando con un curso de octavo dictando particularmente la clase de álgebra (de un colegio distrital ubicado en el sur de la ciudad, y cuya población se consideraba vulnerable desde una parte social y económica, los niños de esta clase estaban en un rango de edad entre 13 y 17 años) para esta clase, intentaba llevar los mejores recursos para que los estudiantes pudieran interactuar con el material y entender los temas que estaban siendo explicados. A pesar de mi esfuerzo por hacer que todos los niños se sintieran incluidos en la clase, en algún momento uno de los estudiantes mostrando su desinterés, manifestó que él cuando "grande" quería ser "reciclador o ladrón" entonces, esto que estaba viendo en la clase pues no tendría ninguna importancia para lo que él esperaba de su futuro.*
>
> *Lo anterior me preocupó bastante, sin embargo, seguí buscando nuevas estrategias para que el niño viera las cosas de otra manera, además de esto, se lo comunique en ese entonces al profesor del colegio (en busca de alguna estrategia que yo pudiera aplicar), pero su respuesta fue "¿para qué te esfuerzas solo es un niño de colegio distrital? y simplemente no va a aprender nada".* (Martínez, D, comunicación personal, 05 de abril de 2020).

A partir de este relato surgen varios cuestionamientos, por un lado la manifestación del estudiante durante la clase: ¿qué papel cumple la escuela en la visión del mundo de los

estudiantes?, ¿de qué manera la clase de matemáticas aporta a la visión del mundo? y por otra parte el uso de recursos y la implementación de nuevas estrategias: ¿aportaría en algo a la transformación de la visión del mundo de los participantes de la clase? o por el contrario todas estas intenciones serían en vano.

Las anteriores preguntas sugieren poner en tela de juicio el rol tanto del profesor en formación (Diana) como del profesor en ejercicio a quien podríamos asumir como un sujeto alienado por el sistema y sus formas de representación del poder (Gutiérrez, 2013). En ese sentido nos cuestionamos ¿Cuáles son las intenciones del profesor en el aula? ¿La actuación del profesor se debería fundamentarse en la transmisión o transformación?

En ese sentido consideramos que la utopía de las teorías requiere de un compromiso y convicción de los sujetos, en tanto sólo quienes están dentro del sistema educativo pueden transformar las realidades.

La Clase De Matemáticas, Un Contraste Antes Y Durante La Pandemia.

Desde el pregrado hemos pensado en diversas posibilidades de transformación en el aula, sin embargo, en el trasegar de nuestra vida como profesores en ejercicio, nos hemos encontrado con un sistema educativo rígido, estandarizado y en ocasiones opresor de la diversidad, no solo de los estudiantes, sino también del profesor y sus prácticas, ya que el interés en la mayoría de las instituciones se orienta al cumplimiento de objetivos y de un plan de estudios para lograr “buenos resultados”. Lo anterior ha desdibujado las posibilidades de llevar a cabo nuestras prácticas medidas por nuestras convicciones.

A continuación, describiremos el aula en la que nos desenvolvemos, en términos de las acciones del profesor asociadas a la planeación y gestión de clase, lo anterior lo consideramos importante en el contexto de nuestra investigación ya que daremos cuenta que el rol del profesor está supeditado al sistema en el cual se desenvuelve.

Una Mirada Al Aula Presencial

El colegio en el que desarrollaremos el escenario de aprendizaje, se utilizan metodologías innovadoras de ***clase*** que pretenden dejar a un lado la clase tradicional para darle fuerza al trabajo en grupos cooperativos, por medio del aprendizaje basado en proyectos (ABP), de acuerdo con esta metodología, cada clase se planea a partir de una *secuencia didáctica:*

- *Asamblea,* es el momento de reunión con todos los participantes del curso para retroalimentar lo que se ha realizado en sesiones anteriores.
- *Descubro,* es una actividad inicial (motivadora) que pretende acercar al tema que se trabajará.
- *Construyo,* es un momento de trabajo en grupo en el que siguiendo un instructivo y experimentando por sí mismos, los participantes de la clase van teniendo algunas comprensiones del tema.
- *Significo,* es el momento que se utiliza para socializar los trabajos hechos en grupo y con esto lograr a partir de la experiencia comprender el tema que se proponía.

La secuencia nombrada, parece distanciarse un poco de la clase tradicional, fortaleciendo la participación individual y grupal de los estudiantes, puesto que cada participante tiene un rol en su grupo y lo anterior garantiza de cierto modo la interacción, la experimentación y el aprendizaje.

En la Figura 1, se presenta un ejemplo de formato de planeación semanal de clases, que se utiliza en los cursos de primaria (1°-3°), en la primera columna se escribe el momento según la secuencia: en la segunda, se describe la clase por momentos dejando claro los roles de los estudiantes y el objetivo de la clase; en la tercera se escriben los recursos de la clase y en la cuarta las evidencias del trabajo realizado por los estudiantes.

Figura 1

Formato de planeación de clases

SECUENCIA DIDACTICA	ACTIVIDADES	RECURSOS	EVIDENCIAS Y MEDIOS DE EVALUACIÓN
DESCUBRO	Sesión 2 y 3: Asamblea: ¿si coloco una regleta de cuisenaire puedo a partir de otras regletas (diferentes a la ya colocada) hacer una del mismo tamaño?, ¿equivalencias entre números de color?, ¿Qué es equivalencia? Actividad 1: se organizará a los estudiantes en forma de círculo y entre todos se construirá la secuencia numérica con los números en color.	Regletas de Cuisenaire.	Evaluación formativa. Evaluación perceptiva.

Nota. Tomado de fuente propia, bajo formato de planeación semanal de la institución

En la Figura 2, se presentan momentos de ejecución de la planeación de forma presencial, en términos del trabajo en grupos pequeños y en asamblea general, en este caso destacamos el uso de recursos manipulativos tangibles que se habían propuesto por la profesora los cuales pretendían integrar conceptos abstractos por medio de material concreto.

Figura 2

Estudiantes en grupos cooperativos de forma presencial

Nota. Fotografía de fuente propia, estudiantes realizando actividades con recursos manipulativos tangibles en clase de matemáticas

Lo anterior, pareciera interesante y podría responder a una primera intención que teníamos cuando apenas éramos profesores en formación: de buscar recursos que permitieran que el proceso de enseñanza - aprendizaje cautivara la atención de los estudiantes, teniendo la libertad de escoger los recursos para la clase, sin embargo, encontramos que todas estas

dinámicas finalmente terminan respondiendo a un plan de estudios preestablecido por la institución, como el que se muestra en la Figura 3 en el que se aclara para cada profesor cuáles son los contenidos que deben enseñarse en cada periodo y a su vez cuáles son las competencias que se asocian a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Figura 3

Fragmento de plan de estudios por cursos para cada periodo

TERCERO			
EJE	**CONTENIDOS**	**HABILIDADES**	**CONCEPTO CLAVE**
Así soy yo	• Cambio y variación: o Descripción de situaciones. o Construcción de secuencias numéricas y geométricas. o Propiedades de la igualdad.	• Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.	**IDENTIDAD:** Las secuencias numéricas y geométricas poseen patrones, que permiten identificar sus elementos. **CAMBIO:** Algunas de nuestras características y las de nuestro entorno, sufren modificaciones que pueden ser cuantificadas.
Ciudadano ambiental activo	• Estadística descriptiva: o Población. Tablas de frecuencias. o Gráficos estadísticos (Diagrama de barras, histograma). o Moda. • Probabilidad: o Espacio muestral o - Estimación de probabilidades en escalas cuantitativas (muy probable, poco probable, más probable que, menos probable que, ...)	• Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos. • Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.	**RELACIÓN:** Las medidas de tendencia central permiten caracterizar una población. **FUNCIÓN:** El cálculo de probabilidades es una gran herramienta que apoya la toma fundamentada de decisiones.

Nota. Tomado de malla curricular de la institución en la que se desarrolló el escenario de aprendizaje

En este punto, consideramos que el desarrollo de las clases por medio de esta metodología y con el enfoque netamente en el cumplimiento estricto de competencias y lineamientos, tiende a limitar el desarrollo socio crítico de los estudiantes empleando las matemáticas, por el contrario, sigue perpetuando el paradigma del ejercicio solo que con algunas innovaciones en términos de la gestión y el uso de materiales para la clase.

Lo anterior se sustenta en la medida en que la clase de matemáticas, en nuestra experiencia como profesores y en observaciones realizadas a las prácticas de algunos colegas, se reduce a un espacio de rutinas estandarizadas que consisten en una exposición breve del tema (partiendo del supuesto que los estudiantes son completamente ajenos a este), desarrollo de algunos ejercicios (generalmente consisten en la aplicación de algoritmos) a manera de ejemplo, asignación de algunos ejercicios para resolver en el salón de clase, otros para la casa

y finalmente una evaluación (casi siempre escrita) en donde los estudiantes deben replicar el algoritmo estudiado enfrentándose a preguntas con única respuesta (en donde se suele privilegiar un solo procedimiento de resolución). Esto se enmarca en lo que Skovsmose (2000) denomina el paradigma del ejercicio.

A partir de la anterior cita, consideramos que una clase inmersa en este escenario genera una suerte de procesos de exclusión de posibilidades de acompañamiento en la constitución de sujetos críticos y empoderados de su realidad, en tanto privilegia el saber disciplinar que en la mayoría de los casos se encuentra descontextualizado, dejando invisibilizada la perspectiva sociopolítica de la educación matemática.

Así, encontramos que en el marco del paradigma del ejercicio (Skovsmose, 2000) no se concibe la posibilidad de aprender matemáticas a través de situaciones que involucren a los estudiantes y el profesor como sujetos sociales dentro de las clases de matemáticas como una práctica cultural. Por el contrario, se recae en la perspectiva netamente cognitiva de las relaciones entre los sujetos y las matemáticas.

Por lo anterior, desde nuestras convicciones y experiencias profesionales creemos que la educación y particularmente la clase de matemáticas, pueden ser diferentes desde el rol del profesor, especialmente enfocado en las actuaciones que éste promueva para el empoderamiento de los participantes de la clase.

Hemos considerado algunos trabajos que nos aportan en la comprensión de las categorías de análisis y aspectos metodológicos desde este paradigma.

Algunos Antecedentes Y Sus Aportes A Nuestra Investigación

En este punto encontramos la necesidad de realizar una revisión de algunos trabajos, documentos y/o experiencias donde se hubiesen contemplado algunas categorías similares a las nuestras o bien algunos aportes en torno al modo como fueron diseñados y puestos en marcha los escenarios de aprendizaje por parte de otros investigadores.

Lo anterior con el fin de proveernos de información que nos diera cuenta de las formas cómo se desarrolla el montaje de los escenarios de aprendizaje desde la perspectiva sociopolítica y además el uso de las categorías para el análisis de la información.

A continuación, describiremos de manera sucinta cada uno de los trabajos que empleamos y el uso que hicimos tanto del montaje del escenario como de la utilización de categorías de análisis, para posteriormente brindar algunas consideraciones sobre la utilidad de estas experiencias en nuestra investigación.

Un primer documento abordado, fue el trabajo de grado de maestría de Barrios y Galvis (2015) quienes a groso modo planteaban dentro de sus objetivos el describir la relación entre el porvenir y las discusiones reflexivas en un ambiente de modelación, para lo cual montaron un escenario de aprendizaje que inicia con el desarrollo de un cuestionario que indaga sobre las perspectivas que los estudiantes tenían sobre su futuro, logrando así entrever la categoría del porvenir y como está empezaba a emanar en el marco de las discusiones en la clase cuándo los estudiantes analizaban sus planes a futuro.

De esa manera, en el marco de la gestión del espacio, es importante resaltar que, desde las descripciones hechas por los investigadores, se da cuenta de acciones por parte de los docentes que permitieron las interacciones de los estudiantes, poniendo en punto de referencia la voz de cada uno de los participantes.

En estas interacciones, se logran destacar las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas (Barbosa, 2006) en el desarrollo de las actividades propuestas en las sesiones, lo anterior lo logramos identificar en tanto el escenario abrió la posibilidad de visualizar la categoría del porvenir como un problema latente en la población (dada su proximidad a salir del colegio).

Consideramos importante resaltar que los investigadores hacen mención que en el desarrollo del escenario no emergieron de forma directa (al inicio) las discusiones reflexivas

empleando los modelos matemáticos de análisis del problema, por el contrario, este trabajo da muestra de la importancia de la gestión e intervención de los profesores para lograr catapultar en los estudiantes el análisis de la información para generar manifestaciones reflexivas[2] con respecto al porvenir.

Finalmente consideramos que este trabajo más allá de la categoría principal de análisis (el porvenir), nos permite visualizar la potencialidad que tienen los escenarios de aprendizaje para gestar interacciones entre los participantes de la clase en tanto se rompe con las formas tradicionales de organización de la clase y permite involucrar a los estudiantes en un problema que les atañe.

Además, aunque la intención de fondo de este trabajo no haya sido la labor del profesor, si presenta de manera tangencial algunos elementos que dan cuenta de la importancia del rol de este en el marco de los escenarios de aprendizaje y cómo su gestión provee de significado las interacciones y apoya el surgimiento del carácter reflexivo de las interacciones.

Otro trabajo de maestría que abordamos fue el de Gutiérrez y Rodríguez (2015), en el cual se planteaba como objetivo la identificación de "posibilidades y desafíos de la modelación matemática desde la perspectiva socio crítica en la contribución a la formación ciudadana, mediante los discursos producidos por estudiantes de un colegio de Bogotá" (p.14).

Este trabajo se llevó a cabo a través del montaje de un escenario de aprendizaje que consistió en el desarrollo de sesiones de trabajo con los estudiantes, para abordar situaciones asociadas a las finanzas de cada una de las familias, especialmente analizando el concepto de compra y endeudamiento.

---

[2] La entendemos como una intervención de los participantes en la cual se hace referencia a la situación abordada de manera crítica sin utilizar el modelo.

Para el análisis en este trabajo, se consideraron cinco categorías: participación activa del estudiante en la construcción del modelo, participación activa del estudiante en la sociedad, profesor como mediador, discursos reflexivos y discursos paralelos.

Las tres primeras categorías, refieren a características de la perspectiva de la modelación desde el enfoque socio-crítico que contribuye a la formación ciudadana, basadas en el trabajo de Silva & Kato (2012) y otros autores. En el trabajo de Gutiérrez y Rodríguez (2015) estas se ven reflejadas en el desarrollo del escenario de aprendizaje en el cual se tienen en cuenta los intereses y contexto de los estudiantes, el trabajo grupal y la mediación del profesor entre el modelo matemático y la problemática planteada (entre otros aspectos)

Las dos últimas categorías (P. 45) están sustentadas en Barbosa (2006), quien plantea la categoría de discursos reflexivos como la posibilidad que tienen los estudiantes en reconocer que el modelo no es una descripción neutral de la realidad. La categoría de discursos paralelos, desde nuestra interpretación de este trabajo, refieren a objetos matemáticos y discernimientos sobre la cultura de la clase de matemáticas y la realidad o contexto social de los estudiantes, que no precisamente apoyan la construcción de modelo en el que se quiere centrar la problemática.

A la luz de las categorías: discursos reflexivos y paralelos, Gutiérrez y Rodríguez (2015) construyen los datos, clasificando los discursos producidos por sus estudiantes, respondiendo a sus objetivos, entre ellos identificar posibles relaciones entre los discursos producidos por los estudiantes y la contribución a la formación ciudadana desde la clase de matemáticas.

Este trabajo, lo hemos considerado como un antecedente en nuestro trabajo, ya que aporta una idea en la creación y desarrollo del escenario de aprendizaje teniendo en cuenta unas características puntuales de la perspectiva socio-crítica. Además, consideramos que nos

ayuda a reconocer el proceso que realizan las autoras al momento de clasificar los datos según las categorías de discurso que están planteadas por Barbosa (2006).

Otro documento que abordamos corresponde al artículo de investigación planteado por Mancera, Perilla y Camelo (2017) quienes proponen un espacio de modelación matemática desde la perspectiva socio - crítica con estudiantes de grado 11°, a partir de temáticas como la sobrepoblación mundial, la contaminación y los embarazos adolescentes, con el propósito de identificar el conocer reflexivo por medio de la categoría del diálogo.

Lo anterior lo desarrollaron por medio de 5 fases metodológicas que les permitió organizar el escenario de modelación y especialmente identificar en el marco de las interacciones de los estudiantes los siguientes actos dialógicos: entrar en contacto; localizar; identificar; defender; pensar en voz alta; reformular; controvertir y evaluar.

Creemos importante señalar que los autores manifiestan que la potencialidad de este escenario radica en la posibilidad y el desafío que tiene la escuela en que se generen espacios de trabajo con los estudiantes, en donde se analicen problemáticas de carácter social, político, económico, entre otras a la luz de las matemáticas y por medio de formas no tradicionales de concebir el estudio de esta disciplina.

Consideramos que este trabajo nos permite visualizar en primera instancia el uso de la categoría del diálogo a la luz de las subcategorías asociadas a los actos dialógicos y la forma como se emplearon para analizar los discursos que emanaron de los subgrupos de trabajo en el ambiente de modelación.

Por otra parte, pensamos que este antecedente nos invita a concebir la posibilidad de generar espacios de estudio de las matemáticas desde una perspectiva en la que se invita a los estudiantes a reflexionar sobre situaciones de la realidad a partir de las matemáticas.

La Esperanza De La Transformación Inicia En Nosotros Mismos

En ese orden de ideas, consideramos que como profesores somos sujetos susceptibles al cambio, por tal motivo encontramos en la maestría y especialmente en el proyecto de investigación un espacio para materializar nuestras ideas sobre el rol del profesor en el marco de unas prácticas diferentes y de esa manera generar la transformación que hemos manifestado.

La convicción sobre una educación matemática distinta o al menos unas prácticas de aula diferentes, fue uno de nuestros pilares. Por tal motivo para esta investigación quisimos que el objeto de estudio fuese precisamente uno de nosotros y no alguien ajeno a esta investigación.

Por un lado, consideramos que, si hubiese sido con otro profesor, tal vez se habría forzado un escenario que tuviese en cuenta principios de la EMC, los cuales podrían no haber respondido a las intenciones reales de ese profesor. Además, reconocemos que uno de los principios de la investigación crítica más allá de la contemplación de las problemáticas, es generar transformaciones, y esto es lo que pretendemos hacer desde nuestras propias prácticas.

Así, hemos planteado la siguiente pregunta: ¿cuáles son (o podrían ser) las actuaciones de un profesor de matemáticas, que posibilitan el empoderamiento social de los participantes de una clase?

Para dar respuesta a lo anterior, nos hemos propuesto el siguiente objetivo general: **identificar las actuaciones del profesor de matemáticas que posibiliten el empoderamiento social de los participantes de la clase, por medio del diálogo y las discusiones reflexivas que surgen durante el desarrollo de una clase de matemáticas desde una perspectiva sociopolítica.**

Inicialmente vamos a **identificar características del diálogo que emergen en las discusiones reflexivas, como elemento que posibilita el empoderamiento social de los participantes en una clase de matemáticas, desde una perspectiva sociopolítica** y, por otro lado, **asociar las actuaciones del profesor con la emergencia de discusiones reflexivas, durante el desarrollo de una clase de matemáticas desde una perspectiva sociopolítica.**

De acuerdo con nuestra preocupación y proyectando una posible transformación de nuestras prácticas, empezamos una exploración teórica de algunos elementos de la educación matemática crítica (EMC) que, por una parte, nos permitieron reflexionar sobre nuestro rol en el aula y por otra nos alentaron a la transformación, en tanto logramos ver que era posible generar un espacio de trabajo diferente con las matemáticas.

En principio estudiamos la perspectiva sociopolítica de la educación matemática y encontramos, que de acuerdo con lo planteado por Gutiérrez (2013) el término sociopolítico pretende situar preponderantemente el plano político y vislumbrar las acciones sobre las tensiones que rodean el quehacer del profesor, de esa manera, el giro sociopolítico rescata una forma distinta de ver las perspectivas teóricas sobre el conocimiento, el poder y la identidad dentro de los discursos sociales que emergen en la escuela.

Dentro de esta postura sociopolítica se analiza la escuela identificando que existen prácticas que favorecen a algunos grupos sociales y excluyen a otros, esto implica de manera directa una responsabilidad con respecto a los fenómenos asociados al poder, toda vez que desde esta perspectiva se pretende no sólo comprender la educación matemática desde sus características sociales, sino también se propende por la transformación de la propia educación matemática por medio del desarrollo de prácticas que permitan generar procesos de justicia desde la perspectiva social.

La búsqueda de esa justicia la relacionamos por medio de la categoría de empoderamiento y en particular, el empoderamiento desde el dominio matemático sobre el cual Ernest (2002), menciona que:

> Una discusión sobre el empoderamiento matemático se refiere a los objetivos de la enseñanza de las matemáticas y los objetivos del aprendizaje de las matemáticas. También se refiere al papel de las matemáticas en la vida del alumno individual y su impacto en su escuela y en la vida social en general, tanto en el presente como en el futuro. (p.1)

En este sentido, la idea de empoderamiento que asumimos desde este autor nos lleva a plantear inquietudes en relación con el vínculo que existe entre los estudiantes y las matemáticas más allá de lo conceptual y/o cognitivo. Esto nos permitió entender las matemáticas y en especial su enseñanza y aprendizaje como aspectos trascendentales para la formación de la visión del mundo de los participantes de la clase.

Aun así, no es suficiente pensar que la transformación se gesta con el hecho que cada sujeto de manera individual desarrolle este tipo de empoderamiento. Por el contrario, como lo plantea Freire y Shor (2014, citados en Magallanes y Esteley, 2016), el empoderamiento individual es necesario mas no suficiente para un proceso de transformación social, en tanto, la generación de las transformaciones se debe potenciar y componer desde una perspectiva colectiva y general. Magallanes y Esteley (2016) plantean que:

> El empoderamiento social se vincula con la idea de “poder con”. Esto es así pues se entiende que el empoderamiento social se manifiesta cuando un grupo genera un espacio que posibilita que todos se expresen y desde el interior del grupo se formulen y construyan soluciones comunes para un problema definido y aceptado como tal por el grupo. (p.184)

En ese orden de ideas, entendemos que la transformación va en el sentido de

contemplar el carácter colectivo en la clase de matemáticas. De este modo, evidenciamos que el desarrollo del empoderamiento en el aula como escenario de aprendizaje, rompe con las estructuras hegemónicas de poder, permitiéndole a cada participante sentirse identificado con el espacio (aula) y las actividades que en éste se generen.

Además, Magallanes y Esteley (2016) entienden el "empoderamiento como un proceso a través del cual tanto docentes como estudiantes se empoderan" (p.188) esta idea fortalece nuestra investigación, ya que muestra que el proceso de empoderamiento no solo se enfoca en los estudiantes, sino también en el profesor.

Encontramos en los aportes de Ernest (2002) que el empoderamiento se puede visualizar en los procesos educativos (tomando como referencia la enseñanza de las matemáticas) desde tres dominios:

- El empoderamiento matemático, consiste en el poder sobre el lenguaje, los símbolos, el conocimiento y las habilidades de las matemáticas, además de la capacidad de aplicarlos con confianza en contextos dentro y fuera de la escuela (pp. 3-4).
- El empoderamiento epistemológico, hace referencia al crecimiento en la confianza de los sujetos, no solo en el uso de la matemática sino también en el poder personal, sobre la creación del conocimiento y la validación del mismo (p.8).
- El empoderamiento social, refiere a la capacidad de usar las matemáticas para el mejoramiento social, teniendo oportunidades de mejor vida en el estudio y trabajo, participando plenamente en la sociedad a través de la ciudadanía matemática crítica, de esa forma respondemos entonces a la necesidad de generar procesos de justicia por medio del estudio de las matemáticas (p.1).

Teniendo en cuenta estos tres dominios, queremos destacar que nuestro interés gira en torno al empoderamiento social, pues es en éste, que encontramos una conexión cercana con

nuestras preocupaciones, en tanto las actuaciones del profesor por medio de las matemáticas están relacionadas con la visión del mundo de los participantes de la clase.

En ese orden de ideas el estudio de las matemáticas no se debería limitar a la perspectiva instrumental de estas y el paradigma del ejercicio, por el contrario, Ernest (2002) plantea que:

> Los estudiantes deberían poder pensar matemáticamente y ser capaces de usar sus conocimientos y habilidades matemáticas en sus vidas para empoderarse a sí mismos, tanto a nivel personal como ciudadanos, y a través de sus perspectivas ampliadas, para apreciar el papel de las matemáticas en historia, cultura y el mundo contemporáneo (p.5).

Este aporte de Ernest nos generó la siguiente pregunta: ¿cómo desarrollar este empoderamiento en el marco de una clase de matemáticas? En el abordaje de esta inquietud nos encontramos con la categoría de alfabetización, entendida como una forma de empoderar a los sujetos en tanto hace referencia a la adquisición de habilidades para el análisis de situaciones sociales que los afectan. Sobre esto, Giroux (1989, citado en Skovsmose, 1999) entiende que:

> La alfabetización como un constructo radical tendría que enraizarse en un espíritu de crítica y de proyecto de posibilidad que le permitiera a la gente participar en la comprensión y transformación de su sociedad. La alfabetización, entendida tanto como el manejo diestro de habilidades específicas, como de formas particulares de conocimiento, tendría que convertirse en una condición previa para la emancipación social y cultural (p.27).

Sobre lo anterior, consideramos importante reconocer que la alfabetización como medio para desarrollar el empoderamiento cobra sentido en el marco de la educación

matemática, en tanto, permite entender las matemáticas como saber para el análisis, la crítica y la transformación de las perspectivas del mundo en el cual se desenvuelven los sujetos.

Skovsmose (1999) comenta que a través de la alfabetización se llega a saber algo sobre *nuestra posición en el mundo,* lo cual se complementa con las ideas de Giroux acerca de la alfabetización como garantía de una libertad política, social y económica de manera inmediata, procurando un ambiente propicio para dar lugar al empoderamiento de las personas.

De esa manera, entendemos que la alfabetización brindará elementos para analizar y manifestar lo que sucede en el mundo, y así, empoderar a los sujetos con respecto a las situaciones del contexto que los afectan.

Ahora bien, al realizar una revisión sobre la alfabetización, encontramos que Skovsmose (1999) plantea que el concepto de alfabetización matemática: "debe verse como una composición de diferentes competencias: la matemática, la tecnológica y la reflexiva. En especial, el conocer reflexivo tiene que desarrollarse para darle a la alfabetización matemática un carácter potenciador" (p.130).

Este autor menciona que la importancia de la alfabetización matemática como competencia integrada, implica que los principios guías de la educación matemática se encuentran en el contexto social y no en las matemáticas mismas. De esa manera, se puede entender que lo social desde la perspectiva de la EMC precede a lo matemático, en tanto lo disciplinar es un elemento susceptible al análisis desde este viraje.

Ahora bien, con respecto a las competencias consideramos importante resaltar que todas se encuentran estrechamente relacionadas y que particularmente la competencia matemática se caracteriza por la potenciación desde el saber disciplinar, la competencia tecnológica se refiere al uso de las matemáticas por medio de sus modelos y finalmente la

competencia reflexiva responde al carácter crítico que permite tomar posiciones respecto a situaciones de carácter social.

De ese modo, la alfabetización matemática desde Skovsmose (1999) se ha especificado como la competencia que define a la educación matemática crítica y ésta a su vez considera el *conocer reflexivo* como elemento fundamental, el cual surge como medio para dar cuenta o evidenciar los procesos de empoderamiento de los sujetos. En ese orden de ideas el carácter crítico del conocer reflexivo nos lleva a considerarlo en el marco de lo pragmático es decir en acciones concretas que generan transformaciones.

En el estudio de la categoría del conocimiento reflexivo y el conocer reflexivo, logramos entender que, si bien parecieran ser lo mismo, no lo son pues son conceptos epistemológicamente hablando distintos, a continuación, haremos claridades sobre sus diferencias y el por qué decidimos enfocarnos en el conocer reflexivo.

De acuerdo con Skovsmose (1999), el conocimiento reflexivo refiere a una explicabilidad y da por hecho la existencia de un cuerpo autorizado de conocimiento, lo anterior genera divergencias con respecto al espíritu de la EMC en tanto el conocimiento así entendido, avala la existencia de verdades absolutas e irrefutables. Por esa razón, el autor plantea que en la búsqueda de una competencia que desarrolle la crítica, es coherente hablar en términos del conocer reflexivo ya que en éste se contemplan las reflexiones como un proceso y no como algo establecido, ya que esto se manifiesta en el marco de las disposiciones y las habilidades.

Ahora bien, es importante resaltar que el conocer reflexivo tal y como se describió anteriormente, no solo debe relacionarse con un proceso mental, sino que debe trascender a las acciones y reacciones, de tal manera que permita considerar las posibilidades de transformación e influencia sobre las acciones formativas de las matemáticas en la sociedad.

En términos del conocer reflexivo Skovsmose (1999) entiende que éste cumple con algunas tareas particulares:

1. El conocer reflexivo debe tratar de enunciar claramente las precondiciones del proceso de modelaje que suelen esconderse cuando el lenguaje matemático les aplica un maquillaje de neutralidad (p.118).
2. El conocer reflexivo debe abordar los problemas y las incertidumbres asociadas con las transiciones entre los diferentes tipos de lenguaje involucrados en el proceso de modelaje matemático (p.123).
3. El conocer reflexivo debe abordar cómo el modelaje matemático afecta de manera global al contexto de la resolución del problema, visto como una empresa tecnológica, de esa manera el conocer reflexivo tiene que identificar los poderes formativos de las matemáticas (p.126).

De acuerdo con lo anterior consideramos que las tareas mencionadas nos permiten potenciar la categoría del conocer reflexivo en tanto el autor nos muestra elementos sutiles a ser considerados dentro de los procesos de modelaje matemático y la potencialidad de las matemáticas como cuerpo teórico para analizar situaciones o problemas del contexto.

Con este abordaje teórico encontramos que, en relación con el modelaje matemático, se han venido contemplando dos formas de enseñar matemáticas, por un lado, la modelación desde lo pragmático y por el otro la modelación desde lo científico, en este sentido haremos claridades sobre algunos puntos importantes de diferenciación.

Kaiser-Messmer (1991, citado en Barbosa, 2001) apunta que la modelación aparece desde dos perspectivas, por un lado, la pragmática que está enfocada a la organización del currículo y las aplicabilidades y por otro, la perspectiva científica que pretende establecer relaciones con otras áreas a partir de las matemáticas. En otras palabras, lo pragmático atiende a los aspectos externos de las matemáticas y la científica a los internos. Sin embargo,

el foco permanece en la capacidad de resolver problemas de las matemáticas y de otras áreas científicas.

En relación con lo anterior, Skovsmose (1999) describe tres tipos de conocimiento: *El conocimiento matemático* que se asocia con la disciplina y el cuerpo teórico de las matemáticas, *el conocimiento tecnológico* que refiere al cómo construir y usar un modelo matemático y *el conocimiento reflexivo* que se asocia con la naturaleza de los modelos y los criterios utilizados en su construcción, aplicación y evaluación.

En ese orden de ideas Barbosa (2001) hace una revisión de las dos visiones de Kaiser-Messmer y encuentra que éstas se basan en el conocimiento matemático/tecnológico y muestran poco interés en el conocimiento reflexivo, es por ello que Barbosa sugiere una tercera corriente que denomina *socio-crítica* en la cual "las actividades de la modelación son consideradas como oportunidades para explorar los roles que las matemáticas desarrollan en la sociedad contemporánea" (p.4).

De esa manera, entendemos que Barbosa (2001) plantea que ni las matemáticas, ni la modelación son fines, pero sí pueden ser considerados como medios que permiten cuestionar la realidad vivida. En este sentido, el autor aclara que los estudiantes pueden no llegar a desarrollar análisis complejos de las matemáticas, pero que, con estos tratamientos matemáticos de las situaciones, sí pueden generar un cierto nivel de crítica.

Finalmente, la modelación desde los planteamientos del autor se entiende como la oportunidad para que los estudiantes indaguen sobre situaciones a través de las matemáticas sin procedimientos previamente fijados, esta forma de entender la modelación posibilita diferentes caminos de abordaje que conlleva a la emergencia de conceptos e ideas matemáticas en la medida en que los estudiantes van abordando las actividades en el marco del proceso de indagación.

En este punto, queremos destacar que los procesos de modelación desde la perspectiva socio-crítica contemplan una categoría asociada a las discusiones en términos de las interacciones entre los estudiantes o los sujetos que trabajan con un problema social por medio de las matemáticas.

Estos procesos de indagación no son considerados desde el plano netamente personal, por el contrario, se contemplan en el marco de los procesos de socialización de los sujetos con el problema, empleando el lenguaje como medio de interacción, tomando como base los planteamientos de Skovsmose (1999), Barbosa (2006) y Silva y Barbosa (2011) definen las discusiones de los participantes de la modelación así:

- Discusiones matemáticas, hacen referencia a las ideas que pertenecen al campo de la matemática pura, como los conceptos y procedimientos de las matemáticas en sí mismas.
- Discusiones tecnológicas, que se refieren a las técnicas de construcción del modelo matemático, en términos de la traducción del problema de modelización desde las matemáticas.
- Discusiones reflexivas, referente a los criterios utilizados en la construcción del modelo matemático, los resultados, las consecuencias y usos de éstos en las prácticas sociales.

Consideramos importante señalar que las discusiones no son mutuamente excluyentes, de hecho, desde los planteamientos de los autores se considera que en el marco de los procesos de la modelación pueden emerger una o varias discusiones (matemática, tecnológica, reflexiva), dependiendo de las interacciones de los sujetos con las situaciones abordadas y el rol del profesor en la gestión de dichas interacciones.

Teniendo en cuenta los anteriores planteamientos, hemos decidido tomar las discusiones reflexivas como una categoría de análisis, ya que esta da cuenta de la

empleabilidad del modelo matemático en situaciones de carácter social, aspecto fundamental en el empoderamiento de los participantes de la clase lo cual pretendemos analizar, rastreando las actuaciones del profesor que dieron cuenta de la emergencia de dichas discusiones o bien, las posibles actuaciones que pudieron haber generado discusiones reflexivas.

Las discusiones se generan en el marco de espacios de interacción, de hecho, el espacio es fundamental para el surgimiento de la discusión reflexiva, Barbosa (2006) denota los espacios de interacción como los momentos en que los estudiantes y/o los profesores interactúan verbalmente sobre una actividad de modelación, explicitando que, a través de los discursos compartidos, las personas negocian significados, y el discurso regula las interacciones entre los interlocutores.

De ese modo, retomando el conocer reflexivo encontramos que según Alrø & Skovsmose, (2002a, 2012) este se encuentra estrechamente relacionado con el diálogo, ya que se caracteriza "como una forma de comunicación que requiere condiciones específicas: está asociada a un proceso de indagación, toma de riesgos y mantener la igualdad" (p.150). Lo anterior nos permite entender que por medio del diálogo se puede llegar a rastrear el conocer reflexivo, ya que por medio de los procesos dialógicos y discursivos se pueden revisar las discusiones de los estudiantes en torno al carácter crítico y su relacionamiento con los otros, de hecho, las condiciones del diálogo son significativas en los procesos de emergencia del conocer reflexivo.

Estas condiciones, es lo que los autores denominan las características del diálogo y para los objetivos de nuestro trabajo las entendemos como una categoría de análisis en tanto se vinculan estrechamente con el conocer reflexivo. Queremos aclarar que no las concebimos como un elemento implícito en toda relación dialógica, por el contrario, consideramos que el hecho de que emerjan estas características desde la perspectiva crítica lleva en sí mismo un

proceso de reconocimiento del otro y por tal motivo pretendemos identificar qué actuaciones del profesor propician o no el desarrollo del diálogo en estas condiciones.

Por otra parte, es importante resaltar que el diálogo desde la perspectiva crítica es un proceso de interacción en el que se implican por lo menos dos personas en una relación igualitaria, esta relación, la encontramos susceptible al análisis desde los actos dialógicos que proponen Alrø y Skovsmose (2012) (entrar en contacto, localizar, identificar, defender, reformular, controvertir y evaluar) los cuales son acontecimientos especiales de dichos procesos de interacción y que se ven representados por el lenguaje verbal y no verbal.

Ahora bien, dentro de nuestra investigación tendremos en cuenta las características del diálogo como una segunda categoría de análisis, que describiremos a continuación de acuerdo con los planteamientos de Alrø y Skovsmose (2012):

- Proceso de indagación, se entiende como un desarrollo de nuevas concepciones; quienes están involucrados en el diálogo actúan hacia los demás y hacía el tema de investigación con curiosidad, sentido y ponderación reflexiva. En ese orden de ideas, el diálogo implica no sobreponer la voluntad propia en relación con la de los demás por el contrario invita a cada sujeto a cuestionar y examinar sus concepciones (nuevas o diferentes), además reconocer en el diálogo la oportunidad reexaminar los saberes ya adquiridos.
- Correr un riesgo, implica entender el diálogo desde lo impredecible, es decir que el resultado no se puede anticipar, los continuos virajes en el marco del diálogo le dan el carácter de riesgo en términos de impredictibilidad tanto emocional como epistémica. Al entrar en diálogo se puede perder el horizonte de las discusiones, sin embargo, en esa incertidumbre, es posible entrever cosas nuevas más allá de las que se presuponen o se sobreentienden, significa entonces salir de una zona de confort y trascender a una zona de riesgo en la cual se puede aprender.

- Mantener la igualdad, es entendida desde el respeto por la diversidad sin recaer en semejanzas o simetrías en las relaciones, el diálogo no se puede entender desde una manifestación de poder donde se identifique un cuerpo de autoridad, por el contrario, se debe gestar como un proceso dinámico de comunicación, aunque los interlocutores estén en niveles profesionales distintos, lo anterior se recoge en las subcategorías de: congruencia, empatía y consideración positiva.

Alrø y Skovsmose (2002a), describen cada una de estas subcategorías de la siguiente manera: *la congruencia* implica transparencia y autenticidad en las interacciones que se generan entre los interlocutores; *la empatía* significa que cada uno de los implicados en el diálogo trata de entender las perspectivas del otro como si fueran las suyas es decir se pone en su lugar y lo entiende como propio y *la consideración positiva* implica reconocer y respetar la diferencia del otro sin tener la intención de cambiarlo o transformarlo, por el contrario busca ayudarle y entenderle desde la diferencia.

Nuestros Acompañantes En El Camino De La Transformación

Desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica (EMC) se reconocen aspectos de carácter social y político en los procesos de interacción en el aula, de esa manera es necesario mencionar que desde el campo metodológico se debe ser coherente con la perspectiva crítica. De acuerdo con Skovsmose y Borba (2004) esta perspectiva se centra en los cambios en el aula, donde la investigación trasciende de la mera observación de las actuaciones y las declaraciones de los participantes de la clase, a plantearse desde la transformación de las prácticas educativas.

Desde nuestra investigación entendemos que esta posibilidad de cambio se puede gestar desde el rol del profesor de matemáticas y las actuaciones que éste genera en términos del empoderamiento social (Ernest, 2002), es decir, que el trabajo en la clase permita incidir en la visión del mundo de los participantes por medio de las matemáticas.

Metodológicamente pretendemos tener en cuenta la teoría crítica de la investigación, reconociendo ésta como una red de ideas y conceptos en un panorama teórico y la práctica como las acciones enfocadas en el aula de clase. Para lo anterior, nos basamos en Vithal (2000) quien propone que desde la investigación se reconocen tres tipos de situaciones:

- Situación actual, también entendida como existente y real involucra profesores, estudiantes, currículo y demás elementos constituyentes de las prácticas educativas, esta situación puede surgir desde dos perspectivas: la primera, contempla la experiencia empírica para luego ser teorizada y la segunda que a partir de la teoría se analice el aula. Esta última corresponde al camino que tomamos en la presente investigación.
- Situación hipotética o imaginada, se entiende como una situación esperada, ideal o de esperanza, que puede constituirse a través del paisaje teórico, sin dejar de lado los elementos que el contexto puede llegar a brindar. Es importante resaltar que durante la investigación esta situación puede ser modificada de acuerdo con las interpretaciones que constantemente se hacen sobre la situación actual.
- Situación arreglada, es un espacio que se crea o se constituye por parte de los investigadores teniendo en cuenta la situación hipotética, puede ser entendida también como una oportunidad de transformación en la cual los investigadores hacen presencia para evidenciar los nexos entre los acontecimientos en el aula y la teoría. Es importante contemplar que este espacio, aunque se considere temporal, puede tener repercusiones duraderas en la situación actual, sin importar su grado de significancia.

Por otra parte, la situación arreglada, desde la perspectiva de Skovsmose y Borba (2004), puede surgir de la negociación con los participantes de la investigación, en ese sentido se pueden contemplar: profesores, investigadores, estudiantes, padres de familia, entre otros. Además, los autores sugieren que en la investigación crítica se considere no solo

lo que ocurre, sino también lo que podría haber ocurrido y lo que podría imaginarse de lo que está ocurriendo.

Con base en el panorama teórico sintetizado anteriormente, describiremos cada una de las situaciones en nuestra investigación. En primer lugar, la situación actual surge de la reflexión y análisis de nuestras prácticas, en las cuales se evidencia que las actuaciones del profesor intervienen en la forma como los estudiantes entienden y dan sentido a las matemáticas, por ejemplo, desde la clase de matemáticas estandarizada los estudiantes usan las matemáticas desde su carácter instrumental, lo cual restringe otras posibilidades de asociar las matemáticas con las situaciones sociales en las cuales se desenvuelven, es decir desde la perspectiva de Ernest (2002) no se presenta un proceso de empoderamiento de los participantes de la clase.

Desde una situación hipotética, se espera que las actuaciones del profesor estén encaminadas en ampliar la visión del mundo de los participantes de la clase en relación con las problemáticas sociales usando las matemáticas como fuente de empoderamiento.

Ahora bien, la situación arreglada consistiría en generar un espacio de discusión con los participantes de la clase en el que se aborda una situación social de interés donde puedan emerger algunos elementos matemáticos que empoderen a los participantes y les permita ampliar su visión del mundo.

Por otra parte, en concordancia con la investigación crítica, Alrø y Skovsmose (2002b) enuncian que se debe tener en cuenta la intención, la reflexión y el diálogo, entendiendo cada uno de estos de la siguiente manera.

- La intención, reside en términos del pasado, presente y futuro del sujeto, esta va más allá de las motivaciones (estímulos) y por el contrario se incrusta en el sujeto mismo teniendo en cuenta sus antecedentes y porvenires.

- La reflexión, se entiende como un elemento fundamental para la crítica, en tanto se debe reflexionar para poder realizar algún tipo de pronunciamiento sobre las situaciones que se están estudiando, lo anterior emana de una perspectiva en la que se pone como objeto de crítica las matemáticas que se están usando.
- El diálogo, consiste en el acto fundamental de la crítica, es en este dónde se pueden reconocer las interacciones entre los sujetos, es decir la importancia de ser con el otro y este aspecto aporta en el aprendizaje crítico.

Es importante destacar que este trabajo reconoce el aula y todos sus participantes, centrando la mirada en el rol del profesor (quien también es investigador), en ese orden de ideas la intención, reflexión y diálogo surgen de los participantes de la clase y las interacciones que entre ellos emergen.

Como profesores a lo largo de nuestra experiencia hemos sentido que nuestro rol se ve coartado en algunos momentos por las imposiciones institucionales que hacen que las prácticas se enfoquen al cumplimiento de un currículo estandarizado y de tal manera este sea el objetivo al que deben llegar los estudiantes. Bajo este enfoque reflexionamos sobre la pérdida de sentido del rol del profesor, al no poder actuar en pro de la formación de sujetos emancipados y críticos.

Nuestra intención, versa en términos de promover espacios en los cuales junto con los estudiantes se encuentren situaciones que emanen de la clase y que permitan a su vez discutir a partir de las matemáticas, elementos significativos que aporten al cambio de la cultura de clase en términos de la visión del mundo.

Ahora bien, en el desarrollo de esta investigación, no podemos desligar la situación de salud pública que atraviesa el mundo a causa del Covid - 19 lo cual ha transformado el aula física a un aula virtual debido al confinamiento en que se ha encontrado la población. Sin embargo, en este proyecto e intentando dar cumplimiento a las tres situaciones del modelo de

la investigación crítica y los tres aspectos del paradigma, hemos considerado la necesidad de hacer una trasposición de las dinámicas del aula a un espacio de interacción virtual sin omitir ninguno de los aspectos anteriormente mencionados.

El Aula En Tiempos De Pandemia ¿Cambios O Continuidades?

Si bien la situación actual que hemos descrito emerge en el aula de clase presencial, se ha venido transformando, teniendo en cuenta la emergencia sanitaria Covid- 19, en el mes de marzo del año 2020, las escuelas se vieron obligadas a pasar de un proceso de trabajo presencial a otras formas de contacto con los estudiantes, entre estas se encontraban las plataformas virtuales, el envío de guías e incluso el trabajo por redes sociales de comunicación.

El proceso que se gestionó de guías por medio de redes de comunicación (WhatsApp, correo electrónico, llamadas telefónicas), recayó en un trabajo unidireccional, donde no se presentaba ninguna interacción con los estudiantes y las actividades planteadas propendían por el desarrollo conceptual.

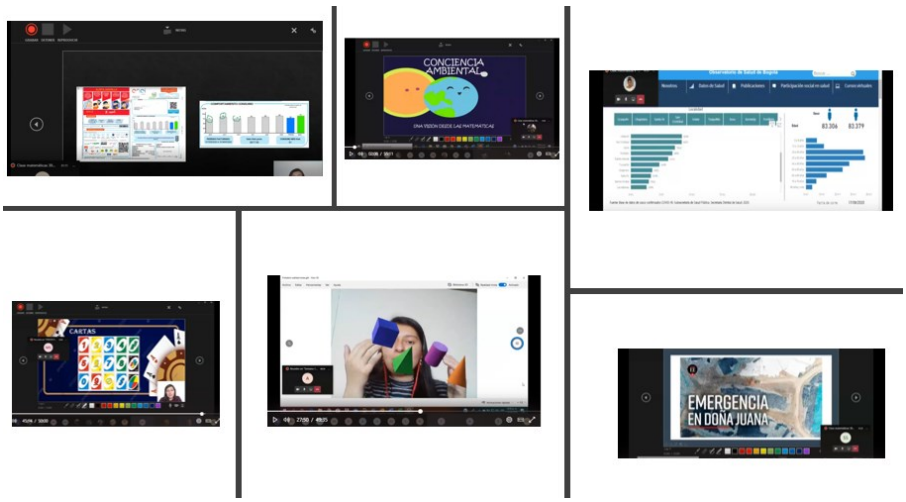
Posteriormente, se logra una interacción con los estudiantes por medio de plataformas virtuales (Microsoft Teams, Classroom), se encuentran dificultades con respecto a los tiempos en tanto fueron limitados (disminuyendo la intensidad horaria de la clase de matemáticas de 5 horas a 1 hora) y por ende no permitían el trabajo cooperativo, abocando toda la intención de la clase al cumplimiento del plan de estudios.

En el caso de la planeación de las clases de matemáticas, se intentaron buscar recursos que mantuvieran la motivación de los estudiantes y además estuvieran asociados a situaciones de su contexto. En la Figura 4 se presentan algunos recursos empleados en la clase, por ejemplo, para el análisis de datos estadísticos se utilizaron recibos públicos y los reportes asociados al Covid- 19, para las operaciones básicas con números naturales se propusieron

situaciones en un contexto medioambiental y para el desarrollo de conceptos asociados a la probabilidad y la geometría se usaron juegos y softwares de geometría dinámica.

Figura 4

Evidencias de trabajo en la virtualidad



Nota. Capturas de pantalla de fuente propia, donde se emplean diferentes recursos para el desarrollo de la planeación.

Reflexionando sobre las clases descritas desde la virtualidad, encontramos que a pesar de hacer un esfuerzo por ver la clase de matemáticas de una manera diferente (tal vez por los recursos utilizados o la creatividad de la profesora al planear), al final se recae en una práctica enmarcada en el paradigma del ejercicio (Skovsmose, 2000), puesto que se intenta cumplir con un plan de estudios predeterminado por la institución, donde la premura del tiempo conlleva a gestionar las clases en términos de: explicación, ejemplos, solución de algunos ejercicios y tareas que posteriormente eran evaluadas de forma cuantitativa.

Con lo anterior, nos cuestionamos sobre el rol que está cumpliendo el profesor en la escuela y las limitaciones que el sistema le genera, en términos del cumplimiento estricto de un plan de estudios. Por otra parte, encontramos que, en este caso, aunque la profesora se esfuerza en la búsqueda de herramientas, materiales y recursos que apoyen el aprendizaje de algún concepto, este trabajo es prácticamente desligado de una formación sociopolítica con

las matemáticas, en tanto no hay desarrollo del pensamiento crítico por medio de las matemáticas (alfabetización matemática) y por ende no se genera una transformación de la visión del mundo de los participantes de la clase (empoderamiento).

En ese sentido, podemos visualizar que el esquema del paradigma del ejercicio se presenta en la clase presencial y se manifiesta con mayor fuerza en las clases virtuales, en tal sentido nuestra intención de transformar el paradigma sigue estando vigente.

Abriendo Un Espacio De Esperanza

En apartados anteriores hemos planteado la idea de que la transformación debe iniciar desde nuestras propias prácticas. De esa manera, la ejecución de nuestra situación acordada se llevó a cabo en un colegio donde trabaja uno de los investigadores, es importante resaltar que en el montaje del escenario de aprendizaje nos encontramos con varias dificultades y aspectos que no habíamos previsto desde lo presencial, algunos de estos fueron:

- La necesidad de presentar este proyecto a la institución educativa para que el espacio fuese avalado y facilitado bajo el nombre de la comunidad que administra el colegio.
- La propuesta no fue realizada para un curso específico, sino que se realizó una convocatoria abierta para estudiantes de grado tercero, cuarto y quinto. De tal manera, que los estudiantes que participaran de este espacio lo hicieran por decisión propia (convicción) y no por obligación.
- Acoger la idea, de que el espacio fuera extracurricular, es decir, que los encuentros se dieran en horario fuera de la jornada escolar (los viernes a partir de las 3:45pm), en tanto, no se podían afectar las dinámicas de clases y actividades propias de la institución.
- Considerar tiempos de la institución y de la Secretaría de Educación para la gestión de permisos y consentimientos informados por parte de los padres de familia, no solo por el hecho de la participación de estudiantes en un espacio extracurricular, sino también

con aspectos de carácter legal en relación al material de grabaciones y tratamiento de datos (para fines académicos) al encontrarnos en un espacio virtual, cuestión que no permitió que dos sesiones del escenario de aprendizaje, pudieran ser grabadas de ninguna manera (video, audio o imágenes).

Acogiéndonos a las circunstancias, poco a poco fuimos atendiendo los puntos anteriores hasta poder acordar tiempos, espacios y permisos con la institución, para finalmente conformar lo que llamamos **Club de Investigadores** (escenario de aprendizaje).

El Club de Investigadores fue un espacio que nos permitió cambiar la monotonía de las clases, ya que si bien el modelo de aprendizaje del colegio donde se desarrolló el *Club* no es bajo un modelo tradicional, sí se sitúa en un esquema en el que los proyectos son propuestos sin contemplar las intenciones de los estudiantes, y además parecieran no aportar a la formación crítica de los estudiantes en términos de Alrø y Skovsmose (2002b) en tanto se desconoce la intención, la reflexión y el diálogo con los estudiantes en la conformación de los proyectos.

De esa manera el simple hecho de contemplar un espacio en el marco del desarrollo del pensamiento crítico desencaja el sistema habitual de la institución y lo que vienen experimentando los participantes en su vida escolar. Sin embargo, es de aclarar que la puesta en marcha de este *Club* no presupone que sea el espacio cumbre de la formación crítica, para nosotros fue un espacio de esperanza, en el sentido estricto de la palabra como un momento, lugar y encuentro que emerge como algo que deseamos alcanzar.

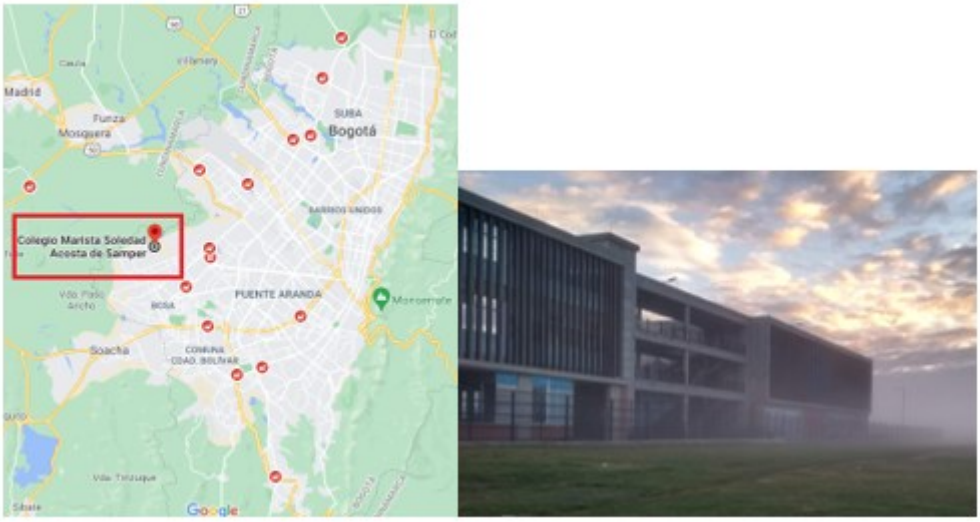
¿Quiénes Conformamos El Club De Investigadores? ¿En Qué Condiciones?

Como hemos mencionado anteriormente la institución escogida es el lugar de trabajo de uno de los investigadores, particularmente el colegio donde se encuentra trabajando la profesora Diana.

El colegio es de carácter público, administrado por una institución privada (lo que la secretaría de educación denomina: colegios en concesión), inaugurado en el año 2019 el cual se encuentra ubicado en el barrio Porvenir de la localidad séptima de Bosa en la ciudad de Bogotá D.C. (Ver Figura 5)

Figura 5

Ubicación y fotografía del colegio



Nota. Mapa de fuente Google Maps (https://www.google.com/maps/dir//colegio+soledad+acosta+de+samper/@4.6229421,-74.2174143,11.44z/data=!4m8!4m7!1m0!1m5!1m1!1s0x8e3f9da6d341fcd1:0x4e2a382ca4d17700!2m2!1d-74.186179!2d4.6432167) y fotografía del colegio de fuente propia.

El montaje del *Club* con la presencia de dificultades por las condiciones de la escuela en medio de la situación de salud desembocada por el Covid - 19, nos generó dudas sobre la viabilidad y el modo de llevarlo a cabo, sin embargo, logramos encontrar una alternativa desde la virtualidad.

Para esto, Diana durante las clases realizó una convocatoria (para pertenecer al Club) a partir de un primer video[3] en el que se mostraban datos matemáticos curiosos de algunas

[3] https://www.youtube.com/watch?v=Fp2_-nAVQQQ

situaciones de actualidad, y que al tiempo invitaba a participar en un espacio en el que se estudiaran temas sociales a través de las matemáticas.

Teniendo en cuenta que el espacio debía realizarse de manera extracurricular, acordamos que los encuentros se desarrollarían los viernes en un horario que pensamos inicialmente de 3:45 pm - 4:30 pm, pero que luego fue siendo un poco más extenso por el trabajo que éste llevó y por la misma motivación de los participantes, en seguir compartiendo ideas en cada sesión.

El medio que utilizamos para los encuentros fue la plataforma Microsoft Teams (que es utilizada en la institución), la cual nos permitió crear un equipo propio, donde nos fuera posible reunirnos por medio de videollamadas, compartir material, interactuar sincrónica y/o asincrónicamente, es decir, que todos aquello que se compartiera o bien las conversaciones de chat de las reuniones, quedara grabado en el espacio y pudiera ser consultado posteriormente.

Durante este proceso de montaje del escenario, nos preguntamos si era necesario y obligatorio solicitar a los participantes mantener su cámara abierta, con el fin de observar los gestos y el movimiento corporal de los participantes. Respecto a esto, tomamos la decisión de dejar esta acción a la intención de cada uno de los participantes del Club, es decir no se les dio la instrucción de mantener sus cámaras abiertas durante los encuentros, en tanto pensamos que esto podría generar tensiones y desmotivación en algunos de ellos y ellas.

Aunque este recurso nos hubiese permitido vislumbrar algunos aspectos fundamentales en la expresión corporal de los participantes frente a las interacciones en el Club, preferimos omitirlo con el ánimo de garantizar que el *Club* fuese un espacio conjunto en donde no se sintieran obligados a cumplir condiciones.

El Club de Investigadores se desarrolló en el periodo de agosto a diciembre del año 2020, con aproximadamente 14 estudiantes. Es importante aclarar que en todas las sesiones

no hubo la misma cantidad de participantes en tanto la asistencia siempre fue por intención propia de los participantes, no por obligación.

En este punto, resaltamos que el Club como espacio abierto permitió que algunos participantes ingresaran a las sesiones en compañía de sus padres o acudientes, de hecho, en ocasiones, hubo intervenciones de algunos de ellos durante los espacios de discusión. Lo anterior, consideramos no sesgó la mirada y/o las intervenciones de los participantes, sino que por el contrario las complementaba enriqueciendo así la dinámica del Club

Desarrollo De Nuestro Club de Investigadores (Escenario De Aprendizaje)

Para la primera sesión del Club, creamos un segundo video[4], a modo de preámbulo, que mostraba algunas experiencias de investigación con estudiantes, las cuales rastreamos por medio de una revisión documental de algunas tesis de maestría de egresados que habían hecho parte del grupo de investigación desde la perspectiva sociopolítica.

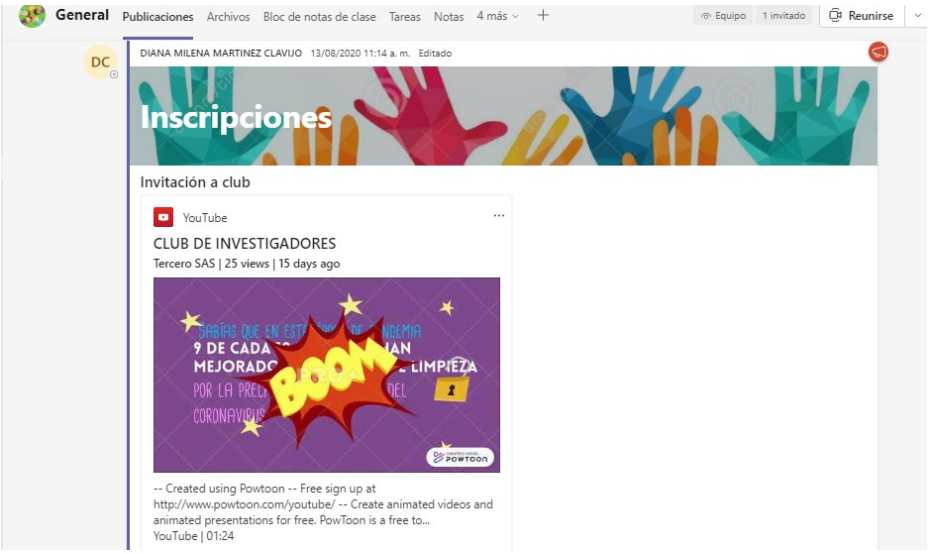
Dichas experiencias las describimos de manera general en el video, haciendo énfasis en la mirada crítica de problemáticas sociales por medio del uso de las matemáticas, lo anterior con la intención de motivar a los niños a que se inquietaran por problemas sociales que fuesen susceptibles a ser analizado por medio de las matemáticas.

Para este momento se crea un equipo en Teams como se ve en la Figura 6, donde fueron agregados los participantes del Club teniendo acceso a varias de las opciones que brinda la plataforma como iniciar reuniones, subir archivos, revisar grabaciones, entre otras. De tal manera que tuviesen acceso en todo momento al canal general del equipo, logrando así subir y revisar materiales propuestos por la profesora y por los compañeros de forma asincrónica, es decir en horarios distintos al Club.

Figura 6

[4] https://www.youtube.com/watch?v=hFXIr5dSaiQ

Inicio del Club en el equipo de Teams



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia la interfaz del equipo en Teams

En esta primera reunión se hizo una revisión del segundo video, para que los niños y las niñas del *Club*, fuesen reflexionando sobre ¿cuáles eran los temas de interés que querían abordar en el espacio desde una perspectiva social?

La dinámica e interacción que se intentó desarrollar desde este primer encuentro pretendió desligar el paradigma del ejercicio (Skovsmose, 2000), buscando que las manifestaciones emergieran de manera espontánea en tanto no hubo un formato estructurado de participación.

Lo anterior, no respondía al cumplimiento de un plan de estudios estructurado, por el contrario, era un espacio libre, donde el devenir de la clase centrara la atención en los intereses y dinámicas conjuntas entre participantes y profesora.

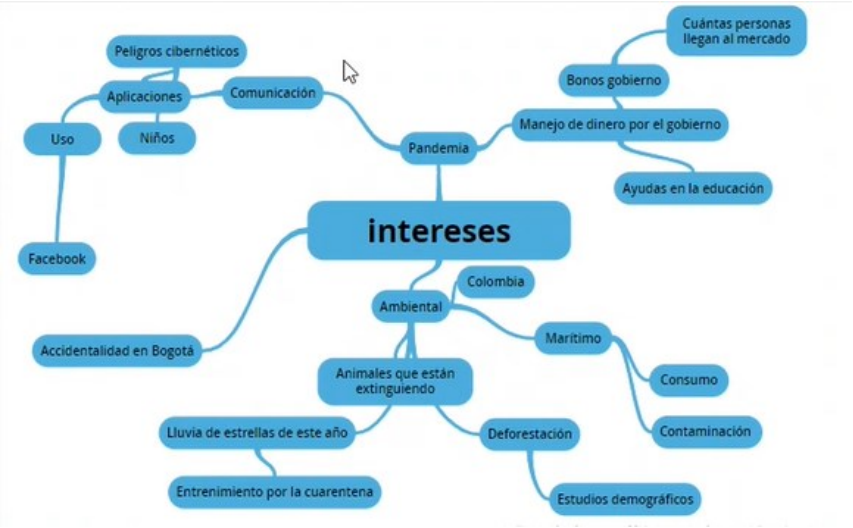
El desarrollo de la situación arreglada en términos Vithal (2000), la materializamos por medio del Club, contemplando en éste el desarrollo de tres momentos: primero la revisión de intereses de investigación de los participantes; segundo el trabajo con los estudiantes sobre

cada uno de los temas (incluyendo elementos matemáticos) y tercero la socialización de los abordajes realizados.

La puesta en marcha de estos momentos inicia entonces, con la revisión de intereses de los participantes del Club, para esto la profesora Diana generó un espacio de interacción en donde preguntó a cada uno de los participantes cuáles eran sus intenciones de investigación dentro del Club. Éstos intereses se organizaron y se establecieron posibles relaciones en un esquema (ver Figura 7) con el fin de encontrar coincidencias entre algunos de ellos y de ese modo potencialmente generar grupos de investigación.

Figura 7

Mapa mental de intereses iniciales



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, mapa mental elaborado por la profesora en el Club, en el cual se recogieron y relacionaron los intereses de investigación de cada uno de los participantes.

Los intereses que surgieron durante las primeras sesiones giraban en torno a los temas ambientales, accidentes automovilísticos, manejo del dinero por parte del gobierno y comunicación- peligros cibernéticos, estos dos últimos se propusieron para que fueran abordados en el marco de la pandemia.

Sin embargo, algunas de estas primeras intenciones se fueron desdibujando o modificando con el pasar de las sesiones, lo anterior por decisión de los estudiantes, en tanto no se veían identificados con lo dialogado en la primera sesión, o bien, se veían recogidos en las intenciones investigativas de otros participantes.

A continuación, enunciamos los intereses que se mantuvieron durante el montaje y desarrollo de todo el escenario:

- Ambiental, asociado a la extinción de especies de flora y fauna.
- Peligros cibernéticos, en los cuales se ven afectados los menores de edad.
- Accidentes automovilísticos, relacionado con los actores involucrados en los siniestros viales en Colombia.
- Covid - 19, asociado al análisis del comportamiento de la pandemia por grupos poblacionales (rangos de edad y género).
- Recursos públicos, analizados desde la gestión del erario y la comparación de sueldos de funcionarios públicos con respecto a la población civil.

Para abordar estos temas, la profesora hizo la invitación a los estudiantes para que realizaran consultas al respecto. De esa manera, durante las sesiones se fueron abordando uno a uno los temas con base en las consultas realizadas y las consideraciones u opiniones que los participantes tuvieran con relación a la temática.

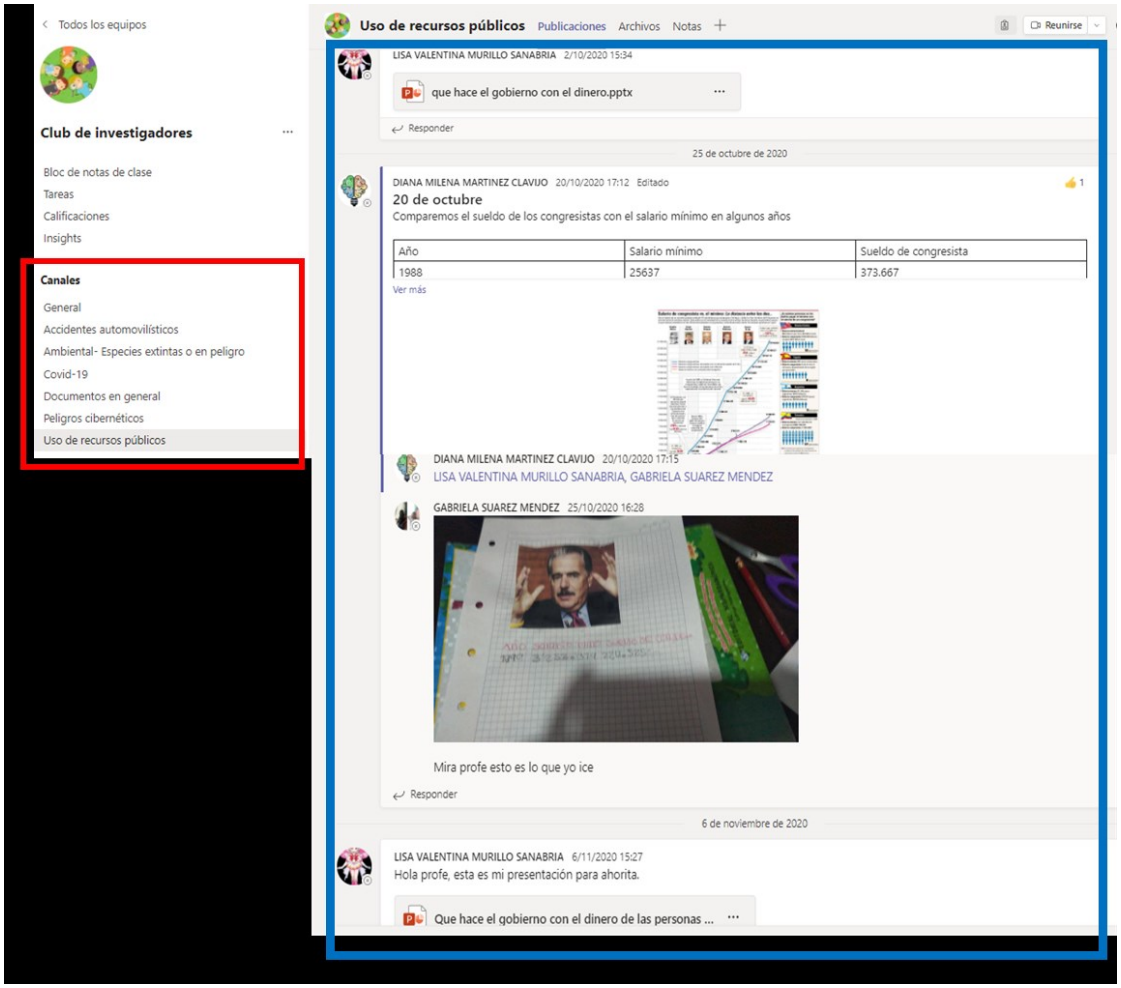
En este orden de ideas pudimos visualizar que algunos participantes del Club alimentaban de información constante el espacio, lo anterior de acuerdo con los avances y trabajo realizado en las sesiones, de hecho, algunos de los aportes los hicieron fuera de los días de encuentro es decir que desarrollaban un trabajo asincrónico del espacio, aspecto que no fue solicitado por la profesora, pero que emergió como acción de los participantes.

Al abordar diversos intereses dentro del mismo espacio, decidimos organizar el equipo de Teams por canales (Ver Figura 8) que correspondían a cada tema propuesto,

inicialmente con el fin de apoyar las consultas sobre cada tema sugiriendo material, pero que después funcionó de manera espontánea para que los niños comenzarán a compartir en esos espacios algunos avances que realizaban fuera de las sesiones.

Figura 8

Organización por temas en Teams y aportes de los participantes



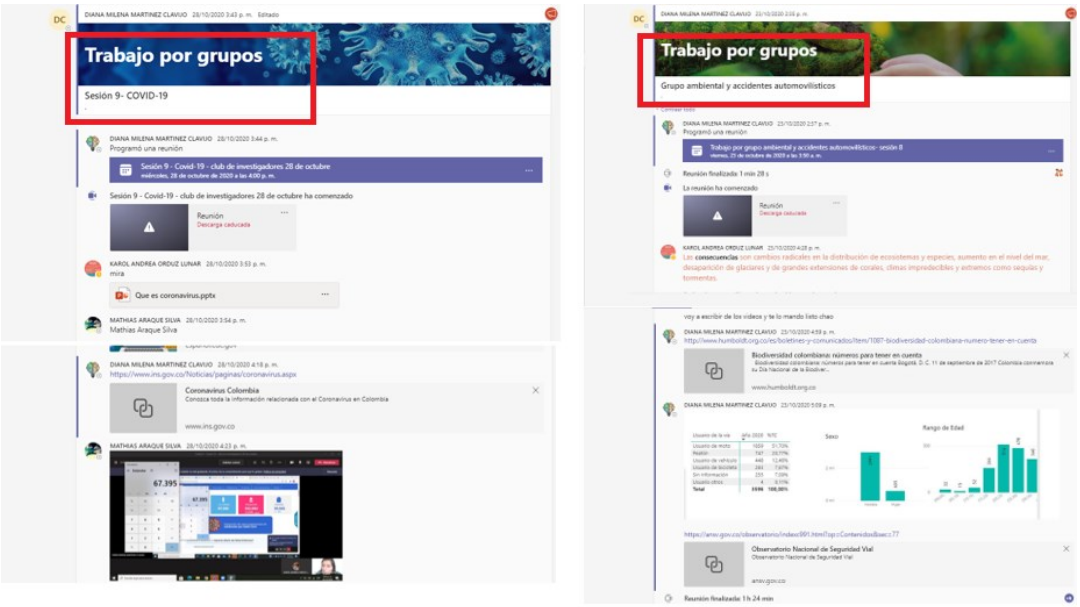
Nota. Captura de pantalla de fuente propia. En el recuadro rojo se evidencia la organización de los canales y en el recuadro azul la interacción entre la profesora y unas participantes del Club.

Durante siete sesiones el trabajo en el Club fue con todos los participantes (trabajando un espacio determinado de la sesión con cada uno de los temas), sin embargo, fue necesario organizar algunas sesiones para profundizar por grupos de estudiantes en cada interés como

se ve en la Figura 9, lo anterior se desarrolló en diferentes momentos durante dos semanas, correspondientes a la octava y novena sesión.

Figura 9

Evidencia de trabajo por grupos en sesión nueve



Nota. Captura de pantalla de fuente propia. Organización de la sesión nueve por grupos de trabajo focalizados en temas de interés.

Nuestro Club de Investigadores se desarrolló en quince sesiones durante un tiempo de once semanas. A continuación, se describen los instrumentos de recolección de la información que utilizamos y que a su vez nos permitieron organizarnos para la constitución de los episodios de análisis.

Recogiendo Y Organizando La Información De Nuestros Encuentros

Para la recolección de la información, recordamos que, al haberse gestionado un consentimiento informado con los padres de familia de los participantes del Club, tuvimos la posibilidad que las sesiones fueran grabadas por medio de la plataforma Teams. Lo cual permitía visualizar en primera persona todas las interacciones de los participantes al interior de las sesiones de encuentro y, además, el material que allí se proyectaba.

Lo anterior lo contemplamos, en tanto según Hernández, Fernández y Baptista (2014) la fuente de recolección por medio de grabaciones es de vital importancia desde la investigación cualitativa y en consecuencia es importante en la recolección de datos de investigaciones como la nuestra que se sitúan desde el paradigma crítico.

Además, queremos resaltar que en esta investigación se contó con la participación del segundo investigador (Alejandro) quien apoyó en la planeación de las sesiones y además ejecutó un rol de observador y en algunos casos de participante, donde realizó algunas anotaciones sobre las percepciones de los encuentros que posteriormente eran socializadas con Diana para constituir lo que denominamos diario de campo.

De acuerdo con Hernández et al. (2014) en las anotaciones (realizadas por ambos investigadores) se incluían nuestras propias palabras, sentimientos y conductas que luego eran revisadas en conjunto para ir complementando algunas ideas. Además, estas ideas las comenzamos a sincronizar con las grabaciones para constituir los diarios de campo, que tuvieron como objetivo recoger tanto las anotaciones como elementos registrados por medio de la grabación. Esto teniendo en cuenta lo que Hernández et al (2014) denomina los propósitos centrales del análisis cualitativo los cuales son:

> 1) explorar los datos, 2) imponerles una estructura (organizándolos en unidades y categorías), 3) describir las experiencias de los participantes según su óptica, lenguaje y expresiones; 4) descubrir los conceptos, categorías, temas y patrones presentes en los datos, así como sus vínculos, a fin de otorgarles sentido, interpretarlos y explicarlos en función del planteamiento del problema; 5) comprender en profundidad el contexto que rodea a los datos, 6) reconstruir hechos e historias, 7) vincular los resultados con el conocimiento disponible y 8) generar una teoría fundamentada en los datos. (p, 418)

En nuestro caso, los diarios de campo los fuimos organizando a partir de las grabaciones y las notas in situ que se tomaban para cada sesión, en estos describimos de manera general lo que ocurría en el encuentro y de manera particular algunos momentos que consideramos como aportes a las categorías de análisis.

Teniendo este material encontramos necesario organizar la información por carpetas tal como se muestra en la Figura 10, colocando en cada una de ellas, la grabación de la sesión junto al diario de campo.

Figura 10

Organización de carpetas por sesión

Nota. Captura de pantalla de fuente propia. En rojo se señalan las carpetas por sesión y en azul el contenido de cada una de ella con la grabación y su respectivo diario de campo.

Al comenzar a reproducir las grabaciones y hacer lectura de los diarios de campo, consideramos organizar la información por medio de una rejilla (ver Figura 11) que nos permitiera tener un panorama general de lo que encontraríamos en cada una de las sesiones. En esta rejilla tuvimos en cuenta varios aspectos por columna, que fueron diligenciados de la siguiente manera:

- La clasificación de situación / episodio, se desarrolló teniendo en cuenta las siguientes características: **el episodio** consistía en momentos en que se presentaran manifestaciones de los participantes de la sesión a partir de elementos matemáticos y que además de ello se relacionara con una actuación previa de la profesora, por su parte, **las situaciones** correspondían a esos momentos que aportarían a un episodio (por ejemplo, actuaciones de la profesora que influirían posteriormente en una manifestación de los participantes). Esto se evidencia en la rejilla por medio de una "x" en la casilla correspondiente.
- Tiempo, en estas celdas se escriben los rangos de tiempo de los momentos seleccionados (situaciones y/o episodios).
- Tema, lo asociamos a los intereses de investigación, recordando que cada uno de estos correspondía a un grupo del Club (Recursos públicos, peligros cibernéticos, accidentes automovilísticos, ambiental y Covid - 19)
- Participantes, corresponde a los nombres de las personas que interactuaban en los momentos seleccionados.
- Descripción, es un breve relato de lo que sucedió en la sesión y particularmente en el momento que se escogió.

Figura 11

Rejilla general de sesiones

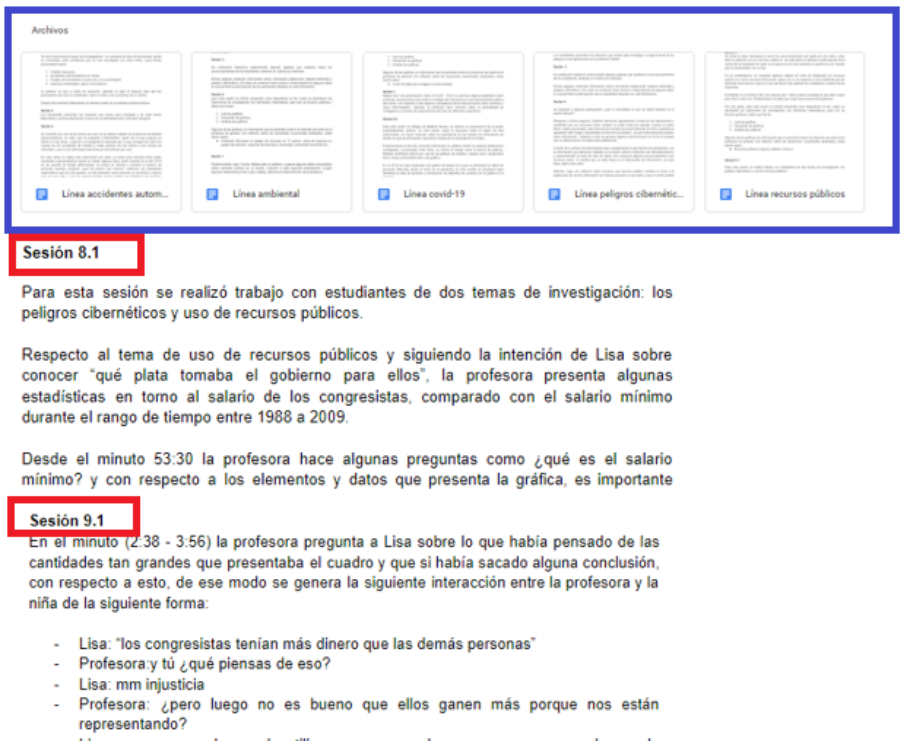
Sesión	Tiempo	Tema	Participante(s)	Descripción
	2:00 - 4:45 9:10	Pelígros cibernéticos	Mariana	Mariana presenta algunas consultas que ha realizado sobre pelígros cibernéticos
	37:50 - 39:50	Ambiental	Vicente- Natalie	Vicente presenta algunos datos que encontró sobre animales en pelígro de extinción y a esto lo apoya Natalie
7		COVID-19	Mathias	Mathias hace una presentación sobre algunos síntomas y modo de prevención de COVID-19
	5:15 - 6:15 19:26 - 19:30 -21:00	Pelígros cibernéticos	Alison-profesora	Alison hace una presentación teniendo en cuenta algunas preguntas que la profesora habría planteado en la sesión anterior y con ello presenta algunas estadísticas, los cuales se toman para analizar posibles pelígros o delitos cibernéticos en redes sociales y youtube.
8.1	57:05 -57:30 58:20 - 59:07	Recursos públicos	Lisa, Gabriela, profesora	Se presentan algunas estadísticas por parte de la profesora en torno a la inversión de dinero por parte del gobierno, se analiza un gráfico sobre los salarios de los congresistas con el salario mínimo
8.2	33:33 - 34:00 41:46 - 42:34	COVID-19	Mathias, Karol Orduz, profesora	Para esta sesión se trabaja con Mathias Araque, se retoma su presentación de la sesión inmediatamente anterior. En esta sesión surge la discusión sobre el origen de esta enfermedad, además, de algunas menciones sobre la pandemia. Posteriormente la docente presenta información en gráficas donde se analizan poblaciones contagiadas, recuperadas, entre otras. se enfoca el trabajo sobre la lectura de gráficas, Mathias manifiesta interés por una de las gráficas de edades y queda como compromiso hacer mayor profundidad sobre esta gráfica.
	39:00 - 40:40	Ambiental	Natalie, profesora	Natalie hace una presentación y por parte de la profesora se le proponen algunas gráficas para que las tenga en cuenta en su interés, particularmente sobre especies extintas: animales y plantas. En esta sesión la profesora explica algunos procesos sobre porcentajes.
8.3	1:12:11- 1:13:45 1:14:56- 1:19:00	Accidentes automovilísticos	Maximiliano, profesora	Se aborda con Maximiliano el tema de accidentes con algunas imágenes presentadas por la profesora y se revisan algunas gráficas y se plantean preguntas para que el estudiante las analice, esas imagenes corresponden a gráficas con cifras de accidentes en Colombia.

Nota. Captura de pantalla de fuente propia. Donde se evidencia el diligenciamiento de la rejilla a partir de los ítems mencionados anteriormente, los colores distinguen una temática de otra. (Verde: ambiental; amarillo: accidentes automovilísticos; azul: recursos públicos; morado: peligros cibernéticos; rojo: Covid-19)

Al analizar las descripciones de esta rejilla encontramos que las manifestaciones de los participantes respondían a una actuación ocurrida dentro de la sesión descrita e incluso en sesiones anteriores, en ese sentido la conexión se encontraba en términos de temáticas y no necesariamente de sesiones. Es por ello, que para hacer un rastreo de estas manifestaciones, decidimos relacionar los diarios de campo para tomar fragmentos asociados por cada uno de los temas, ubicándolos en un nuevo instrumento que denominamos *línea de tiempo* (ver Figura 12) el cual nos permitía visualizar la linealidad entre las interacciones o manifestaciones de los participantes del Club de acuerdo con cada uno de los intereses.

Figura 12

Líneas de tiempo por tema



Nota. Captura de pantalla de fuente propia. El recuadro azul, señala las cinco líneas de tiempo que armamos (por intereses) y en la parte de inferior se muestra un fragmento de la línea de tiempo del tema Peligros Cibernéticos donde se evidencia que en un mismo documento se encuentran entre otras la sesión 8.1, 9.1 (sesiones en las que se trabajó ese mismo tema)

Teniendo en cuenta la información de las líneas de tiempo, organizamos una nueva rejilla (Ver Figura 13) en la que contemplamos la linealidad entre los momentos de cada tema, es decir que revisamos cada una de las grabaciones y seleccionamos fragmentos que correspondían a cada uno de los temas, los cuales estaban asociados a las discusiones reflexivas y las características del diálogo y con esto se constituyeron episodios.

Figura 13

Rejilla por línea de tiempo

Recursos públicos				
Sesión	**minuto**	**Descripción**	**Observaciones (Discusiones reflexivas)**	**Características del diálogo**
Sesión 2	5:45- 6:07 42:06	Los estudiantes presentan los intereses que tenían para investigar, entre ellos surgen los temas de cuántas personas hay y además, por parte de Lisa: "¿Qué hace el gobierno con el dinero de las personas"(Lisa) , junto a eso Gabriela plantea el interés de conocer sobre los bonos que entrega el gobierno y con ello ¿cuántas personas son beneficiadas con esto? En la última parte de la sesión la profesora intenta concretar algunas ideas de los participantes		Proceso de indagación ya que la estudiante presenta su interés por investigar un tema, por tanto, creemos que a partir de su curiosidad expresa intereses propios (no imposiciones).
Sesión 6	2:15 - 2:40 3:17 - 4:30	Lisa hace su primera presentación llamada "¿Qué hace el gobierno con el dinero de las personas?"	Presenta el interés y plantea la pregunta ¿Con que plata se quedan los del gobierno? ¿qué cogen ellos para ellos?	Proceso de indagación en tanto se desarrolla la curiosidad y se presenta un sentido crítico.
Sesión 8.1	56:40 -57:30 58:20 - 59:07	Se presenta algunas estadísticas en torno al salario de los congresistas, comparado con el salario mínimo durante el rango de tiempo entre 1988 a 2009.	Explicación de lectura de gráfica y surge la interacción al preguntar sobre la relación entre los puntos de la gráfica y la justicia en cuanto a comparación de salarios. profesora: eso es justo porque su trabajo es arduo. Alisson menciona: si profe el trabajo de ellos es arduo pero a veces ellos son corruptos y les siguen dando más plata.	Mantener la igualdad puesto que el la interacción de Alison y la profesora, la profesora hace una afirmación y Alison responde a esta de manera respetuosa pero dando a conocer su postura.
Sesión 9.1	2:38 - 3:56 56:47 - 57:20	Se cuestiona ¿cuántos salarios mínimos se podrían pagar con el salario de un congresista?	Matemático, tecnológico, reflexivo. Lisa hace un pronunciamiento empleando un modelo desde la gráfica en donde plantea un argumento de justicia "bajar el sueldo de congresistas un poco y esto subirlo al salario mínimo" esto podría relacionarse con la sesión anterior donde se utiliza el termino de justicia.	Proceso de indagación, desde el sentido crítico haciendo uso de los siguientes actos, sugierir y considerar consecuencias, especialmente cuando Lisa propone disminuir el salario de los congresistas y aumentar el salario mínimo.

Nota. Captura de pantalla de fuente propia. Fragmento de rejilla recursos públicos. (Organización de columnas: número de sesión, tiempo de fragmento, descripción general, anotaciones sobre discusiones reflexivas y características del diálogo)

¿Y Cómo Encontramos Nuestros Episodios?

Teniendo en cuenta que la investigación en educación matemática crítica permite analizar lo que sucedió y lo que pudo haber sucedido con la información recolectada y organizada, nuestra pretensión entonces se centró en encontrar episodios dentro de cada línea de tiempo, en este punto queremos destacar que nuestros episodios pueden tomar tres acepciones:

- Cuando hay manifestación de una categoría de análisis y con ésta se asocia una actuación de la profesora.
- Cuando se evidencian actuaciones de la profesora, pero éstas no permiten la emergencia de la categoría de análisis.
- Cuando no emergen categorías de análisis, a pesar de encontrar actuaciones de la profesora que las propician.

Ahora bien, los episodios, si bien lo tomamos a partir de fragmentos de las sesiones (transcripciones), deberán tener un rastreo a partir de otras sesiones o momentos previos que

dé cuenta de las actuaciones de la profesora y cómo estas aportan a la emergencia de las categorías, por lo que las líneas de tiempo como recurso de organización de la información toman relevancia en el análisis de los datos.

De acuerdo con nuestras categorías y objetivos de investigación encontramos que las actuaciones de la profesora (expresiones, gestión de espacio, hilaje de ideas, entre otros) tenían un impacto o estaban propiciando reflexiones y manifestaciones de los participantes en el mismo momento o en sesiones posteriores.

Por ejemplo, al rastrear las líneas de tiempo, encontramos que algunas manifestaciones de los participantes estaban relacionadas con interacciones que se generaron entre los participantes del Club incluyendo la profesora y sus actuaciones, por ejemplo, la gestión misma del escenario de aprendizaje.

Organización Y Desarrollo Del Club

El desarrollo del escenario se realizó en once sesiones, que fueron organizadas de la siguiente manera

- De la sesión 1 a la 7, se trabajó en la búsqueda de las intenciones y fuentes de información sobre los temas de interés, lo anterior se realizó en plenarias generales donde estaban presentes todos los participantes del Club.
- De la sesión 8 a la 9, queremos señalar que fueron desarrolladas en tres momentos cada una, ya que, en la dinámica del *Club* se vio la necesidad de trabajar algunos encuentros por grupos de temas para tener mayor tiempo y énfasis en el proceso de indagación (Sesión 8.1 y 9.1: Peligros Cibernéticos y Recursos Públicos; Sesión 8.2 y 9.2: Covid 19; Sesión 8.3 y 9.3: Ambiental y Accidentes Automovilísticos)
- De la sesión 10 a la 11, se trabajó en plenaria general con todos los participantes del Club y tuvo como objetivo hacer la presentación final de cada uno de los temas de interés y el respectivo cierre del Club.

La Entrevista En Nuestra Investigación

Dentro de la perspectiva crítica Vithal (2000) propone aspectos clave en la investigación matemática, entre ellos: la elección, la negociación y la reciprocidad, con los cuales se entienden que el escenario de investigación es un espacio en el que además de tener la opción de participar o no, se deben tener en cuenta las intenciones e intereses no solo de los investigadores sino también de los participantes, en consecuencia, los datos obtenidos y analizados por los investigadores, también pueden ser considerados y negociados por el objeto de estudio de este trabajo, es decir, por la profesora, para esto decidimos entrevistar a Diana.

Para lo anterior, recurrimos a Kvale (2011) quien describe algunas técnicas de entrevista desde una perspectiva de la investigación cualitativa, entre estas encontramos las entrevistas semi – estructuradas "del mundo de la vida" que de acuerdo con el autor, tratan de obtener descripciones del entrevistado con respecto a la interpretación de significados de los fenómenos. Ésta tiene por supuesto, una secuencia de temas que se deben tratar y con ello la propuesta de algunas preguntas, sin embargo, está abierta a cambios en la secuencia y forma de las mismas, permitiendo profundizar en respuestas y/o historias contadas por los sujetos entrevistados.

El establecimiento del escenario para la entrevista propuesto por Kvale (2011) inicia con una introducción informativa sobre el propósito del encuentro, buscando una buena disposición del entrevistado y con ello que las respuestas sean de buena calidad, posterior a ello se realiza una reflexión y el entrevistador, puede finalizar mencionando algunos puntos principales de la información que ha recogido, en consecuencia el sujeto entrevistado tendría la posibilidad de realizar comentarios sobre esta información.

Lo anterior, concuerda con nuestra metodología, toda vez que con la entrevista no solo podemos negociar los datos (Vithal, 2000) que se analizaron del escenario de aprendizaje, sino que también permite retomar información dentro de la misma entrevista.

Club De Investigadores: Una Mirada A Las Actuaciones Del Profesor En Relación Con El Empoderamiento

Los episodios descritos en este apartado se basan en el uso de los instrumentos de recolección y organización de la información, entre ellos: los diarios de campo, las líneas de tiempo, rejillas, grabaciones de clase y entrevistas. Dichos instrumentos, nos permitieron hacer una relación entre diferentes momentos que se presentaron en el Club de Investigadores y con ellos hacer un rastreo de las actuaciones de la profesora a la luz de las categorías de análisis.

Recordamos que, para el análisis de datos en este trabajo, nos hemos acogido a los planteamientos de Skovsmose y Borba (2004) quienes manifiestan que en la investigación crítica se debe considerar no solamente lo que ocurrió sino también lo que pudo haber ocurrido, en nuestro caso estará enfocado desde las actuaciones de la profesora a la luz de las categorías (características del diálogo y discusiones reflexivas).

A continuación, presentamos cada tema de interés desarrollo en el Club y los episodios que surgieron de los mismos.

Tema Covid – 19

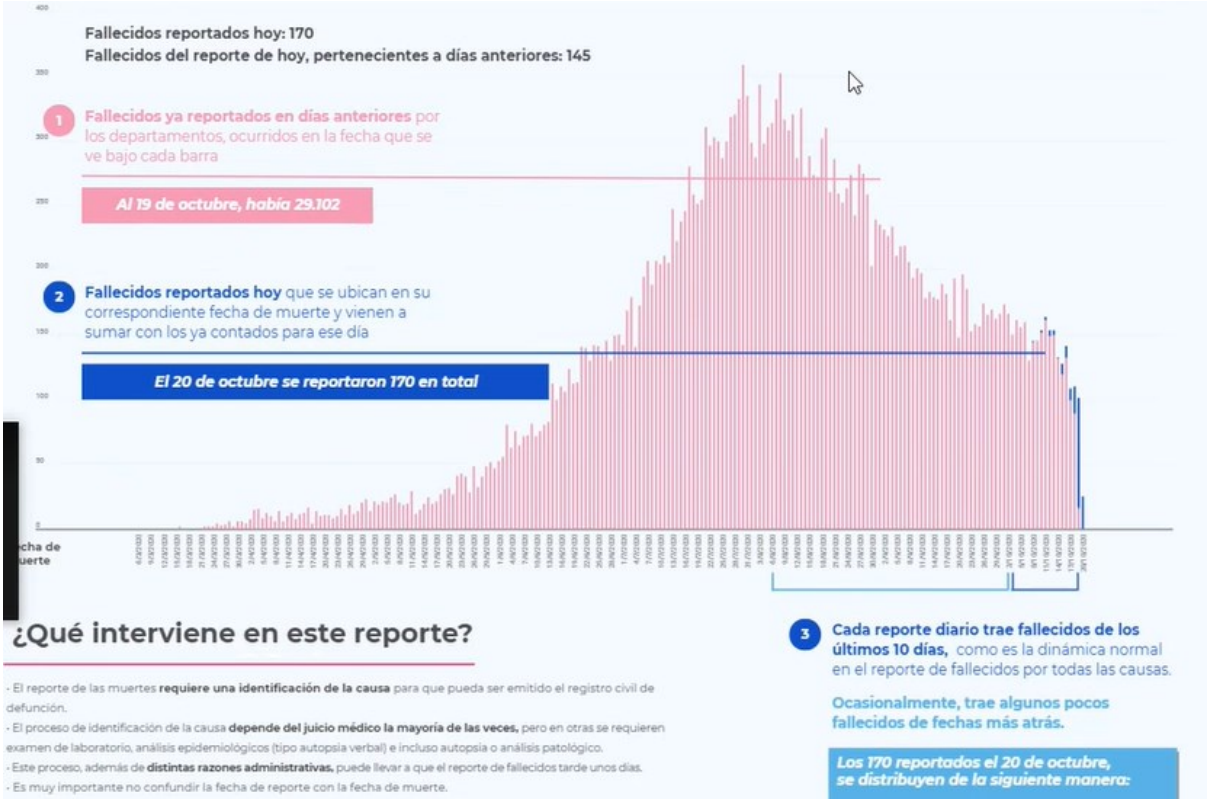
Episodio 1

Para la **sesión 8.2** se propone un espacio de trabajo en torno a la revisión de datos sobre el Covid - 19, particularmente sobre los casos confirmados, casos activos, casos recuperados y casos de personas fallecidas en Colombia, previamente Diana había preparado algunas páginas con información confiable al respecto, como la del Instituto Nacional de Salud (INS).

El trabajo con Mathias que se describe en este episodio se desarrolla en el análisis y lectura de una gráfica que representa la cantidad de fallecidos por día en Colombia (Ver Figura 14)

Figura 14

Gráfica de personas fallecidas en Colombia, reporte diario.



Nota. Adaptado de *COVID-19 en Colombia,* Instituto Nacional de Salud (ins.gov.co/Noticias/paginas/coronavirus.aspx), recuperado el 21 de octubre del 2020.

Diana: ...estas barritas Mathias que tú ves aquí (ver figura 14), muestra cuántas personas iban muriendo día a día

Mathias: Si profe si veo el cosito morado que es cuando van muriendo los que fallecen, que empiezan como bajan… va de abajo pa' arriba, o sea va subiendo, subiendo, subiendo…

Diana: ¿Qué significa que va subiendo? ¿Sabes qué significa eso?

Mathias: Subiendo es cuando hay más muertos de coronavirus

Diana: Ujum, si por lo menos si nos vamos a marzo, 27 de marzo, había poquitas personas, 3 personas fallecidas, aquí vemos cuántas personas se iban muriendo por día (señala sobre la gráfica para que la página le dé el dato)... el día que más hemos tenido fallecidos fue el día 30 de julio donde hubo 358 (haciendo énfasis con su voz) personas que murieron por coronavirus, ¿qué te parece este número, 358 personas murieron?

Mathias: Ufff (suspirando sorprendido)

Diana: Ese número es como muy grande ¿cierto?

Mathias: Si profe (pensando)

Diana: Porque mira, por ejemplo, nuestro colegio tiene 500 estudiantes, es como si más de la mitad de los niños del colegio se hubiesen muerto, o sea eso son muuuchas personas...y aquí cuando va bajando (figura 14) es porque menos personas han muerto por día, sin embargo, si miramos el 19 de octubre, antier, ¿puedes ver cuántas personas murieron?

Mathias: Eh sí, dice que murieron 170 fallecidos y reportados hoy 85

Diana: Y aun así podríamos decir que este número es muy grande... (Interrumpida por Mathias)

Mathias: Si profe y mira que por ejemplo aquí en mi conjunto ya hubo un niño con coronavirus

Diana: ¿Y salió bien? ¿Sí?

Mathias: Pues el niño tenía coronavirus, pero a él se lo llevaron, cuando vino el carro de la funeraria a llevárselo, pues mi mamá dijo que había aquí alguien en el conjunto con coronavirus y pues nos tocó venirnos a mi hermano y a mí para aquí al apartamento, pues resulta que si era un niño con coronavirus y que se lo iban a llevar a cremarlo.

Diana: Ah, o sea ¿el niño se murió?

Mathias: Sí

Diana: ¿Y tú lo conocías?

Mathias: No

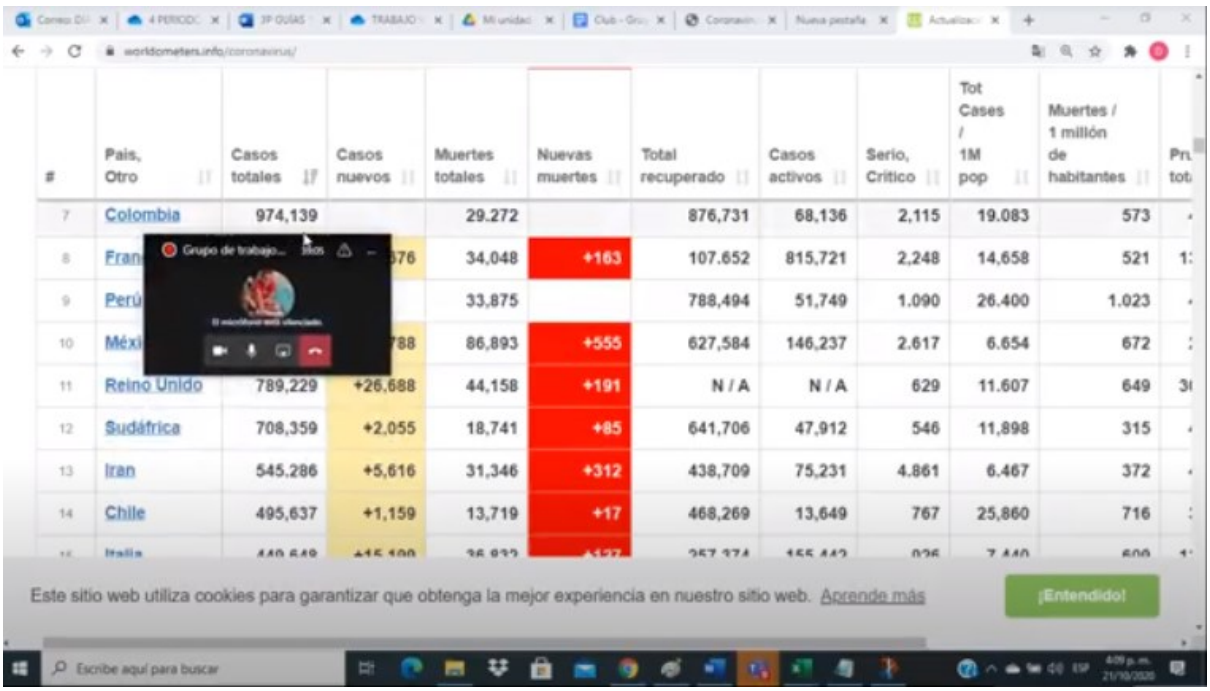
Diana: Ah, pero entonces eso ya es muy cercano, porque si ya es del conjunto ya fue muy cercano. Mira Mathias si miramos un dato acá que nos aparece (mostrando la Figura 15) aquí por ejemplo está el dato de las personas totales que se han contagiado de coronavirus en Colombia) ¿Cuántos casos hay?

Mathias: Dice que 974.139

Diana: 974.139 personas se han contagiado, y mira las que se han muerto (la profesora señala el dato de muertes totales: 29.272), y el niño o la persona que murió allá de tu conjunto, solo fue uno, pero mira todas las personas que han muerto aquí en Colombia, en Colombia han muerto en total o bien, que se hayan registrado 29.272, eso es un número que casi nosotros ni lo podríamos pensar en nuestras cabezas.

Figura 15

Gráfica de datos sobre contagios en Colombia.



#	País, Otro	Casos totales	Casos nuevos	Muertes totales	Nuevas muertes	Total recuperado	Casos activos	Serio, Crítico	Tot Cases / 1M pop	Muertes / 1 millón de habitantes
7	Colombia	974,139		29.272		876,731	68,136	2,115	19.083	573
8	Fran		376	34,048	+163	107.652	815,721	2,248	14,658	521
9	Perú			33,875		788,494	51,749	1.090	26.400	1.023
10	Méxi		788	86,893	+555	627,584	146,237	2.617	6.654	672
11	Reino Unido	789,229	+26,688	44,158	+191	N / A	N / A	629	11.607	649
12	Sudáfrica	708,359	+2,055	18,741	+85	641,706	47,912	546	11,898	315
13	Iran	545,286	+5,616	31,346	+312	438,709	75,231	4.861	6.467	372
14	Chile	495,637	+1,159	13,719	+17	468,269	13,649	767	25,860	716

Nota. Adaptado de *Casos notificados y defunciones por país o territorio,* Worldometers (worldometers.info/coronavirus/) recuperado el 21 de octubre de 2020.

La anterior interacción la analizamos desde dos características del diálogo (Alrø y Skovsmose, 2012), por una parte correr un riesgo ya que en dicha conversación Mathias y Diana cuando están trabajando sobre el modelo matemático asociado a la situación problema, hacen un giro con respecto al enfoque matemático que venían analizando y dan cabida a algunas interacciones impredecibles desde lo emocional cuando se hace mención del fallecimiento de un niño del conjunto de Mathias, sin embargo, la actuación de la profesora no responde a la categoría de mantener la igualdad y particularmente la empatía toda vez que aunque intenta seguir el devenir de la conversación, a través de preguntas, busca rápidamente no caer en la zona de riesgo (Penteado y Skovsmose, 2002), es decir quedarse en su zona de confort que quizá le brindan las matemáticas y retomar el análisis de los datos pasando por alto el sentido emocional que manifestó Mathias. Ahora bien, desde la entrevista desarrollada con la profesora se logra identificar lo siguiente:

Alejandro: En esta interacción vimos que Mathias manifestó una experiencia de su conjunto que quizá le afectó ¿por qué retomar el trabajo con el modelo matemático aun cuando existía una posibilidad de entrar en contacto con la situación manifestada por Mathias?

Diana: La verdad, yo no sé cómo tratar una situación con tanta carga emocional, quizá no supe continuar con esa conversación y tal vez en ese momento al saber que la persona que había fallecido no era conocida de Mathias vi la posibilidad de retomar el tema de las tablas.

Alejandro: ¿Qué cree que hubiese pasado si le hubiese dado una mayor prelación a esta intervención del niño?

Diana: Bueno, tal vez ahora se piense que no fui muy cercana a Mathias en el sentido que pude haber preguntado sobre sus sentimientos tal vez del temor de él y su familia al tener una situación que está alrededor de él, pues primero no se me ocurrió hacerlo en ese momento, porque mi intención estaba más en que los niños pudieran relacionar algo cercano de ellos con unos elementos matemáticos, tuve la oportunidad de enlazarlo rápidamente y pues olvidé esa parte emocional.

De acuerdo con la entrevista, logramos identificar que la actuación de Diana se puede asociar a dos elementos, por una parte, la forma imprevista como surgió el tema emocional para lo cual no estaba preparada y por otra, la intencionalidad de la profesora estaba enfocada en el análisis de elementos matemáticos por medio de gráficas que ella misma había buscado.

En ese sentido, encontramos que cuando en las actuaciones de la profesora no se contempla la empatía desde lo emocional con los estudiantes el diálogo se puede ver limitado, de esa manera podemos ver que las características del diálogo se pueden o no manifestar de manera simultánea es decir la emergencia de una no implica necesariamente que las demás emerjan.

Episodio 2

En la **sesión 10**, Mathias socializa a sus compañeros los avances realizados en las sesiones anteriores sobre su tema de interés, para esto presenta un Excel con datos y gráficas correspondientes a casos de personas contagiadas, gráficas por rango de edad de personas recuperadas y gráfica de fallecidos.

La presentación de Mathias se basa en la lectura de gráficas, sin embargo, la profesora propone hacer una comparación entre las mismas. (Ver Figura 16 y Figura 17)

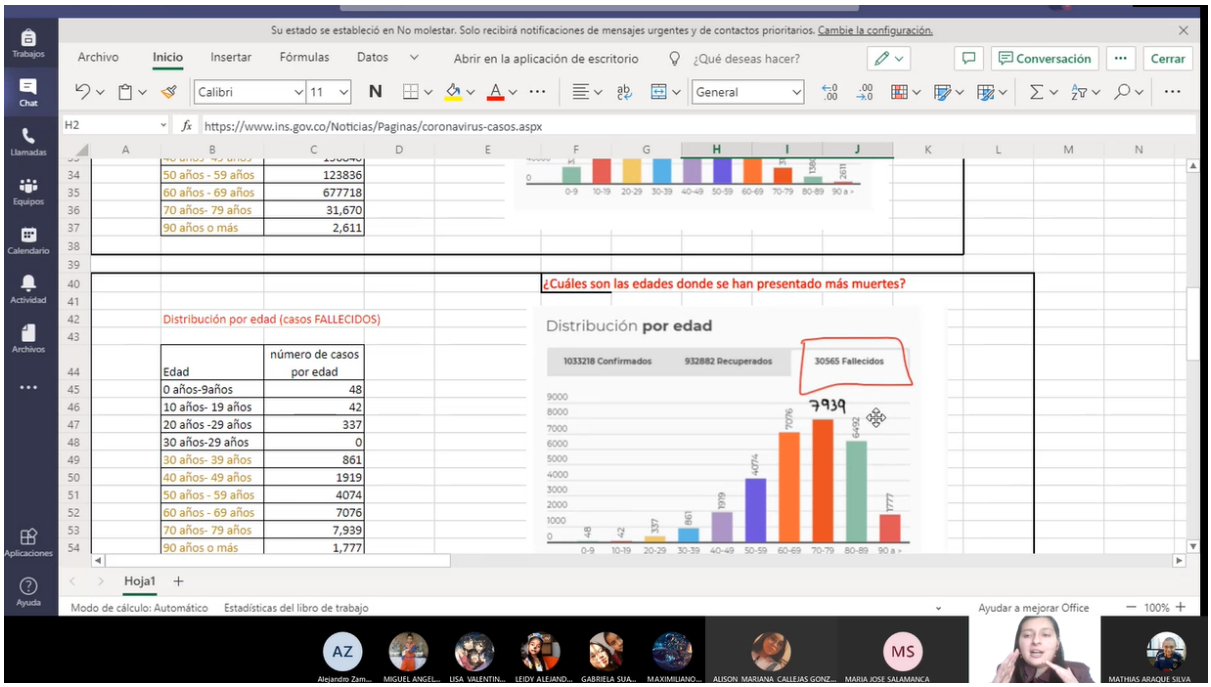
Figura 16

Exposición final tema Covid - 19- gráfica de casos confirmados por rango de edad.

Nota. Captura de pantalla de fuente propia proyección de exposición del participante del Club, tema Covid-19

Figura 17

Exposición final tema Covid – 19 - gráfica fallecidos *en Colombia de acuerdo con su rango de edad*



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde la profesora se refiere a una gráfica que se encuentra la proyección que realizó el participante a través de un Excel

Diana: Si colocamos la primera gráfica vemos que la barra naranja, no se veía tan grande, pero cuando vamos a la otra gráfica, en muertes, esta barra es la más grande…

entonces lo triste es que, aunque hay menos personas contagiadas, la mayoría de estas está falleciendo, entonces ¿ustedes qué pueden decir sobre el coronavirus en Colombia? o al ver esas gráficas que nos está presentando Mathias ¿Qué reflexión les deja?

María José: Profe, de lo que me queda a mí, que presentó Mathias es que por ejemplo las personas jóvenes puede que nos dé y curarnos, como por ejemplo a la gente de 29 a 39 años, pero ya la gente viejita que tiene menos defensas que a veces tienen problemas respiratorios o del corazón, tienen menos defensas y que no se pueden salvar, apenas les dé en ese instante podrían morir, pero las personas más jóvenes se pueden salvar.

Diana: Y, ¿por qué creen que las personas más jóvenes son las más contagiadas y las personas mayores son las que menos se contagian?

María José: No se cuidan

Leidy: Es porque, como tú dijiste, en el principio de la cuarentena dijeron que los mayores son los que más se contagian, entonces los jóvenes son los que salen a la calle, sin tapabocas y los mayores no se contagian porque están en la casa, resguardados porque el gobierno y eso dicen que ellos se contagian más

Diana: Entonces pareciera que los mayores se cuidan más para que no haya tanta población de contagiados, pero lastimosamente, son los que terminan más afectados.

Lo anterior, lo analizamos por medio de la categoría de discusiones reflexivas planteada por Barbosa (2006), en tanto logramos identificar la existencia de un espacio de interacción en el marco de un proceso de modelación de la situación social asociada al Covid - 19, por medio de la transcripción encontramos que el modelo empleado por los participantes del Club se basa en la lectura de gráficas estadísticas lo cual se recoge en el análisis de la situación por medio de los datos.

Identificamos dentro de este episodio una discusión reflexiva, cuando los participantes del Club logran emplear los aspectos asociados al modelo con manifestaciones críticas sobre la situación de modelación, por ejemplo cuando participan en torno al análisis de los rangos de edades en los que más se contagia la población en contraposición con el rango de edad de los fallecidos, en ese momento encontramos que hay un proceso de comparación de cantidades con respecto a la variable edad que les permite plantear argumentos en torno a las acciones que toman las personas en la cotidianidad y los efectos de éstas en los datos representados en las gráficas.

Ahora bien, en términos de la actuación de la profesora, logramos encontrar que la dinámica propuesta dentro del Club durante sesiones previas, siempre se dio en torno a la generación de preguntas de reflexión a los participantes para que éstos pudiesen entender dicha información de manera crítica y en ese sentido, manifestarse en consecuencia con la realidad que los afecta.

Se presentaron dos actuaciones de la profesora para que emergiera la discusión reflexiva, por una parte, todo lo asociado con el formato del Club en términos de la gestión, especialmente la existencia de una dinámica de exposición que permitió a los participantes discutir sobre cada temática y por otra parte la práctica matemática de lectura de gráficas que se había venido realizando de manera conjunta en sesiones anteriores.

Por ejemplo, en la **sesión 7**, identificamos una actuación de la profesora, en la que realiza una invitación a los participantes, para analizar la situación del Covid - 19 desde el enfoque de los contagios, lo anterior ya que Vicente plantea una idea sobre posibilidad de contagio de acuerdo con los rangos de edad.

> **Vicente:** Profe yo diría respecto al coronavirus, que las personas tan saludables como yo, sería muy difícil que el coronavirus se propague, porque si una persona está muy saludable, y si no le ha pasado enfermedades de hace días o hace meses, de hace

mucho tiempo, yo dudaría que a una persona le dé, entonces yo diría que sería mejor mantenernos saludables ¿cierto?

Diana: Umm, bueno pues Vicente, en este caso toca que el grupo que vaya a investigar Covid-19, mire bien esto, porque a veces nosotros confiamos tanto en nuestra salud, o confiamos que tal vez esto no llegue a nosotros, pero esto es algo que nosotros no sabemos.

Lo anterior, toma relevancia en la emergencia de la discusión reflexiva en tanto analizamos que es un momento importante en términos de analizar las creencias o mitos que manifiesta Vicente con respecto al tema de contagios especialmente al análisis desde los rangos de edad.

Por otro lado, en la **sesión 8.2**, podemos ver como Diana le plantea a Mathias preguntas que implican el uso del modelo matemática (mientras comparte la Figura 18 en pantalla) pero que no responde al concepto matemático de forma directa, sin embargo, en este caso, al entrar en diálogo se empiezan a generar manifestaciones de carácter reflexivo.

Diana: ¿Tú cómo crees que está Colombia con relación a otros países? ¿Está bien?

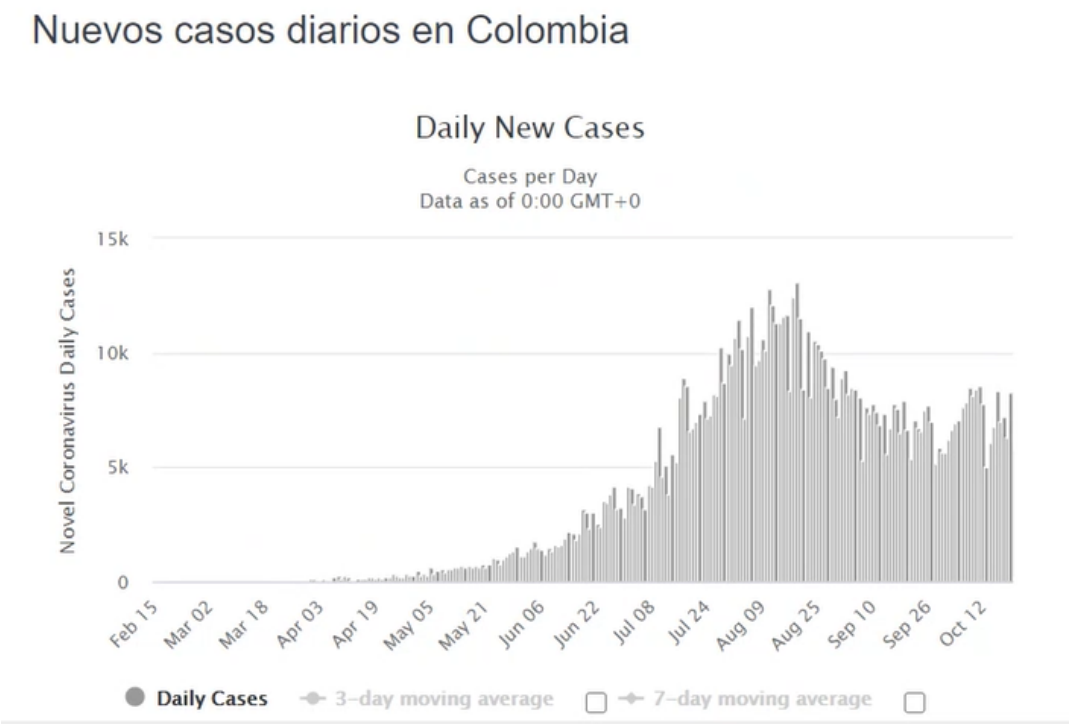
Mathias: No, no porque se habían bajado los casos de coronavirus y volvieron a subir otra vez, porque, gente que sale con los niños a los parques, a jugar, y pues Colombia no está bien porque está con mucha enfermedad.

Diana: Sí claro, hay muchas personas que no tienen los cuidados y otros que creen que el virus ya pasó

Mathias: Sí y hay otras personas que dicen "Quitémonos el tapabocas porque el virus ya se fue" y no, y esas personas que dicen eso, creen que eso es un juego.

Figura 18

Gráfica de nuevos casos de contagio por Covid – 19 en Colombia.



Nota. Adaptado de *Nuevos casos diarios en Colombia*, Worldometers (https://www.worldometers.info/coronavirus/country/colombia/), recuperado el 21 de octubre de 2020.

De esa manera, vemos que para esta sesión el estudiante logra identificar los cambios de la gráfica, particularmente donde se encuentran el aumento de datos de contagio, relacionando esta situación a su contexto cercano inmerso por algunas prácticas de no autocuidado que ha logrado visualizar en su cotidianidad.

Respecto a las actuaciones de la profesora, es importante resaltar el rastreo que realizamos da cuenta de un proceso de diálogo que Diana establece con varios participantes del Club y que para este caso en particular tiene en cuenta dos aspectos, por un lado, la dinámica del escenario como espacio de participación conjunta y por otro la generación de preguntas de manera recurrente que permitieron a los participantes reflexionar basados en el modelo sobre la situación que los convoca.

Tema Peligros Cibernéticos

Episodio 1

Para la **sesión 8.1** se tenía previsto generar un espacio de socialización con los participantes del Club por temáticas de interés, en ese sentido Allison presenta el abordaje de algunas preguntas que la profesora había propuesto por medio del canal de Teams en sesiones anteriores, dichas preguntas tenían el objetivo de orientar el proceso de indagación que se venía realizando.

El trabajo con Allison que se describe en este episodio contempla la intervención de una tercera participante del Club: Lisa.

Allison: … bueno y esta fue la de los últimos 10 años (refiriéndose a la pregunta ¿de qué manera se ha comprobado el crecimiento de redes en los últimos 10 años?), pero no me salía la actual, pero encontré esta desde 1995 hasta el 2011

Diana: Ok, listo, ¿por qué creen que esa gráfica va así?, ¿entienden esa gráfica? (señalando el comportamiento en la Figura 19), dice usuarios globales de internet entienden esa gráfica, ¿por qué va así?

Allison: Porque es como donde va creciendo

Diana: Sí

Lisa: Profe esa colinita que hay, ahí va creciendo, porque ahí han inventado, por decir así más redes sociales, o celulares o computadores o algo, desde 1995 se usaban muy muy muy poquitos y como ya en 2011 está más alto que todas, se usa demasiado

Diana: …bueno lo que dice Lisa es verdad, en la medida del tiempo se han ido aumentando los dispositivos y también el acceso a internet... antes también tocaba tener platica para conectarse. Bueno esa gráfica está chévere, puedes devolver la diapositiva y mirar qué datos podemos sacar de ahí.

Figura 19

Diapositiva de exposición sobre preguntas asociadas al tema de peligros cibernéticos

Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de exposición de participante del Club, tema Peligros Cibernéticos.

Lo anterior, lo asociamos con una aproximación a la categoría de discusión reflexiva en términos de Barbosa (2006), en tanto encontramos que las manifestaciones se gestan en el marco de un espacio de interacción trasegado por las actuaciones de la profesora en conjunto con los participantes del Club.

Sin embargo, en el desarrollo del presente análisis hemos encontrado que las actuaciones o ausencia de estas por parte de Diana, pueden tener efecto en la emergencia de las discusiones reflexivas, en este caso consideramos que no se logra potencializar la discusión.

Cuando Allison presenta el abordaje a la pregunta propuesta por Diana, Lisa responde haciendo una interpretación por medio de la lectura de la gráfica, logramos identificar un uso del modelo por parte de la participante, sin embargo, vemos que la actuación de Diana en ese momento no potencia la emergencia de la discusión en tanto pasa de manera superficial por el análisis de Lisa.

Sin embargo, es interesante destacar que en la **sesión 7**, rastreamos una actuación de la profesora en las cuales logramos develar manifestaciones reflexivas, que dan cuenta de la latente preocupación de Allison respecto a su tema de interés.

Diana: Allison bueno tu hiciste toda esta presentación, tuviste me imagino que ver varias páginas, de todo lo que dijiste, ¿qué fue lo que más te impactó?, ¿qué fue lo que más te llamó la atención? y ¿qué fue lo que más te dio miedo de las cosas que tu leíste?

Allison: Profe pues digamos que aquí como la imagen, de esos perfiles que uno puede creer que sea una persona, digamos el niño (refiriéndose a la Figura 20, extraída de su presentación), pero puede ser una persona desconocida y mayor que pueden entrar a sus datos y los niños también pueden dar sus datos personales.

Diana: Y eso, por ejemplo, ¿te causó algo de miedo o qué? ¿O fue simplemente lo que más te impactó?

Allison: Eso fue lo que más me llamó la atención profe.

Figura 20

Diapositiva de exposición sobre peligros cibernéticos

Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de exposición de participante del Club, tema Peligros Cibernéticos

Consideramos importante resaltar que, si bien durante esta sesión no se evidencia trabajo con las matemáticas de forma implícita, si se logran identificar algunas actuaciones de la profesora asociadas a la categoría del diálogo en el escenario de aprendizaje. Por ejemplo, identificamos un elemento asociado al diálogo, entrar en contacto (acto dialógico) que en palabras de Alrø y Skovsmose (2012) corresponde a ponerse en tono con el otro, teniendo conciencia de lo que sucede en el diálogo, dicho aspecto lo evidenciamos cuando Diana le pregunta a Allison sobre sus sentires con respecto a la información que había encontrado.

Retomando la transcripción del episodio, quizá la profesora en este punto no tiene la intención de ahondar en la discusión generando preguntas como: ¿el crecimiento de usuarios en las redes es causa de mayor peligro cibernético? ¿A mayor cantidad de redes y acceso hay mayor cantidad de víctimas y delitos digitales? En ese punto, el modelo hubiese potenciado la argumentación y las matemáticas podrían ser entendidas como un cuerpo teórico que permite a los participantes analizar la situación problema a la luz del conocer reflexivo.

Destacamos que, en este momento, la acción de la profesora pudo haber generado mayores argumentos relacionado con la comparación de cantidad en la representación cartesiana que se estaba analizando y en ese sentido creemos que se pudo haber logrado evidenciar mayores aspectos asociados a la utilización del modelo para el análisis de la situación problema.

A continuación, se presenta el intercambio de perspectivas con Diana con relación a este episodio por medio de una entrevista.

Alejandro: Revisando este episodio ¿cómo cree que se hubiese potenciado la discusión reflexiva teniendo en cuenta que Lisa logró manifestarse críticamente usando una interpretación de la gráfica?

Diana: Ahora que analizo este episodio, recuerdo que Allison para ese día había traído mucha información, cuando llegamos a esa gráfica y Lisa se manifiesta, aunque me pareció interesante, no logré identificar su potencialidad y me enfoqué más en otros datos que la niña había llevado. Sin embargo, creo que por medio de preguntas hubiese podido indagar más y motivar a que las niñas reflexionaran más sobre el análisis de la gráfica y de esa manera se diera una posible discusión reflexiva.

Finalmente, consideramos que en este episodio la actuación de Diana, debería considerar con mayor profundidad las intervenciones que emanan de los estudiantes en el proceso de investigación para favorecer la emergencia de discusiones reflexivas. En ese sentido entonces identificamos que el escenario y la dinámica del mismo permite que los participantes por medio del diálogo se sientan recogidos en la situación que están trabajando, sin embargo es indispensable que de manera constante el profesor, con el ánimo de generar en los participantes un empoderamiento social por medio de las matemáticas, debe estar en todo momento con un alto grado de sensibilidad en su práctica para poder potenciar todos esos momentos que den muestra de las manifestaciones reflexivas y los usos de los modelos matemáticos para expresar ideas o planteamientos.

Episodio 2

En el desarrollo del Club, durante la **sesión 9.1** se lleva a cabo un trabajo entre Diana y Allison en el cual se traen a colación aspectos asociados a la revisión de datos para el análisis de la situación problema. En la siguiente transcripción destacamos un momento de trabajo con el modelo de manera conjunta entre la profesora y la participante.

Diana: El porcentaje es un número en comparación con el 100 %, entonces por cada 100 casos de abusos contra niños (mientras proyecta la Figura 21), 68 casos son de sextorsión, es decir que por cada 100 niños de los que se denuncian 68 de esas denuncias son niños que han extorsionado con imágenes sexuales, que han empezado

a pedirles esas imágenes y los niños han caído en esas trampas… si quisiéramos sacar el Grooming es cuántas denuncias se han hecho de personas mayores que se han conectado con niños ¿Cuál es la operación?

Allison: Profe ya la hice, es 23 antes de la coma.

Diana: Listo, es decir que ¿cómo se lee ese número?, por cada 100 denuncias de acoso contra los niños 23 de esos casos han sido niños que han sido engañados por gente mayor… Ciberbullying son más poquitos, pero sin embargo en sí es un número alto ¿cuánto es eso?

Allison: El de Ciberbullying son 8 personas, 8 por ciento (8%)

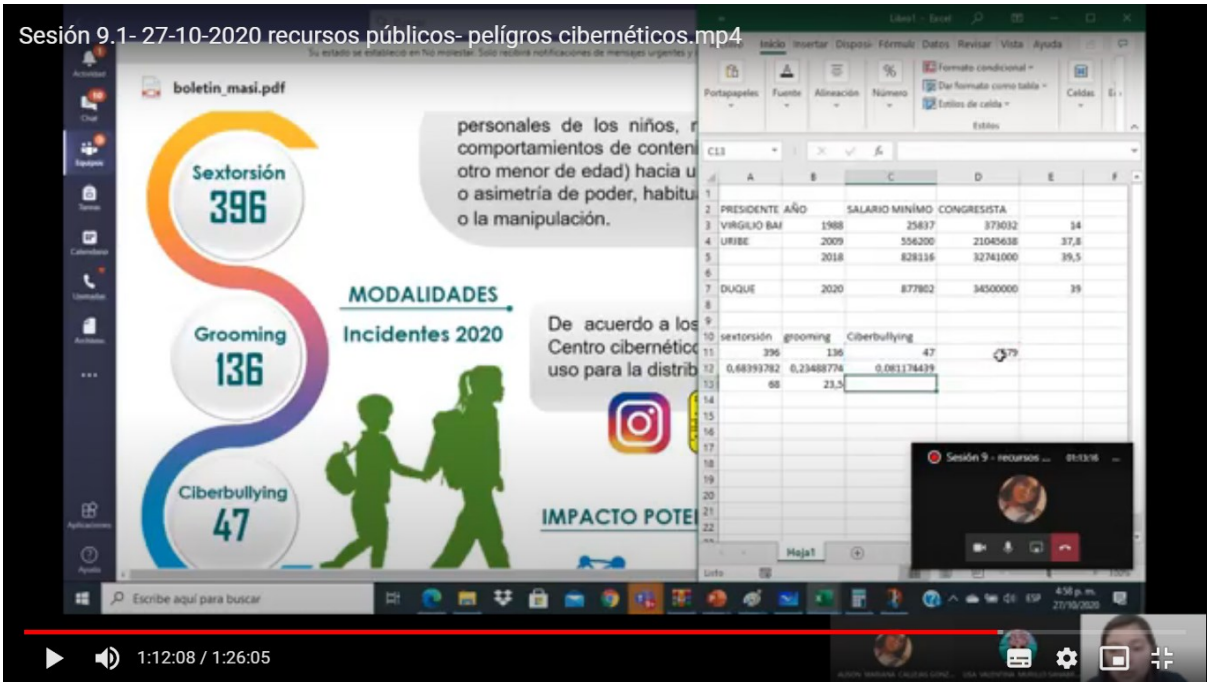
Diana: Entonces por cada 100 personas, ocho niños sufrieron bullying, digamos que el dato que más preocupa es…

Allison: El de Sextorsión

Diana: El de Sextorsión, claro imagínate por cada 100 niños 68 están cayendo en esa trampa, entonces digamos eso tú lo podrías exponer, como los peligros de las redes y en qué están cayendo más los niños, niños por ejemplo de sus edades que están cayendo en trampas… la mayor cantidad de denuncia han sido en Sextorsión.

Figura 21

Trabajo en sesión del Club, abordaje del modelo basado en información encontrada



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de información y trabajo en Excel sobre el tema de Peligros Cibernéticos.

En la anterior interacción encontramos que se manifiestan características del diálogo, particularmente el proceso de indagación planteado por Alrø y Skovsmose (2012), ya que identificamos que en el marco del diálogo se están desarrollando nuevas concepciones entre las participantes, hay un grado de curiosidad e inquietud con respecto a la situación abordada que las convoca a interactuar.

En ese orden de ideas, podemos ver que, aunque el nivel profesional de cada una de las participantes es distinto, la relación gestada no da muestra de una imposición de ideas por medio del poder que podría intuirse en la relación, por el contrario, la reexaminación de los saberes en torno a la situación abordada permite tanto a Allison como a Diana concebir y tratar conceptos que para este caso son asociados al modelo matemático.

Ahora bien, la emergencia de la categoría en esta sesión tiene anclaje con actuaciones de la profesora en el momento exacto que ya describimos y también en sesiones previas, por ejemplo, en la **sesión 3** rastreamos que Diana pregunta a Allison sobre lo que había logrado

investigar sobre su interés, encontrando lo que Alrø y Skovsmose (2012) denominan entrar en diálogo como espacio discursivo.

El momento que presentamos a continuación, describe una interacción entre Diana y Allison, en donde se acentúa con mayor profundidad la temática de interés, aspecto que es de vital importancia para la emergencia del proceso de indagación que describimos anteriormente, toda vez que da cuenta de la actuación de Diana teniendo como propósito: orientar la discusión, delimitar el problema y buscar nuevas concepciones respecto al interés.

Diana: Allison propuso el tema de los peligros cibernéticos, ¿Allison pudiste mirar algo sobre eso?

Allison: Profe lo puse en el chat.

Diana: De toda esa información (refiriéndose a la Figura 22)… ¿tú leíste eso sí?, voy a apagar mi micrófono y tú nos cuentas al resto qué es lo que tienes.

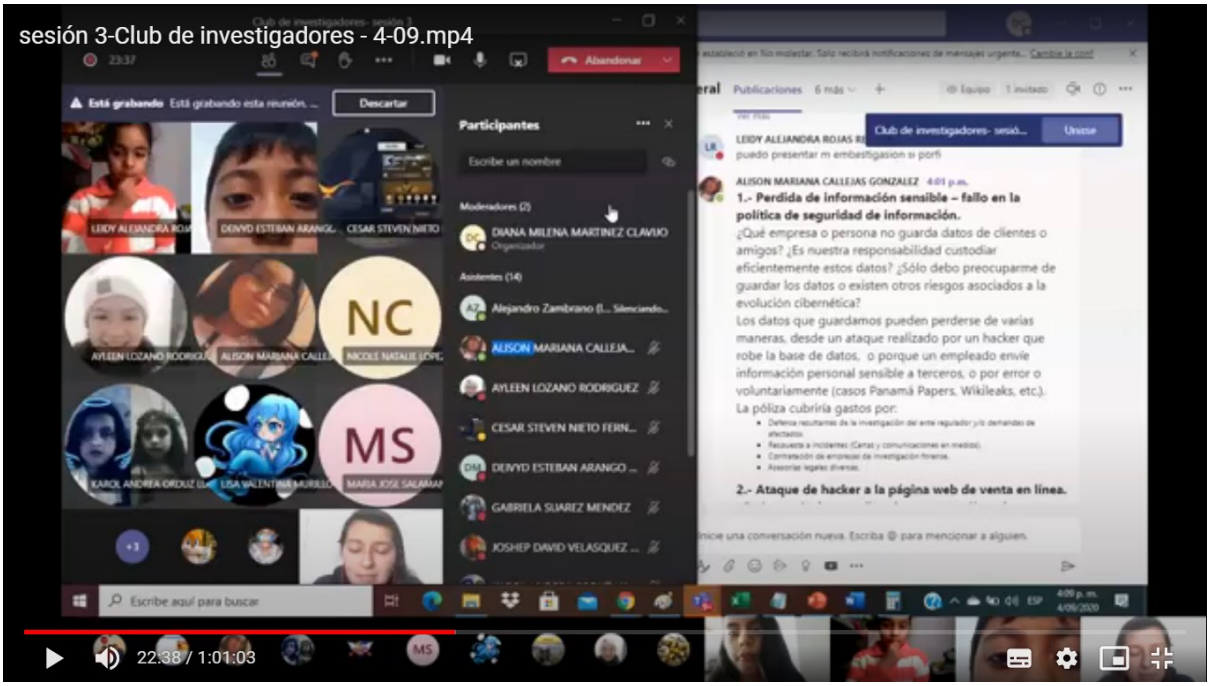
Allison: Profe, que unos riesgos que podría haber son las pérdidas de datos que están aumentando en este tiempo.

Diana: Puedes contextualizar o bueno puedes decirles a tus compañeros por qué te interesó este tema… ¿Cuál fue el problema que tú propusiste?

Allison: Que digamos hay personas que se hacen pasar por otras personas en algunas aplicaciones o no les están dando buen uso.

Figura 22

Información compartida por participante del Club asociada a Peligros Cibernéticos



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de exposición de participante del Club, tema Peligros Cibernéticos.

En este punto consideramos que la actuación de Diana ha sido de acompañamiento, por medio de la generación de preguntas y la invitación a continuar la indagación, permitiéndose entrar en diálogo con la participante.

Este proceso de indagación estuvo dentro de las intenciones de la profesora quien desde sesiones anteriores venía buscando entrar en diálogo con Allison, lo cual se evidencia en la siguiente entrevista

Alejandro: ¿Considera que sus actuaciones en sesiones previas tuvieron algún tipo de efecto en la emergencia de la categoría en este episodio?

Diana: Yo creo que sí, porque desde las sesiones anteriores yo tenía preguntas listas para proponérselas a los niños y de esta manera ir encaminando lo que los niños habían dicho que era su interés, creo que esto en Allison despertó aún más su curiosidad y se nota en el hecho que ella ya traía consultas de varias páginas que intentaban responder a eso, pero si lo hacía era por curiosidad ya que las preguntas que yo propuse se dejaban para ser abordadas de manera voluntaria.

Ahora bien, dentro de este trabajo con Allison se evidencia el surgimiento de las matemáticas, en el marco de la revisión del interés, queremos aclarar que por medio de la entrevista logramos identificar que este concepto de porcentaje emana del proceso de diálogo que se desarrolló en el Club sin ser un saber previo de los participantes como se evidencia el siguiente fragmento.

Alejandro: Durante este episodio logramos identificar el uso del modelo y un trabajo particular con los porcentajes ¿ese tema ya lo conocían los niños?

Diana: No, el tema de porcentaje se dio en varios momentos del Club, pero para el curso en el que los estudiantes estaban (tercero) su plan de estudios aún no lo contemplaba, creo que este fue un logro con ellos en el trabajo con las matemáticas.

Con relación al empoderamiento a la luz de las categorías (por parte de Allison) del conocer reflexivo y las cualidades del diálogo, logramos identificar que el escenario y la actuación de Diana propendieron por entrar en diálogo con Allison, sin embargo, no fue suficiente para generar más discusiones reflexivas.

Por ejemplo, las páginas de información que propuso Diana (datos sobre Grooming, Ciberbullying, sextorsión), Alisson se enfoca en la lectura de datos y en la indagación sobre términos que no conoce, pero no se siente identificada o llamada a entender el porqué de los datos que aparecen allí, este trabajo se intenta apoyar por parte de la profesora en las **sesiones 9.1 y 10** para reflexionar sobre los datos desde las matemáticas.

Somos conscientes, que lo anterior puede surgir por el cambio de la cultura de clase, ya que tal vez los estudiantes se encuentran acostumbrados a estudiar en un espacio de pregunta- respuesta donde las manifestaciones de poder son muy visibles. Mientras que este espacio al tener una intención distinta puede no entenderse por parte de los participantes, a esto se suma que el Club se diera dentro de un ambiente virtual, ya que el acompañamiento se realizó a distancia.

Tema Ambiental

Episodio 1

La emergencia de este episodio se remite a la **sesión 8.3** del Club, donde participaban solamente los estudiantes que estaban trabajando en los temas de peligros cibernéticos y ambiental, el objetivo de esta sesión fue revisar algunas páginas (que la profesora previamente había leído) que daban cuenta de información y datos sobre los dos temas de investigación.

A continuación, presentamos la transcripción de un momento en el que se relacionan algunos de los participantes del Club en torno al trabajo con las matemáticas, especialmente la búsqueda de porcentajes asociados a la extinción de plantas en Colombia.

Diana: El 100% es mi rosquilla (refiriéndose a la Figura 23) ¿Cuál es el número total de la rosquilla?

Natalie: 780… 798 es que me confundí

Diana: Y tú vas a mirar qué porcentaje es 112 y entonces para eso ¿qué debes hacer? coges el 112 lo multiplicas por 100 y luego lo divides entre el número total ¿cuál es el número total? 798, vamos a ver qué porcentaje le da a Natalie y en el caso de Maximiliano, tú haces el 100% son 798 plantas, entonces ¿cuántos animales hay en peligro crítico de extinción Maximiliano? ¿Maximiliano me escuchas?

Maximiliano: Si profe te escucho

Diana: ¿Puedes ver cuál es el número de plantas que están en peligro crítico de extinción, o sea las rojas?

Maximiliano: ¿En la rosquilla grande, mediana o pequeña?

Diana: En la grande, estas son las plantas

Maximiliano: 264

Diana: Listo, vamos a mirar el porcentaje, tienes que coger lo rojo es decir 264 lo multiplicas por 100 y ese resultado lo divides entre 794… (Interrumpida por Natalie)

Natalie: Profe es 14

Diana: ¿14?... haber 100 por 112 igual, dividido entre 798… (Se queda analizando)

Natalie: Profe si era 14, 14 porciento

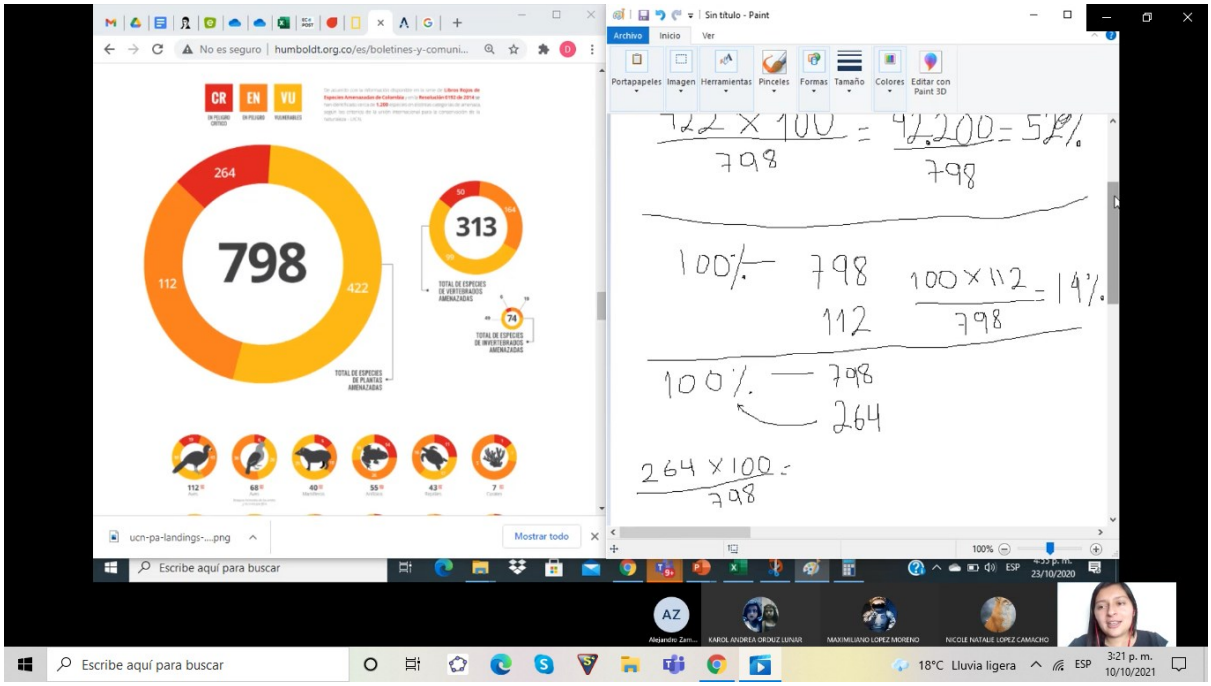
Diana: Ah no espérame miro aquí una cosa porque hay algo aquí que me está intrigando, ah ya entendí (después de mirar la gráfica y los datos) está mal graficado esto, es 14 si señora, solo que esta gráfica está mal ¿si saben porque está mal?

Natalie: Porque profe ah yo ya sé, porque la línea naranja está más larga

Diana: Sí señora, porque la línea naranja está más larga y se supone que esta es una página oficial de Humboldt y hasta ahora me doy cuenta… Natalie chévere que lo hayas encontrado.

Figura 23

Gráfica de especies en peligro de extinción y trabajo sobre porcentajes



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de trabajo durante sesión del Club.

En la anterior interacción, logramos identificar la emergencia de la característica del diálogo asociada a correr un riesgo, que de acuerdo con Alrø y Skovsmose (2012) refiere al carácter impredecible de la interacción dialógica, es importante resaltar que en el momento transcrito logramos ver una impredictibilidad tanto emocional como epistémica, especialmente en el momento de la pérdida del control de la situación cuando Diana en el marco del trabajo con Natalie logra evidenciar un error en la representación gráfica.

Además, identificamos que este acto es una manifestación basada en las actuaciones que la participante Natalie venía desarrollando con Diana en el trabajo sobre el tema de investigación.

Por ejemplo, el hecho de que el interés se situara con tanto énfasis en el tema de los datos sobre extinción de plantas se debe particularmente a algunas interacciones dialógicas previas que se presentaron durante esta misma sesión.

Diana: Bueno miremos aquí (refiriéndose a la Figura 24) Natalie y los demás, esto está en inglés, pero sé que lo van a entender, miren, aquí hay unos países, ¿encuentras a Colombia? ¿Nicole vez a Colombia? ¿Dónde está?

Natalie: Si Colombia está debajo de Chile

Diana: Los animales que están en peligro de extinción que son mamíferos ¿puedes ver cuántos son?

Natalie: Mamíferos en Colombia son 56

Diana: 56 que están en peligro de extinción, hay más mamíferos en Colombia, pero 56 están en peligro de extinción. Mira, ¿sabes qué es birds?

Natalie: Pájaros, aves

Diana: ¿Puedes ver cuántos hay?

Natalie: 1 por 190 creo

Diana: No, ciento diesi...

Natalie: 119, wow son muchos

Diana: ¿Reptiles?

Natalie: Reptiles tiene 28 animales en vía de extinción

Diana: Ajá acá estos son anfibios hay 214… ¿Cuántos peces?

Natalie: 61 están en vía de extinción

Diana: ¿Moluscos?, bueno claro que esta tabla es del 2015, moluscos para ese momento había cero y otros animales invertebrados habían 33, plantas hay 245, si tú te das cuenta por ejemplo de esos datos, podríamos, por ejemplo, ver que las plantas tienen un número bien grande ¿cierto?

Natalie: Sí, es demasiado grande, más grande que el 119 y el 214

Diana: Es más grande, porque eso quiere decir que hay más plantas en peligro de extinción, es que mira Nicole que... (Interrumpida por Natalie)

Natalie: Es que hay países que tienen muchas plantas, por ejemplo, aquí, ¡qué raro!

Diana: Pues mira que a mí también me llamó mucho la atención, bueno si los otros quieren hablar pueden abrir el micrófono, bueno a mí me llamó mucho la atención... (Interrumpida por Natalie)

Natalie: Bueno es que iba a decir algo, pero estabas hablando, bueno lo siento

Diana: Dime, dime

Natalie: Pues no sé me estaba preguntando si alguien tenía preguntas sobre lo que exponí, expuse

Diana: Eh bueno todavía no hay ninguna manita, pero bueno Nicole (Natalie) mira, tú viste que el número de plantas era más grande que el número de animales ¿cierto? y eso quiere decir que a veces nosotros estamos pensando como más en los animales que se están extinguiendo, pero no vemos que las plantas también se están

extinguiendo, si tú ves estas rosquitas (refiriéndose a la Figura 25) que están ahí (interrumpida por Natalie)

Natalie: Profe es que ya sé cómo cuidarlos, en una parte de mi presentación dije que no botar desechos tóxicos en cualquier lado, en el agua, en la tierra porque también afecta a las plantas a las marianas a las de la tierra

Diana: Claro ahí lo dijiste, pero digamos entonces hay que mirar por ejemplo como tú te estás centrando en esta investigación, pues que tú puedas mostrar cuando tengas que exponer al resto del grupo de investigación, por ejemplo, cuáles son las cifras o cuál es el número de animales que están en peligro de extinción y cuáles son las plantas que están en peligro de extinción (interrumpida por Natalie)

Natalie: Oye profe es que no quise interrumpir, pero otra vez, es que no quiero que quites esta parte porque quiero anotarla para que después cuando tenga que exponer eso otra vez pueda explicar la cantidad de cosas.

Diana: Si claro, igual yo te puedo mandar estas páginas y tú las puedes mirar…

Figura 24

Representación tabular de datos sobre extinción de especies en Suramérica.

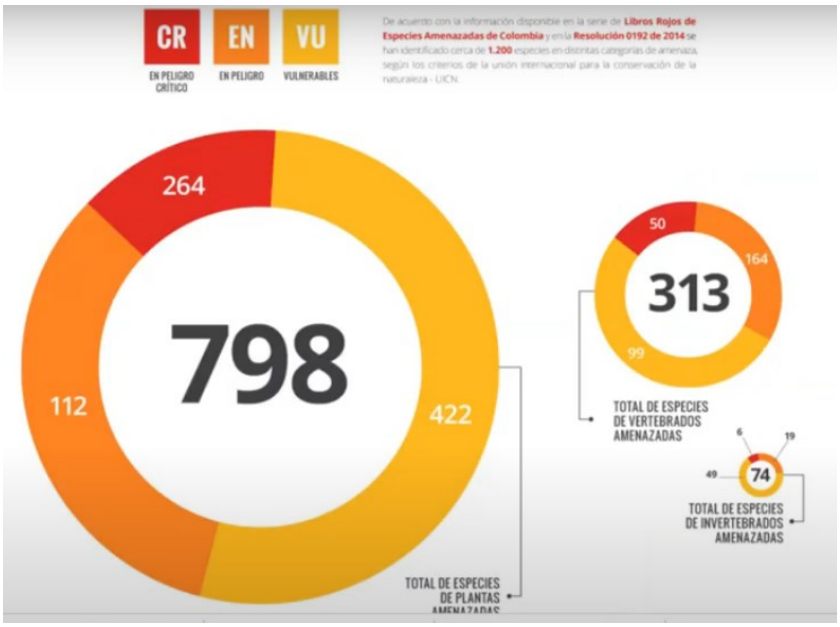
SOUTH AMERICA

South America	Mammals	Birds	Reptiles*	Amphibians	Fishes*	Molluscs*	Other Inverts*	Plants*	Total*
Argentina	40	50	7	30	39	0	14	70	**250**
Bolivia, Plurinational States of	21	55	3	35	0	2	1	99	**216**
Brazil	82	165	29	36	85	22	32	516	**967**
Chile	20	33	3	27	23	1	12	72	**191**
Colombia	56	119	28	214	61	0	33	245	**756**
Ecuador	46	98	28	174	53	48	17	1848	**2,312**
Falkland Islands (Malvinas)	4	9	0	0	5	0	0	5	**23**
French Guiana	8	8	7	3	29	0	0	16	**71**
Guyana	11	14	5	5	31	0	1	23	**90**
Paraguay	10	27	3	0	0	0	0	19	**59**
Peru	55	120	10	111	22	4	4	318	**644**
Suriname	9	9	6	1	29	0	1	26	**81**
Uruguay	10	22	5	5	40	0	2	22	**106**
Venezuela, Bolivarian Republic of	34	44	14	73	42	1	25	77	**310**

Nota. Adaptado de *Table 5: Threatened species in each country (totals by taxonomic group)* IUCN Red List (https://www.ecopost.info/wp-content/uploads/2016/06/2015-Especies-amenazadas-por-pa%C3%ADses-RedList-IUCN.pdf), recuperado el 23 de octubre de 2020.

Figura 25

Gráfica de especies amenazadas en Colombia



Nota. Adaptado de *¿Cuántas especies están amenazadas en Colombia?* Instituto de Investigación de Recursos Biológicos Alexander von Humboldt (http://www.humboldt.org.co/es/boletines-y-comunicados/item/1087-biodiversidad-colombiana-numero-tener-en-cuenta), recuperado el 02 de octubre de 2020.

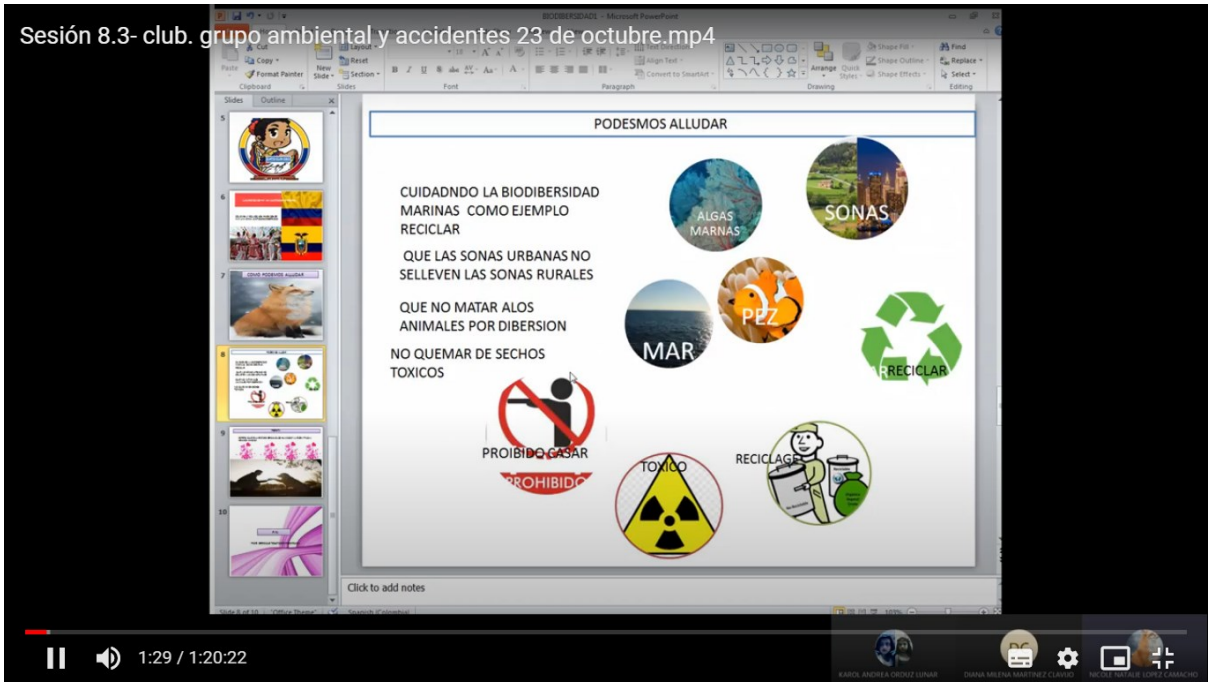
En esta interacción podemos rescatar no sólo la manifestación del interés investigativo, sino también actuaciones enfocadas en la gestión del espacio por parte de la profesora, que permiten la emergencia de la categoría del diálogo desde las características de corres un riesgo e indagación, por otra parte, consideramos interesante resaltar que en el rastreo de las actuaciones de Diana con Natalie asociadas al tema ambiental se evidencian de manera constante afirmaciones reflexivas, que si bien hasta la **sesión 8.3** no se basan en el uso del modelo, si dan cuenta de la sensibilidad de la participante con respecto al tema.

Lo anterior es evidente en esta misma sesión, donde Natalie por convicción trae al encuentro una presentación (Ver Figura 26) donde manifiesta su problemática y entre otras cosas empieza a plantear posibles soluciones a la misma, esto, lo asociamos con un proceso

de indagación en la cual los participantes del diálogo se ven involucrados frente a la investigación que están realizando.

Figura 26

Presentación de participante del Club, sobre el tema Ambiental.



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de presentación sobre el tema de Ambiental.

En esta sesión Diana actúa de forma congruente (Alrø y Skovsmose, 2002a) con Natalie, ya que, aunque la presentación es algo que no se tenía previsto para la sesión, se evidencia transparencia y autenticidad en la relación.

Diana: Uy, muy bien Natalie, ¿tú me podrías enviar eso que hiciste por favor?

Natalie: Profe no sería un problema... es que a mí me llamó mucho la atención eso, porque a mí me gusta la naturaleza, hay muchas cosas positivas que me ayudan a entenderla por eso hice esta cosa y también hice cómo ayudarla, cuál es mi opinión y esto.

Diana: Muy bien puedes dejar por favor las dispositivas y si quieres me las envías, porque fue un trabajo bonito que tú hiciste.

Natalie: No es que le di esa noticia buena a mi tía, me gusto lo que me dijiste, gracias profe.

Con lo anterior logramos concluir que la actuación de Diana además de responder a entrar en diálogo con Natalie brinda confianza en las manifestaciones de la participante, en ese sentido permitir que la dinámica del Club atienda a las declaraciones espontáneas de los participantes, les brinda mayor seguridad y los hace sentir que son tenidos en cuenta, desligando así los actos de Diana del paradigma del ejercicio.

Episodio 2

Para la **sesión 11**, se tenía previsto hacer el cierre del Club, en ese sentido se había solicitado a cada uno de los grupos (por temas de interés) que prepararan una exposición en la cual pudieran contar a los demás participantes cuáles habían sido sus avances respecto a su tema de interés.

En este episodio, queremos destacar la materialización de la categoría de discusiones reflexivas de Barbosa (2006), con respecto a todo un proceso de interacciones entre Diana y Natalie a lo largo del Club.

Natalie: Estadísticas en el medio ambiente en Colombia, casi siempre nos preocupamos más por los animales que por las plantas, por eso aumentó la pérdida de plantas más que los animales, con la ruedita vemos que significa una cantidad más grande que la de los animales (señalando la Figura 27), ya que la de color verde (se refiere la diagrama que está acompañado por un texto en color verde que dice plantas) significa la de plantas y la mediana es la de animales y la pequeña los invertebrados, como podemos ver, la grande es la que más se ha extinguido por varios minutos, varios tiempos y esto es como el 100% de cada lado, la barra amarilla es el 52%, en la roja es 33% y creo que la naranja es como 14%.. Por eso tenemos campesinos que nos ayudan en este caso de las plantas, sembrando plantas incluso en vía de extinción.

Como consecuencia sin plantas no hay belleza ni vida, pero descuida, podemos ayudar con el respeto de la flora y fauna… todo el mundo tiene derechos igual la biodiversidad porque somos seres vivos y debemos respetarnos los unos a otros.

Diana: Gracias Natalie

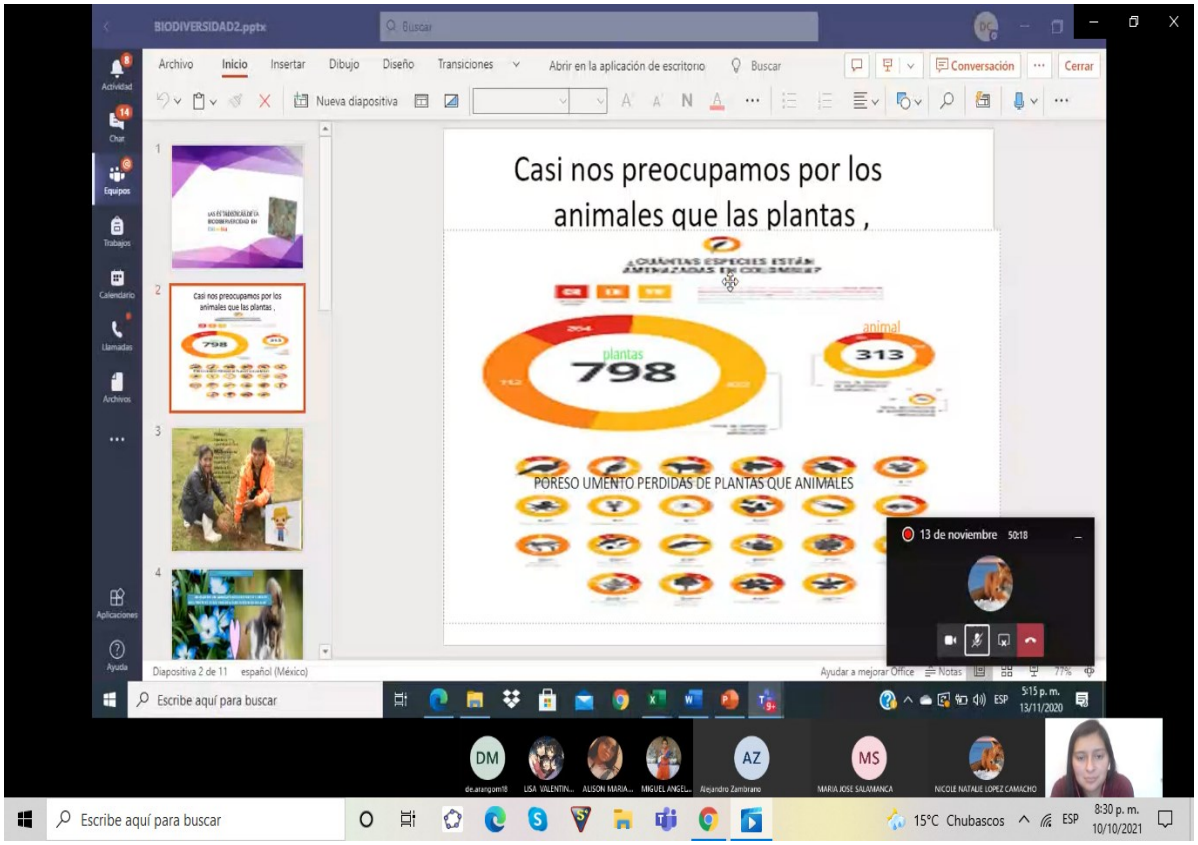
Natalie: Profe es que yo tenía otra presentación, por último, si quieres puedo compartir la pantalla para que puedan verla

Diana: Bueno mientras que Natalie la coloca ustedes que pueden decir de lo que ha dicho hasta el momento

María José: Que nosotros como personas debemos respetar la vida de los animales y nosotros talamos árboles y destruimos sus vidas y por eso hay muchos animales en vía de extinción, porque a veces los cazan por diversión y para ganar dinero.

Figura 27

Representación de datos sobre el tema Ambiental



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de presentación sobre el tema de Ambiental.

En este fragmento identificamos que no se logra potenciar para el desarrollo de una discusión reflexiva en tanto no hay una intervención de la profesora que permita generar la interacción en ese sentido, sin embargo con respecto al trabajo con las matemáticas en términos del uso del modelo (Barbosa, 2006), es interesante evidenciar que hasta esta sesión Natalie siempre venía realizando comparaciones de cantidades a partir de la lectura de la información tal como se presenta; aquí en cambio realiza una práctica con las matemáticas (Mancera, 2020) específicamente el cálculo de porcentajes, que la profesora invitó a que realizaran con el fin de unificar las diversas informaciones con las que se encontraban los estudiantes.

En este punto hubiese sido potenciador el hecho de que Diana retomara la manifestación de Allison referente a los campesinos y su importancia en el proceso de protección de las especies de plantas en peligro de extinción y se hubiese inquietado por proponer preguntas o quizá ahondar un poco más en estas reflexiones.

Sin embargo evidenciamos que la dinámica en sí misma fue pasar de manera superficial las declaraciones de Natalie en las cuales emplea el modelo con datos y reflexiones que emergen gracias a esas interacciones anteriores, por ejemplo las descritas en el episodio inmediatamente anterior, pero que también nos remiten a actuaciones mucho más antiguas en la línea del tiempo de este tema como por ejemplo en la sesión 6 en donde se inicia el trabajo conjunto entre la profesora y los participantes en plenaria general del Club y para este momento se presentan algunas páginas y datos (buscados por la profesora y se hacen algunas orientaciones con respecto al trabajo con estos.

Diana: Bueno esta es una tabla (refiriéndose a la Figura 28) de los primeros meses de este año donde muestra los animales que están en peligro de extinción, la cantidad de

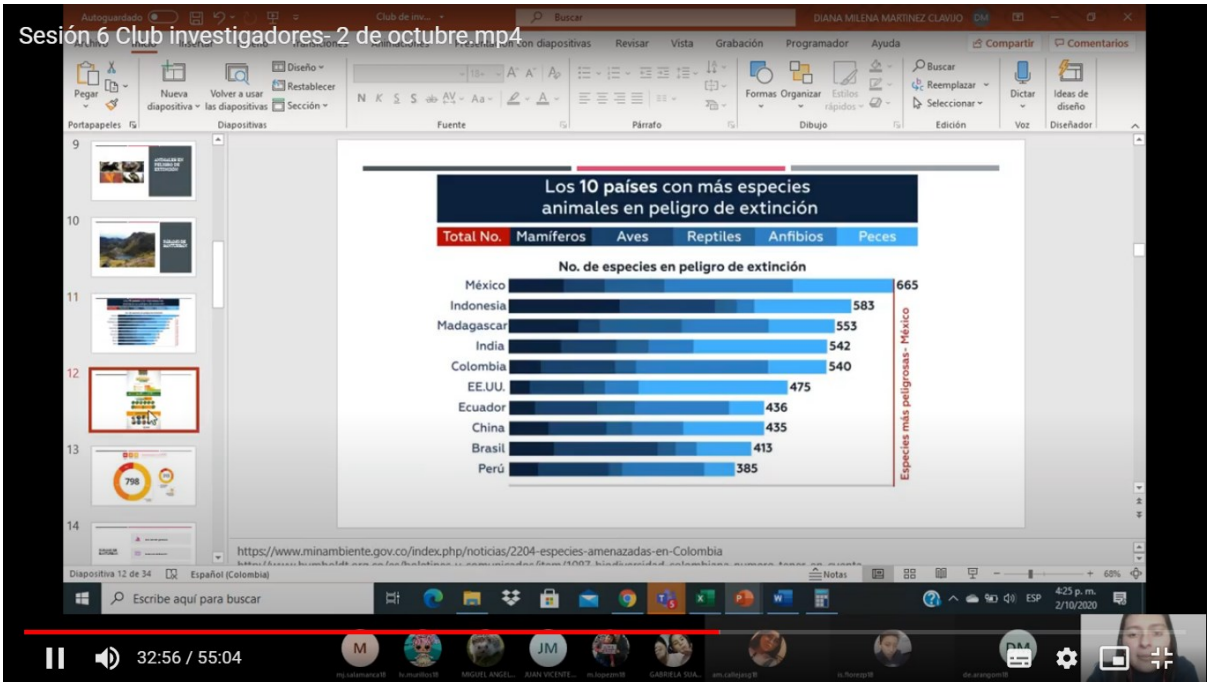
animales que se encuentran en peligro de extinción por países, con esa gráfica ¿pueden ver Colombia en qué puesto está?

Allison: En el quinto profe

Diana: En el quinto con 540 especies, entonces ustedes ¿cómo leen esas gráficas? Entonces por ejemplo ustedes ubican a Colombia y entonces miran acá por ejemplo cuántos hay antes de Colombia, acá hay cuatro, Colombia estaría de quinto ¿cómo más pueden leer esas gráficas? pueden mirar por los colores, por ejemplo, lo más clarito significa peces, entonces toda esta cantidad son peces, esta sería anfibios, aves y reptiles (señalando con el cursor la imagen). Entonces por ejemplo sé que Vicente, Deivyd querían mirar algo sobre especies que están amenazadas porqué están en peligro de extinción entonces comiencen a mirar casos muy particulares de eso… si nosotros miramos acá por ejemplo en especies, eso como para darle un abrebocas a los que están por el tema ambiental, pues entonces acá hay unos datos de que ocurren dos cosas: uno los animales, por el otro están por ejemplo las especies de plantas amenazadas y a veces uno solo piensa que hay muchos animales que se están extinguiendo, pero no piensa en que al igual que los animales pues las plantas también se están extinguiendo...

Figura 28

Gráfica de países con mayor cantidad de especies en peligro de extinción



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de información encontrada por la profesora respecto al tema Ambiental (https://actualidad.rt.com/actualidad/316449-paises-mundo-especies-animales-peligro-extincion), recuperado el 02 de octubre de 2020.

En este fragmento se rescata un acercamiento al trabajo con las matemáticas en el desarrollo del Club, este momento es clave para la emergencia del episodio que describimos anteriormente en tanto estos análisis de gráficas fueron tomados en cuenta por los participantes del Club para manifestarse, de hecho, es bastante interesante ver cómo el lenguaje como mediador es un aspecto que los participantes van apropiando gracias a las interacciones que tienen con Diana.

Por ejemplo, la frase “uno solo piensa que hay muchos animales que se están extinguiendo, pero no piensa en que al igual que los animales pues las plantas también se están extinguiendo” manifestada por Diana, se puede rastrear en las declaraciones de Natalie en la presentación que realiza en la sesión 11, en ese sentido encontramos otro aspecto que Barbosa (2006) menciona en términos de las discusiones reflexivas como los discursos compartidos que emanan de los espacios de interacción.

En entrevista con Diana se abordaron cuáles fueron las razones por las cuales no aprovecho la manifestación reflexiva de Natalie y se encontró lo siguiente:

Alejandro: Identificamos que durante este episodio de la sesión 11 Natalie se logra manifestar de manera reflexiva con respecto a la situación problema ¿porque no ahondó sobre esta manifestación, la identificó en el momento?

Diana: En ese momento yo logro identificar que la manifestación de Natalie es una construcción que se venía gestando desde sesiones anteriores y quizá por eso no me permití ahondar en ella, ahora que lo analizo el trabajo con Natalie siempre fue muy constante, ella siempre se manifestaba de forma crítica y cultivó su tema de interés todo el tiempo quizá por ese motivo no era extraño para mi escucharle ese tipo de manifestaciones.

Alejandro: ¿Qué cree que hubiera pasado si hubiese hecho énfasis en esta participación de Natalie?

Diana: Creo que Natalie se hubiese podido manifestar mucho más sobre el tema y quizá hubiesen ocurrido más reflexiones en ella.

Teniendo en cuenta lo que encontramos en el rastreo de las actuaciones y la entrevista, podemos identificar que aunque las condiciones estén dispuestas, la emergencia de la categoría de discusiones reflexivas (Barbosa, 2006) implica de manera concreta las actuaciones dialógicas entre los participantes de la interacción. Por ejemplo para este caso, es evidente como los niños logran expresarse de manera crítica gracias a los procesos que venían desarrollando en sesiones pasadas con Diana, sin embargo, en la sesión donde surgen las manifestaciones con mayor énfasis en lo reflexivo, la actuación de la profesora en cierto sentido requería de mayor sensibilidad para interpretar y potenciar en los participantes manifestaciones que dieran cuenta en mayor medida del uso del modelo de manera reflexiva es decir del proceso de empoderamiento social desde la alfabetización matemática.

Tema Accidentes Automovilísticos

Episodio 1

Para la sesión 10 Maximiliano hace una presentación que tiene como objetivo recoger su trabajo con base en las interacciones que ha tenido con sus compañeros y con la profesora en sesiones anteriores, de este modo emerge un discurso (reflexivo a partir de elementos matemáticos) en el marco de la presentación al Club.

Su presentación comienza mostrando las causas de accidentes que había presentado en la sesión 9.3 y complementa un poco la información.

Maximiliano: Buenas tardes mi nombre es Maximiliano López Moreno y hoy vamos a ver mi trabajo del Club de Investigadores, hecho por, ... Lo hice con mi tía y yo. Bueno vamos a ver las causas de accidente (pausa) eh profe ahí le puse otras cositas, ¿vale? (menciona y describe cada una de las viñetas puestas en la diapositiva de la Figura 29). Los porcentajes: los usuarios en la vía: usuario de moto, peatón, usuarios de vehículo, usuario de bicicletas y el total. Bueno los más accidentados son las motos, porque las motos andan de dos ruedas y muchos hacen muchas acrobacias peligrosas, que para eso necesitaría ser experto, en el año 2020, han ocurrido 1859 accidentes de usuario de moto , siguiendo del peatón con 747, usuarios de vehículo 448, usuarios de bicicleta 283, y eso llevaría a un total de 3337 accidentes en total, el porcentaje, las motos se estrellan en un 51%, el peatón 20%, usuarios de vehículos 12% y usuario de bicicleta 7%, y el porcentaje total sería un 90% de algunos accidentados. (Leyendo la tabla de la Figura 30)

Diana: Maximiliano, tú sabes aquí a qué se refiere el 51% (señalando en la tabla el porcentaje de usuarios de moto, figura 30), a qué se refieren esos porcentajes que están ahí.

Maximiliano: ¿El porcentaje de los vehículos accidentados?

Diana: Si por ejemplo el usuario de moto dice que 51%, ¿sabes a qué se refiere eso? o ¿qué significa eso?

Maximiliano: ¿Qué significa profe?

Diana: Pues por ejemplo uno dice: todo el porcentaje, tendría que sumar 100, si todo es 100% y los usuarios de moto accidentados son el 51. Entonces si un total es 100% y nos están diciendo que las motos ocupan 51, entonces imagínate como una botellita llena, una botella llena es el 100%...

Maximiliano: Sería una botella llena al 51% (Hablando sobre la voz de Diana)

Diana: ¿Hasta dónde más o menos estaría la botella?

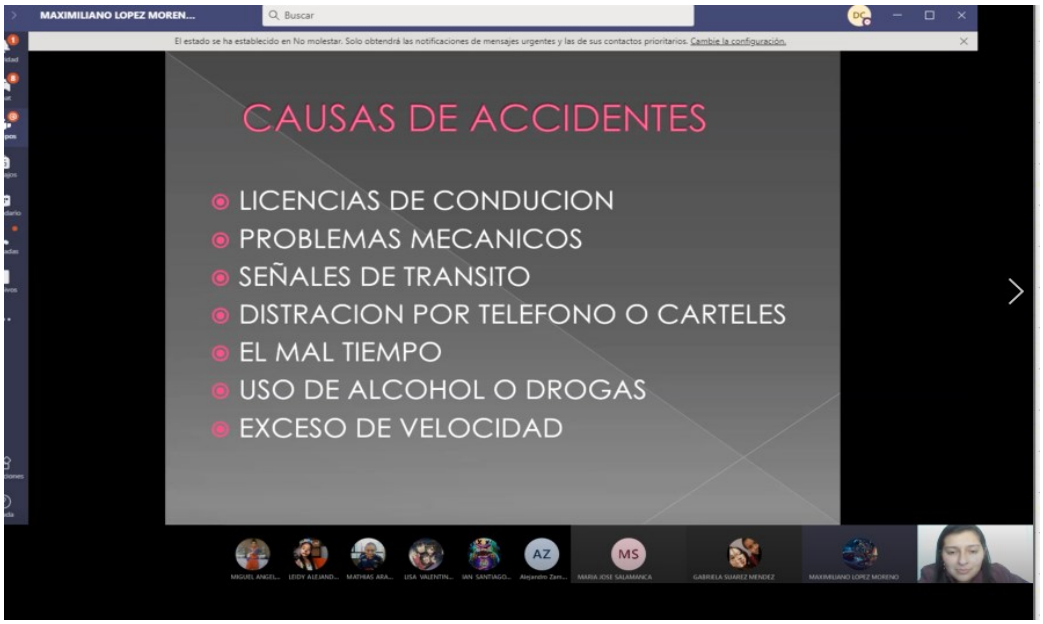
Maximiliano: Más de la mitad

Diana: Un poquito más de la mitad, es decir que como los de la moto son los que ocupan un mayor espacio en accidente, ¿cierto?

Maximiliano: Sí, porque llevan más de la mitad de los accidentados

Figura 29

Presentación de información asociada al tema de Accidentes Automovilísticos



Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de información encontrada por el participante asociado al tema de Accidentes Automovilísticos.

Figura 30

Tabla de datos presentada por participante del Club sobre el tema de Accidentes Automovilísticos

Nota. Captura de pantalla de fuente propia de proyección de información encontrada por el participante asociado al tema de Accidentes Automovilísticos.

Este episodio, lo asociamos a un proceso de indagación, característica del diálogo propuesta por Alrø y Skovsmose (2012), ya que se evidencia que, en la interacción de Diana y Maximiliano, se da la posibilidad de reexaminar conocimientos abordados en sesiones anteriores, para la comprensión del contexto tratado, sin intentar sobreponer la voluntad de un participante sobre la del otro. Por lo anterior, encontramos que la actuación de Diana es retomar lo que dice Maximiliano con relación al uso de las matemáticas y verificar que en este caso el concepto de porcentaje sea entendible a Maximiliano por medio de preguntas y ejemplificaciones concretas como la de la botella.

A partir de estas ejemplificaciones se logra determinar que Maximiliano establece una relación entre dos interpretaciones de la fracción: como razón (porcentajes) y como parte-todo. Es decir, según Llinares y Sánchez (1997), logra establecer una comparación entre “la

fracción que indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes" (p. 55) y "la relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100" (p. 71)

Es importante, reconocer que las manifestaciones de esta sesión son consecuencia de sesiones anteriores, por preguntas propuestas, interacciones entre participantes, o bien, por la gestión misma del escenario de aprendizaje. En ese sentido realizando un rastreo, encontramos que en la **sesión 8.3** la profesora había previsto llevar algunas preguntas y posibles páginas de consulta que los estudiantes podrían revisar para comenzar a abordar su tema.

> **Diana:** Para el caso de Maximiliano, solo te voy a mostrar una página, ¿si me escuchas Maximiliano? (señalando con el cursor la Figura 31 del observatorio nacional de seguridad vial)
>
> **Maximiliano:** Si te escucho
>
> **Diana:** Maximiliano también aprendió a sacar porcentajes, ¿cierto?, espero que sí, porque en esto (mostrando la página), en la información que te iba a pasar, resulta que nos lo presenta en porcentajes,... Hoy te iba a presentar específicamente sobre accidentes de tránsito entre enero y septiembre de este año, entonces qué vas a hacer Maximiliano, así para que te lleves algo, te voy a pasar una de estas páginas… Aquí por ejemplo, muestra cuántas personas han fallecido y cuántas han resultado lesionadas,... si miramos las personas motociclistas accidentadas (Ver Figura 32), la idea es que digas que piensas de los datos que están ahí y cómo representarlos, entendiendo que si tenemos el 100%, 51% fueron fallecidos y 59% fueron lesionados, comparemos con 100 bolitas 51 de ellas las coloreas de un color y las otras 59 de otro color las primeras serían las personas fallecidas y las otras bolitas representan los

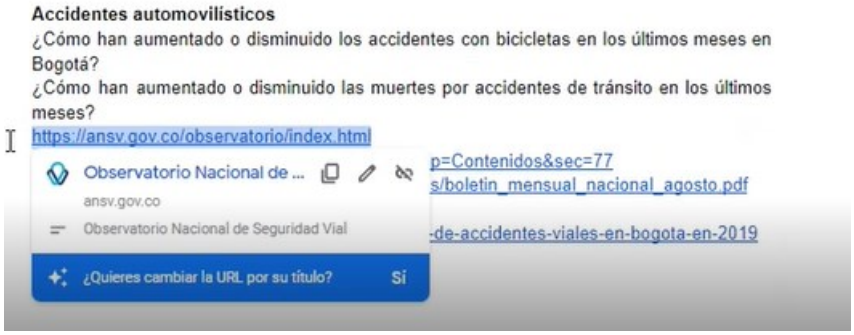
lesionados, entonces mirando esa relación, podemos mirar cómo se representa los otros datos, que tú lo leas o que tu entiendas de eso.

Maximiliano: Ah claro por ejemplo si dibujo las 100 bolitas en motociclistas por ejemplo coloreo 51 de un color y 59 de otra ¿cierto?

Diana: Sí, para mirar entre 100 personas cuántas murieron y cuántas resultaron heridas…

Figura 31

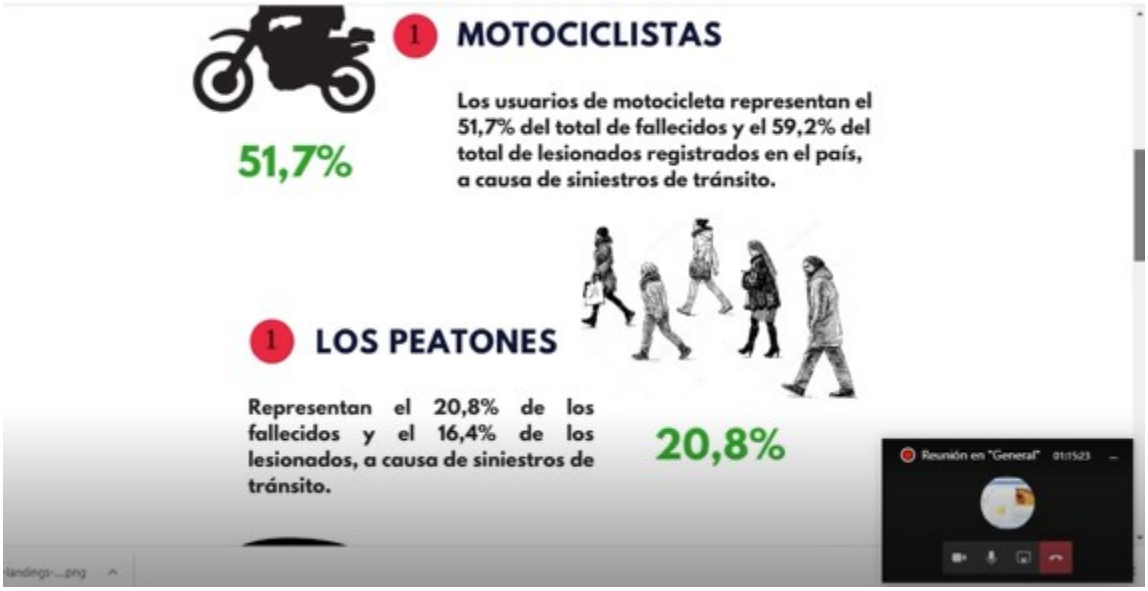
Preguntas y enlaces de consulta sobre el tema de Accidentes Automovilísticos.



Nota. Captura de pantalla de fuente propia con enlaces y preguntas preparadas por la profesora sobre el tema de Accidentes Automovilísticos.

Figura 32

Porcentaje de actores viales involucrados en accidentes automovilísticos en Colombia entre enero y septiembre de 2020



Nota. Captura de pantalla de adaptado de *Informe* de Observatorio Nacional de Seguridad Vial (https://ansv.gov.co/observatorio/index.html), recuperado el 23 de octubre de 2020.

Ahora bien, en la anterior interacción se identifica que la actuación de la profesora se enfoca en proponer un primer camino de abordaje, explicándole a Maximiliano lo que se puede encontrar (en términos matemáticos) y planteándole de qué manera puede avanzar en su tema.

Encontramos que Diana plantea representar los datos encontrados de forma gráfica con "bolitas", en entrevista logramos entender que esta comparación o explicación la hace basada en una clase de matemáticas con grado tercero:

Alejandro: ¿Por qué se le propone representar de esa manera los datos a Maximiliano?

Diana: Para ese momento, con grado tercero, curso al que pertenece Maximiliano, estábamos viendo la fracción como razón, y uno de los ejercicios que realizamos era representar con bolitas una cantidad total y colorear algunas, para luego decir la fracción que les correspondía, recuerdo que en clase por ejemplo graficamos: la relación de hombres y mujeres en Colombia, nivel de escolaridad en Colombia, entre otros datos que inicialmente los encontrábamos en términos de porcentajes

En relación con lo anterior, vemos que la actuación de la profesora fue plantear la revisión de datos utilizando una técnica de representación que en algún momento había trabajado con Maximiliano, sin embargo, aunque lo anterior se ve estrechamente relacionado con la lectura de gráfica como proceso de modelación (Barbosa, 2006)

En el marco de la misma sesión, continuamos el rastreo de las actuaciones de Diana en interacción con Maximiliano.

Diana: ... también te puedo enviar esta otra página, miremos esta imagen donde muestra el reporte de accidentes, que es lo que quieres mirar, en Colombia en estos

meses, si tú te das cuenta acá, si ves que eso da 100? (Señalando la Figura 33) entonces mira 51 bolitas representa accidentes de moto, ¿cuántas bolitas colorearías de peatón?

Maximiliano: 20

Diana: ¿Accidentes de usuario de vehículo?

Maximiliano: 12

Diana: ¿Accidentes en bicicleta?

Maximiliano: 7

Diana: ¿Accidentes que no tienen información?

Maximiliano: 7

Diana: Ok y otros accidentes pues 0, ahí te podrían sobrar unas bolitas porque hay "usuarios de otros"... bueno entonces eso podrías mirarlo para saber cuántas personas hay en cada uno.

Figura 33

Representación tabular de datos sobre cifras de fallecidos por actor vial en Colombia

Usuario de la vía	Año 2020	%TC
Usuario de moto	1859	51,70%
Peatón	747	20,77%
Usuario de vehículo	448	12,46%
Usuario de bicicleta	283	7,87%
Sin Información	255	7,09%
Usuario otros	4	0,11%
Total	**3596**	**100,00%**

100,00%

Nota. Adaptado de *Cifras Parciales Año 2020,* Observatorio Nacional de Seguridad Vial *(https://ansv.gov.co/observatorio/indexc991.html?op=Contenidos&sec=77)*, recuperado el 23 de octubre de 2020.

En esta misma sesión se desarrolla una interacción basada en pregunta- respuesta, en la cual logramos ver que Diana está interesada en revisar que el participante pudiera hacer lectura de gráficas, pero en este caso con énfasis en datos asociados a: los actores viales y el

rango de edades por personas accidentadas, aspecto que es de vital importancia en posteriores manifestaciones de Maximiliano.

Diana: ... listo y esta otra gráfica me indica que edad tenían las personas que estuvieron implicadas en estos accidentes, esta barrita (señalando la imagen) me indica personas que tienen entre 0 años y 5 años, personas entre 5 y 10 años, personas entre 10-15 que se accidentaron estas (la profesora va indicando el lugar de la gráfica donde aparece el número para cada rango en la Figura 34) ... ¿Cuántos años tenían las personas que más se accidentaron?

Maximiliano: Eh las que más murieron fueron las que tenían entre 20 y 25 años

Diana: Mejor dicho, ya lo entiendes perfecto, bueno entonces te voy a dejar las páginas y las imágenes, tu puede que lo representes como puedas, que pienses solo por qué crees que se accidentaron más los que salgan acá, por ejemplo: ¿Por qué crees que se accidentan más en moto? o ¿por qué crees que se accidentan más los hombres? o ¿por qué crees que se accidentan más esta gente?... entonces bueno, con esas tres cositas ya puedes hacer lo que quieras

Maximiliano: Entonces, ¿solo puedo elegir una o hago las tres juntas?

Diana: Lo que tú quieras, lo que tú quieras, miras si lo quieres representar o si quieres hacer una reflexión, tú me dices mejor dicho quedas libre, te dejaré esas imágenes porque tú vas a estudiar los accidentes a nivel nacional en Colombia y tenemos esas tres gráficas que son reales, tú haces lo que quieras y en ocho días me dices lo que hiciste

Figura 34

Representación en diagrama de barras de datos sobre cifras de fallecidos por rango de edad en Colombia

Nota. Adaptado de *Cifras Parciales Año 2020,* Observatorio Nacional de Seguridad Vial *(https://ansv.gov.co/observatorio/indexc991.html?op=Contenidos&sec=77)*, recuperado el 23 de octubre de 2020.

A pesar, que lo que proponía inicialmente la profesora solo constaba en representar unos datos, al finalizar la sesión Diana presenta una nueva posibilidad a Maximiliano y es la de reflexionar sobre los datos de la manera en que él lo quiera, permitiendo al estudiante tomar decisiones sobre qué hacer en su tema de interés (esta última actuación es fundamental para las sesiones siguientes).

Lo anterior, se ve reflejado en la siguiente **sesión 9.3** en la cual Maximiliano participa en la sesión de manera voluntaria para dar a conocer las causas de accidentes de tránsito, esto lo hace a modo de exposición oral y utilizando un lenguaje un poco técnico (por consultas que realizó el estudiante de manera autónoma) entre ellas menciona: falta de licencia de conducción, problemas mecánicos, no acatar señales de tránsito, distracción.

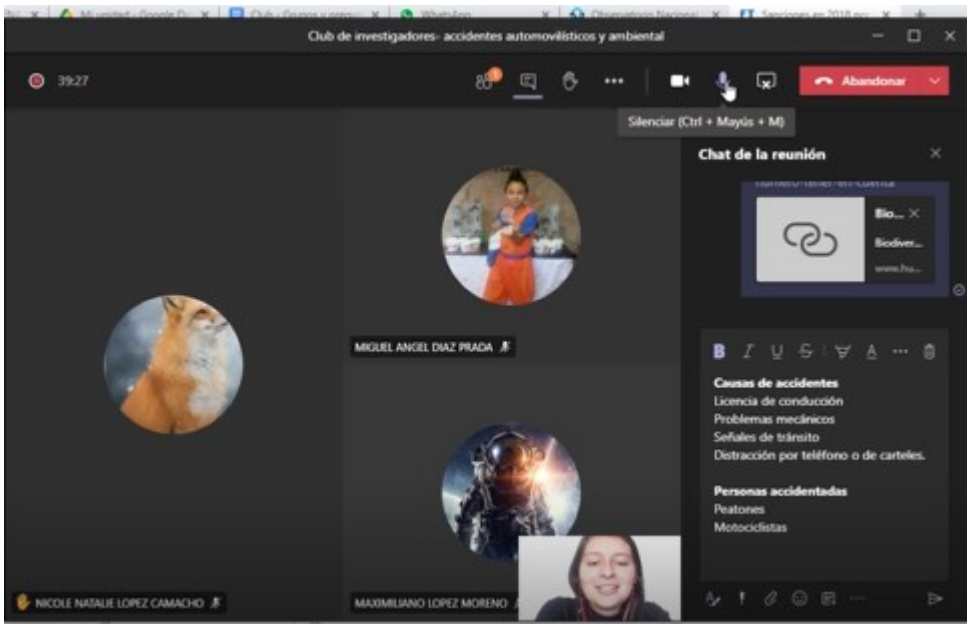
> **Maximiliano:** En la causa de los accidentes automovilísticos miré cuáles eran esas cosas entonces la primera: falta de no tener licencia de conducción, muchas personas se accidentan al año por no tener la licencia de conducir, otro sería por que los dispositivos del vehículo no funcionan como los frenos, el sistema de giro, la radio de giro entre otras cosas; la otra sería por no respetar las leyes de tránsito, por ejemplo uno va conduciendo y ve un letrero que dice que va a la derecha pero no le hace caso y luego se estrella, y la cuarta cosa sería por entretenerse con el teléfono o por carteles de comerciales,... en las licencias es porque hay algunas personas que no tienen

licencia y por ello no pueden manejar bien; en los dispositivos del vehículo es por ejemplo el freno que este se utiliza por ejemplo cuando hay que disminuir la velocidad, en lo del radio de giro es que uno creería que está girando bien pero el volante tiene un error y se queda atascado, lo otro sería si llega un mensaje de un amigo tuyo y tu miras y no te das cuenta que te puedas estrellar, lo mejor para esto sería parar en algún lado en algún lado que no haya tráfico y ahí si hablar con quién te escribió y lo otro puede ser la distracción por carteles para las personas que les gusta mucho comprar,... por eso es que suceden los accidentes de tránsito y que esto también sucede con los peatones, esto lo muestran en los comerciales por ejemplo un hombre que sale de su casa a trabajar no respeta la velocidad y va pasando su abuela y él la estrella y por eso muere…

Ahora, también logramos identificar que dentro de las actuaciones de Diana hay una intención por encaminar la discusión a los aspectos relevantes que Maximiliano ha mencionado en su presentación: actores viales más accidentados (Ver figura 35)

Figura 35

Apuntes en el chat de Teams respecto a presentación de Accidentes Automovilísticos.



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia la toma de apuntes en el Chat por parte de la profesora.

Diana: De lo que nombraste también mencionaste las personas que más se accidentan ¿quiénes creen que son los que más se accidentan? peatones, carros, motos (orientando la discusión a la lectura de gráficas de una página prevista para este tema)

Maximiliano: Seguro serían los camiones de carga pesada, porque fíjense que hay un letrero en la parte de abajo de los vehículos de carga que dice que no gire a la derecha cuando este vehículo está girando a la derecha (refiriéndose a los letreros que previenen sobre los puntos ciegos), porque si el camión gira a la derecha y el carro también esto terminaría volteando la carga del vehículo y por eso se estrellan,...También dice que podrían ser los carros o buses públicos.

Diana: O sea, que tú crees que los accidentes estarían más enfocados en carros grandes o particulares, o crees que los peatones o las motos sufren más accidentes de tránsito.

Maximiliano: Eh, probablemente sería la mayoría los carros, porque como los carros podrían sufrir de muchas cosas, o por ejemplo cuando la gente toma mucho licor y va manejando en la noche podría tener un accidente si no es que muere.

Diana: Bueno pues miremos a ver qué es lo que nos dicen algunos datos de aquí de Colombia para mirar a ver quiénes son los que más se accidentan, ¿cuáles son esos usuarios, esto sería algo que podríamos responder, si son los carros, las motos, los peatones, si quisieran saber eso o no lo creen necesario?

Maximiliano: Bueno yo creo, que los carros serían los números 1 en accidentes.

La actuación de la profesora en este caso además de retomar ideas de la presentación de Maximiliano es realizar preguntas que llevan a la reflexión sobre población más accidentada, identificamos que inicialmente Diana lo hace desde lo que cree el participante.

Sin embargo, más adelante la profesora enfoca sus actuaciones a intentar apoyar el discurso de Maximiliano a partir de páginas oficiales que contienen datos reales y que responden a la discusión.

Diana: Bueno, vamos a ver si eso es cierto o no... Vamos entonces a mirar la realidad frente a la primera pregunta sobre quiénes son los que más se accidentan, pues resulta que aquí (mostrando las gráficas) muestran cuál es el usuario vial que se accidenta más. Estos son datos de accidente en este año, mirando esta información ¿quiénes serían los que más? peatones, carros, motos, personas en bicicleta entonces ¿quiénes serían?

Maximiliano: Las motos

Diana: Bien, estas son las que más se han accidentado ¿quién le sigue?

Maximiliano: Peatones

Diana: luego ¿sería quiénes?

Maximiliano: Vehículos

Diana: ¿Quiénes después?

Maximiliano: Bicicleta

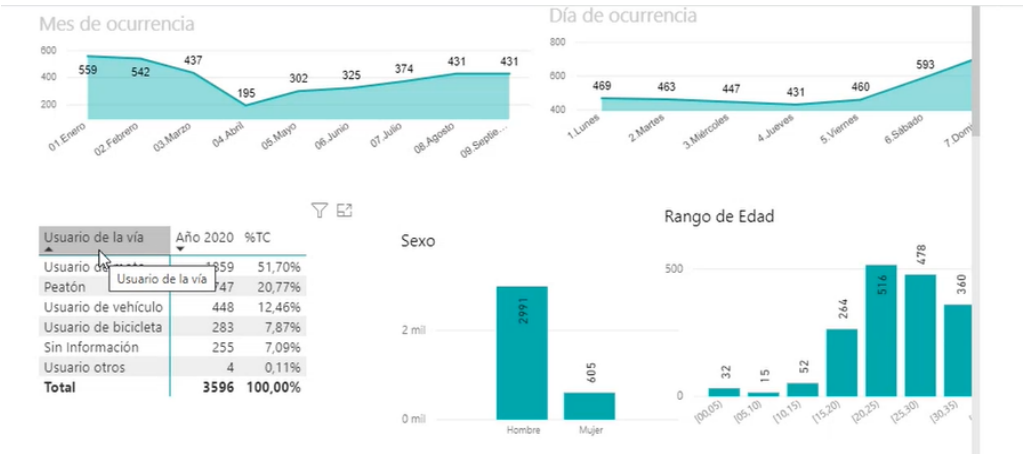
La profesora tiende en varias oportunidades a llevar una interacción de pregunta - respuesta, sin embargo, en este caso pareciera pretender que Maximiliano además de leer gráficas pueda reflexionar un poco más y con ello hace la invitación para que él tome esa información y la presente a sus compañeros, colocando su opinión sobre esos datos.

Diana: Bien y ya el resto serían usuarios de los que no se tiene información. Bueno la idea entonces es que con esta tablita Maximiliano pudiera decir “en este año, según los datos que tenemos los que más se han accidentado son… y ahí podrías incluso dar un número, por ejemplo ya ahí no es con lo que creemos, sino que ya vamos mirando datos reales de Colombia de personas que de verdad se accidentan...entonces si

Maximiliano si tu quisieras, para que el próximo viernes puedas presentar algo a tus compañeros, también podrías mostrar esto, donde tú muestres, quiénes son las personas que más se accidentan, los usuarios viales, te la voy a enviar por el chat (refiriéndose a una imagen y enlace de página de donde se toma la información), ¿cuál es el género que más resulta en accidentes, hombres o mujeres?, ahí incluso podrías mirar cuánto le lleva los hombres a las mujeres en número de accidentes, … si necesitas más información y quisieras mostrar más a tus compañeros podemos mirar el rango de años de personas que más se accidentan (Diana muestra la Figura 36)

Figura 36

Graficas de datos de accidentalidad en Colombia por grupos poblacionales.



Nota. Adaptado de *Cifras Parciales Año 2020,* Observatorio Nacional de Seguridad Vial *(https://ansv.gov.co/observatorio/indexc991.html?op=Contenidos&sec=77)*, recuperado el 23 de octubre de 2020.

Maximiliano: Umm (leyendo la gráfica), de 25 a 30 años, digo de 20 a 25

Diana: Listo, y ahí tú podrías pensar, por qué crees que es la edad que más se accidenta.

En esta última línea, queremos destacar que la profesora itera una acción con todos los grupos de trabajo en el Club y es generar siempre la invitación para que los participantes

continúen con sus indagaciones para ser presentadas a los compañeros bajo el formato de exposición.

Al terminar el rastreo en este episodio, encontramos que la emergencia del proceso de indagación como característica del diálogo (Alrø y Skovsmose, 2012) es apenas una manifestación que se ancla a muchas actuaciones previas de la profesora como las descritas en este episodio, en ese orden de ideas entendemos que la actuación de Diana en el marco del escenario de aprendizaje es crucial para el entendimiento y abordaje de la situación social que está siendo modelada, toda vez que esa es su intención y en ese sentido el trabajo con los participantes del Club creemos adquiere un valor importante en términos del empoderamiento social por medio de las matemáticas.

Episodio 2

Para la sesión 10, se había propuesto realizar una presentación sobre avances de cada uno de los temas de interés, Maximiliano, para este día preparó una presentación en Power Point en la cual presentó algunos datos estadísticos encontrados sobre su tema de interés, con respecto a esto, a continuación, destacamos un momento en el que se presenta una gráfica de datos sobre accidentalidad de hombres y mujeres.

> **Maximiliano:** El sexo: se dice que los hombres son mejores expertos que las mujeres, pero como las mujeres dicen que ellas prestan mucha más atención al camino, pues aquí está esta gráfica, las mujeres son más prudentes que los hombres, por eso se tiene que mirar un porcentaje a ver del error. Puede que tú vas conduciendo y no sabes qué personas van en otros vehículos, pues resulta que hay muchas personas que van en vehículos que van como mujeres, o sea, son mujeres en algunos vehículos. 2991 hombres estrellados, o sea, ya casi alcanza a los 3000 (Maximiliano mostrando la gráfica de la Figura 37), las mujeres solo 605, casi sin llegar muy alto, pues resulta que los hombres se accidentan más que las mujeres, pues las mujeres solo se

accidentan 605. Imagínate que en la actualidad ya las mujeres son expertas que los hombres por eso son más prudentes en el camino que los hombres

Diana: Claro es que ni siquiera le llegan a la mitad a los hombres accidentados (la profesora señala la gráfica de la imagen con el cursor, haciendo una comparación entre barras) ¿cierto? pareciera con estas barritas que ni siquiera le alcanza a la mitad, que la mitad estaría como por acá (acercándose con el cursor al número 1500 del eje horizontal), las mujeres son menos, o ¿cómo lo ves ahí?

Maximiliano: Si pues, o sea, son menos accidentadas, por lo que son más prudentes.

Figura 37

Gráfica de datos realizada por participante del Club sobre tema de Accidentes Automovilísticos

Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia diapositiva de la presentación realizada en el Club.

En el espacio de interacción que presentamos, logramos identificar la manifestación de la categoría de discusión reflexiva (Barbosa, 2006), ya que a partir del uso de un modelo matemático, que para este caso refiere a la interpretación de diagramas de barras sobre accidentalidad en hombres y mujeres, Maximiliano se expresa usando la comparación de cantidades asociadas a las frecuencias absolutas de cada uno de los sexos en relación con la

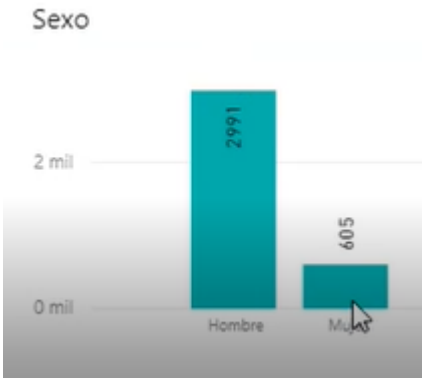
cantidad de accidentes, lo anterior le permite manifestarse de manera crítica con respecto a algunos imaginarios culturales y especialmente analizar la situación social que lo convoca.

Es importante señalar que estas reflexiones sobre los datos asociados al tema de género son el resultado de interacciones y actuaciones de los participantes del Club, por medio de distintas dinámicas propuestas y orientadas por Diana durante sesiones anteriores. Por ejemplo, en la **sesión 8.3**, la profesora presenta la página web del Observatorio Nacional de Seguridad Vial, con el fin de apoyar el tema de interés de Maximiliano, a continuación, rescatamos una interacción entre Diana y Maximiliano que da cuenta de la actuación de la profesora en torno a la orientación del Club.

> **Diana:** ...hoy te iba a presentar específicamente sobre accidentes de tránsito entre enero y septiembre de este año, entonces qué vas a hacer Maximiliano, así para que te lleves algo, te voy a pasar una de estas páginas,... Después podemos mirar cómo se representan los otros datos, que tú lo leas o que tú entiendas de eso… está otra te la explico (refiriéndose a la gráfica de accidentalidad por sexo presentada en la figura 38) aquí esta barra son accidentes de hombres, y esta otra: accidentes de mujeres (señalando la gráfica de barras según corresponde), ¿quiénes se han accidentado más mujeres u hombres?
>
> **Maximiliano:** Los hombres
>
> **Diana:** Los hombres ok, entonces ahí la idea es que tu pudieras escribir por qué crees que pudieron accidentarse más hombres que mujeres

Figura 38

Gráfica de barras sobre accidentes viales según sexo de los conductores



Nota. Adaptado de *Cifras Parciales Año 2020,* Observatorio Nacional de Seguridad Vial *(https://ansv.gov.co/observatorio/indexc991.html?op=Contenidos&sec=77)*, recuperado el 23 de octubre de 2020.

Durante esta sesión, se realizó lectura de gráficas de accidentalidad con respecto a las categorías de género, actor vial y rangos de edad, con esto al final de la sesión Diana le propone a Maximiliano revisar las páginas e imágenes y que se pregunte ¿por qué cree que se accidentan más los hombres? y de ahí en adelante el participante tiene la potestad sobre el uso que hará de la información.

Diana: ...tú puedes hacer con esta información lo que quieras... miras si lo quieres representar o si quieres hacer una reflexión, tú me dices mejor dicho quedas libre, te dejaré esas imágenes porque tú vas a estudiar los accidentes a nivel nacional en Colombia y tenemos esas tres gráficas que son reales, tú haces lo que quieras y dentro de ocho días me dices que hiciste ¿listo?

Maximiliano: Bueno, ya me llegó la imagen y la página (por el chat)

La anterior actuación es fundamental en términos de lo que sucedió en el episodio, toda vez que da cuenta de los discursos compartidos (Barbosa, 2006) en los cuales los participantes del diálogo entran en contacto por medio de las interacciones asociadas a un tema de interés conjunto, queremos señalar que el hecho de que Diana lleve la información previamente revisada es una característica que se presentó en el Club, dadas las condiciones

de conectividad de los participantes y la dificultades que algunos de ellos tenían para acceder a información fiable que les permitiera ahondar en su tema de investigación.

Otro momento destacable en este rastreo, se generó en la **sesión 9.3**, donde Maximiliano participa voluntariamente, haciendo una presentación con algunas consultas que realizó sobre las causas de los accidentes automovilísticos y su relación con los actores viales que más se accidentan. Este último elemento es tomado por Diana para retomar una pregunta con relación a la accidentalidad de hombres/mujeres, a continuación, presentamos una interacción entre algunos participantes del Club.

Diana: ... y la segunda pregunta que les voy a hacer (y ya miramos los datos) es ¿Quiénes creen que se accidentan más, los hombres o las mujeres?

Maximiliano: Hombres, umm

Diana: ¿Por qué los hombres?

Maximiliano: Yo digo que los hombres porque los hombres dicen que las mujeres no pueden conducir y dicen que no son demasiado fuertes para conducir un vehículo, pero cuando las personas siguen teniendo eso en la cabeza de que las mujeres no pueden conducir, se estrellan... y las mujeres, aunque se estrellan, siguen siendo las mejores para conducir... ¿si viste por ejemplo en las noticias que una mujer estaba conduciendo un Transmilenio, un biarticulado?

Diana: ... bueno Miguel y Natalie, qué piensan de lo que estaba diciendo Maximiliano sobre que él cree que los hombres se accidentan más, a pesar de que dicen que las mujeres no son buenas para conducir

Miguel: Profe yo digo que sí es verdad, porque hay hombres que no se percatan de las cosas y a veces toman conduciendo y se estrellan

Diana: ¿Y tú crees que las mujeres serían buenas para conducir o no?

Miguel: Si señora

Diana: Porque hay muchas personas que dicen “ahí va manejando una mujer y si va manejando una mujer es terrible...a pesar de que tenga carro una mujer no sabe manejar” ¿qué piensan sobre eso?

Miguel: Pues profe que eso no es verdad, porque cada persona puede hacer cosas, cada persona tiene su capacidad

Diana: Ok tanto mujeres como hombres pueden tener la misma capacidad ¿sí?

Miguel: Si señora

Diana: ¿Qué dice Natalie?

Natalie: A mí, a mí me parece algo así mal, es que hay veces que los hombres creen que hay cosas que las mujeres no pueden hacer, pero al final pueden, como es el caso de los autos que las mujeres pueden hacer eso, de hecho, hay mujeres que aparecen en muchos lugares con carros, y eso no significa que ellas no puedan ... ¡ellas sí pueden! porque todas podemos hacer algo pero depende que es esa cosa, por eso mi opinión es que si se puede y al tiempo no, porque también depende de cómo está su salud, porque si está enferma, no puede caminar, o está ciega pues no puede conducir, o como alguien está borracho, no puede conducir porque se distrae y podría tener un accidente.

Diana: Claro pero sería lo mismo que le podría pasar a un hombre, puede conducir pero no, en el caso, como tu dijiste, en el caso de que esté enfermo o esté borracho no podría conducir, eso no lo podría hacer ni una mujer ni un hombre, porque ahí ninguno tendría la capacidad de conducir, o sea que pareciera que las mujeres y los hombres tienen las mismas posibilidades, en tanto pueden conducir, tienen la capacidad de conducir, las habilidades que se necesitan para conducir pero no lo podrían hacer ni los hombres ni tampoco las mujeres en el caso de que estuvieran borrachos por ejemplo, porque esto podría generar accidentes.

Lo anterior es bastante interesante en términos de las interacciones que se gestan entre los participantes por medio del diálogo, en este caso encontramos que se logra manifestar la característica del diálogo de proceso de indagación mencionada por Alrø y Skovsmose (2012) toda vez que se gesta el desarrollo de nuevas concepciones por parte los participantes involucrados en la interacción, orientando el análisis sobre elementos del tema de interés, como el género, discutiendo algunos mitos sobre el manejo de vehículos por parte de las mujeres y llegando a consensos que tanto hombres como mujeres pueden tener las mismas habilidades pero a la vez las causas de accidentalidad no corresponden al género sino a las decisiones que se toman antes o durante la conducción.

Con respecto a la gestión de la profesora en este caso permite que se dé un espacio de interacción entre los participantes del Club, que, aunque no contiene elementos matemáticos, va a permitir posteriormente hacer una relación de estas manifestaciones con relación a datos matemáticos presentados en gráfica de barras (que en la sesión anterior se había trabajado con Maximiliano).

Diana: Con relación a la pregunta de quiénes son los que más se accidentan entre hombres y mujeres, aquí está una barrita donde está hombres y donde está mujeres (señalando en la pantalla la Figura 38), señalando esta gráfica ustedes me podrían decir, ¿quiénes son los que más se accidentan: hombres o mujeres?

Participantes: (Momento de silencio)

Natalie: Hombres, hombres profe

Diana: ¿Por qué hombres?

Natalie: Porque tiene la barrita más grande que la de las mujeres, tienen 2991 y la de las mujeres tiene 605

Diana: Ajá, entonces si Maximiliano si tu quisieras, para que el próximo viernes puedas presentar algo a tus compañeros, también podrías mostrar esto, donde tu

muestres, quienes son las personas que más se accidentan, los usuarios viales, te la voy a enviar por el chat (refiriéndose a una imagen y enlace de página de donde se toma la información), ¿cuál es el género que más resulta en accidentes, hombres o mujeres? ahí incluso podrías mirar cuánto le lleva los hombres a las mujeres en número de accidentes, … No sé si tanto Miguel, Maximiliano quieren hacer una presentación para el viernes. Maximiliano, por ejemplo, lo que dijiste hoy, excelente, si pudieras entonces tener una presentación o algo para mostrar sería genial y que por ejemplo tu pudieras mostrar estos datos, por ejemplo, que tu dijeras "yo creo que la gente de tantos años resulta en accidentes porque…" ¿si me hago entender?

Maximiliano: Si profe, o sea podría hacer, una presentación de los vehículos…

Diana: Si Maximiliano la idea de esto es que tú puedas darles unos datos a tus compañeros y que ellos también puedan pensar, reflexionar sobre los actores que más se accidentan, sobre el género, rango de edad, ... que tú los pongas a pensar a ellos y ellos puedan decir algo sobre eso ¿listo?

Maximiliano: Si profe, yo ya tengo una reflexión que sería, si ocurren varios accidentes y esos accidentes serían de algunos familiares, sería más triste y más impactante.

Diana: Bueno esa es una primera reflexión tuya y ojalá que pudieras sacar otra reflexión más, con los datos que ahora tenemos, con la realidad, por ejemplo, sobre hombres y mujeres en accidentes, que tú ahorita lo dijiste, Natalie también dijo algunas cosas, entonces ojalá con eso también se pudiera sacar una reflexión

En esta interacción, rastreamos que la actuación de la profesora se centra en entrar en diálogo con los participantes del Club en el marco del tema de interés por medio de un material que contiene elementos matemáticos es decir un proceso de modelación.

Además, rescatamos que Diana como lo hemos identificado ya en otros episodios siempre invita a los participantes (en este caso Maximiliano) a retomar la información que revisan conjuntamente para generar procesos de reflexión que estén apoyados en la información que se ha propuesto, lo anterior es evidente en este episodio (**sesión 10**), donde efectivamente Maximiliano realiza una presentación e incluye manifestaciones de este día junto a las gráficas.

Tema Recursos Públicos

Episodio 1

Para la **sesión 10** del Club, se había propuesto a los participantes del Club que realizaran una presentación sobre los avances que se habían alcanzado en cada uno de los temas de interés. En este orden de ideas, el día de la sesión Lisa se presentó por medio de algunas diapositivas de Power Point, en las cuales escribió con sus palabras lo que había desarrollado y aprendido durante las sesiones del Club, su presentación la tituló "Qué hace el gobierno con el dinero de las personas", a continuación, presentaremos la emergencia de las categorías en una interacción mediada por el formato de presentación.

> **Lisa:** Yo he aprendido en el Club de Investigadores sobre qué hace el gobierno con el dinero de las personas 2[5] y esto lo hice de acuerdo con la tarea que la profe Diana, o sea, tú, la tarea que nos dejaste, la cual se trataba de comparar el sueldo de la gente del común y la gente de umm bueno generalmente los congresistas y este resumen generalmente lo hice yo
>
> **Mamá de Lisa:** (Hable más duro)

5 "Qué hace el gobierno con el dinero de las personas 2" es el título que la participante propone en sus diapositivas, al ser la segunda presentación que ella realizaba sobre este tema.

Lisa: Yo he aprendido en el Club de Investigadores sobre que hace el gobierno con el dinero de las personas (leyendo la Figura 39) y el gobierno se gana más del mínimo desde 1988 que el mínimo era de 25.637 pesos y el sueldo de los congresistas era 373.032. Y llego el año 2009 donde el mínimo era 556.200 pero el de los congresistas estaba por el cielo, era de 21´045.638; lo cual no es muy justo ya que los trabajadores de la clase obrera se merecen ganar un poco más de salario, a cambio los congresistas deberían ganar un poco menos.

(La mamá de lisa se escucha en el audio, que se encuentra con la niña y ayuda en la lectura de cifras)

Lisa: También he aprendido que el gobierno utiliza los recursos públicos (leyendo Figura 40), o sea el dinero de los impuestos, para realizar colegios, parques, dar subsidios. Pero también se quedan con gran parte de ese dinero ya que muchas veces otros países envían ayudas a nuestro país y los políticos se roban esa plata.

Diana: Excelente Lisa, muy buena presentación, aparte de lo que estaba en la presentación qué nos puedes decir así para contextualizar o bueno qué podrías decirles más a tus compañeros sobre el trabajo que hiciste (momento de silencio).

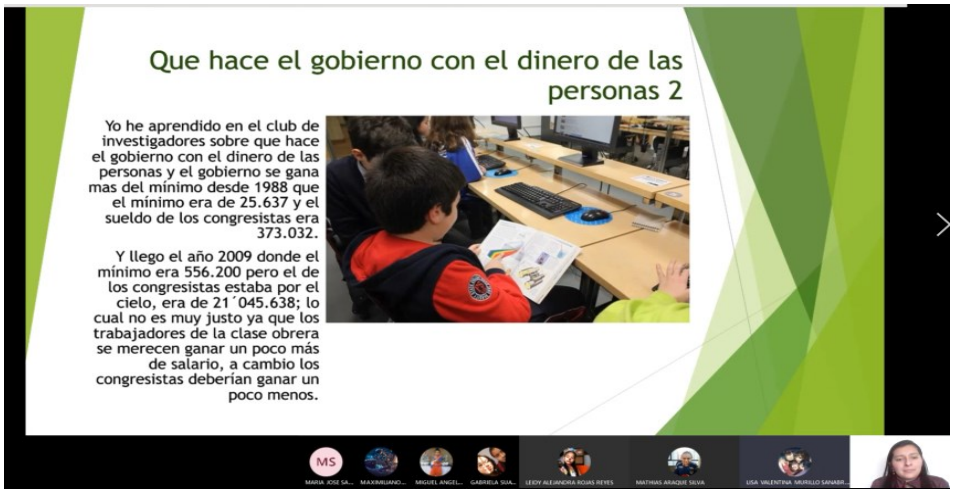
Diana: Tú das datos muy importantes, por ejemplo, del año 2009, tú dices "el sueldo de los congresistas estaba por el cielo" bueno como puedes decirle eso a tus compañeros.

Lisa: (Risa nerviosa) o sea, con que "ya estaba por el cielo" quise decir que ya era demasiado alto, demasiado, a comparación generalmente del sueldo de la gente del común.

Diana: Ujum, gracias, Lisa, ok y alguno que le quiera hacer una pregunta a Lisa

Figura 39

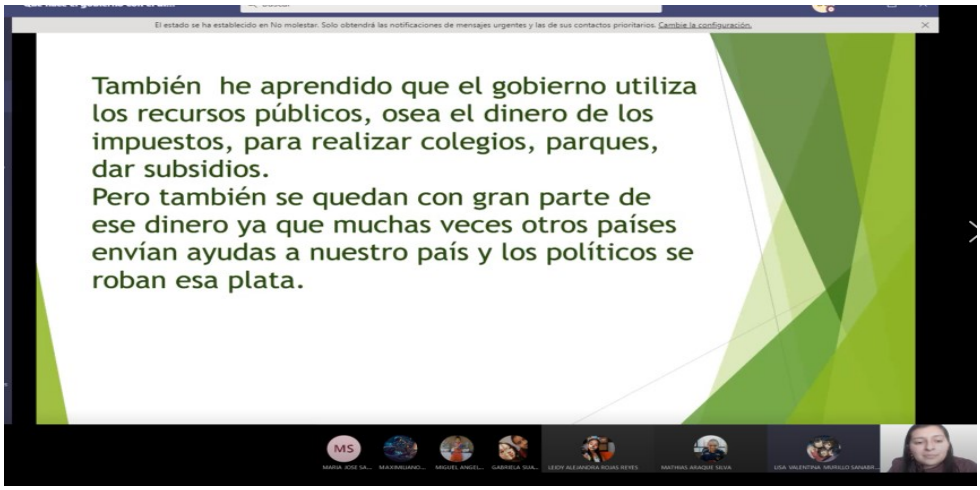
Presentación realizada por el grupo de Recursos Públicos "Qué hace el gobierno con el dinero de las personas 2"



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia diapositiva de la presentación realizada en el Club.

Figura 40

Diapositiva realizada por el grupo de Recursos Públicos "Qué hace el gobierno con el dinero de las personas 2"



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia diapositiva de la presentación realizada en el Club.

La anterior, lo consideramos una discusión reflexiva en términos de Barbosa (2006) ya que se gesta en el marco de un espacio de interacción en el cual Lisa manifiesta sus avances de manera oral, haciendo uso de elementos matemáticos basados en un modelo trabajado en sesiones anteriores con la profesora y que estaba encaminado a la revisión de los

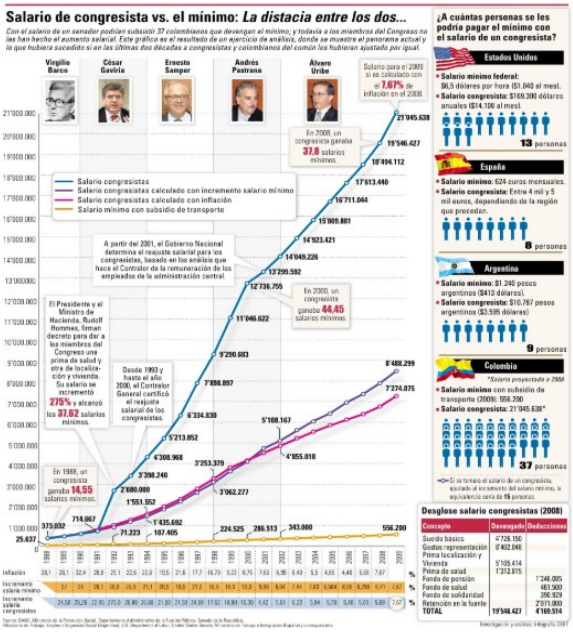
sueldos de los altos funcionarios del gobierno especialmente los congresistas con respecto al salario mínimo en una revisión de varios años donde las relaciones de orden y la comparación de cantidades fueron un énfasis importante del trabajo.

Durante esta misma sesión, encontramos otra manifestación, esta vez por parte de Gabriela quien interviene, agregando a la discusión un posicionamiento desde el concepto de *justicia* en lo que está viendo gracias a la presentación de Lisa, a continuación, mostramos el momento de la intervención.

> **Gabriela:** Profe, yo no le tengo una pregunta, sino que quiero decir algo, en todas las clases decíamos y mirábamos que todos los congresistas ganaban más pues que la gente que normalmente trabaja, entonces nosotras dos estuvimos de acuerdo en todas las cosas porque también era todo injusto que, pues los congresistas ganaran más y no iban a reuniones, se dormían en reuniones en el trabajo, pues es muy injusto que ganen más.
>
> **Diana:** Bien Gabriela, digamos que, en eso de la injusticia, en algún momento les decía que hubo algo hace dos años para que esos sueldos se pudieran reducir y además para que se les pagaran a los congresistas dependiendo también a las asistencias a las reuniones, sin embargo, qué paso en ese momento, pues que mucha gente no fue a votar y pues con eso no se puede hacer nada… la gráfica que Gabriela y Lisa mencionan es ésta (refiriéndose a la Figura 41)

Figura 41

Gráfica de comparación de salarios entre congresistas y el salario mínimo



Nota. Adaptado de *Salario de congresistas vs el mínimo: La diferencia entre los dos,* CEET (https://es.slideshare.net/guest5fc02/salario-congresista-vs-salario-mnimo-presentation) recuperado el 06 de noviembre de 2020.

En la intervención que realiza Gabriela, identificamos que en el tono de su voz al manifestarse se siente afectada o quizá indignada por lo que encontró gracias al modelo matemático en las sesiones anteriores del Club. Haciendo un rastreo de las manifestaciones de Gabriela en los diarios de campo y grabaciones de las sesiones queremos aclarar que de manera reiterada tuvo dificultades con el micrófono y no pudo interactuar por medio de audio, sin embargo, para esta sesión del cierre se evidencia una discusión reflexiva (Barbosa, 2006) en tanto se manifiesta con respecto a la situación social abordada por medio del trabajo con el modelo matemático que venían desarrollando como grupo en las sesiones anteriores.

Con respecto al modelo matemático, queremos destacar un momento en el marco de esta misma **sesión 10** en donde se evidencia un trabajo con el modelo por parte de Lisa, Gabriela y Diana con el objetivo de orientar a sus compañeros respecto a la interpretación de la gráfica.

Diana: ¿Alguna de las dos la puede explicar? (refiriéndose a la Figura 41), por encima o sea ¿Qué es cada cosa?

Gabriela: Puedo decir la mitad… esta gráfica significa sobre todo los años, la parte de abajo significa todos los años que hubo presidentes, congresistas y por años se muestra el salario mínimo (entrecortado… pierde la comunicación)

(Momento de silencio)

Diana: Se me fue tu voz Gabriela... veo que tienes el micrófono prendido, pero no te escucho… Lisa, ¿le puedes complementar mientras a Gabriela le funciona el micrófono?

Lisa: En realidad es una preguntita sobre la gráfica que nos enviaste, qué significan esas rayas morada y rosada, me pregunto desde hace rato qué significan…

Diana: Eh bueno esta morada dice que es salario de congresistas calculado con incremento de salario mínimo y esta es calculada con incremento de inflación

Gabriela: (Vuelve la comunicación), ¿profe me escuchas? es que ahorita se me fue el audio,

Diana: Si Gabriela, sigue

Gabriela: Bueno entonces sigue el año, donde era el presidente, dice el salario mínimo, el sueldo del congresista, en la parte de arriba se muestran los presidentes, por ejemplo, desde 1978 hasta 1999 tenía… y ahí decía que, a partir de tal año, decía el gobierno, porque cada año subía más el sueldo del congresista y pues así se durmiera y tenían hartos presidentes, tenían a Virgilio Barco, a Cesar Gaviria, Ernesto Samper, Andrés Pastrana y Álvaro Uribe que fueron presidentes en Colombia.

Diana: Ujum ok sí, entonces para que los demás sepan esto es una gráfica donde se muestran: los años, los presidentes que estaban, aquí le respondo a Lisa con la pregunta que estaba haciendo, aquí, ¿qué es esta raya amarilla? esa significa el salario

mínimo que los colombianos han tenido desde 1978 hasta 2009, la línea azul es el salario de los congresistas, el que ellos reciben, esta línea rosada y morada es el salario que ellos deberían ganar , entonces esta moradita, Lisa, para que tu sepas, es mirando como: que si esta línea amarilla está subiendo así, entonces miran qué porcentaje está subiendo el salario mínimo cada año, entonces dicen, bueno si el salario mínimo está subiendo cada año con tal porcentaje, pues entonces el porcentaje que se le suba al salario de los congresistas debería ser el mismo, si se tomara el mismo porcentaje de aumento de salario, entonces el salario sería así como esta morada. Ahora, teniendo en cuenta los gastos y la economía del país, ahí ya ese es un tema más grande, la economía del país, el salario del congresista debería ser esta rosadita que está acá, es decir, por ejemplo para el año 2009, si se le subiera de una manera más lógica el salario a los congresistas, los congresistas deberían ganar entre 7 millones y 8 millones, eso debería ganar un congresista de manera lógica subiéndole el salario dependiendo la economía del país y también al porcentaje que se le estaría subiendo al salario mínimo pero aunque este debería ser el salario (señalando la gráfica), estamos hablando del 2009, el salario de los congresistas, no considera ninguno de los dos valores, sino que el salario de los congresistas se sube como quiera y por eso es que llega a este punto, al punto que decíamos que con el salario de un congresista se podría pagar hasta 37 personas o 40 personas. Eso significa esas líneas rosada y morada, ¿ahora sí la entienden?

Con lo anterior podemos concluir el análisis del episodio en términos de las categorías de discusiones reflexivas por parte de dos participantes del Club y la posterior explicación y utilización del modelo matemático abordado.

Ahora bien, con respecto al rastreo de las actuaciones de Diana, queremos volver a señalar que lo hemos realizado en relación con la línea de tiempo que hemos trazado para este

tema y en ese orden de ideas encontramos que en la **sesión 6**, se inicia la clase retomando el envío de una presentación (colocada previamente por la participante en el espacio de Teams) por parte de Lisa y que había titulado ¿qué hace el gobierno con los recursos públicos?, en esta, se muestran algunos datos de cómo se distribuyen los recursos públicos en varios sectores (Educación, salud, etc.) y con respecto a esto manifiesta que las personas desconocen cuál es el uso del dinero que aportan los ciudadanos a través de los impuestos.

Diana: La idea del día de hoy es mirar ¿qué hemos avanzado? o ¿qué hemos averiguado sobre lo que les interesa?, vi que Lisa envió una presentación (compartida por el equipo de Teams), ¿la quieres presentar?

Lisa: Está bien.

Diana: Dale Lisa, el micrófono es tuyo (profesora compartiendo la pantalla)

Lisa: (momento de silencio… micrófono apagado)

Diana: ¿Lisa?

Lisa: ¿Qué hace el gobierno con el dinero de las personas? (Lisa leyendo la primera diapositiva de su presentación

Mamá de Lisa: (Hablándole a Lisa) pues cuéntales de lo que leíste

Lisa: Que es que mi mamá y yo vimos en un artículo de El Tiempo que la mitad del dinero de las personas es llevado… ¿a dónde?

Mamá de Lisa: Para pagar la deuda externa (susurro)

Lisa: Para pagar la deuda externa que tiene Colombia con Estados Unidos

Diana: Ok, tu mamá también puede hablar, si ella quiere, o si no puedes seguir tú

Lisa: Pues es que ella me ayudó a hacerlo porque hay algunos términos que yo no entiendo y no sé... en ese link está la página

(Lisa lee sus diapositivas)

Lisa: … ahora quiero investigar lo que ellos cogen para ellos y todo eso

Diana: Lo que se roba… lo que cogen ellos

Lisa: (Risas) sí

Diana: Eh bueno, nos quieres contar algo más

Lisa: Eh no

Diana: Bueno ¿y tu mamá?

Mamá de Lisa: Buenas tardes profe, es que hasta ahora empezamos como averiguar esta información, pero pues si hay como muchos términos que no son tan conocidos como para Lisa, entonces pues toca como explicarle en el lenguaje que los entienda mejor, entonces por ejemplo ¿qué es la deuda externa? y pues como ¿qué son los tributos? y demás y pues como esos términos así que yo pues tampoco conozco muy bien, que pues uno tiene que ir buscando y aprendiendo pero es interesante el tema, pues hasta ahora lo empezamos a revisar pero pues la idea es revisarlo más detalladamente para poder entender este tema de las cifras y todo eso que dan, …, entonces pues ahí estamos como ayudándole en eso ...

El anterior apartado recoge una interacción que da cuenta de la amplitud del Club, especialmente en términos del involucramiento de otros participantes a las dinámicas de revisión y trabajo sobre los temas de interés, en ese orden de ideas se destaca la participación de la mamá de Lisa, contando la experiencia de estudio que ha desarrollado con su hija, aspecto de gran valor en la emergencia de las discusiones reflexivas que hemos mencionado anteriormente.

En la **sesión 8.1** la profesora pregunta a Lisa si ha encontrado alguna información adicional sobre su tema de interés, como la respuesta es negativa, entonces Diana presenta información que previamente había buscado para trabajar con la participante, con respecto al tema de uso de recursos públicos y buscando acordar la pregunta "¿qué plata tomaba el gobierno para ellos?", en ese orden de ideas, la profesora presenta algunas estadísticas en

torno al salario de los congresistas, comparado con el salario mínimo durante el rango de tiempo entre 1988 a 2009 y a continuación destacaremos un momento importante en el que las actuaciones de Diana nos han dado indicios para abordar las discusiones reflexivas.

Diana: Tu algo de lo que hablabas, tú decías "yo ya sé en qué invierte la plata el gobierno", pero tú ahora querías saber cuánto dinero se quedaban para ellos

Lisa: Sí, sí, era cuánta plata estaba para ellos

Diana: Eso Lisa pues resulta que encontré una página, unas estadísticas, donde muestran cuánta plata ganan las personas del gobierno comparado con el salario mínimo, ¿saben qué es el salario mínimo?

Mariana: Es lo mínimo que puede ganar una persona en una persona

Lisa: Es lo completo que le tienen que dar a una persona

Diana: Sí eso sería lo mínimo que le tendrían que pagar a una persona en una empresa, … yo no sé sus papás pero la mayoría o muchas personas ganan un sueldo mínimo, entonces (mostrando la gráfica) si ustedes ven esta línea amarilla, esa línea amarilla hace referencia al salario mínimo de las personas, si ustedes se dan cuenta aquí están los años y el salario mínimo es este el amarillito, esta línea si se dan cuenta va subiendo, porque cada año ganan más,..., cada año se le va subiendo algo al salario mínimo, pero una persona en más de 25 años es la hora que el salario mínimo no ha alcanzado el millón de pesos, eso es plata, pero no es nada comparado con lo que gana una persona del congreso…

Deivyd: Un senador gana mucha plata

Diana: Un senador gana mucha plata, pues si miren, esta gráfica, la línea amarilla es el salario mínimo, no miren estas dos líneas (refiriéndose a la línea morada y rosa), y la línea azul es lo que gana un congresista, la línea amarilla, es lo que gana una persona del común (señalando las gráficas), pero es más o menos equitativo ¿cierto?

una persona gana esta plata (señala punto de línea amarilla en año 1998 que tiene como referencia $224.525) y un congresista gana esta plata (señalando punto en la línea azul correspondiente al año 1998 que tiene como referencia $9.290.683), ¿estos puntos están cerca o lejos?

Mariana: ¿Cómo así?

Deivyd: Profe, está súper lejísimos

Diana: La línea amarilla es lo que ganan las personas del común esta plata, las personas del congreso ganan esta plata (hace la relación con sus manos como se muestran en la Figura 41), es más o menos justo, ¿cierto?

Mariana: No porque ganan más plata, ahí dice que nueve millones doscientos noventa mil y una persona normal gana solo doscientos mil y ellos si ganan nueve millones (voz indignación)

Diana: Y eso que fue hace bastantes años, porque por ejemplo en el 2009 , una persona del común ganaba $256.200 y un congresista en el 2009, estaba ganando $21.045.638, es decir, y aquí nos dice, que con el sueldo de un congresista en el año 2009 , con el sueldo de lo que gana una sola persona del congreso en el 2009, se les hubiese podido dar trabajo o pagar a 37 personas del común , es decir que para el 2009 lo que ganan 37 personas es lo que gana una sola persona del gobierno, eso es justo ¿no? porque su trabajo es arduo ¿no?

Mariana: Si profe, el trabajo de ellos es arduo, pero a veces ellos son corruptos y les siguen dando más y más plata

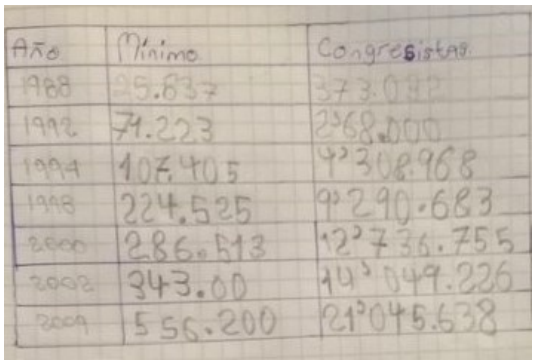
En esta interacción, encontramos que Diana anima a Lisa y a Gabriela (integrantes de este grupo) a que revisen los datos y hagan la relación del salario mínimo con respecto al salario de un congresista, lo anterior a partir del uso del modelo es decir la lectura de gráficas con los datos que se presentan. Es actuación es orientadora del proceso de discusión reflexiva

que presentamos al inicio del episodio ya que genera un trabajo con el modelo que le permite a las participantes analizar la situación por medio de las matemáticas y con respecto a esto que puedan hacer alguna manifestación.

En la **sesión 9.1**, Lisa comenta que realizó un cuadro (ver Figura 42) de acuerdo con algunas indicaciones que la profesora había propuesto la sesión anterior, dicho cuadro tiene de fondo un trabajo con el modelo en términos de poder pasar la información de una representación gráfica (presentada por la profesora) a una representación tabular (desarrollada por Lisa). Es decir que se lleva a cabo, en palabras de Duval (1995/1999) un proceso de conversión entre sistemas de representación semiótica.

Figura 42

Tabla de comparación de salarios entre congresistas y el salario mínimo



Año	Mínimo	Congresistas
1988	25.637	373.082
1992	74.223	2'368.000
1994	107.405	4'308.968
1998	224.525	9'290.683
2000	286.513	12'736.755
2002	343.00	14'049.226
2009	556.200	21'045.638

Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia una tabla de datos realizada por una participante del Club.

Diana: Lisa qué pensaste al hacer esa tabla, con esos números, ¿sacaste alguna conclusión con solo hacer la tabla?

Lisa: Los congresistas tenían más dinero que las demás personas

Diana: Y tú ¿qué piensas de eso?

Lisa: Umm ¡injusticia!

Diana: ¿Pero luego no es bueno que ellos ganen más porque nos están representando?

Lisa: A veces puede que lo utilicen para cosas buenas y a veces puede que lo utilicen para ellos mismos

Diana: Sí claro, esa plata es la de ellos,...

Lisa: Y además ganan muchisisisisi (mamá diciendo ¡ya!)... sisisima plata, más que un trabajador que trabaja más duro

En esta interacción reconocemos que, al entrar en diálogo, se generan espacios de planteamiento de percepciones y en ese sentido, se propende por ahondar más sobre las manifestaciones de los participantes, por ejemplo, cuando Diana cuestiona sobre qué piensan de la información, esto deriva en un análisis reflexivo del trabajo que Lisa venía desarrollando con las matemáticas para entender los datos de su tema de interés.

En entrevista logramos indagar el porqué de esta actuación, si era algo predispuesto o simplemente surgía en el momento preciso de la interacción.

Alejandro: ¿Por qué se generaban preguntas sobre percepciones de los datos?

Diana: Mi idea en ese momento era que las niñas vieran la información más allá de lo simple, por eso como veníamos trabajando con tanta fuerza en el análisis de gráficas me gustaba escucharlas con respecto a lo que ellas mismas ya habían visto y que estaba asociado a la gran desigualdad que hay entre los sueldos de los congresistas con respecto al salario mínimo y sobre todo que pudieran ver que eso era algo que se viene presentando hace años y que se ha mantenido hasta el día de hoy, por eso les hice la relación de cuántas salarios mínimos se podían pagar con el de un solo congresista, eso creo que les ayudo a manifestarse con respecto al concepto de injusticia y desigualdad basadas en las matemáticas.

A continuación, presentamos este momento que referencia Diana en la entrevista.

Diana: ... ahorita vamos a hacer entonces una cuenta que es ¿a cuántas personas se les podría pagar el mínimo con solo un sueldo de un congresista? ¿Saben cómo hacer esa

cuenta? ¿Qué harían ustedes, Lisa, Gabriela, Mariana, para saber a cuántas personas se les podría pagar con solo el sueldo de un congresista?

Lisa: No entiendo profe

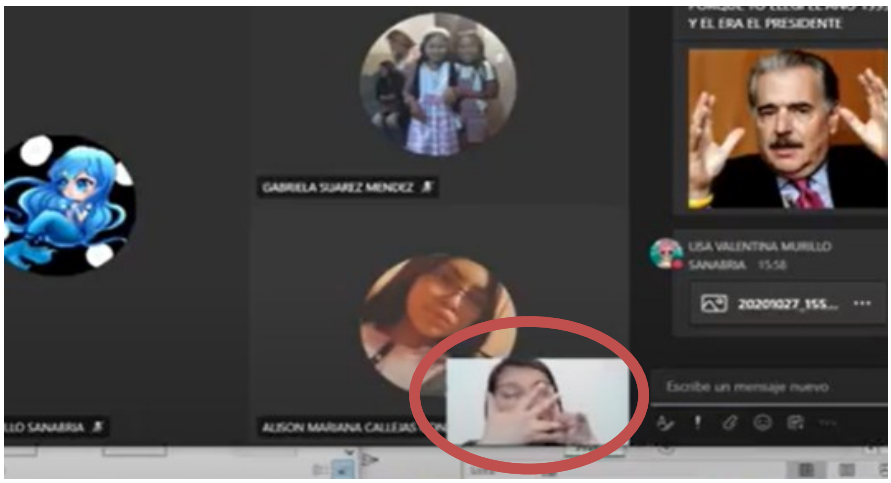
Mamá de Lisa: (Fondo de audio): ¡lo divide!

Diana: Bueno, ok yo soy el congresista, yo soy la que gana toda esa cantidad de dinero, lo tengo aquí en la mano, si ustedes que son los que ganan el salario mínimo, o sea, son los trabajadores del común y si yo tengo mi dinero, ¿A cuántas personas de ustedes les podría pagar?... ¿Si se entiende más o menos la pregunta?, yo tengo acá trescientos setenta y tres mil pesos acá en mis manos (hace el gesto con sus manos) y cada uno de ustedes gana veinticinco mil ochocientos pesos ¿Cómo podría saber a cuántas personas les podría pagar yo con mi dinero? si yo soy la que tengo ese dinero y ustedes son los que piden solo veinticinco mil pesos ¿a cuántas les podría pagar?

Después de algunas discusiones, llegan a la conclusión que la operación es la división, en este punto queremos destacar que Diana, dadas las condiciones de virtualidad, se valía de gestos (proyectados por cámara como se evidencia en la Figura 43) y sus manos para explicar la repartición en grupos.

Figura 43

Momento de sesión del Club, donde se evidencia el uso lenguaje corporal por parte de la profesora.

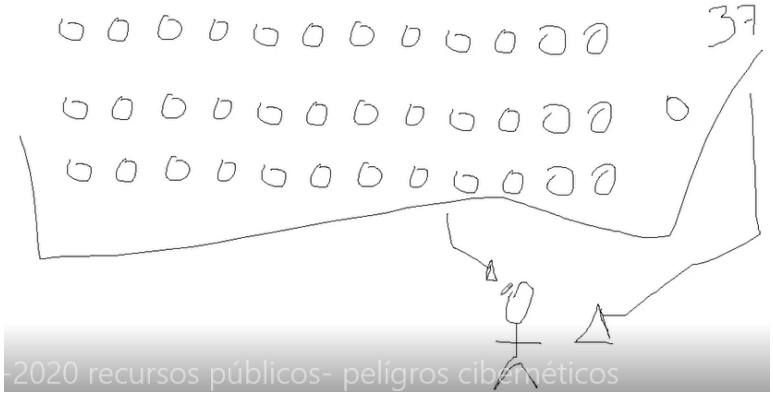


Nota. Captura de pantalla de fuente propia donde se evidencias el uso de gestos por parte de la profesora para explicar conceptos en el marco de las sesiones virtuales.

Luego de encontrar con los estudiantes la operación asociada a la discusión, en este caso tecnológica (Barbosa, 2006), la profesora se enfoca en desarrollar un discurso tecnológico en el que trabaja con los datos del modelo para encontrar una solución a las preguntas que han venido abordando. Finalmente la profesora utiliza un recurso gráfico (ver Figura 44) para que los estudiantes comprendan el significado de los datos que han venido encontrando, en términos de la cantidad de salarios mínimos que pueden ser pagados con el sueldo de un solo congresista.

Figura 44

Representación gráfica de comparación de salario mínimo respecto al salario de un congresista.



Nota. Captura de pantalla de fuente propia, donde se evidencia una representación que pretende comparar salario de un congresista en equivalencia con cantidades de salarios mínimos

Con el rastreo que hemos descrito y analizado, hasta el momento encontramos que una de las actuaciones recurrentes de la profesora es reiterar las preguntas una y otra vez en un intento de explicación a las estudiantes, al indagar sobre esto en la entrevista encontramos que:

Alejandro: Encuentro en la grabación que cuando Lisa dice no entender tú respondes con preguntas que son la misma pero varias veces...

Diana: Este tema, que fue escogido por unas de ellas en sí era muy complejo abordarlo desde el principio y pues lo hicimos porque era su interés, pero recuerdo que estaba trabajando con niñas de 8 y 9 años de grado tercero, donde según su plan de estudios llegan a comprender y hacer lectura del número solo hasta decenas de mil (en valor posicional) y sin embargo, pues para este momento estábamos trabajando ya con unidades y decenas de millón, donde teníamos que comparar y ahora hacer operaciones multiplicativa, qué locura, pero bueno en ese momento la forma que encontré para explicar pues era intentarlo como "dramatizar" que ellas pudiera imaginar el dinero, que yo fuera la congresista y ellas las que ganaban el salario mínimo y que desde su lógica pudieran encontrar tal vez que debían hacer una repartición y la cosa ahí era ¿Cómo? ¿Cuánto? y pues la forma en que intenté llevarlas a ese punto (no pensé en otra manera) pues fue a través de las preguntas reiteradas, que es algo que se suele hacer en el salón, cuando uno repite una pregunta una y otra vez poniendo un tono de voz diferente ayuda creo a que los niños se den la oportunidad de pensar una y otra vez la respuesta.

Esta actuación parece haber funcionado en Lisa, aunque con apoyo de otros participantes como su propia mamá, quien durante el desarrollo del Club estuvo acompañando el proceso de indagación que se realizó y aunque no tomó participación tan evidente dentro de las discusiones, siempre estuvo en interacción con Diana por medio de Lisa, lo anterior es algo que quisiéramos destacar en tanto, no fue previsto y su emergencia nos permitió entender los escenarios de aprendizaje desde una perspectiva crítica como espacios ampliados del aula en donde pueden intervenir y aportar más participantes de los prototípicos (Profesor - estudiante)

Para finalizar el rastreo, queremos mostrar una interacción en la que Lisa vuelve a generar una discusión reflexiva, producto de actuaciones de la profesora asociadas las características del diálogo, en torno a que cada una de las participantes pueda explicar lo que se hizo, hacer una reflexión o bien manifestarse respecto a los sentires frente a lo dialogado.

Lisa: Que de pronto el sueldo de los congresistas bajará como el mínimo y que el mínimo subiera como el de los congresistas

Diana: Eso te parecería más justo (entre pregunta y afirmación)

(Momento de silencio)

Lisa: Mejor dicho, que, a los dos, al de los congresistas se le bajara un poco y al mínimo se le subiera el mismo poco que le bajaron al de los congresistas

En lo anterior encontramos por una parte la categoría de características del diálogo especialmente el proceso de indagación en términos de las manifestaciones que hace Lisa por ejemplo de sugerir, considerar consecuencias, particularmente cuando Lisa propone disminuir el salario de congresistas y aumentar el salario mínimo. Por otro lado, también identificamos que esto se relaciona con la generación de discusiones reflexivas, a partir del espacio de interacción constante que se ha generado entre Diana y las participantes y que surge luego del trabajo constante con el modelo, sus interpretaciones e implicaciones en la situación social que están estudiando y les inquieta.

Consideraciones Y Reflexiones Finales

Al llegar a este punto, enunciaremos nuestras consideraciones respecto al proceso que hemos venido describiendo a lo largo del documento, y que forma parte de nuestro paso por la maestría.

Queremos señalar que, al iniciar este proceso, nunca imaginamos todos los cambios y circunstancias a las que nos tendríamos que enfrentar; como las implicaciones generadas por la pandemia, que impactaron de diversas maneras no solo en nosotros como sujetos en

construcción, sino también en el desarrollo de nuestra investigación. Consideramos que esta circunstancia no puede desligarse de los resultados de la investigación, ya que nos modificó de forma directa la planeación, desarrollo y análisis de esta propuesta.

En virtud de lo anterior, consideramos que el carácter virtual que adquirió nuestra investigación nos generó tensiones con respecto a los planteamientos teóricos que habíamos venido estudiando, al punto de cuestionar si el desarrollo de este paradigma de investigación crítica solo se podría desarrollar en aulas concretas por medio de un modelo de educación presencial. Sin embargo, con la convicción latente decidimos aventurarnos en un panorama difuso que, aunque con el paso de las sesiones nos fue llevando por un proceso de deconstrucción, nos permitió desarrollar a partir de nuevas ideas y planteamientos, un sinfín de nuevos saberes y posibilidades.

El desarrollo de nuestro escenario, teniendo a Diana como investigadora y población de estudio, pretendió generar un cambio de nuestras propias prácticas o al menos un intento de transformación de manera consciente de nuestro quehacer docente por medio de la implementación del Club de Investigadores como escenario de aprendizaje desde la perspectiva crítica de la educación matemática planteada por Alrø y Skovsmose (2002b).

Dando respuesta a los objetivos que nos planteamos, recordamos que nuestro énfasis estuvo puesto sobre las actuaciones de la profesora con relación a las características del diálogo y discusiones reflexivas que fueron surgiendo en nuestro Club de Investigadores. A continuación, presentamos consideraciones sobre el análisis realizado teniendo como referencia a *nuestros acompañantes en el camino de la transformación*: Alrø & Skovsmose, (2002a, 2012), Barbosa, (2001, 2006), Barbosa (2006) y Silva y Barbosa (2011), Skovsmose (1999).

Consideraciones Desde Las Categorías

Mantener La Igualdad

La característica del diálogo de *mantener la igualdad* fue analizable en nuestros datos desde varios aspectos: por un lado, al reconocer que fue posible el surgimiento de procesos de comunicación entre profesora y participantes, donde a pesar de que el nivel profesional era distinto, no había una demostración de poder e imposición de ideas por alguna de las dos partes. Por el contrario, el espacio permitió reexaminar saberes en las diferentes temáticas de tal manera que, se concibieron y trataron conceptos en conjunto asociados al modelo matemático. Por otra parte, esta categoría se analiza desde dos de sus cualidades: la *congruencia y* la *empatía* las cuales se manifestaron en el tema Ambiental y en Covid – 19 respectivamente.

La *congruencia,* se vio reflejada en una interacción del episodio 1 del tema ambiental donde, una participante del Club hace una presentación relacionada a su tema de interés la cual surgió de manera voluntaria, pero esta, no se tenía prevista para el desarrollo de la sesión. En este caso, la actuación de la profesora da una muestra de transparencia y autenticidad, que de hecho es evidente para la estudiante, lo que causa seguridad para ella y la motiva para seguir haciendo presentaciones en sesiones posteriores.

Por su parte, desde la *empatía*, encontramos que el diálogo se ve limitado al no considerarse esta subcategoría desde las actuaciones de la profesora. Particularmente, en el episodio 1 del tema Covid – 19, donde se evidencia una interacción de la profesora con un participante con quien se encontraban revisando datos estadísticos asociados al fallecimiento de personas por Covid, de ahí, surge de improviso una manifestación del estudiante en la que se refiere a la muerte de un niño de su conjunto, esto implicaba posiblemente emociones por parte de él (por su tono de voz); sin embargo, la actuación de la profesora estuvo orientada a generar preguntas superficiales sobre la situación y luego continuar con la temática,

enfocándose en el análisis de elementos matemáticos, pasando por alto la subcategoría del diálogo asociada a la empatía con relación a la situación mencionada por el participante, perdiendo posiblemente la potencialidad de la interacción. En este caso, encontramos que la actuación de la profesora buscó no caer en la zona de riesgo, por el contrario, se quedó en la zona de confort que el modelo matemático le brindaba, omitiendo la potencialidad que lo emocional podía generar.

Correr Un Riesgo

La característica del diálogo de *correr un riesgo* surge en dos episodios asociados a los temas Covid – 19 y Ambiental.

Por un lado, encontramos en el episodio 1 del tema Covid-19, surgen interacciones impredecibles desde lo emocional y epistemológico en el marco de una conversación entre un participante y la profesora en la que inicialmente se estaba refiriendo a un modelo matemático y el devenir del diálogo termina en una interacción en la que surgen manifestaciones asociadas al contexto del participante, perdiendo el horizonte con relación a la práctica con las matemáticas (Mancera, 2020). Respecto a las actuaciones de la profesora, podemos rescatar que estas permitieron que las interacciones tuvieran un carácter impredecible lo que no limitó la participación del participante.

Por otra parte, en el episodio 1 del tema ambiental se presenta el escenario en el que junto a los participantes se estaba trabajando con el modelo, particularmente en la comprensión de algunos elementos matemáticos que allí se presentaban. Sin embargo, surge un momento en el que se pierde el control, al evidenciar que el modelo con el que se estaba interactuando presentaba errores; la actuación de la profesora en este caso fue el de hacer una pausa, escuchar, verificar los datos con los participantes, preguntar y corregir; actuación que cumple un papel importante en término del análisis de datos por parte de los participantes ya

que se convierte en un elemento significativo que se tiene en cuenta en la socialización de los avances del tema al resto del Club.

Proceso De Indagación

Los *procesos de indagación* que analizamos, los encontramos en los temas: Peligros cibernéticos, Ambiental, Accidentes automovilísticos y Recursos Públicos, los cuales se evidencian en el diálogo por la curiosidad e inquietud en relación con cada una de las situaciones abordadas por parte de los participantes, cuestionando y examinando sus propias concepciones sobre los temas de interés y lo que surgía de ellos. En estos casos, las actuaciones que se rastrearon de la profesora se asociaron con: ayudar en la delimitación del problema, buscar nuevas fuentes respecto al tema de interés, orientar las discusiones, explicar, proponer preguntas e invitar a continuar con la investigación. Lo anterior, fue importante en el entendimiento y abordaje de cada uno de los temas de interés, tanto así que, los participantes posteriormente logran sugerir y considerar consecuencias que creemos, aportan al empoderamiento social.

Por ejemplo, en el episodio 2 del tema peligros cibernéticos se evidencia esta categoría cuando en medio del diálogo que se presenta entre la profesora y la participante, se permite la emergencia de nuevas concepciones por medio de inquietudes, preguntas, búsqueda de manera voluntaria de información y especialmente el grado de curiosidad con respecto al tema de interés que las convoca. De acuerdo con los episodios analizados encontramos que estas actuaciones son recurrentes con otros participantes en los diferentes temas.

Discusiones Reflexivas

Las *discusiones reflexivas,* se identificaron en todos los temas del Club (Covid – 19, Ambiental, Peligros Cibernéticos, Accidentes Automovilísticos y Recursos Públicos) en momentos en que los participantes avanzaban en su tema de interés a partir de la lectura,

interpretación y transcripción de modelos matemáticos por los cuales, suscitaron manifestaciones en las que se generaban reflexiones, o bien, en las que se planteaban argumentos sobre afirmaciones que habían realizado previamente desde su conocimiento empírico del tema o imaginarios culturales de las situaciones sociales en discusión.

Por ejemplo, en el tema de recursos públicos en el cual se presentaron varias discusiones reflexivas en el que las participantes del Club lograban pronunciarse a través de los elementos matemáticos sobre la situación estudiada. Algunas actuaciones de la profesora que encontramos en esta categoría fueron: búsqueda de información y modelos que pudieran aportar a cada tema, trabajo en conjunto con los participantes, orientaciones en el tema relacionándolo con la situación social en estudio y generación de preguntas. A partir de esto encontramos que, en las manifestaciones de los participantes se evidencia la negociación de significados por medio de procesos dialógicos y las interacciones que se tuvieron previamente con los demás participantes del Club, lo cual Barbosa (2006) menciona como discursos compartidos y que se puede evidenciar particularmente en el tema de accidentes automovilísticos.

Así mismo, identificamos que el surgimiento o desarrollo de algunas discusiones reflexivas fueron limitadas por actuaciones o ausencia de estas por parte de la profesora, sin embargo, son susceptibles de análisis y reflexión desde nuestro rol en las clases de matemáticas, ya que estas tuvieron repercusiones en las manifestaciones que realizaron los participantes del Club y que por parte de Diana no se consideraron o simplemente se revisaron de manera superficial. Por ejemplo lo sucedido en el episodio 2 del tema ambiental donde las actuaciones de la profesora no lograron potenciar la discusión reflexiva a pesar de que las condiciones estaban dispuestas.

Diálogo Y Empoderamiento

Ahora bien, a la luz de las categorías encontramos actuaciones de la profesora que respondieron a entrar en *diálogo* con los participantes del Club; entre estas, la gestión misma del espacio, la cual permitió atender manifestaciones espontáneas de los estudiantes, desligando la dinámica del paradigma del ejercicio. Lo anterior, permitió que varios de los participantes sintieran mayor seguridad y confianza en sus declaraciones al reconocerse dentro del espacio y encontrar allí, que su voz estaba siendo escuchada.

El escenario de aprendizaje entonces fue pensado para ser trabajado desde los intereses de los participantes a partir de discusiones abiertas inicialmente desde fuentes varias, y que luego se fueran centrando en fuentes que eran susceptibles al análisis desde modelos matemáticos. Con esto, debía surgir en la profesora la sensibilidad en la interpretación y potenciación de las manifestaciones de los participantes, haciendo uso de elementos matemáticos de tal manera que aportaran al empoderamiento social desde la alfabetización matemática en cada uno de los intereses.

Cabe aclarar que, dentro del Club a pesar de la disposición del espacio y de actuaciones de la profesora que propendían por el surgimiento del diálogo, se presentaron casos en los que las manifestaciones de los participantes versaban más en la dinámica de pregunta-respuesta apoyados de fuentes informativas no tan confiables, y no en la reflexión de situaciones sociales a partir de elementos matemáticos.

Sobre Las Actuaciones De La Profesora

Con relación a las actuaciones de la profesora, de manera general queremos describir las que fueron recurrentes durante el desarrollo del escenario de aprendizaje (Club de Investigadores), que por medio del análisis y rastreo en los episodios encontramos que tiene una relación directa con la emergencia de las categorías de análisis que habíamos determinado.

Entre ellas encontramos la reiteración de preguntas que por lo general eran de carácter reflexivo y que invitaban a verificar las manifestaciones de los participantes por medio de elementos asociados al modelo matemático, por otra parte la presentación de preguntas orientadoras y páginas de consulta con información confiable que permitía proponer posibles caminos de abordaje al tema de interés, al igual que la gestión del espacio como un encuentro donde los pronunciamientos de los participantes eran base fundamental de la interacción, en tanto sus manifestaciones eran tenidas en cuenta para la orientación y desarrollo del Club.

Así entonces, consideramos que las actuaciones de la profesora están estrechamente relacionadas con sus propias convicciones y lo anterior se materializa en lo que desde su rol propone en las interacciones que emanaron de este espacio. Además, creemos que la emergencia del empoderamiento social (Ernest, 2002) y la alfabetización matemática en el marco de escenarios desde la Educación Matemática Crítica deben reconocer en las actuaciones del profesor un factor fundamental para la manifestación de estas categorías.

Finalmente…

En términos generales, este trabajo nos permitió evidenciar desde nuestras prácticas, el impacto de las actuaciones del profesor, plasmados desde su gestión del espacio hasta la interacción con cada uno de los participantes de su clase. La infinidad de posibilidades que emergen a partir de las actuaciones del profesor y que posibilitan cambios en la cultura de clase, y en la visión del mundo de los participantes de la misma, donde lo que se estudia nace a partir de los antecedentes, porvenires e intereses de los estudiantes, y no como parte de un énfasis netamente conceptual. Es en este sentido, donde, es posible que emerjan manifestaciones que llevan a un empoderamiento social por medio de la alfabetización matemática.

Referencias

Alrø, H. y Skovsmose, O. (2002a). Dialogue and learning. En Alrø, H. y Skovsmose, O. (Ed.), *Dialogue and Learning in Mathematics Education* (pp. 113-136). Boston, New York, U.S.A: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H. y Skovsmose, O. (2002b). Critical epistemology and the learning of mathematics. En Alrø, H. y Skovsmose, O. (Ed.), *Dialogue and Learning in Mathematics Education* (pp. 243-262). Boston, New York, U.S.A: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, H. y Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En Valero, P. y Skovsmose, O. (Ed.), *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 149-171). Bogotá: Una empresa docente. http://funes.uniandes.edu.co/2006/

Barbosa, J. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. En *Reunião anual da Anped, 24* (pp. 1-30). Rio Janeiro: ANPED. http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf

Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*(3), 293-301. https://doi.org/10.1007/BF02652812

Barrios, O. y Galvis, L. (2015). *¿Querer es poder? La modelación matemática en el sueño de seguir estudiando* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/2685/GalvisBejaranoLeslyTatiana2016.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Trad. M. Vega). Universidad del Valle Programa Editorial. (Trabajo original publicado en 1995).

Ernest, P. (2002). Empowerment in mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, *15*(1), 1-15. https://www.researchgate.net/publication/2913329_Empowerment_In_Mathematics_Education

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical Turn in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 37-68. https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/44/1/article-p37.xml

Gutiérrez, F. y Rodríguez, Y. (2015). *Modelando tus finanzas. Un escenario de aprendizaje sobre educación económica y financiera desde la perspectiva socio crítica de la modelación matemática* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/2100

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación.* (6ª ed.). McGraw-Hill Education. https://www.uca.ac.cr/wpcontent/uploads/2017/10/Investigacion.pdf

Kvale, S. (2011). Realización de una entrevista. En Kvale, S. (Ed.), *Las entrevistas en Investigación Cualitativa*. (pp. 79-94). Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.

Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). Las fracciones: diferentes interpretaciones. En Llinares, S. y Sánchez, M. (Ed.), *Fracciones* (Matemáticas: cultura y aprendizaje., Vol. 4, pp.51-78). Editorial Síntesis S.A.

Magallanes, A. y Esteley, C. (2016). Empoderamiento: Una Caracterización al Interior de la Educación Matemática. *Revista Internacional De Educación Para La Justicia Social*, 5(2), 181-191. https://doi.org/10.15366/riejs2016.5.2.009

Mancera, G. (2020). *Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica* [Tesis de doctorado, Universidad Federal de Minas Gerais]. http://hdl.handle.net/1843/34715

Mancera, G., Perilla, W., y Camelo, F. (2017). *El conocer reflexivo en un ambiente de modelación matemática* [Presentación de paper]. X CNMEM – Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: história, atualidades e projeções, Maringá – PR, Brasil. https://www.researchgate.net/publication/321371848_EL_CONOCER_REFLEXIVO_EN_UN_AMBIENTE_DE_MODELACION_MATEMATICA

Penteado M. y Skovsmose O. (2002). Riscos trazem possibilidades. Em Skovsmose (Comp.) Desafios da reflexão em educação matemática crítica (pp. 41-50). São Paulo: Papirus.

Silva, J. y Barbosa, J. (2011). Modelagem Matemática: as discussões técnicas e as experiências prévias de um grupo de alunos. *Boletim de Educação Matemática*, 24(38), 197-218 https://www.redalyc.org/pdf/2912/291222086009.pdf

Skovsmose, O (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Traducido por Paola Valero. Una empresa docente. Universidad de los Andes. http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovsmose1999Hacia.pdf

Skovsmose, O (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA, 6*(1), 3-26. http://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf

Skovsmose, O y Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. En Valero, P.& Zevenbergen, R. (Ed.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (pp. 207-226). Boston, New York, U.S.A: Kluwer Academic Publishers. https://link.springer.com/book/10.1007/b120597#about

Vithal, R. (2000). Re-searching mathematics education from a critical perspective. En Matos, J y Santos, M (Ed.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 87-116). Lisboa, Portugal: ciefc - Universidad de Lisboa. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.586.7789&rep=rep1&type=pdf