

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

MODELACIÓN PARA EL PROCESO DE SIEMBRA DE CLAVELES POR MEDIO DE ANALISIS DE DATOS EN GESTIONES Y REPRESENTACIONES CHIA SAS

INFORME FINAL DE PASANTIA PARA EL PROCESO DE GRADO
PROYECTO CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Edwin Fernando Tellez Ricaurte
Jefe inmediato: Camilo Narvaez Echeverri
Dirigido por: Luis Fernando Villarraga Poveda

Bogotá DC
septiembre de 2023

Índice

1. Introducción **2**

2. Objetivos de la pasantia **3**

2.1. Objetivo genral 3

2.2. Objetivo especifico 3

3. Presentacion de la empresa **3**

3.1. Razon Social 3

3.2. Actividad Económica 3

4. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD REALIZADA **4**

5. Marco teórico **4**

5.1. Conocimiento previo de la planta clavel 4

5.2. Programación Lineal 5

5.3. Interpretación del problema 5

5.4. Datos usados para el modelo 6

5.5. Construcción del modelo 6

5.5.1. Modo general 6

5.5.2. Modelo de la siembras del clavel 7

5.6. Solución óptima 12

5.6.1. Solución por método gráfico 12

5.6.2. Solución por método simplex 15

6. Dificultades confrontadas **21**

7. Conclusiones **21**

8. Recomendaciones **22**

8.1. Universidad 22

8.2. Empresa 22

1. Introducción

Este informe ofrece un resumen de las actividades llevadas a cabo durante la pasantía, que se desarrolló desde el 1 de agosto de 2022 hasta el 31 de enero de 2023. Además, brinda una introducción concisa a Gestiones y Representaciones Chia, junto con una descripción de los conceptos esenciales vinculados a la producción de claveles. Se abordará un modelo matemático diseñado para calcular la cantidad de flores faltantes en una semana y en un color específico. Este modelo emplea variables y coeficientes para anticipar la cantidad de flores que se desarrollarán, con el propósito de minimizar la cantidad de faltantes. También, exploraremos dos enfoques para resolver dicho modelo: el método gráfico y el método símplex.

En la primera sección, profundizaremos en la fórmula matemática utilizada para calcular la cantidad de flores faltantes. Explicaremos las variables y coeficientes involucrados en la fórmula, junto con la justificación de las restricciones establecidas como "mayor o igual que".

En la segunda sección, discutiremos la solución óptima para el modelo y describiremos los dos métodos utilizados para resolverlo. Ofreceremos una explicación detallada del método gráfico, junto con un ejemplo ilustrativo. Finalmente, explicaremos el método símplex, que utiliza el algoritmo de Gauss-Jordan como herramienta principal de solución.

El propósito de este informe es mostrar las herramientas matemáticas aplicadas en el modelo y de los métodos utilizados para resolverlo.

2. Objetivos de la pasantia

2.1. Objetivo genral

Realizar asistencia teórica y técnica como practicante analítico para la empresa GR Chia en el área de planificación de producción

2.2. Objetivo especifico

Elaborar un modelo de optimización para la siembra de claveles utilizando los datos recolectados por la empresa.

3. Presentacion de la empresa

3.1. Razon Social

Nombre Completo: Gestiones Y Representaciones Chia SAS
Sector: Actividades de apoyo a la agricultura
Propiedad: Privada
Jefe: Camilo Narvaez Echeverry
Correo electrónico: camilo.narvaez@ghtcorp.com

3.2. Actividad Económica

Gestiones y Representaciones Chia es una empresa de tercerización de servicios especializados para el sector floricultor orientada a potencializar la rentabilidad para nuestros clientes. GR Chia presta asesorías y servicios para lograr excelencia en:

- Optimizar las proyecciones de Producción.
- Aumentar la productividad con calidad y oportunidad.
- Asegurar la manufactura y el empaque.
- Implementar una cultura organizacional para consolidar equipos de trabajo de alto desempeño y de trabajo en grupo.

4. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD REALIZADA

La actividad consistió en desarrollar un modelo de optimización para la siembra de claveles. Para este propósito, se utilizó la programación lineal y se resolvió mediante el método simplex, utilizando el lenguaje de programación Python como herramienta de modelación.

5. Marco teórico

Los conceptos y temas trabajados fueron tomados de INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES [1]. Por acuerdo de confidencialidad con la empresa, no se mostrarán datos específicos.

5.1. Conocimiento previo de la planta clavel

- La edad del clavel se mide en semanas.
- Un año tiene 52 o 53 semanas.
- La vida máxima del clavel es de 104 semanas, lo que equivale a dos años.
- La producción de flores se calcula por semana
- La curva de producción del clavel en su ciclo de producción tiene dos momentos de alto volumen importantes, denominados primer pico y segundo pico.

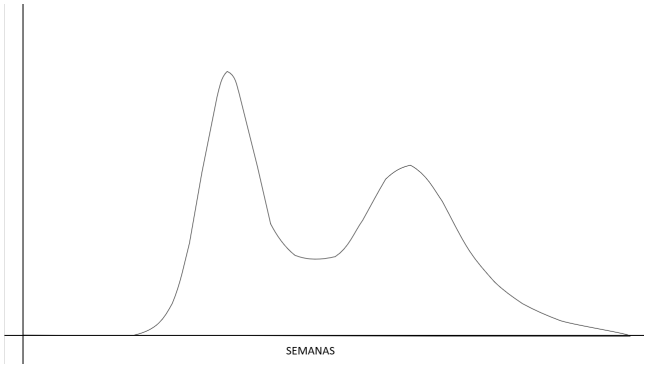


Figura 1: curva vida de la planta y su produccion de flores por planta, fuente empresa

En la figura (1) el eje x es la edad medida en semanas y el eje y el coeficiente de flores por planta.

5.2. Programación Lineal

La programación lineal busca la optimización de una función lineal (denominada función objetivo) cuyas variables responden a una serie de restricciones (representadas en ecuaciones lineales), a través de los cuales se busca un resultado que cumpla con los requerimientos de la forma más satisfactoria posible:

$$\left.\begin{matrix}\max Z\\ \min Z\end{matrix}\right\}\text{función objetivo}$$

Fases de estudio:

1) Estudio de la organización (identificar e interpretar el problema).

2) Recolección **ADECUADA** de datos en estudio.

3) Construcción de un modelo.

4) Probar el modelo.

5) Resolución e interpretación de la solución del modelo (solución óptima).

6) Mejora y/o implementación del modelo.

5.3. Interpretación del problema

En la actualidad, la siembra de claveles se lleva a cabo con el objetivo de obtener una cantidad específica de flores, pero este enfoque solo se ha planteado para el primer pico de producción. Sin embargo, surgen problemas con respecto al surtido de colores en temporadas que no tienen la salida esperada. Por ejemplo, durante la temporada de San Valentín, los colores rosados son más importantes, mientras que los colores naranjas son menos deseados. En cambio, en otoño, los colores naranjas son más deseados y los rosados no tanto. Además, el segundo pico de las siembras de otoño tiende a coincidir con las fechas de San Valentín, lo que podría resultar en un sobre stock de flores de color naranja para esta temporada.
El objetivo es generar un modelo que tenga en cuenta tanto el primer pico como el segundo pico de producción, con el fin de evitar el sobre stock en las diferentes temporadas. Para proteger la confidencialidad de la empresa, los datos del modelo se implementarán utilizando información ficticia.

5.4. Datos usados para el modelo

Para este problema se requieren los siguientes datos:

- **Plantas Vigentes**:
  Estos datos muestran la cantidad de plantas que aun están produciendo flor, la fecha que fue sembrada que se llamara semana de siembra y de que color son las flores producidas.
- **Objetivo**:
  Estos datos contendrán las semanas objetivo y la cantidad de flores por color por cada semana objetivo.
- **Curvas de edad de flor por color**:
  Estos datos contendrán el coeficiente de flor que sale de cada tallo por color dependiendo de la edad del tallo.

5.5. Construcción del modelo

5.5.1. Modo general

Se mostrará el modelo general para luego explicar cada uno de los componentes.
Función Objetivo:

$$\text{MAX/MIN Z} = C_1X_1 + C_2X_2 + ... + C_nX_n$$

restricciones:

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + ... + a_{1n}X_n [\leq, \geq, =] b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + ... + a_{2n}X_n [\leq, \geq, =] b_2 \\ \vdots \\ a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + ... + a_{in}X_n [\leq, \geq, =] b_i \end{aligned}$$

No negatividad

$$X_1, X_2, ..., X_n \geq 0$$

Donde:

- MAX/MIN Z especifica si se esta maximizando o minimizando la función objetivo.
- $X_1, X_2, ..., X_n$ variables de decisión. (Que representan la cantidad de plantas que se quieren sembarar)

- $C_1, C_2, ..., C_n$ Representan los coeficientes de contribución, que seria el cueste o hace ganar(cantidad) dependiendo del problema.
- $b_1, b_2, ..., b_i$ son los limitantes. (Que se representaran con el objetivo)
- $a_{11}, a_{12}, ..., a_{1n}, a_{21}, a_{22}, ..., a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{in}$ son los coeficientes de contribución que seria lo que cuesta o hace ganar dependiendo del problema y la restricción.

5.5.2. Modelo de la siembras del clavel

Antes de presentar el planteamiento del modelo, es necesario realizar algunos cálculos previos. Para comenzar, se requiere determinar las posibles semanas de siembra para cada color. Para ello, se utilizan las curvas de color y las semanas objetivo, y se realiza el cálculo de la siguiente manera:

$$\text{Posible semana siembra} = \text{Semana objetivo} - m$$

Donde "m" representa el momento en el que el coeficiente alcanza su máximo valor en el primer pico de la curva del color correspondiente. Este cálculo se aplica a todas las semanas objetivo y se repite para cada color.
El siguiente paso consiste en calcular cuánto falta para alcanzar el objetivo con las plantas vigentes. Para ello, se utilizan las curvas de cada color, las semanas objetivo y las semanas de siembra. Se realiza un cálculo para determinar la diferencia de edad entre cada semana objetivo y cada semana de siembra para cada color. Esto generará una tabla de la siguiente forma:

COLOR 1

	Semana siembra 1	Semana siembra 2	$\cdots$	Semana siembra j
Semana objetivo 1	edad_{11}	edad_{12}	$\cdots$	edad_{1j}
Semana objetivo 2	edad_{21}	edad_{22}	$\cdots$	edad_{2j}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Semana objetivo i	edad_{i1}	edad_{i2}	$\cdots$	edad_{ij}

Tabla 1: Edades Color

Para calcular edad_{ij}, se resta la semana objetivo i de la semana de siembra j (considerando que todas las semanas objetivo son mayores a las semanas de siembra, es decir, $\text{edad}_{ij} > 0$). Este cálculo se realiza para todos los colores, con el propósito de obtener la edad en la curva del color respectivo. Luego, se reemplaza esta edad por el coeficiente correspondiente en la tabla, de tal manera que quede de la siguiente forma:

COLOR 1

	Semana siembra 1	Semana siembra 2	⋯	Semana siembra j
Semana objetivo 1	coef_{11}	coef_{12}	⋯	coef_{1j}
Semana objetivo 2	coef_{21}	coef_{22}	⋯	coef_{2j}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
Semana objetivo i	coef_{i1}	coef_{i2}	⋯	coef_{ij}

Tabla 2: Coeficientes Color

El coeficiente coefij corresponde a la edad en la curva color. Si la edad excede la máxima edad indicada en la curva color, el coeficiente se establece en 0. Luego, en cada semana de siembra, se tiene una cantidad específica de plantas sembradas, la cual se multiplica por dicho coeficiente. Así, se completa el cuadro final con los resultados obtenidos.

COLOR 1

	Semana siembra 1	Semana siembra 2	⋯	Semana siembra j
Semana objetivo 1	flor_{11}	flor_{12}	⋯	flor_{1j}
Semana objetivo 2	flor_{21}	flor_{22}	⋯	flor_{2j}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
Semana objetivo i	flor_{i1}	flor_{i2}	⋯	flor_{ij}

Tabla 3: Flor Color

Donde $\text{flor}_{ij} = \text{coef}_{ij} * P_i$, P_i = cantidad de plantas sembradas en la semana de siembra i, con esto se suman las flores por fila es decir sale una columna con el total de flores de tal manera que quede de la siguiente manera:

COLOR 1

	Total
Semana objetivo 1	flores_1
Semana objetivo 2	flores_2
⋮	⋮
Semana objetivo i	flores_i

Tabla 4: Flores Color

Donde $\text{flores}_i = \sum_{l=1}^{j} \text{flor}_{il}$. Con esta información, es posible determinar las cantidades faltantes por color y semana objetivo de la siguiente forma: Faltante = Objetivo - Proyectado. El valor proyectado proviene del cálculo previo en el cual se obtiene el total de flores por color y semana objetivo. Como resultado, la tabla que resume los faltantes se presentaría de la siguiente manera:

	Color 1	Color 2	⋯	Color N
Semana objetivo 1	$\text{flores faltantes}_{11}$	$\text{flores faltantes}_{12}$	⋯	$\text{flores faltantes}_{1n}$
Semana objetivo 2	$\text{flores faltantes}_{21}$	$\text{flores faltantes}_{22}$	⋯	$\text{flores faltantes}_{2n}$
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
Semana objetivo i	$\text{flores faltantes}_{i1}$	$\text{flores faltantes}_{i2}$	⋯	$\text{flores faltantes}_{in}$

Tabla 5: Tabla Faltantes

Tras obtener los resultados de los cálculos previos relacionados con las $\text{flores faltantes}_{in}$, estamos en condiciones de dar comienzo a la elaboración del modelo.
Iniciaremos estableciendo las variables de decisión, que representarán la cantidad de plantas a ser sembradas en cada una de las posibles semanas de siembra para cada color. Si representáramos esta información en una tabla, se visualizaría de la siguiente manera:

	Color 1	Color 2	⋯	Color N
Posible semana siembra 1	X_{11}	X_{12}	⋯	X_{1n}
Posible semana siembra 2	X_{21}	X_{22}	⋯	X_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
Posible semana siembra j	X_{j1}	X_{j2}	⋯	X_{jn}

Tabla 6: Variables Decisión

En este contexto, X_{in} denota las variables de decisión asignadas a cada color. Sin embargo, es crucial considerar que la posible semana de siembra i no es la misma para el color A como para el color B.

Por ejemplo, si tomamos la posible semana de siembra 1 del color A como 202222, la posible semana de siembra 1 del color B sería 202223. Este patrón se repite para todos los colores.

Al abordar la determinación de los valores C_j, el proceso es análogo al empleado para la tabla de edades (1), y su representación se ilustra de la siguiente manera:

COLOR 1

	Posible semana siembra 1	Posible semana siembra 2	$\cdots$	Posible semana siembra j
Semana objetivo 1	edad_{11}	edad_{12}	$\cdots$	edad_{1j}
Semana objetivo 2	edad_{21}	edad_{22}	$\cdots$	edad_{2j}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Semana objetivo i	edad_{i1}	edad_{i2}	$\cdots$	edad_{ij}

Tabla 7: Edades Color Modelo

La diferencia entra la tabla edades color modelo (7) y la tabla edades color (1) es que en la tabla edades color modelo (7) las edades pueden ser negativas o positivas, Ahora como se hizo en la tabla de coeficientes (2) reemplazaremos los coeficientes de la curva color según la edad, si la edad es menor a 0 o mayor a la edad máxima de la curva color los coeficientes tendrán un valor de 0 y este quedaría de la siguiente manera:

COLOR 1

	Posible semana siembra 1	Posible semana siembra 2	$\cdots$	Posible semana siembra j
Semana objetivo 1	coef_{11}	coef_{12}	$\cdots$	coef_{1j}
Semana objetivo 2	coef_{21}	coef_{22}	$\cdots$	coef_{2j}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Semana objetivo i	coef_{i1}	coef_{i2}	$\cdots$	coef_{ij}

Tabla 8: Coeficientes Color Modelo

Y estos coeficientes serán los C_j, Ahora para plantear la función objetivo primero hacemos lo que se hizo en la tabla flor color (3) y multiplicamos los coeficientes con las variables de decisión para que quede de la siguiente manera:

COLOR 1

	Posible semana siembra 1	Posible semana siembra 2	⋯	Posible semana siembra j
Semana objetivo 1	coef_{11}*X_{1a}	coef_{12}*X_{2a}	⋯	coef_{1j}*X_{ja}
Semana objetivo 2	coef_{21}*X_{1a}	coef_{22}*X_{2a}	⋯	coef_{2j}*X_{ja}
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
Semana objetivo i	coef_{i1}*X_{1a}	coef_{i2}*X_{2a}	⋯	coef_{ij}*X_{ja}

Tabla 9: Flores Color modelo

Recordando que las variables de decisión salen de la tabla de variables Variables Decisión (6), ahora similar a la tabla flores color (4) sacamos el total sumando las columnas por fila y esto quedaría de la siguiente manera:

COLOR 1

	Total
Semana objetivo 1	$\sum_{k=1}^{j} \text{coef}_{1k}$*$\text{X}_{ka}$
Semana objetivo 2	$\sum_{k=1}^{j} \text{coef}_{2k}$*$\text{X}_{ka}$
⋮	⋮
Semana objetivo i	$\sum_{k=1}^{j} \text{coef}_{ik}$*$\text{X}_{ka}$

Tabla 10: Flores Color Modelo

Después sumamos todas las filas y esto quedaría $\sum_{l=1}^{i}\sum_{k=1}^{j} \text{coef}_{lk}$*$\text{X}_{ka}$, esto seria el total por color pero la función objetivo esta compuesta por todos los colores entonces toca sumar todos los totales de todos los colores entonces la función objetivo seria

$$\sum_{z=1}^{N}\sum_{k=1}^{i} X_{kz}$$

Donde n son la cantidad de colores, i la cantidad de semanas objetivo y j la cantidad de posible semanas de siembra, ahora se vera cuales son las restricciones empezando por la b_j y estas serán los valores de la tabla de faltantes (5) y los A_{ij} van a ser los coeficientes de la tabla de Coeficientes Color Modelo (8) y las restricciones quedarían de la siguiente manera:

$$\sum_{k=1}^{j} \text{coef}_{ik} * X_{kn} \geq F_{in}$$

Donde i es la semana objetivo, j es la posible semana de siembra, n es el color, F_{in} son las flores faltante en la semana objetivo i y del color n y $\sum_{k=1}^{j} coef_{ik} * X_{kn}$ la cantidad de flores que saldrá en la semana objetivo i y del color n, ahora como la restricción es $\geq$ entonces la función objetivo se debe minimizar. ¿Porque la restricción es $\geq$ y se minimiza? Esto se estipulo así ya que si se ponía la restricción $\leq$ y se maximizaba, hay semanas donde quedaba muy lejos del objetivo como se ve en la figura por eso se decidió de la manera que esta.

5.6. Solución óptima

Con el modelo ya planteado ahora pasamos a la solución de este, para solucionarlo se pueden usar dos métodos el método gráfico que como su nombre lo dice se resuelve por gráficas y el método simplex que se resuelve por matrices y el algoritmo de Gauss-Jordan.

5.6.1. Solución por método gráfico

Es un método de solución basado en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales a través de gráficos.

Pasos del algoritmo:

1) Determinar restricciones para X_n.

2) Graficar restricciones del modelo y su respectivo grado de orden.

3) Determinar región de solución factible

4) Evaluar los candidatos a ser solución y sustituir en la función Objetivo.

Ejemplo 1. Se tiene planeado cultivar claveles de color Rojo durante las semanas de siembra 202240 y 202241, con el objetivo de producir 800000 y 700000 flores respectivamente para las semanas objetivo 202320 y 202321. Para lograr estas metas, se utilizarán coeficientes específicos para las semanas objetivo. En concreto, se aplicarán los coeficientes 10 y 11 para la semana de siembra 202240, y 9 y 10 para la semana de siembra 202241.

Solución 1. Primero se plantean la función objetivo y las restricciones del problema.
Función objetivo.

$$\text{MIN Z} = X_1 + X_2$$

Donde X_1 es la cantidad de plantas a sembrara en la semana 202240 y X_2 es la cantidad de plantas a sembrara en la semana 202241.
Restricciones

$$10X_1 + 9X_2 \geq 800000$$
$$11X_1 + 10X_2 \geq 700000$$

siguiendo los pasos del algoritmo empezamos con las gráficas de las restricciones.

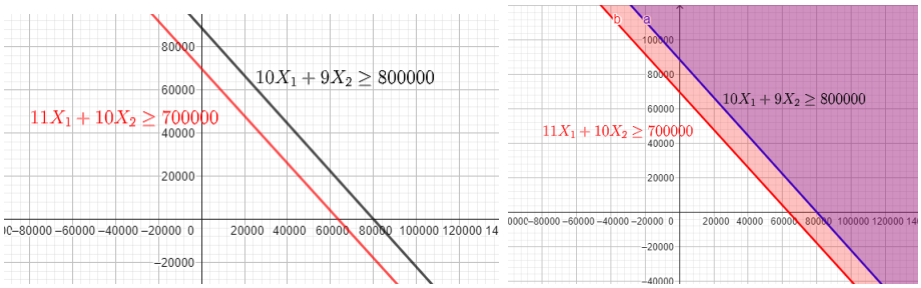


Figura 2: Restricciones

Donde la linea roja representa $11X_1 + 10X_2 = 700000$, la linea negra representa $10X_1 + 9X_2 = 800000$, lo zona sombreada de color rosa de la gráfica derecha es $11X_1 + 10X_2 \geq 700000$ y la zona sombreada de color morado es $10X_1 + 9X_2 \geq 800000$.
Ahora se determina su región de solución.

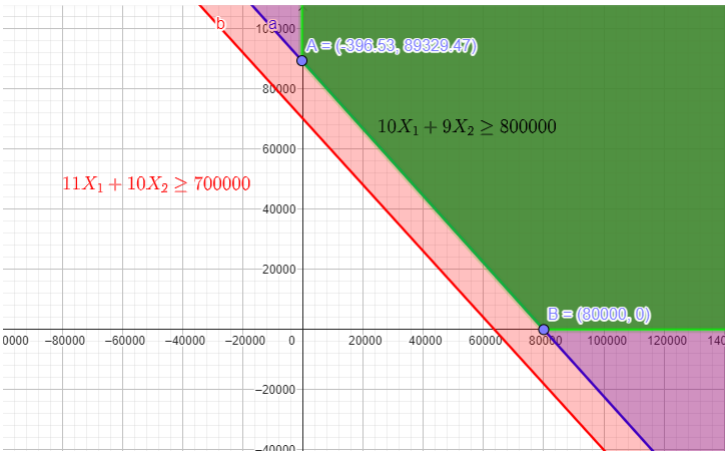


Figura 3: Región Solución

Los candidatos a Solución serán los vértices de la región solución es decir los puntos A Y B de la figura 3, estos puntos son una dupla de la forma (x_1, x_2) entonces ahora se va hallar cada uno de los puntos.
Para cada punto tenemos que es una intersección entre las rectas entonces planteamos un sistema de ecuaciones para cada punto y los resolvemos.

- Punto A

$$x_1 = 0$$
$$10x_1 + 9x_2 = 800000$$

  al resolver este sistema de ecuaciones tenemos que $x_1 = 0$ y $x_2 = 88888{,}888$ es decir A = (0, 88888.888).

- Punto B

$$10x_1 + 9x_2 = 700000$$
$$x_2 = 0$$

  al resolver este sistema de ecuaciones tenemos que $x_1 = 80000$ y $x_2 = 0$ es decir B = (80000, 0).

Ya con los resultados de cada punto, se reemplaza cada punto en la función objetivo y resolvemos.
Función Objetivo = $X_1 + X_2$

- Punto A = (0, 88888.888)

$$(0) + (88888{,}888) = 88888{,}888$$

- Punto B = (80000, 0)

$$(80000) + (0) = 80000$$

Como la función objetivo se esta minimizando entonces la solución óptima sera aquel que tenga la menor solución en este caso es el punto B es decir la solución óptima es $x_1 = 80000$ y $x_2 = 0$ se siembran 80000 flores rojas para la semana 202240 y 0 para la semana 202241.

5.6.2. Solución por método simplex

Es un método basado en el algoritmo de Gauss-Jordan para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, así como en la teoría de matrices para la obtención de un resultado óptimo.
Pasos algoritmo:

1) Convertir las restricciones con desigualdades en igualdades, para esto usamos el teorema que dice que si $a \leq b$ entonces existe ($\exists$) c tal que $a + c = b$ o que si $a \geq b$ entonces existe ($\exists$) c tal que $a - c = b$, con estas variables nuevas se denominaran variables de holgura y se denotaran S_i con $i = 1, 2, ...$

2) A las restricciones con igualdades se le incluirá la variable de holgura de manera simbólica ya que estas tendrán un valor de 0.

3) Con las variables de holgura creamos la matriz identidad si algunos valores quedan en 0 o en -1 se usa una variable auxiliar que reemplaza las variable de holgura que tiene valor -1 o 0 por el 1 para completar la matriz identidad.

4) Se construye la siguiente tabla:

	C^*_j	$\longrightarrow$	C_i	0
CB	VB	SOL	X_i	S_i
0	S^*_j	b_j	a_{ij}	$i_i j$
	Z^*_j	0	0	0
	C^*_j-Z^*_j		C_i-0	0-0

Tabla 11: Tabla inicial simplex

Donde:

- C^*_j: Son los coeficientes de las variables de decisión y las variables de holgura en la función objetivo que si se esta minimizando los coeficientes van multiplicados por -1.
- C_i: Coeficientes en la función objetivo de las variables de decisión.
- 0: Coeficientes en la función objetivo de las variables de holgura esta es 0 porque en la función objetivo no va ninguna variable de holgura.
- VB: Variables básicas que son con las que se construyen las matriz identidad
- CB: Coeficientes que tienen las variables básicas en la función objetivo.
- SOL: son el lado derecho de las igualdades anteriormente planteadas.
- X_i: Son las variables de decisión.
- S_i: Son las variables de holgura y variables auxiliares.
- S^*_j: Son las variables de holgura o variables auxiliares que forman la matriz identidad.
- Z^*_j: Va representar la solución de tomar cada columna como un vector y hacer producto punto la columna CB con las columnas SOL y demás hacia la izquierda es decir si CB=<a,b,c>y Sol=<d,e,f>entonces en la columna Sol, en la fila Z^*_j es igual a CB·Sol =(a·d)+(b·e)+(c·f).
- C_j-Z^*_j: es la resta de las fila C_j con la fila Z^*_j pero solo las columnas de variables de decisión, variables de holgura y variables auxiliares.

5) iteraciones
Si todos los valores de C_j-Z^*_j son 0 o negativos se dice que es la solución óptima en caso contrario se siguen los siguientes pasos:

a) Para empezar debemos cambiar una de las variables de la columna VB por una de las variables decisión o variables de holgura.

b) Para saber cual variable de decisión o variable de holgura es la que se va a poner en la fila C_j-Z^*_j tomamos la variable que este en la columna con el valor mas alto.

c) Ahora para saber cual variable de la columna VB debe ser reemplazada se divide todos los valores de la columna sol por los valores diferentes de 0 en la columna de la variable escogida anteriormente, y el numero menor es el que corresponde a la variable que se reemplazara.

d) Cuando se reemplace la variable donde se cruza la fila y la columna de la misma variable se llamara pivote y este debe ser igual a 1 y el resto de valores en la columna exceptuando las filas de Z^*_j y C_j-Z^*_j deben ser 0 para esto se hace operaciones fila desde la columna SOL hacia la izquierda.

e) Por ultimo se vuelve a calcular la filas Z^*_j y C_j-Z^*_j.

f) Si todos los números de la fila C_j-Z^*_j son menores o iguales a 0 se llego a la solución óptima si no toca repetir los pasos anteriores hasta que se llegue a la solución óptima.

g) Cuando ya se tiene que todos los valores de la fila C_j-Z^*_j son menores o iguales a 0 se reemplaza cada variable de decisión que esta en la columna VB por su respectivo valor que esta en la columna SOL pero si la variable de decisión no esta en la columna VB significa que el valor de la variable de decisión es 0.

h) Para saber si la solución óptima es la única la intersección entre la fila C_j-Z^*_j y las columnas de las variables que están en la columna VB deben ser los únicos en 0 en caso de que exista otro valor de 0 significa que existe otra solución se debe hallar esta solución con los pasos anteriores y luego evaluar en Función objetivo para ver cual es la solución óptima.

Para tener un mejor entendimiento del algoritmo se va presentar un ejemplo

Ejemplo 2. Se ha planificado el cultivo de claveles de color Rojo y Blanco durante las semanas de siembra 202240 y 202241, con el objetivo de obtener 800000 flores rojas y 900000 flores blancas para la semana objetivo 202320, y 700000 flores rojas y 800000 flores blancas para la semana objetivo 202321. Para lograr estas metas, se aplicarán coeficientes específicos a las semanas de siembra seleccionadas. En particular, durante la semana objetivo 202320 se utilizarán los coeficientes 20 y 10 para el color Rojo y 40 y 30 para el color Blanco, mientras que para la semana objetivo 202321 se emplearán los coeficientes 30 y 20 para el color Rojo y 20 y 10 para el color Blanco.

Solución 2. Primero se plantea la función objetivo Función objetivo

$$\text{MIN Z} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

Donde X_1 es la cantidad de plantas a sembrara de rojo en la semana 202240, X_2 es la cantidad de plantas a sembrara de rojo en la semana 202241, X_3 es la cantidad de plantas a sembrara de blanco en la semana 202240 y X_2 es la cantidad de plantas a sembrara de blanco en la semana 202241.
Restricciones

$$\begin{aligned} 20X_1 + 10X_3 &\geq 800000 \\ 30X_1 + 20X_2 &\geq 700000 \\ 40X_3 + 30X_4 &\geq 900000 \\ 20X_3 + 10X_4 &\geq 800000 \end{aligned}$$

1) Para empezar las desigualdades de las restricciones las volvemos igualdades con lo que se incluye las variables de holgura S_i, con esto las igualdades quedarían de la siguiente manera

$$20X_1 + 10X_3 - S_1 = 800000$$
$$30X_1 + 20X_2 - S_2 = 700000$$
$$40X_3 + 30X_4 - S_3 = 900000$$
$$20X_3 + 10X_4 - S_4 = 800000$$

2) Ahora se crea la matriz con las variables de holgura, esta quedaría de la siguiente manera

	S_1	S_2	S_3	S_4
restricción 1	-1	0	0	0
restricción 2	0	-1	0	0
restricción 3	0	0	-1	0
restricción 4	0	0	0	-1

Pero se necesita es la matriz identidad así que para completar la matriz identidad se crea la variable auxiliar A_i y la matriz quedaría

	A_1	A_2	A_3	A_4
restricción 1	1	0	0	0
restricción 2	0	1	0	0
restricción 3	0	0	1	0
restricción 4	0	0	0	1

3) Ahora se construye la tabla recordando que los C_j de la función objetivo se multiplican por -1 ya que se esta minimizando la función objetivo, también que la variable auxiliar tendrá un valor que sera designado con (-10)*MAXV, siendo MAXV el valor máximo de los valores absolutos de los C_j de la función objetivo y este quedaría de la siguiente manera:
Como se puede observar en la fila C^*_j-Z^*_j hay valores mayores a 0 por ende aun no es una solución y se debe empezar hacer las iteraciones.

4) Ahora empezamos con los pasos para las iteraciones

   a) Primero se toma el valor positivo mayor de la fila C^*_j-Z^*_j que es 599, es decir que la variable que entra nueva es X_3

   b) Ahora se busca por cual variable de la columna VB sera reemplazada por X_3 y para esto dividimos cada valor de la columna SOL con su correspondiente valor en la columna X_3 siempre

	C^*_j	$\longrightarrow$	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10
CB	VB	SOL	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	A_1	A_2	A_3	A_4
-10	A_1	800000	20	10	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
-10	A_2	700000	30	20	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
-10	A_3	900000	0	0	40	30	0	0	-1	0	0	0	1	0
-10	A_4	800000	0	0	20	10	0	0	0	-1	0	0	0	1
	Z^*_j	-32000000	-500	-300	-600	-400	10	10	10	10	-10	-10	-10	-10
	C^*_j-Z^*_j		499	299	599	399	-10	-10	-10	-10	0	0	0	0

Tabla 12: Tabla simplex, ejemplo parte 1

y cuando este valor sea positivo, después con el resulta menor se encuentra la variable a reemplazar, como se ve de la siguiente manera:

$$\frac{900000}{40} = 22500$$
$$\frac{800000}{20} = 40000$$

con esto se ve que el menor es 22500 por ende la variable que sera reemplazada por X_3 es A_3, recordando que tambien el valor que esta en la columna CB sera reemplazado por el C_j de X_3 que es -1 con lo que ahora la tabla quedaría así:

	C^*_j	$\longrightarrow$	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10
CB	VB	SOL	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	A_1	A_2	A_3	A_4
-10	A_1	800000	20	10	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
-10	A_2	700000	30	20	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
-1	X_3	900000	0	0	40	30	0	0	-1	0	0	0	1	0
-10	A_4	800000	0	0	20	10	0	0	0	-1	0	0	0	1
	Z^*_j													
	C^*_j-Z^*_j													

Tabla 13: Tabla simplex, ejemplo parte 2

c) ahora la intersección de la columna y la fila X_3 debe ser 1 y el resto de la columna debe ser 0,

para esto se va aplicar las siguientes operaciones fila:

$$F_3 = \frac{F_3}{40}$$
$$F_4 = -20F_3 + F_4$$

Recordando que estas operaciones solo se aplican de la columna SOL a la derecha y con esto la tabla quedaría así:

	C^*_j	$\longrightarrow$	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10
CB	VB	SOL	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	A_1	A_2	A_3	A_4
-10	A_1	800000	20	10	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
-10	A_2	700000	30	20	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
-1	X_3	22500	0	0	1	0.75	0	0	-0.025	0	0	0	0.025	0
-10	A_4	350000	0	0	0	-5	0	0	0.5	-1	0	0	-0.5	1
	Z^*_j													
	C^*_j-Z^*_j													

Tabla 14: Tabla simplex, ejemplo parte 3

d) Ahora se calcula de nuevo las filas Z^*_j y C^*_j-Z^*_j, con esto la tabla quedaría así:

	C^*_j	$\longrightarrow$	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10
CB	VB	SOL	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	A_1	A_2	A_3	A_4
-10	A_1	800000	20	10	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0
-10	A_2	700000	30	20	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0
-1	X_3	22500	0	0	1	0.75	0	0	-0.025	0	0	0	0.025	0
-10	A_4	350000	0	0	0	-5	0	0	0.5	-1	0	0	-0.5	1
	Z^*_j	-18522500	-500	-300	-1	49.25	10	10	-4.975	10	-10	-10	4.975	-10
	C^*_j-Z^*_j		499	299	0	-50.25	-10	-10	4.975	-10	0	0	-14.975	0

Tabla 15: Tabla simplex, ejemplo parte 4

e) Como aun quedan valores mayores a 0 se se continua con las iteraciones es decir se repite el paso a paso de las iteraciones hasta que la tabla quede así:

	C^*_j	$\longrightarrow$	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	-10	-10	-10	-10
CB	VB	SOL	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3	S_4	A_1	A_2	A_3	A_4
0	S_2	500000	0	-5	0	0	-1.5	1	0	0	1.5	-1	0	0
-1	X_1	40000	1	0.5	0	0	-0.05	0	0	0	0.05	0	0	0
-1	X_3	40000	0	0	1	0.5	0	0	0	-0.05	0	0	0	0.05
0	S_3	700000	0	0	0	-10	0	0	1	-2	0	0	-1	2
	Z^*_j	-80000	-1	-0.5	-1	-0.5	0.05	0	0	0.05	-0.05	0	0	-0.05
	C^*_j-Z^*_j		0	-0.5	0	-0.5	-0.05	0	0	-0.05	-9.95	-10	-10	-9.95

Tabla 16: Tabla simplex, ejemplo parte 5

f) Como todos los valores son menores o iguales a 0 entonces es solución y las columnas de las variables que están en la columna VB son 0 significa que es la única solución por ende es la solución óptima es decir que la solución es X_1=40000, X_2=0, X_3=40000 y X_4=0.

5) La función objetivo queda (40000)+(0)+(40000)+(0)=80000, después de 4 iteraciones.

Solución 3. para la semana 202240 se sembraran 40000 flores rojas y 40000 flores blancas, para la semana 202241 se sembraran 0 flores rojas y blancas.

6. Dificultades confrontadas

Durante el desarrollo del modelo los datos de entrada aveces presentaban errores en el modelo ya que al principio se empezaron con datos no reales y tenían una limitación para lo que se requería ya sea que no concordaban con los datos reales o la cantidad era escasa pero a medida que el modelo iba mejorando, los datos de entrada se debían mejorar para estar acercándose a lo deseado.
Para profundizar en el tema también se puede leer PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA A LA AGRICULTURA [2].

7. Conclusiones

- Una de las ventajas que destaca en este modelo, en comparación con otras alternativas, es su capacidad para ser explicado de manera sencilla, además de su bajo costo computacional. Esto se debe a que su funcionamiento se centra principalmente en el uso de matrices.
- La programación lineal resulta eficaz para abordar este tipo de problemas. Sin embargo, es importante señalar que una desventaja de esta metodología es que si el planteamiento del

problema no es adecuado, podría derivar en un proceso de ensayo y error, prolongando el desarrollo del modelo de manera significativa.

- El modelo no quedo concluido al terminar la pasantía pero se dejo con un gran avance y una buena base para la continuación de este desarrollo.

8. Recomendaciones

8.1. Universidad

- Sería altamente provechoso expandir la aplicación concreta de las matemáticas en diversas asignaturas, abarcando no solo el campo de la física, sino también incursionando en disciplinas empresariales como el análisis de datos.

8.2. Empresa

- Implementar estrategias para aumentar el conocimiento entre los estudiantes que están en búsqueda de pasantías.

Referencias

[1] Gerald J. Lieberman Frederick S. Hillier. *INTRODUCCIÓN A LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.* W. A. Benjamin, 1981.

[2] RONALD D. WINTERBOER RAYMOND R. BENEKE. *PROGRAMACION LINEAL APLICADA A LA AGRICULTURA.* AEDOS EDITORIAL, 1983.