UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSE DE CALDAS

MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN DE MUESTRAS GRANULOMÉTRICAS UTILIZADAS EN EL DISEÑO DE MEZCLA DE CONCRETO SIMPLE HIDRÁULICO.

Sergio Mosquera Gómez

Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas
Facultad Tecnologica
Bogotá, Colombia
2019

MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN DE MUESTRAS GRANULOMÉTRICAS UTILIZADAS EN EL DISEÑO DE MEZCLA DE CONCRETO SIMPLE HIDRÁULICO.

Sergio Mosquera Gómez

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de:
Tecnólogo en Construcciones Civiles

Director:
Ingeniero Miltón Mena Serna

Línea de Investigación:
Tecnología del Concreto

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad Tecnológica
Bogotá, Colombia
2019

Resumen

Se explicó paso a paso diferentes métodos de optimización de muestras granulométricas para el diseño de mezcla de concreto simple hidráulico, así como los fundamentos teórico y matemático en el cual se soporta cada uno de ellos. Mediante cada uno de los métodos se optimizo una muestra granulométrica y se compararon cada uno de los resultados obtenidos por los diferentes métodos de optimización. Se encuentra que la mayoría de los métodos se basan en la optimización ideal de Fuller y Bolomey, además que algunos métodos son más precisos que otros.

Abstract

It was explained step by step different methods of optimization of granulometric samples for the design of mix of simple hydraulic concrete, as well as the theoretical and mathematical foundations in which each of them is supported. By means of each of the methods, a granulometric sample was optimized and each of the results obtained by the different optimization methods were compared. It is found that most methods are based on the ideal optimization of Fuller and Bolomey, and that some methods are more accurate than others.

Contenido

Resumen v

1. Introducción 2

2. Planteamiento del problema 5

3. Justificación 6

4. Objetivos 7
4.1. General . . . 7
4.2. Específicos . . . 7

5. Marco Teórico 8
5.1. Diseño de mezcla . . . 8
5.1.1. Propiedades del concreto . . . 9
5.1.2. Trabajabilidad . . . 9
5.1.3. Ensayo de asentamiento (A.S.T.M. c 143 - NTC 396) . . . 9
5.1.4. Ensayo de penetración con la esfera Kelly . . . 10
5.1.5. Medidor de asentamiento $K^{29,30}$ . . . 10
5.1.6. Resistencia . . . 10
5.1.7. Durabilidad . . . 12
5.1.8. Peso unitario . . . 12
5.1.9. Economía . . . 13

6. Metodologías para optimizar la granulometría 14
6.1. Método A.C.I. 211 - Para Concreto Simple . . . 15
6.1.1. Tamaño máximo del agregado . . . 15
6.1.2. Módulo de finura . . . 15
6.2. Método de Fuller - Thompson . . . 18
6.2.1. Determinación de porcentajes de agregados en la mezcla. . . . 18
6.3. Método de Bolomey . . . 22
6.4. Método de la Road Note Laboratory (RNL) . . . 26
6.5. Método no Gráfico . . . 27
6.5.1. Caso cuadrático para dos agregados . . . 29
6.5.2. Caso cuadrático para tres agregados . . . 30

6.6. Método de Mínimos Cuadrados 32

7. Aplicación de los Métodos de optimización granulométrica 37

7.1. Granulometria de los Agregados 37
7.2. Diseño de Mezcla 39
7.3. Optimización Granulométrica 40
7.3.1. Método ACI - 211 40
7.3.2. Método de Fuller - Thompson 41
7.3.3. Método de Bolomey 44
7.3.4. Método Road Note Laboratory (RNL) 47
7.3.5. Método no Gráfico en Diseño de Mezclas de Concreto 51
7.3.6. Método de Mínimos Cuadrados 55

8. Análisis de los Métodos 61

8.1. Fuller-Thompson y Bolomey por Tanteos 61
8.2. Método Fuller - Thompson y Bolomey Por Métodos de Finura 64
8.3. Comparación Cuantitativa de los Métodos 65

9. Conclusiones 66

10. Recomendaciones 67

A. Anexo: Análisis Granulométrico de la Arena y de la Grava 68

Bibliografía 71

1. Introducción

Prácticamente el comienzo de las técnicas modernas para el diseño de mezclas de concreto fue a principios ,del siglo pasado (1900). Los trabajos de Feret, Fuller y Thompson, Abrams, Bolomey , etc., marcaron una nueva etapa en la investigación y desarrollo del concreto como material de construcción.

Antes de 1900 sólo se utilizaban para la confección del concreto, proporciones preestablecidas empíricamente (por ejemplo se especificaban mezclas 1:3 por volumen suelto para pavimentos, 1:5 para losas, 1:4 para vigas y columnas, etc.). Esto era permitido para esa época ya que la calidad del concreto era poco controlada. Pero para la mayoría de las aplicaciones, que tiene hoy en día el concreto, es indispensable si no obligatorio, utilizar un procedimiento correcto de diseño de mezclas para cumplir las rigurosas especificaciones que se le exigen al material en la construcción.

El concreto es un material heterogéneo, compuesto por una parte cementante (cemento + agua) y otra, que podemos considerar de relleno (los agregados), pero que mejoran notablemente las características del material. Recién preparado tiene un aspecto de fluido viscoso, propiedad que le permite moverse con facilidad rellenando completamente las formaletas de las estructuras.

Una vez se pasa esta primera etapa de material moldeable, con el tiempo y bajo condiciones de exposición aceptables (temperatura y humedad), el material se convierte en un sólido capaz de mantener su forma y soportar cargas externas con un comportamiento que se puede considerar, aproximadamente, elasto-plástico. (En forma exacta el hormigón ni es elástico ni es plástico, su curva tensión-deformación (σ vs ϵ), muestra un comportamiento aproximadamente lineal hasta el 40 % de su resistencia última, luego se comporta en forma plástica hasta la rotura como se ilustran en la Figura **1-1**.
.

El concreto es actualmente el material más ampliamente utilizado en la construcción de muchas de las obras civiles, como son edificios, puentes, carreteras, centrales hidroeléctricas, plantas de tratamiento, tuberías, canales entre otros.

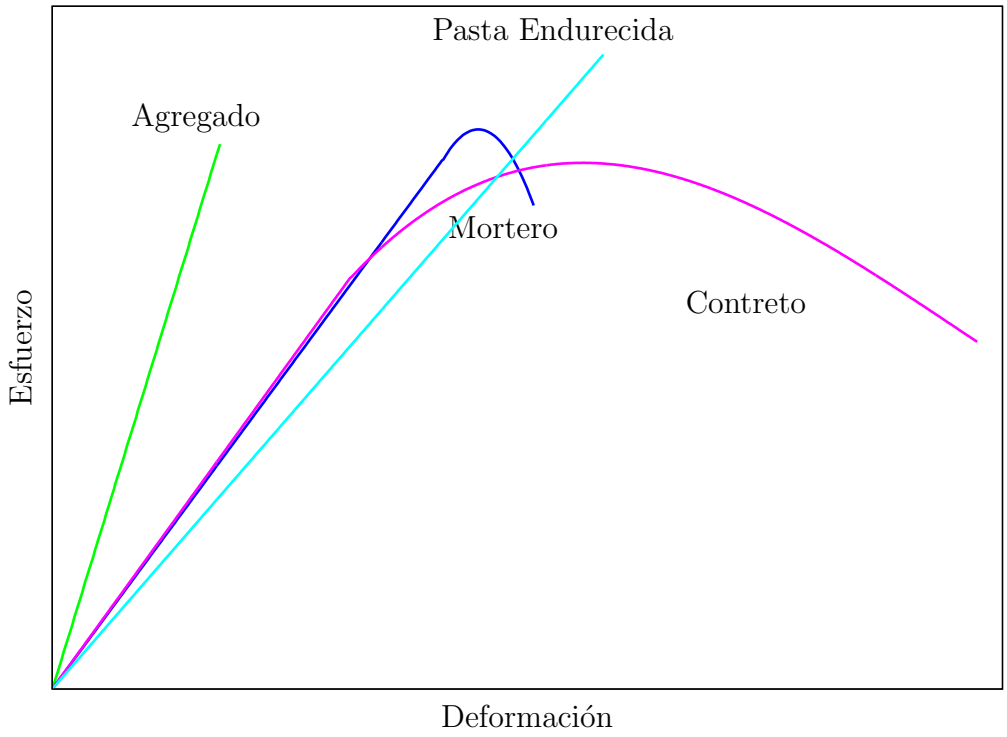


Figura 1-1.: Curvas de esfuerzo deformación de agregado, pasta endurecida, mortero, concreto.

Sin embargo, debido a la gran cantidad de propiedades del concreto, éste se destaca como un material cuyo manejo y control requiere amplios conocimientos de la matemática y de la ingeniería. A pesar de lo anterior en muchas de las obras de construcción se siguen manteniendo unas costumbres erradas que deterioran la calidad final de este material.

Un diseño de mezcla de concreto, se realiza con el fin de obtener de obtener una resistencia deseada, a partir de la caracterización de los agregados que componen dicha mezcla.

La granulometría de los áridos es uno de los parámetros más importantes empleados para la dosificación del concreto. La mayoría de los métodos de dosificación presentan especificaciones sobre las granulometrías óptimas que deben tener los él material pétreo, puesto que constituye su esqueleto y tiene una gran influencia sobre sus propiedades.

El análisis granulométrico de un árido consiste en determinar la distribución por tamaños de las partículas que lo forman, o sea, en separar al árido en diferentes fracciones de partículas del mismo tamaño, o de tamaños comprendidos dentro de determinados límites y en hallar el porcentaje que entra en el árido cada uno de estos, Figura **1-2**.

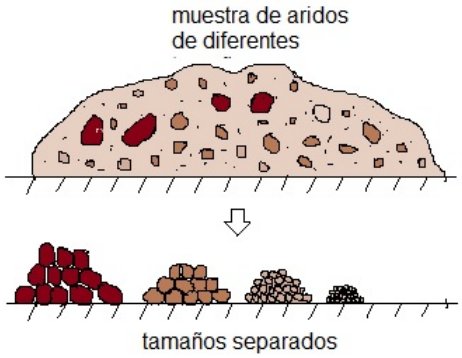


Figura 1-2.: Separación de agregados por tamaños

Usualmente para el diseño de mezclas de dos (algunas veces tres) materiales es necesario efectuar los siguientes pasos:

1. Obtener las granulometrías de los materiales.
2. Con base en estas granulometrías definir una granulometría ideal para la mezcla.
3. Por un método analítico o gráfico obtener los porcentajes de los materiales que den la granulometría de la mezcla "más semejante" a la ideal.

2. Planteamiento del problema

Los agregados o áridos, son los minerales, piedra y arena que constituyen aproximadamente el 75 % de la mezcla del concreto, constituyen el relleno de la mezcla. La escogencia del agregado debe basarse en el conocimiento de sus propiedades, en su comportamiento en obra, especialmente en los ensayos de laboratorio. Aunque es difícil obtener un agregado ideal, el problema es decidir el nivel de comportamiento que se necesita en una situación específica, y determinar calidad económicamente alcanzable, para lo cual es necesario valorar los agregados disponibles.

A la hora de realizar una mezcla de concreto es importante para definir la calidad y estabilidad de la obra que todos sus componentes cumplan su función de la manera adecuada, siendo el concreto uno de los materiales más utilizados en la industria de la construcción, es importante que este brinde la seguridad requerida, por lo cual sus componentes de igual manera deben cumplir.

En buena parte la elección de granulometría para una mezcla de concreto permanece como un procedimiento empírico. Y aunque hay muchas propiedades importantes del concreto, la mayor parte de procedimientos de diseño, están basados principalmente en lograr una resistencia a compresión para una edad especificada así como una manejabilidad apropiada.

3. Justificación

Se pretende implementar los conocimientos adquiridos durante el proceso de formación tecnológico, utilizar la información suministrada por los docentes la cual es útil para realizar cualquier proyecto de ingeniería. La tecnología en construcciones civiles tiene un campo de acción muy amplio, siempre se encuentra donde la sociedad le necesita, donde haya algo con que contribuir al bienestar de la comunidad en general, en este caso es un apoyo a la ingeniería que está a disposición de garantizar el buen funcionamiento de las estructuras del futuro.

El concreto es el material más utilizado en la industria de la construcción, en las grandes obras de ingeniería, por tal motivo se debe garantizar que este cumpla con las características requeridas para cada entorno y que a su vez cumpla su principal propiedad como lo es la resistencia a la compresión de manera adecuada.

Siendo el material pétreo el principal componente del concreto y el mayor en volumen se debe elegir una granulometría que maximice las propiedades del concreto, que brinde las mejores condiciones de uso y disposición final de este producto, teniendo en cuenta que es la base para construir las estructuras del futuro.

4. Objetivos

4.1. General

✓ Identificar y explicar los diferentes métodos utilizados en la optimización de muestras granulométricas tanto cualitativamente como cuantitativamente para el diseño de mezclas de concreto simple hidráulico.

4.2. Específicos

✓ Indagar sobre el estado del arte de los métodos de optimización de muestras granulométricas.
✓ Realizar el análisis comparativo de los métodos de optimización de muestras granulométricas
✓ Aplicar los métodos de optimización de muestras granulométricas a un estudio de caso.

5. Marco Teórico

5.1. Diseño de mezcla

El diseño de mezcla es un proceso de pasos por medio del cual se va a obtener la dosificación de materiales que se van a mezclar, cemento, agua, agregado grueso, agregado fino y otro adicional si es necesario, se realiza diseño de mezcla dependiendo de la obra a realizar, la disposición de materiales, las condiciones de exposición del elemento, la manejabilidad y resistencias requeridas, teniendo mayor control de los efectos deseados y de cómo corregirlos en caso de que no se cumplan. Para realizar los diseños de mezcla se pueden usar diferentes métodos como lo son el método A.C.I. 211, Fuller - Thompson, Bolomey, Faury, RNL(Road Note Laboratory) y mínimos cuadrados.

5.1.1. Propiedades del concreto

Las proporciones del concreto se seleccionan de tal forma que cumplan con los requisitos para cada tipo de obra, como lo son la trabajabilidad, resistencia, durabilidad, economía y peso unitario.

5.1.2. Trabajabilidad

Es una propiedad del concreto en estado fresco, es la facilidad con la cual se puede mezclar, transportar y compactar el hormigón con una determinada cantidad de energía, esta energía se emplea en eliminar el aire atrapado y compactar la mezcla, la compactación debe lograr el máximo peso por unidad de volumen para una resistencia adecuada, ya que el aire reduce la resistencia, el aire proviene de aire atrapado durante el vaciado de la mezcla, que depende de la granulometría del agregado fino y de aire que deja el exceso de agua al evaporarse, el cual depende de la relación agua cemento.

El contenido de agua en la mezcla afecta directamente la trabajabilidad del concreto, sin embargo también dependerá del tamaño máximo del agregado, su granulometría, forma y textura superficial, unos agregados de mayor tamaño serán más difíciles de mover, así mismo si son redondeados y de textura lisa, darán mayor trabajabilidad.

A pesar de ser propiedad del concreto en estado fresco no se puede medir con facilidad, se realizan ensayos para medir otra propiedad de mejor manejo que se pueda correlacionar con la trabajabilidad, tales propiedades son asentamiento.

5.1.3. Ensayo de asentamiento (A.S.T.M. c 143 - NTC 396)

Se usa un equipo conformado por un cono truncado de 30 cm de altura, 10 cm de diámetro superior y 20 cm de diámetro inferior, el cual se coloca sobre una superficie lisa y se llena con concreto en tres capas, cada compactada 25 veces con una varilla lisa de 16 mm de diámetro, con extremos redondeados, cuando este compacta y nivelada en la parte superior, se levanta el cono y se mide la disminución de altura con respecto a la altura del cono este será el asentamiento.

Esta prueba no mide trabajabilidad, mide la resistencia a cortante cuando este fluye bajo su propio peso, se puede detectar variaciones en la uniformidad de la mezcla y se usa como control de calidad de concreto en obra.

5.1.4. Ensayo de penetración con la esfera Kelly

Se usa para el control de calidad del concreto en obra, consiste en determinar la profundidad a la que una semiesfera de metal de 152mm de diámetro y 13,6 kg de peso se hunde en el concreto fresco. La profundidad del concreto debe ser mayor a 20 cm y la dimensión lateral mayor a 46 cm, se puede realizar directamente en la formaleta o carretilla.

5.1.5. Medidor de asentamiento $K^{29,30}$

Es un dispositivo llamado k-slump-tester, es un tubo hueco de 19 mm de diámetro y longitud total de 34 cm, la parte inferior termina en cono, sobre unos huecos que permiten la entrada de la parte fina del concreto al tubo, se inserta verticalmente en el concreto fresco, hasta una profundidad determinada, y se retira para leer la altura de la mezcla que ingreso por los huecos, esta es la trabajabilidad de la mezcla.

Existen otros ensayos experimentales relacionados a la trabajabilidad que se realizan en obra, como factor de compactación, remoldeo, vebe, la prueba de fluidez, pruebas de asentamiento y penetración, estos ensayos miden a la vez otras propiedades de la calidad del concreto.

5.1.6. Resistencia

Estructuralmente es el más importante, se realizan probetas testigo tomadas cuando se va a colocar el concreto, existen diferentes probetas, la cilíndrica para determinar la resistencia a compresión simple y la resistencia a la tracción por compresión, el cilindro más usado es de 15 cm de diámetro y 30 centímetros de altura para concretos con tamaño máximo de agregado de 38mm, hay cilindros de 7,5 cm de diámetro y 15 centímetros de altura para concretos con tamaño máximo de agregado de 25 mm, otras probetas son cubicas de arista de 15 cm, para evaluar la resistencia a la tracción por flexión o módulo de rotura del concreto se hacen vigas de sección con altura igual al tercio de la luz, y se ensaya con carga en los tercios medios o en el medio.

La resistencia del concreto depende de muchas variables por lo que se usan procedimientos normalizados para evaluar la calidad del mismo y aun así la variación en la resistencia es inevitable. Sin embargo se puede decir que para mezclas con agregados limpios y bien gradados, la resistencia depende de la cantidad de agua por unidad de cemento, la calidad del cemento también afecta la resistencia.

Duff abrams realizo la siguiente representación matemática donde supone unos agregados

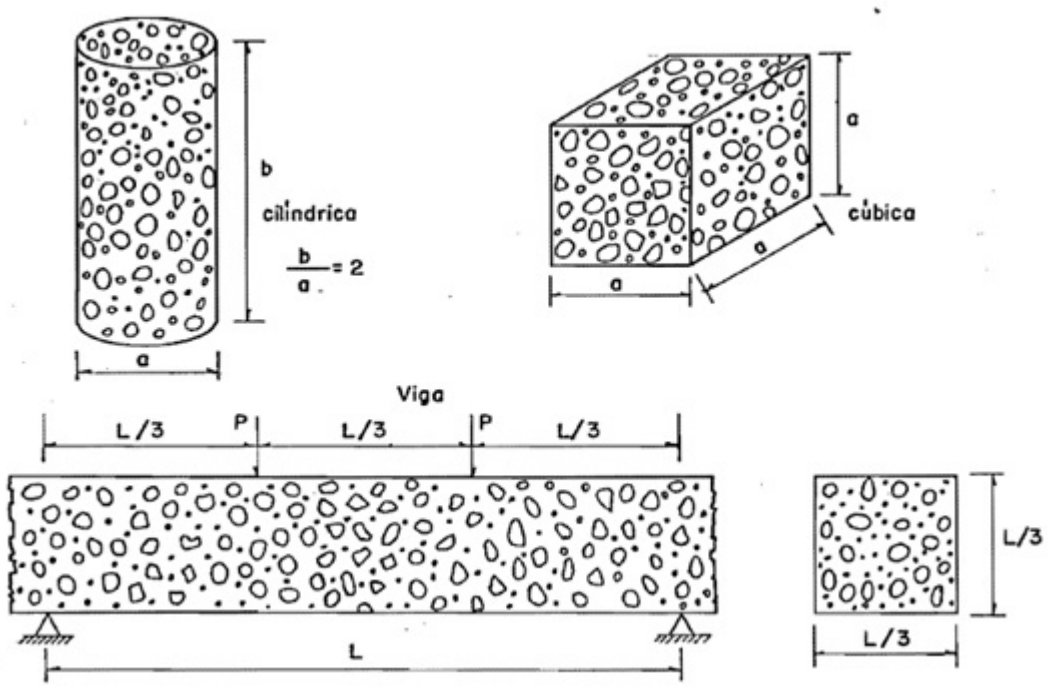


Figura 5-1.: Diferentes probetas para ensayo de resistencia del concreto. Tomada de Guía practica para el diseño de mezclas de hormigón, Orlando Giraldo Bolívar, Medellín octubre 1987

limpios y bien gradados

$$f'_c = \frac{K_1}{K_2^{A/c}} \quad \text{para } \frac{A}{C} > 0{,}40 \text{ en volumen suelto} \tag{5-1}$$

K_1 y K_2 son constantes experimentales obtenidas por mínimos cuadrados al realizar regresión de los resultados obtenidos, K_1 y K_2 varían con la edad y condiciones de curado, ya que estas afectan la resistencia del concreto.

La resistencia del concreto es una variable estocástica, su función de densidad de probabilidades se conoce cuando se realiza proyectos controlados de resistencia el cual tiene los siguientes criterios:

- $\mathbf{f'_c}$: Resistencia a la compresión del hormigón especificada en los cálculos y planos estructurales del proyecto.
- $\sigma_\mathbf{n}$: Desviación típica obtenida de pruebas de resistencia con cilindros fabricados en condiciones similares y con los mismos materiales.
- $\mathbf{f'_{cr}}$: Resistencia critica de diseño, que garantiza con cierta probabilidad, que se cumple $\mathbf{f'_c}$

La probabilidad de obtener resultados por debajo de la resistencia mínima debe ser menor del 1 % del promedio de dos probetas, La probabilidad de obtener resultados por debajo de $\mathbf{f'_c}$ debe ser menor del 1 %, del promedio del ensayo de tres cilindros.

La resistencia del concreto es una característica del material y su manejo requiere conocimiento previo de la estadística básica, interpretar la $\mathbf{f'_c}$ de los planos y cálculos estructurales al igual que el control de calidad de la mezcla de concreto. El $\mathbf{f'_c}$ no es la resistencia es un valor para dimensionar y analizar el proyecto, el $\mathbf{f'_{cr}}$ es mayor al $\mathbf{f'_c}$ y con este se realiza el diseño de mezcla.

Para medir el control de calidad se usa la estadística en especial el coeficiente de variación, que permite comparar los valores obtenidos con diferentes formas de fabricación y de control, se usa en el concreto de peso normal.

5.1.7. Durabilidad

Es una propiedad fundamental si el concreto va a estar sometido a condiciones externas especiales, que le disminuyan su capacidad resistente. Como congelamiento y deshielo, humedad y secado, calentamiento y enfriamiento, ataques químicos, sales descongelantes, meteorización, etc. para cada una de estas condiciones se deben tomar medidas en el momento del diseño de mezcla y usar un tipo de cemento adecuado para la condición, así como una relación A/C y aditivos que contrarresten los efectos.

Es necesario para lograr la durabilidad adecuada que se realice un buen control de calidad y de las prácticas constructivas, junto con el diseño de mezcla correcto y materiales adecuados, (Tabla **5-1**).

5.1.8. Peso unitario

Es una propiedad necesaria para ciertas aplicaciones del concreto donde su peso por unidad de volumen se debe controlar estrictamente. Se tienen concretos liviano, normal y pesado.

Concreto liviano: se fabrica con bajo peso específico, para lograr pesos unitarios entre 500 y 2000 kg/m^3 , se usan en prefabricados, cubiertas de aislamiento térmico, y estructuras en general.

Concreto pesado: se fabrica con agregados de alto peso específico, para lograr pesos unitarios entre 3000 y 7000 kg/m^3 . Se usa como contrapeso en puentes basculantes, y aplicación

Tabla 5-1.: Agentes que afectan la durabilidad del concreto y sus respectivas medidas preventivas. [2]

Agente	**Medida para Mayor Durabilidad**
Congelamiento y deshielo	Buenos agregados. Baja relación A/C. Aditivos inclusores de aire.
Ataque de sulfatos	Cemento Portland tipo MRS (Moderada Resistencia a los Sulfatos). Cemento Portland tipo ARS (Alta Resistencia a los Sulfatos). Un correcto diseño de mezcla.
Ataque de Acido	Se recomienda recubrimiento especial.
Desgaste por alto uso	Usar concreto de alta resistencia. Agregados de alta dureza.
Descascaramiento en cubiertas por sales descongelantes	Usar concreto de baja permeabilidad. Con aire incluido.
Reacción de agregados	Selección adecuada de agregados. Bajo contenido de álcalis. Se puede usar adición de puzolana.

biológica contra las radiaciones atómicas como los rayos gamma.

Concreto normal: se fabrica con agregado de origen natural, para lograr pesos unitarios entre 2000 y 3000 kg/m^3 , se usa en cualquier construcción.

5.1.9. Economía

Para lograr mezclas económicas se requiere ajustar la granulometría, que permiten el uso de bajo contenido de cemento, los agregados grandes también reducen el contenido de cemento pero no se pueden usar este concreto en todas las estructuras, como en las estructuras de concreto armado, cuyo tamaño de agregado máximo se limita por las dimensiones del elemento, la distancia entre el refuerzo, técnicas de colocación y transporte del concreto.

El costo del concreto es el de los materiales más el costo de fabricación, y el contenido de cemento es un factor importante, así como el control de calidad del concreto que reduce costos.

6. Metodologías para optimizar la granulometría

La granulometría es la distribución del tamaño de las partículas del agregado, se determina por medio de una muestra representativa, pasándola por una serie de tamaños que se ordenan de mayor a menor, se expresa en porcentajes retenidos en cada tamiz, y posteriormente en porcentajes pasa de cada tamiz.

Los agregados influyen en la resistencia y manejabilidad, son económicos y hacen parte del mayor volumen en el concreto. El agregado fino da manejabilidad y mayor cohesión a la mezcla de concreto, pero en exceso baja la resistencia, El agregado grueso da resistencia a la mezcla debe tener un límite porque genera segregación en el concreto además de hacer la mezcla poco manejable, por lo cual la optimización de granulometría es la combinación o el porcentaje de cada uno de los agregados para lograr una mejor acomodación de los tamaños, y obtener las propiedades necesarias en la mezcla de concreto.

Los métodos han sido desarrollados en su mayoría en base de ensayo y error, por medio de los cuales dejando las demás condiciones fijas se varía la granulometría y se comparan los resultados. Los métodos que se van a usar para optimizar la granulometría en este trabajo son:

1. Método ACI - 211
2. Método de Fuller - Thompson
3. Método de Bolomey
4. Método de la Road Note Laboratory (RNL)
5. Método no gráfico
6. Método de Mínimos Cuadrados

6.1. Método A.C.I. 211 - Para Concreto Simple

El método se basa en trabajos experimentales de Abrams, Richard y Talbot, Goldbeck y Gray basado en la técnica de ensayo y error se puede programar con facilidad para tener un manejo fácil y practico, se limita a concretos con dos agregados y un peso unitario entre 2000 kg/m^3 y 2500 kg/m^3, con resistencias menores a 42 Mpa, tiene en cuenta la trabajabilidad, la resistencia y la durabilidad exigidas. Con base en proporciones iniciales se van realizando correcciones gradualmente hasta obtener la mezcla deseada.

Este método determina el contenido en volumen del agregado grueso por medio de la tabla **6-1**, se debe tener en cuenta que se usa para unos agregados dados y un asentamiento especificado dentro de los limites prácticos, es necesario dejar constantes el contenido de agua y volumen absoluto de agregado grueso para mantener la misma trabajabilidad con cualquier relación A/C. se recomiendan unos volúmenes de agregado grueso secos y compactados por volumen unitario de concreto en función del tamaño máximo del agregado grueso y del módulo de finura del agregado fino.

6.1.1. Tamaño máximo del agregado

Se elige de acuerdo a las dimensiones de la estructura, posición del esfuerzo y disponibilidad de materiales, este es el tamaño del agregado cuyo porcentaje retenido acumulado en las mallas normalizadas es menor o igual al 5 %. Debe cumplir:

- Un quinto de la menor dimensión entre los lados de la formaleta.
- Un tercio del espesor de las losas.
- Tres cuartos del espaciamiento libre entre las barras de refuerzo, varillas o cables pretensados.

El tamaño máximo del agregado se puede puede seleccionar a criterio del ingeniero si la trabajabilidad y método de colocación dan una compactación con un mínimo de vacíos.

6.1.2. Módulo de finura

El módulo de finura es la sumatoria de los porcentajes retenidos acumulados en los tamices N°4, N°8, N°16, N°30, N°50 y N°100 de la A.S.T.M, esté no debe ser menor a 2.3 ni mayor a 3.1, y fuera de este rango no se puede determinar el volumen de agregado grueso ya que el comportamiento no es lineal, se pueden usar extrapolaciones, como las utilizadas por el ingeniero Juan Fernando García Baladó.

En la tabla **6-1** se da el volumen de agregado grueso seco y compactado con varilla se debe ubicar el tamaño máximo del agregado en milímetros o pulgadas y el módulo de finura del agregado fino, el valor del cruce es el volumen de agregado grueso.

Tabla 6-1.: Volúmenes de agregado grueso por metro cúbico de concreto. [2]

Tamaño máximo del agregado grueso		**Volumen de agregado grueso seco compactado con varilla, por volumen unitario de concreto para diferentes módulos de finura de la arena**			
mm	**pulgadas**	**Módulo de finura**			
		2.40	**2.60**	**2.80**	**3.00**
10	3/8	0.50	0.48	0.46	0.44
12.5	1/2	0.59	0.57	0.55	0.53
20	3/4	0.66	0.64	0.62	0.60
25	1	0.71	0.69	0.67	0.65
40	3/2	0.76	0.74	0.72	0.70
50	2	0.78	0.76	0.74	0.72
70	3	0.81	0.79	0.77	0.75
150	6	0.87	0.85	0.83	0.81

Estos volúmenes son seleccionados de resultados empíricos para fabricar concreto con una trabajabilidad adecuada para la construcción normal, varia si se va a utilizar en concretos con menor o mayor trabajabilidad.

No siempre se tienen módulos de finura en el rango de 2.4 a 3, en el caso de que el módulo de finura exceda este rango se usa la tabla **6-2** la cual fue adaptada por Baladó, si el valor de módulo de finura no esta se puede interpolar para obtenerlo.

Como se menciona anteriormente se consideran el tamaño máximo del agregado y el módulo de finura, en la figura **6-1** se ven las curvas donde el tamaño máximo del agregado esta constante y varían los módulos de finura, dando el volumen del agregado grueso.

Tabla 6-2.: Volúmenes de agregado grueso seco y compactado con varilla por metro cúbico de concreto según García Baladó. [2]

Tamaño Máximo del agregado grueso		**Módulo de Finura del Agregado Fino**								
mm	**Pulgadas**	**0.00**	**1.00**	**2.00**	**2.40**	**2.75**	**3.10**	**4.00**	**5.00**	**6.00**
9.5	$\frac{3}{8}$	0.70	0.63	0.54	0.50	0.45	0.39	−−	−−	−−
12.5	$\frac{1}{2}$	0.74	0.69	0.61	0.57	0.53	0.48	0.30	−−	−−
19	$\frac{3}{4}$	0.80	0.75	0.68	0.65	0.62	0.58	0.44	−−	−−
25	1	0.82	0.78	0.72	0.69	0.66	0.63	0.51	0.21	−−
37.5	$\frac{3}{2}$	0.85	0.81	0.76	0.73	0.71	0.68	0.59	0.38	−−
50	2	0.87	0.83	0.79	0.76	0.74	0.71	0.64	0.47	−−
75	3	0.89	0.86	0.82	0.80	0.78	0.76	0.64	0.56	0.21
150	6	0.93	0.91	0.87	0.86	0.84	0.82	0.76	0.66	0.51

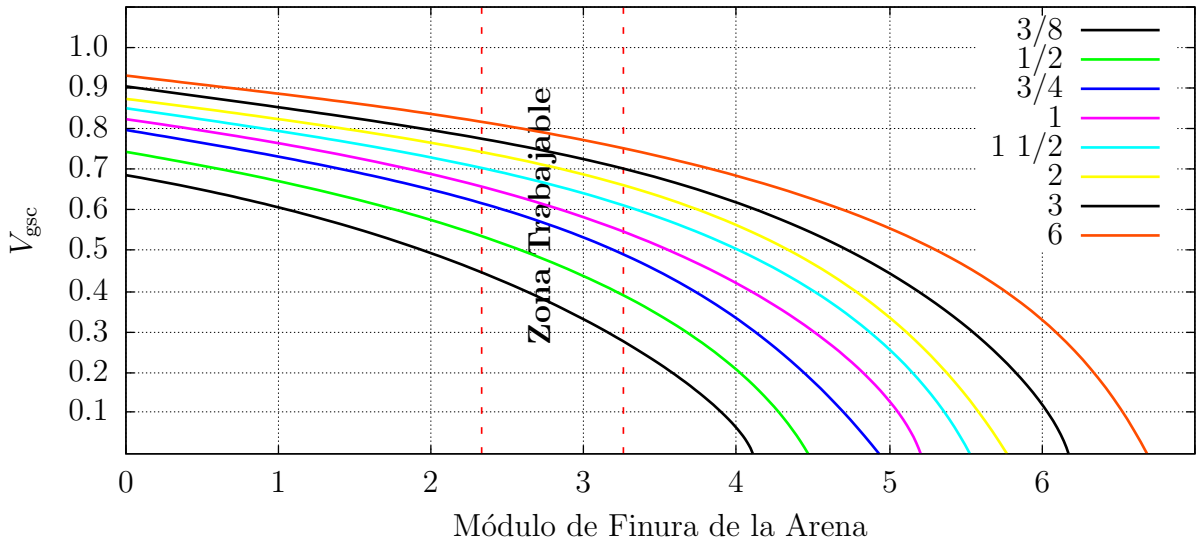


Figura 6-1.: Los volúmenes de agregado grueso seco y compactado con varilla ($Vgsc$) por metro cubico de concreto. [2]

6.2. Método de Fuller - Thompson

Como resultado de sus investigaciones, en el año 1907 Fuller y Thompson seleccionaron una curva granulométrica para hallar la mejor composición de los agregados finos y gruesos. Es recomendable utilizar este método cuando la estructura a construir no está fuertemente armada, la cantidad de cemento por metro cubico de concreto supera 300 kg, los agregados no superan 2" ± 3/4" y son de forma redondeada preferiblemente. Este método al igual que el método de Bolomey y Faury, son métodos analíticos diseñados para que no sean necesarios ensayos de campo o de laboratorio como los de asentamiento y resistencia, esto se realizó por medio de ensayos de trabajabilidad y masas unitarias máximas para ajustar las curvas y tablas.

6.2.1. Determinación de porcentajes de agregados en la mezcla.

Para combinar granulométricamente los agregados de la mezcla se utiliza la siguiente formula:

$$Y = 100 \left(\frac{d}{D} \right)^{0,5} \tag{6-1}$$

Donde:

- Y = % en peso que pasan a través del tamiz de abertura d.
- D es el tamaño máximo del agregado.

Tabla 6-3.: Granulometría de Fuller y Thompson según el tamaño máximo nominal. [2]

d		**D**						
mm	pulg	**mm**	**12.5**	**20**	**25**	**40**	**50**	**63.5**
		pulg	**1/2**	**3/4**	**1**	**3/2**	**2**	**2 1/2**
63.5	**2 1/2**	⟶	−−	−−	−−	−−	−−	100
50	**2**	⟶	−−	−−	−−	−−	100	89
40	**3/2**	⟶	−−	−−	−−	100	86.6	77
25	**1**	⟶	−−	−−	100	81.6	70.7	63
19	**3/4**	⟶	−−	100	87.2	71	61	55
12.5	**1/2**	⟶	100	81	70.7	57	50	44
9.5	**3/8**	⟶	87	71	61.6	50	43	39
4.75	**N4**	⟶	62	50	43.5	35	31	27
2.36	**N8**	⟶	44	35	30.7	25	22	19
1.18	**N16**	⟶	31	25	21.7	18	15	14
0.6	**N30**	⟶	22	18	15.5	12.5	11	9.7
0.3	**N50**	⟶	15	12.5	11	8.8	7.7	6.9
0.15	**N100**	⟶	11	8.8	7.7	6.2	5.4	4.8

El la tabla **6-3**, se encuentran diferentes granulometrías utilizando el método de Fuller - Thompson.

El porcentaje en peso de agregado a mezclar se puede obtener por uno de los siguientes métodos:

1) **Método por tanteos:** dibujamos la granulometría de los agregados a mezclar en una misma hoja de papel semilogarítmico en donde el eje de las abscisas colocamos el tamaño del agregado (d) y en el eje de las ordenadas los porcentajes acumulados Y. luego unimos con rectas los tamaños máximos y mínimos de agregados consecutivos. El punto donde estas rectas interceptan la curva de Fuller representa en las abscisas el % en volumen del agregado a combinar.

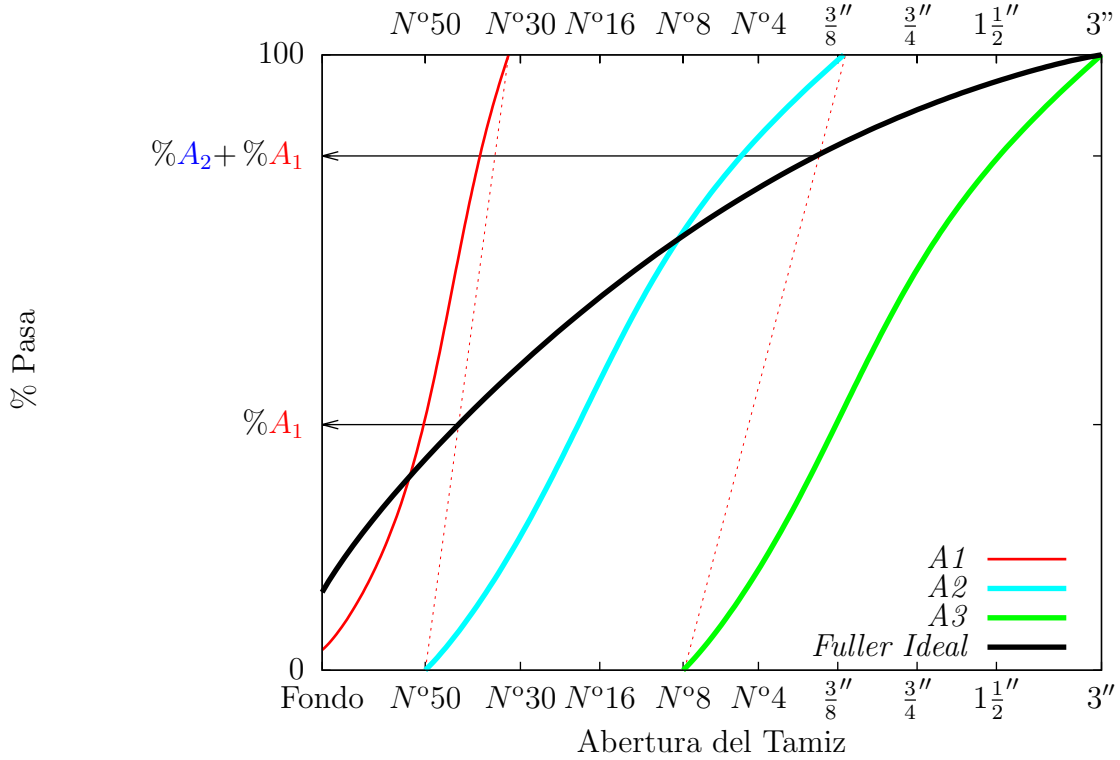


Figura 6-2.: Dosificación gráfica de agregados por Fuller - Thompson. [2]

En la figura **6-2** se puede observar 3 tipos de agregado *A1*, *A2* y *A3*, cada uno representado por una curva de un color, los porcentajes de los agregados corresponden al valor en Y, asociados al cruce entre la curva de Fuller (línea negra) y las líneas que unen los valores máximos del agregado con el valor mínimo del siguiente agregado.

2) **Método por los módulos de finura:** es un procedimiento matemático, que se basa en el cálculo de los módulos de finura de los agregados, para determinar la mejor combina-

ción de materiales a utilizar en el concreto.

Si se consideran n agregados $(1, 2, 3, \cdots, n)$ y sean los módulos de finura MF_1, MF_2, MF_3 $, \cdots, MF_n$, y llamando $MFF_1, MFF_2, MFF_3, \cdots, MFF_n$, a los módulos de finura de Fuller cuyos tamaños máximos coinciden con los agregados 2, 3, 4 $\cdots, n$. Ahora bien, deseamos determinar los porcentajes $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$ que debemos emplear de cada agregado, de tal modo que podemos plantear un sistema de ecuaciones con n incógnitas que serán los t_i,

$$t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n = 100 \tag{6-2}$$

Como la curva de composición debe tener un módulo de finura similar a MFF_i de la curva de Fuller podemos plantear la siguiente ecuación (Ec. 6-3):

$$MFF_n = \frac{MF_1 \cdot t_1 + MF_2 \cdot t_2 + MF_3 \cdot t_3 + \cdots + MF_n \cdot t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n} \tag{6-3}$$

Donde n es el número de agregados.

Finalmente se resuelve el sistema de ecuaciones 6-2 y 6-3 y se obtienen los valores de t_i.

Por ejemplo para dos agregados

$$t_1 + t_2 = 100 \tag{6-4}$$

Es decir la suma de los porcentajes es el 100 %.

$$MFF_2 = \frac{MF_1 \cdot t_1 + MF_2 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \tag{6-5}$$

El módulo de finura de Fuller se toma con el tamaño máximo del agregado.

$$t_1 = 100 \frac{MF_2 - MFF_2}{MF_2 - MF_1} \tag{6-6}$$

$$t_2 = 100 - t_1 \tag{6-7}$$

Para tres agregados se tiene:

$$t_1 + t_2 + t_3 = 100 \tag{6-8}$$

$$t_1 + t_2 = 100 \left(\frac{MF_3 - MFF_3}{MF_3 - MF_2} \right) \tag{6-9}$$

$$t_1 = (t_1 + t_2) \frac{MF_2 - MFF_2}{MF_2 - MF_1} \tag{6-10}$$

$$t_3 = 100 - (t_1 + t_2) \tag{6-11}$$

6.3. Método de Bolomey

La curva de Bolomey se aplica especialmente en la dosificación de hormigones masivos como en presas, muros de gravedad, vertederos, etc.

La curva granulométrica que selecciono Bolomey para combinar los agregados incluidos el cemento es:

$$Y = A + (100 - A)\sqrt{\frac{d}{D}} \tag{6-12}$$

donde

- Y es el porcentaje en peso de los agregados que pasan a través del tamiz de abertura d.
- D es el tamaño máximo del agregado.
- d es el tamaño del tamíz.
- A es un coeficiente dependiente de la forma del agregado y consistencia del concreto.

En la tabla **6-4** están los valores que toma A, dependiendo el tipo de agregado, y la consistencia medida con el asentamiento

Tabla 6-4.: Coeficiente A para diferentes texturas de agregado y consistencias de concreto. [2]

Tipo de Agregado	**Consistencia**	**Asentamiento (cm)**	A
Redondeado	*Seca - Plástica*	0 - 5	10
	Blanda	5 - 10	11
	Fluida	10 - 20	12
Triturado	*Seca - Plástica*	0 - 5	12
	Blanda	5 - 10	13
	Fluida	10 - 20	14

Tabla 6-5.: Valores correspondientes a la curvas de Bolomey, usando la ecuación 6-12 para $A = 13$. [2]

Tamiz	**Diámetro (mm)**			
(mm)	**50**	**38**	**25**	**19**
50	100			
37,5	88.3	100		
25.0	74.5	84.0	100	
19.0	66.6	74.9	88.8	100
12.5	56.5	63.2	74.5	83.6
9.5	50.9	56.8	66.6	74.5
4.75	39.8	44.0	50.9	56.5
2.36	31.9	34.8	39.7	43.7
1.18	26.4	28.4	31.9	34.7
0.60	22.5	24.0	26.5	28.5
0.30	19.7	20.8	22.5	23.9
0.15	17.8	18.5	19.7	20.7

Los métodos para definir las proporciones de los agregados son:

1) **Por tanteo:** se procede de la misma forma que en Fuller. En un primer tanteo se escogen los % de material (Y) y que representan los puntos de corte con la línea que unos los tamaños máximos y mínimos de dos agregados consecutivos y la curva de Bolomey (Fig. **6-3**).

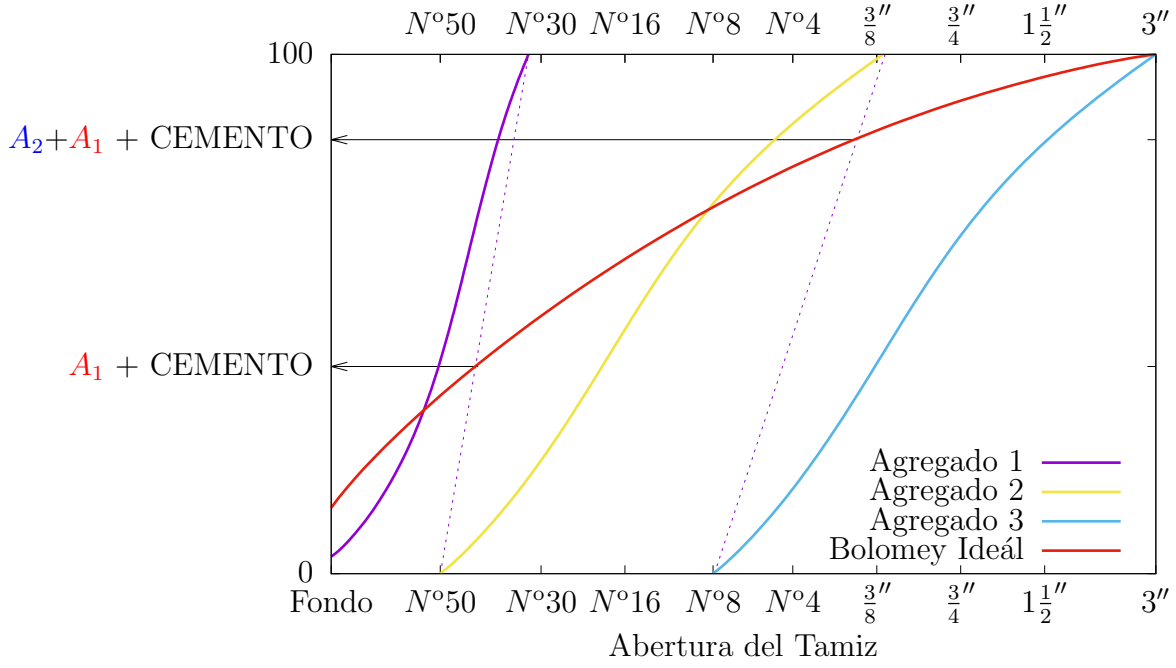


Figura 6-3.: Dosificación gráfica por Bolomey

2) **Por módulos de finura:** se consideran $n+1$ fracciones de agregado con módulos de finura $MF_0, MF_1, MF_2, MF_3, \cdots, MF_n$, donde MF_0 es módulo de finura del cemento ya que se considera agregado.

Sean $MFB_1, MFB_2, MFB_3, \cdots, MFB_n$ los módulos de finura de la curvas de Bolomey cuyos tamaños máximos son los de los agregados $1, 2, 3, \cdots, n$, los cuales se determinan por medio de los valores indicados en la tabla **6-5**.

Se requiere determinar los porcentajes de cada uno de los agregados, $t_0, t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$ que debemos emplear, para ajustar la curva. Se plantea un sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ incógnitas, que son los t_i. De este modo tenemos

$$t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n = 100 \tag{6-13}$$

En la ecuación 6-13 tenemos que la suma de los porcentajes de los agregados es 100 %.

En las ecuaciones 6-14 a 6-17 se igualan los módulos de finura de las curvas de referencia para obtener los MFB_i, no son las curvas de Bolomey, sino unas curvas modificadas obtenidas así:

$$MFB_1 = \frac{MF_0 \cdot t_0 + MF_1 \cdot t_1}{t_0 + t_1} \tag{6-14}$$

$$MFB_2 = \frac{MF_0 \cdot t_0 + MF_1 \cdot t_1 + MF_2 \cdot t_2}{t_0 + t_1 + t_2} \tag{6-15}$$

$$MFB_3 = \frac{MF_0 \cdot t_0 + MF_1 \cdot t_1 + MF_2 \cdot t_2 + MF_3 \cdot t_3}{t_0 + t_1 + t_2 + t_3} \tag{6-16}$$

$$MFB_n = \frac{MF_0 \cdot t_0 + MF_1 \cdot t_1 + MF_2 \cdot t_2 + MF_3 \cdot t_3 + \cdots + MF_n \cdot t_n}{t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + \cdots t_n} \tag{6-17}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones se debe tener en cuenta

- La cantidad de cemento (t_0) en la mezcla se debe conocer.
- El módulo de finura del cemento $MF_0 = 0$.
- Las curvas de referencia para obtener los MFB_i, no son las curvas de Bolomey, sino unas curvas modificadas obtenidas así: sea C_n la curva de Bolomey para el tamaño máximo total de los agregados. La curva C_{n-1} para el agregado del tamaño anterior, será los $100/n$ de los ordenados, sobre los mismo tamices de la curva de referencia total desde el tamaño máximo del agregado n–1, siendo m la ordenada de la curva C_n para el tamaño máximo del agregado n–1. Se continua así para los demás agregados.

El valor de t_0 está dado por

$$t_0 = \frac{C/d_c}{1025 - A} \times 100 \tag{6-18}$$

En donde

- C es el peso de cemento por metro cúbico de concreto.
- A es el peso de agua por metro cúbico de concreto.
- d_c es el peso específico del cemento.
- t_0 es el porcentaje de cemento en el total de agregados.

Finalmente se resuelve el sistema de ecuaciones (6-13 a 6-18) para t_i.

Por ejemplo para **dos agregados se tiene:**

$$t_1 = \frac{100(MF_2 - MFB_2) - t_0 \cdot MF_2}{MF_2 - MF_1} \quad \text{\% de agregado fino}$$
$$t_2 = 100 - (t_0 + t_1) \quad \text{\% de agregado grueso}$$

Ahora bien, para **tres agregados se tiene:**

$$t_0 + t_1 + t_2 + t_3 = \frac{MF_3 - MFB_3}{MF_3 - MFB_2}$$
$$t_1 = \frac{(t_0 + t_1 + t_2)(MF_2 - MFB_2) - t_0 \cdot MF_2}{MF_2 - MF_1}$$
$$t_2 = (t_0 + t_1 + t_2) - (t_0 + t_1)$$
$$t_3 = 100 - (t_0 + t_1 + t_2)$$

6.4. Método de la Road Note Laboratory (RNL)

Este método se basa en las curvas granulométricas ideales de Fuller y de Bolomey, para el cual debe seguirse los siguientes pasos:

1. Realiza un cuadrado de 10×10 unidades.
2. En el lado derecho e izquierdo se enumera de abajo hacia arriba, desde 0 hasta 100 de 10 en 10.
3. En la parte superior se enumera de 0 a 100 de 10 en 10, de izquierda a derecha.
4. En la parte inferior se enumera de 0 a 100 de 10 en 10, de derecha a izquierda.
5. En la parte izquierda se van a ubicar los tamices del agregado grueso en frente del porcentaje correspondiente.
6. En la parte derecha se van a ubicar los tamices del agregado fino en frente del porcentaje correspondiente.
7. Se unen por medio de líneas los porcentajes de los tamices que se repiten, los que no se repitan del agregado grueso se unen al 100, y los del agregado fino se unen al 0.
8. Se ubican sobre las líneas según el tamaño del tamiz puntos, los cuales corresponden a la curva de la granulometría ideal de Fuller en la tabla **6-3**, y de Bolomey en la tabla **6-5**.
9. Se traza una línea vertical que pase lo más cerca posible de la mayoría de los puntos.
10. La línea va a determinar el porcentaje de agregado fino en la parte superior y de agregado grueso en la parte inferior

6.5. Método no Gráfico

El método no gráfico a diferencia de los demás métodos busca reducir la distancia entre la granulometría ideal y la obtenida basándose en métodos matemáticos[6], se van a usar los siguientes términos:

- N: *número de tamices usados en una granulometría.*
- n: *numero de tamices usados en una granulometria ideal*
- T_i: *Tamíz* i, $i = 1, 2, \cdots, N$
- d_i: *tamaño de los orificios del tamiz* i
- $d_i > d_{i+1}$ con $i = 1, 2, \cdots, N - 1$

Se va a usar de referencia la granulometría ideal de Fuller, la granulometría del material son los n porcentajes que pasan cada uno de los tamices, se puede representar como:

$$g = g(g_1, g_2, \cdots, g_n) \in \mathbb{R}^n \tag{6-19}$$

$$0 \leq g_i \leq 100 \tag{6-20}$$

$$g_i \geq g_{i+1} \tag{6-21}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n - 1 \tag{6-22}$$

Donde los g_i son porcentajes de agregado grueso que pasa cada tamiz i, por tanto deben ser mayores de 0 y menores de 100, el porcentaje de agregado que pasa un tamiz debe ser mayor o igual que el porcentaje que pasa en el siguiente tamiz, es decir que en cada tamiz se retiene material por tanto en el siguiente tamiz no puede pasar más porcentaje de material que paso en el anterior, y si no se retiene de igual forma debe pasar el mismo porcentaje de material.

Las granulometrías de los agregados gruesos y finos serán entonces:

$$g = (g_1, g_2, \cdots, g_n) \longrightarrow \text{Para el agregado grueso} \tag{6-23}$$

$$f = (f_1, f_2, \cdots, f_n) \longrightarrow \text{Para los Finos} \tag{6-24}$$

Las granulometrías de los agregados gruesos y finos se componen por los porcentajes que pasan cada tamiz. Este método se basa en las curvas ideales, en este caso se va a tomar la curva ideal de fuller.

Se define el tamaño máximo como el tamiz inmediatamente superior al mayor tamiz que deja pasar menos del 85 %, es decir

$$\text{si } g_k < 85, \;\; g_{k-1} \geq 85 \tag{6-25}$$

El tamaño máximo que se toma es $D = d_{k-1}$
En la granulometria de Fuller la curva ideal está dada por:

$$a_i = 100\sqrt{\frac{d_i}{D}}, \quad \text{si } d_i \leq D \tag{6-26}$$

$$a_i = 100, \quad \text{si } d_i > D \tag{6-27}$$

Donde:

- D es el tamaño máximo nominal
- d_i es el tamaño del tamiz

La granulometría de agregados que se tiene se denota por $b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$ y el porcentaje se denota por p el porcentaje de agregados finos, el porcentaje de agregado grueso será $100-p$ los valores de la granulometría se calculan así:

$$b_i = b_i(p) = \frac{pf_i + (100-p)g_i}{100} \tag{6-28}$$

Se debe buscar que la granulometría $b(p) = b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$ sea muy parecida a la granulometría ideal $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$.

La optimización de la granulometría busca obtener una granulometría ideal conformada por un porcentaje de material específico, que combinado con el porcentaje de los otros materiales de una granulometría base.

Por medio de una función distancia (δ) que cumple las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
\delta : R^n \times R^n \longrightarrow & \\
& \delta(x,y) \geq 0 \\
& \delta(x,y) = 0 \text{ si y solamente si } x = y \\
& \delta(x,y) = \delta(x,y) \\
& \delta(x,y) \leq \delta(x,z) + \delta(z,y)
\end{aligned}$$

El método busca en términos de la distancia obtener un porcentaje de cada material óptimo para la mezcla. Por lo que se debe hallar la mínima distancia que nos da el porcentaje óptimo entre dos granulometrías

$$\text{minimizar}\, \delta(b,a) = \delta(b(p),a)$$

$$0 \leq p \leq 100$$

Se trata de minimizar una función de la variable p en el intervalo [0, 100]

6.5.1. Caso cuadrático para dos agregados

Se toma como distancia δ_2, el minimizador de p^* de $\delta_2(a,b)$ es el mismo $\delta_2^2(a,b)$ y así el cálculo exacto de p^* se realiza:

$$\delta_2^2(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (a_i - b_i)^2 \tag{6-29}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[a_i - \frac{pf_i + (100-p)g_i}{100} \right]^2 \tag{6-30}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{g_i - f_i}{100} p + a_i - g_i \right]^2 \tag{6-31}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{u_i}{100} p + v_i \right]^2 \tag{6-32}$$

Donde:

- $u_i = g_i - f_i$
- $v_i = a_i - g_i$

$$\frac{d}{dp}\delta_2^2(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \frac{2}{100}\left[\frac{u_i}{100}p + v_i\right]^2 u_i = 0 \tag{6-33}$$

$$p^* = -100\frac{\sum u_i v_i}{\sum u_i^2} \tag{6-34}$$

Como $\delta_2^2(a,b)$ es una parábola concava hacia arriba el valor de p^* es el minimizador, cuando las granulometrias sean iguales el minimizador no esta definido, si el valor de p^* es negativo se debe tomar como 0, si el valor de p^* es mayor que 100 se toma 100, ninguno de los dos casos sirve para la mezcla.

6.5.2. Caso cuadrático para tres agregados

Se toma como distancia δ_2, el minimizador de p^* de $\delta_2(a,b)$ es el mismo $\delta_2^2(a,b)$ y así el cálculo exacto de p^* se realiza:

$$\delta_2^2(a,b) = \sum_{i=1}^{n}(a_i - b_i)^2 \tag{6-35}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[a_i - \frac{pf_i + qg_i + (100-p-q)h_i}{100}\right]^2 \tag{6-36}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{h_i - f_i}{100}p + \frac{h_i - g_i}{100}q + \frac{100(a_i - h_i)}{100}\right]^2 \tag{6-37}$$

$$= 10^{-4}\sum_{i=1}^{n}\left[u_i p + v_i q + 100 w_i\right]^2 \tag{6-38}$$

Donde:

- $u_i = h_i - f_i$
- $v_i = h_i - g_i$
- $w_i = a_i - h_i$

Tenemos un sistema de n ecuaciones y dos variables al resolverlo se tiene:

$$c = \frac{-100}{\sum u_i^2 \sum v_i^2 - \left(\sum u_i v_i\right)^2} \tag{6-39}$$

$$p^* = c\left[\left(\sum u_i w_i\right)\cdot\left(\sum v_i^2\right) - \left(\sum v_i w_i\right)\cdot\left(\sum u_i v_i\right)\right] \tag{6-40}$$

$$p^* = c\left[\left(\sum v_i w_i\right)\cdot\left(\sum u_i^2\right) - \left(\sum u_i w_i\right)\cdot\left(\sum u_i v_i\right)\right] \tag{6-41}$$

Si p o q son negativos o mayores a 100 se pueden modificar, sin embargo esto puede indicar que los materiales no son indicados.

6.6. Método de Mínimos Cuadrados

Esté método sirve para optimizar dosificaciones de árido que previamente se pretendan aproximar a leyes del tipo:

$$c_i = k\left(\frac{d_i}{D}\right)^n \tag{6-42}$$

donde:

- $\mathbf{c_i}$ es el (%) **ideal** de árido (en volumen) que pasa por el tamiz de luz d_i.
- $\mathbf{d_i}$ es la luz del tamiz en (mm)
- **D** es el tamaño máximo del árido.
- **n** es un exponente que en general es un número fraccionario. (Fuller y Bolomey $n = \frac{1}{2}$)
- **k** es una constante.

Una vez obtenidos los puntos de una curva del tipo 6-42, se trata de aproximar a ellos lo más posible la curva de composición obtenida a partir del análisis granulométrico del árido disponible [1]. Para esto podemos pensar en un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$\begin{array}{c}
a_{11}x_1 + a_{1_2}x_2 + \cdots + a_{1j}x_j + \cdots + a_{1n}x_n - c_1 = r_1 \\
a_{21}x_1 + a_{2_2}x_2 + \cdots + a_{2j}x_j + \cdots + a_{2n}x_n - c_2 = r_2 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \\
a_{i1}x_1 + a_{i_2}x_2 + \cdots + a_{ij}x_j + \cdots + a_{in}x_n - c_i = r_i \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \\
\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m_2}x_2 + \cdots + a_{mj}x_j + \cdots + a_{mn}x_n - c_m = r_m
\end{array} \tag{6-43}$$

donde:

- $\mathbf{a_{ij}}$ es el porcentaje de árido en volumen del grupo granulométrico[1] (**j**), que pasa por un determinado tamiz **i**, en un análisis granulométrico realizado previamente.
- $\mathbf{x_j}$ es el porcentaje (expresado en tanto por uno), en volumen, del árido (**j**) que entraría en la curva a obtener.

[1] Los grupos granulometricos son, grava, gravilla y arena

- $\mathbf{c_i}$ es el (%) **ideal** de árido (en volumen) que pasa por el tamiz de luz d_i.
- $\mathbf{r_i}$ es la función residuo que deseamos minimizar, para esto se necesita que:

$$\sum_{i=1}^{m} r_i^2 \text{ sea mínimo} \tag{6-44}$$

- Por otra parte también se debe cumplir que

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \tag{6-45}$$

- **Nota: El tamiz esta en las filas y el tipo de agregado en las columnas. Son m tamices y n agregados.**

El sistema de ecuaciones 6-43 se puede expresar en forma matricial

$$\mathbf{Ax} - \mathbf{c} = \mathbf{r} \tag{6-46}$$

Donde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{6-47}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_i \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix} \qquad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_m \end{pmatrix} \tag{6-48}$$

Si en cada una de las m ecuaciones se resta a cada uno de los coeficientes $\mathbf{a_{ij}}$ el coeficiente que afecta a las incógnitas $\mathbf{x_n}$ es decir $\mathbf{a_{in}}$ se llegaría a una ecuación matricial que tiene la siguiente forma

$$\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{x}} - \overline{\mathbf{c}} = \mathbf{r} \tag{6-49}$$

Donde

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} a_{11} - a_{1n} & \cdots & a_{1j} - a_{1n} & \cdots & a_{1,n-1} - a_{1n} \\ a_{21} - a_{2n} & \cdots & a_{2j} - a_{2n} & \cdots & a_{2,n-1} - a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i1} - a_{in} & \cdots & a_{ij} - a_{in} & \cdots & a_{i,n-1} - a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} - a_{mn} & \cdots & a_{mj} - a_{mn} & \cdots & a_{m,n-1} - a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \overline{a_{11}} & \cdots & \overline{a_{1j}} & \cdots & \overline{a_{1,n-1}} \\ \overline{a_{21}} & \cdots & \overline{a_{2j}} & \cdots & \overline{a_{2,n-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{a_{i1}} & \cdots & \overline{a_{ij}} & \cdots & \overline{a_{i,n-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{a_{m1}} & \cdots & \overline{a_{mj}} & \cdots & \overline{a_{m,n-1}} \end{pmatrix} \tag{6-50}$$

Es decir se tiene que:

$$\overline{a_{ij}} = a_{ij} - a_{in}$$

$$\overline{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_j \\ \vdots \\ x_{n-1} \end{pmatrix} \qquad \overline{\mathbf{c}} = \begin{pmatrix} c_1 - a_{1n} \\ c_2 - a_{2n} \\ \vdots \\ c_i - a_{in} \\ \vdots \\ c_m - a_{mn} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_m \end{pmatrix} \tag{6-51}$$

Luego, después de aplicar el método de mínimos cuadrados se llega al siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} \left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right] x_1 + \cdots + \left[\overline{a_j}, \overline{a_1}\right] x_j + \cdots + \left[\overline{a_{n-1}}, \overline{a_1}\right] x_{n-1} - \left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right] &= 0 \\ \left[\overline{a_1}, \overline{a_2}\right] x_1 + \cdots + \left[\overline{a_j}, \overline{a_2}\right] x_j + \cdots + \left[\overline{a_{n-1}}, \overline{a_2}\right] x_{n-1} - \left[\overline{c_2}, \overline{a_2}\right] &= 0 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \left[\overline{a_1}, \overline{a_j}\right] x_1 + \cdots + \left[\overline{a_j}, \overline{a_j}\right] x_j + \cdots + \left[\overline{a_{n-1}}, \overline{a_j}\right] x_{n-1} - \left[\overline{c_j}, \overline{a_j}\right] &= 0 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ \left[\overline{a_1}, \overline{a_{n-1}}\right] x_1 + \cdots + \left[\overline{a_j}, \overline{a_{n-1}}\right] x_j + \cdots + \left[\overline{a_{n-1}}, \overline{a_{n-1}}\right] x_{n-1} - \left[\overline{c_{n-1}}, \overline{a_{n-1}}\right] &= 0 \end{aligned} \tag{6-52}$$

donde tenemos que

$$b_{ij} = \left[\overline{a_i}, \overline{a_j}\right]$$

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^{m} \overline{a_{ki}} \cdot \overline{a_{kj}} \tag{6-53}$$

$$b_{ij} = \overline{a_{1i}} \cdot \overline{a_{1j}} + \overline{a_{2i}} \cdot \overline{a_{2j}} + \cdots + \overline{a_{mi}} \cdot \overline{a_{mj}}$$

Donde m es el número de tamices como se había mencionado anteriormente. Es importante notar que $b_{ij} = b_{ji}$. De igual manera

$$d_j = \left[\overline{c_j}, \overline{a_j}\right]$$

$$d_j = \sum_{k=1}^{m} \overline{c_k} \cdot \overline{a_{kj}} \tag{6-54}$$

$$d_j = \overline{c_1} \cdot \overline{a_{1j}} + \overline{c_2} \cdot \overline{a_{2j}} + \cdots + \overline{c_m} \cdot \overline{a_{mj}}$$

Finalmente reemplazando las ecuaciones 6-53 y 6-54 en la ecuación 6-52 se obtiene un sistemas de e ecuaciones de $n-1$ incógnitas con $n-1$ ecuaciones, donde n representa el número de agregados.

A continuación se presenta un análisis comparativo de los Metódos

Tabla 6-6.: Análisis comparativo de las metodologías.

METODOLOGÍA	BASE DEL MÉTODO	IDEAL PARA	VENTAJAS	DESVENTAJAS
ACI - 211	Se basa en el ensayo y error por medio del cual se llega a la tabla 2 y 3, además tiene en cuenta el módulo de finura y el tamaño máximo del agregado.	N.A.	Se tiene el tamaño máximo del agregado y el módulo de finura se halla fácilmente, solo se debe ubicar un valor en la tabla e interpolar si es necesario.	Este método no tiene en cuenta la granulometría que te tiene por tamiz, además el vólumen de agregado grueso es alto.
FULLER THOMPSON	Se llega a una curva ideal por medio del ensayo y error, se basa en el tamaño máximo del agregado, se puede componer de varios agregados, esté método se compone de una parte gráfica y una analítica	Este método es ideal para estructuras fuertemente armadas, la cantidad de cemento por metro cúbico de concreto supera 300kg, los agregados no superan $2'' \pm \frac{3}{4}''$ y son de forma redondeada preferiblemente.	En el método gráfico se realizan las curvas granulométricas existentes y la curva ideal, por medio de lineas se determinan los porcentajes y el método analítico se reemplaza en las ecuaciones.	Este método no tiene en cuenta la granulometría por tamiz, además el método analítico puede llegar a ser confuso, cuando se tienen más de tres agregados.
BOLOMEY	Se llega una curva ideal basándose en la de fuller y teniendo en cuenta el tipo de agregado, se puede componer de varios agregados, se divide en una parte gráfica y una analítica.	Se aplica especialmente en la dosificación de hormigones masivos como en presas, muros de gravedad, vertederos, etc.	En el método gráfico se realizan las curvas granulométricas existentes y la curva ideal, y por medio de líneas se determinan los porcentajes, mientras que por el método analítico se reemplaza en las ecuaciones. La curva ideal considera también que la textura del agregado y la consistencia de la mezcla puede afectar la acomodación del agregado.	Este método no tiene en cuenta la granulometría por tamiz, además el método analítico puede llegar a ser confuso, cuando se tienen más de tres agregados.
RNL	Es un método gráfico, en el cual se puede basar ya sea en la curva ideal de Bolomey o Fuller - Thompson.	General	Se basa en curvas ideales y debido a esto es un método sencillo de aplicar.	Es subjetivo en el momento de limitar el porcentaje entre agregados, además solo permite el uso de máximo dos agregados.
MÉTODO NO GRÁFICO	Este método busca minimizar la distancia entre la granulometría ideal de Bolomey o Fuller - Thompson mediante el uso de la aproximación por mínimos cuadrados.	General	Se basa en curvas ideales, además se tienen diferentes opciones para hallar la distancia mínima entre la curva ideal y la granulometría existente, a pesar que no considera tamiz por tamiz al manejar un método matemático se va a conseguir una curva más similar a la ideal, adicional no es un método subjetivo a diferencia de los métodos gráficos.	Al ser un método matemático, se requiere tener conocimientos en métodos analíticos para minimizar las distancias.
MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS	Este método busca minimizar la distancia entre la granulometría ideal de Bolomey o Fuller - Thompson mediante el uso de la aproximación por mínimos cuadrados.	General	Es un método muy preciso, además es un método que se puede utilizar con varios agregados	Al ser un método matemático, se requiere tener conocimientos en métodos analíticos para minimizar las distancias.

7. Aplicación de los Métodos de optimización granulométrica

7.1. Granulometria de los Agregados

Con el objetivo de probar cada uno de los métodos se realizo un análisis granulométrico de una muestra de grava y una muestra de arena, ver Anexo A.

Los resultados de la granulometría de la grava y la arena se muestran en las tablas **7-1** y **7-2**.

Tabla 7-1.: Granulometría de la Grava

Abertura del Tamiz		Masa Retenida	(%) Retenido	(%) Retenido	(% Pasa)	Criterios Según NTC 174	
N mm	Pulg (N°)	(g)		Acumulado		(% Máximo)	(%) Mínimo
25	**1”**	0.0	0	0	100	100.0	100.0
19	**3/4”**	1376.3	27	27	73	100.0	90.0
12.5	**1/2”**	3446.0	67	93	7	55.0	20.0
9.5	**3/8”**	326.9	6	99	1	15.0	0.0
4.75	**N°4**	14.3	0	100	0	5.0	0.0
2.36	**N°8**	0.0	0	100	0	−−	−−
1.18	**N°16**	0.0	0	100	0	−−	−−
0.60	**N°30**	0.0	0	100	0	−−	−−
0.30	**N°50**	0.0	0	100	0	−−	−−
0.15	**N°100**	0.0	0	100	0	−−	−−
0.08	**N°200**	0.0	0	100	0	−−	−−
Fondo	**Fondo**	0.0	0	100	0	−−	−−

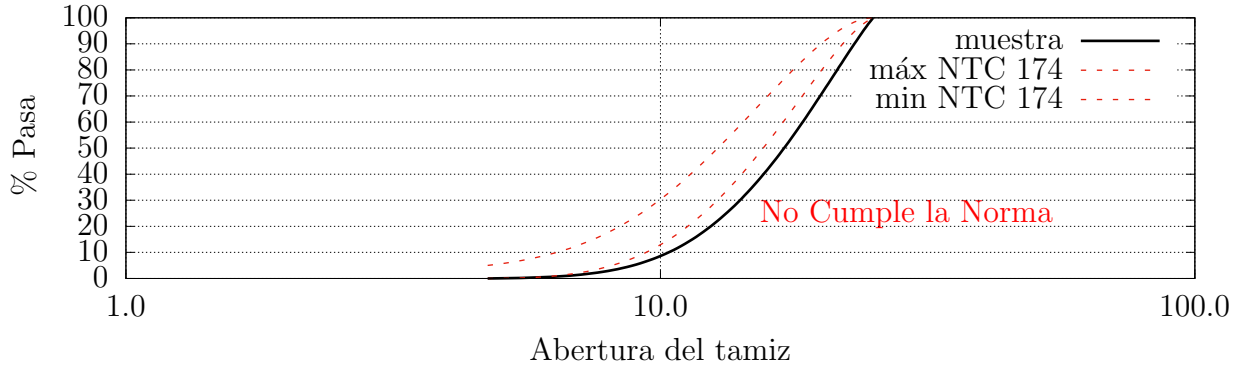


Tabla 7-2.: Granulometría de la Arena

Abertura del Tamiz		Masa Retenida	(%) Retenido	(%) Retenido	(% Pasa)	Criterios Según NTC 174	
mm	Pulg (Nº)	(g)		Acumulado		(% Máximo)	(%) Mínimo
25	**1”**	0.0	0	0	0	100.0	100.0
19	**3/4”**	0.0	0	0	0	100.0	100.0
12.5	**1/2”**	0.0	0	0	0	100.0	100.0
9.5	**3/8”**	0.0	0	0	100	100.0	100.0
4.75	**Nº4**	76.5	8	8	92	100.0	95.0
2.36	**Nº8**	221.5	23	31	69	100.0	80.0
1.18	**Nº16**	179.3	19	50	50	85.0	50.0
0.60	**Nº30**	172.6	18	67	33	60.0	25.0
0.30	**Nº50**	168.7	18	85	15	30.0	10.0
0.15	**Nº100**	93.1	10	95	5	10.0	2.0
0.08	**Nº200**	16.6	2	96	4	−−	−−
Fondo	**Fondo**	0.1	0	96	4	−−	−−

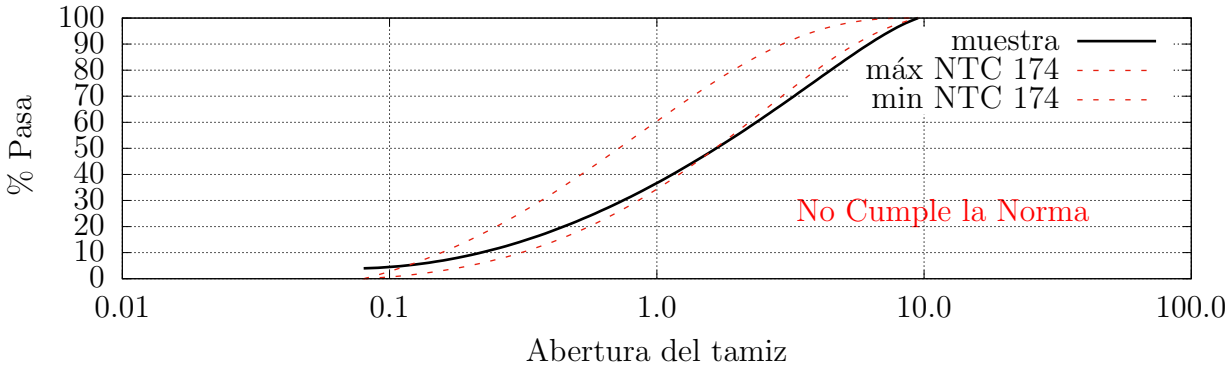


Figura 7-1.: Granulometria de la muestra de arena y Norma NTC 174

Con los dados de la tablas **7-1** y **7-2** hallamos los módulos de finura de la arena y de la grava.

Para la **Grava** tenemos:

$$MF_2 = \frac{\sum \%Ret.Acumulado(3/4'' + 3/8'' + N^o4 + N^o8 + N^o16 + N^o30 + N^o50 + N^o100)}{100}$$
$$MF_2 = \frac{0 + 27 + 99 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100}{100}$$
$$MF_2 = 7{,}24 \tag{7-1}$$

Para la **Arena** tenemos:

$$MF_1 = \frac{\sum \%Ret.Acumulado(N^o4 + N^o8 + N^o16 + N^o30 + N^o50 + N^o100)}{100}$$
$$MF_1 = \frac{8 + 31 + 50 + 67 + 85 + 95}{100}$$
$$MF_1 = 3{,}35 \tag{7-2}$$

7.2. Diseño de Mezcla

Los métodos en su mayoría vienen acompañados de un diseño de mezcla completo, lo que quiere decir que aparte de seleccionar la cantidad de agregado también seleccionan la cantidad de agua y de cemento, sin embargo, en este trabajo se dejarán esas variables iguales para todos los métodos ya que el fin es comparar los resultados de la optimización granulométrica.

Teniendo en cuenta [5], realizamos el diseño de mezcla utilizando el método ACI - 211.

Teniendo en cuenta los módulos de finura (ecuaciones 7-1 y 7-2), el tamaño máximo nominal (**TMN**= 25 mm) considerando una resistencia de 21 MPa, un asentamiento de 6 cm, relación agua cemento ($A/C = 0{,}57$) y utilizando las tablas en [5] hallamos los siguientes valores

Tabla 7-3.: Resultados del Diseño de Mezcla por el Método ACI [5]

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**POR DETERMINAR CON LA OPTIMIZACIÓN GRANULOMÉTRICA**		
Arena			
Total	1		

Nota: Teniendo en cuenta los resultados de la tabla **7-3**, el volumen ocupado por el aire el agua y el cemento es de 0,325 m^3, por lo tanto **el volumen de agregado será de 0,675 m^3**.

7.3. Optimización Granulométrica

7.3.1. Método ACI - 211

Ya que el módulo de finura del agregado fino es 3.35 y teniendo en cuenta que el tamaño máximo del agregado es 25 usamos la tabla **6-2** donde, realizando una interpolación determinamos el volumen de agregado grueso, de esta manera obtenemos que el volumen de agregado grueso.

Tamaño Máximo del agregado grueso		**Módulo de Finura del Agregado Fino**								
mm	**Pulgadas**	**0.00**	**1.00**	**2.00**	**2.40**	**2.75**	**3.10**	**4.00**	**5.00**	**6.00**
9.5	$\frac{3}{8}$	0.70	0.63	0.54	0.50	0.45	0.39	−−	−−	−−
12.5	$\frac{1}{2}$	0.74	0.69	0.61	0.57	0.53	0.48	0.30	−−	−−
19	$\frac{3}{4}$	0.80	0.75	0.68	0.65	0.62	0.58	0.44	−−	−−
25	1	0.82	0.78	0.72	0.69	0.66	**0.63**	**0.51**	0.21	−−
37.5	$\frac{3}{2}$	0.85	0.81	0.76	0.73	0.71	0.68	0.59	0.38	−−
50	2	0.87	0.83	0.79	0.76	0.74	0.71	0.64	0.47	−−
75	3	0.89	0.86	0.82	0.80	0.78	0.76	0.64	0.56	0.21
150	6	0.93	0.91	0.87	0.86	0.84	0.82	0.76	0.66	0.51

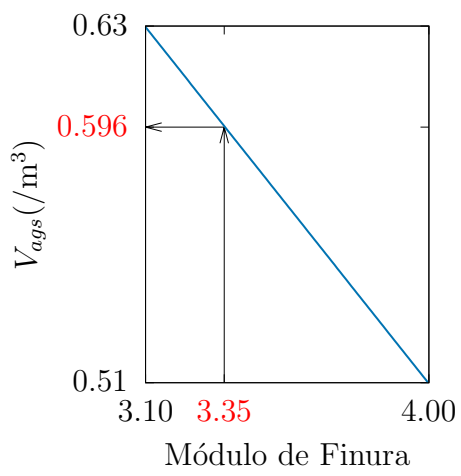


Figura 7-2.: Interpolación datos tabla **6-2**

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.596**		
Arena	**0.079**		
Total	**1**		

7.3.2. Método de Fuller - Thompson

Método de tanteos

Teniendo en cuenta los datos de las tablas **7-1** y **7-2**, realizamos las gráficas de los porcentajes pasa y de la curva ideal de Fuller.

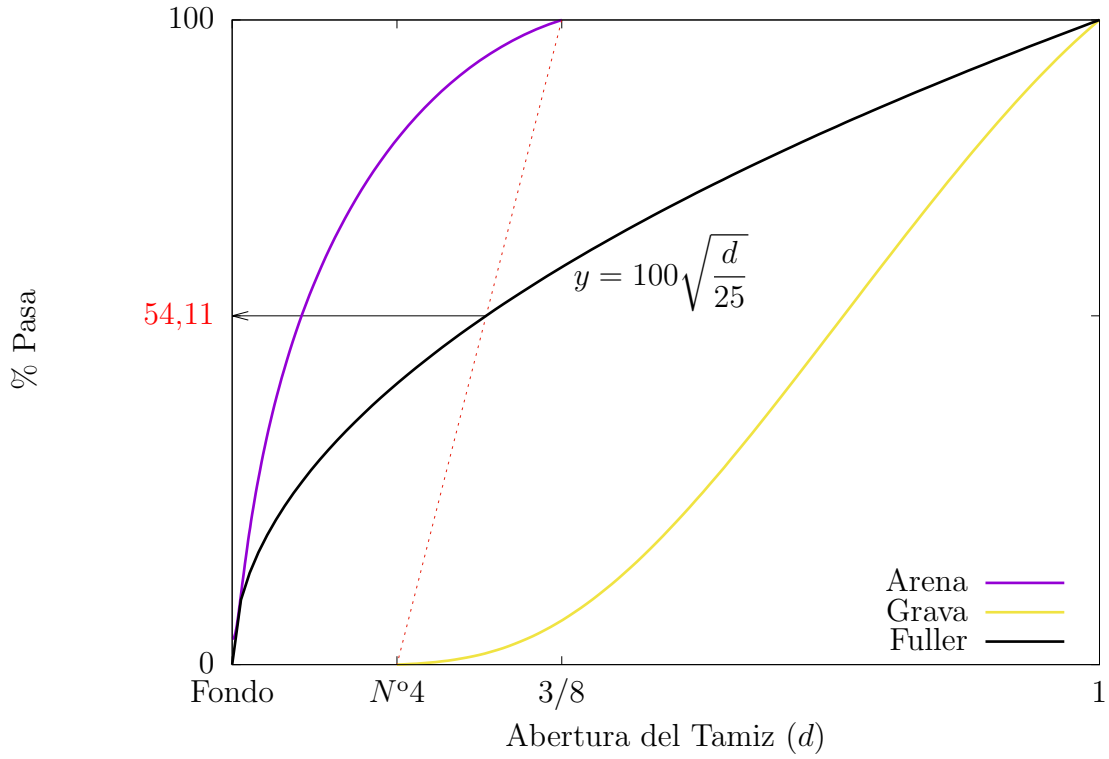


Figura 7-3.: Método de Fuller - Tanteos

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}675 \times 54{,}11\,\% = \mathbf{0{,}3652}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}675 \times 45{,}89\,\% = \mathbf{0{,}3097}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	Volumen (m^3)	Peso (Kg)	Densidad (kg/m^3)
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.3097**		
Arena	**0.3652**		
Total	**1**		

Por Módulos de Finura

Teniendo en cuenta los módulos de finura de la grava y de la arena, (ecuaciones 7-1 y 7-2), y teniendo en cuenta las ecuaciones (6-4 a 6-7), hallamos los porcentajes de arena y de grava.

d		**D**						
mm	pulg	**mm**	**12.5**	**20**	**25**	**40**	**50**	**63.5**
		pulg	**1/2**	**3/4**	**1**	**3/2**	**2**	**2 1/2**
63.5	**2 1/2**	$\longrightarrow$	−−	−−	−−	−−	−−	100
50	**2**	$\longrightarrow$	−−	−−	−−	−−	100	89
40	**3/2**	$\longrightarrow$	−−	−−	−−	100	86.6	77
25	**1**	$\longrightarrow$	−−	−−	100	81.6	70.7	63
19	**3/4**	$\longrightarrow$	−−	100	87.2	71	61	55
12.5	**1/2**	$\longrightarrow$	100	81	70.7	57	50	44
9.5	**3/8**	$\longrightarrow$	87	71	61.6	50	43	39
4.75	**N4**	$\longrightarrow$	62	50	43.5	35	31	27
2.36	**N8**	$\longrightarrow$	44	35	30.7	25	22	19
1.18	**N16**	$\longrightarrow$	31	25	21.7	18	15	14
0.6	**N30**	$\longrightarrow$	22	18	15.5	12.5	11	9.7
0.3	**N50**	$\longrightarrow$	15	12.5	11	8.8	7.7	6.9
0.15	**N100**	$\longrightarrow$	11	8.8	7.7	6.2	5.4	4.8

Considerando que el módulo de Finura de Fuller para el agregado 2 (MFF_2) viene dado por

$$MFF_2 = \frac{\sum \%\text{Ret. Acu. Ideal}(3/4'' + 3/8'' + N^o4 + N^o8 + N^o16 + N^o30 + N^o50 + N^o100)}{100}$$

$$MFF_2 = \frac{(100 - 87{,}2) + (100 - 61{,}6) + (100 - 43{,}5) + (100 - 30{,}7)}{100} \cdots$$

$$\cdots \frac{+(100 - 21{,}7) + (100 - 15{,}5) + (100 - 11) + (100 - 7{,}7)}{100}$$

$MFF_2 = \mathbf{5{,}21}$

Hallamos el porcentaje del agregado 1,

$$\begin{aligned} t_1 &= 100\frac{MF_2 - MFF_2}{MF_2 - MF_1} \\ &= 100\frac{7{,}24 - 5{,}21}{7{,}24 - 3{,}35} \\ &= 52{,}18\,\% \end{aligned}$$

De igual manera el porcentaje del agregado 2 viene dado por

$$\begin{aligned} t_2 &= 100 - t_1 \\ &= 100 - 52{,}18 \\ &= 47{,}82\,\% \end{aligned}$$

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}675 \times 52{,}18\,\% = \mathbf{0{,}3522}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}675 \times 47{,}82\,\% = \mathbf{0{,}3228}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.3228**		
Arena	**0.3522**		
Total	**1**		

7.3.3. Método de Bolomey

Método de tanteos

Teniendo en cuenta la fórmula

$$Y = A + (100 - A)\sqrt{\frac{d}{D}}$$

El coeficiente de A lo hallamos teniendo en cuenta la tabla **6-4**. Para este caso tomamos un agregado triturado con asentamiento de 7.5cm, de tal modo que $\mathbf{A} = \mathbf{13}$.

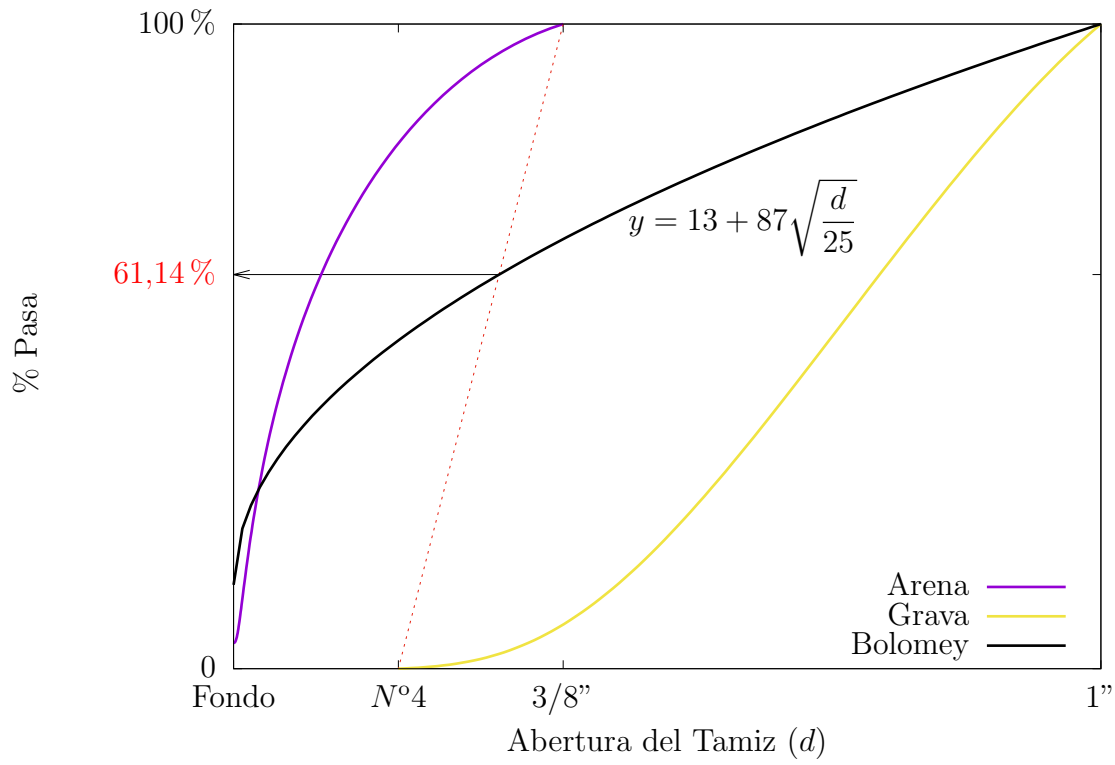


Figura 7-4.: Método de Bolomey - Tanteos

Dado que en este método el cemento también se considera como un agregado, entonces tenemos que el porcentaje de agregados será de 79.5 %.

Ahora hallamos el porcentaje de cemento que ocupa dentro de los agregados de acuerdo a

$$\begin{aligned} 0{,}795 \times \%C &= 0{,}12 \\ \%C &= 0{,}15 \\ \%\mathbf{C} &= \mathbf{15}\,\% \end{aligned}$$

De este modo

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}795 \times (61{,}14 - 15)\,\% = \mathbf{0{,}3668}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}795 \times 38{,}86\,\% = \mathbf{0{,}3089}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.3089**		
Arena	**0.3668**		
Total	**1**		

Por Módulos de Finura

Hallamos el modulo de finura de Bolomey teniedo en cuenta los valores ideales para un TMN= **25mm** y **A = 13**

Tamiz (mm)	**Diámetro (mm)**			
	50	**38**	**25**	**19**
50	100			
37,5	88.3	100		
25.0	74.5	84.0	100	
19.0	66.6	74.9	88.8	100
12.5	56.5	63.2	74.5	83.6
9.5	50.9	56.8	66.6	74.5
4.75	39.8	44.0	50.9	56.5
2.36	31.9	34.8	39.7	43.7
1.18	26.4	28.4	31.9	34.7
0.60	22.5	24.0	26.5	28.5
0.30	19.7	20.8	22.5	23.9
0.15	17.8	18.5	19.7	20.7

Considerando que el módulo de Finura de Bolomey para el agregado 2 (MFB_2) viene dado por

$$MFB_2 = \frac{\sum \%\text{Ret. Acu. Ideal}(3/4'' + 3/8'' + N^o4 + N^o8 + N^o16 + N^o30 + N^o50 + N^o100)}{100}$$

$$MFB_2 = \frac{(100-88{,}8)+(100-66{,}6)+(100-50{,}9)+(100-39{,}7)}{100}\cdots$$

$$\cdots\frac{+(100-31{,}9)+(100-26{,}5)+(100-22{,}5)+(100-19{,}7)}{100}$$

$MFB_2 = \mathbf{4{,}53}$

Teniendo en cuenta que el porcentaje de cemento dentro de los agregados corresponde al 15 %, ($\mathbf{t_0} = 15$), calculamos t_1 y t_2.

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{100(MF_2 - MFB_2) - t_0 \cdot MF_2}{MF_2 - MF_1} \\ &= \frac{100(7{,}24 - 4{,}53) - 15 \cdot 7{,}24}{7{,}24 - 3{,}35} \\ &= 41{,}75\,\% \end{aligned}$$

De igual manera el porcentaje del agregado 2 viene dado por

$$\begin{aligned} t_2 &= 100 - t_1 - t_0 \\ &= 100 - 41{,}75 - 15 \\ &= 43{,}25\,\% \end{aligned}$$

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}795 \times 41{,}75\,\% = \mathbf{0{,}3319}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}795 \times 43{,}25\,\% = \mathbf{0{,}3438}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.3438**		
Arena	**0.3319**		
Total	**1**		

7.3.4. Método Road Note Laboratory (RNL)

RNL - Fuller

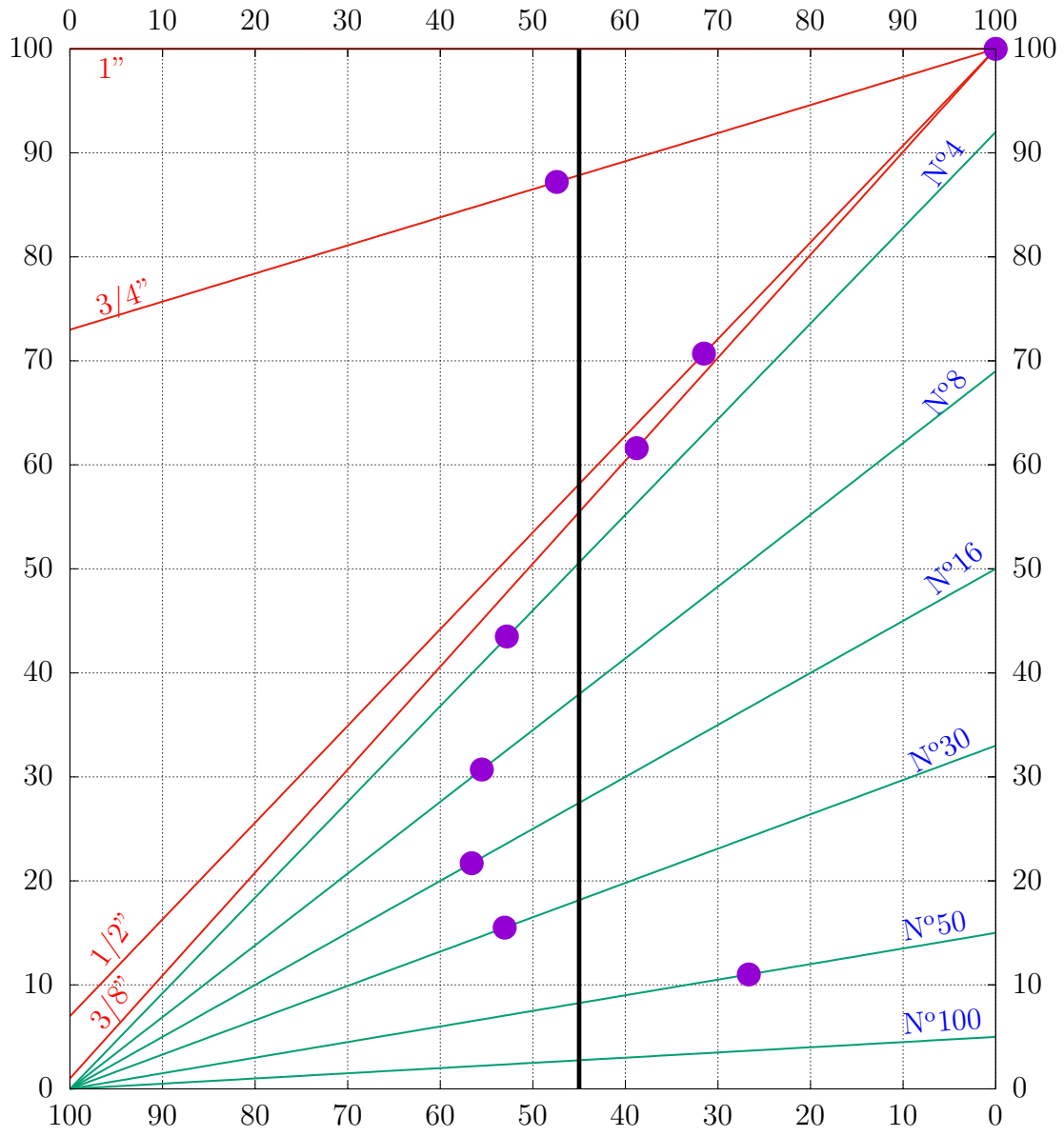


Figura 7-5.: Optimización RNL - Fuller

Entonces teniendo en cuenta que el porcentaje de la parte superior de la gráfica corresponde a la arena y el porcentaje de la parte inferior de la gráfica corresponde a la grava, podemos concluir que aproximadamente el 55 % corresponde a la arena y el 45 % corresponde a la grava.

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}675 \times 55\,\% = \mathbf{0{,}3713}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}675 \times 45\,\% = \mathbf{0{,}3037}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.3037**		
Arena	**0.3713**		
Total	**1**		

RNL - Bolomey

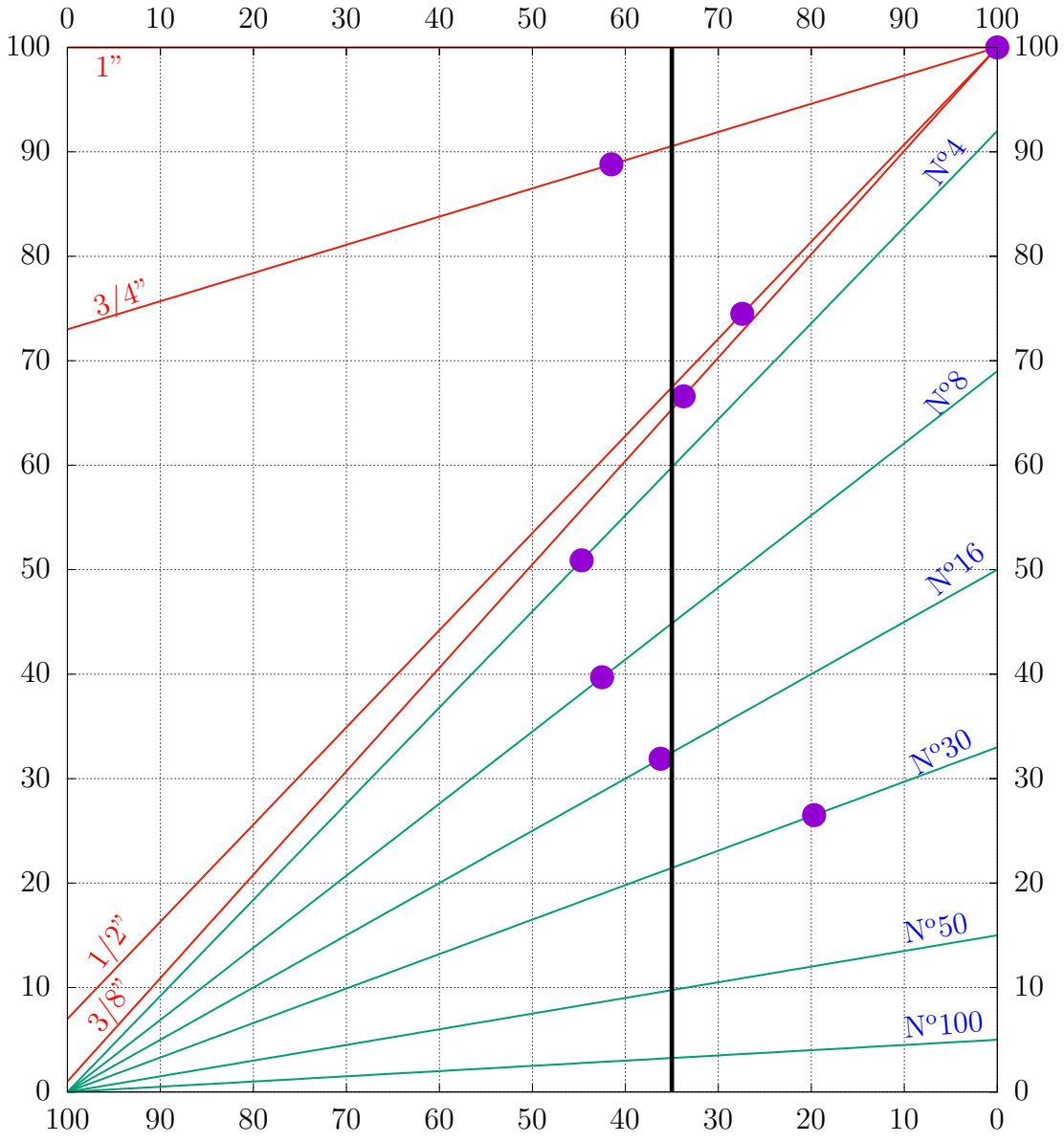


Figura 7-6.: Optimización RNL - Bolomey

Entonces teniendo en cuenta que el porcentaje de la parte superior de la gráfica corresponde a la arena y el porcentaje de la parte inferior de la gráfica corresponde a la grava, podemos concluir que aproximadamente el 65 % corresponde a la arena y el 35 % corresponde a la grava.

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}675 \times 65\,\% = \mathbf{0{,}4388}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}675 \times 35\,\% = \mathbf{0{,}2362}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.2362**		
Arena	**0.4388**		
Total	**1**		

7.3.5. Método no Gráfico en Diseño de Mezclas de Concreto

En este método se van a usar los siguientes términos, teniendo en cuenta que la granulometría ideal a usar será la de Fuller.

Teniendo en cuenta que

- $N = 10$ es el número de tamices usados en una granulometría.
- $n = 10$ es el número de tamices usados en una granulometría ideal.
- T_i es el tamiz i, con $i = 1, 2, \cdots, N$.
- d_i es el tamaño de los orificios del tamiz i, siempre que $d_i > d_{i+1}$, con $i = 1, 2, \cdots, N-1$.

Tabla 7-4.: Número de tamices con el tamaño de los orificios.

$\mathbf{T_i}$	$\mathbf{d_i}$	**mm**
T_1	d_1	25
T_2	d_2	19
T_3	d_3	12.5
T_4	d_4	9.5
T_5	d_5	4.8
T_6	d_6	2.4
T_7	d_7	1.2
T_8	d_8	0.6
T_9	d_9	0.3
T_{10}	d_{10}	0.15

El conjunto de la granulometría de la grava, es decir los porcentajes pasa de cada uno de los tamices i, tomando la ecuación 6-23:

$$g = (g_1, g_2, \cdots, g_n)$$

$$g = (100, 73, 7, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

El conjunto de la granulometría de la arena, es decir los porcentajes pasa de cada uno de los tamices i, tomando la ecuación 6-24:

$$f = (f_1, f_2, \cdots, f_n)$$

$$f = (100, 100, 100, 100, 92, 69, 50, 33, 15, 5)$$

Se define el tamaño máximo como el tamiz inmediatamente superior al mayor tamiz que deja pasar menos del 85 %, de acuerdo a esta definición, y la ecuación 6-25 el tamaño máximo D seria 25 mm, ya que el tamiz que deja pasar menos del 85 % es el 19 mm.

Ahora teniendo en cuenta la ecuación 6-26 de la curva ideal de Fuller, los valores a_i, son los valores de referencia para ajustar la granulometría.

El siguiente paso es es ajustar la granulometría que se tiene, para eso hallamos $b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$, usando la ecuación 6-28:
Es decir la función $b(p)$ está dada por

$$b(p) = b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$$

$$\mathbf{b_i = b_i(p) = \frac{p \cdot f_i + (100 - p) g_i}{100}}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{p \cdot f_1 + (100 - p) g_1}{100} \\ &= \frac{p \cdot 100 + (100 - p) \cdot 100}{100} \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{p \cdot f_2 + (100 - p) g_2}{100} \\ &= \frac{p \cdot 100 + (100 - p) \cdot 73}{100} \\ &= 0{,}27 \cdot p + 73 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 &= \frac{p \cdot f_3 + (100 - p) g_3}{100} \\ &= \frac{p \cdot 100 + (100 - p) \cdot 7}{100} \\ &= 0{,}93 \cdot p + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4 &= \frac{p \cdot f_4 + (100 - p) g_4}{100} \\ &= \frac{p \cdot 100 + (100 - p) \cdot 1}{100} \\ &= 0{,}99 \cdot p + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_5 &= \frac{p \cdot f_5 + (100 - p) g_5}{100} \\ &= \frac{p \cdot 92 + (100 - p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}92 \cdot p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_6 &= \frac{p \cdot f_6 + (100 - p) g_6}{100} \\ &= \frac{p \cdot 69 + (100 - p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}69 \cdot p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_7 &= \frac{p \cdot f_7 + (100-p)g_7}{100} \\ &= \frac{p \cdot 50 + (100-p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}5 \cdot p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_8 &= \frac{p \cdot f_8 + (100-p)g_8}{100} \\ &= \frac{p \cdot 33 + (100-p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}33 \cdot p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_9 &= \frac{p \cdot f_9 + (100-p)g_9}{100} \\ &= \frac{p \cdot 15 + (100-p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}15 \cdot p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{10} &= \frac{p \cdot f_{10} + (100-p)g_{10}}{100} \\ &= \frac{p \cdot 5 + (100-p) \cdot 0}{100} \\ &= 0{,}05 \cdot p \end{aligned}$$

$$b(p) = (100, 0{,}27p3, 0{,}93p + 7, 0{,}99p + 1, 0{,}92p, 0{,}69p, 0{,}50p, 0{,}33p, 0{,}15p, 0{,}05p)$$

De este modo se tiene que el conjunto de la granulometría de la curva ideal de Fuller es:

$$a = (100, 87{,}2, 70{,}7, 61{,}6, 43{,}5, 30{,}7, 21{,}7, 15{,}5, 11, 7{,}7)$$

Se busca que se minimice la distancia entre estas dos curvas usamos la ecuación 6-33

$$p^* = -100 \frac{\sum u_i v_i}{\sum u_i^2}$$

Donde $u_i = g_i - f_i$ y $v_i = a_i - g_i$.

Reemplazando los resultados obtenidos encontramos que

$$\begin{aligned} p^* &= -100 \frac{\sum u_i v_i}{\sum u_i^2} \\ &= -100 \frac{-2022{,}72}{3624} \\ &= 55{,}8 \end{aligned}$$

Por tanto el porcentaje de arena es de 55.8 % y el de grava sera 44.2 %.

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$\text{Volumen de arena} = 0{,}675 \times 55{,}8\,\% = \mathbf{0{,}3766}\text{m}^3$$
$$\text{Volumen de grava} = 0{,}675 \times 44{,}2\,\% = \mathbf{0{,}2983}\text{m}^3$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.2983**		
Arena	**0.3766**		
Total	**1**		

7.3.6. Método de Mínimos Cuadrados

Ajuste a Curva de Fuller

	% **Pasa**		
Agregado	**Arena**	**Grava**	**Fuller**
Tamiz (**d**)	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{c_j = 100\sqrt{\frac{d_j}{25}}}$
0.08$\longrightarrow$ d_1	4	0	5.7
0.15 $\longrightarrow$ d_2	5	0	7.7
0.30 $\longrightarrow$ d_3	15	0	11
0.60 $\longrightarrow$ d_4	33	0	15.5
1.18 $\longrightarrow$ d_5	50	0	21.7
2.36 $\longrightarrow$ d_6	69	0	30.7
4.75 $\longrightarrow$ d_7	92	0	43.5
9.50 $\longrightarrow$ d_8	100	1	61.6
12.50 $\longrightarrow$ d_9	100	7	70.7
19.00 $\longrightarrow$ d_{10}	100	73	87.2
25.00 $\longrightarrow$ d_{11}	100	100	100

De este modo el sistema de ecuaciones 6-43 será:

$$
\begin{array}{rlll}
4\ x_1 & & -\ 5.7 & =r_2 \\
5\ x_1 & & -\ 7.7 & =r_2 \\
15\ x_1 & & -\ 11 & =r_3 \\
33\ x_1 & & -\ 15.5 & =r_4 \\
50\ x_1 & & -\ 21.7 & =r_5 \\
69\ x_1 & & -\ 30.7 & =r_6 \\
92\ x_1 & & -\ 43.5 & =r_7 \\
100\ x_1 & +\ 1\ x_2 & -\ 61.6 & =r_8 \\
100\ x_1 & +\ 7\ x_2 & -\ 70.7 & =r_9 \\
100\ x_1 & +\ 73\ x_2 & -\ 87.2 & =r_{10} \\
100\ x_1 & +\ 100\ x_2 & -\ 100 & =r_{11}
\end{array}
$$

donde $\mathbf{m} = \mathbf{11}$ (dado que son 11 tamices) y $\mathbf{n} = \mathbf{2}$ dado que son dos agregados.

Ahora, restando los coeficientes a_{i2}, según 6-50 se obtiene

$$\begin{array}{rll}
4\ x_1 & -\ 5.7 & =r_2 \\
5\ x_1 & -\ 7.7 & =r_2 \\
15\ x_1 & -\ 11 & =r_3 \\
33\ x_1 & -\ 15.5 & =r_4 \\
50\ x_1 & -\ 21.7 & =r_5 \\
69\ x_1 & -\ 30.7 & =r_6 \\
92\ x_1 & -\ 43.5 & =r_7 \\
99\ x_1 & -\ 60.6 & =r_8 \\
93\ x_1 & -\ 63.7 & =r_9 \\
27\ x_1 & -\ 14.2 & =r_{10} \\
0\ x_1 & -\ 0 & =r_{11}
\end{array}$$

Ahora de acuerdo a la ecuación 6-52 para hallar x_1 calculamos

$$\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right] x_1 - \left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right] = 0$$

Entonces teniendo en cuenta las ecuaciones 6-53 y 6-54 calculamos $\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right]$ y $\left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right]$

$$\begin{aligned}
\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right] &= \sum_{k=1}^{m} \overline{a_k 1} \cdot \overline{a_k 1} \\
&= \overline{a_{11}} \cdot \overline{a_{11}} + \overline{a_{21}} \cdot \overline{a_{21}} + \cdots + \overline{a_{11\ 1}} \cdot \overline{a_{11\ 1}} \\
&= 4^2 + 5^2 + 15^2 + 33^2 + 50^2 + 69^2 + 92^2 + 99^2 + 93^2 + 27^2 + 0^2
\end{aligned}$$

$\mathbf{b_{11}}$**= 36259**

$$\begin{aligned}
\left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right] &= \sum_{k=1}^{m} \overline{c_k} \cdot \overline{a_k 1} \\
&= \overline{c_1} \cdot \overline{a_{11}} + \overline{c_2} \cdot \overline{a_{21}} + \cdots + \overline{c_{11}} \cdot \overline{a_{11\ 1}} \\
&= (5{,}7 \cdot 4) + (7{,}7 \cdot 5) + (11 \cdot 15) + (15{,}5 \cdot 33) + (21{,}7 \cdot 50) + (30{,}7 \cdot 69) \\
&\qquad + (43{,}5 \cdot 92) + (60{,}6 \cdot 99) + (63{,}7 \cdot 93) + (14{,}2 \cdot 27) + (0 \cdot 0)
\end{aligned}$$

$\mathbf{d_1}$**= 20250**

Finalmente reemplazando estos resultados en la ecuación 6-52 obtenemos una ecuación para x_1

$$
\begin{aligned}
b_{11}x_1 - d_1 &= 0 \\
x_1 &= \frac{d_1}{b_{11}} \\
x_1 &= \frac{20250}{36259} \\
x_1 &= 0{,}558 \\
\mathbf{x_1} &= \mathbf{55{,}8}\,\% \longrightarrow \text{\% de Arena}
\end{aligned}
$$

De este modo teniendo en cuenta que

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= 1 \\
x_2 &= 1 - x_1 \\
x_2 &= 1 - 0{,}558 \\
x_2 &= 0{,}442 \\
\mathbf{x_2} &= \mathbf{44{,}2}\,\% \longrightarrow \text{\% de Grava}
\end{aligned}
$$

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$
\begin{aligned}
\text{Volumen de arena} &= 0{,}675 \times 55{,}8\,\% = \mathbf{0{,}3766}\text{m}^3 \\
\text{Volumen de grava} &= 0{,}675 \times 44{,}2\,\% = \mathbf{0{,}2984}\text{m}^3
\end{aligned}
$$

De esta manera tenemos que

Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.2984**		
Arena	**0.3766**		
Total	**1**		

Ajuste a Curva de Bolomey

	% **Pasa**		
Agregado	**Arena**	**Grava**	**Bolomey** ($A = 13$)
Tamiz (**d**)	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{c_j = 13 + 87\sqrt{\frac{d_j}{25}}}$
$0.08 \longrightarrow d_1$	4	0	17.9
$0.15 \longrightarrow d_2$	5	0	19.7
$0.30 \longrightarrow d_3$	15	0	22.5
$0.60 \longrightarrow d_4$	33	0	26.5
$1.18 \longrightarrow d_5$	50	0	31.9
$2.36 \longrightarrow d_6$	69	0	39.7
$4.75 \longrightarrow d_7$	92	0	50.9
$9.50 \longrightarrow d_8$	100	1	66.6
$12.50 \longrightarrow d_9$	100	7	74.5
$19.00 \longrightarrow d_{10}$	100	73	88.8
$25.00 \longrightarrow d_{11}$	100	100	100

De este modo el sistema de ecuaciones 6-43 será:

$$
\begin{array}{rrrl}
4\ x_1 & & - 17.9 & = r_2 \\
5\ x_1 & & - 19.7 & = r_2 \\
15\ x_1 & & - 22.5 & = r_3 \\
33\ x_1 & & - 26.5 & = r_4 \\
50\ x_1 & & - 31.9 & = r_5 \\
69\ x_1 & & - 39.7 & = r_6 \\
92\ x_1 & & - 50.9 & = r_7 \\
100\ x_1 & + 1\ x_2 & - 66.6 & = r_8 \\
100\ x_1 & + 7\ x_2 & - 74.5 & = r_9 \\
100\ x_1 & + 73\ x_2 & - 88.8 & = r_{10} \\
100\ x_1 & + 100\ x_2 & - 100 & = r_{11}
\end{array}
$$

donde $\mathbf{m = 11}$ (dado que son 11 tamices) y $\mathbf{n = 2}$ dado que son dos agregados.

Ahora, restando los coeficientes a_{i2}, según 6-50 se obtiene

$$\begin{array}{rll}
4\ x_1 & \text{- } 17.9 & =r_2 \\
5\ x_1 & \text{- } 19.7 & =r_2 \\
15\ x_1 & \text{- } 22.5 & =r_3 \\
33\ x_1 & \text{- } 26.5 & =r_4 \\
50\ x_1 & \text{- } 31.9 & =r_5 \\
69\ x_1 & \text{- } 39.7 & =r_6 \\
92\ x_1 & \text{- } 50.9 & =r_7 \\
99\ x_1 & \text{- } 65.6 & =r_8 \\
93\ x_1 & \text{- } 67.5 & =r_9 \\
27\ x_1 & \text{- } 15.8 & =r_{10} \\
0\ x_1 & \text{- } 0 & =r_{11}
\end{array}$$

Ahora de acuerdo a la ecuación 6-52 para hallar x_1 calculamos

$$\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right] x_1 - \left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right] = 0$$

Entonces teniendo en cuenta las ecuaciones 6-53 y 6-54 calculamos $\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right]$ y $\left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right]$

$$\begin{aligned}
\left[\overline{a_1}, \overline{a_1}\right] &= \sum_{k=1}^{m} \overline{a_k 1} \cdot \overline{a_k 1} \\
&= \overline{a_{11}} \cdot \overline{a_{11}} + \overline{a_{21}} \cdot \overline{a_{21}} + \cdots + \overline{a_{11\ 1}} \cdot \overline{a_{11\ 1}} \\
&= 4^2 + 5^2 + 15^2 + 33^2 + 50^2 + 69^2 + 92^2 + 99^2 + 93^2 + 27^2 + 0^2
\end{aligned}$$

$\mathbf{b_{11}}$= **36259**

$$\begin{aligned}
\left[\overline{c_1}, \overline{a_1}\right] &= \sum_{k=1}^{m} \overline{c_k} \cdot \overline{a_k 1} \\
&= \overline{c_1} \cdot \overline{a_{11}} + \overline{c_2} \cdot \overline{a_{21}} + \cdots + \overline{c_{11}} \cdot \overline{a_{11\ 1}} \\
&= (17{,}9 \cdot 4) + (19{,}7 \cdot 5) + (22{,}5 \cdot 15) + (26{,}5 \cdot 33) + (31{,}9 \cdot 50) + (39{,}7 \cdot 69) \\
&\qquad + (50{,}9 \cdot 92) + (65{,}6 \cdot 99) + (67{,}5 \cdot 93) + (15{,}8 \cdot 27) + (0 \cdot 0)
\end{aligned}$$

$\mathbf{d_1}$= **23597,7**

Finalmente reemplazando estos resultados en la ecuación 6-52 obtenemos una ecuación para x_1

$$
\begin{aligned}
b_{11}x_1 - d_1 &= 0 \\
x_1 &= \frac{d_1}{b_{11}} \\
x_1 &= \frac{23597{,}7}{36259} \\
x_1 &= 0{,}65 \\
\mathbf{x_1} &= \mathbf{65}\,\% \longrightarrow \text{\% de Arena}
\end{aligned}
$$

De este modo teniendo en cuenta que

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= 1 \\
x_2 &= 1 - x_1 \\
x_2 &= 1 - 0{,}65 \\
x_2 &= 0{,}35 \\
\mathbf{x_2} &= \mathbf{35}\,\% \longrightarrow \text{\% de Grava}
\end{aligned}
$$

Los anteriores resultados en términos de volumen se calculan mediante

$$
\begin{aligned}
\text{Volumen de arena} &= 0{,}675 \times 65\,\% = \mathbf{0{,}4387}\text{m}^3 \\
\text{Volumen de grava} &= 0{,}675 \times 35\,\% = \mathbf{0{,}2362}\text{m}^3
\end{aligned}
$$

De esta manera tenemos que

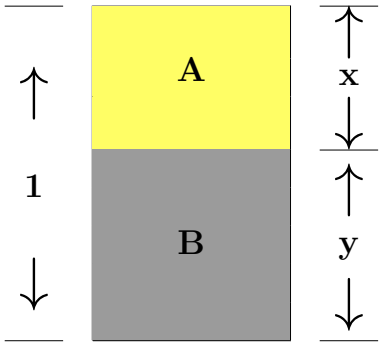
Material	**Volumen (m^3)**	**Peso (Kg)**	**Densidad (kg/m^3)**
Aire	0.015		
Agua	0.19	190	1000
Cemento	0.12	180	3100
Grava	**0.2362**		
Arena	**0.4387**		
Total	**1**		

8. Análisis de los Métodos

El presente capítulo tiene como objetivo dar una explicación del principio de cada uno de los métodos vistos hasta el momento, para esto se utilizaran herramientas tanto gráficas como matemáticas.

8.1. Fuller-Thompson y Bolomey por Tanteos

Este método que se explica en las secciones 6.2 y 6.3, tiene su fundamento en lo siguiente: Consideremos dos agregados A y B de tal modo que la cantidad de árido A más la cantidad de árido B sea el 100 % de los agregados, como se observa en el diagrama.



En el diagrama anterior

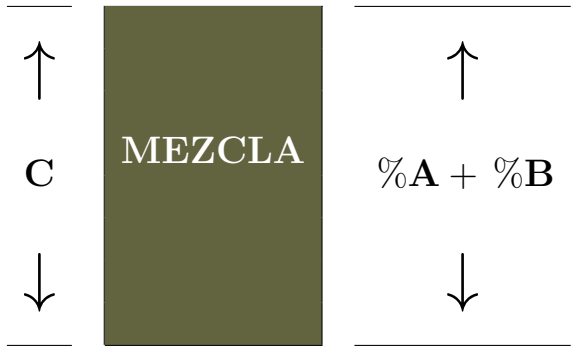
- **A** representa el porcentaje pasa del agregado A por un tamiz dado (i)[4]. (Este valor es conocido de la granulometría del material)
- **B** representa el porcentaje pasa del agregado B por un tamiz (i) igual al del agregado A. (Este valor es conocido de la granulometría del material).
- **x** representa el % en volumen absoluto del agregado A dentro de la mezcla de agregados.
- **y** representa el % en volumen absoluto del agregado B dentro de la mezcla de agregados.
- Tanto x como y son valores por determinar

De lo anterior se tiene que,

$$\%A = A \cdot x; \quad \%B = B \cdot y \tag{8-1}$$

$$x + y = 1 \tag{8-2}$$

Por otra parte tenemos que



Donde se tiene que

- **C** representa el porcentaje pasa **ideal** que pasa por un tamiz (i). (Este valor es conocido a partir de la curva ideal a la cual se quiera ajustar la granulometría.)

por lo tando del diagrama anterior se tine que

$$C = \%A + \%B \tag{8-3}$$

Reemplazando las ecuaciones 8-1 y 8-2 en la ecuación 8-3 tenemos

$$\begin{aligned} C &= A \cdot x + B \cdot y \\ &= A \cdot x + B \cdot (1 - x) \end{aligned}$$

y despejando x

$$\begin{aligned} C &= A \cdot x + B \cdot (1 - x) \\ C &= A \cdot x + B - B \cdot x \\ C &= (A - B) \cdot x + B \\ C - B &= (A - B) \cdot x \\ x &= \frac{C - B}{A - B} \end{aligned}$$

de esta manera tenemos finalmente que el porcentaje de agregado A será

$$\boxed{x = \frac{C - B}{A - B}} \tag{8-4}$$

y el porcentaje de agregado B será

$$y = 1 - \frac{C - B}{A - B}$$

$$\boxed{y = \frac{A - C}{A - B}} \tag{8-5}$$

A continuación se muestra un diagrama en general que explica lo anterior [7] [3].

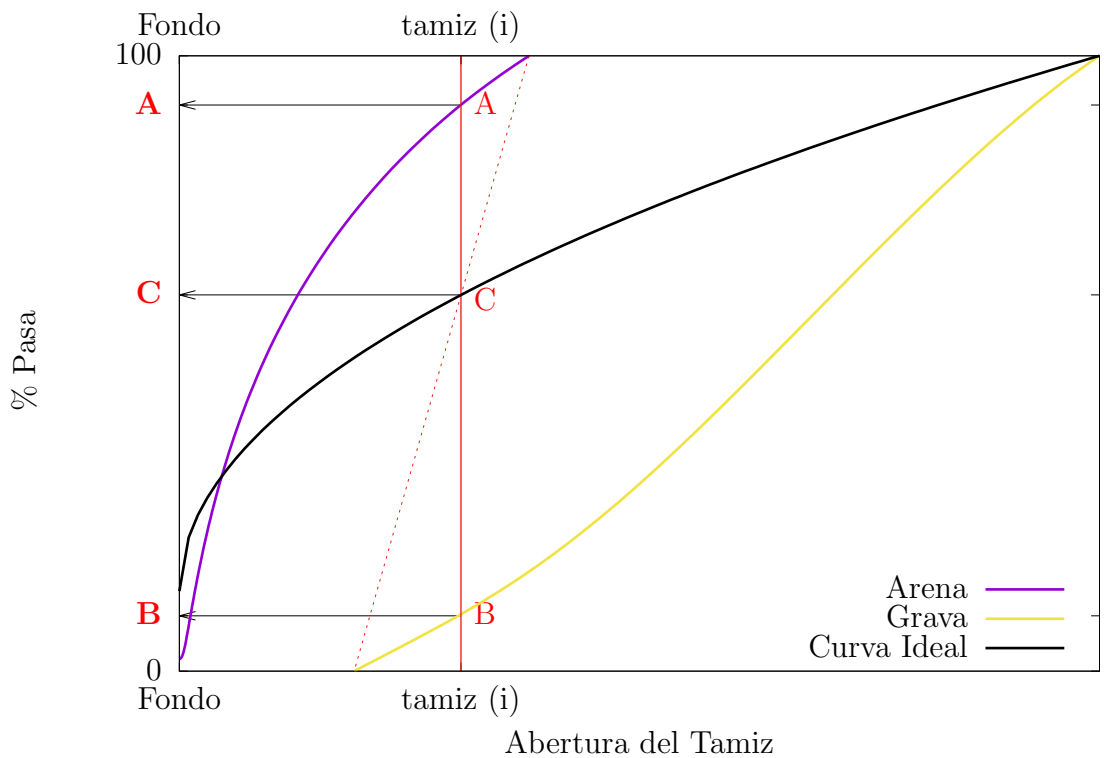


Figura 8-1.: Explicación gráfica de los Métodos de Fuller - Thompson y Bolomey por Tanteos

Algo importanque que vale la pena mencionar es que en el método de Bolomey se le da mayor importancia al agregado fino, esto matemáticamente se puede ver el término A en la ecuación 6-12, y principalmente la función de esto es dar más manejabilidad a la mezcla de concreto.

8.2. Método Fuller - Thompson y Bolomey Por Métodos de Finura

En estos métodos el principio matemático que lo sustenta es el cálculo del promedio aritmético ponderado que es una medida de tendencia central apropiada cuando en un conjunto de datos cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) respecto de los demás datos.

Este valor se obtiene multiplicando cada uno de los datos por su ponderación (peso) para luego sumarlos, obteniendo así una suma ponderada; después se divide esta entre la suma de los pesos, dando como resultado la media ponderada.

En términos generales si tenemos un conjunto de datos $x_1, x_2, \cdots, x_n$ cuyos pesos respectimamente son $w_1, w_2, \cdots, w_n$ el valor del promedio aritmético ponderado es igual a

$$\begin{aligned} \overline{x} &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \\ \overline{x} &= \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \cdots + x_n \cdot w_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n} \end{aligned} \tag{8-6}$$

Principalmente lo que hace el método es hallar el módulo de finura ideal ya sea por la granulometría de Fuller - Thompson o Bolomey y luego este valor se iguala a el promedio aritmético ponderado, donde las funciones de peso w son los porcentajes de los agregados que queremos hallar y el conjunto de datos x son los módulos de finura de los diferentes agregados.

8.3. Comparación Cuantitativa de los Métodos

En la tabla **8-1** se muestran los resultados de cada una de las optimizaciones.

Tabla 8-1.: Resultados de cada uno de los Métodos de Optimización

	VOLUMEN POR METRO CÚBICO					
MÉTODO	Aire	Agua	Cemento	**Grava**	**Arena**	**Total**
A.C.I. 211	0.015	0.19	0.12	0.596	0.079	1.00
Fuller - Tanteos	0.015	0.19	0.12	0.3097	0.3652	1.00
Fuller - M. Finura	0.015	0.19	0.12	0.3228	0.3522	1.00
Bolomey - Tanteos	0.015	0.19	0.12	0.3085	0.3665	1.00
Bolomey - M.Finura	0.015	0.19	0.12	0.3438	0.3319	1.00
R.N.L. - Fuller	0.015	0.19	0.12	0.3037	0.3713	1.00
R.N.L. - Bolomey	0.015	0.19	0.12	0.2362	0.4388	1.00
Método no Gráfico	0.015	0.19	0.12	0.2984	0.3766	1.00
Mínimos Cuadrados Ajuste a Fuller	0.015	0.19	0.12	0.2984	0.3766	1.00
Mínimos Cuadrados Ajuste a Bolomey	0.015	0.19	0.12	0.2362	0.4387	1.00

9. Conclusiones

- ✓ Los métodos gráficos no difieren tanto de los métodos analíticos, es por esto que son tan utilizados en la practica profesional.

- ✓ Las granulometrías ideales de Fuller - Thompson y Bolomey no cumplen con la N.T.C. pero igualmente se siguen usando para el diseño de mezclas de concreto.

- ✓ El método A.C.I - 211 no es un buen método cuando la granulometría de los agregados no cumple con la norma, es por esto que los resultados obtenidos difieren bastante con los resultados obtenidos por otros métodos como se muestra en la tabla **8-1**.

- ✓ Los métodos A.C.I -211, Fuller - Thompson y Bolomey, usados para optimizar las muestras de agregados, su fundamento es básicamente experimental lo que quiere decir que se realizaron múltiples muestras, y por medio del ensayo y error, se realizan gráficas o tablas mediante las cuales se busca obtener la mejor combinación, por lo tanto en términos generales lo que se busca, independientemente del método es tratar de aproximar lo mejor posible, la granulometría existente a la granulometría ideal ya sea utilizando herramientas matemáticas o herramientas gráficas.

- ✓ Cuando se realiza la optimización granulométrica usando la curva ideal de Bolomey, se le esta dando prioridad a el agregado fino, lo cual se puede observar en el término A que se agrega en la ecuación 6-12.

- ✓ Todos los métodos excepto el método A.C.I - 211 se basan en las granulometrías de ideales de Fuller - Thompson y Bolomey, por lo tanto cuando se realizan los ajustes a las curvas de Bolomey el porcentaje de agregado fino aumenta.

10. Recomendaciones

- ✓ Debido a que este trabajo se centro en la explicación de los métodos de optimización granulométrica, se recomienda explicar de una manera mas detallada el fundamento por el cual las granulometrias ideales son las de Fuller - Thompson y Bolomey.
- ✓ Como complemento a este trabajo se puede realizar un programa que a partir de cierta granulometría realice la optimización granulométrica por el método que se desee.
- ✓ Proponer una nueva curva granulométrica que cumpla con los límites de la N.T.C. 174.

A. Anexo: Análisis Granulométrico de la Arena y de la Grava

El agregado grueso y el agregado fino fue adquirido en un depósito ubicado en la calle 80 con carrera 119 en la ciudad de Bogotá, estos agregados según información de los vendedores son traídos de una cantera ubicada en el municipio de Cáqueza - Cundinamarca.

Posteriormente fueron llevadas las muestras a un laboratorio certificado (**ASOCRETO**) para realizar a respectiva granulometría de cada uno de los agregados.

Laboratorio del Concreto

INFORME DE ENSAYO
GRANULOMETRÍA

COMPAÑÍA:	**SERGIO MOSQUERA GÓMEZ**		
UBICACIÓN:	**Bogotá, Colombia**	PLANTA:	**Universidad Distrital Francisco José**
DIRECCIÓN:	**Calle 45A Sur N° 89B - 42 Casa 153**	UBICACIÓN:	**Bogotá, Colombia**
CONTACTO:	**Sr. Sergio Mosquera Gómez**	DIRECCIÓN:	**Calle 45A Sur N° 89B - 42 Casa 153**
TELÉFONO:	**3133229610**	TELÉFONO:	**3133229610**

MUESTRA:	**17436-2**	PROCEDENCIA:	**Cáqueza**
DESCRIPCIÓN:	**Arena**		

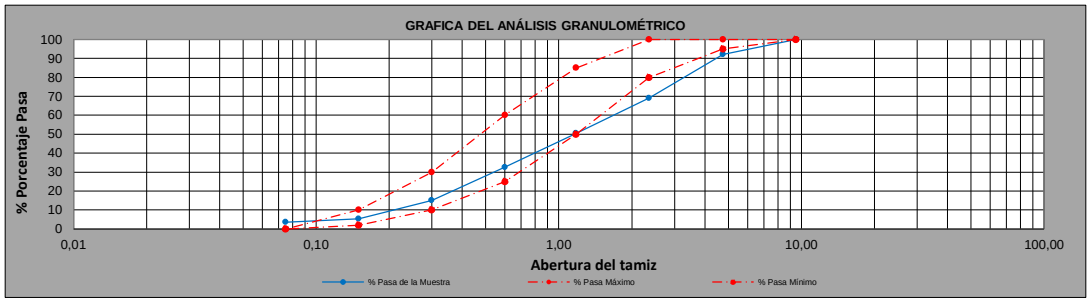
FECHA DE RECEPCIÓN	**2018-12-11**	FECHA DE ENSAYO	**2018-12-18**

ORDEN DE TRABAJO **17436** INFORME N° **2146-18**

Análisis granulométrico de agregados gruesos y finos. I.N.V. E-213-13.

LABORATORIO DE AGREGADOS

Abertura del Tamiz		Masa Retenida (g)	(%) Retenido	(%) Retenido Acumulado	(%) Pasa	Criterios Según NTC 174	
mm	Pulg (No.)					% Máximo	% Mínimo
150,00	6"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
125,00	5"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
100,00	4"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
75,00	3"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
63,00	2 1/2"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
50,00	2"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
37,50	1 1/2"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
25,00	1"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
19,00	3/4"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
12,50	1/2"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
9,50	3/8"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
4,75	Nº 4	76,5	8	8	**92**	**100,0**	**95,0**
2,36	Nº 8	221,5	23	31	**69**	**100,0**	**80,0**
1,18	Nº 16	179,3	19	50	**50**	**85,0**	**50,0**
0,60	Nº 30	172,6	18	67	**33**	**60,0**	**25,0**
0,30	Nº 50	168,7	18	85	**15**	**30,0**	**10,0**
0,15	Nº 100	93,1	10	95	**5**	**10,0**	**2,0**
0,08	Nº 200	16,6	2	96	**4**	**---**	**---**
Fondo	Fondo	0,1	0	96	**4**	---	---



Masa inicial (g): **963,4** Masa final (g): **928,8**

Módulo de Finura: **3,35** Pasa Tamiz 75mm (Nº 200) (%): **3,6**

OBSERVACIONES: **Ninguna.**

FOR 012-019 - VERSIÓN 00 - 2015-09-14

Elaboró: _____ **Analista de Información**

Aprobó: _____ **Coordinador de Área**

Sede Principal
Calle 103 N° 15-80
PBX: (571) 6180018
PBX: (571) 7560990
Bogotá D.C, Colombia

Laboratorio del Concreto
km 3,5 Vía Bogota –Siberia
Centro Empresarial
Metropolitano
Módulo 4 Bodega 34
PBX: (571) 6100797

Los resultados emitidos en este informe corresponden a las muestras entregadas al Laboratorio del Concreto. El informe no puede ser utilizado en ningún tipo de campaña de información, técnica o comercial. Prohibida su Reproducción.

Noticreto Instituto del Concreto Laboratorio del Concreto Biblioteca del Concreto Reunión del Concreto Boletines Virtuales Publicaciones
www.asocreto.co

Laboratorio del Concreto

ACREDITADO ONAC ORGANISMO NACIONAL DE ACREDITACIÓN DE COLOMBIA
ISO/IEC 17025:2005
12-LAB-043

INFORME DE ENSAYO
GRANULOMETRÍA

COMPAÑIA:	**SERGIO MOSQUERA GÓMEZ**		
UBICACION:	**Bogotá, Colombia**	PLANTA:	**Universidad Distrital Francisco José**
DIRECCIÓN:	**Calle 45A Sur N° 89B - 42 Casa 153**	UBICACIÓN:	**Bogotá, Colombia**
CONTACTO:	**Sr. Sergio Mosquera Gómez**	DIRECCIÓN:	**Calle 45A Sur N° 89B - 42 Casa 153**
TELÉFONO:	**3133229610**	TELÉFONO:	**3133229610**

MUESTRA:	**17436-1**	PROCEDENCIA:	**Cáqueza**
DESCRIPCIÓN:	**Grava**		

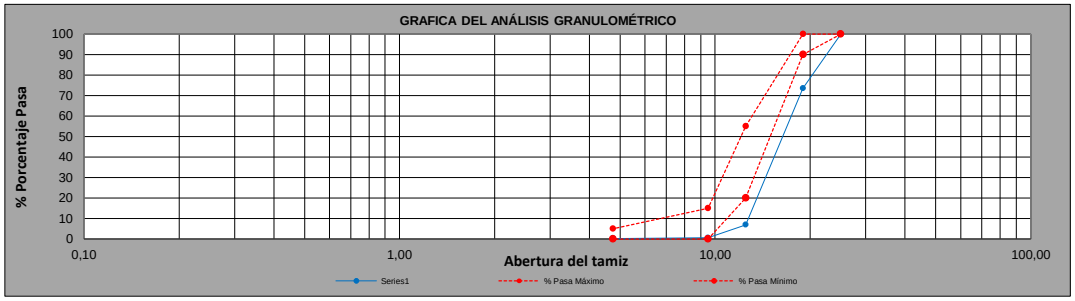
FECHA DE RECEPCIÓN	**2018-12-11**	FECHA DE ENSAYO	**2018-12-18**

ORDEN DE TRABAJO **17436** INFORME N° **2146-18**

Método para el análisis por tamizado de los agregados finos y gruesos. NTC 77 : 2007-09-26 / NTC 78 : 1995-05-10

LABORATORIO DE AGREGADOS

Abertura del Tamiz		Masa Retenida (g)	(%) Retenido	(%) Retenido Acumulado	(%) Pasa	Número del Tamaño del Agregado N° 6	
mm	Pulg (No.)					% Máximo	% Mínimo
125,00	5"	0,0	0	0	**100**	---	---
100,00	4"	0,0	0	0	**100**	---	---
90,00	3 1/2"	0,0	0	0	**100**	---	---
75,00	3"	0,0	0	0	**100**	---	---
63,00	2 1/2"	0,0	0	0	**100**	---	---
50,00	2"	0,0	0	0	**100**	---	---
37,50	1 1/2"	0,0	0	0	**100**	---	---
25,00	1"	0,0	0	0	**100**	**100,0**	**100,0**
19,00	3/4"	1376,3	27	27	**73**	**100,0**	**90,0**
12,50	1/2"	3446,0	67	93	**7**	**55,0**	**20,0**
9,50	3/8"	326,9	6	99	**1**	**15,0**	**0,0**
4,75	Nº 4	14,3	0	100	**0**	**5,0**	**0,0**
2,36	Nº 8	0,0	0	100	**0**	---	---
1,18	Nº 16	0,0	0	100	**0**	---	---
0,60	Nº 30	0,0	0	100	**0**	---	---
0,30	Nº 50	0,0	0	100	**0**	---	---
0,15	Nº 100	0,0	0	100	**0**	---	---
0,08	Nº 200	3,1	0	100	**0**	---	---
Fondo	Fondo	0,1	0	100	**0**	---	---



Masa inicial (g):	**5179,0**	Masa final (g):	**5166,7**
Módulo de Finura:	**7,24**	Pasa Tamiz 75mm (Nº 200) (%):	**0,2**
Tamaño Máximo:	**25,00 mm**	Tamaño Máximo Nominal:	**25,00 mm**

OBSERVACIONES: **Ninguna.**

FOR 012-020 - VERSIÓN 00 - 2015-09-14

Elaboró: _____ **Analista de Información**

Aprobó: _____ **Coordinador de Área**

Sede Principal
Calle 103 N° 15-80
PBX: (571) 6180018
PBX: (571) 7560990
Bogotá D.C, Colombia

Laboratorio del Concreto
km 3,5 Vía Bogota –Siberia
Centro Empresarial
Metropolitano
Módulo 4 Bodega 34
PBX: (571) 6100797

Los resultados emitidos en este informe corresponden a las muestras entregadas al Laboratorio del Concreto. El informe no puede ser utilizado en ningún tipo de campaña de información, técnica o comercial. Prohibida su Reproducción.

Noticreto Instituto del Concreto Laboratorio del Concreto Biblioteca del Concreto Reunión del Concreto Boletines Virtuales Publicaciones
www.asocreto.co

Bibliografía

[1] Bastgen, Klauss: Aplicación del método de mínimos cuadrados al ajuste de curvas granulométricas de áridos. En: *Institut für Bauforschung der RWTH Aachen. Betonwerk* 1 (Mayo 1977), p. 45–49

[2] Giraldo, Orlando: *Guia Práctica para el Diseño de Mezclas de Hormigón.* Medellín - Colombia : Universidad Nacional de Colombia, 1987

[3] de Guzmán, Diego S.: *Tecnología del Concreto y del Mortero - Quinta Edición.* Bogotá - Colombia : Asocreto, 2001

[4] Huanca, Samuel: *Diseño de Mezclas de Concreto.* Puno - Peru : Universidad Nacional del Altiplano, Marzo - 2006

[5] Mena, Milton: *Guia Técnica Nº 7: Diseño de concreto simple de peso normal.* Bogotá - Colombia : University of Leeds, 2015

[6] Mora, Hector: Un método no gráfico en diseño de mezclas de concreto. En: *Universidad Nacional de Colombia - Departamento de Ingeniería Civil* 1 (1981), p. 41–47

[7] Neville, Adam: *Concrete Technology - Secon Edition.* England : Prentice Hall, 2010