

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Razonamientos probabilísticos usados por estudiantes de grado 3º en experimentos aleatorios mediados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA)

Cristian Gonzalo Camacho Ruiz

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Educación

Maestría en Educación en Tecnología

Bogotá

2021

Razonamientos probabilísticos usados por estudiantes de grado 3º en experimentos aleatorios mediados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA)

Cristian Gonzalo Camacho Ruiz

Trabajo de Grado para optar por el título de

Magister en Educación en Tecnología

Modalidad: Profundización

Directora

Martha Bonilla.

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Educación

Maestría en Educación en Tecnología

Bogotá

2021

ARTÍCULO 23, RESOLUCIÓN #13 DE 1946 “La Universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y a la moral católica y porque las tesis no contengan ataques personales contra persona alguna, antes bien se vean en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia”

PÁGINA DE ACEPTACIÓN

_____

_____

_____

_____

_____

FIRMA DEL JURADO

_____

FIRMA DEL JURADO

_____

FIRMA DEL DIRECTOR

_____

Agradecimientos.

"Doy gracias a todas las personas que de alguna manera influyeron mi formación como magister en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, comenzando por el apoyo de mis padres y hermanos, tal vez fueron un pilar de amor incondicional con mucha sabiduría para alcanzar mis metas. Agradezco el gran apoyo dado por mis profesores, los cuales me hicieron aprender de mis errores y mis aciertos, sobre todo, me enseñaron a resolver problemas y cumplir metas, que es lo que estoy logrando hoy. Reconozco igualmente a mis compañeros de seminarios con los cuales compartimos ideas y conocimientos novedosos, por ello fueron personas importantes que me ayudaron a llegar hasta donde estoy en este momento.

Quisiera dar los nombres de todas las personas que se me pasan en la mente al escribir estos renglones, pero la extensión de la lista sería muy larga, por ello solo especificare el gran apoyo recibido por mi directora de tesis Martha Bonilla en la culminación exitosa de esta tesis y como tal, mi último aprendizaje en mi formación como magister"

Cristian Gonzalo Camacho Ruiz

Resumen.

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Distrital Francisco José de Caldas – RIUD -
Título del documento	Razonamientos probabilísticos usados por estudiantes de grado 3º en experimentos aleatorios mediados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA)
Autor	Camacho Ruiz Cristian Gonzalo
Director	Bonilla Estévez Martha Alba
Publicación	Digital
Unidad patrocinante	Maestría en Educación en Tecnología
Palabras Claves	Probabilidad, AVA, razonamiento probabilístico, experimentos aleatorios, simuladores.

2. Descripción

La educación matemática en básica primaria, en particular la enseñanza de los conceptos asociados a la probabilidad, se han estructurado, renovado y complementado con los cambios sociales y tecnológicos que sufre frecuentemente la sociedad en la actualidad, como cualquier campo de la educación.

El presente estudio de profundización se ocupa de algunos aspectos del razonamiento probabilístico mostrado y logrado por estudiantes de grado 3º de educación primaria durante una secuencia de actividades de 5 sesiones a través de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), el estudio se llevó a cabo con 20 niños con edades entre los 8 hasta los 10 años.

En la formación escolar tradicional "muchos profesores hacen un énfasis excesivo en la enseñanza de fórmulas en lugar de seguir las directrices actuales que recomiendan el trabajo basado en proyectos, resolución de problemas y experimentación con fenómenos aleatorios" (Batanero, Ortiz y Serrano, 2007, p.4), así que el presente estudio buscó una forma alternativa a la tradicional para enseñar los conceptos asociados a la probabilidad básica a niños mediadas con el uso de la tecnología.

La integración entre matemáticas y tecnología como un posible progreso en los procesos de enseñanza se representó desde la creación de nuevos recursos que acercan los estudiantes a una experimentación e interacción con conceptos que a veces pueden parecer muy abstractos, por ejemplo, en el estudio se muestran algunos recursos digitales que permiten presentar

experimentos aleatorios de situaciones en contextos cercanos a los estudiantes e incluidos en un AVA, con algunas recomendaciones para tener en cuenta en los diseños y algunos errores que se presentaron al llevarlos al aula. También se muestran clasificaciones en niveles de razonamiento probabilístico de los estudiantes y sus relaciones con las actividades de la secuencia planteada.

3. Fuentes

La revisión se llevó a cabo en el "repositorio Funes" de educación matemática y las bases de datos "Springer Link", "Taylor & Francis" y "Scopus", en ella sólo se incluyen artículos relacionados con educación de la probabilidad y educación en y con tecnología; con eso se excluyen los artículos referentes a matemáticas, probabilidad, ingenierías y tecnología puras; en los artículos incluidos se busca que su población sea únicamente de grados de educación primaria. También se usan algunas actas de conferencia o capítulos de libros que son una fuente teórica muy completa para este estudio.
Finalmente, se invita al lector a revisar el último capítulo del estudio con todas las referencias a los trabajos utilizados en este estudio.

4. Contenidos

Este estudio se presenta en siete capítulos organizados de la siguiente manera:

El capítulo I presenta el planteamiento del problema, la pregunta orientadora, la justificación y los objetivos del estudio. El capítulo II detallan los antecedentes consultados relacionados con los trabajos e investigaciones que se han ocupado de la enseñanza de la probabilidad y el uso de recursos tecnológicos en educación primaria, junto con un marco teórico que muestra aspectos didácticos, matemáticos y tecnológicos necesarios en este estudio. El capítulo III refiere a la metodología de investigación cualitativa, también describe los instrumentos utilizados para recoger datos. En el capítulo IV se describe la población objeto de estudio, los diseños de la secuencia de actividades y el diseño del AVA. En el capítulo V se realiza el análisis de datos. Posteriormente, se exhibe el capítulo VI que corresponde a las conclusiones y recomendaciones del estudio, por último, se encuentra el capítulo VII con las referencias bibliográficas. Un apartado extra muestra algunos anexos que complementan lo expuesto en el estudio.

5. Metodología

Se realiza una descripción de los aspectos más importantes acerca de la metodología de investigación cualitativa utilizada en este trabajo, complementada con una descripción de tipo cuantitativo basados en las respuestas de los estudiantes, también están los métodos de recolección de información.

6. Conclusiones

Se observó un cambio favorable en los niveles de razonamiento probabilístico de los estudiantes donde la mayoría de la población empezó en la sesión 2 ubicándose en los niveles subjetivo y transicional, el 55% en el nivel subjetivo y el 40% en el transicional, luego al finalizar la quinta sesión se ubica la mayoría de la población en los niveles transicional y cuantitativo informal, el 80% de la población se encuentra en estos niveles, lo cual es un logro satisfactorio y podría

indicar que los recursos utilizados en el AVA y la secuencia de actividades influyeron acertadamente en el avance del proceso educativo de los estudiantes.
Con el desarrollo de esta experiencia también se desea aportar en el fortalecimiento del uso de la tecnología en los colegios, ya que se ve una oportunidad de formación tanto para docentes como para estudiantes y fue una gran oportunidad para adaptarse a los nuevos procesos virtuales surgidos del aislamiento preventivo a causa del covid en el año 2020.

Elaborado por:	Cristian Gonzalo Camacho Ruiz
Revisado por:	Martha Alba Bonilla Estévez

Fecha de elaboración del Resumen:	10	01	2021

Tabla de contenido

Capítulo 1 3

1.1 Planteamiento del Problema. 3

1.2 Objetivos 6

1.3 Justificación 7

Capítulo 2 11

2.1 Antecedentes 11

2.1.1 Metodología de la revisión de literatura. 11

2.1.2 Razonamiento probabilístico, intuición y lenguaje. 14

2.1.3 Enseñanza de la probabilidad. 17

2.1.4 Tecnología en la enseñanza de la probabilidad. 20

2.2 Marco Teórico 22

2.2.1 Aspecto didáctico 22

2.2.2 Aspecto matemático 28

2.2.3 Aspecto del uso de la tecnología 31

Capítulo 3 34

3.1 Metodología 34

3.1.1 Aspectos metodológicos del estudio. 34

3.1.1.1 Enfoque de la Investigación: Cualitativa. 34

Capítulo 4 40

4.1 Diseño de la estrategia didáctica. 40

4.1.2 Plan de análisis. 60

4.1.3 Diseño del AVA. 62

4.1.4 Metadatos del AVA 67

Capítulo 5 69

5.1 Análisis de datos 69

5.1.1 Sesión 1. 69

5.1.2 Sesión 2: 73

5.1.3 Sesión 3. 81

5.1.4 Sesión 4. 85

5.1.5 Sesión 5. 87

Capítulo 6 95

6.1 Conclusiones 95

6.2 Recomendaciones: 97

Capítulo 7: Referencias Bibliográficas 99

Anexos 106

8.1 Anexo 1: Carta de consentimiento informado 106

8.2 Anexo 2: Resultados del experimento de saltos 107

8.3 Anexo 3: Respuestas y códigos del experimento C 110

8.4 Anexo 4: Respuestas a la estrategia ganadora. 112

Lista de tablas

Tabla 2-1 27

Tabla 4-1 41

Tabla 4-2 60

Tabla 4-3 67

Tabla 5-1 70

Tabla 5-2 72

Tabla 5-3 75

Tabla 5-4 76

Tabla 5-5 77

Tabla 5-6 80

Tabla 5-7 81

Tabla 5-8 82

Tabla 5-9 83

Tabla 5-10 84

Tabla 5-11 85

Tabla 5-12 86

Tabla 5-13 88

Tabla 5-14 89

Tabla 5-15 90

Tabla 5-16 92

Lista de figuras

Figura 2-1.Conexiones de los conceptos claves en los artículos. 13

Figura 3-1.Ejemplo de Encabezado y preguntas en el cuestionario 1, dentro de la plataforma Google Formularios. 36

Figura 4-1. Pescador y peces. 47

Figura 4-2.Imagen del simulador de pesca creado para trabajar el experimento: Pez Color. 47

Figura 4-3. Pregunta 1 49

Figura 4-4.Pregunta 2 50

Figura 4-5. Opciones de respuesta pregunta 3. 50

Figura 4-6.Tablero para mover los caballos de acuerdo al color. 51

Figura 4-7.Ruleta que indica el color del caballo que se debe mover en cada turno. 52

Figura 4-8. Cambio de ruleta 1. 53

Figura 4-9.Cambio de ruleta 2. 54

Figura 4-10.Cambio de ruleta 3. 54

Figura 4-11. Opciones de respuesta experimento 4. 55

Figura 4-12.Opciones de respuesta experimento 4. 56

Figura 4-13. La estrategia ganadora. 57

Figura 4-14.Recurso virtual sobre azar y experimentos aleatorios. 58

Figura 4-15. Personajes usados. 64

Figura 4-16. Ejemplo de cuestionario empleado. 65

Figura 4-17. Tableros. 66

Figura 5-1.Pescador y peces. 74

Figura 5-2. La estrategia ganadora. 92

Introducción

El presente estudio de profundización responde a un trabajo sobre la educación en probabilidad y su relación con las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), desde la creación de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA). Tal como lo indica Bennàssar, García, Vázquez y Manassero (2010) y coincidiendo con diversas reformas educativas, se debe reivindicar la necesidad de una alfabetización científica y tecnológica como parte de la educación de todas las personas. Así, una necesidad de la educación actual es que toda la ciudadanía alcance unos conocimientos útiles sobre ciencia y tecnología.

Una opción para aprender estos conocimientos está en el mismo uso de la tecnología, por ejemplo Torres (2005) afirma que los programas educativos, se pueden quedar anclados en el pasado si no se integran con los nuevos canales de comunicación que se adhieren progresivamente a la sociedad, debido a esto, se espera que se utilicen materiales multimedia como herramientas que ayuden a cambiar la idea del conocimiento y den una nueva perspectiva con metodologías diferentes a las tradicionales.

Uno de los mejores apoyos multimedia a la educación está en la web, con sus respectivos recursos, ya que según Torres (2005) esta tecnología puede adecuarse perfectamente a la educación, pero su uso puede ser dado para bien o para mal, o simplemente puede estar pensado para un objetivo el cual en ocasiones no se cumple. De cualquier forma, sea el material que sea que se utilice en la enseñanza: el libro de texto, el retroproyector, las diapositivas, el ordenador, etc., se debe procurar cumplir los procesos de enseñanza y aprendizaje de la mejor forma.

Para este estudio se tiene en cuenta el desarrollo de un AVA, ya que sin duda alguna es un dispositivo didáctico muy cercano a los estudiantes, toda vez que la formación desde internet, la educación virtual y el uso de recursos digitales, están a la orden del día en la sociedad actual. Incluso la crisis generada por el coronavirus durante los años 2020 y 2021 generó una situación de aislamiento entre las personas y de inmediato se dio un cambio sustancial en la forma cómo se participa en el proceso educativo, así que los procesos de formación a distancia y el uso de tecnologías digitales se convierten en una solución a los efectos negativos de dicha crisis.

Por último, cabe mencionar que este estudio se presenta en seis capítulos organizados de la siguiente manera:

El capítulo I presenta el planteamiento del problema, la pregunta orientadora, la justificación y los objetivos del estudio. El capítulo II muestra los antecedentes teóricos desde los trabajos e investigaciones que se han ocupado de la enseñanza de la probabilidad y el uso de recursos tecnológicos en educación primaria, junto con un marco teórico que muestra aspectos didácticos, matemáticos y tecnológicos necesarios en este estudio. El capítulo III refiere a la metodología de investigación cualitativa, también describe los instrumentos utilizados para recoger datos, la población objeto de estudio, los diseños de la secuencia de actividades y el diseño del AVA. En el capítulo IV se realiza el análisis de datos. Posteriormente, se exhibe el capítulo V que corresponde a las conclusiones y recomendaciones del estudio, por último, se encuentra el capítulo VI con las referencias bibliográficas. Un capítulo extra muestra algunos anexos que complementan lo expuesto en el estudio.

Capítulo 1

1.1 Planteamiento del Problema.

Desde los lineamientos curriculares para Colombia se indica que se debe trabajar en torno a pensamientos matemáticos, incluyendo al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, además, de acuerdo con los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) se define para el ciclo de los grados primero a tercero de educación primaria, los siguientes estándares: Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos; también en complemento se espera, que un estudiante prediga si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.

Por lo anterior, el aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad se incluye en los planes de estudio de matemáticas en la educación primaria, pero no se le da la importancia que se deriva de las recomendaciones de política educativa, como lo expone Agnelli (como se citó en Osorio, Suárez y Uribe, 2011), manteniendo un énfasis en la enseñanza de contenidos y procedimientos como lo afirman Batanero, Ortiz y Serrano (2007), "muchos profesores hacen un énfasis excesivo en la enseñanza de fórmulas en lugar de seguir las directrices actuales que recomiendan el trabajo basado en proyectos, resolución de problemas y experimentación con fenómenos aleatorios" (p.4).

También "los estudios sobre libros de texto indican que es difícil encontrar un apoyo para cambiar el enfoque tradicional (de enseñanza-aprendizaje), ya que estos presentan una visión sesgada o incompleta del tema" (Cañizares, Batanero, Serrano y Ortiz, 1999). De esta forma se observan dificultades en los recursos didácticos que se eligen para la enseñanza de la probabilidad y el énfasis que se le da a la enseñanza prioritaria de fórmulas, toda vez que "La comprensión del

azar no se alcanza espontánea y completamente en la edad adulta porque nuestro pensamiento está orientado a explicaciones deterministas, debido a las tradiciones culturales y educativas" (Fischbein, citado en Batanero, 2016).

En este sentido, también se encuentran algunas dificultades propias de la misma enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y su relación con el currículo general de matemáticas en educación primaria, por ejemplo Batanero (2013) indica que es importante analizar los razonamientos de los niños en la enseñanza de la probabilidad, porque las ideas que se manejan en esta materia son muy abstractas, cosa que no sucede con el resto del currículo de matemáticas donde lo geométrico o lo numérico se concretizan a objetos físicos de una manera muy natural.

También indica Batanero (2013) la falta de reversibilidad como una de las características de los experimentos aleatorios "ya que no podemos manipular estos fenómenos para producir un resultado específico, ni devolver los objetos a su estado inicial deshaciendo la operación" (p.2), así que una vez se llega a un resultado en un experimento aleatorio, no es posible devolver los objetos a su estado inicial, si se gira la flecha de una ruleta y cae cierto resultado, luego es imposible girar la flecha en el sentido contrario con la creencia que se devolverá a su posición inicial. Como si puede suceder con otros conceptos matemáticos, por ejemplo, la adición $5 + 7 = 12$ en la cual, si se realiza la operación contraria a la adición, una sustracción, esta devolvería la operación a los elementos iniciales, $12 - 7 = 5$ o $12 - 5 = 7$, por lo que se puede concluir que "esta falta de reversibilidad de los experimentos aleatorios sin duda influye en el desarrollo más tardío de las nociones de probabilidad" (Batanero, 2013, p.2).

Otra dificultad de la enseñanza de la probabilidad tiene que ver con las limitaciones del enfoque frecuencial que se desarrolla en un aula, por lo tanto, se debe comprender, tanto por el docente como por el alumno que en los experimentos aleatorios "las muestras pequeñas de resultados son

menos fiables que las muestras grandes" (Godino, Batanero y Cañizares, 1987). De esta forma los estudiantes realizan pocas experimentaciones y sacan conclusiones erróneas con pocos resultados, o simplemente sacan conclusiones anticipadas que podrían determinar malos aprendizajes.

Un último problema tiene que ver con el manejo de la intuición al enfrentar experimentos aleatorios, "en las decisiones y juicios de probabilidad en la vida cotidiana nos dejamos llevar por la intuición que con frecuencia nos engaña y cometemos falacias" (Batanero, 2006). En algunos casos ni siquiera la enseñanza formal de la probabilidad puede cambiar estas ideas dominadas por la intuición.

En el caso particular del colegio Gimnasio los Arrayanes Bilingüe, ubicado en Bogotá, institución en la que se va a desarrollar el presente estudio con la participación de un grupo de 20 estudiantes de grado 3º, con edades entre los 7 y 9 años, luego de hablar con algunos docentes del área de matemáticas, ellos indican que en el colegio se trabaja por ciclos y que se intenta trabajar todos los pensamientos matemáticos al mismo tiempo, incluyendo el pensamiento probabilístico en cada bimestre académico, aun así, se destina poco tiempo al desarrollo de este último.

Después de observar todas las dificultades descritas anteriormente, este estudio pretende dar respuesta a la siguiente pregunta orientadora, en busca de aportar elementos para combatir dichas dificultades.

¿Cuáles son las nociones y razonamientos usados por los estudiantes de grado 3º al resolver situaciones o experimentos aleatorios dispuestos en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA)?

1.2 Objetivos

Objetivo General:

Caracterizar nociones y razonamientos del pensamiento probabilístico que son utilizados por estudiantes de grado 3° al resolver situaciones o experimentos aleatorios dispuestos en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

Objetivos Específicos:

Analizar razonamientos usados por los estudiantes referentes a las nociones de espacio muestral, probabilidad de eventos y comparación de dichos eventos.

Implementar una propuesta didáctica mediada por un AVA que permita la visualización de aspectos del pensamiento probabilístico de los estudiantes.

Utilizar simuladores virtuales que permitan representar experimentos aleatorios para niños, como alternativa a las actividades tradicionales de aula.

Evaluar los procesos generados en la interacción de los estudiantes con el AVA, incluyendo aciertos y posibles fallos en el diseño del mismo.

1.3 Justificación

El presente estudio se fundamenta legalmente por tres documentos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los cuales brindan pautas para orientar la educación colombiana, dichos documentos son: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas expedidos en el año de 1998, los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas del año 2006 y Las Orientaciones Generales para la Educación en Tecnología del año 2008.

El primer documento: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), son orientaciones y guías que justifican las matemáticas en la vida diaria y su relación con el uso en la escuela, estos aportan razones teóricas y prácticas sobre la necesidad de trabajar distintos tipos de pensamiento matemático en los diferentes grados, además de proponer algunas pautas para tener en cuenta al participar del proceso de enseñanza-aprendizaje en la escuela.

En los Lineamientos se describen cinco tipos de pensamiento y para este estudio se hace mayor énfasis en el uso del pensamiento aleatorio, tal como lo indica el MEN (1998):

> Pensamiento aleatorio para la comprensión de fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias. Particularmente en el conocimiento matemático escolar este carácter globalizante se asume cuando el énfasis se hace en el tratamiento de situaciones no deterministas, en donde la recolección, la organización y la representación de los datos obedece a una intencionalidad que les dé sentido, que guíe su interpretación para la toma de decisiones y posteriores predicciones. (p.17)

Un aspecto importante, relevante para el presente proyecto, es la importancia dada al trabajo de las nociones de aleatoriedad y probabilidad a partir del planteamiento y solución de situaciones no

deterministas o aleatorias, cercanas a la vida cotidiana y útiles para la toma de decisiones. Batanero y Godino (2002) indican que la razón principal para introducir el estudio de situaciones aleatorias en primaria es que básicamente tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana.

Por otro lado, los lineamientos brindan pautas para el desarrollo de la clase de matemáticas y el uso de nuevas tecnologías, indicando que "antes de pensar en la introducción de los … computadores en el aula, es preciso pensar primero en el conocimiento matemático tanto desde la disciplina misma como desde las transposiciones que éste experimente para devenir en conocimiento enseñable" (MEN, 1998, p.17).

Luego de estas pautas brindadas por los Lineamientos, se usa un segundo documento el cual determina y especifica lo que se debe tener en cuenta para la enseñanza del primer ciclo de educación de grado 1º a 3º en el pensamiento probabilístico. Así, en los estándares básicos de competencias (MEN, 2006) se definen los siguientes estándares: Explico (como estudiante) –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos; también en complemento se espera, que un estudiante prediga si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.

Como apoyo a los documentos expuestos anteriormente, se usan los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de matemáticas para tercer grado, así el DBA seleccionado es el número 11, que indica: (El estudiante) "Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual)" (MEN, 2017, p.7)., y como descriptor se utiliza la primera evidencia:

"Formula y resuelve preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro." (MEN, 2017, p.7)

De otra parte, cabe mencionar que el documento de las Orientaciones Generales Para la Educación en Tecnología, propuesto por el MEN, indica que para el primer ciclo de 1º a 3º se debe usar este componente: Apropiación y uso de la tecnología, desde esta competencia: "Reconozco productos tecnológicos de mi entorno cotidiano y los utilizo en forma segura y apropiada" (MEN, 2008, p.16). con el desempeño: "Identifico y utilizo artefactos que facilitan mis actividades y satisfacen mis necesidades cotidianas (deportes, entretenimiento, salud, estudio, alimentación, comunicación, desplazamiento, entre otros)" (MEN, 2008, p.16). Así que, desde esta perspectiva, es totalmente viable hacer uso de medios tecnológicos, como el computador o un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) como mediadores del aprendizaje, que promueva nuevas formas de aprendizaje desde la transversalidad entre tecnología y probabilidad.

Anexo a los documentos curriculares, algunas investigaciones evidencian la importancia de los estudios en la enseñanza de la probabilidad desde el uso de tecnología, un ejemplo está en la investigación de Arnaldos y Faura (2011) en la cual mencionan la importancia de las simulaciones interactivas asociadas a los procesos de enseñanza, por tanto dichas simulaciones al poseer una presentación más atractiva a los estudiantes, permiten incidir de forma más directa en el aprendizaje de los mismos.

Chance, Ben-Zvi, Garfield y Medina (2007) se cuestionan sobre el papel que las herramientas tecnológicas pueden desempeñar para ayudar a los estudiantes a desarrollar la cultura estadística y el razonamiento probabilístico. Estos autores concluyen que todavía faltan más estudios sobre

las formas más productivas de integrar la tecnología en el aula de estadística en el desarrollo de razonamientos y determinar los medios adecuados para evaluar el impacto en el aprendizaje del estudiante en estos contextos.

También, Karen Ruiz (2013) concluye en su tesis que "para realizar futuras investigaciones y continuar el análisis de los recursos didácticos en Internet relacionados con la probabilidad, se puede considerar el desafío de diseñar unidades didácticas para la enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria que incorpore estos recursos" (p.84).

"Una manera de contribuir a mejorar la enseñanza de la teoría de las probabilidades en nuestro país, es por medio de la investigación" (Jiménez & Jiménez, 2005, p.13). Por todo lo anterior, se observa lo útil que puede llegar a ser usar la unión entre tecnología y probabilidad para el desarrollo de este estudio en la educación primaria.

Capítulo 2

2.1 Antecedentes

La educación matemática en básica primaria, en particular la enseñanza de los conceptos asociados a la probabilidad, se han estructurado, renovado y complementado con los cambios sociales y tecnológicos que sufre frecuentemente la sociedad en la actualidad, como cualquier campo de la educación. Así que, el objetivo de esta revisión de literatura, es describir los procesos vinculados con la enseñanza del concepto de probabilidad, complementados con el uso de Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) dentro de la relación entre matemáticas y tecnología.

Este estudio se organiza de la siguiente forma: la sección 1 presenta la metodología empleada para la revisión de literatura, seguida por la sección 2 de extracción de datos y análisis, los cuales brindan las relaciones encontradas al realizar la revisión de los tópicos principales, finalmente, se presentan las conclusiones.

2.1.1 Metodología de la revisión de literatura.

La revisión se llevó a cabo en el "repositorio Funes" de educación matemática y las bases de datos "Springer Link", "Taylor & Francis" y "Scopus". Luego se utilizaron las palabras claves dentro de las revistas disponibles, entre ellas están: "probabilidad (probability)", "pensamiento probabilístico (probabilistic thinking)", "Ambiente Virtual de Aprendizaje (Virtual Learning Environment)".

Para la búsqueda en el "repositorio Funes" como principal fuente de compilación de trabajos de habla hispana se utilizaron las palabras claves: "probabilidad" en la etiqueta de Nivel educativo: Educación Primaria (7-12 años). Mientras que, por la organización de las bases de datos, las

palabras claves se manejan únicamente en idioma inglés ya que cada artículo presenta las "keywords" en este idioma, así el artículo original esté escrito en su totalidad en otro idioma.

Para esta revisión sólo se incluyen artículos relacionados con educación de la probabilidad y educación en y con tecnología; con eso se excluyen los artículos referentes a matemáticas, probabilidad, ingenierías y tecnología puras; en los artículos incluidos se busca que su población sea únicamente de grados de educación primaria.

En la búsqueda se determinó que, en el tópico de probabilidad, se incluyen artículos desde el año 1.995 hasta la actualidad, en el tópico de Ambiente Virtual de Aprendizaje solo se incluyen los artículos de la última década, esto porque los tópicos tecnológicos se renuevan de manera más constante que los propios de matemáticas. La calidad de los artículos se justifica por el repositorio y las bases de datos utilizadas, los cuales tienen reputación como publicadores de investigaciones de alta calidad, así que esto incluye también la forma como revisan para aceptar o rechazar posibles artículos, que se complementa con la lectura completa realizada por el revisor de los artículos que se van incluyendo en este estudio.

Luego de la revisión de los artículos, se realizó el registro, en el software Mendeley de los 44 artículos seleccionados, después, con ayuda del software VOSviewer, se realizaron los siguientes esquemas, que representan las conexiones de los conceptos claves en los artículos, se presenta a continuación en la figura 2-1.

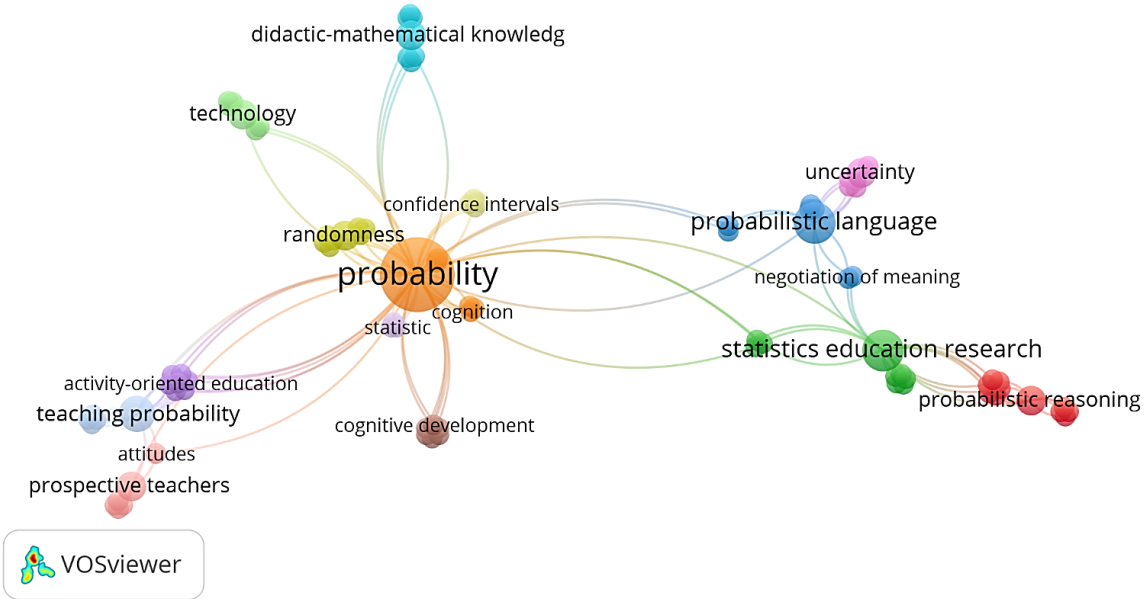


*Figura 0-1.*Conexiones de los conceptos claves en los artículos.

Fuente: Elaboración propia.

El propósito de la revisión de artículos antecedentes en la propuesta de profundización, es identificar los conceptos que se han vinculados con la enseñanza de la probabilidad en educación primaria en investigaciones y estudios previos. Así que los conceptos relevantes encontrados (en la figura 1) son: razonamiento probabilístico, significados y lenguaje; estos con el propósito de explicar experiencias o decisiones sobre situaciones de incertidumbre que son comunes en la cotidianidad (Ortiz y Alsina, 2017). Un segundo grupo de conceptos son: enseñanza de la probabilidad, didáctica, concepciones de profesores (para este estudio también es importante las concepciones de los estudiantes), que son conceptos tomados como guías para un cambio en el enfoque de enseñanza, que en algunos casos se basan en la simulación y los experimentos con el objetivo de proporcionar a los niños una experiencia estocástica desde su infancia (Estrada y Batanero, 2020). Otro concepto relevante es: la tecnología en la enseñanza, visualización, etc.; los cuales proporcionan un entorno que les permite a los estudiantes participar en una exploración lúdica, evaluar ideas y recibir comentarios (Litwin, 2005).

2.1.2 Razonamiento probabilístico, intuición y lenguaje.

En los siguientes párrafos se muestran los conceptos asociados al pensamiento probabilístico, empezando por su definición, luego se muestran algunos subconceptos asociados a intuición y lenguaje probabilístico.

El pensamiento probabilístico, es básicamente ese razonamiento o pensamiento que se usa para responder ante situaciones de incertidumbre, donde reina el azar. Una interpretación del pensamiento probabilístico permite ver en los ciudadanos su comprensión y comunicación de distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes (Ortiz y Alsina, 2017). Otra interpretación muestra el pensamiento probabilístico o razonamiento probabilístico como la inclusión de aspectos en el pensamiento relacionados con aleatoriedad, la distinción entre certeza e incertidumbre, la naturaleza de los ensayos experimentales, el espacio muestral, la distribución de probabilidad, etc. (Kazak y Confrey, 2007). Una tercera definición se relaciona con el razonamiento probabilístico entendido como todas las estructuras mentales subjetivas construidas o aplicadas con el propósito de explicar experiencias o decisiones sobre el azar y la probabilidad, dichas estructuras pueden variar en complejidad, desde conceptos y reglas intuitivas hasta teorías que conectan diferentes conceptos matemáticos (Schnell y Prediger, 2012). En conclusión, se afirma la idea que el pensamiento probabilístico es esa estructura mental, con la cual se razona ante situaciones de incertidumbre y aleatoriedad.

Con lo anterior se concluye que el pensamiento probabilístico se asocian los conceptos de intuición y lenguaje (probabilístico) que son relaciones mentales de este tipo de pensamiento. Las intuiciones se consideran como un conjunto de estructuras integradas que son fragmentos de

conocimiento potencialmente productivos que ya existen en el individuo (Paparistodemou, Noss, y Pratt, 2008). También, en los primeros niveles educativos se otorga especial importancia a la adquisición de lenguaje probabilístico (Ortiz y Alsina, 2017). Así se observa, la importancia de estos conceptos asociados como parte importante de lo que se denomina pensamiento probabilístico.

Otro concepto asociado es intuición en probabilidad, se debe tener en cuenta los aportes realizados por Fischbein quien describe las intuiciones como "procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, y tienen las siguientes características: inmediatez, globalidad, capacidad extrapolatoria, estructurabilidad y autoevidencia" (Fischbein, citado en Batanero, 2013, p.4). Las intuiciones por su característica de inmediatez, surgen frecuentemente de forma espontánea, no reflexiva.

Cuando se trabaja sobre intuición y se relaciona con la tecnología para fomentar el aprendizaje del pensamiento probabilístico, se debe tener en cuenta que las intuiciones probabilísticas deben ser desafiadas desde diferentes medios, incluyendo experimentos en ordenadores (Paparistodemou, Noss y Pratt, 2008). También, se debe considerar que los procesos de experimentación (incluidos los espacios virtuales) pueden reforzar o terminar con ideas intuitivas de los aprendices (Kazak y Confrey, 2007). De esta manera, se observa que la intuición unida a procesos de experimentación virtual puede fomentar el desarrollo del pensamiento probabilístico.

También se debe tener en cuenta el uso del lenguaje para el aprendizaje de la probabilidad. Parte importante de cualquier interacción se da por el uso de dicho lenguaje (Watson y Kelly,

2009). Las tecnologías de la información y la comunicación como apoyo a los procesos de enseñanza y aprendizaje deben estar mediados por un uso apropiado del lenguaje (Eichler y Vogel, 2012). Dentro de los problemas de probabilidad a ser trabajados en el aula, es importante usar palabras como: seguro, imposible, poco probable, etc., (Ortiz, Batanero y Contreras, 2012). De esta manera, se observa que el uso apropiado del lenguaje probabilístico influye en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El uso del lenguaje probabilístico influye en los procesos de interacción que se dan en el aula, incluyendo la tecnología. El uso de palabras cercanas al contexto de los estudiantes, podría determinar el éxito o no de la actividad matemática (Nilsson, 2013). La mayoría de fracasos en la enseñanza de la probabilidad están influenciados porque los estudiantes no comprenden el vocabulario usado en diversas situaciones (Nacarato y Grando, 2014). Los elementos de visualización que muestran las diversas herramientas tecnológicas están mediados por la interpretación del lenguaje probabilístico (Calderón, 2014). Por las razones expuestas anteriormente, se debe tener en cuenta la influencia del lenguaje probabilístico en las interacciones con las herramientas tecnológicas.

Luego de los aspectos conceptuales señalados, es importante reconocer algunos aspectos metodológicos relacionados con el pensamiento probabilístico y sus conceptos asociados. El primero de ellos, la intuición, fue trabajada desde un estudio exploratorio por Ortiz y Alsina (2017) utilizando un enfoque de investigación cualitativa, el estudio de caso como un diseño de investigación; según los autores esta metodología fue elegida porque les permitió explorar ideas intuitivas sobre el azar y la probabilidad basadas en el análisis de conceptos relacionados con su comprensión en niños. Por otro lado, Kazak, Wegerif y Fujita (2015) realizaron una investigación

cualitativa del proceso de estudio de lecciones de enseñanza de estadística y probabilidad en cuatro fases con alumnos de 5to grado (de 10 a 11 años de edad). Así que de los resultados de esos estudios se destaca la importancia de usar metodologías cualitativas en los procesos de estudio de las ideas intuitivas de los estudiantes.

2.1.3 Enseñanza de la probabilidad.

Otro concepto relevante es el de: enseñanza de la probabilidad, entiéndase esta como todos los procesos, herramientas y estructuras que intervienen en los procesos formativos de los conceptos asociados a probabilidad. Así la enseñanza de la probabilidad comprende todas las acciones educativas trabajadas durante procesos que fomentan de alguna manera el pensamiento probabilístico (Vásquez, 2017), a pesar de que la enseñanza de la probabilidad hace parte de la enseñanza de las matemáticas, el tratamiento de situaciones aleatorias hace que indiscutiblemente su enseñanza sea diferente a otras ramas de las matemáticas (Batanero, 2013). La enseñanza de la probabilidad debe diferenciar las ideas intuitivas de la probabilidad de la idea teórica propia de la aleatoriedad (Batanero, 2016). Con esto cabe recordar, que la enseñanza de la probabilidad es la unión de procesos que tienen como objetivo desarrollar el pensamiento probabilístico en los estudiantes.

Las primeras investigaciones sobre enseñanza de la probabilidad desde la perspectiva psicológica se encuentran en los estudios de Piaget e Inhelder realizados entre 1951 y 1975, en estos estudios los "autores tenían una concepción muy compleja del significado del azar… asumen que la comprensión del azar implica ideas previas de causa y efecto y razonamiento combinatorio" (Batanero, 2016. p.3). Así, asumen que los niños pequeños no pueden hacer la distinción entre

situaciones aleatorias y deterministas, sino hasta llegar a un estadio de pensamiento que generalmente coincide con la adolescencia.

Por el contrario, Fischbein (citado en Batanero, 2016) sugiere que los niños si pueden diferenciar las situaciones aleatorias de las deterministas y esto le abre paso al desarrollo de su pensamiento probabilístico, incluso antes de los 7 años. Aunado al manejo de las intuiciones primarias y secundarias, es posible el aprendizaje y desarrollo del pensamiento probabilístico desde la instrucción de la escuela y la exploración del medio, consecuentemente el avance en el aprendizaje de la probabilidad va asociado al aumento de la edad. "La comprensión del azar no se alcanza espontánea y completamente en la edad adulta, porque nuestro pensamiento está orientado a explicaciones deterministas, debido a las tradiciones culturales y educativas" (Batanero, 2016, p.1).

A continuación, se muestran algunos aportes de investigaciones que han trabajado la enseñanza de la probabilidad en educación primaria. En 1997 se publica la investigación titulada "A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability" (Un marco para evaluar y nutrir el pensamiento de los niños pequeños en probabilidad), en este documento se formula y valida un marco para evaluar el pensamiento probabilístico, los principales constructos incorporados en este marco fueron el espacio muestral, la probabilidad de un evento, las comparaciones de probabilidad y la probabilidad condicional. (Este marco es descrito en el marco teórico.). Sirviendo como guía para los procesos investigativos relacionados con el aprendizaje de la probabilidad en estudiantes de primaria.

En complemento a lo anterior es importante mencionar la tesis de la Doctora Jennifer Anne Way en 2003 titulada "The development of children's notions of probability" (El desarrollo de las nociones de probabilidad de los niños), en la cual describe la noción de probabilidad que alcanzan

74 niños de primaria (con edades de 4 a 12 años) en escuelas de Sídney – Australia que nunca habían recibido instrucción alguna sobre probabilidad en sus currículos escolares. Este estudio incluye la realización de un marco clasificatorio de estrategias intuitivas para realizar juicios probabilísticos después de la interacción con cinco juegos aleatorios (Way, 2003).

Siguiendo la misma línea de la tesis anterior, un estudio realizado por Kazak y Confrey en el año 2007 con 4 estudiantes de cuarto grado (con 9 años), titulado "Elementary school students' intuitive conceptions of random distribution" (Concepciones intuitivas de distribución aleatoria de los estudiantes de primaria) muestra las concepciones que alcanzan los estudiantes a medida que trabajan con una serie de actividades de probabilidad (Kazak y Confrey, 2007).

Luego las autoras Alfaro y Alpízar (2011) publican su experiencia titulada: "Estrategias didácticas para enseñar estadística y probabilidad en primaria: validación en el aula", en la cual muestran una experiencia de aula llevada a cabo en cuarto grado, donde se pusieron en práctica actividades para que los estudiantes se motiven frente al proceso de aprendizaje de la probabilidad en primaria. En esta línea también se publican investigaciones de Biehler y Pratt (2012) en el año 2012 titulada: "Research on the reasoning, teaching and learning of probability and uncertainty" (Investigación sobre el razonamiento, la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad y la incertidumbre.) y el estudio de las doctoras Schnell y Prediger en el mismo año, titulado " From "everything changes" to "for high numbers, it changes just a bit" " (De "todo cambia" a "para números grandes, cambia solo un poco"), etc.

Por último, cabe mencionar algunos aportes de la doctora Carmen Batanero, entre ellos están: en el año 2006 el estudio titulado "Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío

educativo", acá se trabaja el azar como parte de situaciones cotidianas de cualquier sujeto y su formación para la educación primaria y secundaria. Otro trabajo del año 2007 con la autoría de Batanero, Ortiz y Serrano se titula: "Investigación en didáctica de la probabilidad", donde se muestra un resumen de la investigación sobre la didáctica de la probabilidad y su panorama (Batanero, Ortiz y Serrano, 2007).

Pare el año 2013, la doctora Batanero publica el estudio: "La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación?" en el cual caracteriza algunas investigaciones "con el fin de orientar adecuadamente a los profesores para enseñar la probabilidad a niños en la educación primaria" (Batanero, 2013, p.1). Otro estudio es el de "posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria" del año 2016 donde se muestra una justificación de una introducción temprana de la probabilidad, ya que es algo que no sucede en todos los países.

2.1.4 Tecnología en la enseñanza de la probabilidad.

El tercer concepto relevante es el de: tecnología (aplicada en procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad). La educación con tecnología en el campo de las matemáticas promueve el uso de herramientas cercanas a los estudiantes que fortalezcan sus aprendizajes respecto a la medida de probabilidad en distintos eventos y/o experimentos aleatorios (Batanero y Serrano, 1995). Los softwares explotan las posibilidades digitales de las representaciones dinámicas y la visualización para proporcionar herramientas intuitivas para aprender sobre probabilidad (Bowers y Stephens, 2011). La educación con tecnología se ve como un complemento necesario porque básicamente estamos rodeados de aparatos tecnológicos en las casas y hacen

parte del contexto inmediato de los estudiantes. De esta manera se debe reconocer la tecnología como un eje central de los procesos de enseñanza de la probabilidad en primaria.

En la investigación de las autoras: Henriksen y Richardson (2017), ellas trabajan y explican el pensamiento de diseño y cómo se enfoca para enriquecer la enseñanza. Aquí, básicamente se habla de la importancia del diseño para mejorar el contexto de los estudiantes y cómo la creatividad en el diseño de actividades pedagógicas permite mejorar los resultados en el aprendizaje. En complemento a esto, la interactividad brinda motivación al aprendizaje de los estudiantes (Galeano, Agredo y Rivera, 2018). La interactividad fomenta el aprendizaje de cualquier asignatura ya que permite que los estudiantes utilicen distintos caminos para llegar al aprendizaje planeado (Maracci, Cazes, Vandebrouck y Mariotti, 2013).

La enseñanza de la probabilidad por medio de la tecnología es un apoyo a los procesos de visualización en matemáticas también, así que, en conclusión, las interacciones buscadas desde el AVA deben concebir elementos cercanos al pensamiento probabilístico de los estudiantes, desde el diseño, la interactividad y la selección acertada de las herramientas digitales por parte del docente.

2.2 Marco Teórico

Se presenta a continuación los aspectos didácticos, matemáticos y tecnológicos usados en el presente estudio.

2.2.1 Aspecto didáctico

En el desarrollo de este estudio es importante tener en cuenta algunos conceptos didácticos, el primero hace referencia a la importancia de la enseñanza de la probabilidad a edad temprana, incluyendo la aleatoriedad, los experimentos, el razonamiento probabilístico, las interpretaciones de la aleatoriedad y los niveles de clasificación de dicho razonamiento.

2.2.1.1 El azar, la aleatoriedad y sus experimentos.

Batanero y Godino (2002) indican que la razón principal para introducir el estudio de situaciones aleatorias en primaria es que básicamente tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana. Fischbein (1971, como se citó en Batanero 2016) sugiere que la intuición primaria del azar aparece antes de los 7 años, basándose en que los niños son capaces de elegir opciones de mayor probabilidad en juegos de azar sencillos, prácticamente dependiendo de la situación la mayoría de niños podrán responder o tomar una decisión.

Para autores como Serrado, Cardeñoso y Azcarate (2005) el azar hace referencia a una causa desconocida, que actúa sobre sucesos que resultan inesperados para quien los vive. El azar es "la supuesta causa de los sucesos no debidos a una necesidad natural ni a una intervención intencionada humana ni divina" (Batanero y Godino, 2002, p.739). El azar se relaciona con palabras como incierto, desconocido, indeterminado, aleatorio, etc.

La aleatoriedad es una noción compleja con dificultades epistemológicas, no solo por la estructura axiomática (operatoria) sino en su mismo significado, las expresiones relacionadas con la noción de aleatoriedad aparecen con frecuencia en el lenguaje cotidiano como en el de la escuela, "pero su significado, al referirse a una entidad abstracta, no queda univoca y nítidamente determinado, lo cual creará dificultades de comprensión en los estudiantes" (Batanero y Serrano, 1995, p.16).

Steinbring (1991) (como se citó en Batanero y Serrano, 1995) indica que el concepto de aleatoriedad se puede referir a dos dominios diferentes; formal e informal, el informal trata el azar como un patrón que explica los efectos para los que no se conoce causa o que son impredecibles; por otro lado, el dominio formal hace referencia a la idea de "sucesión aleatoria o sucesión de resultados de un mismo experimento realizado repetida e independientemente" cuya matematización se genera desde tablas de números aleatorios o fórmulas que generan "números pseudoaleatorios" con algoritmos de ordenador (Harten y Steinbring, 1983, como se cita en Batanero y Serrano, 1995).

Para efectos del presente estudio y teniendo en cuenta la población interviniente, se asumirá únicamente el dominio aleatorio informal que es el accesible a los estudiantes de grado tercero, por ello se debe tener en cuenta que "`Aleatorio´ a menudo se usa como descriptor, … para significar que no se ejerce premeditación o control sobre los resultados, sino que se deja al azar y el resultado es incierto" (Way, 2003).

Esta noción de aleatorio donde los resultados son inciertos requiere de la diferenciación entre las situaciones deterministas y las aleatorias; las primeras hacen referencia a situaciones que debido a cierta causa generan siempre el mismo resultado, pero las situaciones aleatorias como

cualquier situación o fenómeno que sea regido por la aleatoriedad, no brindan algún tipo de certeza sobre su resultado, incluso usando el mismo proceso para desarrollarla no garantiza de ninguna manera que se vuelva a obtener el mismo resultado.

Dentro de las situaciones, se denomina "experimento" a cualquier situación observable donde se conocen o se determinan unas características o condiciones iniciales (causas) y luego se puede conocer un resultado (Batanero y Godino, 2002). De la misma manera que en la diferenciación de las situaciones, se puede determinar que hay experimentos determinísticos y experimentos aleatorios, en los primeros se conoce con anterioridad a la experimentación un resultado con certeza, en los segundos se conocen con anterioridad a la experimentación los posibles resultados, pero no hay forma de saber cuál será el resultado antes de experimentar. Por último, cabe aclarar que según Batanero y Godino (2002) un suceso es "cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio" (p.742).

2.2.1.2 Probabilidad y Razonamiento probabilístico.

En los diálogos cotidianos y naturales es común encontrar referencias al azar, sobre todo en los juegos de niños, pero el estudio, aprendizaje y análisis de situaciones aleatorias requiere un elemento extra inherente al concepto de probabilidad, entiéndase que "el término probabilidad implica un acercamiento más formal a una situación que involucra el azar y generalmente implica cuantificación" (Way, 2003, p.3). Esta cuantificación requiere en primer lugar el reconocimiento del elemento de incertidumbre y luego el uso de un razonamiento.

Entendiendo el concepto de probabilidad algunos estudios muestran las interpretaciones de la misma, las interpretaciones que se pueden dar en un currículo de primaria son:

Interpretación Clásica.

La interpretación clásica es atribuida al matemático Laplace, esta interpretación también es conocida como probabilidad teórica, en esta interpretación la probabilidad de un evento es la relación de la cantidad de alternativas favorables o posibilidades sobre el número total de posibles resultados del experimento (Borovcnik, Bentz y Kapadia, 1812, citados en Way, 2003). Un ejemplo sería: en el experimento aleatorio de lanzar un dado de seis caras encontrar la probabilidad que salga la cara con el número tres, en este caso la probabilidad seria 1 de 6, ya que solo hay una alternativa con la cara tres de un total de seis caras que tiene el dado en total.

Interpretación frecuencial.

Esta interpretación se basa en la idea de: "la frecuencia relativa limitante de ocurrencia de un evento en un número infinitivo, o casi infinitivo, de ensayos" (Konold, 1991). Way (2003) indica que esta interpretación "se basa en el comportamiento a largo plazo de resultados aleatorios obtenidos" (p.4). Así que, entre más resultados se obtengan de un experimento aleatorio mejor será su aproximación a una medida de probabilidad teórica, el limitante de esta interpretación se basa en definir una cantidad conveniente de experimentaciones para tomar la medida de probabilidad, ya que se sabe que es imposible hacer un numero infinito de ensayos. "La interpretación frecuencial a veces es llamada probabilidad empírica" (Way, 2003, p.5).

Interpretación Subjetiva.

En contextos culturales o sociales, donde no hay un "generador aleatorio" como un dado o una ruleta; calcular un valor exacto de medida de probabilidad es una situación compleja y depende de analizar muchas variables del contexto, generalmente se debe hacer uso de la intuición o el sistema que se esté analizando. Según Way (2003) la probabilidad de un evento podría ser descrito como

el "grado de confianza" que un individuo tiene en la ocurrencia de ese evento" (p.5). Por ejemplo: responder a preguntas del tipo: ¿Cuál es la probabilidad de que una persona mayor a 50 años se siente al lado tuyo?, depende totalmente del conocimiento de las variables del contexto donde estés en el momento en que te hagan la pregunta (Way, 2003, p.5).

Los conceptos anteriores son constitutivos del razonamiento probabilístico, dicho razonamiento es definido por varios autores, a partir de destacar diferentes aspectos. Una primera interpretación afirma que ese razonamiento permite a los ciudadanos comprender y comunicar distintos tipos de información presentes en numerosas situaciones de la vida diaria en las que los fenómenos aleatorios, el azar y la incertidumbre están presentes (Ortiz y Alsina, 2017). Una segunda interpretación muestra el razonamiento probabilístico como la inclusión de aspectos en el pensamiento relacionados con aleatoriedad, la distinción entre certeza e incertidumbre, la naturaleza de los ensayos experimentales, el espacio muestral, la distribución de probabilidad, etc. (Kazak y Confrey, 2007). Una tercera definición relaciona el razonamiento probabilístico como todas las estructuras mentales subjetivas construidas o aplicadas con el propósito de explicar experiencias o decisiones sobre el azar y la probabilidad, dichas estructuras pueden variar en complejidad, desde conceptos y reglas intuitivas hasta teorías que conectan diferentes conceptos matemáticos (Schnell y Prediger, 2012).

Con las ideas de razonamiento probabilístico se consideran algunas como lo son: intuición, estrategia-heurística y lenguaje (probabilístico). Las intuiciones se consideran como un conjunto de estructuras integradas que son fragmentos de conocimiento potencialmente productivos que ya existen en cada individuo (Paparistodemou, Noss, y Pratt, 2008). También, en los primeros niveles educativos se otorga especial importancia a la adquisición de lenguaje probabilístico asociado a palabras como seguro, posible, probable, imposible (Ortiz y Alsina, 2017).

2.2.1.3 Niveles de razonamiento probabilístico de los estudiantes para responder ante situaciones aleatorias.

A fin de desarrollar el objetivo de este estudio, se utilizará como base el marco definido por Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1997) en la tabla 2-1, para evaluar el pensamiento probabilístico de niños de tercer grado y de esta manera clasificar los razonamientos asociados a nociones que utilicen los estudiantes.

Tabla 0-1

Marco redefinido para evaluar pensamiento probabilístico.

Constructo	**Nivel 1. Subjetivo.**	**Nivel 2. Transicional.**	**Nivel 3. Cuantitativo informal.**	**Nivel 4. Numérico.**
Espacio Muestral	Enumera un conjunto incompleto de resultados para un experimento de una etapa.	Enumera un conjunto completo de resultados para un experimento de una etapa. A veces enumera un conjunto completo de resultados para un experimento de dos etapas utilizando estrategias limitadas y no sistemáticas.	Enumera constantemente los resultados de un experimento de dos etapas utilizando una estrategia parcialmente generativa.	Adopta y aplica una estrategia generativa que permite una lista completa de los resultados para casos de dos y tres etapas.
Probabilidad de un evento.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios subjetivos. Reconoce eventos seguros e imposibles.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios cuantitativos, pero puede volver a juicios subjetivos.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios cuantitativos, incluyendo situaciones que involucran resultados no contiguos. Usa números informalmente para comparar probabilidades. Distingue “seguro,” “imposible,” y “posible” eventos, y justifica la elección cuantitativamente.	Predice el evento más / menos probable para experimentos de una sola etapa. Asigna una probabilidad numérica a un evento (Puede ser una probabilidad real o una forma de probabilidades.)

Comparaciones de probabilidad.	Compara la probabilidad de un evento en dos espacios de muestra diferentes, usualmente basado en varios juicios subjetivos o numéricos. No puede distinguir situaciones de probabilidad justas de injustas.	Hace comparaciones de probabilidad basado en juicios cuantitativos (puede no cuantificar correctamente y puede tener limitaciones cuando están involucrados eventos no contiguos) Empieza a distinguir situaciones de probabilidad justas de las injustas.	Hace comparaciones de probabilidad basado en juicios consistentes cuantitativamente. Justifica con razonamiento valido cuantitativamente., pero puede tener limitaciones cuando están involucrados eventos no contiguos. Distingue generadores de probabilidad justa e injusta basado en razonamiento valido numéricamente.	Asigna medidas de probabilidad numérica y compara. Incorpora resultados no contiguos y contiguos en la determinación de probabilidades. Asigna igual probabilidad numérica a eventos probablemente iguales.
Probabilidad condicional.	Después de una prueba de un experimento de una etapa, no se proporciona una lista completa de los resultados del evento si se pensaba que se dio una lista completa antes de la primera prueba. Reconoce cuando eventos seguros e imposibles surgen en situaciones de no reemplazo.	Reconoce que la probabilidad de algunos eventos cambia en situaciones de no reemplazo, sin embargo, el reconocimiento es incompleto y usualmente es restringido a sólo eventos que han ocurrido previamente.	Puede determinar cambios en las medidas de probabilidad en situaciones de no reemplazo. Reconoce que la probabilidad de todos los eventos cambia en situaciones de no reemplazo.	Asigna probabilidades numéricas en situaciones de reemplazo y no reemplazo. Distingue eventos dependientes e independientes.

Fuente: Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1997)

2.2.2 Aspecto matemático

En la teoría propia de las matemáticas se entiende que “la probabilidad (P) es un número comprendido entre 0 y 1 … la probabilidad puede ser igual a 0 cuando existe la imposibilidad absoluta, o igual a 1 cuando se tiene la completa certeza de la presentación del suceso” (Martínez, 2011), p.319). Si P denota una probabilidad entonces:

$$0 \leq P \leq 1$$

Definiciones complementarias según Triola (2009):

Un ***suceso*** o ***evento*** es el conjunto de resultados de un experimento.

Un ***suceso simple*** es un evento que ya no puede desglosarse en componentes más simples.

El ***espacio muestral*** de un experimento se compone de todos los eventos simples posibles.

Notación de probabilidades según Triola (2009):

P denota una probabilidad.

A, B y ***C*** denotan eventos o sucesos específicos.

P (A) denota la probabilidad de que ocurra el *evento A*.

Existen diferentes concepciones para definir una medida de probabilidad de un evento, a continuación, se definen tres de ellas:

2.2.2.1 Definiciones de probabilidad:

Aproximación a la probabilidad por frecuencias relativas:

Al realizar u observar un experimento un gran número de veces, se puede contar la cantidad de veces que el evento A ocurre en realidad, con base en resultados reales, P(A) se estima de la siguiente forma:

$$P(A) = \frac{número\ de\ veces\ que\ ocurrió\ A}{número\ total\ de\ veces\ que\ se\ realizó\ el\ experimento}$$

Definición clásica de la probabilidad:

Suponiendo que un experimento dado tiene *n* eventos simples distintos y que *cada uno de esos sucesos simples tiene la misma posibilidad de ocurrir*. Si el evento A puede ocurrir en *s* de estas *n* formas, entonces:

$$P(A) = \frac{número\ de\ formas\ en\ que\ puede\ ocurrir\ A}{número\ de\ eventos\ simples\ diferentes} = \frac{s}{n}$$

Probabilidades subjetivas:

P(A), la probabilidad del evento A, se estima con base en el conocimiento de las circunstancias relevantes del contexto y el análisis que se haga del mismo.

Eventos Incompatibles o Mutuamente Excluyentes.

"Se puede decir, que dos o más eventos son mutuamente excluyentes o incompatibles cuando uno de los eventos ocurre, ninguno de los otros puede ocurrir al mismo tiempo" (Martínez, 2011, p.324). Así, la probabilidad de ocurrencia de uno u otro utiliza *la regla de adición*.

$$P(A\ o\ B\ o\ C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

Eventos Compatibles o No Excluyentes.

Sucede cuando la ocurrencia de un evento no implica la ocurrencia del otro.

$$P(A\ o\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ y\ B)$$

Utilizando notación de conjuntos, la expresión podría ser:

$$P(A\ o\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ y\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ \cap\ B)$$

Eventos Independientes.

Se dice que dos o más eventos son independientes entre sí, cuando la ocurrencia de un evento no está relacionada con la ocurrencia de los otros. Sean tres eventos independientes A, B Y C, la probabilidad de que ocurra A, B y C se obtiene al multiplicar sus probabilidades, esto se conoce como la regla de la multiplicación.

$$P(A\ y\ B\ y\ C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Eventos Dependientes.

Se dice que dos o más eventos son dependientes cuando la ocurrencia de uno, determina la ocurrencia de los otros en un orden determinado.

$$P(A\ y\ B\ y\ C) = P(A) \cdot P(B\ /A) \cdot P(C\ /\ A\ y\ B)$$

Donde por ejemplo $P(B\ /\ A)$ es la probabilidad condicional de B respecto a A.

2.2.3 Aspecto del uso de la tecnología

Complementario a la didáctica en matemáticas, la tecnología usada como apoyo en la educación de la probabilidad se ve como una herramienta que potencializa varios procesos, por ejemplo, posibilita la visualización de nociones abstractas que son muy comunes en esta disciplina, también fomenta los procesos de comunicación entre todos los integrantes de la comunidad y permite crear espacios donde se pueden fomentar experimentos aleatorios que a veces no son tan fáciles de realizar por los estudiantes.

De acuerdo con Pratt y Kapadia (2009) “los maestros tienen que actuar como diseñadores para decidir cómo emplear las herramientas (tecnológicas) para dar forma a la forma en que los alumnos

piensan sobre la probabilidad y la estadística" (p. 215). De otro lado, varios autores afirman que la educación con tecnología en el campo de las matemáticas promueve el uso de herramientas cercanas a los estudiantes que fortalezcan sus aprendizajes respecto a la medida de probabilidad en distintos eventos y/o experimentos aleatorios, los softwares explotan las posibilidades digitales de las representaciones dinámicas y la visualización para proporcionar herramientas intuitivas para aprender sobre probabilidad (Pratt y Kapadia, 2009)., es decir la educación con tecnología es necesaria porque básicamente estamos rodeados de aparatos tecnológicos en las casas (Gilbert, 1995) y hacen parte del contexto inmediato de los estudiantes.

Como parte importante del uso de la tecnología en este estudio es necesario usar el modelo ADDIE que brinda las fases para el diseño de procesos virtuales en procesos de enseñanza-aprendizaje.

2.2.3.1 El modelo ADDIE en el diseño del AVA

El modelo ADDIE debe su nombre al acrónimo: "analize (análisis), designe (diseño), develop (desarrollo), implement (implementación) y evaluate (evaluación); que representan sus fases." (Morales, Edel y Aguirre, 2014, p.33). Las actividades metodológicas de este modelo se relacionan coherentemente con los modelos constructivistas y el uso de las Tecnologías de la Información y la comunicación (TIC) en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Con lo anterior, se puede indicar que este estudio usará este modelo para asociar el proceso educativo con los procesos virtuales que se planean para los estudiantes, por ello las fases a emplear son:

Fase Análisis: se identifican características de la población a investigar, se definen métodos para la recolección de la información con sus debidos instrumentos. Por último, se presenta un plan de análisis para el trabajo.

Fase Diseño: Diseño del AVA, diseño pedagógico de cada uno de sus componentes teniendo en cuenta aspectos didácticos para presentar información y generar interactividad con los estudiantes.

Fase de Desarrollo: Construcción del AVA, incluyendo los OVA que implican imágenes, cuestionarios digitales y los simuladores de experimentos aleatorios.

Fase de Implementación: Implementaciones de las sesiones de trabajo, incluyendo aciertos y dificultades en el AVA y en el proceso pedagógico.

Fase de Evaluación: estará presente de forma recurrente en todo el proceso, todas las fases, además indicará un análisis final del trabajo, incluyendo un análisis de los datos recolectados.

Todo lo anterior, implica que el diseño de Ambientes de Aprendizaje (AVA) sirve como el mismo contexto para la investigación y el análisis retrospectivo que se desarrolle e informará sobre posibles mejoras al diseño original desde una evaluación constante.

Capítulo 3

3.1 Metodología

En este capítulo se realiza una descripción de los aspectos más importantes acerca de la metodología de investigación utilizada en este trabajo, incluyendo el enfoque de la investigación cualitativa, los métodos de recolección de información, el modelo ADDIE. Todo lo anterior utilizando la investigación cualitativa, complementada con una descripción de tipo cuantitativo basados en las respuestas de los estudiantes.

3.1.1 Aspectos metodológicos del estudio.

3.1.1.1 Enfoque de la Investigación: Cualitativa.

La IC se enfoca en comprender los fenómenos o situaciones, explorándolos desde el punto de vista de los participantes en su contexto natural (Hernandez-Sampieri y Mendoza, 2018). “Seleccionas el enfoque cualitativo cuando tu propósito es examinar la forma en que ciertos individuos perciben y experimentan fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados” (Lindlof y Taylor, 2018, citado en Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018, p.390). Así que, esta metodología cualitativa va acorde con el objetivo de este estudio, el cual busca clasificar los procesos de razonamiento probabilístico que los estudiantes tienen al interactuar con situaciones aleatorias en un AVA

La Investigación Cualitativa (IC) se aplica con un esquema abierto de indagación que se va refinando, puntualizando o ampliando según lo que el investigador vaya comprendiendo de la situación, el proceso debe iniciarse con un plan de trabajo referencial. Este debe formularse a partir de una caracterización preliminar de las propiedades de la situación estudiada, con base en las

cuales se debe orientar el trabajo de campo en su primera etapa y cuyos resultados serán el criterio básico para seleccionar la población que debe ser observada, así como para escoger las técnicas de recolección de información (Bonilla y Rodríguez, 1997).

Esta metodología de IC según Bonilla y Rodríguez (1997) tiene tres momentos que muestran la base para un proceso que se retroalimenta con la experimentación y el conocimiento que se va adquiriendo de la situación:

- La definición de *la situación/problema,* que abarca la exploración de la situación, el diseño propiamente dicho y la preparación de trabajo de campo.
- El *trabajo de campo* que corresponde al periodo de recolección y organización de los datos.
- La *identificación de patrones* culturales que organizan la situación y que comprende tres fases fundamentales: el análisis, la interpretación y la conceptualización inductiva.

Teniendo en cuenta el objetivo de este estudio, se pueden usar las fases descritas anteriormente, ya que permiten un desarrollo centrado en el diseño y exploración de cualquier innovación educativa, en este caso, el diseño y desarrollo de una secuencia de actividades.

3.1.1.2 Métodos para la recolección de información.

Los datos cualitativos deben recogerse por medio de métodos, herramientas o instrumentos que permitan registrar la información tal y como es expresada, de forma verbal y no verbal, por cada persona involucrada en la situación. Se usan instrumentos como: entrevistas individuales y/o grupales, registros escritos, vídeos, testimonios, fotografías, actas, encuestas, etc.

3.1.1.3 Instrumentos para la recolección de datos.

Para el caso particular de este estudio, al tratarse de procesos en marcha y en los que el investigador se encuentra implicado, se usarán los instrumentos:

Cuestionarios digitales.

Un cuestionario es un "formulario que contiene las preguntas dirigidas a los sujetos objeto de estudio" (García, Alfaro, Hernández y Molina, 2006), p.232). En este estudio, los cuestionarios empleados se manejan desde el AVA en la plataforma Google Classroom – Formularios, lo cual los hace totalmente digitales, los estudiantes registran sus respuestas en algunos casos seleccionando una respuesta de opción múltiple o en otros casos registrando sus respuestas para justificar sus decisiones.

Ejemplo en el cuestionario 1:



*Figura 0-1.*Ejemplo de Encabezado y preguntas en el cuestionario 1, dentro de la plataforma Google Formularios.

Fuente: Elaboración propia.

Diario de campo.

El investigador recoge la información a partir de su participación directa en las sesiones de clase, se deja registro escrito de sucesos relevantes.

Según Bonilla y Rodríguez "el diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador, en él se toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo" (1997, p.129).

Se utiliza este instrumento para registrar los comentarios, las opiniones acerca de algunos aspectos de la gestión del aula o de los acontecimientos y las interacciones de los estudiantes desde la perspectiva del investigador, ya que esto permite identificar aspectos, dificultades, aciertos o gusto de los estudiantes en su interacción con el AVA.

Entrevista semiestructurada.

Por último, la entrevista semiestructurada se usa como complemento a la información que se puede obtener de los cuestionarios y las observaciones, ya que por la edad de los estudiantes los registros verbales complementan a los escritos. Se usa una estructura de diálogo entre estudiante y profesor, y se realiza durante las sesiones de trabajo. El profesor selecciona a los estudiantes de acuerdo con el siguiente criterio: mayor lejanía al intentar acertar el resultado, empezando por estudiantes que hicieron una predicción con más de 10 saltos de diferencia respecto a los resultados obtenidos, luego diferencias entre 5 a 9 saltos y por último los estudiantes que acertaron o su diferencia fue menor a 5 saltos.

Por ejemplo:

Profesor: ¿Podrías saber cuántos saltos puedes hacer en 30 segundos?

Estudiante: Sí (o NO)

Profesor: ¿Cuántos? y/o ¿Por qué?

Estudiante: 40 …

Profesor: podríamos intentarlo, usemos este cronometro. Cada vez que saltes vamos a ir llevando el conteo.

Profesor: pide que se registre la cantidad de saltos realizados en el chat y pregunta a algunos entrevistados, con un número muy similar entre el número que dijeron al principio y el resultado que comenten si ¿pensaron en alguna forma de saber con exactitud los saltos? También se hace la misma pregunta a estudiantes que quedaron con resultados muy lejanos.

Profesor: ¿Si volvemos a saltar otros 30 segundos, crees que el resultado será el mismo?

…

3.1.1.4 Técnicas de recolección.

Para el caso particular de la investigación cualitativa, al tratarse de procesos en marcha y en los que el investigador se encuentra implicado, se usarán las técnicas de:

Registro de audios.

Las seis sesiones de trabajo se grabarán en audio, este será tomado de la videoconferencia que se desarrollará entre el docente-investigador y sus estudiantes a través de la plataforma Meet.

Registro en cuestionarios virtuales.

Cada experimento dentro de las sesiones de clase, estuvo acompañado por preguntas presentadas en la aplicación: Formularios de la plataforma Google Clasroom. Todos los

estudiantes dejarán registradas sus respuestas en dicho espacio y los registros incluyen respuestas a preguntas de selección múltiple y a preguntas abiertas del estilo ¿Por qué elegiste ese color?, etc.

Registros visuales.

Fotos a las producciones de los estudiantes escritas en hojas por ejemplo a la experimentación en el juego: piedra, papel o tijera; o algunas capturas de pantalla tomadas por los estudiantes a los resultados obtenidos en los simuladores.

Etc.

Capítulo 4

4.1 Diseño de la estrategia didáctica.

En este capítulo se realiza una descripción de los aspectos más importantes acerca el diseño de la secuencia de actividades, el diseño del AVA y el modelo ADDIE.

Teniendo en cuenta todas las secciones anteriores de este estudio, donde se incluyen: la problemática, la justificación, el objetivo del estudio, los antecedentes y el marco de referencia conceptual, se presentan todos los aspectos a tener en cuenta para esta primera fase de análisis.

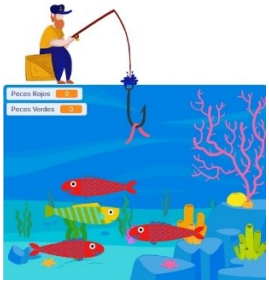
Las actividades de diseño en la secuencia de actividades buscan que los estudiantes empleen razonamientos para responder a cuestionamientos sobre experimentos aleatorios. Los experimentos aleatorios se usaron como tareas asociadas a partir de las cuales se evidencia el pensamiento probabilístico que tienen los estudiantes y como parte de entrevistas (diálogo profesor y estudiantes) que fueron grabadas en audio durante las sesiones de clase.

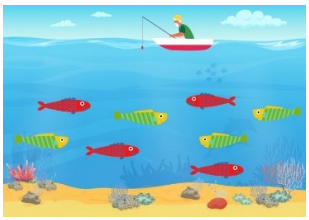
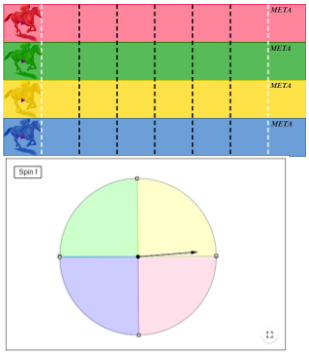
Las tareas se diseñaron teniendo en cuenta cuatro variables: el tipo de generador aleatorio (digital o físico), la visualización total o parcial del espacio muestral, la naturaleza de la comparación a realizar y el tipo de respuesta obtenida. Estas cuatro variables principales intentan abarcar una gama de temas y conceptos que podrían asociarse a ideas del pensamiento probabilístico.

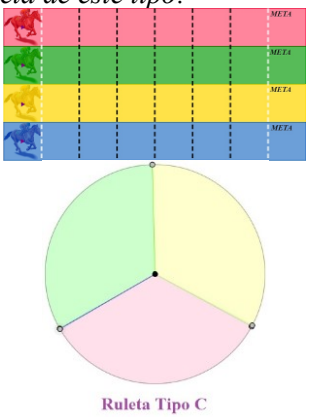
4.1.1.1 Fases de diseño y desarrollo de las actividades de aprendizaje.

En el diseño de la secuencia se tuvo en cuenta las siguientes actividades (mostradas en la tabla 4-1) distribuidas en 5 sesiones principales y una extra, cada sesión de 45 minutos:

Tabla 4-1
Sesiones de clase.

Sesiones.	Objetivos de aprendizaje para cada sesión.	Actividades.	Recursos.	Observaciones.
1.	Reconocer que, en las situaciones aleatorias, los resultados de cada experimentación producen resultados variables, es decir, que no siempre son el mismo resultado. Resolver preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro. Aprender a manejar e interactuar con el simulador de pesca.	***Experimento A:*** Predecir la cantidad de saltos en 30 segundos con los dos pies juntos. ***Experimento B:*** Jugar trece veces Piedra, papel o tijera. ***Experimento C: Pescando peces de colores.*** Se mostró a los estudiantes la figura de un estanque donde llega un pescador y observa que hay tres peces de un color rojo y uno de color verde. *(Observar la imagen a continuación.)*  Luego se realizan preguntas sobre posibles resultados al pescar en dicho estanque. Después se maneja la experimentación gran cantidad de veces en un simulador de este experimento aleatorio.	- Instrucciones e indicaciones de forma digital en el AVA. - Los estudiantes experimentan de forma física (vivencial, tangible) en sus casas. - El AVA utiliza el siguiente simulador para el experimento C: Simulador. *(Creación propia del autor de este estudio.)* - Se usa un cuestionario digital para registrar las respuestas de los estudiantes antes y después de ir experimentando. - Los estudiantes experimentan de forma totalmente virtual el experimento.	La sesión se desarrolló durante la sesión de clase y los estudiantes debieron terminar sus registros de resultados en el experimento B después de la sesión autónomamente. Las actividades se desarrollaron completamente en la sesión de clase y los recursos fueron del agrado de los estudiantes.

3.	Reconocer sucesos asociados al cambio del espacio muestral y la comparación de probabilidades en experimentos aleatorios.	***Experimento D: Pescando peces de colores 2.*** Se realizan preguntas parecidas a la sesión anterior, pero cambia el espacio muestral del experimento y los sucesos. Ejemplo de las preguntas en esta sesión: *Pregunta 2: ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces?* 	- Se usa un cuestionario digital para registrar las respuestas de los estudiantes. - El apoyo a las preguntas se presenta con imágenes que siguen el estilo del simulador.	Las actividades se desarrollaron completamente en la sesión de clase y los recursos fueron del agrado de los estudiantes. Los estudiantes realizan sus respuestas en base a la experimentación de la sesión previa.
4.	Resolver preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro. Aprender a manejar e interactuar con el simulador de carreras de caballos, incluyendo manejo de ruleta y tablero de caballos en geogebra.	***Experimento E: Carrera de caballos.*** Gana el primer caballo en pasar la meta, cada vez que gira la ruleta se mueve una casilla el caballo del color donde cae la punta de dicha ruleta. Imagen del tablero y la ruleta empleada. *(Observar las imágenes a continuación.)* 	- El AVA utiliza el siguiente tablero para mover los caballos de acuerdo al color de forma manual, no automática. Tablero. *(Creación propia del autor de este estudio.)* - Ruleta que indica el color del caballo que se debe mover en cada turno. Ruleta. *(Autores: George Sturr y Zeimusu.)* - Se usa un cuestionario digital para registrar las respuestas de los estudiantes antes y	Las actividades se desarrollaron completamente en la sesión de clase y los recursos fueron del agrado de los estudiantes.

			después de ir experimentando. - Los estudiantes experimentan de forma totalmente virtual el experimento.	
5.	Reconocer sucesos asociados al cambio del espacio muestral y la comparación de probabilidades en experimentos aleatorios.	***Experimento F: Carreras de caballos 2.*** Se realizan preguntas parecidas a la sesión anterior, pero cambia el espacio muestral del experimento y los sucesos. Ejemplo de las preguntas en esta sesión: *Experimento F2: Carrera con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo:*  Ruleta Tipo C *¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera? y ¿Por qué?*	- Se usa un cuestionario digital para registrar las respuestas de los estudiantes. - El apoyo a las preguntas se presenta con imágenes que siguen el estilo del tablero y la ruleta trabajados en la sesión anterior.	Las actividades se desarrollaron completamente en la sesión de clase y los recursos fueron del agrado de los estudiantes.
6.	Esta sesión es complementaria a lo experimentado en todas las sesiones anteriores, se presentó un recurso interactivo sobre azar.	Exposición desde un **recurso virtual sobre azar y experimentos aleatorios**. Se realiza un **conversatorio** donde se le pide a los estudiantes que den sus opiniones frente a lo trabajado en todas las	- Recurso virtual sobre azar y experimentos aleatorios. Recurso. *(Disponible en el repositorio educativo español EDUCA.)*	Las actividades se desarrollaron completamente en la sesión de clase y los recursos fueron del agrado de los estudiantes.

Por último, se realiza un conversatorio sobre algunas opiniones y/o conclusiones de los estudiantes sobre todo el trabajo realizado.	sesiones, que den ejemplos de sucesos posibles, probables, imposibles, etc. Y que algunos ejemplos estén relacionados con los experimentos trabajados en la plataforma.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se describe detalladamente cada sesión dentro de la secuencia didáctica establecida.

Preparación del diseño.

Las actividades de diseño en la secuencia buscan que los estudiantes empleen razonamientos para responder a cuestionamientos sobre experimentos aleatorios. Los experimentos aleatorios se usarán como tareas asociadas al pensamiento probabilístico que podrían (o no) tener los estudiantes y como parte de una entrevista (diálogo profesor y estudiantes) que será grabada durante la sesión de clase.

Las tareas se diseñaron teniendo en cuenta cuatro variables: el tipo de generador aleatorio (digital o físico), la estructura matemática del espacio muestral, la naturaleza de la comparación a realizar y el tipo de respuesta obtenida. Estas cuatro variables principales intentan abarcar una gama de temas y conceptos que podrían asociarse a ideas del pensamiento probabilístico.

En el diseño de la secuencia se van a tener en cuenta las siguientes actividades, definidas en 5 sesiones de clase de 45 minutos:

SESIÓN 1

Siguiendo las ideas de Fischbein lo primero que debe hacer un niño para poder emitir juicios en situaciones aleatorias es diferenciar entre situaciones aleatorias y deterministas en diversos contextos, por tanto, la primera sesión propone este tipo de tarea con el fin de determinar si

reconocen el carácter aleatorio de una experiencia en contraste con el carácter determinístico, esto es, reconocer que en un experimento aleatorio los resultados de cada experimento pueden ser diferentes y es imposible saber con anterioridad a la experimentación su resultado.

La tarea consiste en solicitarles a los estudiantes que a modo de experimentación piensen y registren sus respuestas en los siguientes experimentos aleatorios.

Experimento A: Realizar la mayor cantidad de saltos en 30 segundos con los dos pies juntos.

Gana el estudiante que antes de realizar los saltos indique la cantidad de saltos que va a hacer y después de finalizar los saltos, su cantidad sea exacta (o la más cercana).

Luego, se repite el experimento con la misma dinámica.

Experimento B: Jugar Piedra, papel o tijera.

Los estudiantes estando en casa deberán diligenciar la hoja de registro 1 y después de haber realizado el experimento y haber registrado sus respuestas en una hoja podrán subir las fotos de su trabajo a plataforma.

Experimento: Elige un adversario, puede ser tu hermano, papá, mamá, tío, etc. Van a jugar trece veces piedra, papel o tijeras y van a registrar los resultados.

Luego de jugar las trece veces, deben responder a las siguientes preguntas:

¿La próxima vez que juegues cuál será tu primera elección? ¿Por qué?

¿Si juegas contra otro adversario crees que ganarás o perderás? ¿Por qué?

Si acabas de PERDER una partida ¿Cuál opción escogerías para la siguiente partida? ¿Por qué esa opción?

Si acabas de GANAR una partida ¿Cuál opción escogerías para la siguiente partida? ¿Por qué esa opción?

¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar?

SESIÓN 2.

En esta actividad el aprendizaje esperado corresponde a: resolver preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias y cuantificar la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual) y como descriptor se utiliza la primera evidencia:

Formula y resuelve preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro. De esta forma para la actividad 2, se debe diferenciar eventos posibles de imposibles y eventos seguros. (Derecho Básico de Aprendizaje (DBA) 11 de matemáticas para tercer grado, el cual es: DBA 11):

Experimento: Pescando colores.

En el AVA se le muestra al estudiante la figura de un estanque donde llega un pescador y observa que hay tres peces de un color rojo y uno de color verde (Figura 4-1).

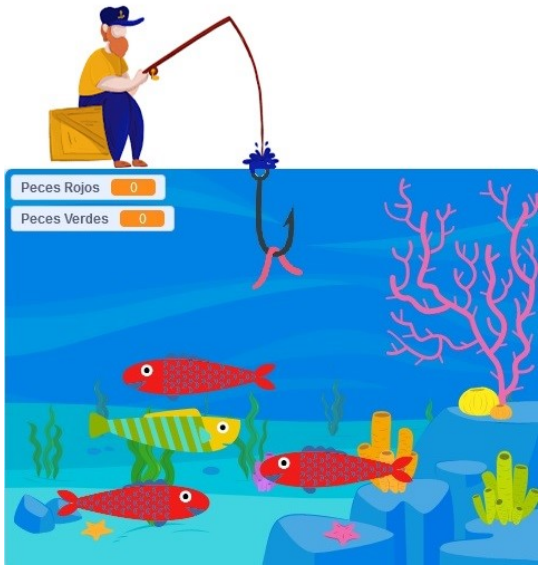


Figura 4-1. Pescador y peces.

Fuente: Elaboración propia.

El investigador preguntará a un estudiante ¿de qué color cree que será el primer pez que pesca el pescador? Y ¿Por qué cree que será de ese color?, después se realizara el experimento en el simulador creado para el AVA: https://scratch.mit.edu/projects/421973543/fullscreen/, observar en la figura 4-2 una imagen del OVA Pez Color, que es un simulador de pesca con reemplazo.



*Figura 4-2.*Imagen del simulador de pesca creado para trabajar el experimento: Pez Color.

Fuente: Elaboración propia.

El estudiante deberá seguir las instrucciones del docente y de esta forma aprenderá a manejar el simulador y llevará un orden para ir desarrollando diferentes preguntas antes y después del uso del simulador. Durante la sesión de trabajo los estudiantes podrán ir respondiendo las preguntas dejando registro en un cuestionario en la plataforma del AVA.

Luego de 20 minutos para ir aprendiendo el manejo del simulador e ir practicando de forma autónoma los estudiantes deberán empezar a responder las preguntas de acuerdo a los experimentos planteados para esta sesión de clase.

Experimento 1: Atrapar un pez.

Experimento 2: Atrapar 10 peces.

Experimento 3: Atrapar 20 peces.

Experimento 4: Atrapar 80 peces.

Antes y después de usar el simulador en cada experimento, los estudiantes deben responder las siguientes preguntas:

Ejemplo: Experimento 2: Atrapar 10 peces.

- Ahora prueba atrapando 10 peces. ¿De qué colores crees que serán? *(Pregunta ANTERIOR al uso del simulador para realizar el experimento 2.)*
- ¿Por qué crees que serán de ese color o colores? *(Pregunta ANTERIOR al uso del simulador para realizar el experimento 2.)*
- Mira el tablero de tu simulador y dinos ¿Cuántos peces atrapaste de cada color? Recuerda que en este experimento debes atrapar 10 peces en total. *(Pregunta POSTERIOR al uso del simulador para realizar el experimento 2.)*

Al terminar el experimento, el entrevistador-profesor preguntará: ¿si se pescan otros cinco peces podríamos saber de qué color serán? Si/no y ¿Por qué?, ¿Crees que es más fácil pescar un pez verde o uno rojo? ¿Por qué?, ¿La secuencia y el orden de los peces será el mismo en otra ronda de pesca? (los estudiantes ya conocen y han trabajado secuencias de figuras) ¿Por qué cambia el orden en la secuencia?

SESIÓN 3

En la sesión 3 se continúa el trabajo con los experimentos de los peces de colores, pero esta vez los aprendizajes son asociados al cambio del espacio muestral y la comparación de probabilidades en experimentos aleatorios, todo organizado en preguntas y situaciones presentados a los estudiantes de esta forma:

Pregunta 1: ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces? (Observar figura 4-3.)

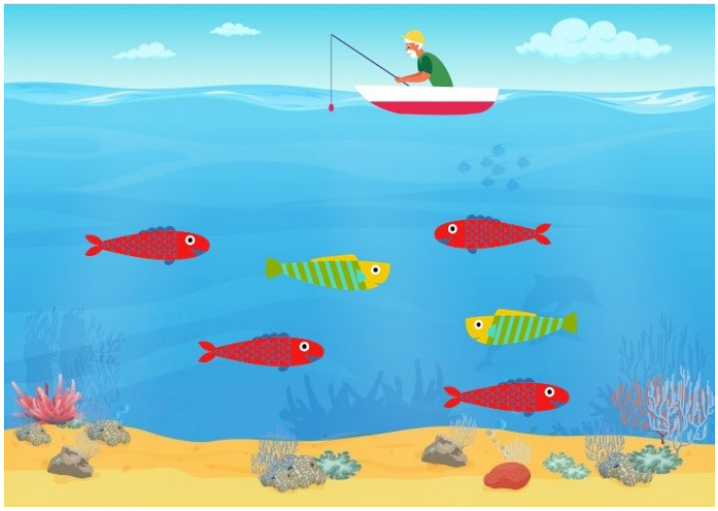


Figura 4-3. Pregunta 1.

Fuente: Elaboración propia.

. ¿Por qué crees que sería de ese color?

Pregunta 2: ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces? (Observar figura 4-4.)

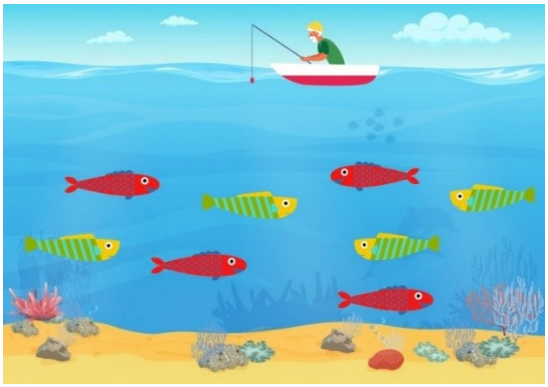


*Figura 4-4.*Pregunta 2.

Fuente: Elaboración propia.

¿Por qué crees que sería de ese color?

Pregunta 3: Si quieres atrapar un PEZ ROJO más fácilmente ¿En cuál estanque pescarías? (Observar figura 4-5.)

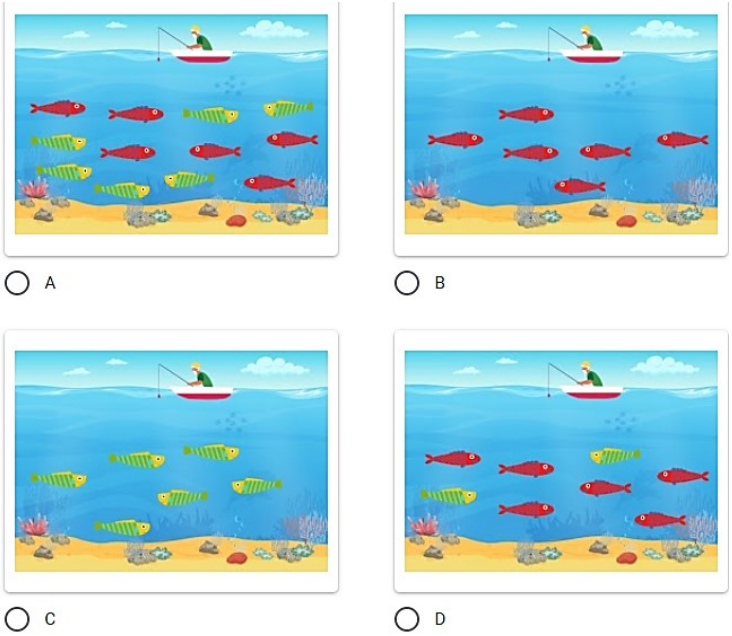


Figura 4-5. Opciones de respuesta pregunta 3.

Fuente: Elaboración propia.

En total son 7 preguntas similares a las anteriores donde los estudiantes siempre deberán dejar registro del porqué de sus respuestas, toda esta información queda guardada en un cuestionario dentro de la plataforma del AVA.

SESIÓN 4

Con el fin de que los estudiantes logren "Asignar la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la escala definida. Se comienza a trabajar probabilidad de forma intuitiva desde el uso de un simulador en experimentos sencillos" (DBA 11) se proponen los siguientes experimentos:

Experimento: Carrera de caballos.

Gana el primer caballo en pasar la meta, cada vez que gira la ruleta se mueve una casilla el caballo del color donde cae la punta de dicha ruleta. En la Figura 4-6 se observa el tablero construido en GeoGebra para mover las figuras de los caballos y en la Figura 4-7 se observa la ruleta usada como generador aleatorio.

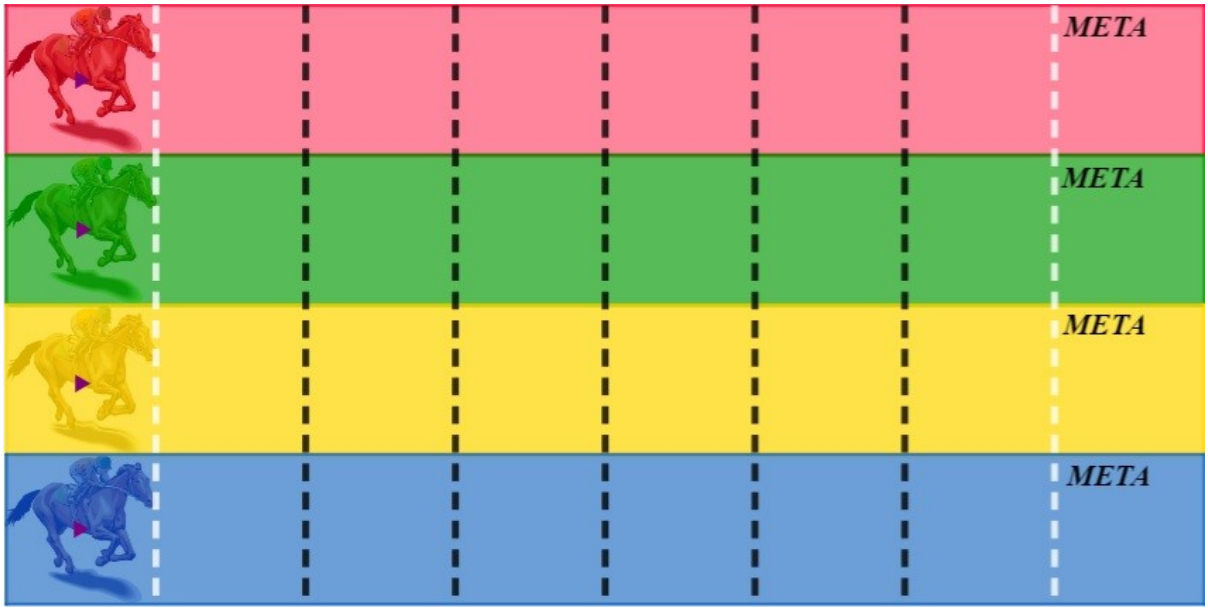


*Figura 4-6.*Tablero para mover los caballos de acuerdo al color.

Fuente: Elaboración propia: *https://www.geogebra.org/m/aeeandah*

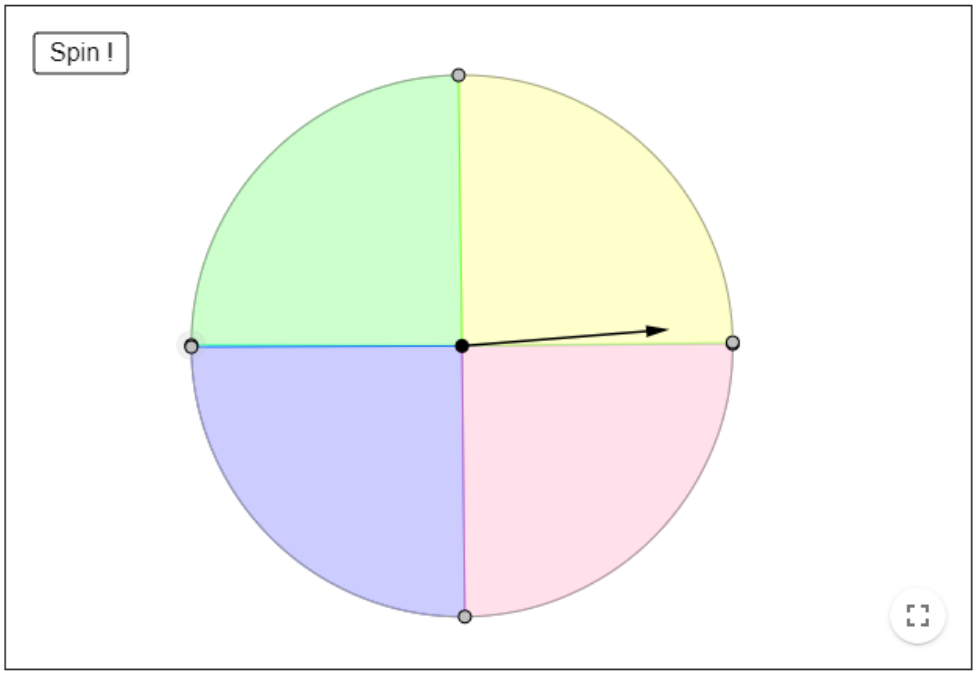


*Figura 4-7.*Ruleta que indica el color del caballo que se debe mover en cada turno.

Fuente: George Sturr y Zeimusu. *https://www.geogebra.org/m/zSbpry1o*

En esta sesión los estudiantes aprenden a manejar los OVA del tablero de caballos y la ruleta y responderán estas preguntas:

Fase de reconocimiento:

Pregunta 1: ¿Con cuál caballo crees que ganarás la carrera? ¿Por qué crees que ganarás con ese color?

Pregunta 2: Luego de ir moviendo los caballos con cada resultado de la ruleta. ¿El caballo GANADOR fue del color que pensaste?

Pregunta 3: Para la siguiente carrera ¿Cambiarías de Caballo?, ¿Por qué lo cambiarías? o ¿Por qué no?

Experimento 1: Jugar 5 Carreras de caballos.

Pregunta 1: ¿De qué color crees que serán los 5 ganadores? ¿Por qué crees que serán de ese color o colores?

Pregunta 2: Si juegas otras 5 carreras ¿Crees que los ganadores serán los mismos o cambiarían?, ¿Por qué cambiarían? o ¿Por qué no?

SESIÓN 5

Esta sesión complementa lo experimentado en la sesión anterior, usando los mismos simuladores, pero se realizan cambios en el espacio muestral y las probabilidades de los eventos, los estudiantes deben responder a las siguientes preguntas:

Experimento: Carrera con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo (observar figura 4-8):

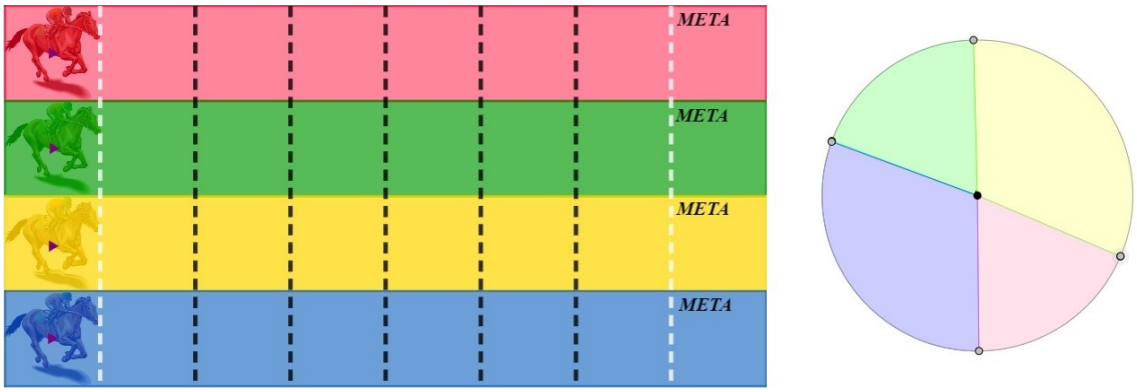


Figura 4-8. Cambio de ruleta 1.

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta 1: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera? y ¿Por qué?

Pregunta 2: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera? y ¿Por qué?

Experimento 2: Carrera con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo (observar figura 4-9):

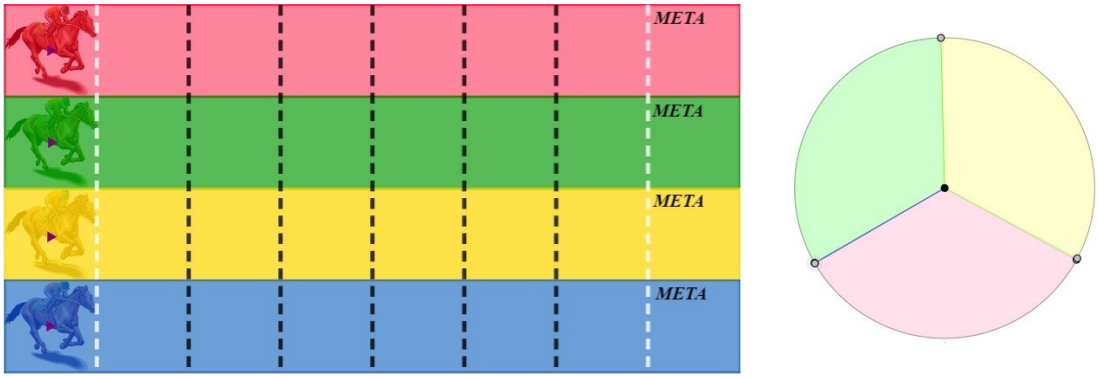


*Figura 4-9.*Cambio de ruleta 2.

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta 1: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera? y ¿Por qué?

Pregunta 2: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera? y ¿Por qué?

Experimento 3: Carrera con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo (observar figura 4-10):

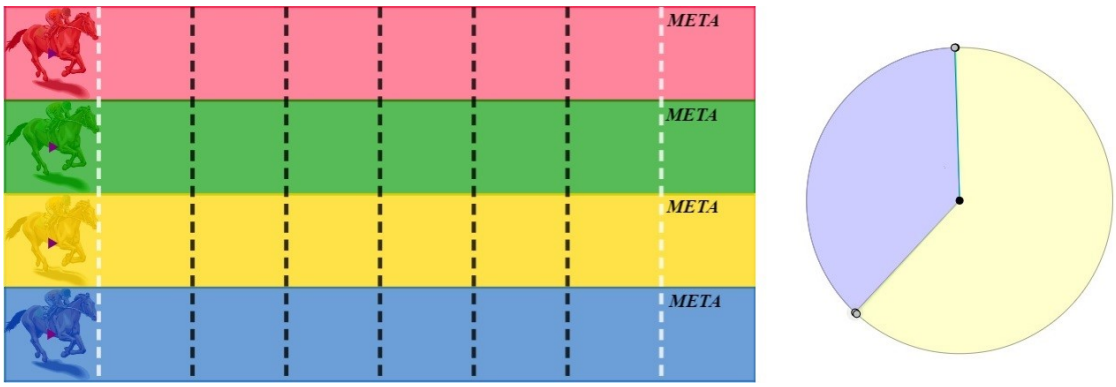


*Figura 4-10.*Cambio de ruleta 3.

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta 1: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera? y ¿Por qué?

Pregunta 2: ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera? y ¿Por qué?

Experimento 4: Ahora eres el jinete del caballo azul, correrás la carrera con él.

Pregunta 1: Corriendo con el caballo azul puedes elegir la ruleta de la carrera, para GANAR más fácilmente ¿Cuál tipo usarías? (observar figura 4-11.)



Figura 4-11. Opciones de respuesta experimento 4.

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta 2: Tus enemigos te pusieron una trampa, ellos eligieron una ruleta con la que será IMPOSIBLE que el caballo azul gane ¿Cuál tipo usaron?



*Figura 4-12.*Opciones de respuesta experimento 4.

Fuente: Elaboración propia.

Pregunta 3: ¿Por qué crees que eligieron ese tipo de ruleta?

Experimento 5: La estrategia Ganadora.

Pregunta: Elige un caballo y un tipo de ruleta con los que podrías ganar más fácilmente una carrera. Escríbelos y recuerda indicar ¿Por qué los elegiste a ellos? (observar figura 4-13.)

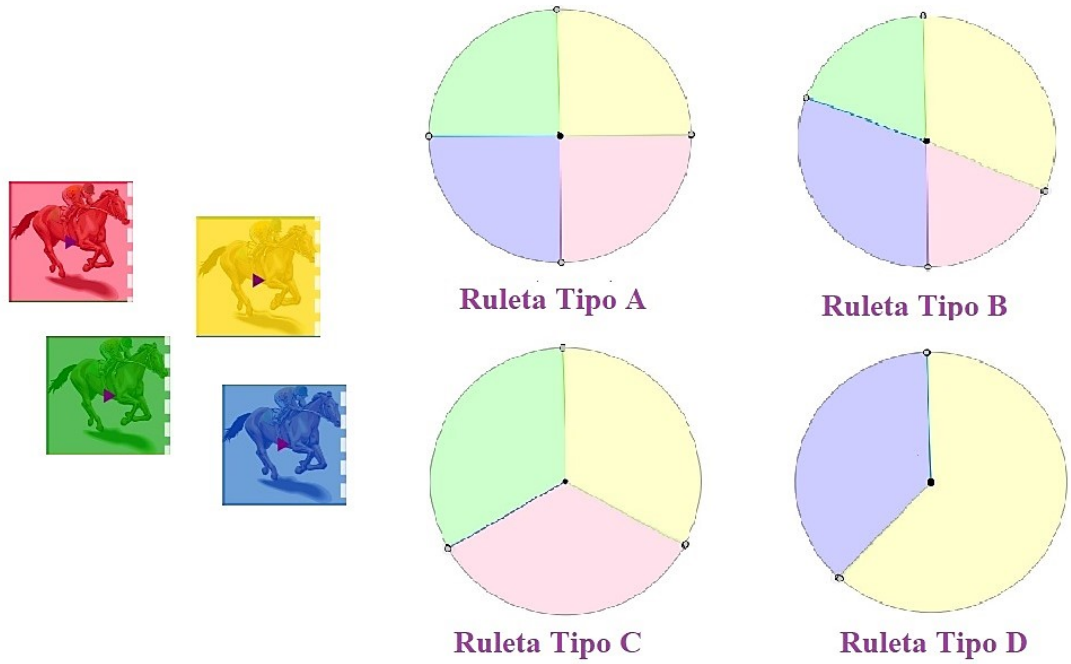


Figura 4-13. La estrategia ganadora.

Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes siempre deberán dejar registro del porqué de sus respuestas, toda esta información queda guardada en un cuestionario dentro de la plataforma del AVA.

SESIÓN 6

Esta sesión es complementaria a lo experimentado en todas las sesiones anteriores, se presentará un recurso interactivo denominado: Recurso virtual sobre azar y experimentos aleatorios (Disponible en el repositorio educativo español EDUCA.), el objetivo de esta sesión es retroalimentar todos los aprendizajes logrados anteriormente y formalizar los conceptos claves que se trabajaron, como las palabras: azar, experimento aleatorio, sucesos, posible, seguro, imposible, etc., en términos familiares a los estudiantes, por sus edades.

En este recurso sobre azar se visualiza una pequeña exposición sobre el azar y los experimentos aleatorios, un ejemplo se puede ver en la figura 4-14.

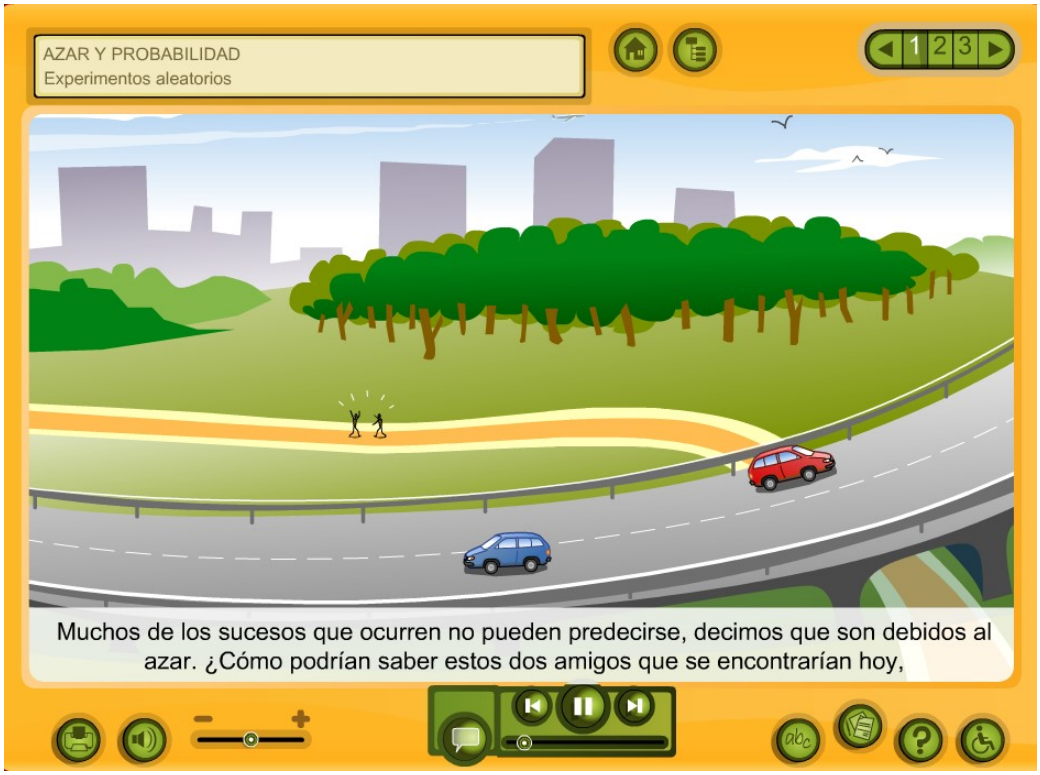


*Figura 4-14.*Recurso virtual sobre azar y experimentos aleatorios.

Fuente: Disponible en el repositorio educativo español EDUCA en: *http://repositorio.educa.jccm.es/portal/odes/matematicas/azar_y_probabilidad/mt11_oa01_es/index.html*

Para cerrar la sesión se realiza un conversatorio donde se le pide a los estudiantes que den sus opiniones frente a lo trabajado en todas las sesiones, que den ejemplos de sucesos posibles, probables, imposibles, etc. Y que algunos ejemplos están relacionados con los experimentos trabajados en la plataforma.

4.1.1.2 Fase de implementación.

La población objeto de este estudio son estudiantes de grado tercero que cuentan con acceso a dispositivos electrónicos como computadores, tabletas o teléfonos celulares para responder a sesiones de trabajo virtual, la población seleccionada también se encuentra muy familiarizada con la plataforma Google Classroom, en clase de informática han trabajado creación de proyectos con el lenguaje de programación Scratch y en clase de matemáticas han desarrollado aprendizajes relacionados con elementos del software Geogebra. Con lo anterior se debe tener en cuenta que son estudiantes que a pesar de pertenecer al primer ciclo de educación primaria son estudiantes con un buen manejo de herramientas virtuales.

La secuencia de actividades se implementó con 20 estudiantes del curso 3f del Gimnasio Los Arrayanes Bilingüe ubicado en la zona norte de la ciudad de Bogotá, estos estudiantes tienen edades entre los 8 a los 10 años y debido a la alerta sanitaria decretada en los meses de marzo a julio del año 2020 a causa de la situación generada por el coronavirus, estos estudiantes se mantienen en formación remota desde sus casas, motivo por el cual se ve una cercanía entre ellos y las metodologías de trabajo virtuales.

Al comienzo del proceso de estudio se envió a los estudiantes y padres de familia un archivo titulado: Carta de consentimiento informado. Dicho documento sirvió para definir los 20 estudiantes que participaron como población de estudio de forma voluntaria, para observar el documento, diríjase al **anexo 1.**

4.1.2 Plan de análisis.

Las tareas-experimentos propuestos son seleccionados como las unidades de análisis. En cada tarea-experimento se analizan tanto las producciones escritas de los estudiantes, como las imágenes o audios registrados, al igual que las notas tomadas por el investigador. Esto significa que se tuvieron entonces 5 unidades de análisis, correspondientes a las 6 tareas-experimentos propuestos.

Para definir las categorías de análisis, se utilizará como base el marco definido por Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1997) para evaluar el pensamiento probabilístico de niños en educación primaria y de esta manera clasificar los razonamientos y nociones que utilizan los estudiantes.

Tabla 4-2
Marco redefinido para evaluar pensamiento probabilístico.

Constructo	**Nivel 1. Subjetivo.**	**Nivel 2. Transicional.**	**Nivel 3. Cuantitativo informal.**	**Nivel 4. Numérico.**
Espacio Muestral	Enumera un conjunto incompleto de resultados para un experimento de una etapa.	Enumera un conjunto completo de resultados para un experimento de una etapa. A veces enumera un conjunto completo de resultados para un experimento de dos etapas utilizando estrategias limitadas y no sistemáticas.	Enumera constantemente los resultados de un experimento de dos etapas utilizando una estrategia parcialmente generativa.	Adopta y aplica una estrategia generativa que permite una lista completa de los resultados para casos de dos y tres etapas.
Probabilidad de un evento.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios subjetivos. Reconoce eventos seguros e imposibles.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios cuantitativos, pero puede volver a juicios subjetivos.	Predice el evento más / menos probable basado en juicios cuantitativos, incluyendo situaciones que involucran resultados no contiguos.	Predice el evento más / menos probable para experimentos de una sola etapa. Asigna una probabilidad numérica a un evento (Puede ser

			Usa números informalmente para comparar probabilidades. Distingue “seguro,” “imposible,” y “posible” eventos, y justifica la elección cuantitativamente.	una probabilidad real o una forma de probabilidades.)
Comparaciones de probabilidad.	Compara la probabilidad de un evento en dos espacios de muestra diferentes, usualmente basado en varios juicios subjetivos o numéricos. No puede distinguir situaciones de probabilidad justas de injustas.	Hace comparaciones de probabilidad basado en juicios cuantitativos (puede no cuantificar correctamente y puede tener limitaciones cuando están involucrados eventos no contiguos) Empieza a distinguir situaciones de probabilidad justas de las injustas.	Hace comparaciones de probabilidad basado en juicios consistentes cuantitativamente. Justifica con razonamiento valido cuantitativamente., pero puede tener limitaciones cuando están involucrados eventos no contiguos. Distingue generadores de probabilidad justa e injusta basado en razonamiento valido numéricamente.	Asigna medidas de probabilidad numérica y compara. Incorpora resultados no contiguos y contiguos en la determinación de probabilidades. Asigna igual probabilidad numérica a eventos probablemente iguales.
Probabilidad condicional.	Después de una prueba de un experimento de una etapa, no se proporciona una lista completa de los resultados del evento si se pensaba que se dio una lista completa antes de la primera prueba. Reconoce cuando eventos seguros e imposibles surgen en situaciones de no reemplazo.	Reconoce que la probabilidad de algunos eventos cambia en situaciones de no reemplazo, sin embargo, el reconocimiento es incompleto y usualmente es restringido a sólo eventos que han ocurrido previamente.	Puede determinar cambios en las medidas de probabilidad en situaciones de no reemplazo. Reconoce que la probabilidad de todos los eventos cambia en situaciones de no reemplazo.	Asigna probabilidades numéricas en situaciones de reemplazo y no reemplazo. Distingue eventos dependientes e independientes.

Fuente: Jones, Langrall, Thornton y Mogill (1997)

Los objetivos clave para este estudio exploratorio están en poder clasificar las respuestas de los estudiantes en los dos aspectos que rigen la tabla anterior:

1. Los tipos de razonamientos utilizados por los niños para emitir juicios en diferentes tipos de tareas de probabilidad, asociadas a tareas que implican:

• El espacio muestral;

• Predicción o no de una probabilidad, reconocimiento de eventos posibles, imposibles y/o probables;

• Comparaciones de probabilidades de eventos.

2. Clasificación de las estrategias en las etapas de desarrollo esperadas del pensamiento probabilístico de acuerdo con los siguientes niveles:

Nivel 1: Subjetivo.

Nivel 2: Transicional.

Nivel 3: Cuantitativo informal.

Nivel 4: Numérico. *(Este nivel es opcional y resulta avanzado para la edad en que se trabaja este estudio, es posible que no se tenga en cuenta.)*

Los datos serán recopilados durante las sesiones de clase desde las respuestas dadas por los estudiantes a cada tarea propuesta. Las respuestas se transcribirán de las grabaciones en audio, las fotos o las respuestas a las preguntas de los formularios de las sesiones de interacción entre los estudiantes y el AVA.

4.1.3 Diseño del AVA.

Se entienden los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) como espacios o lugares virtuales donde tiene lugar el aprendizaje, desde un uso reflexivo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), no basta con solo utilizarlas como herramienta en una clase, se deben tener características como:

- Deben manejar contenidos informativos como: textos, hipertextos, videos, imágenes, etc.

- Deben utilizar herramientas con fines pedagógicos y/o actividades como: tutoriales, ayudas en línea, evaluaciones, juegos, laboratorios, etc.

- Usan conjuntos de Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) dentro de su espacio.

Además de lo anterior, según Herrera (2006) en los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) se pueden distinguir dos tipos de elementos: los constitutivos y los conceptuales. Los primeros se refieren a los medios de interacción, recursos, factores ambientales y factores psicológicos; los segundos se refieren a los aspectos que definen el concepto educativo del ambiente virtual y que son: el diseño instruccional y el diseño de interfaz.

En este estudio se utilizará el diseño del AVA en la plataforma Google Classroom, donde se juntarán diversos OVA que apoyarán la educación y experimentación sobre situaciones aleatorias, buscando que los estudiantes generen distintos razonamientos al enfrentarse a ellas.

4.1.3.1 Desarrollo de las fases del modelo ADDIE en la construcción del AVA

1. Fase de análisis.

Esta fase ya fue desarrollada con todos los apartados descritos anteriormente en este texto, incluyendo un análisis inicial de la población, la definición de la problemática, la revisión de antecedentes, los aspectos teóricos a tener en cuenta, etc.

2. Fases de Diseño y desarrollo.

Para realizar este desarrollo se tuvieron en cuenta diversos aspectos identificados en la fase de análisis, a continuación, algunos ejemplos:

- *Motivación por utilizar el AVA.*

Motivación generada desde los estudiantes hacia el AVA, empezando por diseños coloridos en cada una de los objetos que pertenezcan al AVA, a continuación, algunos ejemplos de personajes llamativos utilizados en los simuladores (observar figura 4-15):

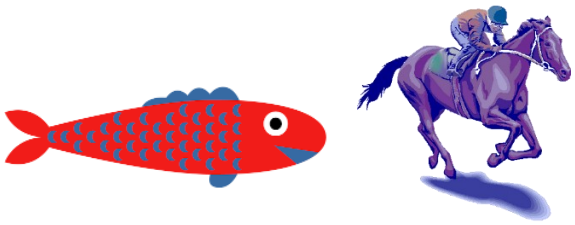


Figura 4-15. Personajes usados.

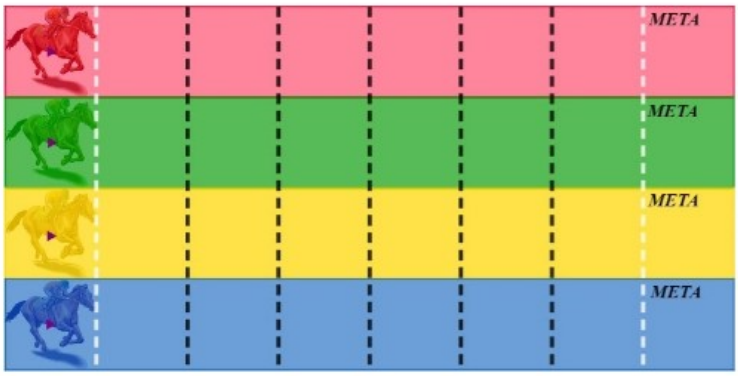
Fuente: freepik.com. Uso libre.

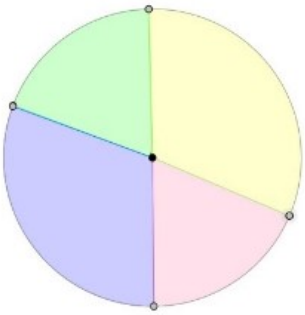
- *Uso de lenguaje acorde a los estudiantes.*

Para la construcción del AVA se utiliza lenguaje cercano a los estudiantes y no con referencias técnicas a los conceptos matemáticos, a continuación, un ejemplo de los cuestionarios empleados (observar figura 4-16):



Con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo:





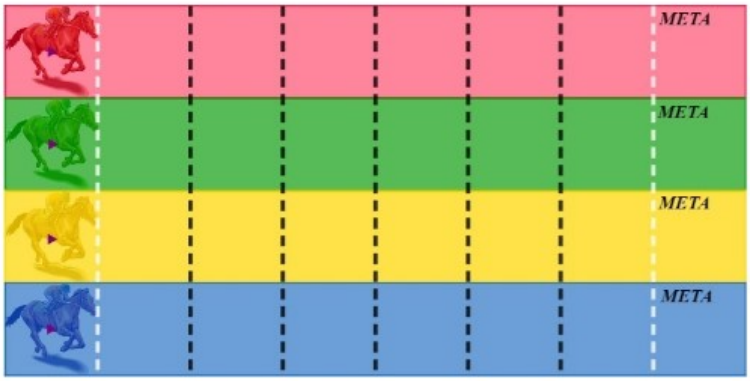
¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera? y ¿Por qué? *

Texto de respuesta larga

¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera? y ¿Por qué? *

Texto de respuesta larga

Con los mismos caballos, pero ahora usando una ruleta de este tipo:



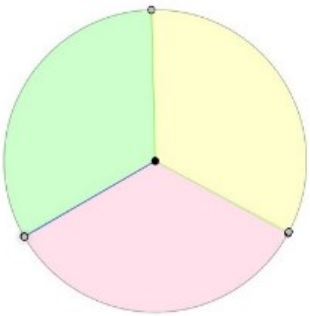


Figura 4-16. Ejemplo de cuestionario empleado.

Fuente: Elaboración propia.

- *Tablero de registro.*

En los experimentos siempre debe ser visible el registro de lo que sucede en cada partida, para que los estudiantes sean conscientes de lo que sucede en cada experimentación y que se vaya viendo los registros de las partidas anteriores, esto en apoyo al desarrollo de la noción de probabilidad frecuencial y la ley de grandes números. A continuación, algunos ejemplos (observar figura 4-17):

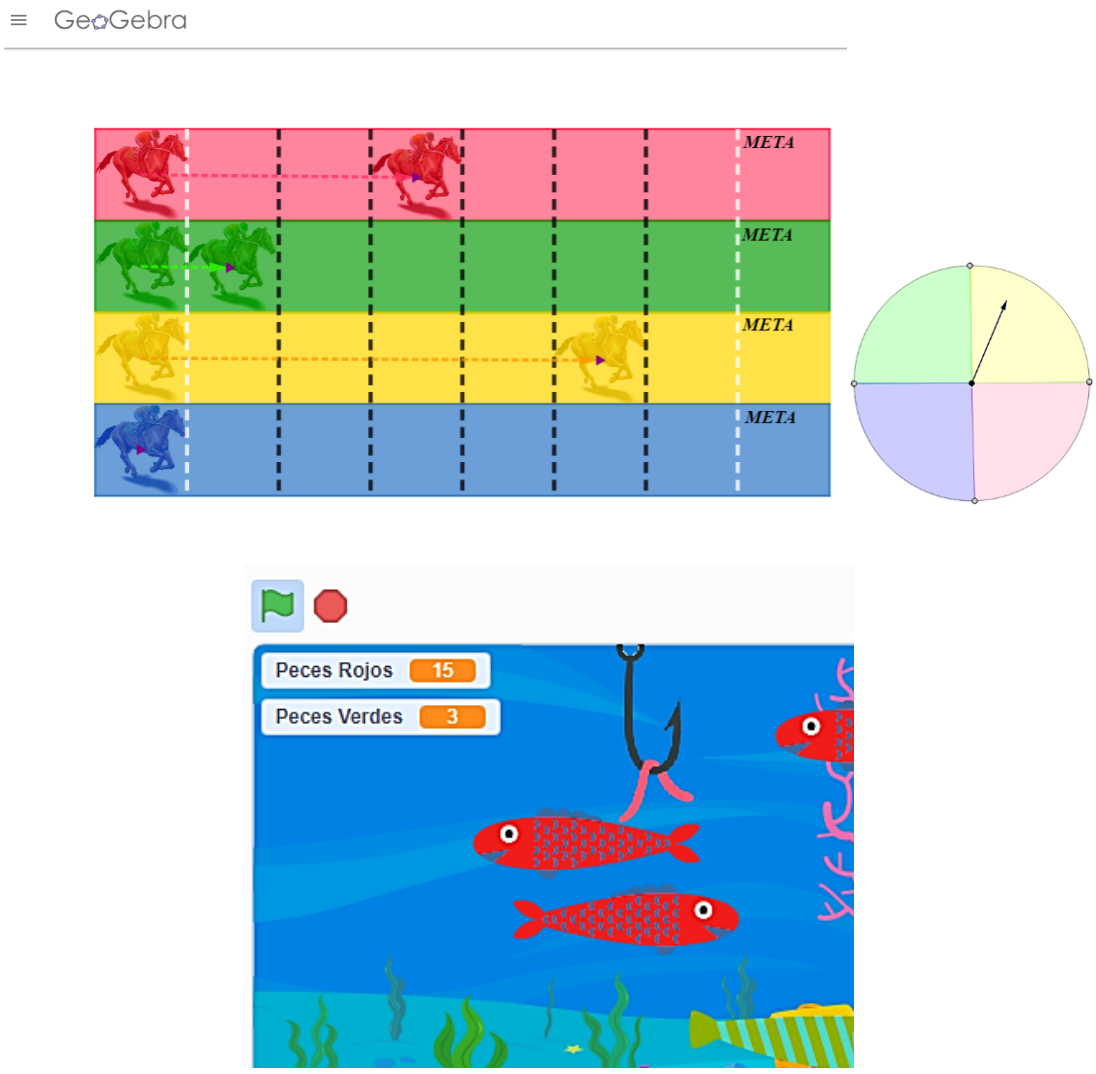


Figura 4-17. Tableros.

Fuente: Elaboración propia.

3. Fases de implementación y evaluación.

El AVA logró utilizarse satisfactoriamente con la población de estudio durante las sesiones de clase, en términos generales los 20 estudiantes no tuvieron complicaciones en su uso y todos los resultados, análisis y evaluación se presentarán en el capítulo 4 de este estudio.

4.1.4 Metadatos del AVA

En la planeación y desarrollo del AVA se usó la plataforma de Google Classroom por su cercanía con los estudiantes de la institución y una mejor recolección de información y datos, sin embargo, su uso y visualización quedan restringidos a solo cuentas con un correo institucional del colegio donde se desarrolló el estudio.

Así que a continuación se optó por presentar una versión libre, con acceso para cualquier persona, esta versión es parecida a la original pero desarrollada en el programa eXeLearning.

A continuación, en la tabla 4-3 se presentan los metadatos del AVA:

Tabla 4-3
Plantilla de especificación de Metadatos para un AVA

Plantilla de especificación de Metadatos para un AVA	
Metadato AVA	
General:	
Título del objeto:	AVA Probabilidad 3º
Palabras clave:	Probabilidad, razonamiento, azar, experimentos aleatorios.
Idioma:	Español
Descripción:	Este Ambiente Virtual de Aprendizaje busca que los estudiantes interactúen con simuladores de experimentos aleatorios principalmente, junto con actividades para reconocer los diversos resultados posibles en los experimentos, la identificación del espacio muestral, la comparación entre probabilidades de sucesos y preguntas sobre los aspectos relacionados con este tipo de situaciones.
Objetivos:	Desarrollar aspectos del pensamiento probabilístico de los estudiantes desde la reflexión para responder ante cuestionamientos que surgen en situaciones aleatorias.

Ciclo de vida:	
Ubicación (URL):	https://cutt.ly/DjlmtUv
Autor:	Cristian Camacho.
Institución:	Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Versión:	0.3
Fecha de creación:	24/08/2020
Aspectos Educativos:	
Contexto de Aprendizaje:	Básica primaria
Población objetivo:	Estudiantes de grado tercero
Aspectos Técnicos:	
Formato:	html
Ubicación:	Versión inicial en la plataforma Google Classroom, con acceso restringido. Versión 0.3 en Google drive diseñado y desarrollado en eXeLearning con acceso libre.
Requerimientos:	Acceso a internet.
Derechos:	
Costo:	Ninguno.
Derechos de autor y otras restricciones:	Licencia: Atribución-Compartir Igual 4.0 Internacional (CC BY-SA 4.0)
Institución:	Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 5

5.1 Análisis de datos.

Como ya se afirmó para evaluar el pensamiento probabilístico de niños en educación primaria y de esta manera clasificar aspectos de los niveles de pensamiento probabilístico que utilicen los estudiantes se utilizará como base el marco definido por Jones, Langrall, Thornton y Gill (1997).

A continuación, se muestran los datos recopilados durante las sesiones de clase correspondientes a las respuestas dadas por los estudiantes a cada actividad propuesta. Las respuestas se transcribieron de las grabaciones de audio de las sesiones de interacción entre los estudiantes y el AVA, el cual también incluyó un formulario que se diligenció de manera virtual, mientras se iba dando la experimentación en el simulador de pesca.

Por último, se examinaron cuidadosamente con fines de categorizar y/o clasificar las 20 respuestas. Las diversas categorías y su relación con el estudio se describen a continuación.

5.1.1 Sesión 1.

La sesión 1 se desarrolló dentro de los 45 minutos planeados y sin novedad alguna frente a las actividades propuestas, participó toda la población. El experimento A se desarrolló completamente dentro de la sesión incluyendo el registro de las respuestas de los estudiantes, por su parte el experimento B solo pudo ser desarrollado hasta la mitad durante la sesión de clase, jugando alrededor de 6 partidas y los estudiantes iban registrando los resultados del trabajo, luego de finalizada la sesión los estudiantes de forma autónoma tuvieron que terminar completamente las 13 partidas, registrando resultados y respondiendo a las preguntas de forma autónoma, por ultimo enviaban sus respuestas al AVA para ser guardadas.

Experimento A: Encontrar la cantidad exacta o más cercana a la cantidad de saltos que se pueden hacer en 30 segundos con los dos pies juntos.

Condiciones: - En caso de empate gana el estudiante con un número mayor de saltos.

- No se muestra el cronómetro a los estudiantes. Solamente se dan indicaciones de iniciar y finalizar los saltos.

Características:

- Generador aleatorio: Las capacidades de los estudiantes, físicas y mentales.

- Espacio muestral: NO VISIBLE. Números naturales para indicar cantidad de saltos.

- Recurso virtual: No, solamente se presenta de forma virtual pero la experimentación es totalmente física.

- Forma de registro en el AVA: digitando cantidades en un cuestionario.

Tabla 5-1
Cantidades de respuestas de los estudiantes al experimento A

¿El estudiante cambia su predicción basado en la primera experimentación? *		**¿Reconoce la variabilidad de resultados? ***	
Sí.	No.	Sí	No
19	1	20	0
95%	5%	95%	0%

Nota: Para ver las respuestas completas de los estudiantes, sus predicciones y resultados, junto con análisis personal por parte del profesor, diríjase al Anexo 2. Fuente**:** Elaboración propia.

En este experimento A se busca conocer si los estudiantes logran identificar que a pesar que se conocen los posibles resultados de un experimento de este tipo, cada vez que se realiza el

experimento se pueden obtener diferentes resultados, esto es el resultado de dos o más experimentos no siempre es el mismo, a pesar de que se haga bajo las mismas condiciones. La idea de probabilidad frecuencial subyace a este tipo de experiencias en las que un experimento se repite varias veces para predecir un resultado probable, sin embargo, una limitante es este tipo de aproximaciones es el número de repeticiones que se deben realizar, que para ese caso fueron muy pocas, aun así, los estudiantes pudieron comprobar el hecho de que al repetir un experimento no siempre se va a obtener un mismo resultado.

Por ello se indica que los estudiantes reconocen que en este tipo de experimentos los resultados obtenidos cada vez que se realiza el experimento pueden ir variando, el 95 % de los estudiantes cambió su predicción de la cantidad de saltos a realizar, mayoritariamente influenciados por su primer resultado, algo que afirma la existencia de intuiciones primarias de probabilidad frecuencial. Nuevamente limitado esto por la poca cantidad de repeticiones realizadas, solamente 2 veces.

Terminada esta parte, se continuó con el segundo experimento.

Experimento B: Jugar trece veces: “piedra, papel o tijera”.

Condiciones: - Registrar en la hoja los resultados de cada partida, incluyendo el ganador o si hubo empate.

- Elegir un adversario cercano al contexto del estudiante para practicar el experimento de forma física.

En la siguiente tabla se muestran ejemplos de respuestas de algunos estudiantes frente al experimento B.

Tabla 5-2
Respuestas de algunos estudiantes frente al experimento B

Estudiantes.	Respuestas a dos preguntas del cuestionario diligenciado por los estudiantes luego de realizar 13 partidas de piedra, papel y tijera, registrando los resultados:	***¿Se reconoce la aleatoriedad del experimento?***	***¿Las respuestas tienen en cuenta la experimentación?***
E5.	¿Si juegas contra otro adversario crees que ganaras o perderás? ¿Por qué? Si ganare porque soy muy bueno y a demás se como juegan los demás. ¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de las veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar? Yo tengo una estrategia es la mayoría de veces saca tijera porque la mayoría porque con el que estas jugando seda cuenta estas haciendo una estrategia .	Sí.	Sí.
E6.	¿Si juegas contra otro adversario crees que ganaras o perderás? ¿Por qué? Creo que ganaré porque en estas 13 jugadas gané. ¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar? La estrategia que yo invento es que siempre pienses en que vas a ganar esa partida.	Sí.	Sí.
E7.	¿Si juegas contra otro adversario crees que ganaras o perderás? ¿Por qué? ganare porque sí mi oponente es malo. ¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar? sí la podría hacer una estrategia para ganar mucho.	Sí.	No.
E8.	¿Si juegas contra otro adversario crees que ganaras o perderás? ¿Por qué? ganaría por que soy muy bueno ¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar? es imposible por que el juego no se puede predecir	Sí.	No.
E9.	¿Si juegas contra otro adversario crees que ganaras o perderás? ¿Por qué? No lo se por que no estoy en esa situación. ¿Podrías inventar alguna estrategia para intentar ganar la mayoría de veces que juegues una partida? o ¿Por qué es imposible crear una estrategia para ganar? Si no la podría lograr!!!	Sí.	No.

Fuente: Elaboración propia.

En las respuestas anteriores se buscaba identificar si los estudiantes reconocían la variabilidad de los posibles resultados, de esta manera el 100 % de los encuestados reconoce que los resultados pueden ser diferentes cada vez que se desarrolle una partida, así que se reconoce una característica fundamental de los experimentos aleatorios: no hay certeza sobre cuál será el resultado que se

obtendrá antes de realizar la experimentación. Esto es algo básico y necesario para el trabajo en las siguientes sesiones con los otros experimentos.

De otro lado, algunas respuestas indican que hay intuiciones relacionadas con una creencia positiva o negativa sobre las predicciones de la siguiente partida de acuerdo a los resultados obtenidos anteriormente, por ejemplo, el Estudiante 8 (E8) indica que ganaría una próxima partida porque es muy bueno en el juego, pero al mismo tiempo escribe que el juego no se puede predecir. Otro ejemplo está con el Estudiante 6 (E6), que asume que ganará la siguiente partida porque fue el ganador en las 13 partidas que jugó y registró.

A modo de conclusión se puede afirmar que la población identifica la naturaleza aleatoria de los experimentos, sin embargo los estudiantes están en proceso de asimilar la probabilidad frecuencial de acuerdo a los resultados registrados en experimentaciones realizadas y esto se ve limitado en experimentos con poca experimentación, de esta manera queda abierta la posibilidad de continuar estudiando este aspecto ya que los experimentos utilizados de los saltos y de piedra, papel o tijeras podrían dar mejores resultados e interpretaciones con una repetición mayor del número de partidas jugadas.

5.1.2 Sesión 2:

La sesión 2 se desarrolló dentro de los 45 minutos planeados y sin novedad alguna respecto a las actividades propuestas, participó toda la población. El experimento C se desarrolló casi completamente dentro de la sesión incluyendo el registro de las respuestas de los estudiantes hasta donde se realiza la experimentación para atrapar 30 peces, la última parte de la experimentación consistente en atrapar 80 peces tuvo que ser desarrollada por los estudiantes de manera autónoma en el AVA sin ningún comentario por parte del docente.

Experimento C: Eres un pescador y decides ir a un estanque donde hay tres peces rojos y uno verde cada vez que lanzas el anzuelo (observar figura 5-1).

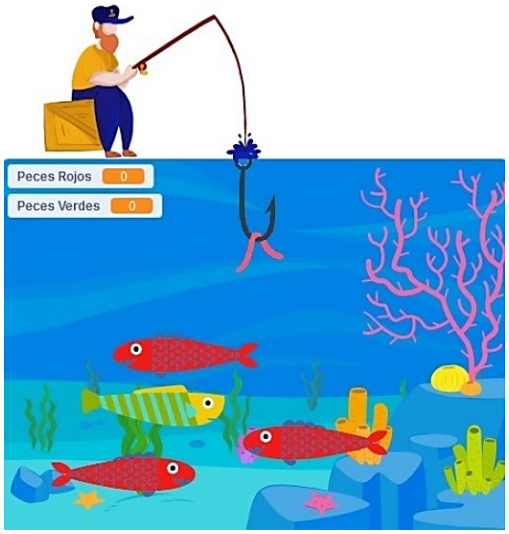


*Figura 5-1.*Pescador y peces.

Fuente: Elaboración propia.

Condiciones: - Hay preguntas antes y después de experimentar en el simulador.

- Todos los estudiantes tuvieron que aprender a manejar el simulador durante la sesión de clase, había ayuda y asesoría por parte del docente en caso de necesitarse.

Características:

- Generador aleatorio: El simulador virtual.
- Espacio muestral: 3 peces rojos y 1 pez verde.
- Recurso virtual: Sí.
- Forma de registro en el AVA: diligenciando el cuestionario y algunas respuestas de forma oral durante la sesión quedan registradas en audio.

En la siguiente tabla 5-3 se muestran ejemplos de respuestas de algunos estudiantes frente al experimento C, junto a la clasificación en su nivel de pensamiento probabilístico.

Tabla 5-3
Respuestas de algunos estudiantes en el experimento C

Parte del experimento.	***Respuesta de los estudiantes.***	***Nivel.***	***Análisis.***
	Rojo. "porque hay mas peces rojos."	Transicional.	Predice el evento más probable basado en juicios cuantitativos, pero no escribe alguna cantidad numérica que argumente su elección.
Etapa Cero: Conocimientos previos. Conociendo el experimento Peces de colores. ¿De qué color crees que será el primer pez que pescarás?	Rojo. "yo elegí el pez rojo por que hay mas posibilidades de pescarlo."	Transicional.	Predice el evento más probable basado en juicios cuantitativos, pero no escribe alguna cantidad numérica que argumente su elección.
	Verde. "Porque del pez verde solo hay 1"	Subjetivo.	Predice el evento menos probable cuando se le pregunta por el más probable, argumenta su elección desde un número menor.
	Rojo. "por que esta mas serca"	Subjetivo.	Predice el evento más probable, pero argumenta su elección desde un juicio subjetivo como lo es: la menor distancia al anzuelo.
	Rojo. "Porque hay más peses rojos que verdes"	Transicional.	Predice el evento más probable basado en juicios cuantitativos, pero no escribe alguna cantidad numérica que argumente su elección.

Fuente: Elaboración propia

Con los datos presentados se tiene que, en el curso de tercero, respecto a la pregunta ¿De qué color crees que será el primer pez que pescarás?, se concluye desde la tabla 5-4 que:

Tabla 5-4
Cantidades de estudiantes por respuestas.

Cantidad de estudiantes.	Respuesta: Pez Rojo.	Respuesta: Pez Verde	Niveles de pensamiento probabilístico.		
			Subjetivo.	Transicional.	Cuantitativo informal.
20	16	4	11	8	1
100%	80%	20%	55%	40%	5%

Fuente: Elaboración propia.

De lo anterior se identifica que a pesar que el 80% de los estudiantes responden correctamente que atraparían un pez rojo, no todas las respuestas corresponden con un nivel transicional, esto indica que a pesar de responder correctamente en algunos casos la argumentación muestra un razonamiento de tipo más determinístico. Se debe tener en cuenta que esto sucede antes de entrar en contacto con el simulador y de esta manera los estudiantes basan su razonamiento en las condiciones que logran comprender del experimento.

Una explicación para que este tipo de justificaciones sean utilizadas es que al interpretar las situaciones que se presentan en el simulador, los estudiantes las explican desde una perspectiva estática y poco dinámica donde simplemente se ven peces dentro de un estanque sin movimiento y con una posición determinada, incluso varias de las razones de los estudiantes se fundamentaron en argumentos que sostiene que el pez que se pescaría primero es el que está más cerca del anzuelo sin importar su color.

Después de terminar esta parte donde los estudiantes respondían al experimento sin tener ningún tipo de interacción o visualización dinámica sobre éste se comienza a trabajar con el simulador del

OVA en el cual los estudiantes podrán realizar el experimento la cantidad de veces que sea necesaria y podrán visualizar todo el proceso de desarrollo en forma aleatoria.

Para terminar esta parte se pide a los estudiantes que prueben el simulador, el docente brinda las indicaciones para aprender a manejarlo y después de quince minutos de interacción se pide a los estudiantes que realicen una vez el experimento y respondan las preguntas orientadas para saber de qué color es el primer pez que hubieran pescado.

Al analizar esta respuesta se encuentra que el 90% de los estudiantes ratifica sus predicciones acerca del color del pez que podrá atrapar primero, dado que reconocen que es la opción más posible puesto que hay más peces rojos. Así termina la Etapa 0 de la sesión, previa a las repeticiones de los experimentos en el simulador, luego el experimento se repite 10 veces.

En la siguiente tabla 5-5 se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en el simulador al atrapar 10 peces y su relación con lo pronosticado (a modo de resultado) antes de realizar las experimentaciones.

Tabla 5-5
Número de estudiantes experimentando 10 veces en el simulador.

Experimento usando el simulador:	**Sí.**	**Sí, sin cuantificar.**	**No.**
Capturando 10 peces.	3	4	13
¿Coincidió lo pensado con el resultado?	15%	20%	65%

Fuente: Elaboración propia.

Teniendo en cuenta lo anterior, se observa una potencialidad de los simuladores usados en educación y es que genera un desequilibrio cognitivo en los estudiantes entre lo que ellos pensaban y los resultados que dieron, en este caso el 65% de la población no obtiene el resultado pensando y se espera que esto confirme la idea que los resultados no se pueden determinar antes de que se

desarrollen las experimentaciones. De igual forma, se observa que las cuantificaciones realizadas hasta el momento en su mayoría no tienen en cuenta el espacio muestral determinado para el experimento.

También se identifica un posible error en el diseño de las preguntas puesto que se encontró que el valor dado al número de experimentaciones diez, es un número que complica los cálculos o posibles cuantificaciones de los estudiantes, ya que al momento de hacer una predicción basados en un espacio muestral con 3 peces rojos y 1 pez verde, obligatoriamente requiere aproximar la medida de probabilidad, por ejemplo para atrapar un pez verde en 10 experimentaciones teóricamente sería el 25%, una medida entre 2 y 3 ya que no podría atraparse 2,5 peces. Por lo anterior se recomienda cambiar la cantidad de simulaciones por algún múltiplo de 4, como 8 o 12 para empezar y no 10.

Luego se repite el experimento, pero esta vez al pescar 20 peces en el simulador y después se repite el experimento, pero esta vez para pescar 30 peces en el simulador. Este número de experimentaciones también puede generar problemas en las predicciones de los estudiantes, se recomienda cambiarlo por 40 en el rediseño del simulador.

Por último, el experimento se repite 80 veces**.**

Con las repeticiones realizadas se buscó que los estudiantes encontraran resultados teniendo en cuenta la probabilidad teórica del experimento: Peces rojos 75% y peces verdes: 25%, a pesar de tener esta probabilidad teórica, dada la edad de los estudiantes, ellos en su gran mayoría no identifican la probabilidad como una medida exacta, pero sus creencias, la experimentación y posibles cuantificaciones no formales los pueden acercar a respuestas correctas en dichas tareas. Otro aspecto de las preguntas busca que los estudiantes observen una probabilidad frecuencial

desde las experimentaciones, que se identifiquen tendencias globales al ir aumentando la cantidad de experimentaciones.

Se usarán los siguientes códigos para clasificar las respuestas a tareas específicas cercanas a una cuantificación teórica del experimento.

CC: *Cuantifica completamente.* Son aquellos estudiantes que responden con expresiones como es casi seguro (responden Sí o tal vez) atrapar mínimo 10 peces rojos, mínimo 10 peces verdes o mínimo 50 peces rojos y casi imposible (responden No) atrapar mínimo 50 peces verdes.

CP: *Cuantifica parcialmente*. Son aquellos estudiantes que responden utilizando expresiones como es casi seguro (responden Sí o tal vez) atrapar mínimo 10 peces rojos, mínimo 10 peces verdes o mínimo 50 peces rojos y parcialmente imposible (responden No o Tal vez) atrapar mínimo 50 peces verdes.

NC: *No cuantifica*. Son aquellos estudiantes que confunden eventos posibles e imposibles o no emiten juicios certeros sobre los resultados, por ejemplo, estudiantes que en todas o casi todas las tareas escriben Tal vez o No y ven casi seguro (responden Sí) atrapar mínimo 50 peces verdes.

Por otro lado, para las respuestas a una tarea general solo se clasificaron en tres categorías:

PM. *Predicción muy probable*. El estudiante expresa una predicción acertada sobre la cuantificación teórica, donde la mayoría de los peces serán de color rojo.

PP. *Predicción poco probable*. El estudiante expresa una predicción cercana a la cuantificación teórica, pero asume una posición determinista al indicar que todos los peces atrapados serán de color rojo.

PI. *Predicción casi imposible*. El estudiante expresa una predicción casi imposible, en la cual la mayoría o todos los peces serán de color verde.

A continuación, se exponen algunos ejemplos de respuestas con sus categorías en la tabla 5-6.

Tabla 5-6
Ejemplos de respuestas con sus categorías:

	Respuestas a tareas específicas.					**Respuestas a una tarea general.**	
#E.	**¿Crees que atraparás mínimo 10 peces rojos?**	**¿Crees que atraparás mínimo 10 peces verdes?**	**¿Crees que atraparás mínimo 50 peces rojos?**	**¿Crees que atraparás mínimo 50 peces verdes?**	**Categorías frente a tareas específicas.**	**¿Qué pasará con la cantidad de peces atrapados?**	**Categorías frente a la tarea general.**
E1.	Tal vez	Tal vez	Tal vez	Sí	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E2.	Tal vez	Tal vez	Tal vez	Tal vez	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E3.	Tal vez	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E4.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E5.	No	No	No	Tal vez	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E6.	No	Tal vez	Sí	Tal vez	**CP.**	Todos serán peces rojos.	**PP.**

Fuente: Elaboración propia.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos al analizar la categoría de la cuantificación de los datos:

Tabla 5-7
Cantidad de estudiantes por categoría.

Tipo de tareas.	**Tareas específicas.**			**Tarea General.**		
Categorías.	**CC.**	**CP.**	**NC.**	**PM.**	**PP.**	**PI.**
Cantidad de estudiantes.	12	3	5	17	3	0
Porcentajes.	60%	15%	25%	85%	15%	0%

Fuente: Elaboración propia.

A partir de los datos se puede concluir que los estudiantes responden con mayor precisión en una tarea general que en una específica, esto es que se genera mayor confusión cuando los eventos indican una cantidad exacta de peces y se pregunta si podría suceder tal evento, por ejemplo: atrapar mínimo 10 peces verdes en 80 experimentaciones. Por otro lado, si la pregunta es hacia un evento general donde la cuantificación no indica un valor exacto, la mayoría de estudiantes responden con una predicción acertada: "la mayoría de peces serán de color rojo", es decir cuando en la pregunta se incluye la cuantificación hay menor porcentaje de aciertos que cuando la pregunta incluye una cuantificación sin cantidad numérica específica.

5.1.3 Sesión 3.

Experimento D: Pescando peces de colores 2.

Condiciones:

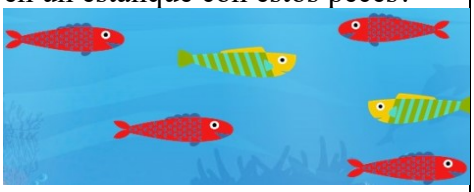
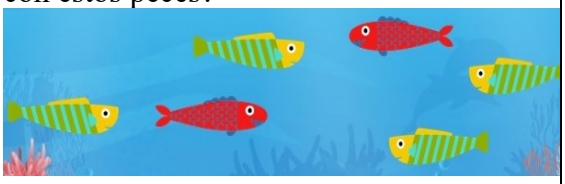
- Ya se ha experimentado en el simulador de peces de colores alrededor de 140 veces.

- Cada pregunta está acompañada de imágenes que ilustran la situación.

Las preguntas 1 y 3 de esta sesión buscan indagar por el evento más probable de acuerdo a la cantidad de peces que hay en el estanque, teniendo en cuenta un espacio muestral determinado de 6 peces, en el que un color tiene el doble de probabilidad respecto al otro color.

En la tabla 5-8 se muestran la frecuencia de las respuestas de los estudiantes a cada una de las opciones de las preguntas.

Tabla 5-8
Cantidad de respuestas al experimento D, preguntas 1y3.

Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 1:** ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces? 		**Pregunta 3:** ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces? 		
Opciones de respuestas.	***Pez rojo.***	***Pez verde.***	***Pez rojo.***	***Pez verde.***	***Cualquier Color.***
Cantidad de estudiantes.	*15*	*5*	*2*	*17*	*1*
Porcentajes.	*75%*	*25%*	*10%*	*85%*	*5%*

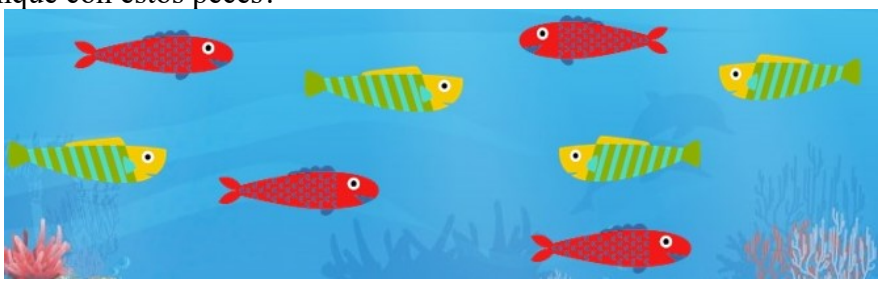
Adicional a las preguntas con respuestas cerradas sobre el color de los peces, los estudiantes daban la justificación de su elección por cada respuesta.

Al analizar estas respuestas se observa un aumento en la cantidad de estudiantes que responden correctamente, pasando de un 75% en la pregunta uno, a un 85% en la pregunta tres, de esta manera, los estudiantes muestran que identifican los eventos más probables en el experimento de acuerdo con el espacio muestral, es decir, se reconoce el evento más probable como el evento que tenga más peces de un color en el experimento.

La pregunta 2 de esta sesión busca indagar por la comparación probabilidades, desde eventos igualmente probables de acuerdo a la cantidad de peces que hay en el estanque, teniendo en cuenta

un espacio muestral determinado de 8 peces, en el que un color tiene la misma probabilidad respecto al otro color.

Tabla 5-9
Cantidad de respuestas al experimento D, pregunta 2.

Pregunta presentada en el cuestionario.	**Pregunta 2:** ¿De qué color crees que sería el primer pez que atrapes en un estanque con estos peces? 		
Opciones de respuestas.	***Pez rojo.***	***Pez verde.***	***Cualquier Color.***
Cantidad de estudiantes.	2	2	16
Porcentajes.	10%	10%	80%

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar estas respuestas, se observa que el 80% de la población responde correctamente, al realizar el conteo de los peces se identifica que, si la mitad de los peces tienen un color y la otra mitad otro, la probabilidad de pescar un pez rojo será igual a pescar un pez verde. Los estudiantes al seleccionar la opción "Cualquier color" exponen que los dos eventos tienen la misma probabilidad. Por el contrario, los 4 estudiantes que determinan un color, muestran un razonamiento más determinístico, en el que no se tiene en cuenta las condiciones del experimento o sencillamente no se realiza ningún tipo de cuantificación.

Las preguntas 4 y 5 de esta sesión buscan que los estudiantes seleccionen el evento seguro como una forma de determinar el resultado del experimento de acuerdo a la cantidad de peces que hay en diversos estanques, teniendo en cuenta diferentes espacios muestrales para 4 estanques, lo cual

hacía que todos los eventos tuvieran distintas probabilidades. Observar la tabla 5-10 a continuación.

Tabla 5-10
Cantidad de respuestas al experimento D, preguntas 4 y 5

Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 4:** Si quieres atrapar un PEZ ROJO más fácilmente ¿En cuál estanque pescarías?				**Pregunta 5:** Si quieres atrapar un PEZ VERDE más fácilmente ¿En cuál estanque pescarías?			
Opciones de respuestas.	***Estanque A:*** 6 peces rojos y 6 peces verdes.	***Estanque B:*** 6 peces rojos y 0 peces verdes.	***Estanque C:*** 0 peces rojos y 6 peces verdes.	***Estanque D:*** 6 peces rojos y 2 peces verdes.	***Estanque A:*** 6 peces rojos y 6 peces verdes.	***Estanque B:*** 6 peces rojos y 0 peces verdes.	***Estanque C:*** 0 peces rojos y 6 peces verdes.	***Estanque D:*** 3 peces rojos y 6 peces verdes.
Cantidad de estudiantes.	2	18	0	0	2	0	18	0
Porcentajes.	10%	90%	0%	0%	10%	0%	90%	0%

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las respuestas anteriores se puede concluir que el 90% de los estudiantes reconocen el evento seguro como la mejor opción para pescar el pez del color solicitado, ya sea verde o rojo. Solamente dos estudiantes reconocen eventos igualmente probables: la mitad de los peces de un color y la otra mitad de otro; como la mejor opción para atrapar un pez de determinado color, lo cual podría indicar que no se tiene en cuenta el espacio muestral para tomar la decisión ya que todas las respuestas, a excepción del evento imposible siempre tenían la misma cantidad de peces del color por el que se preguntaba, lo que cambiaba era la cantidad de peces del otro color.

En términos generales la población muestra razonamientos probabilísticos cercanos a lo esperado en el manejo de este experimento, hay indicios de razonamiento aleatorio en esta pregunta y la elección correcta por parte de la mayoría de estudiantes, corrobora que hay una comparación correcta entre las probabilidades de distintos sucesos.

La pregunta 6 de esta sesión busca que el estudiante encuentre el evento más probable de acuerdo a la cantidad de peces que hay en un par de estanques, teniendo en cuenta un espacio muestral diferente para cada estanque, en el que un color tiene el doble de probabilidad respecto al otro color. Observar la tabla 5-11 con la información a continuación.

Tabla 5-11
Cantidad de respuestas al experimento D, pregunta 6.

Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 6:** Si quieres atrapar un PEZ ROJO más fácilmente ¿En cuál estanque pescarías?	
Opciones de respuestas.	***Estanque A:*** 3 peces rojos y 7 peces verdes.	***Estanque B:*** 2 peces rojos y 1 pez verde.
Cantidad de estudiantes.	0	20
Porcentajes.	0%	100%

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las respuestas de los estudiantes a esta última pregunta se observa que todos identifican el evento más probable en un par de estanques con diferente espacio muestral, las respuestas muestran un razonamiento cercano a lo esperado ya que la elección del estanque no se dio a partir del número de peces en cada estanque fijándose únicamente en la mayor cantidad de peces rojos que hubiera en el estanque, así en el estanque A hay 3 peces y en el estanque B hay 2, sino que los estudiantes tuvieron en cuenta el total de peces en cada estanque y las relaciones entre sus colores respecto al total de peces, por esto todos los estudiantes hicieron una lectura correcta del espacio muestral en los dos estanques.

5.1.4 Sesión 4.

Experimento E: Carreras de caballos.

Condiciones:
- De acuerdo con el resultado de la ruleta cada caballo avanza una casilla.
- La ruleta tiene cuatro zonas de igual tamaño: rojo, verde, amarillo y azul.

Características:

- Generador aleatorio: Una ruleta digital con 4 colores.
- Espacio muestral: Las 4 zonas de colores de la ruleta.
- Recurso virtual: Tablero para mover los caballos y ruleta.
- Forma de registro en el OVA: digitando respuestas en un cuestionario.

Con las preguntas 1 y 2 se buscaba identificar si los estudiantes eligen un caballo de color especifico o si entienden la aleatoriedad del experimento, determinando que el caballo ganador puede ser de cualquier color. Una pregunta se formuló antes de utilizar los OVA y la otra después de utilizarlos, solicitando también una primera predicción en base a lo experimentado.

En la siguiente tabla 5-12 se cuantifican las respuestas de los estudiantes:

Tabla 5-12
Cantidad de respuestas al experimento E, preguntas 1 y 2

Preguntas presentadas en el cuestionario.	Antes de usar el tablero y la ruleta. **Pregunta 1:** ¿Con cuál caballo crees que ganarás la carrera?		Después de usar el tablero y la ruleta. **Pregunta 2:** Antes de jugar 5 carreras, ¿De qué color crees que serán los 5 ganadores?	
Opciones de respuestas.	*Color específico o determinado.*	*Cualquier color. Aleatorio.*	*Color específico o determinado.*	*Cualquier color. Aleatorio.*
Cantidad de estudiantes.	12	8	7	13
Porcentajes.	60%	40%	35%	65%

Fuente: Elaboración propia.

Más de la mitad de los estudiantes, el 60 % comenzaron explicando el experimento a partir de un razonamiento subjetivo o determinístico, las elecciones se dieron en base al color favorito, sin tener en cuenta el generador aleatorio, que en este caso fue una ruleta de colores. Luego, con el manejo de los OVA la mayoría de estudiantes, el 65%, entendieron la dinámica del experimento y sus elecciones se basaban en un pensamiento aleatorio, no primaba la elección por gusto, sino

por las diversas experimentaciones en la ruleta, se pasó a entender que cualquiera de los caballos tenía oportunidad de ganar y que no necesariamente ganaba cierto color porque fuera el favorito.

También se preguntó por un posible cambio en los resultados de otras 5 carreras y el resto de la sesión se utiliza para manipular los OVA del tablero de caballos y la ruleta.

5.1.5 Sesión 5.

Experimento F: Carreras de caballos 2.

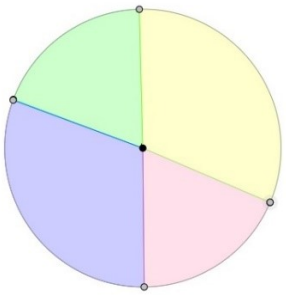
Condiciones: - Ya se ha experimentado con el tablero de movimiento de caballos y ruleta en varias partidas, mínimo 6.

- La ruleta utilizada permite cambiar los espacios de cada color y así varía la probabilidad de cada suceso dentro de las carreras según se necesite.

Las preguntas 1A, 1B, 2A, 2B, 3A y 3B de esta sesión permiten que los estudiantes identifiquen eventos seguros, imposibles, más probables y menos probables de acuerdo a la cantidad de zonas de colores y su tamaño en la ruleta.

En la siguiente tabla 5-13 se muestran los recursos, las preguntas 1A y 1B, junto con los porcentajes de la cantidad de estudiantes que responden a cada uno de los ítems planteados.

Tabla 5-13
Cantidad de respuestas al experimento F, preguntas 1A y 1B

Recursos. OVA.						
Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 1A:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera?			**Pregunta 1B:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera?		
Opciones de respuestas.	Rojo o Verde.	Amarillo y/o Azul.	Cualquier color.	Rojo y/o Verde.	Amarillo o Azul.	Cualquier color.
Cantidad de estudiantes.	3	12	5	11	4	5
Porcentajes.	15%	60%	25%	55%	20%	25%

Fuente: Elaboración propia.

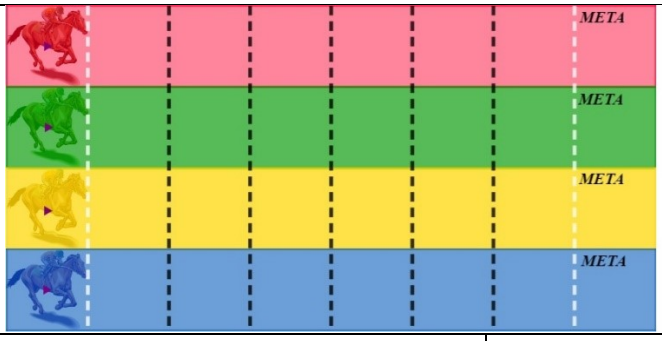
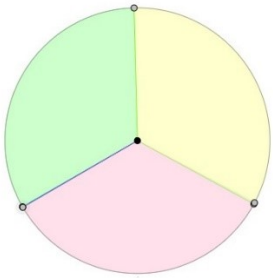
Con la anterior información es posible observar que el 60% de la población de estudio identifica los sucesos que tienen a los caballos amarillo y/o azul como ganadores más posibles frente a los demás colores, debido a su relación con zonas con una mayor superficie dentro de la ruleta, el 25% de la población considera que cualquiera de los cuatro colores puede ganar la carrera porque tienen espacio dentro del espacio muestral, pero esto indica que no se realiza una comparación adecuada entre los diferentes sucesos, ya que no se tiene en cuenta el espacio de superficie de cada color dentro de la ruleta, así estos estudiantes no emiten un juicio sobre que suceso podría ser más posible o menos posible que otro.

Los resultados en la pregunta 1B indican algo parecido a lo analizado en el párrafo anterior, pero con la diferencia que se pregunta por una comparación que busca el suceso menos probable

para ganar, en general los porcentajes se mantienen con solo una diferencia de 5% menos en la cantidad de estudiantes que responden acertadamente.

En la siguiente tabla 5-14 se muestran los recursos, las preguntas 2A y 2B, junto con los porcentajes de la cantidad de estudiantes que responden a cada uno de los ítems planteados.

Tabla 5-14
Cantidad de respuestas al experimento F, preguntas 2A y 2B

Recursos. OVA.						
Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 2A:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera?			**Pregunta 2B:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera?		
Opciones de respuestas.	Azul	Amarillo, verde o rojo.	Cualquier color.	Azul.	Amarillo, verde o rojo.	Cualquier color.
Cantidad de estudiantes.	0	9	11	9	7	4
Porcentajes.	0%	45%	55%	45%	35%	20%

Fuente: Elaboración propia.

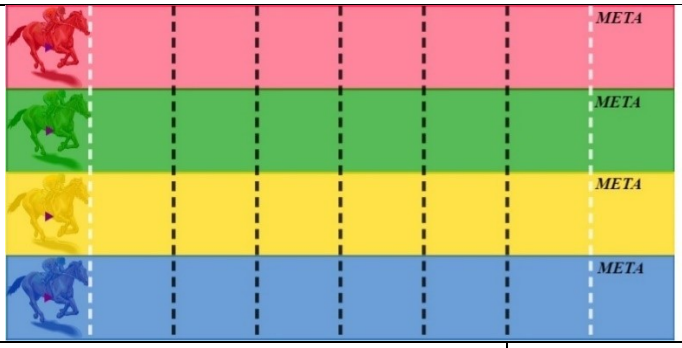
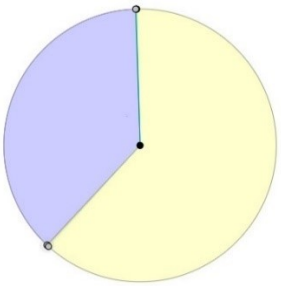
De acuerdo a los porcentajes obtenidos en la pregunta 2A, el 45% de los estudiantes identifican que los caballos ganadores pueden ser de uno de los colores que representan el espacio muestral de la ruleta, lo cual es correcto para el experimento, pero esto puede representar una elección del color determinado más por un juicio subjetivo, por ejemplo un estudiante manifestó: “verde, porque es el segundo”, otro estudiante: “Con el rojo porque la primera carrera la gané con el caballo rojo”, pero este tipo de razonamientos deja a un lado que cualquiera de los tres colores puede ser el ganador, lo cual indica un razonamiento más de tipo subjetivo que transicional.

En esta pregunta 1A, ningún estudiante utiliza la opción del caballo azul, ya que no está en la ruleta, así que el suceso de que el caballo azul gane la carrera se ve como imposible por todos los estudiantes del curso.

Por otro lado, en la pregunta 2B, cuando se pregunta por el caballo que perderá, solamente el 45% de la población lo identifica como el caballo azul, lo que podría indicar una falla en el diseño de esta pregunta porque los estudiantes no relacionan el tablero con los caballos de colores y la ruleta, de esta forma, ellos no tienen en cuenta el caballo azul como suceso imposible dentro de las condiciones del experimento, el 55% de la población determina un color de los que están en la ruleta por distintas razones y muestran así un nivel de razonamiento más de tipo subjetivo.

En la siguiente tabla se muestran los recursos, las preguntas 3A y 3B, junto con los porcentajes de la cantidad de estudiantes que responden a cada uno de los ítems planteados.

Tabla 5-15
Cantidad de respuestas al experimento F, preguntas 3A y 3B

Recursos. OVA.						
Preguntas presentadas en el cuestionario.	**Pregunta 3A:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que ganarás la carrera?			**Pregunta 3B:** ¿Con cuál o cuáles caballos crees que PERDERÁS la carrera?		
Opciones de respuestas.	Amarillo y/o Azul.	Rojo y/o verde.	Cualquier color.	Rojo y/o Verde.	Azul.	Cualquier color.
Cantidad de estudiantes.	13	3	4	11	6	3
Porcentajes.	65%	15%	20%	55%	30%	15%

Fuente: Elaboración propia.

En las preguntas 3A y 3B se observan resultados muy parecidos porcentualmente, entre el 55% y el 65% de los estudiantes responden acertadamente a las preguntas pensando en una comparación de sucesos más posibles y menos posibles, dado este espacio muestral donde solo es posible ganar con los caballos amarillo o azul, se identifican estos colores como los ideales para participar en la carrera. Al observar los resultados de la pregunta 3B se puede indicar que los estudiantes identifican que el suceso de perder con el caballo amarillo es casi imposible y ningún estudiante uso este caballo, en este sentido el 30% de la población identifica que el caballo azul sería un candidato muy posible a perder la carrera, tal vez porque esta parte de la población asume que la carrera era solamente con los caballos azul y amarillo que son los únicos colores de la ruleta, pero lo que se tenía planteado era una comparación entre los mismos cuatro caballos de colores que se habían trabajado desde el principio.

Entonces este aspecto anterior puede generar confusión en las respuestas de los estudiantes y es un aspecto a mejorar en el diseño del AVA dada las edades de los estudiantes y donde las indicaciones dadas a ellos deben ser muy precisas, que no dejen espacio a dudas o ambigüedades.

Por último, se presentó el ítem 4, la cual buscaba que los estudiantes eligieran una estrategia para ganar más fácilmente la carrera:

Elige un caballo y un tipo de ruleta con los que podrías ganar más fácilmente una carrera (observar la figura 5-2).

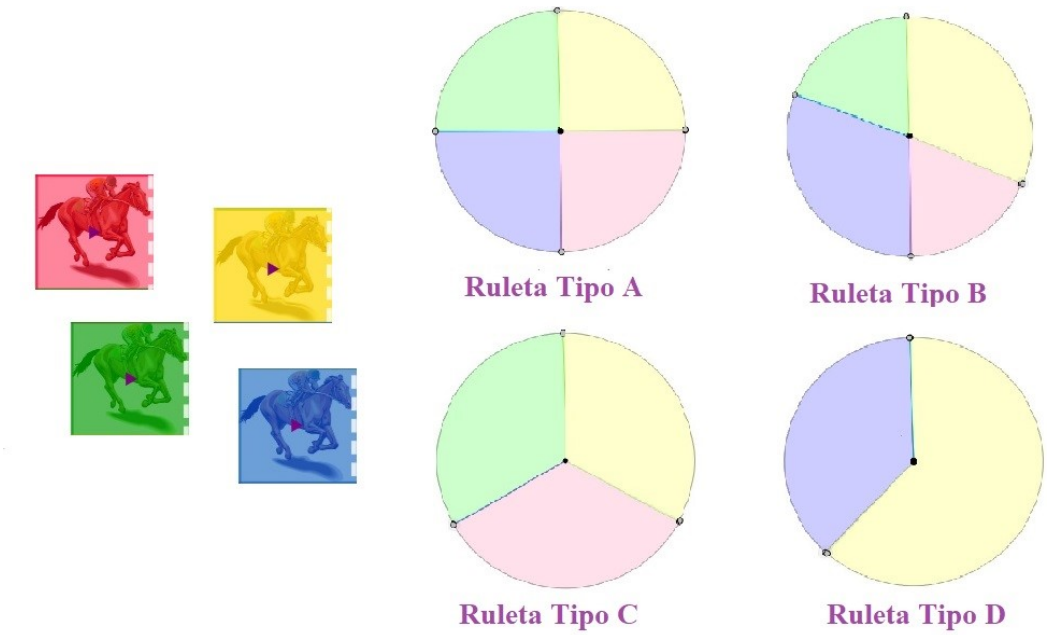


Figura 5-2. La estrategia ganadora.

Fuente: Elaboración propia.

Algunas respuestas literales de los estudiantes se observan a continuación, para ver todas las respuestas diríjase al **anexo 4**:

Tabla 5-16
Algunas respuestas al experimento: La estrategia ganadora.

Estudiantes	**Respuestas.**
E10	"Con el azul porque hay una ruleta de color azul y amarilla pero el amarillo tiene más probabilidades"
E11	"Elegí el caballo amarillo la ruleta tipo D por que es el caballo que más espasio tiene en la ruleta"
E12	"el amarillo es la d por que es el color que mas tiene de color amarillo así que gana el amarillo"
E13	"Ruleta tipo d, jinete amarillo es quien mas tiene oportunidad de ganar"

E14	"Ruleta tipo B y elijo el Azul, porque creo que en esa ruleta tiene un proporción más de competir y ganar"

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar las respuestas de los estudiantes se observa que la mayoría identifican el caballo amarillo con la ruleta tipo D como una buena combinación de estrategia para intentar ganar la carrera, se identifica en el 80% de la población un nivel de pensamiento de tipo cuantitativo informal ya que a pesar de no hacer una cuantificación numérica como tal, si hacen una comparación del tamaño de la superficie de colores en un experimento de probabilidad geométrica para poder encontrar esa estrategia. Se debe tener en cuenta que esto se logró principalmente a la experimentación con los simuladores que tuvieron los estudiantes y a su propio desarrollo del razonamiento sin necesidad que el profesor les diera algún tipo de retroalimentación o instrucción formal sobre la comparación de probabilidades.

También se identificó que el 20% o menos de la población aún realizan juicios subjetivos cuando se enfrentan a situaciones aleatorias, por ejemplo el estudiante E14 respondió a este ítem con: "Ruleta tipo B y elijo el Azul, porque creo que en esa ruleta tiene un proporción más de competir y ganar"; lo cual indica más una elección por gusto del color azul o porque fue el color que más le pudo salir en los diversos experimentos realizados, pero deja a un lado otros colores o color que podrían brindar un suceso más probable dependiendo de otra proporción en el espacio muestral. Dados los alcances de este estudio, este aspecto no se puede definir con claridad y queda como un posible aspecto a rediseñar para ser mejor evaluado en un estudio futuro.

Con todo lo trabajado en las distintas sesiones se observó un cambio favorable en los niveles de razonamiento probabilístico de los estudiantes donde la mayoría de la población empezó ubicándose en los niveles subjetivo y transicional, al finalizar la quinta sesión se ubica la mayoría

de la población en el nivel transicional y cuantitativo informal, lo cual es un logro satisfactorio e indica que los recursos utilizados en el AVA influyeron en el avance de los estudiantes.

De igual forma se reconoce que dependiendo del tipo de tarea, un estudiante puede presentar un nivel de razonamiento determinado y en otra tarea puede presentar un nivel inferior o superior a este, pero esto hace parte del desarrollo de cada estudiante y no representa ningún inconveniente dentro de su proceso de aprendizaje, con el estudio se observó que las tareas generales y con preguntas más amplias se responden acertadamente por la mayoría de los estudiantes, mientras una tarea específica con preguntas sumamente limitadas o con una cuantificación muy exacta, normalmente se le dificultaran a la mayoría de estudiantes.

Por otro lado, se reconoce la motivación generada en los estudiantes por el uso del AVA, específicamente ellos dieron comentarios de agrado por este tipo de actividades en el aula, indicando que este tipo de actividades no son comunes a la forma tradicional en que se desarrollan las clases y que les pareció muy interesante la forma como cada experimento les era presentado, los simuladores les permitían divertirse e ir pensando en cómo responder ante las preguntas al mismo tiempo, por ejemplo el estudiante E8 dijo: “gracias profe porque yo miraba los colores de los pescados o los caballos y me tocaba pensar para intentar ganar y los dibujos eran muy bonitos”.

Por último, se desarrolló la sesión 6 como retroalimentación de todas las sesiones de clase anteriores, sin ningún tipo de registro para ser evaluado, salvo algunos comentarios de los estudiantes, pero esto es complementario y no genera un análisis de sus razonamientos en el presente estudio. En el próximo capitulo se pueden observar las principales conclusiones de todo lo trabajado.

Capítulo 6

6.1 Conclusiones

Atendiendo a los aspectos trabajados anteriormente se concluye lo siguiente:

- El pensamiento probabilístico puesto en juego por los estudiantes de grado 3º al afrontar experimentos aleatorios se caracterizó inicialmente con una fuerte influencia de los niveles subjetivo y transicional para realizar predicciones o tomar decisiones ante los experimentos, esto quiere decir que se tomaban decisiones utilizando sus gustos, por ejemplo expresando argumentos como "mi color favorito ganara en la carrera de caballos", o "el pez de color verde será el primero en ser atrapado", o aludiendo a posiciones relativas al lugar que ocupan los peces en el espacio, por ejemplo "porque está en una posición más arriba que los demás peces". Una gran parte de la población asumió sus intuiciones basados en aspectos determinísticos que en ocasiones impiden identificar el espacio muestral o hacen que no se tenga en cuenta las condiciones aleatorias del experimento.

- Se observó un cambio favorable en los niveles de razonamiento probabilístico de los estudiantes donde la mayoría de la población empezó, en la sesión 2, ubicándose en los niveles subjetivo y transicional, el 55% en el nivel subjetivo y el 40% en el transicional, luego al finalizar la quinta sesión se ubica la mayoría de la población en los niveles transicional y cuantitativo informal, el 80% de la población se encuentra en estos niveles, lo cual es un logro satisfactorio y podría indicar que los recursos utilizados en el AVA y la secuencia de actividades influyeron acertadamente en el avance del proceso educativo de los estudiantes.

- Los estudiantes durante el proceso de experimentación mejoraron en la identificación del espacio muestral en los experimentos, fue notable la diferencia al tener en cuenta una imagen

estática con tres peces rojos y uno verde, al compararla luego con el simulador diseñado: pez color, ya que el movimiento aleatorio, totalmente visualizado por los estudiantes, los obligó a tener en cuenta más la cantidad de peces de cada color que solamente la posición inicial de los peces. Algo similar ocurrió en el simulador de las carreras de caballos, se pasó de pensar en colores favoritos a pensar en las porciones de área de cada color, incluso si dichos colores estaban en el espacio muestral o no, fueron factores determinantes para tomar las últimas decisiones.

- De forma general y dependiendo del tipo de tarea, entre el 50% y 80% de los estudiantes logra hacer una comparación correcta entre las distintas probabilidades de los sucesos, empezando por cuantificaciones informales del tipo: 1 de cada 4 peces será verde, hasta la comparación del tamaño de superficies de colores en una ruleta, así a mayor superficie mayor probabilidad (esto por la representación en sectores circulares de las zonas de la ruleta).

- Después del proceso de enseñanza-aprendizaje que incluye la interacción con el AVA aumentó el porcentaje de respuestas acertadas de los estudiantes hacia la comprensión de cada uno de los experimentos, resultado que es necesario complementar con un mejor registro de los argumentos de los estudiantes, ya que una respuesta acertada no necesariamente es justificada de manera correcta, a pesar de ello el incremento de respuestas acertadas tal vez es debido a que el simulador representa el movimiento del experimento, de forma más dinámica a lo que lo haría un enunciado o una imagen estática, que son de los recursos más usados en las aulas.

- La implementación de la propuesta didáctica se desarrolló completamente con los estudiantes en el aula virtual, debido esto a la cercanía que tienen los estudiantes de grado tercero al manejo de herramientas virtuales, el acompañamiento del docente, la motivación generada por las actividades didácticas. En general se percibió una recepción positiva por parte de los niños hacia el aprendizaje de probabilidad a través de la simulación de experimentos.

6.2 Recomendaciones:

En la actualidad nadie duda de la importancia de la tecnología, por ejemplo Torres (2005) afirma que los programas educativos, se pueden quedar anclados en el pasado si no se integran con los nuevos canales de comunicación que se adhieren progresivamente a la sociedad, debido a esto, se espera que se utilicen materiales multimedia como herramientas que ayuden a cambiar la idea del conocimiento y den una nueva perspectiva con metodologías diferentes a las tradicionales.

- El presente estudio logró integrar la tecnología con el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, pero al ser una asignatura tan amplia, el desarrollo del estudio se centró específicamente en nociones de probabilidad. Batanero (2006) indica que:

> El estado actual de la tecnología permite las simulaciones y los experimentos, que ayudan a los estudiantes a resolver las paradojas que se presentan incluso en problemas de probabilidad aparentemente sencillos y podrían servir para explorar situaciones probabilísticas de la vida real, sin necesidad de un gran nivel de formalización. (p.14)

- En la enseñanza de la probabilidad en primaria los recursos tecnológicos apoyaron dos aspectos importantes inicialmente, el primero habla de nuevas posibilidades didácticas en los softwares educativos, ya que permiten repetir experiencias simuladas un número suficiente de veces de manera que es posible observar tendencias globales (Batanero, 2016). Así, se puede comprender que las muestras pequeñas de resultados son menos fiables que las muestras grandes (Godino, Batanero y Cañizares, 1987, citados en Batanero, 2016). El segundo aspecto es el aspecto de la representación, Batanero (2016) deja ver que la tecnología puede representar una diversidad de gráficos dinámicos cuya comprensión está al alcance de los niños.

- El diseño de los simuladores estaba basado en experimentos donde el espacio muestral era totalmente visible para los estudiantes, se veían los colores de los peces, o las partes de la ruleta y este fue un gran acierto percibido por los estudiantes, quienes comentaron que el hecho de siempre poder ver todos los resultados posibles les ayudaba a contar, en otras palabras, ellos podían hacer fácilmente cuantificaciones de manera informal (Camacho, 2020)..

- En los simuladores era posible ir observando y dejando registro de cada experimentación hecha, esto es algo totalmente necesario en los diseños para los experimentos con niños, ya que así ellos pudieron identificar tendencias de lo que sucedía con sus experimentos y en la mayoría de casos, era la base para dar respuesta a las nuevas preguntas (Camacho, 2020).

- Con el desarrollo de esta experiencia también se desea aportar en el fortalecimiento del uso de la tecnología en los colegios, ya que se ve una oportunidad de formación tanto para docentes como para estudiantes y fue una gran oportunidad para adaptarse a los nuevos procesos virtuales surgidos del aislamiento preventivo a causa del covid en el año 2020.

Capítulo 7: Referencias Bibliográficas

Adell, J. (1997). Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información. *Edutec-e*(7), 01-21. Recuperado el 20 de Noviembre de 2018

Alfaro, A., & Alpízar, M. (2011). Estrategias didácticas para enseñar estadística y probabilidad en primaria: validación en el aula. *II Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos*, (págs. 1-14).

Arnaldos, F., & Faura, U. (2011). Cómo mejorar la comprensión de los fundamentos de la probabilidad a través de las TICs. *III Jornadas de Docencia en Economía.* Cartagena.

Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. *Estadística y Azar*, 1-17.

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? *Atas do III encontro de probabilidades e estatística na escola*, (págs. 1-13).

Batanero, C. (2016). Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. *Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria* (págs. 1-8). Montevideo: CUREM 6.

Batanero, C., & Godino, J. (2002). Capítulo 2: Probabilidad. En C. Batanero, & J. Godino, *Estocástica y su didáctica para maestros.* (págs. 735-765). Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática.

Batanero, C., & Serrano, L. (1995). La aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas. *Proyecto PS93-0196*.

Batanero, C., Ortiz, J. J., & Serrano, L. (2007). Investigación en didactica de la probabilidad. 1-12.

Bennàssar, A., García, A., Vázquez, Á., & Manassero, M. (2010). Educación científica y naturaleza de la ciencia. En A. Bennàssar, A. García, Á. Vázquez, & M. Manassero, *Ciencia, tecnología y sociedad en Iberoamérica: una evaluación de la comprensión de la naturaleza de ciencia y tecnología* (págs. 15-17). Madrid: Centro de Altos Estudios Universitarios de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia.

Biehler, R., & Pratt, D. (2012). Research on the reasoning, teaching and learning of probability and uncertainty. *ZDM*, 819-823.

Bonilla, E., & Rodríguez, P. (1997). Métodos cuantitativos y cualitativos. En E. Bonilla, & P. Rodríguez, *Más allá del dilema de los métodos* (págs. 41-58). Bogotá: Norma.

Bowers, J., & Stephens, B. (2011). Using technology to explore mathematical relationships: a framework for orienting mathematics courses for prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*, 285-304.

Calderón, M. (2014). La enseñanza de la probabilidad geométrica en primaria y secundaria con ayuda de geogebra. *IV Encuentro sobre didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos.*

Camacho, C. (2020). Simuladores de experimentos aleatorios para niños. *V Encuentro de Educadores e Investigadores en Educación en Tecnología.* Bogotá.

Cañizares, J., Batanero, C., Serrano, L., & Ortiz, J. (1999). Comprensión de la idea de juego equitativo en los niños. *Números*(37), 37-55.

Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics. *Technology Innovations in Statistics Education Journal*.

Eichler, A., & Vogel, M. (2012). Basic modelling of uncertainty: young students' mental models. *ZDM, 44*, 841-854.

Estrada, A., & Batanero, C. (2020). Prospective Primary School Teachers' Attitudes towards Probability and its Teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*, 1-14.

Galeano, A., Agredo, N., & Rivera, T. (2018). Una carrera de autos para detectar sesgos en el razonamiento probabilístico de niños de cuarto grado. *Tercer Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*, (págs. 443-445).

García, F., Alfaro, A., Hernández, A., & Molina, M. (2006). Diseño de Cuestionarios para la recogida de información: metodología y limitaciones. *Revista Clínica de Medicina de Familia*, 232-236.

Gilbert, J. (1995). Educación tecnológica: una nueva asignatura en todo el mundo. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 15-24.

Godino, J., Batanero, C., & Cañizares, J. (1987). Azar y probabilidad. *Síntesis*.

Henriksen, D., & Richardson, C. (2017). Teachers are designers: Addressing problems of practice in education. *The Phi Delta Kappan, 99*(2), 60-64. Recuperado el 2019, de http://www.jstor.org.bdigital.udistrital.edu.co:8080/stable/26388274

Hernandez-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). La ruta de investigación cualitativa. En R. Hernandez-Sampieri, *Metodología de la investigación* (págs. 387-567). México d.f., México: Mc Graw Hill Education.

Herrera, M. (2006). Consideraciones para el diseño didáctico de ambientes virtuales de aprendizaje: una propuesta basada en las funciones cognitivas del aprendizaje. *Revista Iberoamericana de educación*.

Jiménez, L., & Jiménez, J. (2005). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué y por qué? *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*(6), 1-14.

Jones, G., Langrall, C., Thornton, C., & Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children‘s thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics*, 101–125.

Kazak, S., & Confrey, J. (2007). Elementary school students’ intuitive conceptions of random distribution. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 2*, 227-244.

Kazak, S., Wegerif, R., & Fujita, T. (2015). Combining scaffolding for content and scaffolding for dialogue to support conceptual breakthroughs in understanding probability. *ZDM*, 1269-1283.

Kilpatrick, J., Rico, L., & Sierra, M. (1992). *Educación matemática e investigación.* Síntesis.

Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. En *Radical constructivism in mathematics education* (págs. 139-156).

Litwin, E. (2005). La tecnología educativa en el debate didáctico contemporáneo. *Tecnologías educativas en tiempos de Internet*, 3-12.

Maracci, M., Cazes, C., Vandebrouck, F., & Mariotti, M. (2013). Synergies between theoretical approaches to mathematics education with technology: A case study through a cross-analysis methodology. *Educational Studies in Mathematics, 84*(3), 461-485. Recuperado el 2019, de http://www.jstor.org.bdigital.udistrital.edu.co:8080/stable/43589799

Martínez, C. (2011). Inferencia estadística. En C. Martínez, *Estadística basíca aplicada* (Cuarta ed., págs. 317-342). Bogotá: Ecoe Ediciones.

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas.* Colombia: Magisterio.

MEN. (2006). *Estandares básicos de competencias en matemáticas.* Colombia: Magisterio.

MEN. (2008). *Las Orientaciones Generales para la Educación en Tecnología* (Primera ed.). Colombia: Imprenta Nacional.

MEN. (2017). *Mallas de Aprendizaje - Matemáticas grado 3º.* Colombia: Magisterio.

Morales, B., Edel, R., & Aguirre, G. (2014). Modelo ADDIE (análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación): Su aplicación en ambientes educativos. *Los modelos tecno-educativos, revolucionando el aprendizaje del siglo XXI*, 33-46.

Nacarato, A., & Grando, R. C. (2014). The role of language in building probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal, 13*, 93-103.

Nilsson, P. (2013). Challenges in seeing data as useful evidence in making predictions on the probability of a real-world phenomenon. *Statistics Education Research Journal*, 71-83.

Ortiz, C., & Alsina, Á. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 31*, 454-478.

Ortiz, J. J., Batanero, C., & Contreras, J. M. (2012). Conocimiento de futuros profesores sobre la idea de juego equitativo. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 15*, 63-91.

Osorio, M., Suárez, A., & Uribe, C. (2011). Revisión de aspectos asociados a la problemática del aprendizaje de la Probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(34), 360-384.

Paparistodemou, E., Noss, R., & Pratt, D. (2008). The Interplay Between Fairness and Randomness in a Spatial Computer Game. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 13*, 89-110.

Pratt, D., & Kapadia, R. (2009). Shaping the Experience of Young and Naïve Probabilists. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*, 323-338.

Rueda, R., & Quintana, A. (2013). La necesidad de repensar la tecnología. En R. Rueda, & A. Quintana, *Ellos vienen con el chip incorporado Aproximación a la cultura informática escolar* (Tercera ed., págs. 41-70). Bogotá: Jotamar.

Ruiz, K. (2013). Análisis de recursos en internet para la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. Granada, España.

Schnell, S., & Prediger, S. (2012). From “everything changes” to “for high numbers, it changes just a bit”. *ZDM, 44*, 825-840.

Serrado, A., Cardeñoso, J., & Azcárate, P. (2005). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *Statistics Education Research Journal*, 59-81.

Torres, L. (2005). Elementos que deben contener las páginas web educativas. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*(25), 75 - 83.

Triola, M. (2009). Probabilidad. En M. Triola, *Estadística* (Decima ed., págs. 136-197). México: Pearson Education.

Vásquez, C. (2017). Aprendizaje de la probabilidad en educación infantil y primaria. Aspectos a considerar en la formación del profesorado. *Alternativas pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI*, 19-43.

Watson, J., & Kelly, B. (2009). Development of Student Understanding of Outcomes Involving Two or More Dice. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*, 25-54.

Way, J. A. (2003). The development of children's notion of probability. *The development of children's notion of probability*. Sydney, Australia.

Anexos

8.1 Anexo 1: Carta de consentimiento informado.

Consentimiento informado para participar en el proyecto de investigación titulado:

Razonamientos usados por estudiantes de grado 3º en experimentos aleatorios mediados en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA).

Yo: _____ con C.C. _____ como acudiente del estudiante: _____, he recibido información de las particularidades de un estudio investigativo que incluye el título, objetivos y una descripción general del proyecto que se desarrollará en la Institución: Gimnasio los Arrayanes en el curso 3F durante la clase de matemáticas, ya que dicho estudio hace parte de la formación como magíster en Educación en Tecnología del profesor Cristian Camacho, estudiante de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas durante el año 2020.

Anexo a lo anterior se me informan las siguientes condiciones:

- La participación en el estudio es totalmente voluntaria, se grabarán audios y NO se usará la imagen de los estudiantes ni en fotos ni en videos.
- La participación en el estudio es con fines puramente académicos, por esta razón NO se generará ningún lucro o ganancia económica.
- La participación en el estudio NO tendrá en cuenta el nombre del estudiante para la publicación de resultados, se usarán códigos de forma aleatoria para que no se genere ninguna relación pública.
- La participación en el estudio NO tendrá ningún tipo de repercusión en el proceso académico del estudiante en el área de matemáticas, no afecta las calificaciones ni lo excluye de sus deberes.
- El material diseñado o desarrollado con el propósito de la investigación pertenece a los investigadores será usado con fines académicos como evidencias.

Con lo anterior, permito mencionar que SÍ __ o No__ autorizo a mi hijo para que participe en calidad de investigado dentro del estudio bajo las condiciones descritas anteriormente.

Septiembre __ de 2020, Bogotá.

Firma Acudiente: _____ Firma Estudiante: _____

8.2 Anexo 2: Resultados del experimento de saltos

Las predicciones son los posibles resultados dados por los estudiantes antes de saltar, el Nº de saltos es el resultado obtenido por cada estudiante saltando en 30 segundos, Los Resultados (en color rojo) indican con el símbolo + que se hicieron "más" saltos de lo predicho y el símbolo – que se hicieron "menos" saltos de lo predicho. La siguiente columna es el comentario textual del estudiante y la siguiente un análisis de su trabajo.

Estudiantes.	Predicción 1.	N.º Saltos 1.	Resultados 1.	Predicción 2.	N.º Saltos 2.	Resultados 2.	Comentario del estudiante sobre el experimento.	Análisis.	¿Reconoce la variabilidad de resultados?
E1.	50	60	+10	50	56	+6	Porque miré y me salieron esos saltos.	El estudiante no cambia su predicción inicial, en las dos experimentaciones queda por encima de sus predicciones.	No.
E2.	20	51	+31	59	60	+1	Yo creo que tendría 59 o 60 porque es algo parecido a mi primer resultado.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca bastante a dicho resultado con su segunda predicción.	Sí.
E3.	30	40	+10	54	55	+1	Se puede hacer un salto por segundo, luego me di cuenta que se pueden más.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca bastante a dicho resultado con su segunda predicción.	Sí.
E4.	30	81	+51	120	199	+79	Yo creo que puedo hacer ciento veinte algo porque en la anterior hice 81 y si lo hago más rápido, más saltos puedo tener.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se aleja bastante con su segunda predicción. Pero su segundo resultado es poco creíble en relación al tiempo del experimento.	Sí.
E5.	25	23	-2	50	50	0	Porque creo que puedo saltar rápido en 2 segundos.	El estudiante cambia su predicción influenciado con el hecho que se da cuenta que se puede aproximar al resultado pensando en saltar 2 veces por minuto. Se puede haber confundido al expresar su respuesta verbal, pero realiza una cuantificación útil en su experimentación.	Sí.

E6.	36	69	+33	70	80	+10	Yo creo que es un número diferente porque puedo hacer más.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca bastante a dicho resultado con su segunda predicción.	Sí.
E7.	52	80	+28	89	80	-9	Hago más saltos de los que pienso porque fui saltando cada vez más rápido.	El estudiante si cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.
E8.	50	48	-2	90	80	-10	Si tú pones 30 segundos en un cronómetro te das cuenta que es mucho tiempo y si trabajas rápido se pueden saltar más rápido que una vez por segundo.	El estudiante cambia su predicción inicial sin tener en cuenta el resultado obtenido. Se aleja mucho más del resultado con su segunda predicción.	Sí.
E9.	25	36	+11	35	35	0	Yo creo que como ya sé mi primer resultado eso me puede ayudar un poquito para saber el próximo resultado.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Logra acertar el experimento con su segunda predicción.	Sí.
E10.	40	80	+40	60	82	+22	Hago más de los que pienso porque no me rindo.	El estudiante cambia su predicción inicial sin tener en cuenta el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción, pero no tiene muy en cuenta los resultados y esto lo aparta bastante de poder acertar.	Sí.
E11.	40	50	+10	50	55	+5	En 30 segundos podría saltar rápido y lograr 40 saltos.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.
E12.	20	62	+42	70	70	0	Yo pienso que como en la anterior vez, yo puedo hacer 10 más que lo que pienso.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Logra acertar el experimento con su segunda predicción.	Sí.
E13.	67	51	-16	61	66	+5	Antes había practicado y eso lo hago con la cuerda de saltar.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.
E14.	20	60	+40	62	58	-4	Hago muchísimos más de los que pienso, por eso colocaré más.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.

E15.	15	60	+45	54	60	+6	No creo que puedo hacer tantos saltos (30) en 30 segundos.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.
E16.	30	50	+20	64	63	-1	Porque si la vez pasada hice 50 (saltos), yo creo que esta vez hago 75 por lo que ya practiqué.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se acerca de mejor forma con su segunda predicción.	Sí.
E17.	25	38	+13	39	54	+15	Yo creo que puedo hacer 39 porque esta vez la puedo hacer más rápido.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Se aleja un poco más con su segunda predicción, pero tal vez esto es resultado de un esfuerzo físico mayor al desarrollar el experimento.	Sí.
E18.	30	43	+13	80	67	-13	Si se hacen rápido, puedo hacer más de los que pienso.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por un posible mayor esfuerzo físico, pero no por el resultado obtenido en el primer experimento. El estudiante se mantiene distante de poder acertar.	Sí.
E19.	17	60	+43	90	60	-30	Creo que lo puedo lograr o no lo puedo lograr, no sé.	El estudiante cambia su predicción, pero no tiene en cuenta los resultados. El estudiante se mantiene distante de poder acertar.	Sí.
E20.	40	30	-10	30	30	0	Siendo más rápido que uno por segundo se podría hacer 40, luego no creo.	El estudiante cambia su predicción inicial influenciado por el resultado obtenido. Logra acertar el experimento con su segunda predicción.	Sí.

8.3 Anexo 3: Respuestas y códigos del experimento C

	Respuestas a tareas específicas.					Respuestas a una tarea general.	
#E.	**¿Crees que atraparás mínimo 10 peces rojos?**	**¿Crees que atraparás mínimo 10 peces verdes?**	**¿Crees que atraparás mínimo 50 peces rojos?**	**¿Crees que atraparás mínimo 50 peces verdes?**	**Categorías frente a tareas específicas.**	**¿Qué pasará con la cantidad de peces atrapados?**	**Categorías frente a la tarea general.**
E1.	Tal vez	Tal vez	Tal vez	Sí	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E2.	Tal vez	Tal vez	Tal vez	Tal vez	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E3.	Tal vez	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E4.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E5.	No	No	No	Tal vez	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E6.	No	Tal vez	Sí	Tal vez	**CP.**	Todos serán peces rojos.	**PP.**
E7.	Tal vez	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E8.	Sí	Sí	No	Tal vez	**CP.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E9.	Sí	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E10.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E11.	Sí	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E12.	Sí	No	No	Sí	**NC.**	Todos serán peces Rojos.	**PP.**
E13.	Sí	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**

E14.	Tal vez	No	Tal vez	No	**NC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E15.	Sí	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E16.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E17.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E18.	Sí	Sí	Sí	Tal vez	**CP.**	Todos serán peces rojos.	**PP.**
E19.	Sí	Tal vez	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**
E20.	Sí	Sí	Sí	No	**CC.**	La mayoría serán peces rojos.	**PM.**

8.4 Anexo 4: Respuestas a la estrategia ganadora.

Respuestas a la última pregunta, buscando la estrategia ganadora, Elige un caballo y un tipo de ruleta con los que podrías ganar más fácilmente una carrera:

Estudiantes	**Respuestas literales de los estudiantes.**
E1	el caballo que elegí fue el amarillo porque en la ruleta d que también fue la que elegí porque tiene mucho color amarillo y es muy probable que gane.
E2	elegi el rojo y la ruleta c porque hay más rojo que amarillo y verde
E3	yo escojo el amarillo y la ruleta d porque hay mas contenido de amarillo.
E4	la ruleta D y el caballo amarillo, porque el caballo amarillo tendrá mas probabilidades de ganar
E5	el caballo amarillo por que en todas estas carreras la mayoría de veces gane con esa y la ruleta es la a por que están todos los colores ademas hay gane la mayoría de veces con el caballo amarillo.
E6	yo escojo al caballo amarillo y la ruleta D porque la mayoría de la ruleta tiene el amarillo y por eso escogí al caballo amarillo.
E7	Yo elijo el amarillo porque el la ruleta D hay mas color AMARILLO
E8	ruleta D y caballo amarillo porque hay mas color amarillo en la ruleta D
E9	Elijo el caballo amarillo y la ruleta D. Pues es la que tiene mas probabilidad que gane el amarillo
E10	Con el azul porque hay una ruleta de color azul y amarilla pero el amarillo tiene más probabilidades

E11	Elegí el caballo amarillo la ruleta tipo D por que es el caballo que más espasio tiene en la ruleta
E12	el amarillo es la d por que es el color que mas tiene de color amarillo así que gana el amarillo
E13	Ruleta tipo d, jinete amarillo es quien mas tiene oportunidad de ganar
E14	Ruleta tipo B y elijo el Azul, porque creo que en esa ruleta tiene un proporción más de competir y ganar
E15	yo escojo el amarillo y la ruleta tipo D
E16	azul y la ruleta D y en esa ruleta solo esta el color amarillo y el color azul entonces tengo mas posibilidades de ganar.
E17	amarillo y con la ruleta tipo d
E18	la c y el verde por que tiene un buen espacio y siempre me va bien con el
E19	YO ELIGI AL CABALLO ROJO Y LA RULETA ES TIPO C Y ELEGI AL CABALLO ROJO POR QUE ES EL CABALLO QUE MAS ME GUSTA
E20	Amarillo con ruleta d porque hay mucho amarillo en ella