MÉTODOS ESTADÍSTICOS ROBUSTOS APLICADOS EN LA VALUACIÓN PUNTUAL DE INMUEBLES URBANOS EN LA UPZ 45- CARVAJAL

LEIDY GIOVANNA SIERRA SALDARRIAGA

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROYECTO CURRICULAR DE INGENIERÍA CATASTRAL Y GEODESIA

BOGOTÁ DC, 2019

MÉTODOS ESTADÍSTICOS ROBUSTOS APLICADOS EN LA VALUACIÓN PUNTUAL DE INMUEBLES URBANOS EN LA UPZ 45- CARVAJAL

PROYECTO DE GRADO EN LA MODALIDAD INVESTIGACIÓN-INNOVACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CATASTRAL Y GEODESTA, EN EL MARCO DEL SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN DE GESTIÓN PÚBLICA, AVALÚO Y URBANISMO- GIGA

LEIDY GIOVANNA SIERRA SALDARRIAGA

DIRECTOR

ING. EDWIN ROBERT PEREZ CARVAJAL

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROYECTO CURRICULAR DE INGENIERÍA CATASTRAL Y GEODESIA

BOGOTÁ DC, 2019

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

GIGA
GRUPO DE INVESTIGACIÓN
SEMILLERO DE INVESTIGACIÓN

Tabla de contenido

Lista de Ilustraciones 4
Lista de Tablas 5
1. Introducción 6
2. Descripción del problema 6
3. Objetivos 7
3.1 General 7
3.2 Específicos 7
4. Estado del Arte 7
5. Marco Teórico 14
5.1 Muestras no Probabilísticas 14
5.1.1 Muestreo por Conveniencia 14
5.1.2 Muestreo casual o accidental 14
5.2 Estadística Robusta 14
5.2.1 Estimadores robustos de Localización 15
5.2.2 Estimadores robustos de escala 15
5.2.3 Media Aritmética Múltiple Excesiva: 16
5.2.4 Trimedia de Tukey 17
5.2.5 Método Danés 17
5.3 Pruebas para los métodos de estimación Robusta 18
6. Marco Normativo 21
6.1 Normas IVS (International Valuation Standards) 21
6.2 Normativa Brasileña para avalúos- IBAPE 22
6.3 Normas Técnicas Sectoriales de Avalúos- ICONTEC 22
6.4 Resolución 620 de 2008 25
7 Marco Espacial-UPZ 45 Carvajal 28
7.1 Descripción Geográfica y Física 28
7.2 Barrios Catastrales y Comunes 29
7.3 Sistema de Equipamientos Urbanos 32

7.4 Vías de Acceso 32
7.5 Usos del Suelo 32
7.6 Densificación y Estratificación 32
8 Metodología 33
8.1 Descripción general 33
8.2 Experimentos y Resultados 34
8.2.1 Media Winsorizada 36
8.2.2 Media Aritmética Múltiple Excesiva (MAME) 38
8.2.3 Trimedia de Tukey 38
8.2.4 Método Danés 39
8.2.5 Pruebas de Significancia para estadísticas robustas 40
9 . Análisis de Resultados 43
10 . Evaluación y Cumplimiento de objetivos 49
11 . Conclusiones y recomendaciones 49
12. Referencias 50
14. Anexos 53
Anexo No.1 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos menores o iguales a 25 53
Anexo No.2 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos mayores a 25 (Tabla de distribución normal, puntuaciones Z negativas) 54
Anexo No.3 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos mayores a 25 (Tabla de distribución normal, puntuaciones Z positivas) 55
Anexo No.4 Tabla de valores críticos en la prueba de signo de Wilcoxon 56
Anexo No.5 Datos ofertas inmuebles NPH 57
Anexo No. 6 Datos ofertas Inmuebles PH 62

Lista de Ilustraciones

Ilustración 1 Compendio Normas Técnicas Sectoriales para Avalúos en Colombia. Fuente: Revista Más Valor [18] 24
Ilustración 2 Límites de la UPZ 45- Carvajal. Fuente: Propia 29
Ilustración 3 Barrios Catastrales UPZ 45 Carvajal. Fuente: Propia 30

Ilustración 4 Esquema Metodológico del proyecto. Fuente: Propia 33
Ilustración 5 Espacialización ofertas de inmuebles PH y NPH. Fuente: Propia 34

Lista de Tablas

Tabla 1 Barrios Comunes UPZ 45 Carvajal 31
Tabla 2 Valores m2 de terreno para inmuebles NPH. 35
Tabla 3 Valores m2 Integrales para inmuebles PH. 35
Tabla 4 Valores m2 de Terreno para inmuebles NPH (Depuración). 35
Tabla 5 Valores m2 Integrales para inmuebles PH (Depuración). 36
Tabla 6 Cálculos media Winsorizada. 36
Tabla 7 ítems Métodos robustos de iteración 39
Tabla 8 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles NPH Sin Depurar 43
Tabla 9 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles NPH Depurados 43
Tabla 10 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles PH Sin Depurar 44
Tabla 11 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles PH Depurados 44
Tabla 12 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles NPH sin depurar 45
Tabla 13 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles NPH Depurados 45
Tabla 14 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles PH Sin Depurar 45
Tabla 15 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles PH Depurados 45
Tabla 16 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles NPH sin depurar 46
Tabla 17 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles NPH Depurados 47
Tabla 18 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles PH Sin Depurar 47
Tabla 19 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles PH Depurados 47
Tabla 20 Resultados Prueba de Signo-Valores críticos para Inmuebles NPH y PH 48
Tabla 21 Resultados Prueba de Signo-Distribución Binomial Acumulada para Inmuebles NPH y PH 48
Tabla 22 Resultados Prueba de Signo de Wilcoxon -Valores críticos para Inmuebles NPH Depurados y sin depurar 48
Tabla 23 Resultados Prueba de Signo de Wilcoxon -Valores críticos para Inmuebles PH Depurados y sin depurar 49

1. Introducción

El presente trabajo se realiza con el fin de aplicar la estadística robusta en el cálculo del valor m2 del terreno y valor m2 integral por el método de mercado tanto para inmuebles PH como NPH respectivamente; comparando sus resultados con los métodos tradicionalmente utilizados de acuerdo con la legislación vigente. Para ello, se seleccionaron 25 ofertas de inmuebles PH y NPH de acuerdo a datos recogidos en campo o en páginas web como FincaRaíz y MetroCuadrado; claramente estos inmuebles deben tener características comparables, tal como lo establece la Resolución 620 de 2008.

Con la información disponible, se procede a realizar el cálculo del avalúo por el método de mercado tradicional y aplicando cuatro métodos propios de la estadística robusta que se explicarán en el transcurso del documento. Se trabajará con las ofertas con y sin depurar; se evaluará la probabilidad de asignar el valor obtenido al objeto de valuación mediante el coeficiente de variación; además se evaluará la efectividad de cada cálculo con la prueba *t* para el método tradicional y las pruebas de signo para los métodos robustos. Los resultados obtenidos y las aseveraciones que puedan surgir en relación a la comparación de dichos métodos, se podrán observar a lo largo del trabajo.

2. Descripción del problema

De acuerdo a la normativa vigente, haciendo énfasis especial en la Resolución 620 de 2008 expedida por el IGAC, se establece el uso de medidas de tendencia central como la media aritmética en el método de comparación de mercado, trabajando así bajo los supuestos de normalidad; asumiendo que los datos obtenidos en el estudio de mercado tienen un comportamiento predecible de conformidad con este tipo de distribución. En la práctica, no se evalúa el cumplimiento de los diferentes supuestos estadísticos como el de normalidad, debido a la heterogeneidad de los datos generada por situaciones tales como: cambios en los patrones de construcción de un inmueble respecto a los demás inmuebles en el sector, ofertas provenientes de sectores aledaños o con patrones de construcción comparables pero con valores de mercado mayores o menores por condiciones externas o de localización; ausencia o escasez de ofertas debido a las dinámicas de mercado, lo que trae como consecuencia la disponibilidad de una cantidad inferior a la deseada de inmuebles comparables con el inmueble objeto de valuación. Por estas y por otras condiciones, nos vemos enfrentados a un paradigma: estamos asumiendo que trabajamos con muestras probabilísticas; es decir, se parte del supuesto de una representatividad de la población o de todos los inmuebles con características comparables al bien objeto de valuación, “garantizada” por unos datos de mercado que asumimos como una muestra, lo cual generalmente no ocurre.

En contraste con lo anterior se puede argumentar a través del concepto de muestras no probabilísticas: “aquellas muestras donde se desconoce la probabilidad de selección de los

datos, no se puede evaluar la precisión en términos probabilísticos y no garantiza la representatividad de las muestras sobre la población. Los datos escogidos dependen de la accesibilidad, criterio personal o intencional del investigador", siendo esta definición la que mejor describe el comportamiento de los datos de mercado que usamos normalmente.

Para este tipo de muestras cuyos datos no siguen un patrón de comportamiento aproximado a la distribución normal; es decir, siguen una distribución no paramétrica, el uso de la media aritmética no es teórica ni técnicamente adecuada y debería trabajarse con otros indicadores como los estadísticos robustos. Una explicación más detallada de los tipos de muestra probabilística y no probabilística; además de los métodos de la estadística robusta, se encontrará en los capítulos siguientes.

3. Objetivos

3.1 General

Verificar la eficacia del uso de indicadores robustos respecto a las técnicas estadísticas tradicionales en la elaboración de avalúos puntuales para inmuebles PH y NPH

3.2 Específicos

- Comprobar el cumplimiento de los supuestos de normalidad de los datos empleados y su influencia en la toma de decisiones
- Comparar los resultados obtenidos y determinar la viabilidad del método robusto; tomando como parámetro un coeficiente de variación menor o igual a 7.5% para considerar el valor obtenido como aceptable, tal como lo establece la normatividad vigente.
- Apoyar al semillero y grupo de investigación GIGA en la búsqueda y propuesta de métodos alternativos para el quehacer de la actividad valuatoria, en la medida en que éstos sean más adecuados e igual o más efectivos que los métodos tradicionales; además de incentivar a futuros colegas en su realización de trabajos de investigación en esta rama.

4. Estado del Arte

Si bien, no hay muchos escritos respecto a la aplicación de la estadística robusta en la actividad valuatoria; existen documentos donde se puede apreciar el uso de este método estadístico en otras campos, como por ejemplo, en el procesamiento digital de imágenes o en el análisis de exámenes médicos, entre otros. A continuación, se expondrá una síntesis de algunos documentos respecto al tema.

- **"No-Reference image quality assessment for photographic images base on robust statistics"**

El problema planteado en este artículo plantea la incorporación de estadística robusta en la evaluación de la calidad de imágenes no referenciadas (NR-IQA, No Reference Image Quality Assessment); especialmente para aquellas imágenes capturadas con diferentes cámaras digitales o desde teléfonos celulares, esto se realiza con el fin de corregir la gran variedad de distorsiones que pueden presentarse durante los procesos de adquisición, compresión, transmisión, procesamiento y restauración. Los métodos tradicionales NR-IQA solo son válidos para aquellas imágenes que presentan distorsiones artificiales; aquellas distorsiones relacionadas con iluminación, color, entre otras; requieren de algoritmos especiales.

Para solucionar dicho problema, se proponen tres métodos diferentes: estadística robusta para escenas naturales de múltiples componentes, con derivadas de orden múltiple y con características complementarias dentro del dominio de frecuencia. Primero, construyeron 5 componentes de la imagen: luminancia, dos componentes relacionado con el color, máxima y mínima variación local; emplea métodos robustos como la mediana de componentes normalizados sustraídos (MDSCN-Median Subtracted Contrast Normalised coefficients) y la desviación mediana absoluta (MAD por sus siglas en inglés) en este proceso.
Es importante destacar que en el procedimiento realizado se dividió en dos partes: extracción de características y modelos de regresión de aprendizaje. Primero, se trabajó con los métodos tradicionales NSS (Natural Scene Statistics); tales como DIIVINE, BLINDS-II, BRISQUE e IDEAL. Dichos métodos abarcan características físicas de la imagen como el color. Primero, debe construirse una matriz con los factores que representante la luminancia y la crominancia; luego una matriz de nitidez calculando los factores relacionados con los componentes mínimos y máximos locales del componente de luminancia. Es aquí donde proceden a calcular los coeficientes MSCN y MDSCN; posteriormente, se obtienen histogramas relacionados con los resultados obtenidos y se procede a comparar los resultados.

Para la estadística robusta con derivadas de orden múltiple; se tomaron en cuenta características como la pendiente y la elasticidad en la superficie de la imagen (primera derivada); curvatura (segunda derivada) e información detallada y discriminada de la imagen en las derivadas superiores; en estos casos se emplea MAD. En las características complementarias por el dominio de frecuencia, se evalúan características como la saliencia y la nitidez; también se calcula el coeficiente MDSCN.

Finalmente, se obtuvo una mejor corrección de las distorsiones en las imágenes al emplear estadística robusta en la construcción de algoritmos para imágenes no referenciadas a comparación de los métodos tradicionales; además, se recomienda combinar las tres

categorías en el proceso de corrección. También, se propone realizar a futuro nuevas investigaciones para desarrollar métodos más sofisticados para NR-IQA [1].

- **"Filtro de Kalman Dual de estadística robusta para la identificación de un generador eólico en presencia de datos espurios"**

El objetivo propuesto en este artículo era desarrollar un generador eólico que empleara un Filtro de Kalman dual (DKF) combinado con un Filtro de Kalman dual de estadística robusta con el fin de mejorar la potencia de salida del viento de las turbinas eólicas, teniendo en cuenta las variaciones en la velocidad del mismo. Dicha metodología fue implementada en MATLAB; simulando el comportamiento el generador en tiempo real ante variaciones en las entradas del sistema; comparando el comportamiento con estadística robusta ante la presencia de datos espurios o falsos, y el ocurrido con una metodología estándar de identificación. Se trabajó con 1000 observaciones obtenidas a partir de una base de datos sintéticos generados a partir de un modelo conocido y la información obtenida a partir de la base de datos de un generador eólico.

El filtro de Kalman es un algoritmo que utiliza aquellas observaciones que generan ruido y están disponibles para estimar los estados de un sistema dinámico lineal; éste cuenta con dos etapas esenciales: una de predicción y una de actualización. En la etapa de predicción se calcula una estimación a priori de los estados y la matriz de covarianza. Luego, con dichas cantidades se realiza la etapa de actualización, calculando la ganancia de Kalman K_k; cabe destacar que se trabaja con datos matriciales.

El Filtro de Kalman dual (DKF) es útil para realizar una estimación simultánea de estados característicos del sistema dinámico y de otras variables que se asumen como fijas en el cálculo del Filtro de Kalman tradicional. En cuanto al filtro de Kalman robusto, introduce una matriz de ponderación para el cálculo semejante al Estimador de Huber.

Como resultado, el método propuesto permitió estimar un modelo que no se vería afectado por datos espurios; a diferencia del filtro de Kalman dual estándar. En aquellos casos donde el generador eólico exhibe comportamientos no lineales se requiere de la combinación de métodos lineales que incluyen los filtros de Kalman Dual y Robusto para una correcta identificación. Además, se demostró que el método de Kalman robusto es adecuado para atenuar el efecto de los datos espurios, alcanzando medidas de curtosis y asimetría similares en comparación con señales sin datos espurios [2].

- **"Evaluating clinical significance: Incorporating robust statistics with normative comparison tests"**

En este artículo se plantea la necesidad de un nuevo método para realizar comparaciones normativas en los casos de formas de distribución no son normales y desigualdad en las variaciones. Para ello, se realizó la comparación mediante simulaciones de Monte Carlo para

comparar tasas de error Tipo 1 al aplicar pruebas de Schuirmann Yuen que emplea medias recortadas (específicamente con el método de la media Winsorizada al 10%), Schuirmann y Schuirmann-Welch. Las dos últimas se aplicaron en los casos cuando se satisfacen los supuestos de normalidad y de homogeneidad de la varianza; y cuando no se satisfacen.

La importancia de éste radica en que, desde el campo de la psicología clínica, se han realizado variedad de investigaciones para evaluar la efectividad de las intervenciones; es decir, se busca determinar si el procedimiento realizado influye en la vida cotidiana de quien la recibe, entendiéndose en los casos en que mejore o retorne a la normalidad su calidad de vida. Cabe resaltar que, en el lenguaje terapéutico la efectividad de las intervenciones se designa técnicamente como "comparaciones normativas"; con el objetivo de comparar un grupo de la población que recibe tratamiento y otro que está en condiciones normales.

El método de Jacobson y Truax es uno de los más representativos en los tradicionales; se enfoca en el cálculo de un punto de corte para indicar en qué momento el paciente logra mejorar en su salud después de un procedimiento. Para ello, tiene en cuenta algunas formas que permitan dicho cálculo: el nivel de una funcionamiento debe estar por fuera del rango de la población disfuncional (alejado de la media de población disfuncional dos desviaciones estándar); o debe estar dentro del rango de la población funcional (dentro de dos desviaciones estándar de la media de la población; o que esté más cerca de la media de la población funcional que de la disfuncional. Posteriormente, se calcula el índice de cambio confiable (Reliable Change Index-RCI) para determinar si el cambio de un cliente es confiable y no se debe a un error de medición.

Los métodos tradicionales empleados incluye la Prueba *t* de Student para dos muestras relacionadas o la prueba ANOVA F, esto debido a que se evalúan datos anteriores y posteriores al tratamiento; sin embargo, éstos métodos presentan algunos inconvenientes: si bien pueden evaluar si el grupo de pacientes tratado ha experimentado un cambio significativo en su estado, pero no especifica si los clientes han vuelto a un estado de funcionamiento normal. Otro problema es que estos métodos evalúan la importancia clínica a nivel individual y no a nivel grupal; aunque esta información es importante, los investigadores requieren realizar una evaluación a nivel global; además, éstos métodos ignoran la presencia de grupos de pacientes donde se pueden situaciones que difieren de los grupos de comparación normal y la alta variación de la varianza.

Para aplicar este experimento, se tomaron muestras de n = 40, 100 y 400 datos, tomando de éstos mismos muestras iguales y desiguales; se tomaron en cuenta 5 condiciones de desviación estándar: iguales a través de los grupos y dos niveles de desviación estándar desiguales emparejadas positiva o negativamente con los tamaños de muestra desiguales. La desviación emparejada positivamente significa que el tamaño de la muestra más grande se empareja con el tamaño de desviación más grande; y lo mismo ocurre con la desviación emparejada negativamente, solo que con una muestra y una desviación pequeña. Se utilizaron 9 combinaciones, tomando en cuenta la distribución normal, sesgada y con valores atípicos de una o ambas colas; se evaluaron parámetros de asimetría y de curtosis; se realizaron diez

mil simulaciones tomando un nivel de significancia nominal $\alpha = 0.05$ y un intervalo de equivalencia de (-1,1).
Como resultado, las tasas empíricas de error Tipo I de Schuirmann Yuen fueron más cercanas al nivel nominal que las otras pruebas de Schuirmann; siendo incluso mayor su precisión cuando las distribuciones estaban sesgadas o la presencia de valores atípicos era notorios, recomendando así esta prueba para evaluar la significación clínica con comparaciones normativas [3].

- **"Investigation of using robust statistics: Weighted, parametric and non parametric linear regression of derivate/discrete Fourier transform HPLC convoluted peak responses for handling standard addition method data in bioanalysis"**

  En este artículo se busca estimar la concentración de fármacos en fluidos biológicos. Para ello, combina el tratamiento quimiométrico de datos con el modelo de regresión ponderada (WR - Weight Regression) como un método estadístico robusto; esto con el objetivo de comparar los resultados obtenidos en cada uno de los procedimientos para el manejo de datos y los errores que pueden presentarse en el método de adición estándar (SAM-Standard Addition Method) para el análisis de HPCL de la Ceftazidima (CTZ) en fluidos biológicos. Los métodos de regresión paramétrica por mínimos cuadrados (LSPR-Least Square Parametric (LSPR), no paramétricos (NPR) y WR se aplicaron a los datos de respuesta de HPLC después del tratamiento quimiométrico; en el cual se aplicó la convolución de curvas derivadas resultantes al usar una función de Fourier discreta.

  SAM es un método empleado para el estudio de muestras de orina, donde se analiza la concentración de analito mediante una extrapolación de la línea de regresión o mediante la relación entre la pendiente y el intersecto. Debido a que este cálculo puede estar sujeto a errores, se necesita realizar el experimento usando varias mediciones y apoyándose mediante métodos quimiométricos y estadísticos con miras a eliminar dicho error. Debido a la falta de homocedasticidad de los datos, la regresión ponderada WR aparece como un método adecuado para contrarrestrar la influencia de las concentraciones mayores en la línea de regresión ajustada; logrando también una mejor precisión en el extremo inferior de la curva de calibración. Cabe resaltar que el factor de ponderación utilizado es el peso de la correspondiente varianza para cada punto de calibración.

  Para dicha regresión, se requieren varias repeticiones en cada nivel de analito; permitiendo así la reproducibilidad en varios niveles de analitos y estimación del rango lineal. Las repeticiones también permiten detectar cambios en la desviación estándar del área pico con la cantidad de analito.

  La regresión LSPR es utilizada para el manejo de datos de calibración solo si se cumple que la homocedasticidad haya sido verificada previamente; ya que en casos de heterocedasticidad

se obtiene una sobreestimación de los límites de predicción a bajas concentraciones de analito.

En el experimento realizado se empleó el sistema HPLC-DAD con el fin de realizar análisis cromatográficos digitales, dichos datos fueron procesados posteriormente con Microsoft Excel 2007. En cuanto a materiales, el CTZ al 99% de pureza y Ceftim fueron suministrados por Pharco B Pharmaceuticals Co; también utilizaron metanol, dihidrogenofosfato de sodio y agua destilada. Se trabajaron con condiciones cromatográficas isocráticas; además, se prepara una solución inicial de CTZ con metanol y se trabaja con un juego de matraces volumétricos de 10 mL.

Estos matraces contendrán volúmenes fijos de metanol y orina en blanco (1 mL de cada uno) y la solución de la muestra en tres niveles (5, 20, y 200 $\mu g * mL^{-1}$). Todas las soluciones preparadas (excepto una) a cada nivel de concentración cuentan con volúmenes conocidos y diferentes de la solución estándar de CTZ, luego se mezclan con el vortex. Posteriormente, se obtienen diferentes soluciones estándar de CTZ en un rango entre 5 y 350 $\mu g * mL^{-1}$; las cuales se filtran a través de una membrana cuyos poros tienen 0.45 µm de diámetro, tomando cada 20 µL de muestra filtrada para realizar los análisis de cromatografía correspondientes y los análisis respectivos por el método WR. Las lecturas de respuesta de cada pico se registran en un período de 0.006667 min, procesando los datos con ayuda del software Excel. Se emplearon las técnicas de derivación y transformada de Fourier nombradas anteriormente.

Para el segundo estudio, se tomaron las muestras de orina de 3 adultos masculinos que no presentarán ninguna enfermedad ni anomalía; advirtiendo a éstos que no debían tomar ningún medicamento. A ellos se les suministró una dosis única de Cefzim y se tomaron muestras de orina entre 2, 4, 6, 8, 10, 14, 17, 20 y 24 horas siguientes a la administración del fármaco; las muestras se almacenaron a 15 °C y se analizaron en dos semanas

Como resultado se obtuvo que la combinación del tratamiento quimiométrico junto con el método WR podrá utilizarse en el futuro para analizar las bajas concentraciones de fármacos en la orina; advirtiendo una mejora en la precisión y exactitud al aplicar dicho método en comparación con los métodos LSPR o NPR. Estos resultados se emplearon para realizar otro estudio donde se aplicó el método para estimar la eliminación de CTZ en orina con el paso del tiempo [4].

- **“Improving isochron calculations with robust statistics and the bootstrap”**
  En este documento, busca mejorar el cálculo de isócronas para aquellos datos que no siguen un comportamiento gaussiano; ya que, aunque estos tradicionalmente se tratan a través del análisis de mínimos cuadrados. Se considera un análisis óptimo de mínimos cuadrados si la dispersión de datos sobre la tendencia lineal a través de los datos tiene distribución gaussiana; sin embargo, solo los datos tienen un comportamiento gaussiano en el centro de la distribución; pero cuando estos se apartan, el cálculo de mínimos cuadrados no es óptimo y

se puede degradar la información; no se puede ignorar la existencia de varias fuentes de incertidumbre que puede generar un comportamiento no gaussiano. Para ello, se aplica la estadística robusta para obtener mejores cálculos en estos casos, obteniendo resultados idénticos a los mínimos cuadrados.
El análisis de mínimos cuadrados se considera como una medida estadística denominada media de desviaciones ponderadas al cuadrado (MSWD - Mean Squared Weighted Deviates), la cual se emplea solo cuando deben combinar datos de la edad y de la incertidumbre; no obstante, el MSDW debe ser verificada con una prueba estadística apropiada, se denominará un isócrono, de lo contrario, se denominará un "errorchron". El MSWD también se usa para determinar si la dispersión observada en los datos es consistente con las incertidumbres analíticas; cuando el método no produce buenos resultados, se considera que el error geológico está involucrado y los datos obtenidos tienen menor o ninguna importancia para determinar la edad. Se trabaja con sistemas matriciales para el cálculo de los mínimos cuadrados. La metodología para realizar el cálculo de las ecuaciones de mínimos cuadrados utiliza la geocronología y son los siguientes:

- Recopilar datos (hacer vectores X y Y)
- Asignar incertidumbres analíticas para construir la matriz de pesos W
- Calcular la edad con ayuda de las matrices
- Calcular el MSWD
- Calcular la incertidumbre sobre la edad

Se tienen en cuenta dos suposiciones: todas las incertidumbres en los datos son de origen analítico y las mismas son de forma gaussiana. Al evaluar esta prueba al 95% de significancia, los datos tienen importancia de edad.

Debido a los inconvenientes que genera dicho métodos por la existencia de datos atípicos, se considera usar el estimador de Tanh, perteneciente a la familia de los estimadores-M. Con estos estimadores se busca: que las propiedades óptimas de los mínimos cuadrados deban utilizarse para residuos más pequeños, los residuos más grandes sean excluidos, los residuos intermedios debe tener una contribución más significativa. Sin embargo, al requerir que los datos obtenidos sigan una distribución normal, este método pierde su ventaja debido a que en aquellos valores más cercanos a la distribución gaussiana, calcula intervalos de confianza más amplios en edades calculadas. Para contrarrestar dicho efecto se proponen métodos como la menor mediana de cuadrados (LMS- Least Median of Squares) y NMAD.

Finalmente, al aplicar el estimador Tanh, los métodos LMS y NMAD en comparación con el análisis tradicional por mínimos cuadrados, se obtuvo mejores resultados con los primeros. Se recomienda usar el estimador Tanh como método alternativo en presencia de atípicos, ya que los datos procesados con este método mantienen una tendencia lineal, a diferencia de lo ocurrido con los mínimos cuadrados. Además, reduce la necesidad de eliminar manualmente algunos datos, y con ello, el eventual sesgo que puede presentarse al aplicar este

procedimiento. Advierte que dicho método robusto funciona adecuadamente para muestras mayores de 5 o 6 datos [5].

5. Marco Teórico

5.1 Muestras no Probabilísticas

Son aquellas muestras donde se desconoce la probabilidad de selección de los datos, no se puede evaluar la precisión en términos probabilísticos y no garantiza la representatividad de las muestras sobre la población [6]. Los datos escogidos dependen de la accesibilidad, criterio personal o intencional del investigador; es importante tener en cuenta este concepto, ya que, al momento de realizar avalúos, no contamos con datos que necesariamente sigan una distribución normal o uniforme; nos vemos sujetos a la disponibilidad del mercado, obteniendo en muchos casos ofertas heterogéneas. Algunos tipos de muestras no probabilísticas podrán ser apreciadas a continuación.

Si bien, existen múltiples métodos de muestreo no probabilístico, solo se explicará el muestreo por conveniencia y el muestreo causal o accidental; ya que, teniendo en cuenta que la búsqueda de ofertas depende significativamente de la disponibilidad de éstas en el período de tiempo en que se quiera realizar el avalúo y de los movimientos del mercado inmobiliario; son las que más se ajustan al desarrollo del trabajo.

5.1.1 Muestreo por Conveniencia

Las muestras son seleccionadas porque son accesibles para el investigador. Es considerada la técnica más común y sencilla, la menos costosa y de menor tiempo.

5.1.2 Muestreo casual o accidental

Los individuos son elegidos de manera casual, sin algún juicio previo. Los investigadores eligen un lugar o un medio, y desde ahí realizan el estudio a los individuos de la población que accidentalmente se encuentren a su disposición [7].

5.2 Estadística Robusta

La Estadística robusta agrupa el conjunto de estimadores y métodos estadísticos aplicados, los cuales no se ven afectados por la existencia de valores atípicos en la muestra, su uso se extiende a todos los ámbitos del análisis estadístico, tales como regresiones, series temporales, análisis multivariante, entre otros [8]. Una de las características de los estimadores robustos es no minimizar la sumatoria de los residuos al cuadrado, sino otra función definida como adecuada; como la función valor absoluto [9]. Por tanto, la estadística

robusta se rige por la Norma de Laplace, donde se establece el siguiente principio: "*La suma absoluta de los residuales es mínimo*"

$$\Sigma|v_i| = Mínimo$$

Se considera un método no paramétrico; es decir, aquellos que pueden ser empleados en muestras que no siguen una distribución normal. Estos son menos potentes que los métodos paramétricos; es decir, aquellos que suponen formas y supuestos funcionales para los datos obtenidos en la muestra, proporcionando características propias del comportamiento de los mismos se basan en los valores de dispersión, moda y simetría, pero son los más adecuados para muestras con un comportamiento no definido [10]. También se conoce con el nombre de estimadores libres de distribución.

El estimador robusto por excelencia es la mediana muestral o valor central que agrupa en si el 50% de los datos de una muestra. Esto debido a que, según la función de influencia definida como el grado en que se ve afectado un estimador por existencia de un atípico, está acotada en la mediana; es decir, si el valor de los datos anómalos crece desmedidamente, no afecta el valor obtenido para la mediana; factor que, si es influyente en la media muestral, ya que, al ser un valor calculado directamente de los datos de la muestra, su resultado variará proporcionalmente con el crecimiento del valor anómalo. Sin embargo; este estimador no es adecuado para datos provenientes de una distribución Normal N (μ, σ^2); ya que la varianza de la mediana muestral tomaría un valor considerablemente mayor al de la media muestral, siendo menos eficiente este estimador para dichos modelos [8]. Sin embargo, la mediana puede dejar de ser un estimador confiable cuando ésta toma valores cercanos a los datos atípicos de la muestra. A continuación, se explican otros métodos de estimación robusta.

5.2.1 Estimadores robustos de Localización

Estos comprenden los métodos de α-Medias Recortadas y α-Winsorizada, estos métodos constituyen una alternativa robusta a la media muestral. En este trabajo se empleará solo el método de α-Winsorizada, el cual consiste en sustituir el porcentaje α de observaciones extremas en cada cola, cambiando el valor obtenido para estas observaciones por el de las observaciones más cercanas; calculando finalmente la media muestral con estos datos. [8].

5.2.2 Estimadores robustos de escala

Estos estimadores constituyen una alternativa robusta a la desviación típica. Uno de estos métodos es la Desviación Absoluta Mediana, definida como la mediana de las desviaciones en valor absoluto respecto a la mediana, la cual se define de la siguiente forma:

$$MAD = Mediana\{|x_i - Me|\}_{i=1}^{n}$$

Es decir, se define como la mediana entre las diferencias obtenidas al restar cada uno de los datos de la muestra con el dato que representa la mediana de la misma. Con el fin de hacer una comparación con la desviación estándar típico, procedemos a estandarizar la Desviación Mediana Absoluta o MAD, con la siguiente fórmula:

$$NMAD = \frac{MAD}{0{,}6745}$$

Donde NMAD es la Desviación Absoluta Mediana estandarizada; y 0,6745 es un factor de escala teórico.

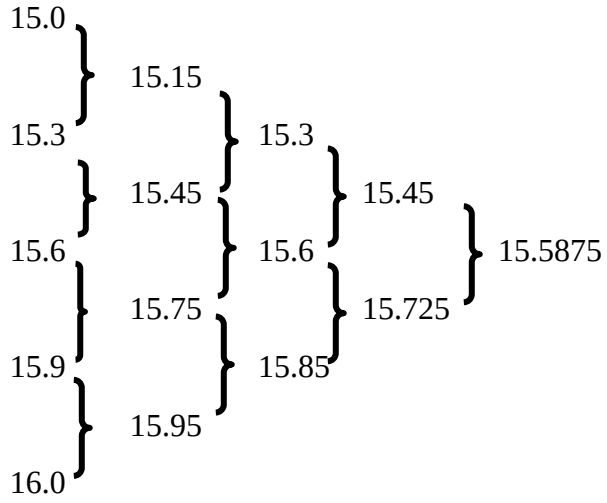
Otro estimador de escala es el rango intercuantílico (RIQ); es decir, la distancia que comprende el 50% central de los valores muestrales. Éste se calcula con la siguiente fórmula:

$$RIQ = Q_{0,75} - Q_{0,25}$$

Donde $Q_{0,75}$ y $Q_{0,25}$ corresponden a aquellos datos que en sí mismos agrupar el 75% y 25% de los datos respectivamente. Estos estimadores tampoco son recomendables si se cuenta con datos que siguen una distribución normal [8].

5.2.3 Media Aritmética Múltiple Excesiva:

Consiste en obtener una serie de medias sucesivas de pares de observaciones consecutivas, a partir de una serie de observaciones en orden creciente. Por ejemplo:



Siendo, por tanto, la media múltiple de esta serie de observaciones x_{mm}=15.5875

5.2.4 Trimedia de Tukey

Fue desarrollado en 1960 por John Tukey. Consiste en calcular un promedio con pesos del primer, segundo y tercer cuartil; es decir, 25%, 50% y 75% respectivamente.

$$x_{tt} = \frac{1}{4}Q_1 + \frac{1}{2}Q_2 + \frac{1}{4}Q_3$$

- Para una serie simple impar, debe tenerse en cuenta lo siguiente:

$$Q_1 = x_{0.25(n+1)}{}^{**}$$
$$Q_2 = x_{0.5(n+1)}{}^{**}$$
$$Q_3 = x_{0.75(n+1)}{}^{**}$$

- Para una serie simple par, debe tenerse en cuenta lo siguiente:

$$Q_1 = x_{0.25(n)}{}^{**}$$
$$Q_2 = \frac{1}{2}(x_{0.5(n)} + x_{0.5(n+1)})^{**}$$
$$Q_3 = x_{0.75(n)}{}^{**}$$

Donde ** indica que debe aproximarse el valor de la operación al entero inferior.

También puede extenderse de una forma general un estimador que use los cuartiles Q_1, Q_2 y Q_3 según la siguiente fórmula:

$$E = \alpha Q_1 + \beta Q_2 + \gamma Q_3$$

Siempre y cuando se cumpla que $\alpha + \beta + \gamma = 1$

5.2.5 Método Danés

Este método fue desarrollado en 1967 por Torben Krarup; éste ha sido aplicado en la geodesia, en el desarrollo de diversos cálculos. El método se desarrolla en base de las siguientes funciones [11]:

$$\boldsymbol{\Sigma}(v_i)^2 = \boldsymbol{Mínima} \qquad \boldsymbol{si\ se\ cumple} \qquad |\boldsymbol{v}| \leq \boldsymbol{K\ x\ \sigma}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{K\,x\,\sigma\,(\,2\,x\,I\,V\,I\ -\ K\,x\,\sigma\,)} = \boldsymbol{Mínima} \qquad \boldsymbol{si\ se\ cumple} \qquad |\boldsymbol{v}|| \geq \boldsymbol{K\ x\ \sigma}$$

Donde K adopta valores de 2 o 3, siendo 3 el más recomendado; K x σ representa la tolerancia de la medición y σ representa la exactitud de la observación o medición obtenida; por lo general, toma el valor de la cantidad de mediciones disponibles en la muestra. Es un proceso iterativo con su sistema de pesos, que toma en cuenta las siguientes condiciones:

- Si los residuales $|v| \leq$ K x σ les corresponde un peso P = 1
- Si los residuales $|v| \geq$ K x σ les corresponde un peso dado por la expresión siguiente:

$$P = e^{-\frac{V^2}{(K\,x\,\sigma)^2}}$$

Donde:

- P = peso de los valores
- e = constante de Euler
- K= constante que puede adoptar el valor de 2 o 3
- σ = exactitud adoptada para el grupo de mediciones

Ya que el proceso es iterativo, se debe tener en cuenta que en la primera iteración se calculará la media de la forma tradicional, es decir:

$$x_{ma} = \frac{\Sigma\ x_i}{\mathrm{n}}$$

En las siguientes iteraciones, hasta que se estabilice los valores de los pesos para cada una de las observaciones, la media se calculará de la siguiente forma:

$$x_{ma} = \frac{\Sigma\,(p_i * x_i)}{\Sigma\,p_i}$$

5.3 Pruebas para los métodos de estimación Robusta

Si bien, existen numerosas pruebas para evaluar la veracidad de los resultados obtenidos con los métodos de estimación robusta tales como la de Kruskall Wallis, Wilcoxon, rachas y signos; teniendo en cuenta que la mayoría de los métodos exigen la existencia de dos o más muestras poblacionales aleatorias, se empleará para este trabajo solamente la prueba de signos, ya que ésta es la única que puede adaptarse a una sola muestra poblacional, en base a la mediana.

La prueba de signos es una prueba no paramétrica que utiliza signos positivos y negativos, probando diferentes aseveraciones en cuanto a datos muestrales apareados, datos nominales o acerca de la mediana de una sola población. Requiere que los datos muestrales sean seleccionados aleatoriamente, y no se requiere que éstos provengan de una distribución normal. Esta prueba tiene el mismo peso que prueba t en la pruebas paramétricas. Para este trabajo, se hará énfasis en la aplicación de esta prueba en la mediana de una población.

Las reglas que rigen esta prueba son las siguientes:

- x corresponde al número de veces que ocurre el signo menos frecuente
- n corresponde al número total de signos positivos y negativos combinados

El estadístico de prueba se establece con las siguientes reglas [12]:

- Para $n \leq 25$: se tomará como estadístico de la prueba a x
- Para $n > 25$: se tomará como estadístico de la prueba un valor z, calculado de la siguiente forma:

$$z = \frac{(\mathrm{x} + 0.5) - \left(\frac{n}{2}\right)}{\frac{\sqrt{n}}{2}}$$

Los valores críticos para ambos casos se evaluarán de acuerdo a lo establecido en las tablas para esta prueba, las cuales podrán ser observadas en los anexos *(Ver anexos 1 al 3)*.

Según Hines y Montgomery [13], la prueba de signo también puede ser evaluada mediante una distribución binomial. Se debe considerar la siguiente prueba de hipótesis:

$$h_o: \tilde{\mu} = \widetilde{\mu_0}$$

$$h_1: \tilde{\mu} \neq \widetilde{\mu_0}$$

El objetivo es determinar si la media corresponde a la mediana, igual como ocurre en una distribución normal. Se empleará una nueva variable denominada R^+ en los casos donde $x_i - \widetilde{\mu_0}$ arroja valores positivos y R^- en los casos donde $x_i - \widetilde{\mu_0}$ arroja valores negativos. Por tanto,

$$R = \min(R^+, R^-)$$

R tiene una distribución binomial con parámetros n y p = 0.05, sus valores estarán determinados por su respectiva tabla, la cual podrá ser observada en los anexos. Siendo R_α^* el valor crítico de R, de acuerdo con los parámetros nombrados anteriormente; el criterio de evaluación es siguiente:

- $R < R_\alpha^*$: Rechaza h_o
- $R > R_\alpha^*$: No Rechaza h_o

Adicional, puede calcularse el valor crítico empleando la siguiente fórmula:

$$P(R \leq \ R_O) = \sum_{r=0}^{R_0} \binom{n}{r} (0.5)^r \, (0.5)^{n-r}$$

Donde:

- R_O = corresponde a R mínimo entre R^+ y R^-
- n = total de observaciones
- $r \in \mathbb{N}[0, R_O]$

El criterio de evaluación, para $\hat{p} = 0.05$ es el siguiente:

- $\hat{p} > p$: Rechaza h_o
- $\hat{p} < p$: No Rechaza h_o

En este libro, también se plantea una adaptación de la prueba de Wilcoxon con rangos de signo. Para esta prueba se asume que la población de interés es continua y simétrica. Para este caso se calculan las diferencias absolutas $|x_i - \widetilde{\mu_0}\,|$, se ordenan de forma ascendente y se asignan rangos a los signos de sus diferencias correspondientes. Para este caso, R^+ corresponderá a la suma de los rangos positivos y R^- a la suma de los rangos negativos. Los criterios de evaluación del parámetro con n y α = 0.05 son los mismos que se plantearon para R en la prueba de signo, en el caso es que se aplique esta prueba para dos lados.

Para pruebas de un lado, varía dependiendo de la hipótesis alternativa, es decir:

- h_o sigue siendo la planteada para la Prueba de Signo
- Si $h_1 = \mu > \mu_0$, se rechaza h_o si $R^- < R_\alpha^*$
- Si $h_1 = \mu < \mu_0$, se rechaza h_o si $R^+ < R_\alpha^*$

El nivel de significancia para las pruebas de un lado es la mitad de nivel anunciado en la tabla correspondiente a la prueba, la cual podrá ser observada en los anexos *(ver anexo 4)*.

6. Marco Normativo

6.1 Normas IVS (International Valuation Standards)

Esta normativa regula la actividad valuatoria a nivel internacional y es expedida por el Consejo de Normas Internacionales de valuación (IVSC por sus siglas en inglés); la cual opera como una Organización No Gubernamental (ONG), miembro de las naciones unidas. Dicha organización fue fundada a finales de los años 70 y ha cambiado su nombre tres veces debido a la integración de nuevos países y organizaciones; su sede se ubica en Londres y cuenta con más de 60 organizaciones de más de 50 países. Los objetivos del IVSC son los siguientes: fortalecer y ser vocero de la profesión valuatoria en el mundo; desarrollar normas internacionales de calidad, además de velar por su adopción; y servir de puente entre las organizaciones miembros de éste.

Las normas IVS tienen como objetivo servir de parámetro o guía profesional para los valuadores a nivel mundial, ya que emplea un leguaje estandarizado y unificado que facilita las transacciones entre países, siendo cada vez más viable el mercado internacional de bienes; además, busca responder a las exigencias de los mercados de los diferentes tipos de bienes con el fin de obtener valuaciones confiables y promueve la transparencia en la elaboración de dichos informes, teniendo en cuenta que éstos servirán como soporte para diferentes actividades, estados financieros, negociaciones y decisiones [14].

En la actualización del año 2017, se puede observar una introducción inicial a las normas IVS. Incluye un glosario con algunos términos incluidos en la norma, aunque se espera que el valuador tenga conocimiento de éstos; entre ellos, encontramos el término de *"activo"* a aquellos bienes que pueden ser objeto de un encargo de valuación y *"sujeto o activo sujeto"* se refiere al bien al que se aplicó el avalúo.

Hace un recorrido conceptual breve donde se resalta la importancia de seguir lo establecido en la normativa en cualquier declaración de valuación; éstas se pueden aplicar tanto para los bienes que, desde el punto de vista contable, conocemos como activos y pasivos. Además, se recuerda la importancia del profesionalismo y preparación de quien realiza y revisa el avalúo; resalta la importancia de la objetividad del mismo y hace claridad sobre las *"desviaciones"* o aquellos casos en que no pueda seguirse a cabalidad algún precepto de la norma debido a requisitos legislativos, reglamentarios o de autoridad de cada país u organización.

También dicta disposiciones sobre el alcance del trabajo, investigaciones y cumplimiento, aspectos generales y detallados de los informes de valuación, bases y premisas de valor (entre ellas la de Mayor y Mejor Uso), enfoques y métodos de valuación; disposiciones para los activos de las empresas, activos intangibles, instalaciones y equipo, derechos inmobiliarios e inmuebles en desarrollo [15].

6.2 Normativa Brasileña para avalúos- IBAPE

El IBAPE (Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia), fundado en 1957, es una entidad federada nacional dedicada al desarrollo de acciones que fortalezcan las actividades de aquellos ingenieros y arquitectos que se desempeñen en el campo de los avalúos de bienes y en el peritaje. Esta institución tiene influencia tanto en el sector público como en el privado, mantiene relación con la UPAV (Unión Panamericana de Asociaciones de Valuación y el IVSC, participando en acciones para la consolidación, a nivel continental y mundial, de los conceptos y procedimientos que deben tenerse en cuenta en la elaboración de trabajos de valuación. A nivel nacional, integra el Consejo Federal de Ingeniería y Agronomía y participa en la academia universitaria a nivel de postgrado, al desarrollar un programa que permite la certificación profesional en el tema de los avalúos [16].

Al realizar una revisión rápida de las normas y estudios técnicos elaborados por este instituto, disponibles en su biblioteca web, puede encontrarse, entre otros documentos:

- Reglamentación para avalúos en garantías bancarias, aplicando y abarcando conceptos y técnicas generales sobre el ciclo de vida del bien en garantía, bases de valor y valor de liquidación forzada.
- Código de conducta para la valoración del desequilibrio económico-financiero de un contrato en obras de ingeniería; además de directrices para evaluar el equilibrio económico-financiero contractual, proporcionando un tratamiento correspondiente al de un bien intangible y económico
- Cartillas donde se expone la importancia de la inspección predial en la prevención y atención eficaz a incendios; ya que resalta que al hacerlo, es posible ejercer monitoreo y control sobre el mantenimiento y gestión del sistema al propietario; identificando fallas, situaciones críticas y todos aquellos ajustes y reparaciones que deben realizarse para prevenir accidentes.
- Fundamentos de los factores de homogeneización que aplicamos en el cálculo del valor m2 del terreno por medio del método de enfoque de mercado para inmuebles NPH
- Normas para avalúos de diferentes tipos de bienes e inmuebles urbanos, normas de inspección ambiental inmobiliaria, normas básicas de peritaje, tasas de rendimiento del mercado inmobiliario; estudio de vidas útiles para maquinaria y equipo [17].

6.3 Normas Técnicas Sectoriales de Avalúos- ICONTEC

El Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC) es el organismo nacional encargado de liderar el proceso de normalización técnica en Colombia. En este proceso, delegó a cada sector la responsabilidad de elaborar las normas técnicas que requiera y determine sus necesidades, esto lo regula mediante las Unidades Sectoriales de Normalización (USN). Éstas son estructuras que operan administrativamente de manera

independiente del ICONTEC; aunque están bajo su vigilancia y supervisión, con el fin de velar por el cumplimiento de las exigencias y procedimientos de proceso normativo.

En el 2006 el Registro Nacional de Avaluadores (RNA), bajo el aval del Ministerio de Comercio, Industria y Turismo fue autorizado por el ICONTEC para conformar la Unidad Sectorial de Normalización en Valuación y Servicios en Avalúos (USN AVSA). Teniendo en cuenta la aceptación e ingreso del RNA como una de las organizaciones participantes en el IVSC desde el 2002, se entiende su papel como entidad llamada a la adaptación de las normas IVS para el país. Mediante un plan de trabajo, la USN AVSA realizó una clasificación de los documentos normativos que debían ser elaborados (para ello, trabajó con la norma IVS 2005, ya que era la norma vigente en el momento de inicio de operaciones la USN AVSA) [18].

- **NTS¬S:** Documento relacionado a las secciones de IVS correspondientes a la norma IVS 01-Valor de mercado, IVS 02-Valores distintos del valor de mercado e IVS 03-Informes de valuación
- **NTS A:** Documento relacionado con las secciones de IVS correspondientes a aplicaciones IVA 01-Valuación para fines de estados financieros o IVA 02-Valuación para concesión de préstamos.
- **GTS G:** Documento normativo tipo Guía (orientativo, sin requisitos de obligatorio cumplimiento), relacionado con las secciones generales de las IVS, como Conceptos y Principios Generales o clasificación de los diferentes tipos de bienes.
- **GTS E:** Documento normativo tipo Guía, relacionado con guías complementarias de las IVS [18].

Los anteriores documentos están basados estrictamente en las normas IVS; sin embargo, ante la necesidad de adaptar las disposiciones establecidas en las normas IVS al contexto colombiano, se elaboraron los siguientes documentos:

- **NTS¬M:** Relacionado con la metodología valuatoria aplicable de manera específica a un tipo de bienes (inmuebles, maquinaria y equipo, vehículos, intangibles, entre otros); de acuerdo con las necesidades particulares de Colombia.
- **NTS¬I:** Relacionado con la elaboración y contenido de los informes para un tipo de bienes
- **NTS¬C:** Relacionado con los requerimientos de formación y conocimiento asociados a la valuación de los diferentes tipos de bienes [18].

Durante el proceso de elaboración de las NTS, se conformaron diferentes equipos de trabajo o comités especializados en diferentes temáticas:

- **Comité 222:** Aborda temas generales y transversales de la actividad valuatoria, por ejemplo: Conceptos y principios generales, definiciones de valor de mercados y de

los valores distintos a éste, valuación con fines de operaciones crédito o la valuación con fines de reportes financieros; además del código de conducta.

- **Comité 221:** Se encarga de todo lo relacionado con valuación de bienes intangibles (marcas, patentes, derechos, entre otros). Debe elaborar los documentos de metodología, contenido de informes, requisitos del valuador y revisar las guías relacionadas con este tipo de bienes
- **Comité 223:** Este comité se encarga de lo relacionado con la valuación de bienes muebles (maquinaria y equipo, vehículos, aeronaves, muebles y equipos de oficina). Debe realizar las mismas funciones que el comité 221, pero respecto a los bienes muebles.
- **Comité 224:** Trabaja lo relacionado con la valuación de bienes inmuebles (inmuebles urbanos, inmuebles rurales, patrimonio arquitectónico, entre otros). Debe realizar las mismas funciones que el comité 221, pero respecto a los bienes inmuebles [18].

En la siguiente imagen se puede apreciar un compendio de los diferentes documentos elaborados por la USN AVSA en sus diferentes comités, y que conforman las normas técnicas sectoriales en avalúos vigentes en Colombia:

NTSS 01 "Bases para la determinación del Valor de Mercado (Corresponde a IVS 1)			NTSS 03 "Contenido de Informes de Valuación (Corresponde a IVS 3)	NTSS 04 "Código de Conducta del Valuador" (Corresponde al Código de Conducta IVS)	GTS G 01 "Introducción a las Normas Internacionales de Valuación" (Corresponde a la Introducción del IVS)
NTSS 02 "Bases para la determinación de valores distintos al Valor de Mercado" (Corresponde a IVS 2)					GTS G 02 "Conceptos y Principios Generales de Valuación" (Corresponde a la sección de Principios Generales de IVS)
NTSA 01 "Valuación para la Elaboración de Estados de Financieros" (Corresponde a IVA 1)	NTSA 02 "Valuación para la Concesión de Préstamos" (Corresponde a IVA 2)	NTS A 03 "Valuación de activos del sector público (Correspondе a IVA 3)			GTS G 03 "Tipos de bienes" (Corresponde a la sección tipos de bienes de IVS)
NTSM 01 "Valuación de inmuebles urbanos"			NTS I 01 "Contenido de informe de valuación de bienes inmuebles urbanos"	NTS C 01 "Requisitos del valuador de inmuebles urbanos"	GTS E 01 "Valuación de bienes Inmuebles" (Corresponde a la GN1)
NTSM 02 "Valuación de inmuebles rurales			NTS I 02 "Contenido de informe de valuación de bienes inmuebles rurales"	NTS C 02 "Contenido de informe de valuación de bienes inmuebles rurales"	GTS E 01 "Valuación de bienes rurales" (Corresponde a la GN10)
NTSM 03 "Valuación de derechos de arrendamiento"			NTS I 03 "Contenido de informe de valuación de derechos de arrendamiento"	NTS C 03 "Requisitos del valuador de derechos de arrendamiento"	GTS E 02 "Valuación de derechos de arrendamiento" (Corresponde a las GN2)
NTSM 04 "Valuación de maquinaria, planta y equipo"			NTS I 04 "Contenido de informes de valuación de marquinaria, planta y equipo"	NTS C 04 "Requisitos del valuador de maquinaria, planta y equipo"	GTS E 03 "Valuación de maquinaria, planta y equipo" (Corresponde a la GN3)
NTSM 05 "Valuación de activos intangibles"			NTS I 05 "Contenido de informes de valuación de activos intangibles"	NTS C 05 "Requisitos del valuador de activos intangibles"	GTS E 04 "Valuación de activos intangibles" (Corresponde a las GN4)
NTSM 06 "Valuación de bienes muebles			NTS I 06 "Contenido de informe de valuación de bienes muebles"	NTS C 06 "Requisitos del valuador de bienes muebles"	GTS E 05 "Valuación de bienes muebles" (Corresponde a la GN5)
NTSM 07 "Valuación de empresas"			NTS I 07 "Contenido de informe de valuación de empresas"	NTS C 07 "Requisitos del valuador de empresas	GTS E 06 "Valuación de empresas" (Corresponde a la GN6)
NTSM 15 "Valuación de propiedades históricas			NTS I 15 "Contenido de informe de valuación de propiedades históricas	NTS C 15 "Requisitos del valuador de propiedades históricas"	GTS E 14 "Guías de valuación de propiedades históricas" (Corresponde a las GN15)

Ilustración 1 Compendio Normas Técnicas Sectoriales para Avalúos en Colombia. Fuente: Revista Más Valor [18]

6.4 Resolución 620 de 2008

Esta resolución expedida por el IGAC establece los procedimientos para la elaboración de avalúos. Define los métodos de comparación o de mercado, capitalización de rentas o ingresos, costo de reposición y residual. Se establecen las etapas para la elaboración de los avalúos, para la identificación física del predio, aspectos a tener en cuenta para la identificación legal del mismo.

Se respalda la realización de encuestas como apoyo al proceso valuatorio, no como determinantes del avalúo; el entrevistador debe contar con información precisa sobre los aspectos positivos y negativos del bien investigado, conocer la norma urbanística del inmueble. En el caso de terrenos sin construir o en desarrollo, se debe proporcionar los cálculos previos realizados de la potencialidad urbanística y de desarrollo del predio. La encuesta se realizará cuando el perito no haya podido obtener datos (ofertas o transacciones recientes), o cuando dude de los resultados obtenidos. En el caso en que el predio cuente con características diferentes dentro de él, la encuesta debe hacerse separadamente para cada una, y no promediar sus valores. Los valores obtenidos por encuesta no podrán ser incluidos como parte del precio y no podrán incluirse o promediarse con los valores encontrados en el mercado; lo cual aplica tanto para avalúos puntuales como masivos. En el caso en que no haya disponibles ofertas de venta, arriendo, ni transacciones de bienes comparables al del objeto de estimación; se debe dejar constancia bajo gravedad de juramento las razones por las que se usó esta técnica, en el informe del avalúo.

El **método de Comparación o de mercado** busca establecer el valor comercial del bien mediante el estudio de ofertas recientes de bienes semejantes y comparables al objeto de avalúo. El objetivo es analizar e interpretar dichas ofertas para la estimación del valor comercial. En este método es necesario mencionar de forma clara el medio del cual se obtuvo la información y la fecha de publicación, además de proporcionar información adicional que permita su identificación posterior.

Para inmuebles NPH, debe analizarse independientemente el valor de terreno y de construcción, con sus respectivas áreas y valores unitarios; verificando que los datos obtenidos para áreas de terreno y construcción sean coherentes. Para inmuebles PH se debe presentar el valor por m2 de área privada de construcción. En la medida de lo posible, deben tomarse fotografías de los predios en oferta o de los que se ha obtenido datos de transacción para facilitar su análisis, verificación y confrontación, antes de ser usados en los cálculos estadísticos. La resolución recomienda trabajar con medidas de tendencia central, siendo la más utilizada la media aritmética; además de usar indicadores de dispersión tales como la varianza y el coeficiente de variación.

Cuando el coeficiente de variación sea inferior a ± 7.5%, el valor obtenido en la media será considerado el más probable valor asignable al bien; por el contrario, si el coeficiente de variación supera dicho valor no es conveniente usar la media obtenida y es necesario reforzar

el número de puntos de investigación con el fin de mejorar la representatividad de la media. También podrá calcularse el coeficiente de asimetría para identificar hacia dónde se desplaza la información, pero este valor no puede superar al encontrado en las medidas de dispersión.

Cuando se desee calcular el valor de la construcción mediante un sistema de ajuste de regresión, será necesario realizar el ajuste para mínimo tres ecuaciones, escogiendo la más representativa del mercado. Para lotes de forma irregular, debe ajustarse el valor para el bien objeto de valoración utilizando fórmulas o sistemas adecuados como los indicados por la resolución en su capítulo correspondiente.

El **método de capitalización de rentas o ingresos** busca establecer el valor comercial de un bien a partir de las rentas o ingresos que se puedan obtener de éste o de inmuebles semejantes y comparables por características físicas, uso y ubicación; trae al presente la suma de probables ingresos o rentas generadas durante la vida remanente del bien, con una tasa de capitalización o interés.

El **método de costo de reposición** consiste en estimar el costo total de la construcción a precios actuales, un bien semejante al del objeto de avalúo, restar la depreciación acumulada y adicionar el valor correspondiente al terreno; esto con el fin de obtener el valor comercial del inmueble. Esto puede observarse en la siguiente fórmula:

$$V_C = \{C_t - D\} + V_t$$

Donde:

- V_C es el valor comercial
- C_t es el costo total de la construcción
- D es la depreciación
- V_t es el valor del terreno

Se entiende por depreciación como “Aquella porción de la vida útil que en términos económicos debe descontarse al inmueble por el tiempo de uso, cada vez que se deba evaluar la vida remanente del bien”.

Existen varios métodos de depreciación, siendo el más conocido el lineal, el cual debe aplicarse para el caso de maquinarias adheridas al inmueble. Para la depreciación de construcciones deben emplearse modelos continuos, un sistema que tenga en cuenta la edad y el estado de conservación. La Resolución recomienda el método de Fitto y Corvini.

Cabe resaltar que para el método del Costo de Reposición se debe tener en cuenta por costo total de la construcción la suma de los costos directos, indirectos, financieros y de gerencia del proyecto en que debe incurrirse para la realización de la obra; al costo definido como total se debe aplicar la depreciación. Este método puede ser aplicado en bienes objeto de

avalúo donde no existan bienes comparables por su naturaleza (colegios, hospitales, estadios), por inexistencia de datos de mercado y sólo en inmuebles NPH.

El **método o técnica residual**, busca establecer el valor del bien, a partir del monto total de las ventas de un proyecto de construcción, acorde con la reglamentación urbanística vigente y el mercado del bien final vendible, en el terreno objeto de avalúo. Para encontrar dicho valor, se debe descontar al monto total de las ventas proyectadas, los costos totales y la utilidad esperada del proyecto constructivo; es importante evaluar la factibilidad técnica, jurídica y comercial del proyecto. Éste se rige por el principio de mayor y mejor uso, según el cual "El valor de un inmueble susceptible de ser dedicado a diferentes usos será el que resulte de destinarlo, dentro de las posibilidades legales y económicamente más rentable, o si es susceptible de ser construido con distintas intensidades edificatoria, será el que resulte de construirlo, dentro de las posibilidades legales y físicas, con la combinación de intensidades que permita obtener la mayor rentabilidad, según las condiciones de mercado".

Para el cálculo de ventas totales, se debe realizar un estudio de mercado con ofertas de inmuebles comparables y semejantes al proyecto planteado; teniendo en cuenta características de área, valores de renta, elementos del proyecto y otros elementos que se tengan.

El costo de total corresponde a la suma del costo de urbanismo asociado al proyecto y el costo de la construcción siendo este la suma de los costos directos, costos indirectos, financieros y de gerencia del proyecto; esto de acuerdo a los volúmenes y unidades requeridas para el proyecto planteado. Entiéndase por costo urbanístico la suma de los costos para habilitar el suelo a usos específicos e incluye las cargas correspondientes a su desarrollo.

La utilidad esperada debe concordar con los usos y la estratificación, ubicación espacial, especificaciones del tipo de proyecto planteado; debe tener en cuenta las condiciones de renta fija presentes en el momento del cálculo, la tasa interna de retorno y un valor presente del proyecto sea como mínimo igual a cero.

De esta técnica se obtiene el valor total del inmueble. Si se desea discriminar el valor de terreno y de construcción por separado, se debe calcular el valor de la construcción por el método de reposición. La diferencia de éste y el valor total permite obtener el valor del terreno.

Para estimar el precio de un terreno en bruto, cuando no se pueda estimar directamente por condiciones del mercado, se calcula partiendo del valor del terreno urbanizado y se aplicará la siguiente fórmula:

$$VTB = \%AU * \left\{\frac{VTU}{1+g} - CU\right\}$$

Donde:

- *%AU* es el porcentaje de área útil o el resultado de dividir el área útil de cada predio por el área total de cada precio o predios sujetos a plan parcial
- *VTU* es el Valor de terreno Urbanizado
- *g* es la ganancia por la acción a urbanizar
- *CU* son los Costos de Urbanismo (incluye costos financieros y de obra)

Dicha Resolución también contempla algunos procedimientos específicos al momento de calcular avalúos para bienes sometidos a régimen PH y NPH, para determinar si un inmueble o grupo de inmuebles tienen el carácter de vivienda de interés social, cálculos de compensación por afectación a causa de una obra pública, determinar el valor del suelo de bienes inmuebles de interés cultural, valoración de predios en áreas de renovación o expansión urbana; cálculo del efecto de plusvalía debido a la incorporación del suelo rural al de expansión urbana, clasificación de parte del suelo rural como suburbano, por cambio de uso, resultado del mayor aprovechamiento del suelo. Determina otras disposiciones en relación a avalúos en áreas de cesión y en zonas rurales; respecto a la revisión e impugnación de avalúos, además de las fórmulas estadísticas a aplicar en los diferentes métodos para el cálculo de los avalúos [19].

7 Marco Espacial-UPZ 45 Carvajal

7.1 Descripción Geográfica y Física

La UPZ 45 Carvajal está localizada en la localidad 8° de Kennedy, siendo la segunda UPZ con mayor extensión y la tercera en densidad poblacional dentro de la localidad; colinda con 4 UPZ pertenecientes a 4 localidades distintas: Kennedy, Ciudad Bolívar, Tunjuelito y Puente Aranda. Cuenta con una extensión de 439 há, constituyendo un 11.37% de la localidad de Kennedy; presenta una topografía plana en la totalidad de la superficie, una temperatura promedio de 16,3 °C y una precipitación media de 1479 mm [20].

Limita al norte con la Avenida Primera de Mayo (AC 26 Sur), que la separa de las UPZ Américas y Kennedy Central; al sur con la Avenida Ciudad de Quito y la Autopista Sur, que la separa de la UPZ Venecia; al oriente con la Avenida del Congreso Eucarístico (Av Kr 68) y la UPZ Muzú; y al occidente con la Avenida del Ferrocarril del Sur (Tv 68 J), la Avenida del Poporo Quimbaya (Calle 40 Sur) que la separa de la UPZ Timiza, y con el Río Tunjuelito que forma el límite de la UPZ Arborizadora Alta [21].

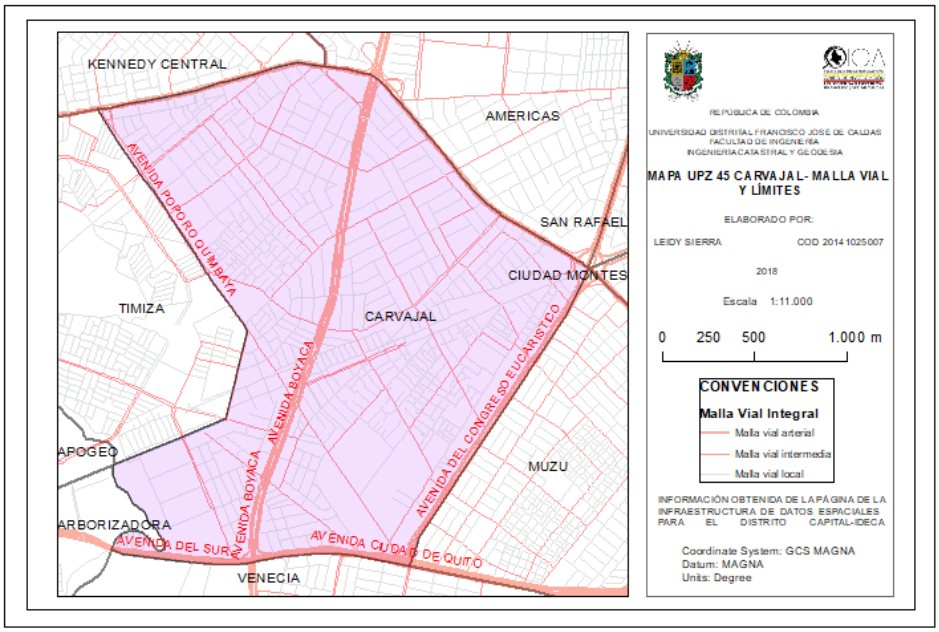


Ilustración 2 Límites de la UPZ 45- Carvajal. Fuente: Propia

7.2 Barrios Catastrales y Comunes

Carvajal está conformada por 9 barrios catastrales: Timiza, Provivienda Occidental, Provivienda, La Campiña, Nueva York, Alquería La Fragua Norte, Guadalupe, Las Delicias, Alquería La Fragua; a su vez, éstos se subdividen en 55 desarrollos urbanísticos registrados en la Secretaría Distrital de Planeación. [21]

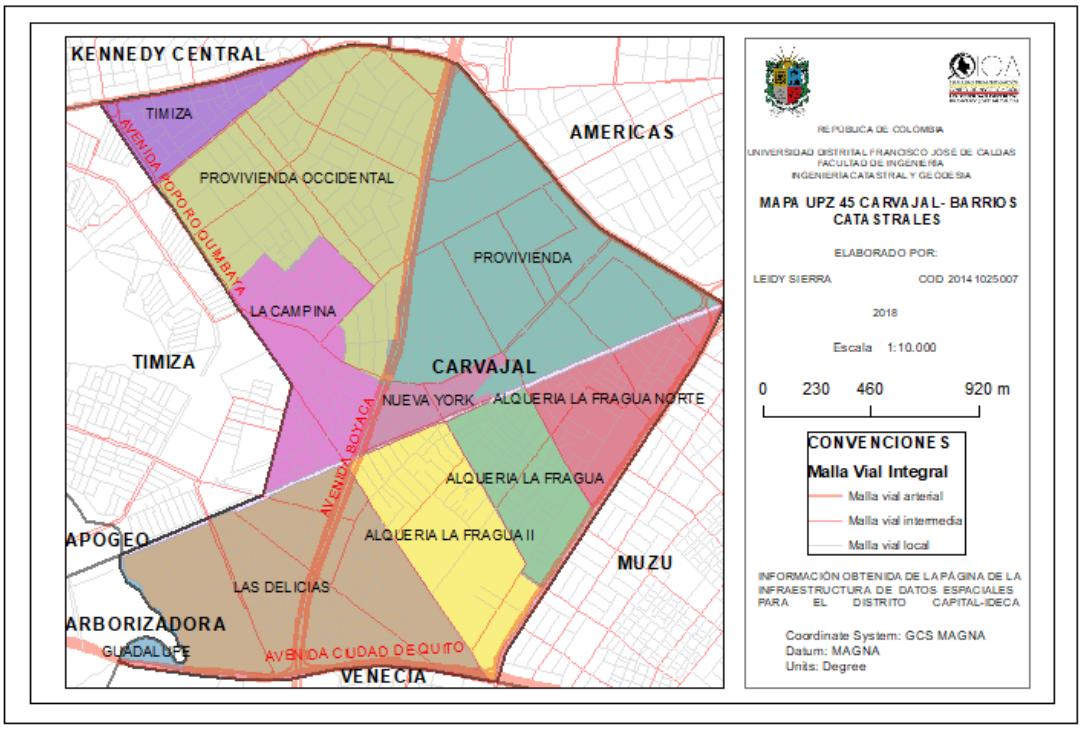


Ilustración 3 Barrios Catastrales UPZ 45 Carvajal. Fuente: Propia

Adicional, está conformada por 551 manzanas catastrales según la Secretaria de Planeación; 63 zonas verdes distribuidas por todo su territorio, en términos generales estos parques se clasifican como vecinales y de bolsillo. También cuenta con 39 barrios comunes según la última actualización en 2016 de la información geográfica de barrios comunes suministrada por la Infraestructura de Datos Espaciales del Distrito Capital (IDECA). De éstos, 18 barrios se encuentran legalizados y 21 sin legalizar; tal como se puede apreciar en la tabla:

BARRIOS DE LA UPZ 45- CARVAJAL			
ID	NOMBRE	CÓDIGO	ESTADO
1	Guadalupe	80130	Legalizado
2	S.C Delicias	80238	Sin legalizar
3	Urb. Industrial Las Delicias	80286	Sin legalizar
4	Tundama II Etapa	80284	Sin legalizar
5	Las Delicias	80169	Legalizado
6	San Andrés II Sector	80254	Sin legalizar

7	San Andrés	80253	Sin legalizar
8	Rincón de San Andrés	80235	Sin legalizar
9	La Chucua	80147	Legalizado
10	El Progreso I Sector	80104	Sin legalizar
11	El Progreso II sector	80106	Legalizado
12	Villa Nueva	80323	Legalizado
13	El Progreso II	80105	Legalizado
14	Talavera	80273	Sin legalizar
15	Alqueria la Fragua	80007	Legalizado
16	Alqueria la Fragua Santa Yolanda	80008	Legalizado
17	El Progreso	80103	Legalizado
18	Valencia La Chucua	80289	Legalizado
19	Bombay	80031	Sin legalizar
20	Nueva York	80206	Legalizado
21	Nueva York II	80207	legalizado
22	Alqueria de la Fragua	80005	Legalizado
23	Salvador Allende	80252	Legalizado
24	Alquería de la Fragua Urb. Sinaloa	80006	Sin legalizar
25	Las Torres	80177	Legalizado
26	Floralia II Sector	80126	Sin legalizar
27	Floralia I Sector	80125	Sin legalizar
28	El Pénsil	80098	Legalizado
29	Milenta	80190	Sin legalizar
30	Argelia	80335	Legalizado
31	Carimagua I Sector	80040	Sin legalizar
32	Carvajal	80041	Sin legalizar
33	Carvajal II	80336	Sin legalizar
34	El Triángulo	80116	Legalizado
35	Urb. Los Cristales- Urb. La Rebeca	80035	Sin legalizar
36	Lucerna	80183	Sin legalizar
37	Multifamiliares Carimagua	80197	Sin legalizar
38	Kennedy Supermanzana 6 A	80143	Sin legalizar
39	Kennedy Supermanzana 6 B	80144	Sin legalizar

Tabla 1 Barrios Comunes UPZ 45 Carvajal

7.3 Sistema de Equipamientos Urbanos

De acuerdo con la información recolectada por la Secretaría Distrital de Planeación en el año 2010, Carvajal cuenta con algunos dotacionales de escalas metropolitana, urbana y zonal. Estos equipamientos ocasionan diferentes impactos en su contexto inmediato por la aparición de actividades complementarias en zonas residencias, congestión vehicular, invasión de espacio público, etc.

En cuanto a equipamientos de educación, la UPZ cuenta con 73 establecimientos educativos de educación entre jardines infantiles, colegios de primaria y bachillerato. De estos, 11 instituciones son públicas y 62 son privadas; algunas de estas instituciones pueden haber dejado de funcionar, teniendo en cuenta la fecha de la última actualización del documento.

En lo relacionado con la salud, existen cuatro UPA, dos de ellas integradas en servicios al Hospital del Sur y un CAA, como empresa no oficial en el sector de Alquería de la Fragua. En lo relacionado con cultura, Carvajal cuenta con 11 Juntas de Acción Comunal y algunos biblioparques en barrios como Lucerna. Adicional a esto, la UPZ cuenta con instituciones que ofrecen servicios funerarios e Iglesias [21]

7.4 Vías de Acceso

La malla arterial que rodea y conforma la UPZ favorece la accesibilidad a todas las zonas de la ciudad. Los ejes de la Malla Vial Arterial en la UPZ son la Av Primera de Mayo, Av Boyacá, Av. Ferrocarril del Sur, Autopista Sur, Av Poporo Quimbaya y Av Congreso Eucarístico. En cuanto a la malla vial local, ésta se distribuye por toda la UPZ conectando a los diferentes barrios con las avenidas principales; y por ende, con el resto de la ciudad.

7.5 Usos del Suelo

De acuerdo con la información de Catastro Distrital, existen grandes áreas de vivienda en los sectores de Carimagua, La Chucua, Las Delicias, los desarrollos legalizados de Nueva York y las Torres, además de gran parte de Alquería La Fragua. Sobre los ejes viales principales de la UPZ existe gran variedad de comercio. Sobre la Avenida 68 en el sector de Alquería La Fragua y sobre la Autopista Sur en el área de Las Delicias se encuentran varias industrias. En la Zona de Carvajal perteneciente a la centralidad de Américas se combina el comercio con industrias y pequeña y mediana empresa.

En el área de las Delicias y en la zona perteneciente al sector normativo 6, se concentra el uso industrial neto. En los demás sectores se combina la vivienda en mayor o menor proporción con usos de comercio, servicios, industria y bodegas, de diferentes escalas [21].

7.6 Densificación y Estratificación

La densidad poblacional de la UPZ es de 226 habitantes por há, presentando una densidad media dentro de la localidad. En cuanto a la estratificación, se presentan los estratos 2 y 3.

La zona de Alquería La Fragua, Los Desarrollos de Guadalupe y Las Torres se encuentran en estrato 2; correspondiente al 31% de la población.

El estrato 3 representa el 66% de la población, y se encuentra localizado en barrios como Carvajal, Floralia, Las Delicias, Carimagua, La Chucua y el Desarrollo Nueva York, entre otros [21].

8 Metodología

8.1 Descripción general

Con ayuda del siguiente esquema, se expondrá de forma general cada uno de los pasos seguidos en el desarrollo del proyecto.

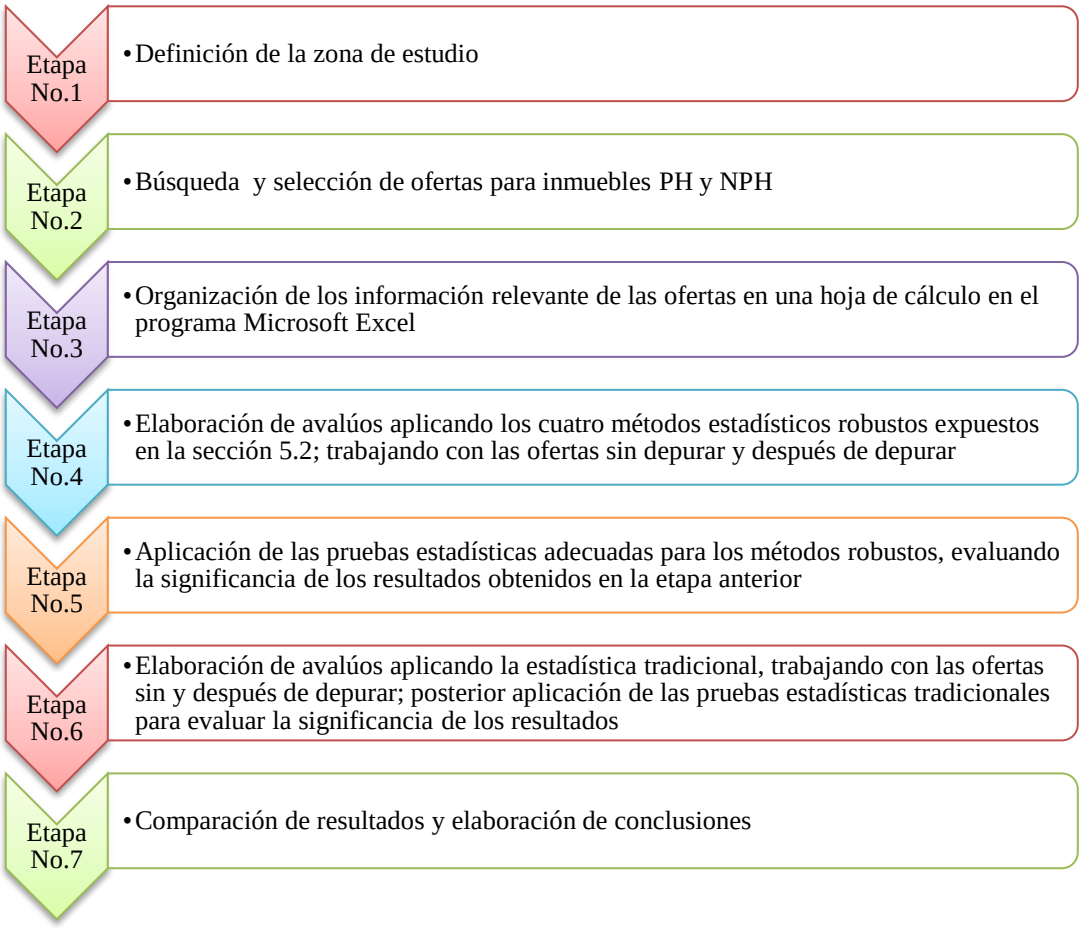


Ilustración 4 Esquema Metodológico del proyecto. Fuente: Propia

Como se explicó en los capítulos iniciales, la zona de estudio escogida es la UPZ 45 Carvajal; se tomaron 25 ofertas para inmuebles PH y NPH, algunas recolectadas en campo y otras tomadas en páginas web de anuncios de compra y venta de casas (FincaRaíz, MetroCuadrado, Olx, MiTula), los datos de las ofertas pueden observarse en los anexos 5 y 6.

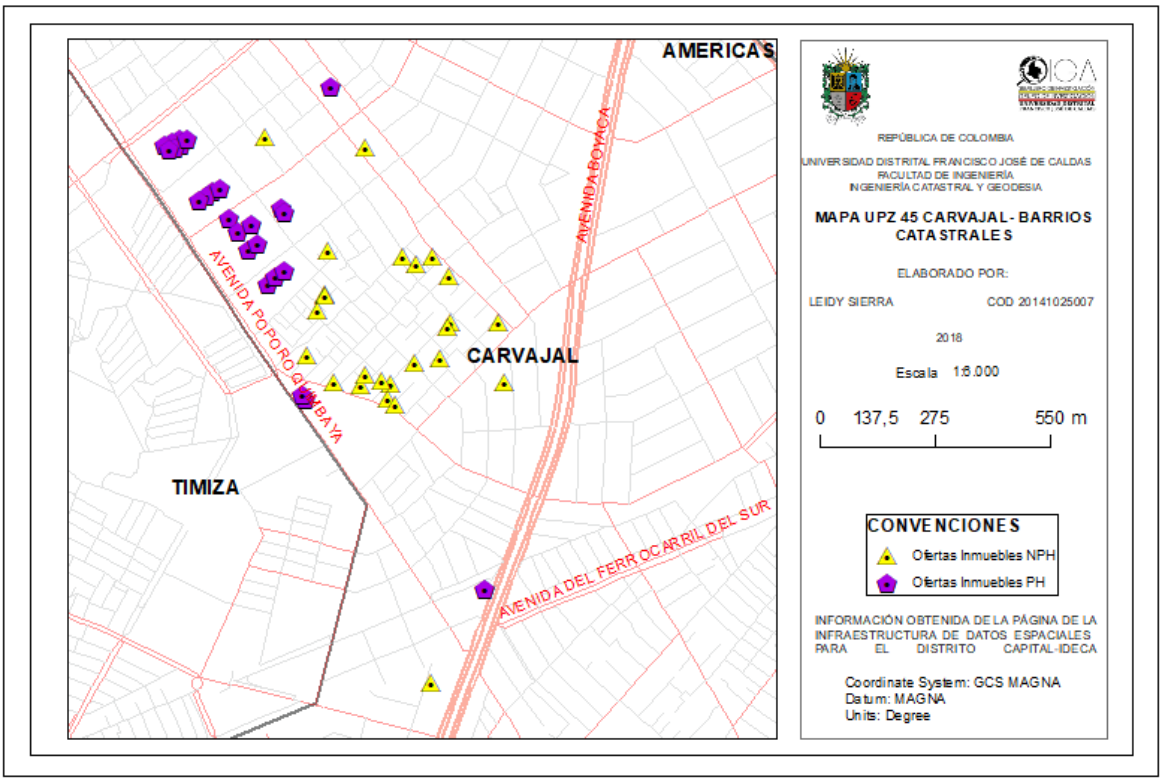


Ilustración 5 Espacialización ofertas de inmuebles PH y NPH. Fuente: Propia

Las ofertas empleadas en este estudio están localizadas en los barrios de Carimagua, Lucerna, La Chucua y Argelia; se trabajó con el programa Microsoft Office Excel 2013. La aplicación de cada uno de los métodos en dicho programa y los resultados obtenidos, se podrá observar en la siguiente sección.

8.2 Experimentos y Resultados

Antes de aplicar los métodos estadísticos robustos, debe calcularse el valor por m2 del terreno en el caso de los inmuebles NPH y el valor por m2 integral para inmuebles PH. En el caso de los inmuebles PH, debido a que era necesario el cálculo del Costo de Reposición a Nuevo (CRN) y del Costo de Reposición Depreciado (CRD) se trabajó con el valor por m2 establecido para viviendas de Tipología Unifamiliar Media, tomado de la Revista

Construdata No. 187 (Junio- Agosto de 2018). Debido a que los valores de oferta de algunos de los predios estaban por debajo de su CRN, trabajar con las ofertas obtenidas por el mercado no permitía obtener un resultado satisfactorio con el experimento, por lo tanto, se calcularon los valores de oferta tomando como referencia el valor por m2 por manzana para cada uno de los predios, de acuerdo con la información proporcionada por el IDECA.

Para el cálculo de los avalúos en inmuebles PH y NPH, se toma el supuesto de un porcentaje de negociación del 10% en todos los valores de oferta; se calcula el nuevo valor y con éste se trabaja en el proyecto. El método de depreciación empleado es el de Ross Heidecke. Una vez calculado el CRD, la diferencia de éste con el valor de oferta nos permite obtener el valor total del terreno para cada predio; posteriormente, este valor se divide entre el área del terreno del predio y así se obtiene el valor por m2 del terreno, tal como se obtiene en la metodología tradicional para el cálculo de avalúos por el método de mercado.

Para los inmuebles PH, el valor de m2 integral se calcula dividiendo el valor de la oferta con las condiciones explicadas anteriormente y el área privada de cada apartamento, de acuerdo con la información proporcionada por la oferta. Los valores por m2 obtenidos para cada predio tanto en los inmuebles PH como NPH se pueden apreciar en las siguientes tablas:

Valores m2 de terreno para inmuebles NPH				
$ 375.569	$ 859.039	$ 1.029.229	$ 1.151.243	$ 1.292.247
$ 399.867	$ 879.283	$ 1.047.941	$ 1.154.851	$ 1.478.568
$ 426.345	$ 893.683	$ 1.061.480	$ 1.156.414	$ 1.513.097
$ 450.728	$ 1.002.213	$ 1.066.982	$ 1.219.521	$ 1.588.167
$ 753.857	$ 1.013.368	$ 1.125.386	$ 1.275.830	$ 1.695.602

Tabla 2 Valores m2 de terreno para inmuebles NPH.

Valores m2 integrales para inmuebles PH				
$1.840.909	$2.596.154	$2.750.000	$2.875.000	$3.032.609
$2.289.130	$2.666.667	$2.776.596	$2.925.000	$3.089.348
$2.347.826	$2.674.038	$2.781.818	$2.950.820	$3.150.000
$2.410.714	$2.700.000	$2.787.805	$2.968.085	$3.178.723
$2.582.609	$2.738.641	$2.833.333	$3.000.000	$3.619.565

Tabla 3 Valores m2 Integrales para inmuebles PH.

Debido a que se trabajó con los valores de oferta con y sin depurar, en las siguientes tablas se puede apreciar los valores por m2 de terreno e integrales que se mantuvieron después de la depuración fueron los siguientes:

Valores m2 de terreno para inmuebles NPH (Depuración)				
$ 1.029.229	$ 1.002.213	$ 1.013.368	$ 1.047.941	$ 1.061.480
$ 1.066.982	$ 1.125.386	$ 1.151.243	$ 1.154.851	$ 1.156.414

Tabla 4 Valores m2 de Terreno para inmuebles NPH (Depuración).

Valores m2 integrales para inmuebles PH (Depuración)				
$2.666.667	$2.674.038	$2.700.000	$2.738.641	$2.750.000
$2.776.596	$2.781.818	$2.787.805	$2.833.333	$2.875.000

Tabla 5 Valores m2 Integrales para inmuebles PH (Depuración).

A continuación, se explica el procedimiento y las fórmulas seguidas en Microsoft Office Excel para cada uno de los métodos estadísticos robustos; además de los resultados obtenidos para ambos tipos de inmueble.

8.2.1 Media Winsorizada

Después de organizar los valores por m2 de menor a mayor y con el fin de facilitar la obtención de los cálculos, se elaboró la siguiente tabla:

Porcentaje Exclusión
Cantidad de datos
Datos a Excluir
 # Datos a excluir PS
 # Datos a excluir PI
N valor Superior
N valor Inferior

Tabla 6 Cálculos media Winsorizada.

A continuación, se explicará el procedimiento en cada uno de los pasos propuestos en la tabla:

1. Se determina el porcentaje de exclusión. Para el proyecto y en este método, se trabajará con el 50%, debido a que es en este porcentaje donde se reemplaza menos de la mitad de los datos y se obtiene un resultado acorde a lo esperado.
2. Para determinar la cantidad de datos, se empleará función CONTAR de la siguiente forma:

$$= CONTAR(Lista\ de\ valores\ m2)$$

3. Para determinar el número de datos a excluir, debe calcularse el porcentaje de exclusión de sobre la cantidad de datos. Con el fin de obtener el resultado en números enteros, se trabajará con la función TRUNCAR; ya que éste suprime la parte decimal de un número, devolviendo solo el número entero. Si bien, esta función se asemeja a la función ENTERO, no se trabaja con ésta ya que suele redondear los números al entero más cercano tomando en cuenta el valor de la parte fraccionaria del número. La fórmula empleada es la siguiente:

$$= TRUNCAR(SI(ES.PAR(D); D; D - 1))$$

Donde *D* corresponde al resultado obtenido al calcular el porcentaje de exclusión sobre la cantidad de datos.

Además de la función TRUNCAR, se trabaja con el operador lógico SI y la función ES.PAR; estableciendo como condición que si es número entero obtenido en D es par, se mantenga dicho número; de lo contrario, se reste 1 al número entero obtenido.

4. Para determinar la cantidad de datos a excluir en la parte superior (PS) e inferior (PI), de dividirse el valor obtenido en *D* entre dos; por ejemplo, cuando trabajamos con todas las ofertas, tenemos que la cantidad de datos es 25 y el número de datos a excluir es 12. Luego, deben excluirse los seis primeros y los seis últimos datos de la lista.
5. De acuerdo con lo expuesto en el margo teóricos, los datos excluidos toman el valor del dato inmediatamente siguiente al último excluido; es decir, si excluyo 6 datos, reemplazo en la posiciones de éstos el valor inicial por el del séptimo dato tanto de forma ascendente como descendente. Para facilitar esta opción en Excel, se trabajó con la función K.ESIMO.MAYOR y K.ESIMO.MENOR, los cuales devuelven el mayor o el menor número en un rango de datos, debe indicarse en qué posición debe buscar dicho valor; es decir, permite buscar el n valor mayor o menor de una lista. Dichos valores corresponden a las casillas N valor Superior y N valor Inferior. La fórmula empleada es la siguiente:

$$= K.\text{É}SIMO.MAYOR(Lista\ Valores\ m2; Datos\ a\ Excluir\ PS + 1)$$
$$= K.\text{É}SIMO.MENOR(Lista\ Valores\ m2; Datos\ a\ Excluir\ PI + 1)$$

6. Una vez realizado el procedimiento de la tabla, se construye una nueva lista en otra columna, donde se trabajará con un doble condicional SI; en el cual se establece que para la lista inicial de valores por m2 debidamente ordenada, aquellos valores inferiores al N valor inferior, las posiciones en la nueva lista tomarán el valor correspondiente a N valor inferior. A su vez, si los valores en la lista son mayores a N valor superior, dichas posiciones deben tomar el valor correspondiente a N valor superior. Al no cumplir ninguna de las condiciones anteriores, la posición toma el valor que tenía en la lista inicial. La fórmula empleada es la siguiente:

$$= SI(n <= NI; NI; SI(n >= NS; NS; n)$$

Donde *n* corresponde a cada uno de los valores por m2 que conforman la lista inicial (Tablas 2, 3, 4 y 5); *NI* corresponde a N valor inferior y *NS* corresponde a N valor superior.

7. Una vez elaborada la nueva lista siguiendo los parámetros anteriores, se calcula el promedio de dicha lista con la función PROMEDIO de Excel. El valor obtenido corresponde a la Media Winsorizada.

Posteriormente y para todos los métodos, se calcula la desviación absoluta mediana (MAD), la cual, como se explicó en el marco teórico, ésta es el equivalente a la desviación estándar de los métodos tradicionales. Para todos los métodos, se empleará la siguiente fórmula en Excel:

$$= MEDIANA(ABS(Lista\ Valores\ m2 - Valor\ m2\ M.Estad.Robusto))$$

Una vez calculada MAD, procedemos a calcular el coeficiente de variación con la fórmula tradicional, teniendo en cuenta lo aclarado anteriormente con respecto a MAD. Si bien, MAD es el equivalente de la desviación estándar típica, para fines posteriores donde se desea comparar dichos resultados, es necesario estandarizar el valor de MAD con el fin de realizar los respectivos análisis y comparaciones. Por lo tanto, calculamos NMAD (Desviación Absoluta Mediana Normalizada), de la siguiente forma:

$$= MAD/0.6745$$

Donde 0.6745 corresponde al factor teórico de normalización, tal como se expuso en el marco teórico (Ver Sección 6.4).

8.2.2 Media Aritmética Múltiple Excesiva (MAME)

En el segmento del marco teórico donde se hacía referencia a la estadística robusta (Sección 5.4); se explicó que en el método MAME se requiere, además de ordenar los valores como en los métodos anteriores, realizar promedios sucesivos entre los valores m2 iniciales, luego debe realizarse una serie de iteraciones con los nuevos valores obtenidos hasta llegar a la iteración donde se tiene solo un promedio y un valor único.

8.2.3 Trimedia de Tukey

En este método, además de trabajar con las funciones empleadas en el estimador BES, se trabaja con los condicionales SI, ES. PAR y ES.IMPAR, debido a que, dependiendo de si la cantidad total de datos es un número par o impar, tal como se explicó en el marco teórico (Sección 6.4). Usando las mismas convenciones con las que se expresaron las fórmulas para el estimador BES, las operaciones realizadas para calcular los cuartiles para la Trimedia de Tukey son los siguientes:

- **Cuartil 25%:**

$$= SI(ES.IMPAR(T); INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; TRUNCAR(ENTERO(0.25 * T) + 1))); INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; TRUNCAR(ENTERO((0.25 * T)))))$$

- **Cuartil 50%:**

$$= SI(ES.PAR(T); 0.5 * ((INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; ENTERO(0.5 * T))) + (INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; ENTERO((0.5 * T) + 1)))); ((INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; TRUNCAR((0.5 * T) + 1)))))$$

- **Cuartil 75%:**

$$= SI(ES.IMPAR(T); INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; TRUNCAR(ENTERO(0.75 * T) + 1))); INDICE(Lista\ de\ valores\ m2; TRUNCAR(ENTERO((0.75 * T)))))$$

Una vez obtenidos los valores correspondientes a cada cuantil, se calcula el promedio de la siguiente forma:

$$= (0.25 * Q25) + (0.5 * Q50) + (0.25 * Q75)$$

8.2.4 Método Danés

Para este método se trabaja con la función exponencial con base natural, con exponente negativo. Recordando que, de acuerdo con los conceptos matemáticos, cuando el exponente toma valores muy grandes, el valor de la función tiende a cero; por lo cual y con el fin de afectar en la menor manera posible la efectividad del método, si dividieron todos los datos de la lista de valores m2 (Tablas 2, 3, 4 y 5) entre mil.

Para este método de iteración se elaboró una tabla con los siguientes ítems:

Exactitud σ
k
k*σ

Tabla 7 ítems Métodos robustos de iteración

- En cuanto a exactitud σ, se toma como referencia el número de datos con los que se trabaja; es decir, 25 en el caso de no depuración de ofertas y 10 en el caso de depuración de ofertas, para ambos tipos de inmueble.
- K corresponde a la constante teórica establecida para este método, tal como se describió en la sección 6.4. Mediante experimentación previa, se pudo comprobar que es indiferente trabajar con $k = 2$ o $k = 3$ ya que se obtienen los mismos resultados; por lo cual, se trabajó con $k = 2$.
- En cuanto a la tolerancia de la medición k*σ, como su fórmula lo indica, se obtiene al formular la multiplicación de las dos anteriores.

Para calcular las diferencias entre los datos y el promedio, el peso y el promedio ponderado se crearon tres columnas básicas: vi*n*, PesosI*n*, xi*Pi*n*; donde *n* corresponde al número de iteración correspondiente.

- vi*n* corresponde a la diferencia entre cada uno de los datos y el promedio. Se debe tener en cuenta que para la primera iteración, se trabaja con el promedio aritmético calculado de la lista de valores m2 (Tablas 2, 3, 4 y 5). La fórmula empleada para calcular vi*n* es la siguiente:
  - Para la primera iteración
    $$= ABS(\$PROMEDIO\ ARITMÉTICO\$ - \$Lista\ de\ valores\ m2)$$
  - Para las siguientes iteraciones:
    $$= ABS(\$PROMEDIO\ PONDERADO\ ITERACIÓN\ ANTERIOR - \$Lista\ de\ valores\ m2)$$
- PesosI*n* corresponde al peso de cada una de las mediciones, se calculó con la siguiente fórmula:

  $$= SI(ABS(lista\ de\ valores\ \mathbf{vi}n)\$Tolerancia\ de\ la\ Medición\$; 1; EXP(-((lista\ de\ valores\ \mathbf{vi}n\text{^}2)/(\$Tolerancia\ de\ la\ Medición\text{^}2\ ))))$$

  Se trabaja con el condicional SI, teniendo en cuenta lo expuesto en el marco teórico, para aquellas diferencias o **vi***n* menores a la tolerancia de la medición, el peso sería igual a 1; para el caso contrario, el peso se calcula mediante la división de **vi***n*^2 sobre el cuadrado de la tolerancia de la medición. Para obtener el valor m2, se multiplica por mil cada uno de los resultados obtenidos en el promedio ponderado, con el fin de regresar a la escala original.

- xi*Pi*n*, esta columna se crea con el fin de facilitar los cálculos para el promedio ponderado. La fórmula es la siguiente:
  $$= \$Lista\ de\ valores\ m2 * \mathbf{PesosI}n$$

En cuanto al cálculo del promedio, la fórmula empleada es la siguiente:

- Para la primera iteración:
  $$= PROMEDIO(Lista\ de\ valores\ m2)$$
- Para la segunda iteración y siguientes:
  $$= (SUMA(Lista\ de\ valores\ \mathbf{xi} * \mathbf{Pi}n))/\ (SUMA(Lista\ de\ valores\ \mathbf{PesosI}n))$$

8.2.5 Pruebas de Significancia para estadísticas robustas

Para evaluar la significancia de los valores m2 obtenidos para cada uno de los métodos robustos descritos, se emplearan las pruebas de signo y de signo de Wilcoxon. Para las ofertas depuradas, solo se puede trabajar con la prueba de signo de Wilcoxon, ya que la prueba de signo tradicional no es óptima si el número de datos con el signo menos probable es menor a 6, ya que no hay valores críticos definidos con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ para estos datos. A continuación, se expondrán las fórmulas empleadas para la formulación de cada una de las pruebas.

Para la Prueba de Signo:

1. Ubicando en la primera columna las listas de los valores m2 para inmuebles PH y NPH (Tablas 2, 3 4 y 5) y en la primera fila la lista de los valores m2 obtenidos en cada uno de los métodos estadísticos robustos; con el fin de identificar el signo correspondiente a la diferencia entre cada uno de los elementos de la primera columna con cada uno de los valores de la primera fila, con el fin de calcular cuántos valores están por debajo y por encima de cada uno de los valores promedio m2 y creando debajo de cada elemento de la fila una nueva columna con los signos positivos y negativos que le corresponden. La fórmula es la siguiente:

$$= SI(\$Lista\ de\ valores\ m2 - Valor\ m2\ Método\ estadístico\ Robusto\$ > 0; "+"; "-")$$

   Se trabaja con el condicional SI y con los signos "+" y "-" ya que, para el siguiente se requiere contar cuántos signos positivos y negativos se obtuvieron para cada método.
2. Posteriormente, se procede a contar la lista de signos positivos y negativos obtenidos por cada uno de los métodos, se trabaja con el condicional CONTAR.SI, especificando qué tipo de elementos debe tener en cuenta dentro de su conteo en una lista. Esto se puede apreciar mediante las siguientes fórmulas:
   - **Número de signos positivos:**
     $$= CONTAR.SI(Lista\ de\ signos\ Método\ estadístico\ Robusto; "+")$$
   - **Número de signos Negativos:**
     $$= CONTAR.SI(Lista\ de\ signos\ Método\ estadístico\ Robusto; "-")$$
3. Para determinar el número de veces que se repite el signo menos probable, se trabaja con la función MIN, la cual, como su nombre lo indica, devuelve el valor mínimo en una lista de datos.
   $$= MIN(No.Veces\ Signo+: No.Veces\ Signo-)$$
4. Posteriormente, se crea una nueva fila para el valor crítico teórico, el cual será tomado de las tablas (Ver anexos 1) y digitado en cada celda, tomando en cuenta el número de veces que se repite el signo menos probable en cada método estadístico robusto, con un nivel de significancia α = 0.05.
   Una vez realizado lo expuesto anteriormente, se crea una nueva fila donde se obtendrá el resultado de la prueba de signo, empleando el condicional SI, como se puede apreciar en la siguiente fórmula:

   $$= SI(No.Veces\ Signo\ Menos\ Probable < Valor\ Crítico\ Teórico; "\text{Rechaza}"; "\text{Acepta}")$$

5. Otra forma de aplicar la Prueba de signo está relacionada con la Distribución Binomial Acumulativa. Para ello, se trabaja con la función DISTR.BINOM.N, el último argumento de ésta se expresa como "VERDADERO", para obtener la

distribución acumulativa. El argumento "FALSO" devuelve la función de la masa de probabilidad.

Además, se trabaja con una probabilidad de éxito de 0.5, ya que se quiere probar que el resultado obtenido por cada uno de los métodos estadísticos robustos puede representar la mediana del conjunto de datos. La estructura de la función se puede apreciar en la siguiente fórmula:

$$= DISTR.BINOM.N(No.Veces\ Signo\ menos\ probable; Cantidad\ de\ datos; 0{,}5; VERDADERO)$$

Para probar la validez de la prueba de signo, se trabaja con el condicional SI y el valor crítico α=0.05; mediante la siguiente fórmula:

$$= SI(Dist.Binom.Acumulada\ Signo\ menos\ probable > 0{,}05; \text{"Acepta"}; \text{"}Rechaza\text{"})$$

Para la prueba de signo de Wilcoxon:

1. A diferencia de la prueba anterior, se requiere generar dos nuevas columnas: obtener el valor absoluto de la diferencia entre la lista de valores m2 inicial (Tablas 2, 3, 4 y 5) y los valores m2 obtenidos por cada uno de los métodos estadísticos robustos; y otra para determinar el signo correspondiente para cada uno de los datos obtenidos al calcular las diferencias. Para ello, acudimos a las siguientes fórmulas:
   - **Cálculo valor de la diferencia**
     $$= ABS(\$Lista\ de\ valores\ m2 - Valor\ m2\ Método\ estadístico\ Robusto\$)$$
   - **Determinar signo de la diferencia**
     $$= SI(\$Lista\ de\ valores\ m2 - Valor\ m2\ Método\ estadístico\ Robusto\$ > 0; \text{"+"}; \text{"-"})$$
2. Posteriormente, deben organizarse los resultados obtenidos en el punto anterior de menor a mayor, junto con sus signos. Una vez realizado, deben enumerarse desde 1 hasta la cantidad total de datos, creando una nueva columna para ello.

   Luego, debe calcularse el rango de números positivos y negativos trabajando con la función SUMAR.SI. Se tomará como referencia la columna con la lista de signos de cada método y con la lista de números desde 1 hasta la cantidad total de datos. Esto se puede apreciar mediante la siguiente fórmula:
   - **Rango Positivos:**
     $$= SUMAR.SI(Lista\ de\ Signos\ Método\ estadístico\ robusto; " + "; Lista\ Cantidad\ de\ datos)$$
   - **Rango Negativos:**
     $$= SUMAR.SI(Lista\ de\ Signos\ Método\ estadístico\ robusto; " - "; Lista\ Cantidad\ de\ datos)$$

   El objetivo de la nueva columna con la lista de números desde 1 hasta la cantidad de datos es asignar un valor a cada una de las diferencias obtenidas. Con la función SUMAR.SI, se condiciona que solo se sume de la lista de la

cantidad de datos solo se sume aquellos cuyo signo sea positivo o negativo, dependiendo del rango que se esté calculando.

3. Se debe determinar el rango del signo menos probable, para ello se empleará la función MIN, tal como se explicará en la siguiente fórmula:
$$= MIN(Rango\ signo +: Rango\ \ Signo -)$$
4. Para determinar el resultado de la prueba, se trabaja con el condicional SI y el valor crítico teórico establecido de acuerdo con la cantidad total de datos (Ver Anexo 4); de acuerdo con la siguiente fórmula:
$$= SI(Rango\ Signo\ Menos\ Probable < Valor\ Crítico\ Teórico; \text{"Rechaza"}; \text{"Acepta"})$$

9 . Análisis de Resultados

Para este capítulo, se hará énfasis en los resultados obtenidos en cuanto a valor m2, desviación estándar o MAD en el caso de los estimadores robustos y el coeficiente de variación. El objetivo será comparar los resultados obtenidos en la metodología tradicional, calculados previamente tanto para inmuebles NPH como PH; con los de cada uno de los métodos, determinar en qué porcentaje difiere y, en general, evaluar la eficacia de la estadística robusta frente a la tradicional.

En la siguiente tabla, podemos apreciar los valores m2 obtenidos en la metodología tradicional y en la estadística robusta para inmuebles PH y NPH, con y sin depurar ofertas; además del porcentaje que difieren cada uno de los resultados de la metodología tradicional.

Metodología empleada NPH (Sin depurar)	Lista de Valores m2	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	$ 1.036.420	
Media Winsorizada	$ 1.027.748	0,8368%
MAME	$ 1.066.984	-2,9489%
Trimedia de Tukey	$ 1.055.441	-1,8352%
Método Danés	$ 1.036.869	-0,0433%

Tabla 8 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles NPH Sin Depurar

Metodología empleada NPH (Depurados)	Lista de Valores m2	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	$ 1.080.911	
Media Winsorizada	$ 1.084.321	-0,3155%
MAME	$ 1.074.748	0,5702%
Trimedia de Tukey	$ 1.064.015	1,5631%
Método Danés	$ 1.057.383	2,1767%

Tabla 9 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles NPH Depurados

Metodología empleada PH (Sin Depurar)	Lista de Valores m2	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	$ 2.782.616	
Media Winsorizada	$ 2.809.453	-0,9644%
MAME	$ 2.792.761	-0,3646%

Trimedia de Tukey	$ 2.799.597	-0,6103%
Método Danés	$ 2.766.051	0,5953%

Tabla 10 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles PH Sin Depurar

Metodología empleada PH (Depurados)	Lista de Valores m2	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	$ 2.758.390	
Media Winsorizada	$ 2.746.963	0,4143%
MAME	$ 2.759.255	-0,0314%
Trimedia de Tukey	$ 2.745.613	0,4632%
Método Danés	$ 2.758.104	0,0104%

Tabla 11 Comparación valores m2 Metodología tradicional vs Métodos Estadísticos robustos-Inmuebles PH Depurados

Como se puede apreciar, en las tablas 8 y 9 alusivas a inmuebles NPH, se puede apreciar que en términos absolutos; se presenta una variación entre el 0% y el 3% aproximadamente en el caso de las ofertas sin depurar, y del 0% al 2.2% en el caso de las ofertas depuradas.

La mayor variabilidad (por encima de 1,5%, en términos absolutos) se presenta en el método MAME y en la Trimedia de Tukey, en el caso de las ofertas sin depurar. En la depuración, la mayor variabilidad (por encima de 1.5%), se presenta en la Trimedia de Tukey y el método Danés.

En las tablas 10 y 11, alusivas a inmuebles PH, se puede observar una variabilidad entre el 0% y el 1% aproximadamente para el caso en el que no y en el que si se depuran las ofertas. En el caso de no depuración (por debajo de 0.5%), el método de menor variabilidad respecto a la metodología tradicional fue el media Winsorizada. Para los depurados, la mayor variabilidad (por encima de 0.15%); se presenta en la media Winsorizada y en la Trimedia de Tukey.

De acuerdo a lo anterior, podemos observar que algunos de los valores m2 calculados a través de los métodos estadísticos robustos difieren en mayor o menor medida con respecto a la metodología tradicional dependiendo de si se depuran o no las ofertas; es decir, depende del grado de homogeneidad con que se trabaje la muestra, presentándose el caso de pertenecer a los métodos de mayor variabilidad en casos de no depuración de ofertas, y a su vez, reportar menor variabilidad cuando se realiza el experimento con las ofertas depuradas.

Sin embargo, también puede apreciarse que algunos métodos mantienen un patrón de alta variabilidad sin importar en qué caso se trabaje. Para este caso y con estos datos, la Trimedia de Tukey fue el método que presentó mayor variabilidad respecto a la metodología tradicional en el análisis de los inmuebles NPH y PH, con y sin depurar ofertas.

Cabe destacar adicionalmente, en términos generales, se presenta una mayor variabilidad en los inmuebles NPH respecto a los inmuebles PH, debido a que los datos trabajados pertenecientes a estos últimos tiene un grado de homogeneidad mayor a los pertenecientes a inmuebles PH. Sin embargo, y dependiendo de la percepción y necesidades del lector y futuro usuario de estos métodos; puede considerarse trabajar con aquellos métodos robustos que le

reporten menor variabilidad respecto a lo tradicional, o inclusive, puede trabajar con cualquiera de los métodos expuestos, esto si debido a sus condiciones y necesidades puede considerar despreciable la mayor o menor variabilidad de éstos respecto a la técnica tradicional.

A continuación, procedemos a comparar los valores obtenidos para NMAD y la desviación estándar. Teóricamente no es adecuado comparar los valores obtenidos con MAD con el valor de la desviación estándar, ya que se requiere normalizar los valores de MAD para hacer la comparación con una desviación calculada bajo el supuesto de normalidad. En las siguientes tablas, se pueden apreciar los valores de MAD, NMAD y desviación estándar; además del porcentaje de variaciones de las NMAD calculadas en cada método, respecto a la desviación estándar de la metodología tradicional:

Metodología empleada NPH (Sin Depurar)	Lista de valores Desviación Estándar Y MAD	Lista de valores NMAD	Porcentaje de diferencia NMAD
Metodología tradicional	351251,8318		
Media Winsorizada	168709,4343	250125,1806	28,790%
MAME	187700,5778	278281,0642	20,774%
Trimedia de Tukey	176157,8064	261167,9858	25,647%
Método Danés	177830,2296	263647,4864	24,941%

Tabla 12 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles NPH sin depurar

Metodología empleada NPH (Depurados)	Lista de valores Desviación Estándar Y MAD	Lista de valores NMAD	Porcentaje de diferencia NMAD
Metodología tradicional	57600,00293		
Media Winsorizada	61006,96017	90447,68001	-57,03%
MAME	56008,87902	83037,62642	-44,16%
Trimedia de Tukey	56008,87902	83037,62642	-44,16%
Método Danés	49592,21236	73524,40676	-27,65%

Tabla 13 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles NPH Depurados

Metodología empleada PH (Sin Depurar)	Lista de valores Desviación Estándar Y MAD	Lista de valores NMAD	Porcentaje de diferencia NMAD
Metodología tradicional	338103,439		
Media Winsorizada	158632,5469	235185,392	30,44%
MAME	175323,913	259931,6724	23,12%
Trimedia de Tukey	168488,0722	249796,9936	26,12%
Método Danés	183441,8992	271967,2338	19,56%

Tabla 14 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles PH Sin Depurar

Metodología empleada PH (Depurados)	Lista de valores Desviación Estándar Y MAD	Lista de valores NMAD	Porcentaje de diferencia NMAD
Metodología tradicional	66964,42364		
Media Winsorizada	43902,439	65088,864	2,8008%
MAME	43902,439	65088,864	2,8008%
Trimedia de Tukey	43902,439	65088,864	2,8008%
Método Danés	43902,439	65088,864	2,8008%

Tabla 15 Comparación Desv. Estándar vs NMAD -Inmuebles PH Depurados

De lo anterior, podemos observar que, exceptuando la tabla 12 (alusiva a inmuebles NPH con ofertas depuradas), los valores de NMAD tienden a ser menores que la desviación estándar tradicional, variando significativamente de ésta. Para los inmuebles NPH, trabajando sin depurar ofertas, se puede observar una variación entre el 20% y 30% aproximadamente; siendo los métodos donde se presenta mayor variabilidad de NMAD (por encima de 25%) la media Winsorizada y la trimedia de Tukey.

En el caso de las ofertas depuradas para inmuebles NPH, podemos notar una diferencia significativa de los valores de NMAD de cada uno de los métodos robustos con la desviación estándar, con una variación absoluta entre el 27% y el 58% respectivamente; siendo el método Danés quien registra menor variación. Este comportamiento puede explicarse ya que, si analizamos los valores obtenidos, el valor de la desviación estándar tiende a asemejarse a los valores obtenidos en MAD; inclusive podría considerarse solo en este caso, comparar la desviación estándar con dichos valores, aunque teóricamente esto no es lo más recomendable, ya que MAD no es un estadístico calculado bajo los supuestos de normalidad.

Para los inmuebles PH, en el caso de las ofertas no depuradas, los valores de NMAD variaron con respecto a la desviación estándar en porcentajes entre el 19% y el 30.5% respectivamente; siendo la media Winsorizada el método que registra mayor variación (por encima del 27. Para las ofertas depuradas, se describe un patrón de comportamiento similar, ya que la variación de las NMAD respecto a la desviación estándar es del 2.8%; esto puede explicarse debido al alto grado de homogeneidad de los datos depurados en los inmuebles PH.

De los resultados expuestos, puede observarse que, aunque teóricamente se plantea la resistencia de éstos métodos a los datos atípicos; la influencia de éstos no se reduce por completo con la presencia de ciertos datos u observaciones que afectan significativamente la muestra.

Finalmente, procedemos a comparar los resultados obtenidos en el cálculo de los coeficientes de variación por la metodología tradicional y cada uno de los métodos estadísticos robustos; calculando el porcentaje de variación entre éstos, como se podrá apreciar en las siguientes tablas:

Metodología empleada NPH (Sin Depurar)	Lista de Coeficientes de Variación	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	33,89%	
Media Winsorizada	16,42%	51,55%
MAME	17,59%	48,10%
Trimedia de Tukey	16,69%	50,75%
Método Danés	17,15%	49,40%

Tabla 16 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles NPH sin depurar

Metodología empleada NPH (Depurados)	Lista de Coeficientes de Variación	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	5,329%	
Media Winsorizada	5,630%	-5,65%
MAME	5,210%	2,23%
Trimedia de Tukey	5,310%	0,35%
Método Danés	4,690%	11,99%

Tabla 17 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles NPH Depurados

Metodología empleada PH (Sin Depurar)	Lista de Coeficientes de Variación	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	12,151%	
Media Winsorizada	5,650%	53,500%
MAME	6,280%	48,315%
Trimedia de Tukey	6,020%	50,455%
Método Danés	6,630%	45,435%

Tabla 18 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles PH Sin Depurar

Metodología empleada PH (Depurados)	Lista de Coeficientes de Variación	Porcentaje de diferencia respecto a la metodología tradicional
Metodología tradicional	2,43%	
Media Winsorizada	1,60%	34,09%
MAME	1,59%	34,50%
Trimedia de Tukey	1,60%	34,09%
Método Danés	1,59%	34,50%

Tabla 19 Comparación Coeficiente de Variación-Inmuebles PH Depurados

Analizando lo anterior, podemos observar que, cuando se trabaja con todas las ofertas tanto en inmuebles PH como NPH; el porcentaje de variación entre la metodología tradicional y la robusta oscila alrededor del 50%; es decir y como fácilmente puede deducirse, se reduce aproximadamente a la mitad la relación de dispersión entre la media calculada y los valores MAD; en comparación con la media y desviación estándar tradicionales.

En cuanto a las ofertas depuradas, para inmuebles NPH, se presenta un porcentaje de variabilidad entre el 0% y el 12% aproximadamente; identificándose la mayor variabilidad en el método Danés, siendo ésta del 11.99%. Sin embargo, para los demás métodos, se puede observar que el coeficiente de variación oscila entre el 5% y el 5.7% aproximadamente, tomando en consideración su cercanía con el coeficiente de variación obtenido en la metodología tradicional. Para los inmuebles PH, se puede observar que se mantiene un patrón de variación alrededor del 34.09% y 34.50%; corroborando de nuevo lo expresado respecto al contraste de la desviación estándar y NMAD, donde se presentaba un porcentaje de variabilidad muy similar para todos los métodos, resaltando la influencia del grado de homogeneidad de los datos a trabajar.

En forma general, se obtuvieron resultados más idóneos con la estadística robusta en comparación con la metodología tradicional, resaltando la reducción de la variabilidad de los datos respecto a su media, como se pudo apreciar en los resultados obtenidos para NMAD Y el coeficiente de variación; exceptuando lo ocurrido con las ofertas depuradas para inmuebles NPH respecto a NMAD.

Además, si bien se comprobó que la estadística robusta puede generar mejores resultados y menor variación en el cálculo de los valores m2; la influencia de datos atípicos sigue siendo importante, obteniendo mejores resultados con aquel grupo de datos donde menor grado de homogeneidad se presentaba; llevando a considerar el desarrollo de nuevos métodos o el perfeccionamiento de los ya existentes con el fin de reducir cada vez más la vulnerabilidad a los datos atípicos.

Finalmente, con el fin de comprobar la efectividad de los métodos estadísticos robustos, se realizaron las pruebas de Signo y de Signo de Wilcoxon. Los resultados obtenidos para la prueba de signo, tanto para valor crítico como para distribución binomial acumulada; para inmuebles PH y NPH, se pueden apreciar en la siguiente tabla:

Método estadístico Robusto	Inmuebles NPH			Inmuebles PH		
	Veces Signo menos probable	**Valor crítico**	**Resultado**	**Veces Signo menos probable**	**Valor crítico**	**Resultado**
Winsorizada	10	1	ACEPTA	11	1	ACEPTA
MAME	11	1	ACEPTA	11	1	ACEPTA
Trimedia de Tukey	12	2	ACEPTA	11	1	ACEPTA
Danés	11	1	ACEPTA	11	1	ACEPTA

Tabla 20 Resultados Prueba de Signo-Valores críticos para Inmuebles NPH y PH

Método estadístico Robusto	Inmuebles NPH			Inmuebles PH		
	No. Signo menos probable	**Valor crítico**	**Resultado**	**No Signo menos probable**	**Valor crítico**	**Resultado**
Winsorizada	0,21	0,05	ACEPTA	0,35	0,05	ACEPTA
MAME	0,35	0,05	ACEPTA	0,35	0,05	ACEPTA
Trimedia de Tukey	0,50	0,05	ACEPTA	0,35	0,05	ACEPTA
Danés	0,35	0,05	ACEPTA	0,35	0,05	ACEPTA

Tabla 21 Resultados Prueba de Signo-Distribución Binomial Acumulada para Inmuebles NPH y PH

Los resultados obtenidos para las pruebas de signo de Wilcoxon, para inmuebles PH y NPH, con y sin depurar ofertas; se pueden apreciar en la siguiente tabla:

Método estadístico Robusto	Inmuebles NPH			Inmuebles PH		
	No. Signo menos probable	**Valor crítico**	**Resultado**	**No Signo menos probable**	**Valor crítico**	**Resultado**
Winsorizada	149	89	ACEPTA	27	8	ACEPTA
MAME	154	89	ACEPTA	27	8	ACEPTA
Trimedia de Tukey	161	89	ACEPTA	26	8	ACEPTA
Danés	133	89	ACEPTA	17	8	ACEPTA

Tabla 22 Resultados Prueba de Signo de Wilcoxon -Valores críticos para Inmuebles NPH Depurados y sin depurar

Método estadístico Robusto	Inmuebles NPH			Inmuebles PH		
	Veces Signo menos probable	**Valor crítico**	**Resultado**	**Veces Signo menos probable**	**Valor crítico**	**Resultado**
Winsorizada	161	89	ACEPTA	26	8	ACEPTA
MAME	161	89	ACEPTA	26	8	ACEPTA
Trimedia de Tukey	161	89	ACEPTA	26	8	ACEPTA
Danés	123	89	ACEPTA	26	8	ACEPTA

Tabla 23 Resultados Prueba de Signo de Wilcoxon -Valores críticos para Inmuebles PH Depurados y sin depurar

De lo anterior, podemos verificar que para todos los métodos se acepta la hipótesis nula descrita en el marco teórico; por lo cual, los valores obtenidos para cada uno de los métodos pueden ser adoptados como el valor m2 del inmueble objeto del avalúo.

10. Evaluación y Cumplimiento de objetivos

Al hacer una revisión de los objetivos propuestos inicialmente, se pudo constatar que: se pudo realizar este proyecto con ofertas correspondientes al sector escogido, buscando en la manera de lo posible la homogeneidad es éstas; los avalúos propuestos con el fin de calcular el valor m2 de terreno e integral para inmuebles PH y NPH respectivamente fueron realizados. De acuerdo a los resultados obtenidos, se pudo constatar que la estadística robusta puede llegar a ser considerada un método válido y legítimamente aprobado para el cálculo de avalúos, ya que se obtienen resultados similares y en muchos casos mejores a los proporcionados por la estadística tradicional.

Teniendo en cuenta que se tomó como parámetro el coeficiente de variación menor o igual al 7.5 %, tal como lo establece la ley, para evaluar la efectividad de los métodos; y que dicho parámetro no se cumple en el caso de los inmuebles NPH cuando se trabaja con todas las ofertas, esto por ningún motivo representa un fallo en el método aplicado. Hay que tener en cuenta que el coeficiente de variación obtenido para los métodos estadísticos robustos se reduce en un 50% en comparación con el obtenido a la estadística tradicional, teniendo presente la influencia del grado de heterogeneidad en la muestra; ya que los métodos estadísticos robustos no son tan susceptibles a los atípicos, pueden verse influenciados ligeramente por estos, dependiendo de la heterogeneidad de la muestra.

11. Conclusiones y recomendaciones

Los métodos estadísticos robustos pueden ser considerados una alternativa viable y efectiva en la elaboración de avalúos; ya que se pueden obtener resultados de igual o mejor calidad

que los proporcionados por la estadística tradicional, como se pudo demostrar a lo largo de este trabajo. Sin embargo, es importante prestar atención al grado de heterogeneidad de la muestra; ya que, aunque los estadísticos robustos aquí empleados no son susceptibles en gran manera a la presencia de datos atípicos, tampoco son totalmente inmunes a ellos. Por lo cual, para quienes estén interesados en el tema, se recomienda investigar la existencia de métodos estadísticos robustos más potentes, o inclusive, realizar intentos por perfeccionar los métodos aquí aplicados, con el fin de que la influencia de valores atípicos llegue a ser cada vez menor, preferiblemente nula en un futuro.

Finalmente, de acuerdo a lo analizado en los capítulos 9 y 10, puede generarse incertidumbre al respecto de cuál método estadístico robusto sería el más adecuado usar o sobre cuál es el más exacto. El criterio para definir cuál método es mejor depende de la subjetividad y de las necesidades del lector o de quién desee trabajar con estos métodos; ya que, como se demostró en la sección 9.2.5, cualquiera de valores m2 obtenidos por cada uno de los métodos estadísticos robustos pueden representar el valor promedio del conjunto de datos trabajado.

En cuanto a lo analizado con los porcentajes de variación, cabe resaltar que dichos resultados son propios del comportamiento de la muestra, y es potestad de quien decida trabajar con ellos si opta por el método que menor porcentaje de variabilidad le genere con respecto a lo tradicional o si trabaja con todos o algunos de los métodos, esto si a su consideración puede considerar ciertos porcentajes de variabilidad como despreciables.

12. Referencias

[1] Z. Zeng, W. Yang, W. Sun, J.-H. Xue y Q. Liao, «No reference image quality assessment for photographic images based on robust statistics,» *Neurocomputing*, nº 313, pp. 111-118, 2018.

[2] C. D. Zuluaga Ríos , E. Giraldo Suárez y M. A. Álvarez López, «Filtro de Kalman dual de estadística robusta para la identificación de un generador eólico en presencia de datos espurios,» *Ingeniería y Desarrollo*, vol. XXXII, nº 1, pp. 115-137, 2014.

[3] K. v. Wieringen y R. A. Cribbie , «Evaluating clinical significance: Incorporating robust statistics with normative comparison tests,» *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, nº 213-230, p. 67, 2014.

[4] M. A. Korany, H. H. Abdine , M. A. Ragab y S. I. Aborass, «Investigation of using robust statistics: Weighted, parametric & non parametric linear regression of derivative/discrete Fourier transform HPLC convoluted peak responses for handling standard addition method data in bioanalysis,» *Bulletin of Faculty of Pharmacy, Cairo University,* vol. 54, nº 243-255, 2016.

[5] R. Powell, J. Hergt y J. Woodhead, «Improving isochron calculations with robust statistics and the bootstrap,» *Chemical Geology,* nº 185, pp. 191-204, 2002.

[6] E. Bortolotto y G. Marí, «UNA REVISIÓN DE LOS DISTINTOS ESTIMADORES ROBUSTOS PARA MUESTREO EN POBLACIONES FINITAS,» [En línea]. Available: https://www.fcecon.unr.edu.ar/web-nueva/sites/default/files/u16/Decimocuartas/bortolotto_mari_una_revision_de_los_distintos_estimadores.pdf.

[7] Universo Fórmulas, «Muestreo No Probabilístico,» [En línea]. Available: http://www.universoformulas.com/estadistica/inferencia/muestreo-no-probabilistico/. [Último acceso: 3 Julio 2018].

[8] Wolters Kluwer, «Diccionario Empresarial,» [En línea]. Available: http://diccionarioempresarial.wolterskluwer.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASNjM2MztbLUouLM_DxbIwMDS0NDA1OQQGZapUt-ckhlQaptWmJOcSoAvvhbpzUAAAA=WKE. [Último acceso: 8 Junio 2018].

[9] UPM, «Universidad Politécnica de Madrid,» [En línea]. Available: http://pdi.topografia.upm.es/an_dom/Doctorado/TEMA2.pdf. [Último acceso: 2 Julio 2018].

[10] E. Ramale-Gómara y J. A. Del Llano, «Utilización de Métodos Robustos en la Estadística Inferencial,» 2003. [En línea]. [Último acceso: 2 Julio 2018].

[11] M. M. Lunar González, «Estimadores Robustos,» Zulia.

[12] M. F. Triola, Estadística, Undécima ed., Pearson México, 2013, pp. 660-699.

[13] W. W. Hines y D. C. Montgomery, Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Administración, Tercera ed., México DF: Compañía Editorial Continental, S.A de C.V. México, 1996, pp. 643-661.

[14] L. A. Romero Alfonso, «Normas Internacionales de Valuación-Herramienta Fundamental de la Actividad Valuatoria,» *Más Valor*, nº 14, pp. 10-13, 2013.

[15] J. E. Torres Coto M., «Normas Internacionales de Valuación 2017-Traducción a Español,» 2017. [En línea]. Available: https://fecoval.org/wp-content/uploads/2017/03/NORMA-I.-DE-VAL.-2017.pdf.

[16] «IBAPE NACIONAL- Instituto Brasileiro de Avaliações e Perícias de Engenharia,» [En línea]. Available: https://ibape-nacional.com.br/site/institucional-2/. [Último acceso: 4 Enero 2019].

[17] «Biblioteca IBAPE- Normas e Estudos Técnicos,» [En línea]. Available: https://ibape-nacional.com.br/biblioteca/category/normas-estudos-tecnicos/. [Último acceso: 4 1 2019].

[18] G. Noguera Camacho, «Guía para entender las Normas Técnicas Sectoriales de Avalúos,» *Más Valor*, nº 14, pp. 17-21, 2013.

[19] INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTIN CODAZZI (IGAC), «Resolución 620 de 2008,» 23 Septiembre 2008. [En línea]. Available: http://www2.igac.gov.co/igac_web/normograma_files/RESOLUCION%20620+DE+2008.pdf.

[20] C. Campos , L. Cortés, L. Sierra y L. Urrego, «Estudio de Zonas Homogéneas Físicas en la UPZ 45 Carvajal,» Bogotá DC, 2018.

[21] Secretaría Distrital de Planeación, «POT UPZ 45 CARVAJAL- Revisión,» Bogotá, 2011.

14. Anexos

Anexo No.1 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos menores o iguales a 25

TABLA A-7 Valores críticos para la prueba del signo

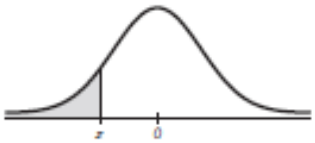
	α			
n	.005 (una cola) .01 (dos colas)	.01 (una cola) .02 (dos colas)	.025 (una cola) .05 (dos colas)	.05 (una cola) .10 (dos colas)
1	*	*	*	*
2	*	*	*	*
3	*	*	*	*
4	*	*	*	*
5	*	*	*	0
6	*	*	0	0
7	*	0	0	0
8	0	0	0	1
9	0	0	1	1
10	0	0	1	1
11	0	1	1	2
12	1	1	2	2
13	1	1	2	3
14	1	2	2	3
15	2	2	3	3
16	2	2	3	4
17	2	3	4	4
18	3	3	4	5
19	3	4	4	5
20	3	4	5	5
21	4	4	5	6
22	4	5	5	6
23	4	5	6	7
24	5	5	6	7
25	5	6	7	7

NOTAS:

1. * indica que no es posible obtener un valor en la región crítica.
2. Rechace la hipótesis nula si el número del signo menos frecuente (x) es menor que o igual al valor en la tabla.
3. Para valores de n mayores que 25, se utiliza una aproximación normal con

$$z = \frac{(x + 0.5) - \left(\frac{n}{2}\right)}{\frac{\sqrt{n}}{2}}$$

Anexo No.2 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos mayores a 25 (Tabla de distribución normal, puntuaciones Z negativas)



Puntuaciones z NEGATIVAS

TABLA A-2 Distribución normal estándar (z): Área acumulativa desde la IZQUIERDA

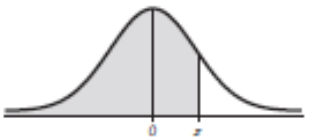
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.50 y menores	.0001									
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	* .0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	* .0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

NOTA: Para valores de z por debajo de −3.49, utilice 0.0001 para el área.

*Utilice estos valores comunes que resultan por interpolación:

Puntuación z	Área
−1.645	0.0500
−2.575	0.0050

Anexo No.3 Tabla de valores críticos en la prueba de signo para datos mayores a 25 (Tabla de distribución normal, puntuaciones Z positivas)



Puntuaciones z POSITIVAS

TABLA A-2 (*continuación*) Área acumulativa desde la IZQUIERDA

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495 *	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949 *	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.50 y mayores	.9999									

NOTA: Para valores de *z* por encima de 3.49, utilice 0.9999 para el área.

*Utilice estos valores comunes que resultan por interpolación:

Puntuación *z*	Área
1.645	0.9500
2.575	0.9950

Valores críticos comunes

Nivel de confianza	Valor crítico
0.90	1.645
0.95	1.96
0.99	2.575

Anexo No.4 Tabla de valores críticos en la prueba de signo de Wilcoxon

n \ α	.10	.05	.02	.01
4				
5	0			
6	2	0		
7	3	2	0	
8	5	3	1	0
9	8	5	3	1
10	10	8	5	3
11	13	10	7	5
12	17	13	9	7
13	21	17	12	9
14	25	21	15	12
15	30	25	19	15
16	35	29	23	19
17	41	34	27	23
18	47	40	32	27
19	53	46	37	32
20	60	52	43	37
21	67	58	49	42
22	75	65	55	48
23	83	73	62	54
24	91	81	69	61
25	100	89	76	68
26	110	98	84	75
27	119	107	92	83
28	130	116	101	91
29	140	126	110	100
30	151	137	120	109
31	163	147	130	118
32	175	159	140	128
33	187	170	151	138
34	200	182	162	148
35	213	195	173	159
36	227	208	185	171
37	241	221	198	182
38	256	235	211	194
39	271	249	224	207
40	286	264	238	220
41	302	279	252	233
42	319	294	266	247
43	336	310	281	261
44	353	327	296	276
45	371	343	312	291
46	389	361	328	307
47	407	378	345	322
48	426	396	362	339
49	446	415	379	355
50	466	434	397	373

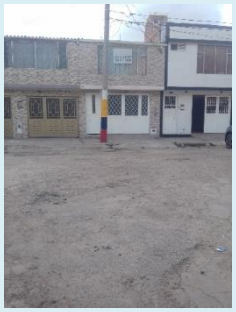
Anexo No.5 Datos ofertas inmuebles NPH

No. predio	Barrio	Fuente- Enlace	Características	Foto
1	Carimagua	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-3764295.aspx	**Área: 180 m2** **Precio: $339950000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 6 • Baños: 3 • Parqueaderos:1	
2	Carimagua	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-3944383.aspx	**Área: 512 m2** **Precio: $1399950000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 11 • Baños: 13	
3	Carimagua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-2986662.aspx	**Área: 171 m2** **Precio: $209950000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 3 • Parqueadero: 1	
4	Carimagua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-2756779.aspx	**Área: 68*** m2** **Precio: $460000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 8 • Baños: 4 • Parqueaderos: 1	
5	Carimagua	Metro Cuadrado - http://www.metrocuadrado.com/inmueble/venta-casa-bogota-carimagua-i-sector-4-habitaciones-2-banos-1-garajes/359-3692	**Área: 97 m2** **Precio: $280000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 4 • Baños: 2 • Parqueaderos:1	

6	Carimagua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-2614046.aspx	**Área: 240 m2** **Precio: $305000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños :3	
7	Lucerna	Metro Cuadrado - http://www.metrocuadrado.com/inmueble/venta-casa-bogota-lucerna-3-habitaciones-3-banos-2-garajes/5563-I1895460	**Área: 350 m2** **Precio: $410000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 5 • Baños: 3 • Parqueadero: 2	
8	Lucerna	Metro Cuadrado - http://www.metrocuadrado.com/inmueble/venta-casa-bogota-carvajal-5-habitaciones-5-banos/VENT-04112001	**Área: 258 m2** **Precio: $260000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 10 • Baños: 5	
9	Argelia	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/argelia-det-4059113.aspx	**Área: 700 m2** **Precio: $880000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 12 • Baños: 6 • Parqueaderos: 2	
10	Carimagua	Campo – Campo	**Área: 67*** m2** **Precio: $195000000** **C. Físicas:** • Habitaciones:4 • Baños: 2	

11	La Chucua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/chucua-det-4034776.aspx	**Área: 168 m2** **Precio: $320000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 4 • Baños: 3 • Parqueadero: 1	
12	Carimagua	Icasas - https://www.icasas.com.co/inmueble/1022953	**Área: 198 m2** **Precio: $370000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 5 • Baños: 5 • Parqueaderos: 1	
13	Carimagua	Goplaceit - https://www.goplaceit.com/co/inmueble/venta/casa/kennedy/2881230-casa-en-venta-occidente?utm_medium=referral&utm_source=casas.mitula.com.co	**Área: 276 m2** **Precio: $270000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 4 • Baños: 3 • Parqueaderos: 1	
14	Carimagua	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/casa-en-venta/bogota/carimagua-det-3829182.aspx#xtor=AL-799-[Mitula_Premium]?utm_source=Mitula&utm_medium=CPC&utm_campaign=Mitula	**Área: 300 m2** **Precio: $365000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 9 • Baños: 3 • Parqueaderos: 1	
15	Carimagua	MiTula - https://casas.mitula.com.co/casas/casas-carimagua-bogota	**Área: 110 m2** **Precio: $320000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 6 • Baños: 3	

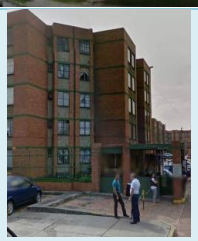
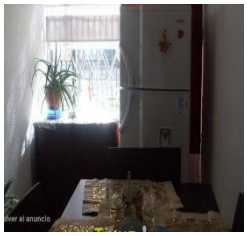
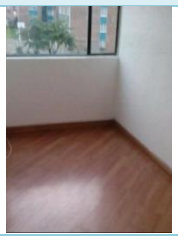
16	Carimagua	MiTula - https://casas.mitula.com.co/casas/casas-carimagua-bogota	**Área: 300 m2** **Precio: $400000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 9 • Baños: 4	
17	Carimagua	Icasas - https://www.icasas.com.co/inmueble/123948	**Área: 160 m2** **Precio: $190000000** **C. Físicas:** • Habitaciones:5 • Baños: 2	
18	Carimagua	Mitula - https://casas.mitula.com.co/detalle/1866/740002553717960637/36/1/casas-carimagua-bogota	**Área: 82 m2** **Precio: $215000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 4 • Baños: 2	
19	Carimagua	Nuroa - https://www.nuroa.com.co/venta/casa-bogota-carimagua	**Área: -** **Precio: $215000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 5 • Baños: 3	
20	Carimagua	Mercado Libre - https://casa.mercadolibre.com.co/MCO-477842612-323vendo-casa-en-carimagua-_JM	**Área: 216 m2** **Precio: $285000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 6 • Baños: 2	

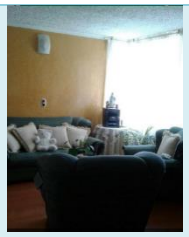
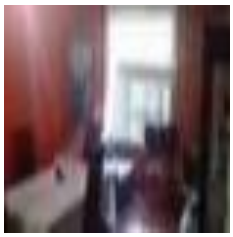
21	Carimagua	Tixus - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/casa/casa-rentable-barrio-carimagua/5442162	**Área: 100 m2** **Precio: $320000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 6 • Baños: 3	
22	Carimagua	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/casa-carimagua-cra-72-i-bis-39-a-17-sur-iid-1019947933	**Área: 180 m2** **Precio: $240000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 5 • Baños: 2	
23	Carimagua	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/casa-en-venta-barrio-carimagua-iid-1030317155	**Área: 116 m2** **Precio: $240000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 2 • Baños: 2 • Parqueadero: 1	
24	Carimagua	Campo - Campo	**Área: 81 m2** **Precio: $340000000** **C. Físicas:** • Habitaciones 5 • Baños: 3 • Parqueadero: 1	
25	Carimagua	Veracruz - http://www.veracruz.com.co/de/630253_vende-o-permuta-por-casa-en-ibague	**Área: -** **Precio: $250000000** **C. Físicas:** • Habitaciones: 4 • Baños: 2	

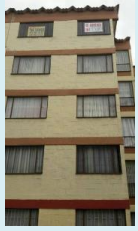
Anexo No. 6 Datos ofertas Inmuebles PH

No. predio	Nombre conjunto residencial	Fuente - Enlace	Características	Foto
1	Carimagua I y II Etapa	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-4106398.aspx	**Área:** 58 m2 (PY C) **Precio:** 160000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1 • Administración: $50000 • Zonas Verdes y Parqueadero Comunal	
2	Portal de Carimagua	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3761193.aspx	**Área:** 60 m2 (PY C) **Precio:** 182000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños 2 • Parqueadero Comunal	
3	Los Cristales I Y II Etapa	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-4054710.aspx	**Área:** 45 m2 **Precio:** 127000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños:1 • Parqueaderos comunal	
4	Carimagua 127	Finca Raíz- https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-4001430.aspx	**Área:** 50 m2 **Precio:** 155000000 **C. físicas:** • Habitaciones:3 • Baños: 1 • Parqueadero comunal	

5	Los Cristales I y II etapa	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3960856.aspx	**Área:** 60 m2 **Precio:** 150000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
6	Carimagua I y II Etapa	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3750483.aspx	**Área:** 58 m2 **Precio:** 180000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1 • Administración: $36000 • Zonas Verdes y Parqueadero Comunal	
7	Parques de Carimagua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3518979.aspx	**Área:** 50 m2 **Precio:** 157900000 **C. físicas:** • Habitaciones: 2 • Baños: 1 • Administración: 66500 • Parqueadero comunal	
8	Parques de Carimagua	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3548336.aspx	**Área:** 50 m2 **Precio:** 185000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1 • Administración: 64000 • Parqueadero comunal	
9	Carimagua I y II Etapa	Tixuz - https://co.tixuz.com/gallery/2/5535586	**Área:** 58 m2 **Precio:** 170000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	

10	Los Cristales Etapa V y VI	Tixuz - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/departamento/carimagua-los-cristales/5490333?utm_source=casas.mitula.com.co&utm_medium=referral	**Área:** 42 m2 **Precio:** 114000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
11	Los Cristales Etapa VII	Tixuz - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/departamento/apto-sector-carimagua/5682712?utm_source=casas.mitula.com.co&utm_medium=referral	**Área:** 50 m2 **Precio:** 120000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
12	Parques de Carimagua	Tixuz - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/departamento/parques-de-carimagua-pre-remate/6680919?utm_source=casas.mitula.com.co&utm_medium=referral	**Área:** 48 m2 **Precio:** 900000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 2 • Baños: 1	
13	Parques de Carimagua	Tixuz - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/departamento/vendo-lindo-apartamento-en-kennedy-carimagua-excelente-ubicacion/6381743	**Área:** 50 m2 **Precio:** 139975000 **C. físicas:** • Habitaciones: 2 • Baños: 1	
14	Parques de Carimagua	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/se-vende-apartamento-con-parqueadero-kennedy-parques-de-carimagua-iid-1025106974	**Área:** 51 m2 **Precio:** 166000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
15	Parques de Carimagua	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/apartamento-en-carimagua-iid-878486684	**Área:** 51 m2 **Precio:** 155000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	

16	Carimagua I y II etapa	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/carimagua-perfecto-iid-999990477	**Área:** 59 m2 **Precio:** 170000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
17	Portal de Carimagua	OLX - https://bogotacity.olx.com.co/apto-en-venta-conjunto-residencial-carimagua-iid-1018579987	**Área:** 56 m2 **Precio:** 154500000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 2	
18	Parques de Carimagua	Mercado Libre - https://apartamento.mercadolibre.com.co/MCO-479489952-apartamento-en-venta-_JM	**Área:** 44 m2 **Precio:** 140000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 2 • Baños: 1	
19	Los Cristales VII Etapa	Nuroa - https://www.nuroa.com.co/venta/apartamento-bogota-carimagua	**Área:** 50 m2 **Precio:** 132000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
20	Los Cristales Etapa V y VI	Bienes Online - https://www.bienesonline.co/ficha-apartamento-venta-kennedy-central-bogota-dc_APV101860.php?utm_source=Mitula&utm_medium=CPC&utm_campaign=Mitula	**Área:** 50 m2 **Precio:** 117000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	

21	Los Cristales Etapa III y IV	Icasas - https://www.icasas.com.co/inmueble/52835	**Área:** 40 m2 **Precio:** 115000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
22	Acuario	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/chucua-det-3903329.aspx	**Área:** 65 m2 **Precio:** 200000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 2	
23	Los Cristales I y II etapa	Finca Raíz - https://www.fincaraiz.com.co/apartamento-en-venta/bogota/carimagua-det-3726884.aspx	**Área:** 51 m2 **Precio:** 145000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños:1	
24	Los cristales III y IV Etapa	Tixuz - https://co.tixuz.com/inmuebles/venta/departamento/kennedy-los-cristales/6685043?utm_source=casas.mitula.com.co&utm_medium=referral	**Área:** 40 m2 **Precio:** 110000000 **C. físicas:** • Habitaciones: 3 • Baños: 1	
25	OIKOS III	Allanuncios - https://www.allanuncios.com.co/compra-casas-aptos/bogota/vendo-hermoso-apartamento-en-carimagua-bogota/181657495/r?utm_source=mitula&utm_medium=Aggregator&utm_term=housing&utm_campaign=Columbia-Aggregator-mitula-organic-housing	**Área:** 56 m2 **Precio:** 150000000 **C. físicas:** Habitaciones: 3 Baños: 1	