CARACTERÍSTICAS QUE DEBE TENER UNA PROPUESTA FUNDAMENTADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE PERMITA DESARROLLAR LA NOCIÓN DEL NÚMERO RACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.

SANDRA MILENA UMBACIA SUTACHAN

Director

LUIS ÁNGEL BOHORQUEZ ARENAS PhD

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

MAESTRÍA EDUCACIÓN

ÉNFASIS EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ

2024

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios, por la salud, el trabajo, y la bendición de la vida para cumplir esta meta.

A la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y a su personal docente por su profesionalidad en mi formación académica y personal.

De igual manera, agradezco a mi tutor de trabajo de grado Luis Ángel Bohórquez Arenas Phd, por su valioso aporte y entrega en la elaboración de este proyecto.

Agradezco a mi familia que siendo el detonante de mi felicidad y ha estado a mi lado incondicionalmente, por su apoyo en la decisión que tomé en este proyecto que emprendí. A mis padres Luis y María, por haberme forjado como la persona que soy y motivarme constantemente a alcanzar mis sueños, que aún desde el cielo me apoyan.

ÍNDICE GENERAL

1. Descripción del Problema 5

1.1 Planteamiento del Problema 5

1.3 Objetivos 7

1.3.1 Objeto General 7

1.3.2 Objetivos Específicos 8

2.1 Noción de números racionales 9

2.2 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) en los Racionales 10

2.2.1 PLANIFICACIÓN 13

2.2.2. Matriz de Indicadores para Evaluar el Plan de Acción 15

2.3 Aprendizaje significativo 17

2.4 Propuesta didáctica 19

2.5 Fortalecimiento cognitivo-afectivo 21

2.6 Resolución de problemas 22

2.7 Resolución de problemas del número racional 26

2.8 Las situaciones problema como herramienta en el aprendizaje 27

2.9 Concepciones de problema 29

2.10 Las representaciones semióticas y el aprendizaje del número racional 31

3. Metodología de Investigación 36

3.1 Tipo de investigación 36

3.2 Población y Muestra 36

3.3 Fases del Proceso 36

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos 41

3.5 Trascendencia Práctica 41

3.6 Diseño o adaptación de los instrumentos de la recolección de la información 41

4. Resultados / Productos Esperados 43

4.1. Describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria en el proceso de aprendizaje del número racional 43

4.2. Definir las representaciones semióticas y el aprendizaje de los números racionales en estudiantes de educación básica 54

4.3. Establecer relaciones entre las causas identificadas de las dificultades y los atributos de los racionales tematizados con los estudiantes 56

4.4. Diseñar una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales 57

Conclusiones 72

Recomendaciones 74

Referencias 75

1. Descripción del Problema

1.1 Planteamiento del Problema

La institución Colegio Madre Paula Montal con jornada única, ubicado en la localidad de San Cristóbal, en la Cl. 56 Sur #15-55 este. Barrio San Rafael Sur Oriental ha adoptado el Modelo Pedagógico de Educación de Currículo Abierto, con su enfoque enseñanza a la piedad y las ciencias y a partir del año 1996 (Educación Media) para enfrentar las metas planteadas por la organización. Esta propuesta institucional busca brindar las herramientas necesarias para desarrollar las propias habilidades en matemáticas, en cuanto a interpretar el mundo tecnológico, afrontar nuevas situaciones. Asimismo, busca desarrollar una propuesta pedagógica educativa, como la creación de una situación educativa en la que se realicen diferentes actividades, combinadas, potenciando el aprendizaje, la comprensión y las habilidades, conocimiento básico.

En la propuesta institucional se busca desarrollar, en grado séptimo, los números racionales teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares del MEN y los estándares básicos de matemáticas. Se pretende tanto en lo conceptual como procedimental que los estudiantes asocien otros conceptos y vean la utilidad de los números racionales en diferentes contextos. Sn embargo, Sin embargo, en nuestra institución, aun se observa las muchas dificultades que se presentan por parte de los estudiantes sobre el trabajo asociado con los números racionales. He observado que en mi institución eso se debe, entre otros aspectos, a la manera como se presenta el trabajo con las fracciones y los racionales por parte de los profesores.

Sobre las maneras como los profesores presentan o desarrollan la fracción y posteriormente los racionales e incluso el conocimiento que los profesores tienen al respecto a

este concepto hay varias investigaciones (leal, 2015). Por ejemplo, Rodríguez (2019 encontró que si los profesores, definen la fracción, por medio de una imagen de la relación parte-todo es posible que los estudiantes no identifiquen esta fracción en su representación numérica.

Fandiño (2009) considera que la fracción como una relación parte-todo, tiene una gran diferencia dependiendo de si, el todo está constituido por algo continuo o por un conjunto discreto y esto lo debe tener en cuenta el profesor. Asimismo, Fandiño (2009) manifiesta que el profesor debe considerar que en la fracción como número racional se da particular atención a cuestiones que tienen que ver con la operatividad, tales como la equivalencia entre fracciones, adiciones entre fracciones, entre otros.

El trabajo realizado por Castro (2015) se centró en la compresión de los maestros, sobre componentes clave de las fracciones como el todo, la parte, las operaciones y la resolución de problemas. Los sujetos fueron agrupados según sus calificaciones en asignaturas del área de matemáticas denominados como grupo bajo, medio y alto. Los resultados del grupo bajo mostraron una conceptualización extremadamente limitada del concepto de fracción, al considerar a/b como “a partes de b partes”. Según Castro (2015) estos profesores fueron capaces de resolver tareas sencillas sobre iterar fracciones unitarias, pero no pudieron resolver tareas que requiriesen particiones de la unidad.

El grupo medio, para Castro (2015), conceptualizó a/b como “a partes de 1/b, donde 1/b se obtuvo al dividir el todo en b partes iguales”. Además, estos maestros fueron capaces de usar el proceso de partición para crear una nueva unidad e iterar fracciones unitarias y no unitarias de forma numérica y geométrica. Finalmente, respecto al grupo alto, los autores, sólo destacan que

no todos los sujetos del grupo alto tuvieron una sólida comprensión del concepto de fracción, pues, algunos de ellos se basaron en el método de ensayo y error para resolver las tareas.

Frente a las situaciones descritas, anteriormente, sobre las dificultades de la enseñanza de los números racionales Pineda-Moncada (2017) considera que los profesores deben acudir a problemas que involucra los números racionales. Esto lo propone porque el problema permite establecer relaciones coherentes entre el enunciado, la traducción del mismo al lenguaje matemático, el reconocimiento del concepto y la aplicación del algoritmo correspondiente.

Pineda-Moncada dice es por medio de la resolución de problemas; los conceptos, algoritmos y estrategias utilizadas adquieran un carácter significativo. Obando (2003), expresa que por medio de los problemas se fundamenta la conceptualización matemática, de tal manera que permite el desarrollo del razonamiento, del pensamiento matemático y del aprendizaje de conceptos, en este caso del número racional. Tomando como base esta idea en este trabajo planteamos la siguiente pregunta de orientadora:

¿Qué características debe tener una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Madre Paula Montal?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objeto General

Establecer las características de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Madre Paula Montal.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes en el proceso de aprendizaje del número racional.

2. Establecer las dificultades encontradas en el proceso de la enseñanza de la noción del número racional.

3. Establecer relaciones entre las causas identificadas de las dificultades y los atributos de la fracción tematizados con los estudiantes.

2. Marco Teórico Conceptual

2.1 Noción de números racionales

La noción de número racional se debe afrontar de acuerdo con Padierna y Zapata (2018) con la ayuda de representaciones gráficas que visualicen la noción de unidad y sus partes con varias formas de representación; por lo que el concepto de número racional es fundamental y por lo tanto debe irse ampliando, hasta lograr que los estudiantes construyan el conjunto de los números racionales como un conjunto con estructura. Esto debería guiar las etapas del proceso de aprendizaje de las matemáticas y la necesidad de los números fraccionarios en la vida cotidiana.

En el aprendizaje de los números racionales, y en el marco de la teoría de las situaciones didácticas, Obando et al. (2014) reconocen el papel fundamental de la medida de magnitudes y de las representaciones de estos en forma de notación fraccionaria o decimal. En particular, se asume que la razón es el concepto central para comprender las fracciones, los decimales y los porcentajes, bien a partir de las diferentes experiencias de los estudiantes, bien en el marco de una construcción relativa a la multiplicación y la división, a través de situaciones de ampliación, reducción, repetición y partición, se comprende la razón como el invariante en una serie de cantidades proporcionales entre sí, y la fracción como emergente de la razón, cuando se elige una cantidad arbitraria como unidad y las demás cantidades se comparan con respecto a esta cantidad.

Pérez y Gardey (2021) destacan que, los números racionales están formados por los números enteros (que pueden expresarse como cociente: 5= 5/1, 38=38/1) y los números fraccionarios (los números racionales no enteros: 2/5, 8/12, 69/253). Cada uno de los números enteros posee otro carácter que le sigue; de tal modo que al -1 le sigue el 0 y a éste el 1, sucesivamente, y a su vez entre cada uno de éstos existen infinitos números no racionales. Al respecto, sobre la base de lo anterior, el número racional se representa como el cociente de dos números enteros. El conjunto de los números racionales se denota por, que significa cociente, y este conjunto de números incluye a los números positivos y negativos, decimales y fracciones.

2.2 Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) en los Racionales

El propósito de este trabajo fue diseñar una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) para enseñar a los estudiantes de séptimo grado en la temática de la adición y productos de números racionales. Un diseño que se basa en un análisis del desarrollo curricular de estos conceptos en la fase elemental. Procedimientos de clase que son parte de la pedagogía tradicional de la enseñanza de los números racionales y, como se mencionó anteriormente, son capaces de usar números racionales exactamente como aprendemos a usarlos en la fase inicial (números fraccionarios), a pesar de que existe.

Barón (2016) nos muestra que en la interpretación de operador para los estudiantes tiene dificultades para reconocer la adición con respecto a la multiplicación; ya que en la adición no funciona la siguiente representación directa y en la multiplicación si:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+cb}{bd} \quad \neq \quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$$

El origen de estas dificultades radica, principalmente, en un aprendizaje procedimental del concepto de fracción como operador, en el uso escaso de diferentes modos de representación

y en la poca diversidad de tareas que resolver. Para ayudar a superar las dificultades conceptuales que el alumnado de primaria afronta, y que en muchos casos se extienden a etapas superiores, podemos usar como referente la información del concepto de suma y multiplicación de los racionales desde una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA). Una THA permite analizar (evaluar) la comprensión que tienen los estudiantes sobre un concepto y ayuda a tomar decisiones sobre la enseñanza centradas en el progreso conceptual del estudiante.

Al mirar los conocimientos y métodos del pensamiento del estudiante en áreas de contenido, incluidos conceptos, estrategias, ideas intuitivas y estrategias informales para resolver problemas, para desarrollar los patrones de pensamiento, estrategias, comprensión y aprendizaje de los alumnos. En el nivel 1, Para sumar racionales con igual denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad con\ b \neq 0.$$

Con la definición formal de los números racionales se verifica que existen relaciones de equivalencias que generan e identifican clases de equivalencia que mantienen las operaciones de adición y multiplicación, así como también las relaciones de orden y que todas interconectadas conservan las propiedades de los números racionales. La comprensión de este elemento matemático marca el progreso conceptual entre el nivel 1 y el nivel 2. En el nivel 2, los estudiantes no reconocen que, deducido en la construcción de la adición de los números racionales, el cual establece la relación de equivalencia, donde se multiplica numerador del primer $\mathbb{Q}$ por denominador del $\mathbb{Q}$ segundo y el numerador del segundo por el denominador del primer $\mathbb{Q}$ y como denominador del resultado el producto de los denominadores de los dos $\mathbb{Q}$.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}\ con\ d\ y\ b\neq 0\ \therefore [(a,b)]+[(c,d)]=[(ad+bc,bd)]$$

La comprensión de este elemento matemático y el uso de los racionales como relación de equivalencia la transición entre el nivel 2 y el nivel 3 de desarrollo de la comprensión de los estudiantes, en el de multiplicar dos racionales se multiplican sus numeradores y sus denominadores por separado, teniendo así el numerador y el denominador del racional producto:

$$\frac{a}{b}.\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}\therefore [(a,b)].[(c,d)]=[(ac,bd)].$$

Pineda (2017) reseña que, las fracciones exigen que se comprendan las siguientes expresiones:

- Fraccionar: La unidad de medida se divide en partes iguales y se asocia con acciones que se aplican a los objetos como doblar, sombrear, señalar, destacar, entre otros.

- Transformar: Una medida se convierte en otra de menor o mayor tamaño. Comparar: Es una forma de establecer una relación entre dos magnitudes.

- Repartir: Es una forma de separar magnitudes no enteras que hacen posible la equivalencia entre las partes. En cada uno de los casos, se determina una totalidad y una relación de una de esas partes con la totalidad, es decir, hay un significado, una relación y operaciones.

2.2.1 PLANIFICACIÓN

Tabla 1. *Planificación.*

PLAN DE ACCIÓN 1. Campo de acción: planificación de sesiones de enseñanza para aplicar las estrategias lúdicas.

Objetivo específico 1: Al Planificar sesiones de enseñanza utilizando estrategias lúdicas mejorará la resolución de problemas de operaciones con números racionales con los estudiantes de grado Séptimo.

Fase	Actividad	Tareas	Responsable	Recursos	Cronograma
Análisis Preliminares	Buscar información teorización fundamentada sobre planificación de sesiones de enseñanza.	Búsqueda de la información sobre la planificación de sesiones de enseñanza.	Investigador	Guía.	1 hora a 1 hora y media
	Planificación de las sesiones de enseñanza tomando en cuenta los procesos pedagógicos.	- Planificación y organización de la información. - Elaboración de una guía o ruta para su aplicación. - Elaboración de una matriz de construcción y aplicación de la propuesta reconstruida: Fijar,			

		cronograma de los tiempos horarios, formas, material utilizado, medios y sus estrategias, etc.			
Concepción y análisis a priori.	Ejecutar las actividades tomando en cuenta los tareas lúdicas para resolver problemas en las operaciones de números racionales.	Ejecución de las actividades de acuerdo al cronograma de actividades programadas por el investigador - Ejecución de las sesiones de enseñanza en la resolución de problemas. - Ejecución de las actividades de acuerdo al cronograma de actividades programadas por el investigador.	Investigador	Guías. Tareas didácticas.	1 hora a 1 hora y media cada una.
	Evaluación del plan de acción en cuanto a la hipótesis de procesos pedagógicos	- Evaluación de la propuesta, uso de fichas, guías y/o juegos didácticos. - Evaluación de los logros y satisfacción de los estudiantes			

Nota: Elaboración propia.

2.2.2. Matriz de Indicadores para Evaluar el Plan de Acción

Hipótesis de Acción	Indicadores de Proceso	Fuentes de Verificación	Indicadores de Resultado	Verificación
La planificación de sesiones de enseñanza permitirá mejorar la resolución de problemas matemáticos en operaciones básicas con números racionales en los estudiantes de grado séptimo.	- Diseña sesiones de enseñanza incorporando estrategias lúdicas para la resolución de problemas.	Sesiones de enseñanza planificadas por el docente. - Fichas de evaluación de la cada sesión de enseñanza.	Hace preguntas y responde sobre los problemas planteadas. - Habla de las situaciones problemáticas de la vida diaria. - Dice con sus propias palabras de aquello que escucha las conversaciones de sus padres sobre la compra de los productos de primera necesidad y demuestra su comprensión con respectó a las operaciones con números racionales	- Textos de matemática. - Lista de cotejos. - Ficha metacognitiva. - Registro de evaluación.
La aplicación de estrategias metodológicas didácticas de roles permitirá mejorar la	Planifica actividades tomando en cuenta las tareas didácticas para mejorar la resolución de	- Sesiones de enseñanza planificadas por el docente. - Fichas de	- Siguen las indicaciones sencillas para hacer uso de las tareas didácticas. - Interviene espontáneamente en resoluciones de problemas matemáticos, temas de la vida cotidiana. - Crea problemas sencillos de la vida diaria propias de su ambiente familiar y local.	-Lista de cotejo - metacognición - Registro - Otros.

resolución de problemas matemáticos de operaciones con números racionales en estudiantes de grado séptimo.	problemas de fracciones mixtas. tomando en cuenta los juegos de roles para mejorar el razonamiento al resolver los problemas.	evaluación de las sesiones de enseñanza.	- Desarrolla sus ideas en torno a temas de su interés y según la ocasión. - Crea problemas matemáticos oralmente en torno a su labor cotidiana.	
La utilización de material educativo audiovisual y gráfico permitirá la resolución de problemas con los estudiantes de grado séptimo.	Elabora materiales educativos pertinentes para mejorar la resolución de problemas matemáticos. - Uso adecuado de los materiales audiovisuales y gráficos.	-Sesiones de enseñanza planificadas por el docente. -Fichas de evaluación de la sesión de enseñanza.	Para el trabajo en equipo incorpora normas de convivencia: - Participa colabora sin interrumpir a los compañeros. - Participa en juegos de roles grupales. - Expresa con material concreto, los números racionales y sus operaciones. - Representa las operaciones de racionales de forma gráfica y operacional, con materiales del medio. - Alienta el cumplimiento de los acuerdos del aula: en las actividades programadas y tareas o responsabilidades asignadas.	- Lista de cotejo - metacognición - Registro - Otros.

Nota: Elaboración propia.

2.3 Aprendizaje significativo

El aprendizaje significativo, según lo indican Ausubel, Novak y Hanesian, (citados en Gelves y Lázaro, 2021, p. 46): se centra en el aprendizaje de materias escolares fundamentalmente la expresión significativo es utilizado por oposición a memorístico o mecánico. Para estos autores, la formación de estudiantes con pensamiento crítico, reflexivo, creativo e innovador es la que exige hoy día, pues trabajar de forma tradicionalista conlleva a la escasez de conocimientos; por eso es necesaria la integración de diferentes medios para la enseñanza para permitir a los estudiantes obtener competencias de acuerdo con su realidad. De ahí se destaca lo siguiente:

> La concepción constructivista del aprendizaje significativo según Ausubel explicaría los procesos de enseñanza y aprendizajes a través de las interacciones entre los tres elementos básicos: alumnos, contenidos de aprendizaje y profesorado. Para el constructivismo, el conocimiento es una interacción entre la nueva información que se presenta y el conocimiento previo; aprender es construir modelos para interpretar la formación recibida del exterior, e interiorizarla de forma significativa; es decir, produciéndose una construcción dinámica del conocimiento (López, 2018, p. 6).

De esta manera, para que se produzca el aprendizaje significativo, Contreras (2016) destaca dos condiciones que en el proceso instructivo se debe tener en cuenta:

> - Predisposición para el aprendizaje significativo, es decir, que para que se produzca el aprendizaje significativo, es necesario, que quién quiere aprender algo ene que tener una actitud potencialmente significa va para aprender significativamente. Si el estudiante carece de motivación intrínseca para aprender significativamente, el docente, ene que lograr primeramente el compromiso y la aceptación del estudiante

- Presentación de un material potencialmente significativo. Para que se produzca el aprendizaje significativo cobra vital importancia el material que va actuar como mediador del aprendizaje, es decir, que el material tenga significado lógico, entendiendo que dicho material es potencialmente relacionable de manera sustantiva y no arbitraria con la estructura cognitiva del que aprende, si el material contiene ideas de anclaje o subsumidores adecuados para que se pueda interactuar con el material nuevo y así dotar de significados nuevos a la estructura cognitiva (Contreras, 2016, p. 135).

Sin embargo, de acuerdo con este autor, es conveniente distinguir dos clases de significados: el significado lógico y el significado psicológico: así pues, el significado lógico depende únicamente de la naturaleza del material. El significado lógico, por consiguiente, se refiere al significado inherente a ciertos pos de material simbólico, por la naturaleza misma de éste. El significado lógico, entonces, hace referencia a la significación sustantiva del propio material, es decir, al significado institucional culturalmente aceptado.

Sobre la base de lo anterior, se destaca de acuerdo con Miranda (2022) que, el aprendizaje significativo consiste en un proceso mediante el cual el estudiante, para aprender, relaciona los conceptos nuevos con los que posee, así como los conceptos nuevos con la experiencia que tiene. Luego, el trabajo en el aula del docente consiste en organizar el espacio y los materiales y guiar al estudiante hacia el logro de su aprendizaje.

Por ende, el aprendizaje significativo de acuerdo con Ausubel (1977) advierte la adquisición de nuevos significados. Este concepto, según Gómez et al. (2019), requiere ser fortalecido en la planificación educativa, toda vez que el estudiante de hoy experimenta una vasta cascada de información, que debe ser seleccionada, según sus verdaderas necesidades de

aprendizaje. El surgimiento de nuevos significados en el estudiante manifiesta la realización de un proceso de aprendizaje significativo.

Así, el docente para lograr un aprendizaje significativo debe generar en el aula un ambiente que invite a todos a observar, investigar, a aprender, a construir su aprendizaje, y no sólo a seguir lo que él hace o dice. Es así como a través del aprendizaje significativo el estudiante utiliza sus conocimientos previos para obtener conocimientos nuevos. Este es un proceso en el cual el alumno, a través de su participación, logra adquirir y retener conocimientos nuevos de manera efectiva.

2.4 Propuesta didáctica

La propuesta didáctica es definida por Flórez y Parra (2021) como aquella acción que promueve una aplicación de la didáctica para el desarrollo de ciertos conocimientos; por lo que una propuesta pedagógica debe tener en cuenta el marco en el que se desarrollará y debe partir de un diagnóstico específico. Estas cuestiones permiten justificar la propuesta y sientan las bases para el cumplimiento de los objetivos estipulados. El rediseño de la práctica pedagógica implica que la instrucción deba basarse en el uso de casos prácticos que proporcionen experiencias de aprendizaje ricas, diversas y contextualizadas; la tarea de los docentes y formadores es diseñar ambientes de aprendizaje que ayuden a los alumnos a aprender.

> Mediante la propuesta didáctica el aprendizaje es efectivo y significativo, porque se promueve la conciencia social, debido a que las distintas actividades propuestas hacen que el estudiantado tome conciencia de realidades sociales distintas de la propia, pueda comprender la situación de distintas personas y sentir que son ciudadanía activa en una sociedad globalizada (Martínez, 2019, p. 289).

De ahí que, de acuerdo a lo presentado por Leal y Bong (2015), es posible presentar propuestas didácticas que permitan al docente comprender, valorar y reflexionar acerca de la importancia que tiene contextualizar los contenidos en Matemática, y así ofrecer oportunidades que permitan desarrollar competencias matemáticas básicas en los estudiantes. Todo esto implica determinar contenidos matemáticos (conceptos, procedimientos, actitudes); ejes transversales; metodología; recursos didácticos; organización del aula y del tiempo; criterios e instrumentos de evaluación. Esta concepción hace que la labor del profesor sea mayor, pero también que su rol sea más autónomo y relevante en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Al respecto, la didáctica de la Matemáticas está referida a la ciencia del desarrollo de planificaciones realizadas en la enseñanza de las Matemáticas. “Los objetos que intervienen son: estudiantes, contenidos matemáticos y agentes educativos. Sus fuentes de investigación son los alumnos, situaciones de enseñanza-aprendizaje, puesta en juego de una situación Didáctica y los fenómenos didácticos” (Fernández & Nicolas, 2022, p. 72). Tiene como objetivo observar la producción de los alumnos y analizarla desde tres puntos de vista: estructura Matemática, estructura curricular y estructura cognitiva y operacional. Asimismo, Bohórquez Arenas (2018) destaca que, la didáctica de la matemática proporciona claves para comprender e interpretar lo que ocurre en el aula. “Esto se debe en esencia porque el conocimiento en didáctica de la matemática va más allá de una competencia puramente matemática; y nada que ver con la pedagogía, por no hablar de la experiencia y el sentido común” (p. 86).

En este sentido, la propuesta trata de la planificación de las actividades dirigidas a transformar los objetivos e intenciones de enseñanza; el contenido incluye los conocimientos destinados a la enseñanza, se relaciona con la propuesta en cuestión, con los conocimientos

previos necesarios para comprender el apartado especificado, con las habilidades del estudiante y con la metodología a seguir.

2.5 Fortalecimiento cognitivo-afectivo

Las matemáticas son consideradas de acuerdo con Atunes et al. (2022), como habilidades numéricas indispensables, que deben ser valoradas en la mayoría de los sectores sociales, habiendo algunos en los que se consideran esenciales. En torno a esto se configuran unas creencias con respecto al dominio cognitivo que influyen en las estrategias que plantea el maestro, generando en muchos casos una instrumentalización y organización de identidades sociales en los sujetos. Al respecto, el componente afectivo y emocional en la formación del sujeto comprende todas aquellas concepciones y saberes, del maestro y de los estudiantes, configurados durante las experiencias pedagógicas, en donde la dimensión emocional y social teje relaciones con las distintas maneras de enseñar y acercar a los estudiantes al conocimiento.

El currículo escolar y la organización del proceso docente educativo (PDE), de acuerdo a Cabanes y Colunga (2017), pasa por el análisis de las funciones, capacidades, habilidades a desarrollar en esta etapa, de acuerdo a las propias particularidades que desde lo cognitivo, afectivo y axiológico exhibe el escolar. De ahí que, el trabajo del docente desde la disciplina Matemática debe prestar atención a estas características, y reflejar una visión potenciadora, que se demuestre en los métodos y procedimientos que incorpora en el PDE. En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, “es fundamental identificar como las actividades didácticas, tratan el comportamiento cognitivo afectivo de los educandos y las diferentes situaciones utilizadas para la enseñanza de los diversos objetos matemáticos, generan la comunicación del saber” (Cortes & Vélez, 2020, p. 16).

Sobre la base de lo anterior, se destaca que la estimulación cognitiva destaca las técnicas y estrategias dirigidas a mejorar el rendimiento y la eficacia de capacidades y funciones ejecutivas como la memoria, atención, lenguaje, razonamiento o la planificación, entre otras; por su parte, el fortalecimiento de vínculos afectivos es una tarea constante que fluye de manera directa en la formación del individuo, por ejemplo, en los procesos de crianza, en el establecimiento de normas, en la práctica de una comunicación asertiva y en la posibilidad de atender las necesidades sociales, afectivas, cognitivas que hacen parte del desarrollo de la persona desde sus propias particularidades.

2.6 Resolución de problemas

La resolución de problemas, de acuerdo con Cifuentes (2022), involucra todos lo que los sujetos saben de una situación, así como lo que pueden observar en ella, y los insta a probar soluciones que les hacen pensar, asumiendo riesgos, así como procesos metacognitivos para comprobar resultados y reflexionar sobre lo realizado. Existen diversas soluciones posibles para resolver un problema, por lo que es importante aplicar un proceso de resolución de problemas que nos lleve a encontrar la mejor solución. “El uso de técnicas comunes de resolución de problemas ayudará a encontrar la solución que mejor se adapte a las necesidades de la situación específica, lo que es similar a utilizar las herramientas adecuadas para un trabajo” (Laoyan, 2022, p. 5).

> La competencia para la resolución de problemas es la capacidad del individuo para emprender procesos cognitivos con el fin de comprender y resolver situaciones problemáticas en las que la estrategia de solución no resulta obvia de forma inmediata.

> Incluye la disposición para implicarse en dichas situaciones con el objetivo de alcanzar el propio potencial como ciudadano constructivo y reflexivo (Cifuentes, 2022, p. 3).

Según Bohórquez (2020), el requerimiento de la presencia del resolutor y de su implicación con el problema acarrea que, sus conocimientos previos, sus intereses, sus experiencias, entre otros aspectos, entran a ser parte de lo que se considera un problema. Estos instrumentos educativos tienen como objetivo mejorar los métodos matemáticos, modelos, conceptos y representaciones de las matemáticas. En otras palabras, cabe decir que enseñar y resolver problemas son actividades relacionadas con aprender a pensar matemáticamente.

Al respecto, la identificación y resolución de problemas es un constituyente importante del pensamiento crítico que ha sido implementado desde algunos modelos pedagógicos, desde una habilidad que potencia otras habilidades o desde una actitud que poseen los pensadores críticos. De ahí que Zona y Giraldo (2017) hacen referencia que la resolución de problemas genera cambios en la forma de ver y pensar el mundo desde diferentes esferas, como la cognitiva, afectiva y psicomotora, en las cuales se produce adquisición y dominio de saberes de forma autónoma, buscando el significado y comprensión de esos conocimientos y en nuestro caso los saberes, o conocimientos necesarios en el aprendizaje de las ciencias.

Por ende, la resolución de problemas es un componente básico para el aprendizaje, así como para la adquisición del conocimiento; de acuerdo con Ayllón et al. (2016), inventar problemas es prioritario para consolidar y avanzar en el conocimiento, y los investigadores pueden alcanzar logros a través de sus teorías científicas al formular, descubrir o enfrentarse a campos problemáticos novedosos. Cuando una persona se enfrenta a resolver un problema, a priori, le supone una tarea no demasiado fácil, constituyendo además un desafío con el que

desarrollará su creatividad y sus habilidades matemáticas. Por su parte, se destaca que “los problemas, implican o bien el uso de más reglas (algunas incluso explícitas, en ese momento) o bien una sucesión de operaciones cuya elección implica un acto estratégico, quizás creativo, del propio estudiante” (Bohórquez, 2016, p. 56).

De ahí que, el pensamiento matemático, de acuerdo a Díaz y Díaz (2018), se desarrolla a través de la formación y desarrollo de hábitos que son necesarios en la resolución de problemas. La comprensión del problema es considerada esencial en todos los métodos, tanto por su papel en la motivación como para la comprensión del enunciado del problema. Se comprende el problema cuando se es capaz de reproducirlo con las propias palabras y de analizar sus elementos esenciales, lo que se puede favorecer a través de impulsos en forma de preguntas que movilicen el pensamiento:

> ¿De qué trata el problema?, ¿qué datos se dan?, ¿qué se busca?, ¿seré capaz de resolverlo?, ¿son suficientes los conocimientos de que dispongo para buscar la vía de solución?, ¿son suficientes los datos? En esta fase es importante la identificación de conceptos y definiciones involucrados o relacionados con la información que brinda el problema, lo que es propio de la dimensión lógica (Díaz & Díaz, 2018, p. 65).

Cabe decir que, se debe de tener en cuenta en los procesos didácticos y en la elaboración de las clases, “en donde los estudiantes son el centro del proceso educativo y matemáticos y estos son: la resolución de problemas que van a dar posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas” (Defaz, 2017, p. 15). Uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, es la resolución de problemas, porque se convierte en el

medio esencial para lograr los aprendizajes de manera activa, además de dar oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas con un esfuerzo significativo.

Sobre la base de lo anterior, la resolución de problemas de matemáticas (RPM) “es una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, incrementando su presencia en los currículos, sugiriéndose que sea uno de los ejes principales de la actividad matemática y el soporte principal del aprendizaje matemático” (Blanco et al., 2015, p. 11). De ahí que, la Resolución de Problemas (RP) de acuerdo a Salinas y Sgreccia (2017), permite la construcción de conocimientos matemáticos, ya que requiere que los alumnos identifiquen relaciones, propiedades, datos e incógnitas, lo vinculen con sus conocimientos, elijan la estrategia de resolución más adecuada para la situación problemática, realicen su resolución, analicen la solución y efectúen su transferencia a problemas similares. Al respecto, se resalta la importancia del proceso resolución de problemas, en donde Patiño et al. (2021) destacan que se espera que el estudiante alcance la construcción de nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas, pero estos problemas no deben ser formulados sólo desde el contexto propio de las matemáticas, sino que se espera que sean transversales a todas las áreas del saber.

En efecto, lo anterior indica que la resolución de problemas les permitirá a los estudiantes ingresar en el ciclo de diseñar, aplicar, evaluar, reflexionar y adaptar sus estrategias en función de la obtención de soluciones coherentes a los problemas propuestos. Asimismo, permitirá el fortalecimiento de las actitudes: manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas; abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas; y demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia (dificultades como fuente de aprendizaje).

2.7 Resolución de problemas del número racional

Al considerar la resolución de problemas del número racional, de acuerdo a Salazar et al. (2013), el aprendizaje de las fracciones bajo un solo constructo, no solo impide que los estudiantes construyan el concepto de fracción como un numero racional, sino, que los maestros o docentes piensan que el escolar sí, ha sido capaz de desarrollar el concepto, bajo la concepción parte-todo, incluso ha establecido relaciones (equivalencia y orden), operaciones (significado y algoritmos), lo que puede llegar a concluir que el estudiante está capacitado para trasladar dicha comprensión y destreza a interpretaciones y contextos diferentes.

Al considerar que, el problema de la comprensión del concepto de fracción que se da en la básica primaria, incide en la posterior comprensión de otros conceptos matemáticos, por ejemplo, en la noción de números racionales que se trabaja en la básica secundaria, pues “la mayoría de los estudiantes ven las fracciones como parte de un todo y los procedimientos utilizados por ellos cuando trabajan con fracciones indican que prefieren tratar el denominador y el numerador como entidades separadas” (Yepes y Bula, 2019, p. 3).

Sin embargo, la capacidad de trasladar esa comprensión en los estudiantes a diferentes contextos no está del todo clara, es decir, puede ser que el alumno tenga claro el significado de una fracción en una determinada situación, sabiendo realizar su representación con diagramas y de forma numérica, al mismo tiempo como reconocer el significado de las diferentes operaciones en dicho contexto y esto no implique necesariamente que sepa utilizar la misma herramienta en contextos diferentes, aunque comprendan implícitamente la idea de fracción.

Bajo esta concepción, evidentemente la comparación de fracciones es un problema, la equivalencia de fracciones, la magnitud, estimación y otras ideas importantes que determinan el

sentido numérico de las fracciones. El tratamiento conceptual del concepto de fracción, de acuerdo con Yepes y Bula (2019), es también una dificultad a la hora de comprenderlo, pues se entiende solo desde un significado parte-todo, se deja de lado sus diferentes formas de representarlo, es decir, en su relación de cociente, medida, porcentaje, entre otras, todas estas interpretaciones son de relevancia en grado quinto para el estudiante ya que deben ser alcanzadas en este grado.

Sobre la base de lo anterior, se indica que mediante la resolución de problemas han surgido teorías, postulados y constructos matemáticos que han dado respuesta a diversas situaciones económicas, sociales, entre otras. Asimismo, debido a la influencia que ha tenido la resolución de problemas en las matemáticas, esta se ha planteado como un proceso general a desarrollar, el cual puede permitir contextualizar los contenidos y así dar una razón de enseñanza a los estudiantes por la relación que se puede establecer con sus experiencias cotidianas.

2.8 Las situaciones problema como herramienta en el aprendizaje

Las dificultades manifestadas por los maestros respecto al aprendizaje del número racional y de las operaciones con los números racionales se refieren a un conocimiento acumulado de diversos conceptos, puesto que la actividad de clase se organiza en torno a una secuencia de temas que pretende recoger lo que el estudiante debe saber sobre la disciplina. De acuerdo con Castaño y García (2014), para los maestros que piensan que los estudiantes deben tener otros conocimientos antes que los números racionales, consiste en explicar a los estudiantes los contenidos esenciales a la asignatura a partir del seguimiento de los lineamientos y estándares como la organización de contenidos por grado y por campos temáticos. Se da una tensión entre los programas académicos y las dificultades que presentan los estudiantes para comprender los

conceptos matemáticos, debido en gran parte a la planeación rígida de las instituciones educativas y con las que el maestro se compromete a cumplir a cabalidad.

Por ende, de acuerdo con Morales (2014), en relación al manejo del concepto de número racional y sus diferentes constructos teóricos aplicados a realidades particulares, evidencian a ciertas dificultades, los cuales deben ser reconocidos por parte de estudiantes y docentes para ser superados para favorecer la construcción de nuevos conocimientos matemáticos. Las dificultades aparecen en el trabajo de los alumnos, principalmente cuando se enfrentan a conocimientos novedosos que los obligan a hacer una revisión o reestructuración de lo que ya saben, es decir, que la asimilación del nuevo conocimiento se logra cuando tiene sentido para el estudiante, cuando esto no es posible, se le crea un conflicto al alumno porque le provoca una reestructuración nueva del conocimiento total, produciéndose posteriormente una acomodación de la estructura anterior, que le permite recobrar el equilibrio perdido, es decir que dicho conocimiento no reemplaza al anterior, parte de este para generar cambios en la forma de aprender y de resolver situaciones diferentes.

Al respecto, en las últimas décadas, se ha reflexionado sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, de acuerdo con Tascón (2017), estas permiten plantear diferentes propuestas curriculares, donde se da mayor relevancia al proceso enseñanza - aprendizaje y al papel preponderante del estudiante frente al conocimiento. Una de estas reflexiones es la propuesta basada en situaciones problema, como una estrategia para la construcción de aprendizajes matemáticos; esta idea es un método de enseñanza aprendizaje centrado en el estudiante, y la forma como adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real.

> Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de su contexto, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de competencias que le permitan generar procesos de solución a su vida; este método, centra al estudiante como protagonista de su aprendizaje, partiendo de la necesidad para brindar solución a problemas cotidianos y enfocarse en conceptos que ayudan a desarrollar su concepción sobre el objeto matemático (Tascón, 2017, p. 24).

Por ende, la resolución de problemas es la principal evidencia de aprendizaje significativo. De acuerdo con Escudero et al. (2017), toda resolución genuina de situaciones problemáticas implica la revisión de ideas previas del aprendiz (subsumsores) en su estructura cognitiva y una negociación de significados consensuados científicamente. En esa instancia, la revisión de concepciones o ideas al enfrentarse a una situación problemática nueva o parcialmente nueva genera condiciones favorables para promoverlo. Se trata, por tanto, de la posibilidad de establecer relaciones entre conceptos que pueden pertenecer a campos de conocimientos distintos, todo en el marco de los procesos de enseñanza y de aprendizaje a los que está sujeto un individuo.

2.9 Concepciones de problema

Los problemas conforman una situación prevista o espontánea que produce incertidumbre, y necesita una búsqueda para su solución. De acuerdo con Zona y Giraldo (2017), es una circunstancia en la que se desconoce la secuencia de acciones para dar una resolución; los problemas presentan diferentes clasificaciones y tipologías como son: artificiales, reales, verdaderos, conceptuales, es decir, cada uno de estos problemas posee una estructura diferente. Los problemas auténticos poseen las siguientes características: su respuesta no es obvia, requiere

que el alumnado lleve a cabo un proceso de indagación, diseñando el proceso, puede tener varias soluciones posibles, por todo ello, permite trabajar muchos de los aspectos que forman parte de la competencia científica. De ahí se destaca que:

> El diseño de problemas, con las características anteriores, para el profesor de matemáticas se facilitaría si en su formación los problemas matemáticos se hubiesen utilizado como instrumentos de aprendizaje. En donde los mismos buscaran potenciar las prácticas de matematización, modelación, conjuración y demostración de propiedades matemáticas (Bohórquez, 2016, p. 57).

Por ende, la formulación de problemas permite movilizar, trasformar y definir concepciones que tienen los individuos de lo que es un problema matemático. Las concepciones que tienen los estudiantes son principalmente tres de acuerdo con Pachón (2021): uno, identifican como problema cualquier situación independientemente de que involucre cantidades matemáticas, a condición de que plantee alguna dificultad o tarea por realizar. Dos, identifican como problema una situación en un contexto matemático que tenga una pregunta explicita y por lo menos dos datos con los que se pueda operar. Y tres, consideran una operación matemática como problema matemático.

En este orden de ideas, según Montero y Mahecha (2021), se destacan características generales de los problemas matemáticos en cuanto a la estructura de los enunciados de cada situación. Estos tienen tres componentes comunes y definitivos en su comprensión: el componente sintáctico (que se refiere a la estructura superficial), la estructura lógica de acuerdo con la clase y, finalmente, el componente semántico (que se refiere al sentido entre proposiciones); lo cual evidencian la relación directa entre la resolución de problemas

matemáticos con la lingüística. Por ende, cuando se habla sobre el problema en investigación, Lezaca (2022) destaca que, no se hace referencia a una situación negativa, la raíz griega de la palabra indica que se trata de una cuestión por aclarar o solucionar, o también se puede tomar como un modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos, es decir es algo que puede tener más de una solución.

De manera que se acepte como problema de investigación, cualquier proposición acerca de una situación que requiere más o mejor conocimiento del que se tiene en el instante presente, y que una persona experta o acepten como justificación para una investigación. En investigación el problema no es producto del azar, del simple gusto de un sujeto, sino que se determina a través de las falencias teóricas o prácticas y por eso debe de enunciarse en forma directa y en términos tales que sean susceptibles de contrastación empírica.

2.10 Las representaciones semióticas y el aprendizaje del número racional

Para el caso del aprendizaje de las matemáticas, de acuerdo a García y Campuzano (2014), las representaciones semióticas serán consideradas representaciones externas, aquellas que han sido objetivadas y son compartidas por otros sujetos y se consideran conscientes porque cumplen con una función intencional de comunicación. El concepto de representación semiótica obedece a un sistema particular de signos que pueden ser convertidos en representaciones análogas en otro sistema semiótico. Además, son consideradas representaciones externas y conscientes. Las representaciones semióticas cumplen la función de comunicación y de objetivación, además, cumplen con la función de tratamiento, es decir, de utilización práctica en un sistema semiótico.

Hay tres actividades cognitivas fundamentales de la semiosis, según García y Campuzano (2014): la formación de las representaciones, el tratamiento de las representaciones cuando la transformación se produce en el mismo registro semiótico y la conversión de las representaciones, cuando se produce en un registro distinto. Estas dos últimas actividades están ligadas a la propiedad fundamental de las representaciones semióticas y es su posibilidad de transformarse en otras representaciones conservando el contenido o parte del contenido inicial.

Al respecto, para llegar a ese desarrollo del pensamiento se requiere durante la enseñanza la ubicación de un sistema de comunicación dialógico e integral a partir de representaciones que generen y faciliten una interpretación matemática de situaciones reales; de ahí que, de acuerdo a Rodríguez (2017), se presenta una movilización conceptual, basado en la capacidad de diferenciar entre la comprensión de un objeto y su representación, es decir que el estudiante llegue a un nivel de poder tener un aprendizaje del objeto matemático diferenciando el objeto mismo de la representación de él; en el caso de los números racionales poder aplicar los fundamentos teóricos en una acción plena durante una o varias experiencias de su vida; que exista en ello la relación lógica de significado y significante.

Sobre la base de lo anterior, Jaimes et al. (2021) destacan que, un registro semiótico es como un sistema específico de producción de representaciones semióticas, más precisamente, como un sistema semiótico que responde no solo a una función de comunicación o de objetivación sino también a una función de tratamiento, es decir de transformación de un objeto en otra (del mismo objeto) al interior del mismo sistema semiótico. Se habla de conversión cuando se pasa de una representación de un objeto en un registro semiótico determinado a una representación del mismo objeto en otro registro semiótico.

En cuanto a la enseñanza y aprendizaje del objeto matemático número racional, Granados y Jiménez (2022) destacan que, hay dificultades importantes, las cuales se remiten a su naturaleza y complejidad y al uso de las diferentes representaciones, dado que el objeto está relacionado con situaciones que lo dotan de significado y requieren del uso de los registros numérico, algebraico, gráfico y del lenguaje común y de sus respectivas transformaciones. En relación con las representaciones semióticas, para la comprensión de los objetos matemáticos se requiere la utilización de sistemas de expresión y de representación distintos a los del lenguaje natural o de las imágenes, pues se emplean diferentes significados.

Se trata entonces de una transformación de representación que determina un cambio de registro sin modificar el objeto denotado. Por ende, la teoría de representaciones semióticas de Duval es de vital importancia para los procesos de enseñanza aprendizaje en el campo de la matemática; más aún si se contextualiza en un enfoque de resolución de problemas que incorporan el entorno.

Parte del aprendizaje matemático es el aprendizaje conceptual. Vergnaud, nos muestra "estudiar cómo se desarrolla y como funciona un concepto significa considerar en cada ocasión estos tres planos separadamente y en mutua recíproca" (D'Amore, 1999). Da a conocer que la elección de un único significado para el "racional" no llega a contextualizarse en la totalidad de sus múltiples aspectos. De pacto con esta postura, la enseñanza de las matemáticas es un proceso de construcción a través del planteamiento de situaciones didácticas, en las cuales el estudiante debe llevar a cabo un papel diligente y donde la resolución de problemas debe estar presente en una propuesta didáctica (Brousseau, 1986).

Desde este punto de vista y para el análisis de situaciones didácticas, para Vergnaud (1982), el conocimiento se organiza en campos conceptuales cuyo alcance para el sujeto se desarrolla durante un largo período de tiempo a través de la experiencia, la madurez y el aprendizaje. La teoría de los campos conceptuales, según Vergnaud (1990), proporciona un marco de referencia para el desarrollo y aprendizaje de competencias complejas.

Por su parte, Duval (1993) sustituyó el esquema ternario con un esquema binario expresado por un par "significado-objeto" o un par o la dualidad “signo-objeto”; “el hecho es que en Duval el termino significado y signo son, en un cierto sentido, Intercambiables” (D’Amore, 2005). Para lograr la comprensión en la enseñanza de las matemáticas se parte de los siguientes supuestos: El primero es que no puede haber comprensión en matemáticas si el objeto no es diferente de su representación. Desde este punto de vista, es importante utilizar objetos matemáticos, es decir, los Números, funciones, líneas, nunca con sus representaciones, la representación decimal o fraccionaria, símbolos, gráficos, dibujos, ya que se supone que un objeto matemático puede ser el mismo dada una variedad de representaciones.

Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) Vienen desarrollando un nuevo punto de vista teórica para la instrucción matemática que describen como “enfoque ontosemiótico”, en la cual, asedio el papel decisivo del dialecto y la semiótica para apodar y vislumbrar los procesos de ciencia y entrenamiento de las matemáticas, consideran igualmente fundamentales las cuestiones de condición ontológica. A rajar de presupuestos antropológicos para las matemáticas conciben los objetos matemáticos como emergentes de los sistemas de prácticas que realizan las personas para encontrar ciertos tipos de problemas.

Esta idea, aquende con las de configuración de objetos y de gala semiótica, permite mudar una percepción operativa de sistema semiótico, complementando de esa manera las perspectivas semióticas en instrucción matemática. A partir de presupuestos antropológicos para las matemáticas conciben los objetos matemáticos como emergentes de los sistemas de prácticas que realizan las personas para resolver ciertos tipos de problemas. Esta idea, junto con las de configuración de objetos y de función semiótica, permite elaborar una noción operativa de sistema semiótico, complementando de ese modo las perspectivas semióticas en educación matemática.

3. Metodología de Investigación

3.1 Tipo de investigación

El presente estudio es una investigación cualitativa, entre las que se menciona que esta "se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde las perspectivas de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto" (Herrera, 2016, p. 72). Por lo cual el enfoque cualitativo emplea instrumentos para la recolección de datos e información, para generar una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo del Colegio Madre Paula Montal.

Por otra parte, se presenta un diseño documental, el cual "tiene la particularidad de utilizar como fuente primaria de insumos, más no la única y exclusiva, el documento escrito en sus diferentes formas: documentos impresos, electrónicos, entre otros" (Rizo, 2015, p. 22).

3.2 Población y Muestra

En referencia a la población, conforma "un conjunto de casos, definido y accesible, que formará el referente para la elección de la muestra, que cumple con una serie de criterios predeterminados" (Arias et al., 2016, p. 1). Al respecto, es un grupo conformado por los estudiantes de los grados séptimos grado del Colegio Madre Paula Montal de la jornada única (59 estudiantes), quienes están distribuidos en dos grupos (Séptimo A y B), comprendido entre los 11 a 14 años. Por tanto, la muestra será conformada por 15 estudiantes.

3.3 Fases del Proceso

Teniendo en cuenta que el propósito consiste en diseñar una propuesta didáctica enfocada en las conceptualizaciones de los números racionales y sus diferentes representaciones, es posible considerar las fases para la resolución de problemas matemáticos, de acuerdo a la ingeniería didáctica: primero se realizó una revisión bibliográfica, con la cual se estableció el estado del arte o antecedentes, luego se desarrollaron las dos primeras fases de la ingeniería didáctica como se describe a continuación:

La ingeniería didáctica desde los primeros trabajos "es más que una metodología de investigación: se pretende también una transposición didáctica viable en la enseñanza ordinaria" (Perrin, 2011, p. 59). Es decir, que la ingeniería didáctica como producto es tan importante como la de método. La ingeniería didáctica aborda estudios de casos en los que se distinguen las siguientes fases: a) Análisis preliminares; b) Concepción y análisis a priori de situaciones didácticas; c) Experimentación; d) Análisis a posteriori y evaluación.

La Ingeniería Didáctica

Esta metodología es adecuada para el propósito de este estudio, porque permite que el investigador participe activamente en la realización de una situación de aprendizaje que conduce al reconocimiento de números racionales. También permite comprender y reflejar los procesos interactivos que se dan entre los elementos del sistema educativo: estudiantes, docente y saber.

La ingeniería didáctica tiene dos características básicas, la primera es consistente con el hecho de que las intervenciones educativas experimentales se basan en un marco teórico, que sirve de referencia para el diseño, implementación e interpretación de los resultados. situaciones educativas. Este marco teórico no solo debe servir como base, sino también probar su validez en el logro de los objetivos de aprendizaje. La segunda característica corresponde al uso de casos

prácticos y al tipo de valor generado al comparar las hipótesis formuladas con los resultados obtenidos. La caracterización de los métodos educativos es principalmente interna, basada en la confrontación entre el pre-análisis (controlando las variables de la situación educativa) y el post-análisis (análisis de los datos obtenidos en el experimento) (Douady, 1996)

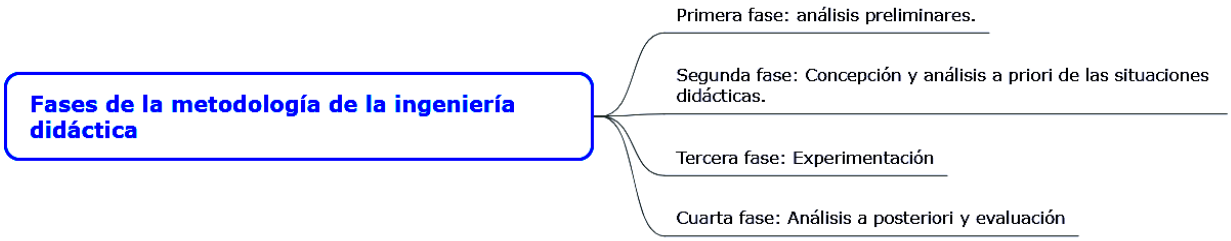
Dado que la práctica educativa debe ser un proceso de mejora continua y para que este proyecto sirva de ejemplo no solo en el campo de las matemáticas, sino también para lograr un desplazamiento de este hacia otras áreas del conocimiento, la principal recomendación es continuar con metodología de la investigación acción. Metodología de investigación para iniciar un nuevo ciclo aprendizaje en los racionales con los estudiantes de séptimo grado, que permita con nuevas intervenciones sobre los temas y opciones de investigación mejorar el proceso, reprogramar y mejorar lo ya realizado, lo que redundará en una mayor precisión en la producción intelectual de los estudiantes equivale al desarrollo del plan: objetivos, estrategias, acciones, recursos, programación de tiempos y recolección de datos; a se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje. Al respecto, se destaca lo siguiente:

> El término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta

en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase. (Douady, 1996, p. 241)

Por ende, la descripción y aplicación del fenómeno según Brousseau (1997), tiene como fin: prevenir, describir y analizar las situaciones a – didácticas; facilitar su repetición; interpretar los comportamientos del individuo; y mejorar las situaciones didácticas. Esta teoría realiza un análisis de cuáles son las interacciones que se presentan en el aula de clase entre los actores del proceso de enseñanza aprendizaje. De ahí que, el sustento teórico de la ingeniería didáctica proviene de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), que tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).

Figura 1. *Fases de la Ingeniería Didáctica.*



Nota: Tomado de Brousseau, 1997.

Teniendo en cuenta las características de la ingeniería didáctica, se puede plantear que el marco teórico que sustenta el diseño, implementación y análisis de la situación didáctica puesta en acto en esta investigación corresponde a la teoría de las situaciones didácticas propuesta por Brousseau.

Fases del proceso

Al tomar en cuenta que el propósito consiste en diseñar una propuesta didáctica enfocada en las conceptualizaciones de los números racionales y sus diferentes representaciones, es posible considerar el uso de los aspectos mencionados, donde se desarrollarán con la metodología propuesta teniendo en cuenta los cuatro aspectos fundamentales de la ingeniería didáctica, y darle un proceso adecuado al proyecto:

Fase 1. Análisis preliminar: se lleva a cabo la búsqueda bibliográfica del concepto en función de sus inicios; se analizan las concepciones de un grupo de estudiantes para el análisis de la dimensión cognitiva al igual que las concepciones de los docentes para el análisis de la didáctica. En esta primera fase el estudiante debe comprender el problema y desear resolverlo, para ello el docente tiene que haber realizado el trabajo previo de escoger apropiadamente el problema, teniendo en cuenta el grado de dificultad y exponerlo una forma natural y atractiva dedicándole el tiempo prudencial.

Fase 2. Análisis a priori: en esta fase se les propone a los estudiantes una situación didáctica enfocada en las conceptualizaciones de los números racionales y sus diferentes representaciones, en la que se propone a que los alumnos modelen una situación del contexto. Aquí el rol del docente consiste en diseñar el plan que debe ser trabajado principalmente hacia el mismo estudiante por el profesor, respetando la autonomía del alumno, siendo necesario que el docente reflexione sobre sus experiencias, en las dificultades y logros al resolver los problemas, para que otros docentes la trabajen a futuro.

Finalmente se redactan las conclusiones correspondientes.

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

En la investigación se utiliza el siguiente instrumento para recopilar información:

Revisión bibliográfica: se sustenta en la construcción de los antecedentes y el diseño del marco teórico para el diseño de la propuesta a implementar; “se basa en la lectura de libros, enciclopedias, entre otros, que brindan todo el soporte de la investigación” (Hernández et al., 2014, p. 285).

3.5 Trascendencia Práctica

El principal aporte de este trabajo en las situaciones didácticas es la resolución de problemas a través del diseño de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales y así mejorar la práctica docente. Desde lo didáctico, la enseñanza de las matemáticas como ciencia teórica práctica y autónoma, permitirá analizar y observar la enseñanza en diferentes niveles de aprendizaje, y encontrar incentivos para utilizar sistemáticamente cada concepto matemático, permitiendo desarrollar el concepto de las teorías de situaciones didácticas a las necesidades de adquisición de conocimientos matemáticos de los estudiantes. Propone cursos que se vinculan secuencialmente entre diferentes conceptos de secuencia de acciones que estructuran la enseñanza de las matemáticas dentro de las situaciones institucionalizadas.

3.6 Diseño o adaptación de los instrumentos de la recolección de la información

Los instrumentos es un recurso del que los instrumentos y extraer de ellos información. Dentro de cada herramienta se pueden distinguir dos aspectos diferentes: la forma y el contenido. La apariencia de la herramienta indica qué tipo de enfoque adoptamos para las pruebas y las técnicas que utilizamos para esta tarea.

En cuanto al contenido, este se refleja en la especificación de los datos concretos que se debe tener; así se presenta las herramientas de investigación que son recursos de la investigación. Pueden usarlo para resolver problemas, fenómenos y extracción de información, estos pueden ser: hojas de trabajo, medio dispositivo de video y/o audio para recopilar datos e información sobre el punto de estudio.

- **Hojas de Trabajo:**

Las hojas de trabajo de acuerdo con Martínez et al. (2018) constituyen un medio de enseñanza, un material de apoyo a la docencia que facilita a los estudiantes trabajar de forma independiente o cooperativa, utilizar los recursos de forma más segura y precisa, establecer relaciones interdisciplinarias y desarrollar las habilidades de escuchar, hablar, escribir y leer. Al respecto, la hoja de trabajo se puede aplicar de forma individual y/o grupal a los sujetos participantes del estudio, en presencia del investigador. De allí se puede recopilar información y datos para un análisis, clasificación, descripción y deducción del estudio.

4. Resultados / Productos Esperados

4.1. Describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria en el proceso de aprendizaje del número racional

En esta primera fase la docente realiza el trabajo previo de escoger apropiadamente el problema, teniendo en cuenta el grado de dificultad y exponerlo una forma natural y atractiva dedicándole el tiempo prudencial. Para ello, se aplica un cuestionario completado por los alumnos de grado séptimo de educación media del Colegio Madre Paula Montal, participantes en el proceso de estudio. En esta fase se recolecta la información necesaria para determinar los conocimientos previos que los estudiantes poseen, las destrezas implementadas y las dificultades que cometen al resolver problemas que involucran fracciones. Para ello se diseña una prueba piloto diagnóstica conformada por 10 puntos orientados a evaluar el manejo de las tres interpretaciones del concepto de fracción parte–todo, medida, operador en contexto discreto-continuo (Ver anexo 1).

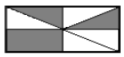
Al respecto, el registro del estudio de caso de esta investigación es un grupo conformado por el 14% de los estudiantes de los grados séptimos grado del Colegio Madre Paula Montal de la jornada única (56 estudiantes), quienes están distribuidos en dos grupos (Séptimo A y B) Por tanto la muestra seleccionada para la prueba piloto está conformada por 15 estudiantes, comprendidos entre los 11 a 14 años:

Actividad Diagnóstica (Prueba Piloto)

Colegio: _____ Nombre: _____

Grado: _____ Fecha: _____ Edad: _____ Años ____ Meses _____

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a. 

_____ Escriba en palabras _____ En números

b. 

_____ Escriba en palabras _____ En números

c. 

_____ Escriba en palabras _____ En números

d. 

_____ Escriba en palabras _____ En números

e. 

_____ Escriba en palabras _____ En números

1. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:

a. Un cuarto del rectángulo



b. Un sexto del rectángulo.



2. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas



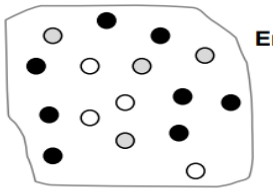
Estrellas

_____ Escriba en palabras _____ En números

3. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:



4. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?



En negro: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

En gris: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

En blanco: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

5. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) **la cuarta parte** de su longitud.

6. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:

7.

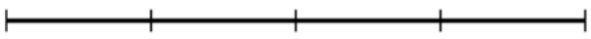
a.



b.



8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) **la sexta parte** de su longitud.



9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$: _____

10. Efectúe las siguientes operaciones:

a. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

b. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} =$

c. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$

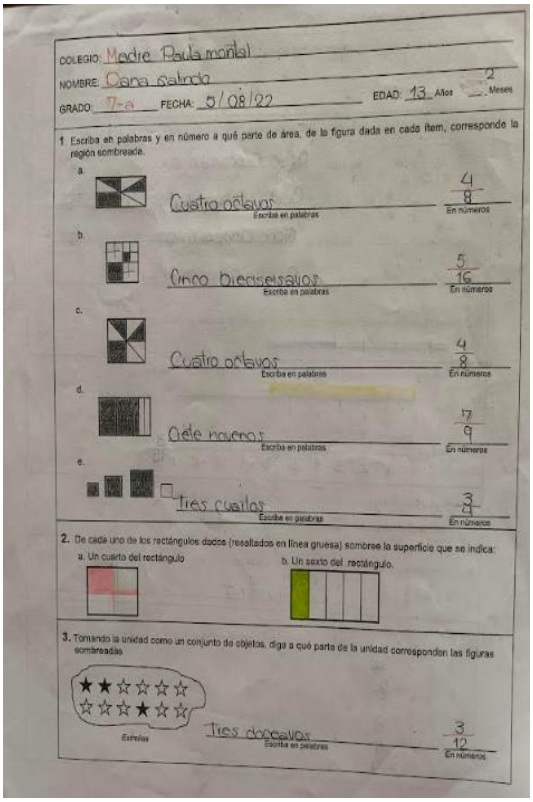
d. $2 \times \frac{1}{2} =$

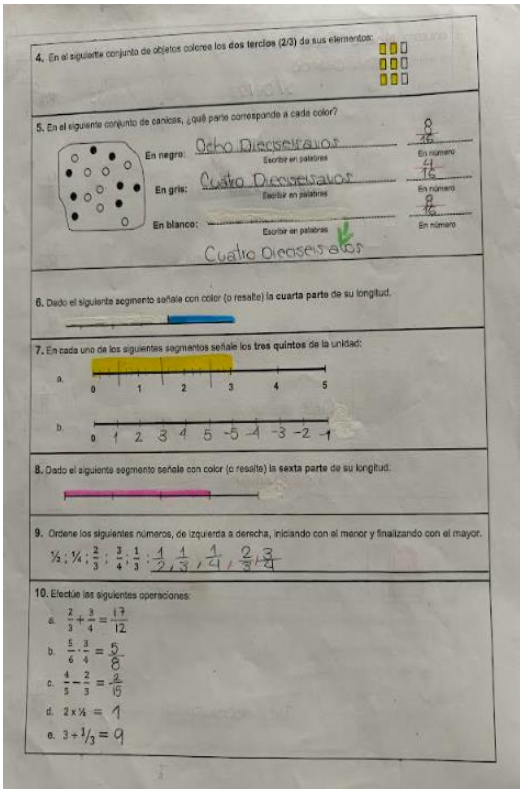
e. $3 \div {}^{1}/_{3} =$

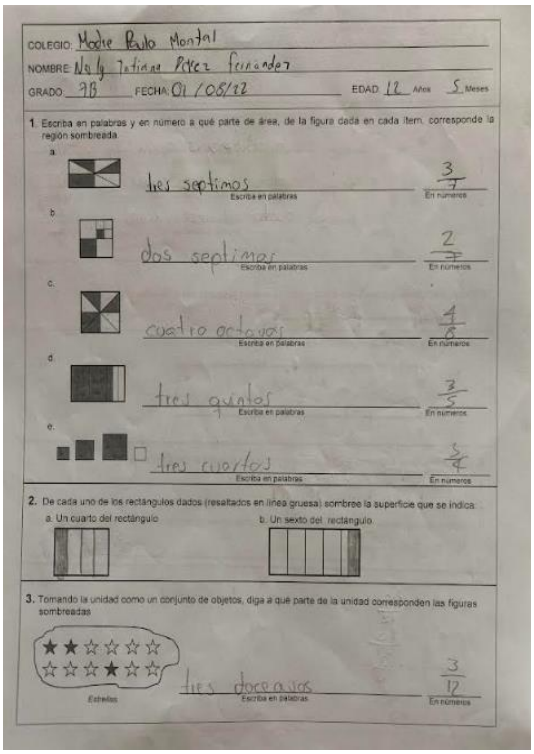
Respuestas de la prueba piloto diagnóstica

A continuación, se establecen los resultados de la prueba piloto diagnostica, se tomaron 15 Pruebas aleatoriamente a los alumnos de séptimo.

Figura 2. *Respuestas de la prueba piloto diagnóstica*.





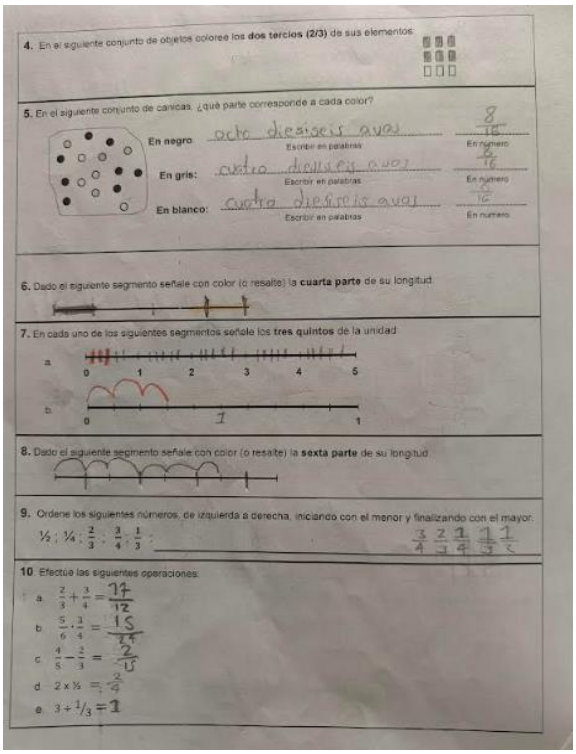


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Nely Tatiana Perez Fernandez
GRADO: 9B FECHA: 01/05/22 EDAD: 12 Años 5 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura cada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. tres septimos — 3/7
b. dos septimos — 2/7
c. cuatro octavos — 4/8
d. tres quintos — 3/5
e. tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho dieciseis avos — 8/16
En gris: cuatro dieciseis avos — 4/16
En blanco: cuatro dieciseis avos — 4/16

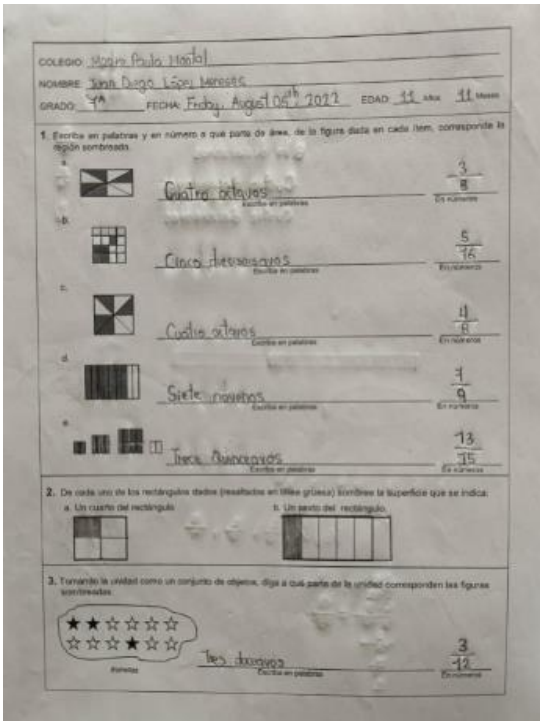
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud:

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud:

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor:
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 : 3/4 2/3 1/2 1/3 1/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 17/12
b. 5/6 · 3/4 = 15/24
c. 4/5 − 2/3 = 2/15
d. 2 x ½ = 2/4
e. 3 ÷ 1/3 = 1

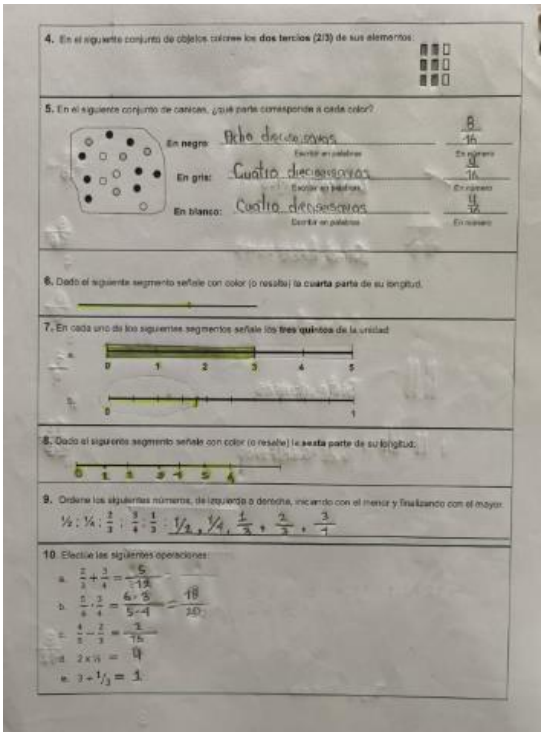


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Juan Diego López Meneses
GRADO: 9A FECHA: Friday, August 05th 2022 EDAD: 11 Años 11 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. Cuatro octavos — 3/8
b. Cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. Siete novenos — 7/9
e. Trece Quinceavos — 13/15

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
Tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: Ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: Cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: Cuatro dieciseisavos — 4/16

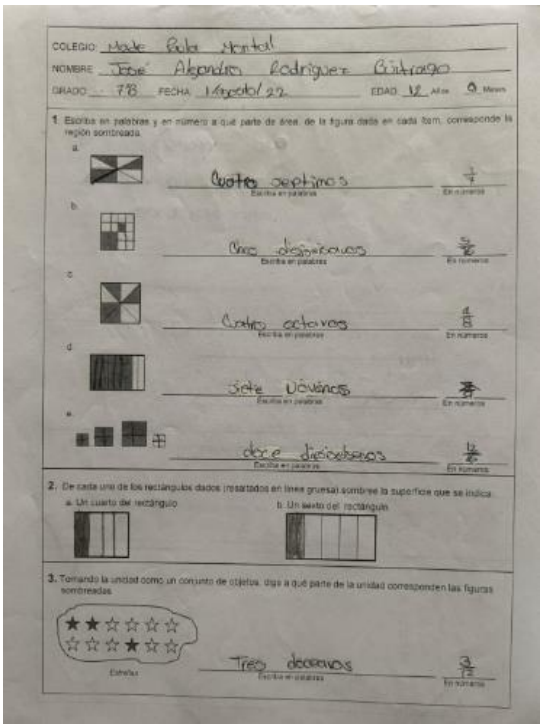
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud:

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud:
0 1 2 3 4 5 6

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor:
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 : 1/2 , 1/4 , 1/3 , 2/3 , 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 8/12
b. 5/6 · 3/4 = 6·5/5·4 = 18/20
c. 4/5 − 2/3 = 2/15
d. 2 x ½ = 4
e. 3 ÷ 1/3 = 1

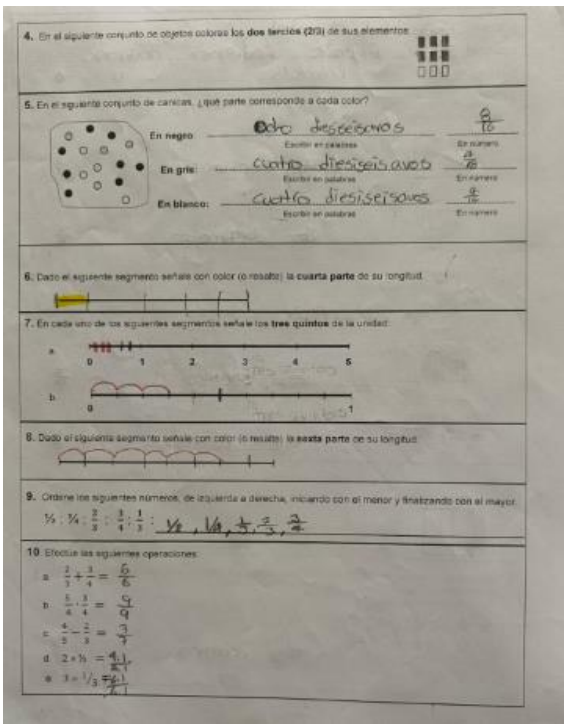


COLEGIO Madre Paula Montal
NOMBRE José Alejandro Rodriguez Quiroga
GRADO 7B FECHA Agosto/22 EDAD 12 Años 0 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. Cuatro septimos — 4/7
b. Cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. Siete novenos — 7/9
e. doce dieciseisavos — 12/16

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
Tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: Ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: Cuatro dieciseisavos — 4/16

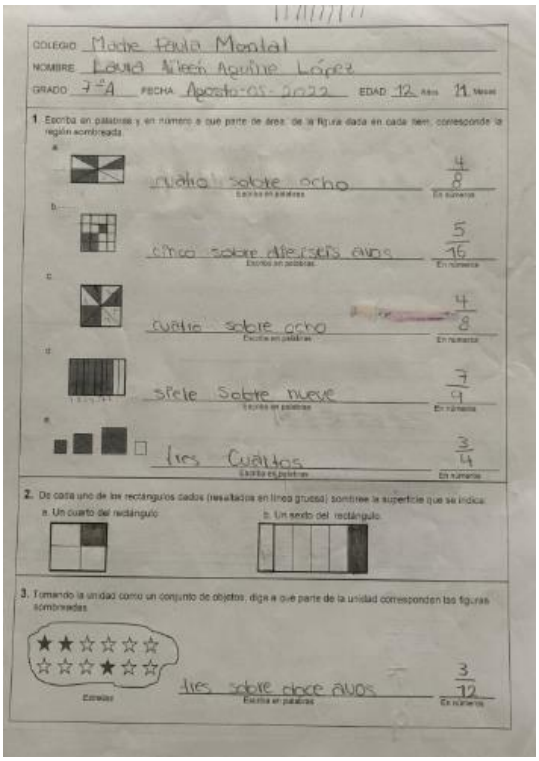
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
⅓ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 : 1/6, 1/4, 1/3, 2/3

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6/6
b. 5/6 · 3/4 = 9/9
c. 4/5 − 2/3 = 3/7
d. 2 × ½ = 1
e. 3 ÷ 1/3 = 9/1

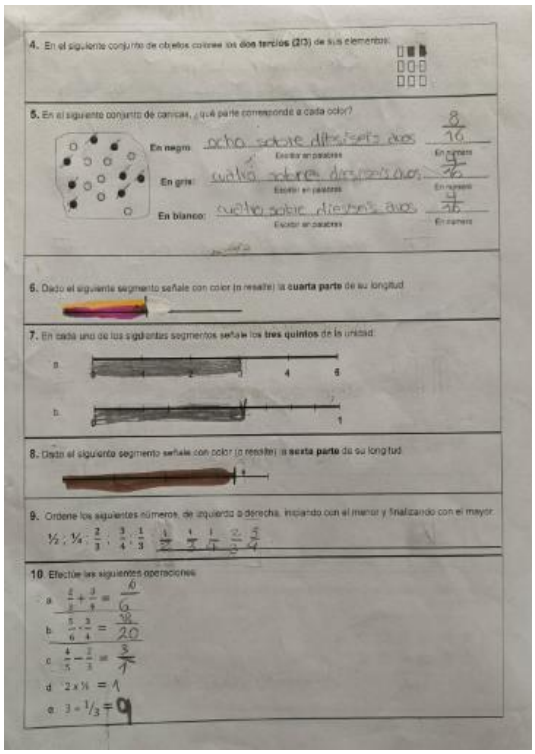


COLEGIO Madre Paula Montal
NOMBRE Laura Aileen Aguilar López
GRADO 7°A FECHA Agosto-05-2022 EDAD 12 Años 11 Meses

1. Escriba en palabras y en número a que parte de área de la figura dada en cada item, corresponde la región sombreada.
a. cuatro sobre ocho — 4/8
b. cinco sobre dieciseis avos — 5/16
c. cuatro sobre ocho — 4/8
d. siete sobre nueve — 7/9
e. tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a que parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
tres sobre doce avos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho sobre dieciseis avos — 8/16
En gris: cuatro sobre dieciseis avos — 4/16
En blanco: cuatro sobre dieciseis avos — 4/16

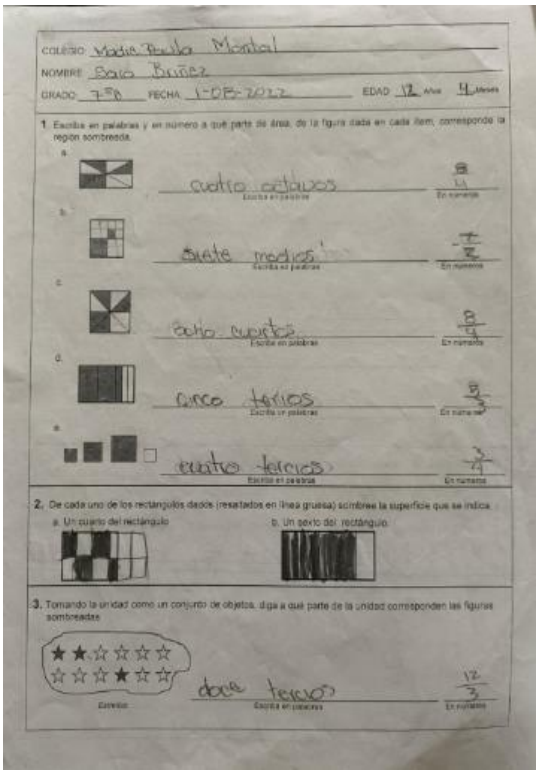
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 1/6 1/4 1/3 2/3 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6/6
b. 5/6 · 3/4 = 12/20
c. 4/5 − 2/3 = 3/1
d. 2 × ½ = 1
e. 3 ÷ 1/3 = 9

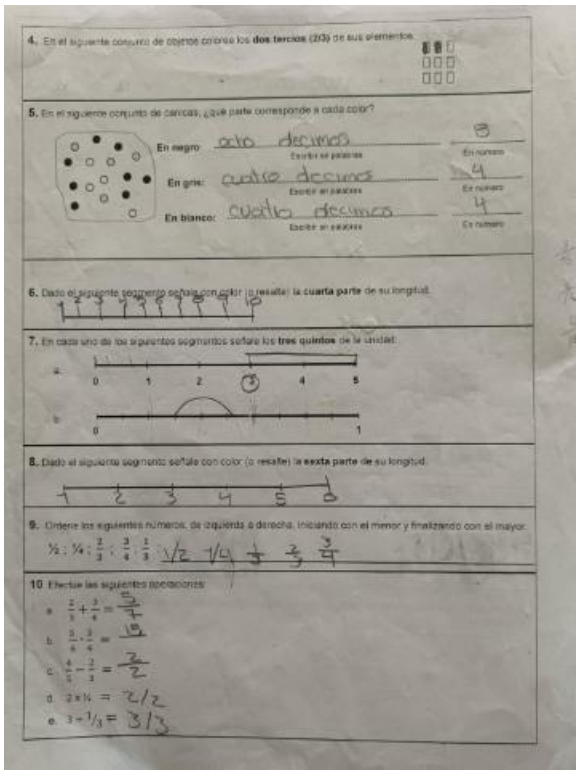


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Sara Ibáñez
GRADO: 7°B FECHA: 1-08-2022 EDAD: 12 Años 4 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. cuatro octavos — 4/8
b. siete medios — 7/2
c. ocho cuartos — 8/4
d. cinco tercios — 5/3
e. cuatro tercios — 4/3

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
doce tercios — 12/3



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho decimos — 8
En gris: cuatro decimos — 4
En blanco: cuatro decimos — 4

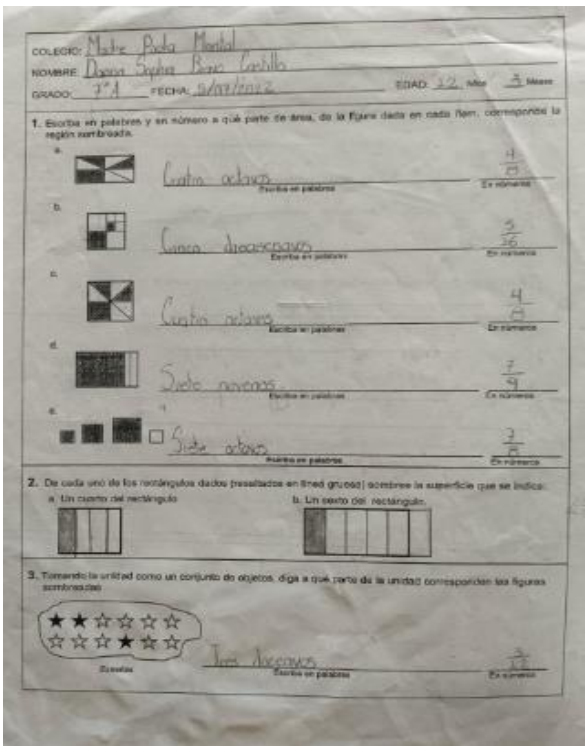
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 3/3 ; 3/4 ; 1/3 — 1/2 1/4 1/3 3/3 3/4

10 Efectue las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 3/7
b. 5/6 · 3/4 = 15
c. 4/5 − 2/3 = 2/2
d. 2 × ½ = 2/2
e. 3 − 1/3 = 3/3

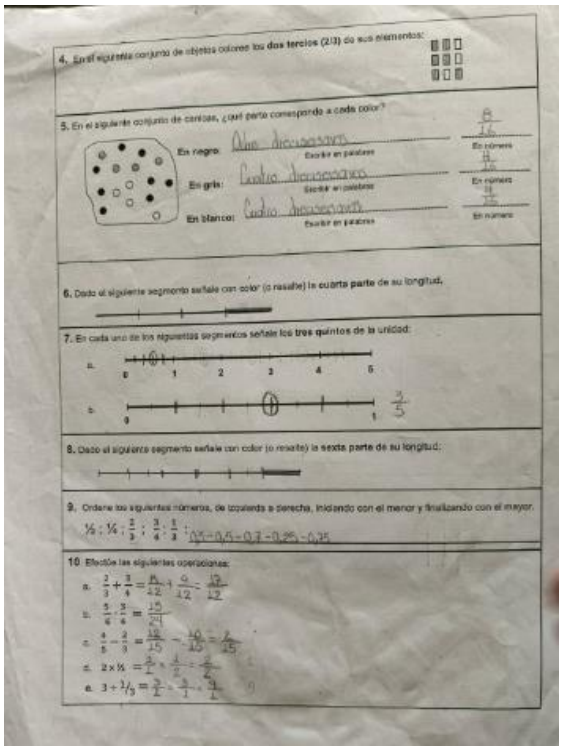


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Diana Sophia Bravo Castillo
GRADO: 7°1 FECHA: 2/08/2022 EDAD: 12 Años 3 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. Cuatro octavos — 4/8
b. Cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. Siete novenos — 7/9
e. Siete octavos — 7/8

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: Ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: Cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: Cuatro dieciseisavos — 4/16

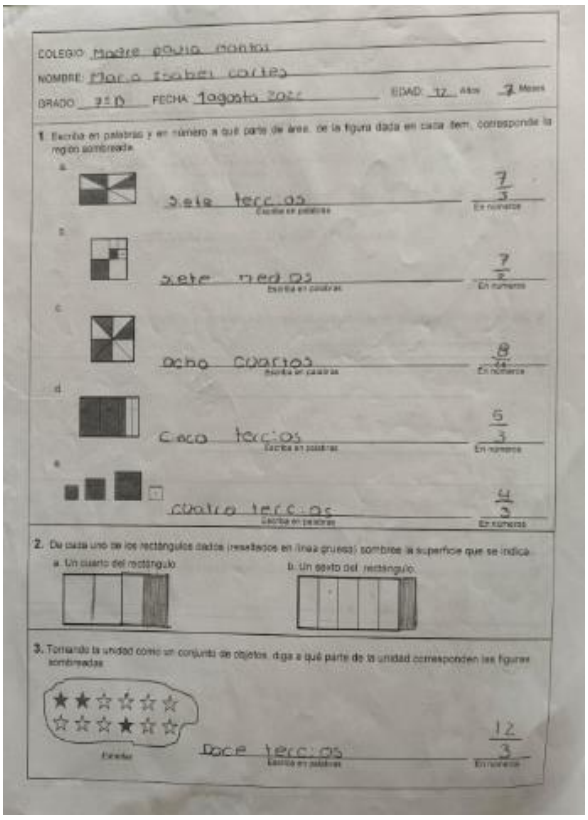
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1 — 3/5

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 3/3 ; 3/4 ; 1/3 — ¼ - 0.5 - 0.7 - 0.75 - 0.75

10 Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 8/12 + 9/12 = 17/12
b. 5/6 · 3/4 = 15/24
c. 4/5 − 2/3 = 12/15 − 10/15 = 2/15
d. 2 × ½ = 2/1 × 1/2 = 2/2
e. 3 + 1/3 = 3/1 + 1/3 = 9/3



COLEGIO: Madre paula montal

NOMBRE: Maria isabel cortes

GRADO: 7°D FECHA: 1agosto 2022 EDAD: 12 Años 7 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a. siete tercios — 7/3

b. siete medios — 7/2

c. ocho cuartos — 8/4

d. seis tercios — 6/3

e. cuatro tercios — 4/3

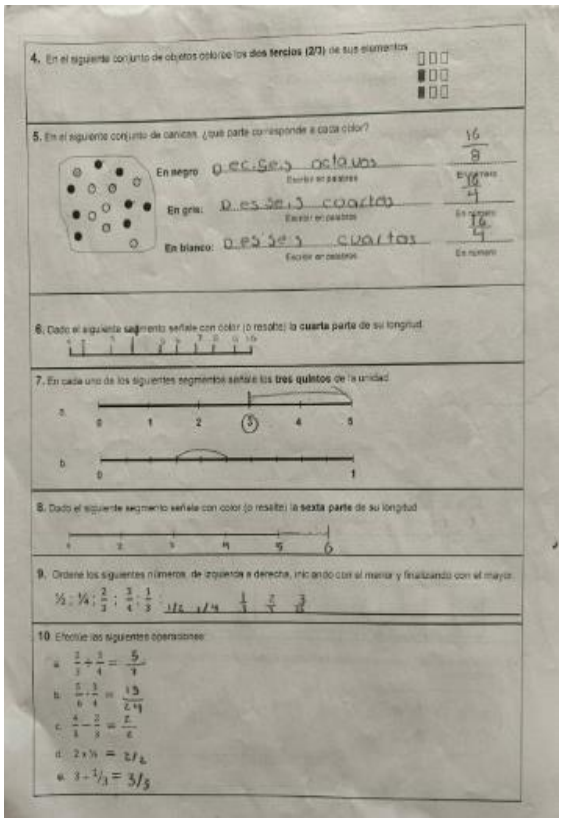
2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica.

a. Un cuarto del rectángulo

b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas

doce tercios — 12/3



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?

En negro: dieciseis octavos — 16/8

En gris: dieciseis cuartos — 16/4

En blanco: dieciseis cuartos — 16/4

6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad

a. 0 1 2 3 4 5

b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, inicando con el menor y finalizando con el mayor.

½; ¼; ⅔; ¾; ⅓ 1/4 1/3 1/2 2/3

10. Efectúe las siguientes operaciones:

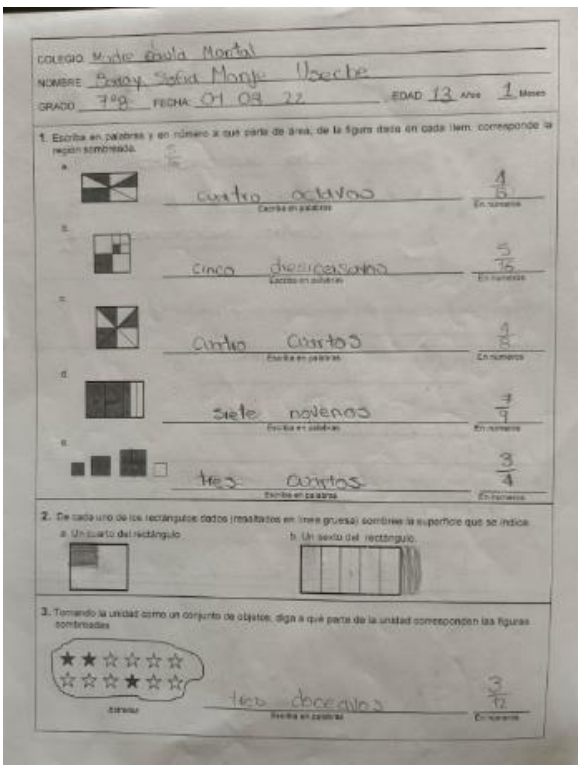
a. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{5}{7}$

b. $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{24}$

c. $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{2}{6}$

d. $2\times\frac{1}{3}=2/6$

e. $3-\frac{1}{3}=3/5$



COLEGIO: Madre paula Montal

NOMBRE: Bony Sofia Mantilla Usecha

GRADO: 7°B FECHA: 01 09 22 EDAD: 13 Años 1 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a. cuatro octavos — 4/8

b. cinco dieciseisavos — 5/16

c. cuatro cuartos — 4/4

d. siete novenos — 7/9

e. tres cuartos — 3/4

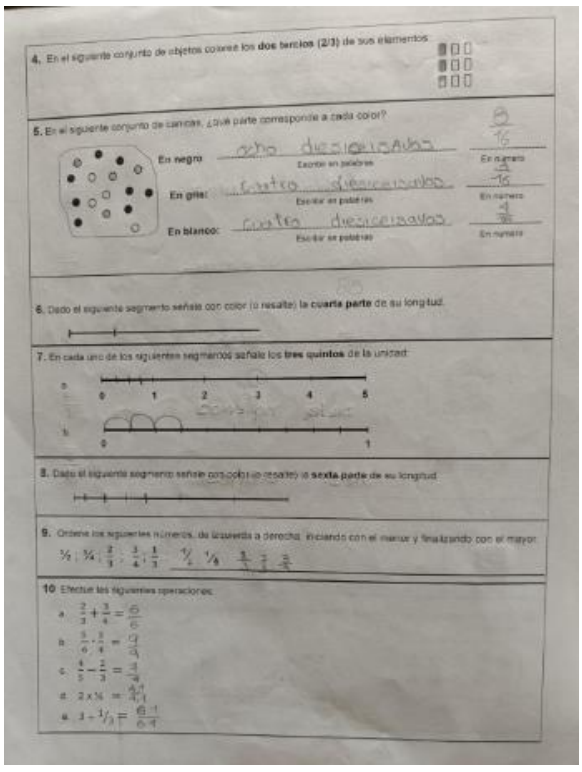
2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica.

a. Un cuarto del rectángulo

b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas

tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?

En negro: ocho dieciseisavos — 8/16

En gris: cuatro dieciseisavos — 4/16

En blanco: cuatro dieciseisavos — 4/16

6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad

a. 0 1 2 3 4 5

b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, inicando con el menor y finalizando con el mayor.

½; ¼; ⅔; ¾; ⅓ ¼ ⅓ ½ ⅔ ¾

10. Efectúe las siguientes operaciones:

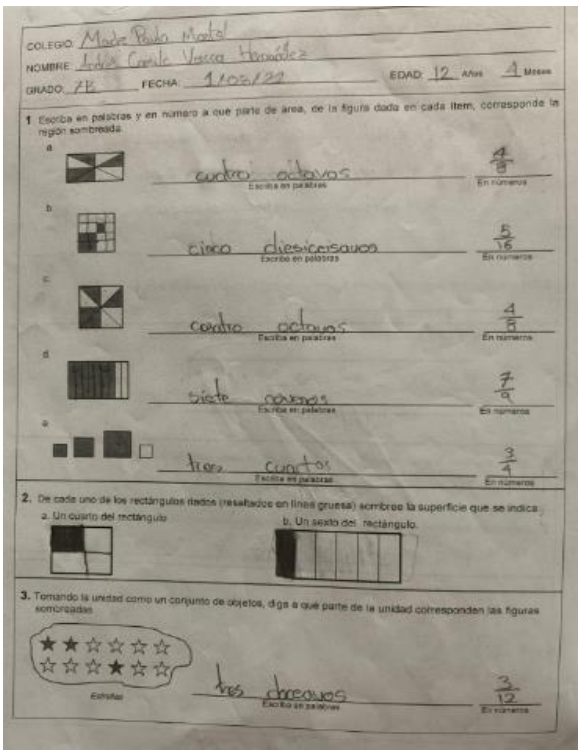
a. $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{6}{6}$

b. $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{9}$

c. $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=\frac{3}{3}$

d. $2\times\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$

e. $3-\frac{1}{3}=\frac{6}{6}$

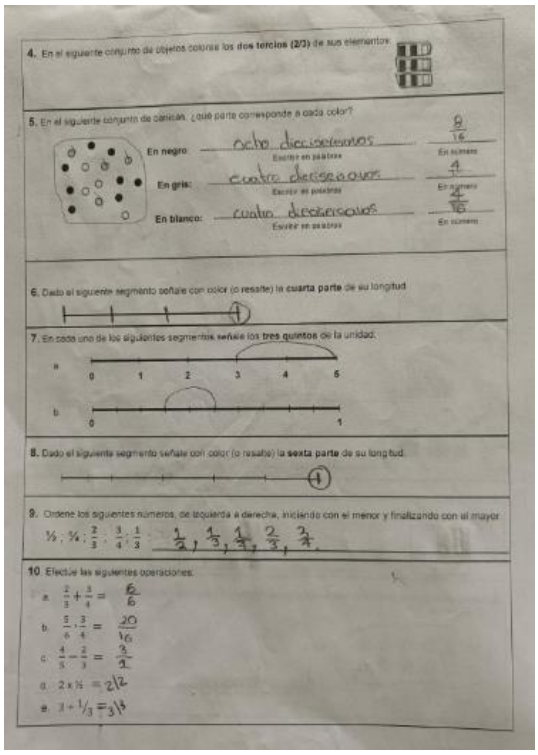


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Lidia Camila Vacca Hernández
GRADO: 7E FECHA: 1/05/22 EDAD: 12 Años 4 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. cuatro octavos — 4/8
b. cinco dieciseisavos — 5/16
c. cuatro octavos — 4/8
d. siete novenos — 7/9
e. tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas: tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos.

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: cuatro dieciseisavos — 4/16

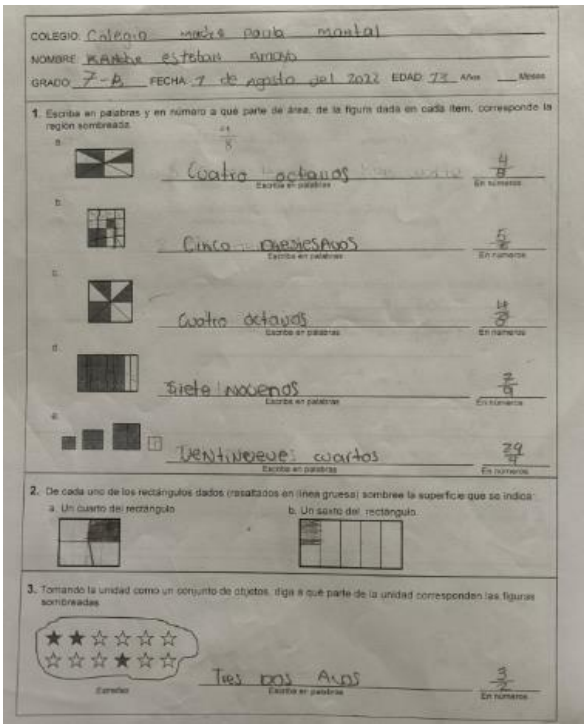
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad.
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 — 1/2, 1/3, 1/4, 2/3, 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6/6
b. 5/6 · 3/4 = 20/16
c. 4/5 − 2/3 = 3/2
d. 2 x ½ = 2/2
e. 1 + 1/3 = 3/4

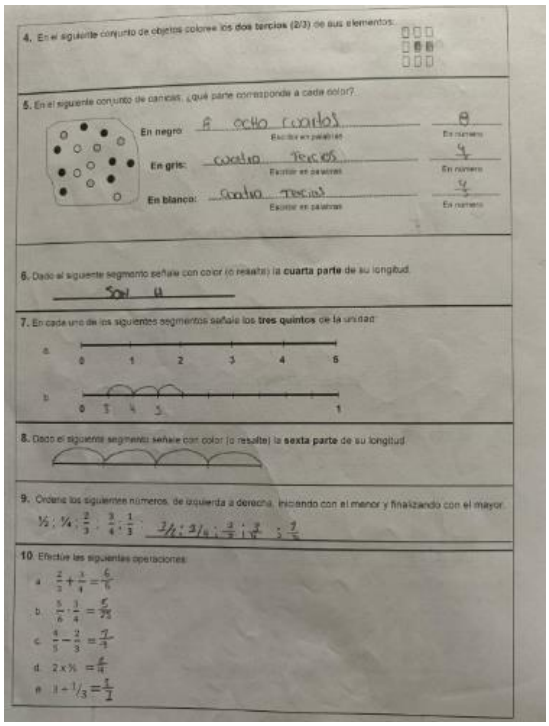


COLEGIO: Colegio madre paula montal
NOMBRE: KAMILA estefani rimaya
GRADO: 7-B FECHA: 7 de agosto del 2022 EDAD: 73 Años ___ Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. Cuatro octavos — 4/8
b. Cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. Siete novenos — 7/9
e. Ventinueve cuartos — 29/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas: Tres dos Avos — 3/2



4. En el siguiente conjunto de objetos colorea los **dos tercios (2/3)** de sus elementos.

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: 8 ocho cuartos — 8
En gris: cuatro tercios — 4/3
En blanco: cuatro tercios — 4/3

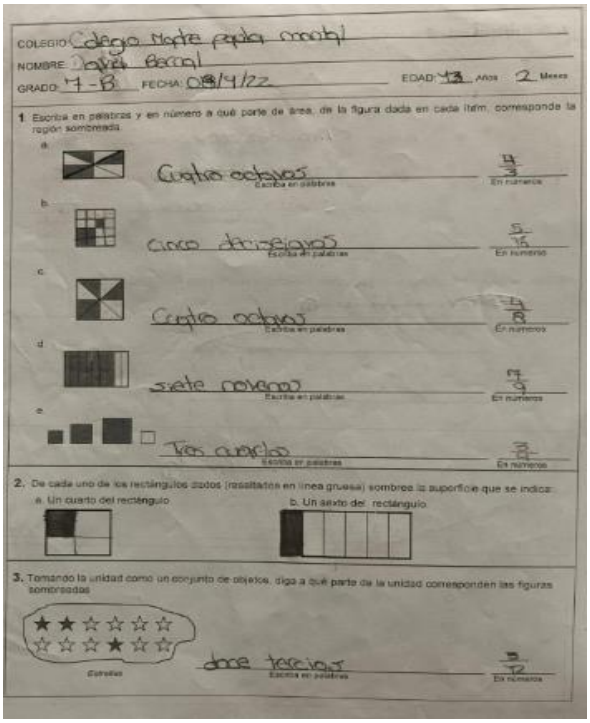
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.
Son 4

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad.
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 3/5 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 — 3/12 ; 3/6 ; 3/9 ; 3/8 ; 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6/6
b. 5/6 · 3/4 = 5/24
c. 4/5 − 2/3 = 7/3
d. 2 x ¾ = 6/4
e. 1 + 1/3 = 7/2



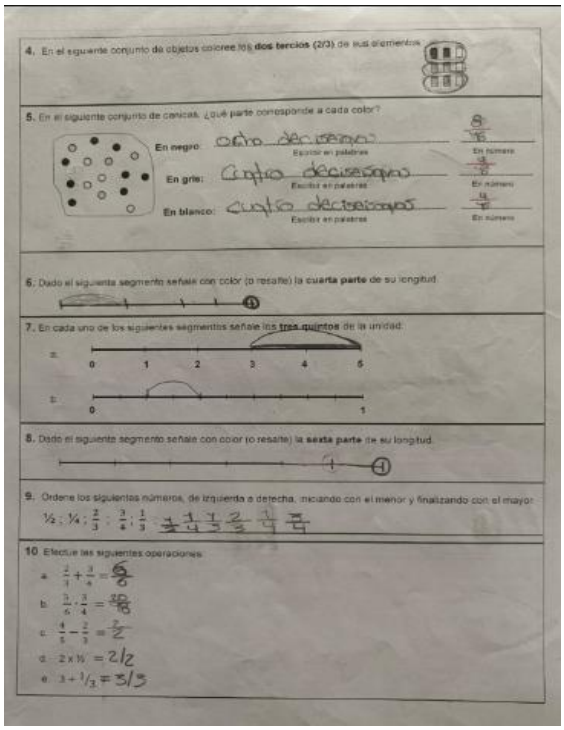
COLEGIO: Colegio Madre Paula Montal
NOMBRE: David Bernal
GRADO: 7-B FECHA: 08/4/22 EDAD: 13 Años 2 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a. Cuatro octavos — 4/8
b. cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. siete novenos — 7/9
e. Tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
doce tercios — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos.

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: Cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: cuatro dieciseisavos — 4/16

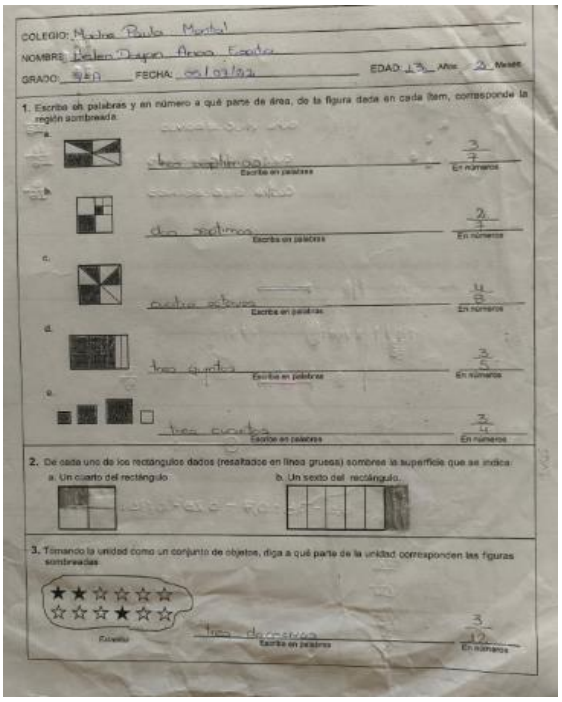
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor:
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 1/4 1/3 2/3 3/4 1

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6/6
b. 3/5 · 3/4 = 9/6
c. 4/5 − 2/3 = 2/2
d. 2 x ½ = 2/2
e. 3 ÷ 1/3 = 3/3



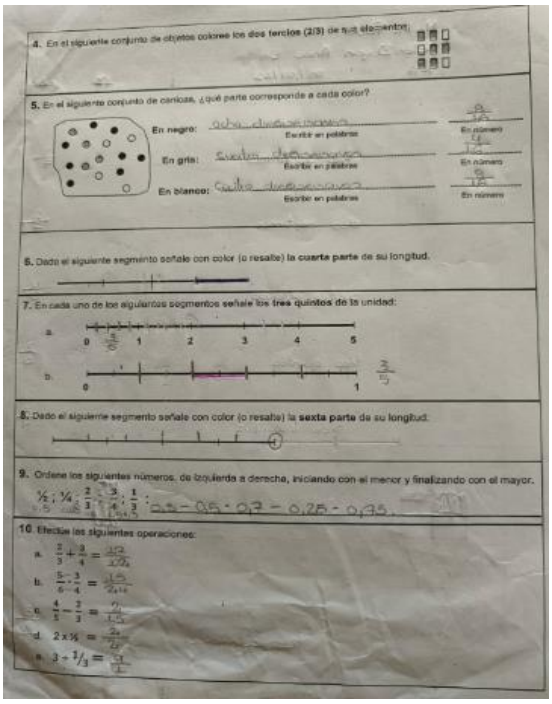
COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Belen Daiana Arana Espitia
GRADO: 9-A FECHA: 08/03/22 EDAD: 13 Años 2 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a. tres septimos — 3/7
b. dos septimos — 2/7
c. cuatro octavos — 4/8
d. tres cuartos — 3/4
e. tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas
tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos.

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: Cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: Cuatro dieciseisavos — 4/16

6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos **señale los tres quintos de la unidad:**
a. 0 1/5 1 2 3 4 5
b. 0 1 3/5

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud.

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 ; 0,5 - 0,5 - 0,7 - 0,25 - 0,95.

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 17/12
b. 5/6 − 3/4 = 10/24
c. 4/5 − 2/3 = 2/15
d. 2 x ½ = 2/2
e. 3 ÷ 1/3 = 9/1

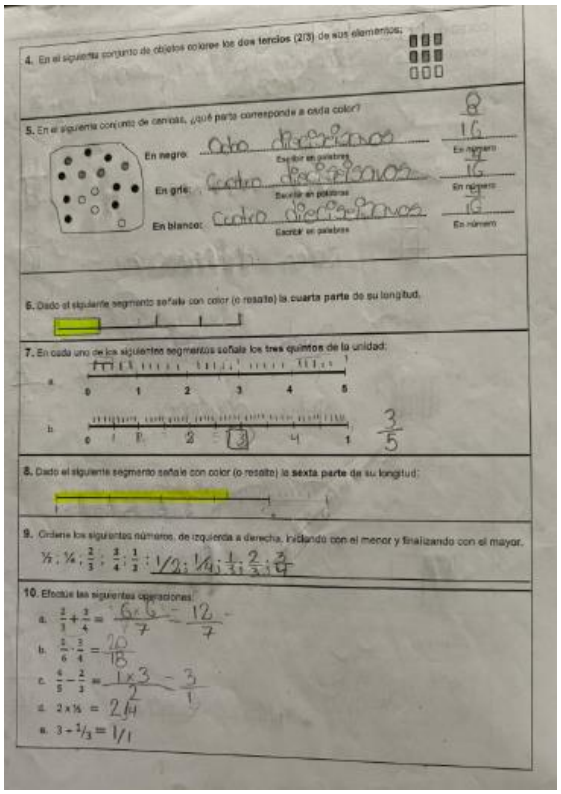


COLEGIO: Madre Paula Montal
NOMBRE: Juan Sebastian Rodriguez Villamor
GRADO: 7A FECHA: 04/08/22 EDAD: 11 Años 7 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. Cuatro Octavos — 4/8
b. Cinco dieciseisavos — 5/16
c. Cuatro octavos — 4/8
d. Siete novenos — 7/9
e. tres Cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas — tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: Ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: Cuatro dieciseisavos — 4/16
En blanco: Cuatro dieciseisavos — 4/16

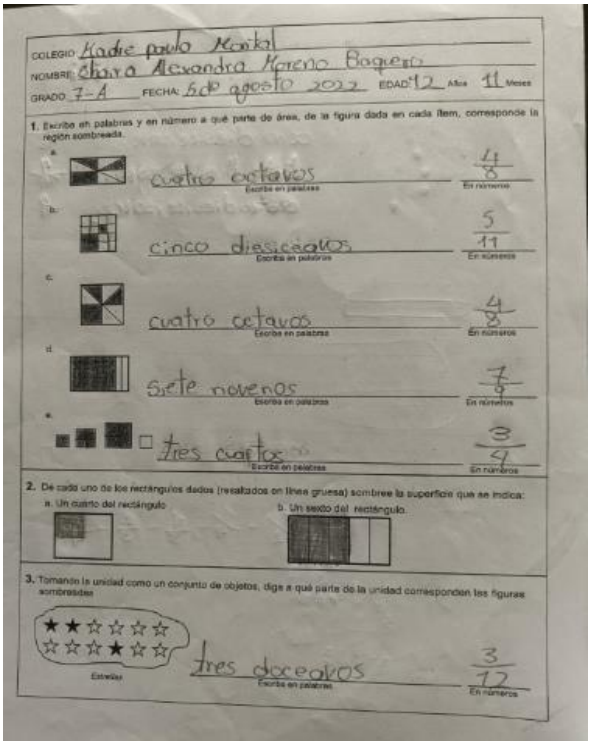
6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señala los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1 2 3 4 1 — 3/5

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud:

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 : 1/2 ; 1/4 ; 1/3 ; 2/3 ; 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 + 3/4 = 6x6 / 7 = 12/7
b. 5/6 · 3/4 = 20/18
c. 4/5 − 2/3 = 1x3 / 2 − 3/1
d. 2 x ½ = 2/4
e. 3 ÷ 1/3 = 1/1

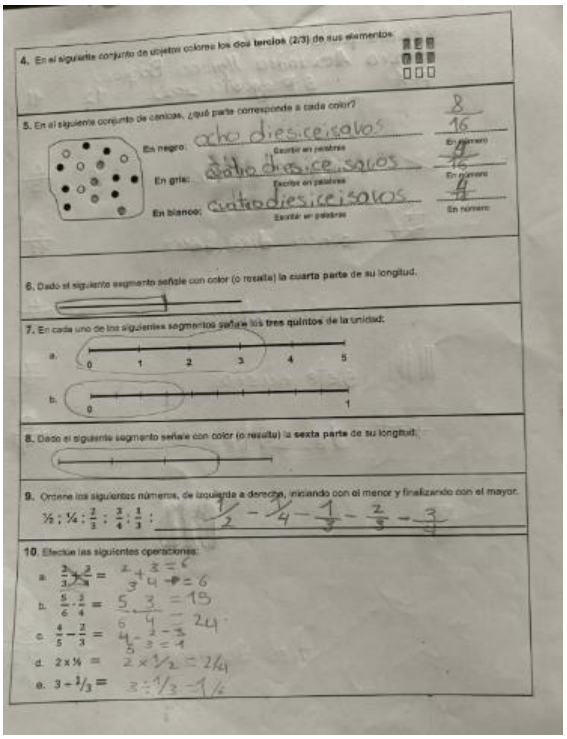


COLEGIO: Madre paula Montal
NOMBRE: Chiara Alexandra Moreno Baquero
GRADO: 7-A FECHA: 5de agosto 2022 EDAD: 12 Años 11 Meses

1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.
a. cuatro octavos — 4/8
b. cinco diesiseisavos — 5/11
c. cuatro octavos — 4/8
d. siete novenos — 7/9
e. tres cuartos — 3/4

2. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en líneas gruesa) sombree la superficie que se indica:
a. Un cuarto del rectángulo
b. Un sexto del rectángulo.

3. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas
Estrellas — tres doceavos — 3/12



4. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:

5. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?
En negro: ocho dieciseisavos — 8/16
En gris: ocho dieciseisavos — 8/16
En blanco: cuatro dieciseisavos — 4/16

6. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **cuarta parte** de su longitud.

7. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:
a. 0 1 2 3 4 5
b. 0 1

8. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) la **sexta parte** de su longitud:

9. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.
½ ; ¼ ; 2/3 ; 3/4 ; 1/3 ; 1/2 − 1/4 − 1/3 − 2/3 − 3/4

10. Efectúe las siguientes operaciones:
a. 2/3 · 2 = 2+3=6 / 3+4=6
b. 5/6 · 3/4 = 5 3 = 15 / 6 4 = 24
c. 4/5 − 2/3 = 4−2 / 5−3 = 4
d. 2 x ½ = 2 x 1/2 = 2/4
e. 3 ÷ 1/3 = 3 ÷ 1/3 = 9/1

Nota: Elaboración propia.

En este análisis de resultados, se observan algunas dificultades mostradas por Fandiño (2018) sistemáticos y predominantes en lo relativo al uso de las fracciones. En primer lugar, se muestran los alumnos que cometieron dificultades en cada una de las categorías propuestas. En la 1. Dificultades en el ordenamiento, el 89.28% de los alumnos no identifican el ordenamiento de las fracciones; 2. Dificultades en la realización de las operaciones, el 75% de los estudiantes muestran la dificultad conceptual de la realización de las operaciones entre fracciones; 3. Dificultades en el reconocimiento de esquemas, el 96% interpretan erróneamente la región sombreada, en un contexto discreto y continuo; 4. Dificultades en la gestión del adjetivo "igual", el 48.21 % de los estudiantes no interpretan que la unidad debe estar fraccionada en partes iguales; 6. Dificultades en la gestión de la "fracción irreducible", el 78.2% de los alumnos no establece simplificar la fracción; 7. Dificultades en la gestión de figuras estándar, el 71% de la población no maneja figuras diferentes para establecer partes iguales entre las representaciones de las fracciones.

4.2. Definir las representaciones semióticas y el aprendizaje de los números racionales en estudiantes de educación básica

La interacción entre las representaciones externas e internas, de acuerdo a lo presentado por García (2020), juega un papel clave en los procesos de aprendizaje de la matemática, puesto que las representaciones internas son inferidas a partir de la producción de un discurso matemático o su materialización en una representación externa. Un concepto matemático es aprendido en la medida en que permita la producción de una gama de representaciones internas que se harán visibles y púbicas al materializarlas como representaciones externas.

Para analizar el objeto matemático número racional, con la apuesta noético-semiótica de Duval (1995), se ha suscitado la necesidad de mantener en primer plano la distinción entre el objeto matemático número racional y sus distintas representaciones semióticas; un sistema semiótico debe permitir la realización de tres actividades cognitivas: en primer lugar, la selección del registro de representación; en segundo lugar, la producción y eventual tratamiento de una representación y, en tercer lugar, debe hacer posible el tránsito entre representaciones semióticas producidas por distintos registros o conversiones (García, 2020).

En la teoría de Duval, de acuerdo a Monzón (2020), se expresa que un registro es un sistema semiótico productor de representaciones que permite: a) Presentar separando algunos aspectos típicos del objeto presentado (el contenido de la representación). b) Cumplir varias funciones cognitivas: comunicación, objetivación (para sí) y sobre todo tratamiento. c) Hacer transformaciones internas de contenidos (los tratamientos) que son posibles con las representaciones semióticas. d) La producción de representaciones semióticas se realiza intencionalmente respetando reglas, mientras que la producción no semiótica es automática.

Al respecto, Monzón (2020) destaca la importancia de la teoría de registros de representación semiótica en Matemática. Establece que es posible representar un concepto matemático en diversos registros de representación semiótica. De acuerdo con el autor, los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción; para ello es indispensable representarlos y desarrollar así el pensamiento matemático. Los objetos matemáticos son abstractos y la manera de entenderlos es mediante representaciones semióticas como gráficos, letras, números, etc.

4.3. Establecer relaciones entre las causas identificadas de las dificultades y los atributos de los racionales tematizados con los estudiantes

Comprender el sistema numérico de los racionales requiere la articulación del conjunto de los sistemas numéricos de los naturales y de los enteros. Además, esta estructura requiere símbolos, relaciones de orden y de operaciones. Igualmente, existen unas relaciones conceptuales como el inverso multiplicativo, la densidad y el orden. Por consiguiente, la aplicación de los sistemas numéricos de los racionales en el contexto real es activa para comprender los símbolos y su empleo con magnitudes medibles. En otro aspecto, la enseñanza de la fracción desde una acepción genera dificultades para actuar en la resolución de problemas porque se limita. Aunque la relación parte-todo se considera natural para la formación del concepto del número racional.

Al respecto, de acuerdo a Talero (2020), el inadecuado trabajo de la didáctica de las matemáticas puede traer consigo dificultades como: el inducido desde la enseñanza ha consistido en no poder pensar un único todo (la unidad), desde donde se identifique las partes de la fracción, al igual que “en muchos casos, no son vistas como una relación sino como un par de números independientes que pueden manejarse por separado, es un error común al trabajar con el concepto de equivalencia.

> Al introducir por primera vez las fracciones, el estudiante tiene concepciones en cuanto a los números naturales y operaciones básicas con números naturales. Por ello, las fracciones van a generar un desequilibrio cognitivo en los estudiantes, tal desequilibrio permitirá un cambio en sus estructuras mentales tras un proceso de acomodación, en la medida que el docente los vaya involucrando en el estudio de las fracciones. Pero este

proceso no se da de la noche a la mañana, requiere esfuerzo y tiempo (Escobar et al., 2016, p. 218).

Además, según Talero (2020), se presentan diferentes casos de fracción agregando formas alternativas de medir y se descuida la existencia de una unidad (o varias) que se dividen o reparten; lo que puede llevar al no reconocimiento de cantidades o valores de magnitud inmersas en el lenguaje cotidiano, la dificultad para comparar entre sí y con números naturales, fracciones a través de distintos procedimientos y el uso de la unidad para operar fracciones ya que este obstaculiza la comprensión de la unidad estable, el concepto de fracción desde la relación parte-todo que funciona como subconstructo del concepto global de fracción.

4.4. Diseñar una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales

Uno de los principios básicos en el diseño de actividades de matemáticas para el aula es proporcionar y relacionar diversas representaciones de un contenido concreto. De acuerdo a Chico y Montes (2023), la restricción a un contenido ayuda a estudiar, en detalle, las representaciones semióticas específicas para ese contenido y los diferentes significados matemáticos que se derivan de su uso (p. 297). Aquí se concibe la idea de un plan, el rol del docente consiste en diseñar una didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales.

Actividad 1: ¡Jugo con los racionales!

Descripción: A continuación, se muestra el diseño de una propuesta de talleres que incluye situaciones de la vida cotidiana y estrategias interesantes, sumergiéndose en un proyecto de aprendizaje institucional que responde a la conciencia y transformación del entorno y la comprensión de las representaciones semióticas de los números racionales que son fundamentales para la resolución de problemas.

Justificación:

El manejo de las representaciones semióticas de los números racionales, "a partir de las concepciones de las transformaciones matemáticas no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación y este sistema de representación solo lo pueden cumplir las representaciones semióticas y no las representaciones mentales" (García & Campuzano, 2014, p. 161). Aquí se destaca una transformación de representación que determina un cambio de registro sin modificar el objeto expresado, contextualiza en un enfoque de resolución de problemas que incorporan el entorno. De ahí que la semiótica de los números racionales, es necesario para desenvolvernos en diversas situaciones de la vida cotidiana; y presentan gran dificultad en los estudiantes de grado séptimo.

Dado que después de hacer un análisis detallado sobre el proceso enseñanza, utilizando la tarea y herramientas didácticas como factor de desarrollo, posiblemente los alumnos responderán favorablemente a este manejo numérico y se logre la aprehensión de las representaciones semióticas de los números racionales con números racionales, desarrollando estrategias lúdicas y actividades de uso didáctico. El manejo de las representaciones semióticas de los números racionales entre los números racionales, necesario para desenvolvernos en muchas situaciones de

la vida cotidiana, presentan gran dificultad en los estudiantes de grado 7°, particularmente en los alumnos de 7A°- 7B° del Colegio Madre Paula Montal.

Dado que después de hacer un análisis detallado sobre el proceso enseñanza-aprendizaje utilizando la guía diagnostico; y herramientas didácticas como factor de desarrollo, posiblemente los alumnos responderán favorablemente a este manejo numérico y se logre la aprehensión de las representaciones semióticas de los números racionales con números racionales, desarrollando estrategias lúdicas y actividades de uso didáctico, se plantean 3 talleres activos.

Objetivos

- Asimilar lógica y tangiblemente, el proceso que permite hallar el resultado de sumar y/restar números racionales.
- Justificar el proceso que permite hallar el producto de dos o más números racionales.
- Aprender de forma lógica y analítica, el algoritmo de los números racionales.
- Establecer diferencias entre los procesos que se utilizan para sumar, restar, multiplicar y dividir números racionales.

Tabla 2. *Estrategias*.

Actividad	**Estrategias**	**Responsable**	**Recursos**
¡Jugo con los racionales!	- Investigar artículos de prensa sobre los beneficios de las frutas en la alimentación. - Representación de la adición y sustracción de los racionales utilizando frutas y jugos.	Investigadora y Estudiantes.	Fotocopias Frutas Jugos Vasos desechables Marcador

	- Representación simbólica de adición y sustracción de los racionales. - Compartir de frutas y jugos. - Construcción y solución de problemas de aplicación.		
Racional de otra racional es un producto.	- Reflexión sobre la campaña ecológica del grupo ambiental de PRAE. - Utilizando material de reciclaje los alumnos representan la fracción de otra fracción en diferentes situaciones.	Investigadora y Estudiantes.	Cartón Cartulina Fomy (Reciclado)
Juguemos con los racionales	- Competencias de carreras por tramos, representadas por racionales de la longitud completa en el patio del colegio. - Juego con dados especiales para desarrollar operaciones combinadas. - Desarrollo de sopas de letras, cruci-números y apareamiento.	Investigadora y Estudiantes.	Conos. Plásticos. Dados. Fotocopias.

Fuente: Elaboración propia.

Objetivo: Asimilar lógica y tangiblemente, el proceso que permite hallar el resultado de adición y/o sustracción de números racionales.

Habilidad a desarrollar: Representar con recursos cotidianos la adición y sustracción de números racionales.

Actividad de entrada: Lectura del artículo de prensa: ¡Jugo con los racionales! en el cual se clasifican las frutas en antioxidantes, depurativas, hidratantes, alcalinas, astringentes, acidificantes y altas en fibra; se muestran los beneficios de cada grupo y se invita a consumirlas, por considerarlas esenciales de una dieta saludable.

Actividad central o desarrollo: Utilizando, vasos desechables, marcadores, frutas y jugos naturales, y trabajando en parejas, se proponen ejercicios en los cuales los estudiantes proporcionarán sus frutas y jugos representando fracciones homogéneas y no homogéneas y calcularán el resultado de lo que se consumen entre los dos y de su diferencia.

Los estudiantes descubren que tipo de transformaciones y procesos deben seguir para encontrar los resultados. Después se hace una puesta en común para conceptualizar, formalizar y concluir sobre el proceso que deben seguir para la adición y sustracción de números racionales.

Actividad de salida: Los estudiantes propondrán otras adición y sustracción de números racionales y lo evidenciarán con sus frutas o jugos y lo representarán gráfica y simbólicamente.

Evaluación: Se realizará un compartir, situación que ayudará a proponer y desarrollar problemas que involucren suma y resta de fracciones, permitiendo valorar los procesos que siguen para realizar estas operaciones. También construirán y resolverán sus propias situaciones problema.

ACTIVIDAD 2: Racional de otro racional es un producto.

Las representaciones semióticas son necesarias para la actividad matemática, en efecto, la posibilidad de efectuar transformaciones sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado.

Justificación:

El manejo de las representaciones semióticas de los números racionales, "a partir de las concepciones de las transformaciones matemáticas no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación y este sistema de representación solo lo pueden cumplir las representaciones semióticas y no las representaciones mentales" (García & Campuzano, 2014, p. 161). Se destaca una transformación de representación que determina un cambio de registro sin modificar el objeto expresado, se contextualiza en un enfoque de resolución de problemas que incorporan el entorno. De ahí que, la semiótica de los números racionales, es necesario para desenvolvernos en diversas situaciones de la vida cotidiana; y presentan gran dificultad en los estudiantes de grado séptimo.

Dado que después de hacer un análisis detallado sobre el proceso enseñanza utilizando la tarea; y herramientas didácticas como factor de desarrollo, posiblemente los alumnos responderán favorablemente a este manejo numérico y se logre la aprehensión de las representaciones semióticas de los números racionales con números racionales, desarrollando estrategias lúdicas y actividades de uso didáctico.

Objetivo: Justificar el proceso que permite hallar el producto de dos o más números racionales.

El cual "se obtiene con base a la multiplicación de los numeradores entre sí sobre el producto de los denominadores entre sí" (Muñoz y Álvarez, 1991, p. 108).

Habilidad: Representar en forma lógica y lúdica del producto de racionales.

Actividad de entrada: Reflexión sobre la campaña ecológica que el grupo ambiental de la institución PRAE, hace en beneficio del medio ambiente, especialmente en el manejo de las tres "erres": reutilizar, reducir, reciclar. Cada estudiante debe llevar a la clase material de reciclaje como cartón, cartulina o fomie, regla y marcadores de colores. Utilizando uno de ellos como unidad, representará gráficamente dos números racionales, uno en la parte anterior y otro en la parte posterior.

Se elegirá al azar a cinco estudiantes que los representen bien, serán los cabecillas de cinco grupos. Esta actividad permitirá no sólo concientizar para disminuir el impacto ambiental sino recordar cómo se representan Racionales dada una unidad.

Actividad central: Cada grupo de trabajo utilizará un octavo de cartulina reciclable para representar "El racional de otra racional", es decir de ½ de 1/3, por ejemplo. La docente les propone cuatro "operaciones", 2/3 de 4/5, ¾ de ½ , 3/5 de 2/3 y 5/6 de 4/7, que representarán en unidades diferentes. Todos los grupos responderán las siguientes preguntas:

A. ¿Qué fracción de toda la unidad de cartulina corresponde al resultado de cada operación?
B. Si escribes los dos términos de cada operación y su resultado, ¿Qué operación matemática se estará ejecutando?

Los alumnos representan la operación en la parte posterior de su unidad y expresan, cómo en general, en el producto de los racionales. El grupo que primero lo descubra, ganará un premio.

Actividad de salida: Al interior de cada grupo, el líder propondrá otros productos entre racionales, que desarrollarán todos. Esto les permitirá aplicar y reforzar de lo aprendido.

ACTIVIDAD 3: Juguemos con los racionales

Para el caso del objeto matemático número racional, de acuerdo a García (2020), el análisis semiótico hace necesario avanzar en el reconocimiento y diferenciación entre las representaciones semióticas y los modelos conceptuales que puedan ofrecer mayores herramientas para comprender los modelos mentales privados de los niños y las niñas. En las investigaciones en Didáctica de la Matemáticas y para esta investigación desde la teoría de Duval (2017), el análisis de la actividad matemática se basa en la movilización de diferentes registros de representación semiótica, por lo tanto, la información recolectada en este estudio debía provocar intencionalmente la producción e interpretación de diferentes representaciones semióticas en diferentes registros, así como la transformación bien sea en tratamiento o conversión.

Objetivo: Establecer diferencias entre los procesos que se utilizan para adición, sustracción, producto y dividir números racionales.

Habilidad: Diferenciar en forma lógica y tangible los procesos de las operaciones con Racionales.

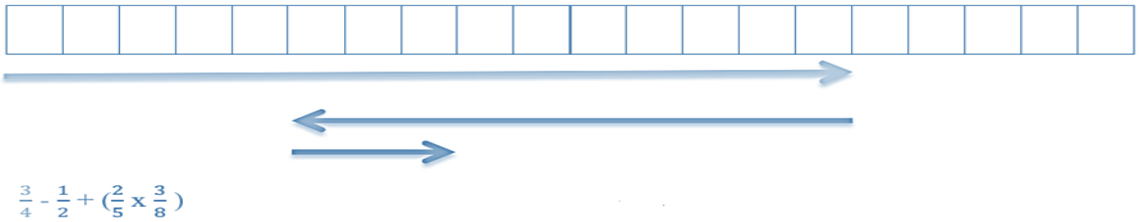
Actividad de entrada: Se realizarán competencias de carreras en la cancha y/o múltiple del colegio Madre Paula Montal. Para ello se formarán 5 grupos de 8 estudiantes, los cuales seleccionarán un participante distinto para cada una de las carreras que se desarrollarán.

Cada carrera se llevará a cabo por tramos, representados por fracciones de la longitud completa de la cancha y/o el múltiple.

Para la ejecución de la carrera se propondrá una operación combinada de adicción, sustracción, producto o división de racionales, que realizarán, primero en su cuaderno y luego la representarán compitiendo.

Ejemplo: Recorrer ¾ de longitud, retroceder ½ y avanzar 2/5 de 3/8.

Figura 3. *Operaciones combinadas*



Actividad central: Con ayuda de tres dados grandes elaborados en cartulina, dos de los cuales contendrán en sus caras números Racionales y operaciones entre ellos, y el otro mostrará los símbolos que representan las operaciones, además de "ceda el turno" y "tira otra vez", los estudiantes "jugarán" con las fracciones, aplicando lo aprendido, realizando las operaciones en su cuaderno y justificando lógicamente los procesos.

Figura 4. *Descripción de las operaciones combinadas.*



Actividad final: Los estudiantes desarrollarán actividades de apareamiento, sopa de letras y cruci-número para reforzar los conceptos.

Evaluación: Los alumnos resolverán problemas de la vida cotidiana que involucren operaciones con racionales, encontrados en software educativos en internet en formato flash.

Reflexión sobre el proceso de resolución del problema: en esta fase se da la reflexión sobre la didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales.

ACTIVIDAD 4: Conocimiento de número racional.

En esta actividad se centra en socializar los diferentes temas expuestos y realizados con los estudiantes para afianzar el conocimiento en la resolución de problemas con números racionales, estableciendo como estrategia metodológica en el proceso de enseñanza con un repaso de la historia. Se selecciona en orden esta actividad, debido a la situación abordada con el método propuesto para la resolución de problemas orientación del docente. Con base a esto, es de observar que la metodología del aprendizaje situado para la enseñanza de las matemáticas, se relaciona con lo presentado por Moreno (2022), ante todo, busca generar cambios en la práctica docente, al plantear una enseñanza contextualizada, ya que el aprendizaje situado se desarrolla en un contexto social y requiere ineludiblemente la pertenencia al mismo.

Objetivo: Incrementar la comprensión de los números racionales usando diversos significados de la fracción.

Habilidad a desarrollar: Resolver operaciones con números racionales en contextos cotidianos a nivel teórico y práctico.

Actividad de entrada: Definición de los números racionales. Interpretación de una fracción como: parte todo, razón, cociente, medida y operador.

- Reconocimiento de la parte y la unidad.
- Conservación de la unidad.

- Divisiones y subdivisiones equivalentes de la unidad.

- Partes congruentes.

- Relaciones de orden en los racionales.

- Fracciones equivalentes.

- Representación gráfica, simbólica y verbal de los números racionales.

- Expresar una fracción.

Aquí se aplican los diferentes significados de una fracción para resolver situaciones susceptibles de ser expresadas con fracciones.

Actividad central o desarrollo:

1. Identificando el todo y las partes: En esta actividad el estudiante deberá identificar la fracción que corresponde a la región sombreada, escribir su representación verbal, simbólica y escribir la fracción que conforma toda la unidad.

2. Realizar dobleces y descubrir fracciones: Esta actividad se desarrollará a través de un foro en el que el estudiante debe realizar una actividad de dobleces para establecer que es posible dividir la unidad de diferentes maneras y que las partes obtenidas siguen siendo congruentes, también podrá establecer que el todo se conserva y que todas las partes conforman el todo.

Actividad de salida: Resolviendo situaciones problema de la fracción como parte todo: En esta actividad el estudiante encontrará en el objeto virtual de aprendizaje cuatro situaciones problema con texto que el estudiante tendrá que resolver al interactuar con el objeto virtual, el desarrollo de los procesos los realizará en su cuaderno. Al interactuar con el objeto virtual debe repartir elementos, señalar los elementos que cumplen con una condición dada, escribir la fracción

solicitada a partir de una situación, armar rompecabezas y encontrar la fracción que representa cada una de las partes y realizar representaciones gráficas.

El objetivo es resolver situaciones problema con texto asociadas al concepto de número racional positivo (fracción) como parte todo en contextos discretos y continuos.

Evaluación: Se realizará un compartir, permitiendo valorar los procesos que siguen para realizar estas operaciones. También construirán y resolverán sus propias situaciones problema.

ACTIVIDAD 5: Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

El aprendizaje basado en problemas de los números racionales, se centra en el estudiantado, lo cual, de acuerdo a Benites et al. (2023), logra desarrollar un aprendizaje significativo en la resolución de problemas y una participación activa, incluso teniendo presente que logra involucrar la participación de todas las personas. En matemáticas y en el tema de los números racionales resulta alentador, porque permite que las personas estudiantes busquen varias soluciones a un problema en común. Al respecto, el tema resulta complejo para la comprensión y aprendizaje de los estudiantes. Además, el hecho de que las personas estudiantes no alcancen los conocimientos necesarios, es debido a que no se enfatiza que la matemática se desarrolle con una base teórica y a la vez práctica.

Objetivo: Identificar las características del conjunto de los números racionales y su utilidad a partir de situaciones dada.

Habilidad a desarrollar: Fortalecimiento de habilidades matemáticas: Pensamiento interpretativo y numérico.

Actividad de entrada: Formular y resolver problemas en situaciones aditivas, de división y multiplicativas de números racionales en diferentes contextos.

Actividad de salida: Representar números racionales por medio de decimales.

- Traducir de representación decimal a representación fraccionaria de números racionales.
- Ubicar números racionales en la recta numérica.

Evaluación: Se realiza un compartir, permitiendo valorar los procesos que siguen para realizar estas operaciones. Se evalúa el grado de respuestas correctas en los instrumentos de evaluación.

ACTIVIDAD 6: Representación de números racionales en la recta numérica.

La importancia del manejo de las representaciones semióticas de los números racionales en la recta numérica, a partir de las concepciones de las transformaciones matemáticas, es necesario para desenvolvernos en diversas situaciones de la vida cotidiana; y presentan gran dificultad en los estudiantes de grado séptimo. Por lo tanto, se destaca que "no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación y este sistema de representación solo lo pueden cumplir las representaciones semióticas y no las representaciones mentales" (García & Campuzano, 2014, p. 161).

Objetivo: Fortalecer las competencias matemáticas: Interpretativa y Pensamiento Numérico.

Habilidad a desarrollar: Reconocimiento de saberes previos frente al eje temático y objetivo de aprendizaje

Actividad de entrada: Ordena números racionales en su representación fraccionaria.

Actividad de salida: Representar en la recta numérica cada uno de los números racionales.

Evaluación: Se realizará un compartir. Grado de respuestas correctas en los instrumentos de evaluación. Generar las bases suficientes de saberes para que los estudiantes inicien temas como la operacionalización con números racionales en áreas como la geometría.

ACTIVIDAD 7: Unidad Didáctica sobre los Números Racionales.

En esta actividad se centra en socializar los diferentes temas expuestos y realizados con los estudiantes para afianzar el conocimiento en la resolución de problemas con números racionales, estableciendo como estrategia metodológica en el proceso de enseñanza con un repaso de la historia. Por ende, de acuerdo a Pineda (2017), comprender el sistema numérico de los racionales requiere la articulación del conjunto de los sistemas numéricos de los naturales y de los enteros. Además, esta estructura requiere símbolos, relaciones de orden y de operaciones. Igualmente, existen unas relaciones conceptuales como el inverso multiplicativo, la densidad y el orden. Por consiguiente, la aplicación de los sistemas numéricos de los racionales en el contexto real es activa para comprender los símbolos y su empleo con magnitudes medibles.

Objetivo: Incrementar la comprensión de los números racionales usando los diferentes significados de la fracción; Fortalecer las conexiones conceptuales entre las notaciones fraccionarias y decimal.

Habilidad a desarrollar: Desarrollo de las competencias básicas: Propiciar en el estudiante el uso de las diferentes representaciones y sistemas de notación simbólico, como también trabajar con los distintos significados de la fracción, plantear y resolver problemas cotidianos, y matemáticos.

Actividad de entrada: Utilizar los diferentes significados o subconstructos: relación parte todo, razón, operador, medida, cociente.

Se planifican 2 momentos. Primero se programan 60 minutos para la presentación de la Unidad Didáctica sobre los Números Racionales, los objetivos y el sistema de evaluación. En el segundo momento se desarrolla la clase se hace entrega la prueba diagnóstica calificada; y el diario del alumno para que los estudiantes lo v utilicen en cada sesión.

Actividad de salida: Expresar fracciones en forma decimal, en fracción continua y recíprocamente.

Evaluación: Se realizará un compartir. Para evaluar la secuencia, se consideran los instrumentos aplicados en diferentes momentos, entre ellos los instrumentos de evaluación como la prueba diagnóstica, el examen final, las diferentes tareas propuestas y talleres, entre los instrumentos de recolección de datos tenemos el diario del alumno de acuerdo con las actividades propuestas.

Reflexión sobre el proceso de resolución del problema: en esta fase se da la reflexión sobre la didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales.

Conclusiones

Una vez realizada, la investigación, a continuación, se presentan las conclusiones, siguiendo con los objetivos trazados:

Al describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes en grado séptimo de básica secundaria del Colegio Madre Paula Montal en el proceso de aprendizaje del número racional, se concluye que, a los estudiantes se les dificulta la interpretación y el uso de la fracción, porque está vinculada a diferentes significados. Al respecto, las matemáticas han presentado una diversidad de problemas para su comprensión por parte de los alumnos que enfrentan dicho aprendizaje, esto se da por la complejidad del número racional; desde esta misma perspectiva, las operaciones con fracciones son una de las temáticas que presenta mayor grado de dificultad.

Por otra parte, al establecer las dificultades encontradas en el proceso de la enseñanza de la noción del número racional, se destaca que, existe gran confusión en el aprendizaje de los números racionales, que puede surgir debido al cambio del conjunto de los números enteros al conjunto de los números racionales, que requiere de transformaciones de las representaciones semióticas. De ahí la importancia de adoptar modelos matemáticos, ya sea de forma de representación o en el proceso de creación, dimensionados de manera adecuada a la realidad educativa de las comunidades escolares, como un medio para que el alumno alcance un mejor desempeño.

Por último, el diseño de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales, permitieron justificar el uso de las estrategias didácticas

para orientar al alumno al tránsito entre cada una de ellas, aumentando el nivel de dificultad en cada paso, con el fin de reducir las dificultades que presentaron los alumnos con respecto al concepto de número racional, el cual, cabe señalar, es un concepto con el que están familiarizados desde el nivel básico escolar.

Asimismo, al establecer relaciones entre las causas identificadas de las dificultades y los atributos de la fracción tematizados con los estudiantes, el diseño de las actividades didácticas tiende a disminuir las dificultades que presentan los estudiantes de primero de bachillerato con respecto al concepto de número racional, llevando a cabo no sólo la evocación de imágenes mentales, sino también la transformación de ellas aterrizadas en los cuatros registros de representación semiótica.

Las actividades diseñadas mediante la implementación del Objeto Virtual de Aprendizaje (la estructura del OVA), se basa en la que propone el MEN (2008) en el portal de Colombia Aprende, que tiene en cuenta objetivos, que expresan de manera clara lo que el estudiante va a aprender, contenidos; los tipos de conocimiento y sus formas de representarlos; incluyendo enlaces a otras fuentes, las actividades de aprendizaje que guían al estudiante a la construcción de cada uno de los significados de la fracción, elementos de contextualización que permiten utilizar el objeto en escenarios diferentes y la evaluación que permite verificar el aprendizaje logrado, con el fin que pueda ser usado en varios contextos y tenga un propósito educativo (Moreno y Piedra, 2018).

Recomendaciones

- Es recomendable que el docente conozca y emplee una efectiva didáctica (algoritmo o pasos a seguir), para que el estudiante logre comprenderlos, debido a que, los jóvenes al enfrentarse a este hecho no logran desenvolverse en la conceptualización del número racional desde las diferentes interpretaciones.

- Se recomienda el uso de los métodos grupal, descriptivo y ejercitado para la enseñanza en la solución de operaciones con números racionales, ya que estos permiten mejorar el rendimiento de los estudiantes.

- Se recomienda que en cualquier tema de las matemáticas se haga uso de la historia como un recurso de enseñanza, pues esto según muchas investigaciones y la presente que se suma, explicitan que es una buena herramienta y dejan resultados muy favorables. Esto, a la vez beneficia al docente en cuanto va ganando cultura matemática y va enriqueciendo su lenguaje.

- La escuela debe ser un espacio de interacción social donde los estudiantes aprendan, analicen, argumenten, reconozcan e identifiquen los distintos significados de las fracciones desde cualquier registro que se les presente al interior o exterior del aula, es importante entonces promover aprendizajes que fomenten el trabajo con estos significados.

Referencias

Arias, J., Villasís, M., & Miranda, M. (2016). El protocolo de investigación III: la población de estudio. *Revista Alergia México*, 63(2), 201-206. https://revistaalergia.mx/ojs/index.php/ram/article/view/181/309

Atunes, K., Durán, L., & Pomar, I. (2022). La influencia del componente afectivo y emocional en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar, desde una perspectiva sociocultural en grado primero. (Tesis de Grado, Universidad Pedagógica Nacional), Bogotá. http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/17638/TESIS%20LA%20INFLUENCIA%20DEL%20COMPONENTE%20AFECTIVO%20Y%20EMOCIONAL-1(1).pdf?sequence=1

Ayllón, M., Gómez, I., & Ballesta, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y Representaciones*, 4(1), 169-218. https://revistas.usil.edu.pe/index.php/pyr/article/view/89

Benites, R., Freire, W., Macías, E., & Cedeño, P. (2023). Guía didáctica para la resolución de problemas sobre fracciones homogéneas en el octavo año de educación general básica. *Revista Educación*, 47(1), 1-19. *https://www.redalyc.org/journal/440/44072432045/44072432045.pdf*

Barón B, O. (2016). Objeto virtual de aprendizaje para la enseñanza de las fracciones a partir de sus significados.

Blanco, L., Cárdenas, J., & Caballero, A. (2015). La resolución de problemas de matemáticas. Cáceres (España): Colección Manuales uex-98. 224 p. https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es.mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf

Bohórquez, L.Á. (2013). Cambio de concepciones de un grupo de futuros profesores de matemática sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas. *I CEMACYC*, 1-12. https://ciaem-iacme.org/memorias-icemacyc/126-506-3-DR-C.pdf

Bohórquez Arenas, L.Á. (2014). Las creencias vs las concepciones de los profesores de matemáticas y sus cambios. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. https://www.researchgate.net/publication/281117742_Las_creencias_vs_las_concepciones_de_los_profesores_de_matematicas_y_sus_cambios

Bohórquez, L.Á. (2016). Cambios de concepciones de estudiantes para profesor sobre su gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. (Tesis de Doctorado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas), Bogotá, D.C. http://funes.uniandes.edu.co/10699/1/Boh%C3%B3rquez2016Cambios.pdf

Bohórquez, L.Á., y D´ Amore, B. (2018). Factores que apoyan o limitan los cambios de concepciones de los estudiantes para profesor de matemáticas sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Avances de Investigación en Educación Matemáticas*, 13, 85-103.

Bohórquez, L. Á. (2020). Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. UD Editorial. (2),63- 74 https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/concepciones_sobre_gestion_proceso_ensenanza_aprendizaje_cambios_estudiantes_para_profesor_ambientes_aprendizaje_fundamentados_resolucion_problemas

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (2014). Teaching fractions through situations: A fundamental experiment. Dordrecht; New York: Springer.

Cabanes, L., & Colunga, S. (2017). La matemática en el desarrollo cognitivo y metacognitivo del escolar primario. *EduSol*, 17(60), 45-59. https://www.redalyc.org/journal/4757/475753184015/html/

Cabrera, R., & Vitale, A. (2020). Papel de los modelos matemáticos en la formación profesional. *Revista de Investigaciones Universidad del Quindío*, 1(1), 1-36. https://ojs.uniquindio.edu.co/ojs/index.php/riuq/article/view/1005/1544

Castaño, N., & García, L. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Magistro*, 8(16), 123-158. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/5342626.pdf

Chico, J., & Montes, M. (2023). Representaciones semióticas de la multiplicación y división en los libros de texto de educación primaria. *Bolema, Rio Claro*, 37(75), 296-316. https://www.scielo.br/j/bolema/a/MfJnVK497MrrGP8JG3T6Jyd/?format=pdf&lang=es

Cifuentes, J. (2022). ¿Por qué es importante la resolución de problemas? https://www.educarchile.cl/creatimat/por-que-es-tan-importante-la-resolucion-de-problemas

Claros, X. (2018). Orden y equivalencia de fracciones: Una experiencia de aula en grado quinto de educación básica primaria. Investigación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

Contreras, F. (2016). El aprendizaje significativo y su relación con otras estrategias. *Horizonte de la Ciencia*, 6(10), 130-140. https://www.redalyc.org/journal/5709/570960870014/html/

Cortes, K., & Vélez, M. (2020). Una propuesta de enseñanza para fortalecer el aprendizaje de la fracción como relación parte todo, a partir de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau, en estudiantes de grado quinto. (Tesis de Grado, Universidad del Valle),

Pacífico. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/19258/3469%20C828p.pdf?sequence=1

Campuzano C. M. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. Magistro, 8(15), pp. 157-181.

D'Amore, B. (1999). El contexto natural: influencia de la lengua natural en las respuestas a las pruebas de matemáticas. *Suma: Revista sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, 30, 77-87.

D'Amore, B. (2005). La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú (nyaya). *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 38, 83-99.

Defaz, G., (2017). El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos. *Revista Ciencia e Investigación*, 2(5), 14-17. https://revistas.utb.edu.ec/index.php/sr/article/view/131

Díaz, J., & Díaz, R. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema, Rio Claro*, 32(60), 57-74. https://www.scielo.br/j/bolema/a/r6wHhRqPGHkJgX7y8Jt46vF/?format=pdf&lang=es

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. Francia. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia: Grupo de Educación Matemática.

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensé humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Suisse: Peter Lang.

Escobar, D., Fuentes, L., Arcia, M., & Amaya, T. (2016). ¿Cuáles son las causas de las dificultades que presentan los estudiantes al resolver situaciones problemas que

involucran fracciones? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 217-224. http://funes.uniandes.edu.co/11105/1/Escobar2016Cuales.pdf

Escudero, C., Jaime, E., & González, S. (2017). Un estudio sobre situaciones problemáticas como herramientas de aprendizaje significativo en Física. Revista Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 4(2), 83-94.

Fandiño, M.I. (2009). Las fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Magisterio, p. 10. http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/fandino/261%20Fandino%20Capitulo%20Tendencias%20Puebla.pdf

Fandiño, M.I. (2018) Las Fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos. Cooperativa Editorial Magisterio, Colombia.

Fernández, Á. (2013). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en ESO y bachillerato. Análisis de un caso práctico. (Tesis de grado, Universidad Internacional de la Rioja UNIR). Madrid. https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1808/2013_04_09_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Flórez, S., & Parra, L. (2021). Propuesta pedagógica utilizando una aplicación móvil como contribución al desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de cuarto grado. (Tesis de Grado, Universidad de Santander), Bucaramanga. https://repositorio.udes.edu.co/server/api/core/bitstreams/d513fe55-98cb-4759-930d-8fdfd60e14a6/content

García, L., & Campuzano, C. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8(15), 157-181. https://revistas.usantotomas.edu.co/index.php/magistro/article/view/1967

García, L. (2020). Los sistemas conceptuales de los racionales que poseen los niños y niñas de quinto grado, una perspectiva semiótica. (Tesis de Grado, Universidad de Manizales), Manizales. https://ridum.umanizales.edu.co/handle/20.500.12746/4387

Gelves, N., & Lázaro, E. (2021). Aprendizaje de las fracciones a través de una estrategia didáctica mediada por un entorno virtual en los estudiantes de quinto de primaria en la Institución Educativa Juan Pablo I, periodo de estudio 2020-2021. (Tesis de Grado, Universidad de Cartagena), Cúcuta, Norte de Santander. https://repositorio.unicartagena.edu.co/bitstream/handle/11227/14773/TGF_Noelia%20Gelves_Elba%20Lazaro.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Godino J. D., et al. (1994). Didáctica de las Matemáticas Para Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. 18071 Granada. http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/

Gómez, F. (2020). Guía de aprendizaje N° 2: Fracciones. https://santacruzdelarqui.cl/web/phocadownload/SCDL/Ens-M-2Medio/Matematicas/0804-Matematicas-2Ma%20Matematica-Guia%202-Prof%20F%20Gomez.pdf

Gómez, L., Muriel, L, Londoño, D. (2019). El papel del docente para el logro de un aprendizaje significativo apoyado en las TIC 1. *Encuentros*, 17(2), 118-131. https://www.redalyc.org/journal/4766/476661510011/476661510011.pdf

Gómez Mulett, A., & Pérez Schmalbach, A. (2016). Tres enfoques para la enseñanza de los números racionales. *Saber*, 28(4), 819-827. https://www.redalyc.org/journal/4277/427751143016/html/

Granados, N., & Jiménez; A. (2022). Representaciones semióticas en números racionales. *Revista Habitus Semilleros de Investigación*, 2(3), 1-15. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/semilleros_investigacion/article/view/13966

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación (Sexta ed.). McGraw Hill.

Herrera, L. (2016). Indagación cualitativa sobre concepciones y prácticas de enseñanza de las matemáticas. (Tesis de Grado, Universidad Pedagógica Nacional), Bogotá, D.C. http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/1008/TO-19594.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Huaman Montoya, T. (2015). Estrategias lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en fracciones mixtas con los estudiantes del 6º "B" de la Institución Educativa Nº 54005 "Miguel Grau" de Abancay-2014. (Tesis de Grado, Universidad Nacional de San Agustín), Perú. https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/3261385

Ivars P, Fernández C, Llinares S, (2020). Using a hypothetical learning trajectory to propose instructional activities. International Journal of Science and Mathematics Education. Universidad de Alicante, España.

Jaimes, J., Gonzalez, N., & Carvajal, C. (2021). Aprendizaje del objeto fracción en un contexto rural. *Revista Boletín Redipe*, 10(8), 430-452. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8116652

Laoyan, S. (2022). Usa estas estrategias para ayudar a tu equipo a desarrollar habilidades para la resolución de problemas. Asana. https://asana.com/es/resources/problem-solving-strategies

Leal, S., & Bong, S. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 39(84), 71-93. https://www.redalyc.org/pdf/3761/376140399004.pdf

Llinares S., Krainer K., Brown L. (2020) Docentes y currículos de matemáticas. En: Lerman S. (eds) Enciclopedia de Educación Matemática. Springer, Cham. https://doi-org.bdigital.udistrital.edu.co/10.1007/978-3-030-15789-0_111

Leal Huise, Sandra, & Bong Anderson, Simón. (2015). La resolución de problemas matemáticos en el contexto de los proyectos de aprendizaje. *Revista de Investigación*, 39(84), 71-93. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010-29142015000100004&lng=es&tlng=es

Lemonidis, C., Tsakiridou, H. y Meliopoulou, I. (2018). Conocimiento del contenido pedagógico y del contenido de los profesores en servicio en los cálculos mentales con números racionales. Int J of Sci and Math Educ 16, 1127-1145. https://doi-org.bdigital.udistrital.edu.co/10.1007/s10763-017-9822-6

Lezaca, J. (2022). Concepciones sobre el problema de investigación. *Apuntes Contables*, 89-91. https://revistas.uexternado.edu.co/index.php/contad/article/download/1313/1250/4716

López, M. (2018). Aprendizaje significativo. https://www.campuseducacion.com/blog/revista-digital-docente/aprendizaje-significativo/

Martínez, M. (2019). Una propuesta didáctica para introducir la educación para la ciudadanía global en la enseñanza universitaria. *Revista Electrónica Educare*, 23(2), 286-305. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1409-42582019000200286

Martínez, M., Cruz, P., & Rueda, R. (2018). Las hojas de trabajo en el desarrollo de la competencia comunicativa de los estudiantes no hispanohablantes en la Facultad Preparatoria. *Panorama Cuba y Salud*, 13, 352-357. https://www.medigraphic.com/pdfs/cubaysalud/pcs-2018/pcss181au.pdf

Metaute Mesa, M. M. (2017). Una propuesta de aprendizaje significativo para entender el concepto de fracción como parte del todo, con alumnos de sexto, del sector rural, en Amalfi. Amalfi (Tesis de pregrado). http://repository.ucc.edu.co/handle/ucc/7466.

Miranda, Y. (2022). Aprendizaje significativo dese la praxis educativa constructivista. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria Koinonia*, 7(13), 78-87. https://www.redalyc.org/journal/5768/576870356004/576870356004.pdf

Montero, L., & Mahecha, J. (2021). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la microestructura del texto. *Praxis & Saber*, 11(26). http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2216-01592020000200211

Monzón, R. (2020). Aplicación del Método Polya y aprendizaje de números racionales en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Nº 80128 Leoncio Prado de Huamachuco, Provincia de Sánchez Carrión, Año 2017. (Tesis de Grado, Universidad Nacional de Cajamarca), Perú. https://repositorio.unc.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14074/4420/Tesis%20Rosario%20Monz%C3%B3n.pdf?sequence=1

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. (Tesis de Grado, Universidad Autónoma de Manizales). Manizales. https://repositorio.autonoma.edu.co/bitstream/11182/531/1/Dificultades_errores_soluci%C3%B3n_problemas_n%C3%BAmeros_racionales.pdf

Moreno, E., & Piedra, D. (2018). Estrategia pedagógica mediada por las TIC para la resolución de problemas asociados al concepto de número racional. (Tesis de Grado, Universidad Cooperativa de Colombia), Bogotá, D.C.

Moreno, F. (2022). Enseñanza de los números racionales mediante el aprendizaje situado desde un proyecto hortícola en el grado 7° del Centro Etnoeducativo N.º 15, de Riohacha, La Guajira. (Tesis de grado, Universidad de La Guajira), Riohacha. https://repositoryinst.uniguajira.edu.co/bitstream/handle/uniguajira/647/Proyecto%20%20de%20Profundizacion%20MPTIC%20-%20Federman%20Moreno%20%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Muñoz, L., & Álvarez, M. (1991). Matemáticas nivel introductorio. Armenia: Universidad del Quindio.

Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista Latinoamericana de*

Investigación en Matemática Educativa, 17(1), 59-82. https://www.redalyc.org/pdf/335/33530083004.pdf

Pachón, F. (2021). Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos. (Tesis de Grado, Universidad de Antioquia). Medellín. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/19921/2/PachonFlor_2021_FormularProblemasActividad.pdf

Padierna, A., & Zapata, A. (2018). Noción de número racional de grado tercero: construcción de objetos abstractos a partir de acciones concretas. (Tesis de Grado, Universidad de Medellín), Medellín. https://core.ac.uk/download/231249974.pdf

Patiño, K., Prada, R., & Hernández, C. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. *Revista Boletín Redipe*, 10(9), 459-471. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1453/1372

Pérez, J., & Gardey, A. (2021). Definición de números racionales. https://definicion.de/numeros-racionales/

Perrin, G. (2011). Utilidad de la teoría de las situaciones didácticas para incluir los fenómenos vinculados a la enseñanza de matemáticas en las clases normales. *Revista Internacional Magisterio*, 39(1), 1-16.

Pineda, O. (2017). Algunas dificultades de aprendizaje en torno a los números fraccionarios y sugerencias ´para programas de intervención (Tesis de Grado, Universidad Cooperativa de Colombia), Bogotá, D.C. https://repository.ucc.edu.co/server/api/core/bitstreams/da5a8368-cb81-4cef-8f25-0e5016d3cd6e/content

Puga, L., Rodríguez, J., & Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía del Educación*, 20, 197-220. https://www.redalyc.org/journal/4418/441846839009/html/

Rizo, J. (2015). Técnicas de investigación documental. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua. 1-131. https://repositorio.unan.edu.ni/12168/1/100795.pdf

Rodríguez, J. (2017). Obstáculos representacionales en el aprendizaje de los números racionales. (Tesis de Grado, Universidad Autónoma de Manizales), Manizales. https://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/749/1/Obst%C3%A1culos_representacionales_aprendizaje_n%C3%BAmeros_racionales.pdf

Salazar, M., Martinic, S., & Maz A. (2013). Diseño de una investigación para identificar los significados de fracción que ponen de manifiesto los profesores de primaria en Chile. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática CIAEM. Brasil. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2472/997

Salinas, N., & Sgreccia, N. (2017). Concepciones docentes acerca de la resolución de problemas en la escuela secundaria. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 94, 23-45. https://core.ac.uk/download/pdf/95360085.pdf

Talero, L. (2020). Algunas dificultades en el reconocimiento y uso de los atributos propios de la fracción como parte-todo en contexto continuo. El caso de un grupo de estudiantes de grado cuarto. (Tesis de Grado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas), Bogotá, D.C. https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/26279/TaleroPintoLuisFelipe2020.pdf?sequence=1

Tascón, R. (2017). El aprendizaje de los números racionales a partir de los significados como operador y medida. (Tesis de Grado, Universidad del Valle). Cali. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/11250/CB-0525783.pdf?sequence=1

Yepes, M., & Bula, O. (2019). Comprensión del concepto de fracción en el marco de un proyecto Stem con estudiantes de Grado 3°, 4° Y 5° del C.E.R Esperanza en el Contexto Escuela Nueva. (Tesis de Grado, Universidad de Antioquia), Medellín.

Zona, J., & Giraldo, J. (2017). Resolución de problemas: escenario del pensamiento crítico en la didáctica de las ciencias. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 13(2), 122-150. https://www.redalyc.org/pdf/1341/134154501008.pdf

ANEXO 1. Prueba Diagnostica.

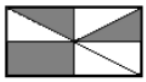
COLEGIO:
_____

NOMBRE:
_____

GRADO: _____ FECHA: _____ EDAD: _____ Años ____ Meses

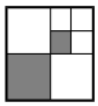
1. Escriba en palabras y en número a qué parte de área, de la figura dada en cada ítem, corresponde la región sombreada.

a.



_____ _____
Escriba en palabras En números

b.



_____ _____
Escriba en palabras En números

c.



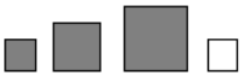
_____ _____
Escriba en palabras En números

d.



_____ _____
Escriba en palabras En números

e.



_____ _____
Escriba en palabras En números

11. De cada uno de los rectángulos dados (resaltados en línea gruesa) sombree la superficie que se indica:

a. Un cuarto del rectángulo



b. Un sexto del rectángulo.



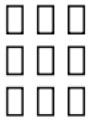
12. Tomando la unidad como un conjunto de objetos, diga a qué parte de la unidad corresponden las figuras sombreadas



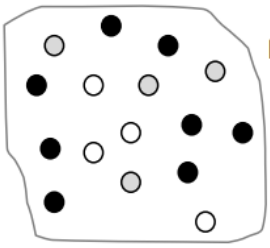
Estrellas

Escriba en palabras _____ En números _____

13. En el siguiente conjunto de objetos coloree los **dos tercios (2/3)** de sus elementos:



14. En el siguiente conjunto de canicas, ¿qué parte corresponde a cada color?



En negro: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

En gris: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

En blanco: ---------- Escribir en palabras ---------- En número

15. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) **la cuarta parte** de su longitud.

16. En cada uno de los siguientes segmentos señale los **tres quintos** de la unidad:

a.



b.



17. Dado el siguiente segmento señale con color (o resalte) **la sexta parte** de su longitud.



18. Ordene los siguientes números, de izquierda a derecha, iniciando con el menor y finalizando con el mayor.

½ ; ¼ ; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{3}$: _____

19. Efectúe las siguientes operaciones:

a. $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} =$

b. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} =$

c. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$

d. 2 x ½ =

e. $3 \div {}^{1}/_{3} =$