UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Efectos magneto-ópticos en interfaces simples y aproximación al caso de multicapas

por

Edison Leonel Cortés Pedraza

Director

César Aurelio Herreño Fierro

Monografía presentada en cumplimiento parcial para obtener el título de Licenciado en Física

Facultad de Ciencias y Educación
Proyecto Curricular de Licenciatura en Física

9 de mayo de 2017

Declaración de Autoría

Yo, Edison Leonel Cortés Pedraza, declaro que la presente monografía titulada "Efectos magneto-ópticos en interfaces simples y aproximación al caso de multicapas", y el trabajo que se presenta es propio de mi autoría:

- Este trabajo fue realizado en su totalidad para obtener el título de Licenciado en Física de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Declaro que las fuentes donde he consultado la obra publicada por los demás, se le atribuye siempre con claridad en las referencias.
- Declaro se ha citado el trabajo de los demás, se da siempre la fuente, esta monografía es enteramente mi propio trabajo.
- Yo he reconocido todas las principales fuentes de ayuda.
- En cuanto a la monografía se basa en el trabajo realizado por mí mismo en forma conjunta con los demás, ya he dejado claro exactamente lo que se hizo por los demás y lo que yo he contribuido.

Firmado: Edison Leonel Cortés Pedraza

Fecha:

Agradecimientos

Quiero agradecerle a mi director de monografía, el profesor *Ph.D César Aurelio Herreno Fierro*, profesor del Proyecto Curricular de Licenciatura en Física de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, por la orientación brindada durante el desarrollo de este trabajo de grado para obtener el título de pregrado de Licenciado en Física.

Agradezco, también al profesor Jorge Nicolás Torres, por su orientación y tiempo brindado para poder llevar a cabo los resultados finales de este trabajo.

Enseguida quiero agradecer también a cada una de esas personas que me brindaron su conocimiento en las aulas de clase de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, que hicieron posible mi formación como persona. Y a todos aquellos que en algún momento de mi formación compartieron conocimientos durante este proceso.

Índice general

Declaración de Autoría I

Agradecimientos II

Lista de Figuras V

1. Introducción **1**
1.1. Respuesta óptica de los materiales: índice de refracción . . . 1
1.2. Efectos Magneto-Ópticos . . . 3
1.2.1. Geometrías Magnéticas . . . 5
1.2.2. Señal Magneto-Óptica y Tensor Dieléctrico . . . 6
1.3. Objetivo . . . 9
1.4. Objetivos Específicos . . . 9
1.5. Esquema de la Tesis . . . 10

2. Ecuaciones de Maxwell y Condiciones de Frontera **11**
2.1. Ecuaciones de Maxwell en forma Integral . . . 11
2.2. Condiciones de frontera . . . 13
2.2.1. Inducción magnética $\vec{\mathbf{B}}$ . . . 13
2.2.2. Desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$ . . . 14
2.2.3. Intensidad eléctrica $\vec{\mathbf{E}}$ . . . 15
2.2.4. Intensidad magnética $\vec{\mathbf{H}}$ . . . 16
2.3. Ecuaciones diferenciales de Maxwell . . . 17
2.4. El Teorema de poynting . . . 18
2.5. Ecuaciones de Maxwell en la Materia . . . 19

3. Ondas Electromagnéticas **21**
3.1. Ondas en una dimensión . . . 21
3.1.1. Ecuación de ondas unidimensionales . . . 23
3.1.2. Ondas sinusoidales . . . 24
3.1.3. Ecuación de onda . . . 26
3.1.4. Reflexión y refracción de ondas planas . . . 28

3.1.5. Reflexión y transmisión de onda tipo s (onda transversal eléctrica) 30
3.1.6. Reflexión y transmisión de ondas tipo p (ondas transversales magnéticas) 32

4. Propagación de ondas electromagnética en en medios isotrópicos 34
4.1. Propagación de ondas electromagnéticas en medios isotrópicos 34
4.2. Polarización de la Luz 36
4.2.1. Polarización Lineal 36
4.2.2. Polarización Circular 37
4.2.3. Polarización Elíptica 38
4.3. Representación de los vectores de Jones 39

5. Propagación de Ondas Electromagnética en Medios Anisotrópicos 44
5.1. Tensor dieléctrico para medios anisotrópicos 44
5.2. Los efecto Magneto-Ópticos 47
5.3. El efecto Faraday 48
5.3.1. Birrefrigencia circular magnética (ó Efecto Faraday) 50
5.3.2. Dicroísmo Circular Magnético 51
5.4. El efecto Voigt y Cotton-Mouton 52
5.4.1. Birrefringencia Lineal Magnética 53
5.4.2. Dicroísmo Lineal Magnético 54
5.5. El Efecto Magneto-óptico Kerr (MOKE) 55
5.5.1. El efecto complejo Kerr Polar 56
5.5.2. El Efecto Kerr Transversal 58
5.5.3. Fórmula general del efecto MOKE 62

6. Propagación de Ondas Electromagnética en Medios Multicapas Anisotrópicas 64
6.1. Propagación de ondas electromagnéticas para medios anisotrópicos 64
6.2. Explicación de multicapas anisotrópicas 67
6.3. Análisis y resultados del efecto magneto-óptico Kerr para las interfaces simples Aire|Co 74
6.3.1. Análisis de la dependencia espectral de las señales MOKE para las interfaces simples Aire|Co 74
6.3.2. Análisis de la dependencia angular de las señales MOKE para las interfaces simples Aire|Co 77

7. Conclusiones 80

A. Apéndice A 82
A.1. Tablas de los resultados de la dependencia espectral y angular de las diferentes geometrías MOKE para las interfaces simples de Aire|Co 83

Referencias 89

Índice de figuras

1.1. Geometrías Magnéticas 4
1.2. Geometrías Magnéticas del Efecto Kerr 5

2.1. Representación una capa de transición 14
2.2. Representación de un rectángulo perpendicular al límite entre dos medios 16

3.1. Representación de una onda en una dimensión 22
3.2. Representación de una onda sinusoidal 24
3.3. Representación de una onda sinusoidal viajando a la izquierda 26
3.4. Reflexión y refracción de una onda plana entre dos medios dieléctricos 29
3.5. Reflexión y refracción de una ondas tipo s (TE) 30
3.6. Reflexión y refracción de una ondas p (TM) 33

4.1. Polarización Circular 37
4.2. Polarización elíptica 39
4.3. Representación de los estados de Polarización 43

5.1. Efecto Faraday (wikipedia, 2007) 49
5.2. Los efectos Voigt y Cotton-Mouton 53
5.3. Efecto MO Kerr. (a) polar, (b) longitudinal, y (c) transversal. 55
5.4. Diagrama de transmisión de la luz a través de una interfaz 59

6.1. Diagrama de estructura anisotrópica para multicapas 68
6.2. Representación de las condiciones de multicapas 69
6.3. Representación de la dependencia espectral de las señal PMOKE 75
6.4. Representación de la dependencia espectral de las señal LMOKE 76
6.5. Representación de la dependencia espectral de las señal TMOKE 76
6.6. Resultados de la señal LMOKE 77
6.7. Representación de la dependencia angular de la señal PMOKE 78
6.8. Representación de la dependencia angular de la señal LMOKE 78
6.9. Representación de la dependencia angular de la señal TMOKE 79
6.10. Resultados de la señal TMOKE 79

Dedicado a mis Padres por su apoyo incondicional en mi formación como persona a través del tiempo

Capítulo 1

Introducción

En este trabajo se aborda el problema de la interacción de radiación-materia, donde la radiación (luz) se propaga en forma de ondas electromagnéticas. Estas ondas están gobernadas por las ecuaciones de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} - \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} = \vec{\mathbf{J}}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$$

Estas ecuaciones de Maxwell permiten describir el comportamiento de la luz cuando se propaga en un medio material, y así mismo los fenómenos ocurridos cuando ésta encuentra una discontinuidad en el medio de propagación. En el presente trabajo se observan los sistemas de interfaces simples con geometría plana.

1.1. Respuesta óptica de los materiales: índice de refracción

Como es sabido la velocidad de propagación de la luz en la materia ésta determinada por el índice de refracción n del medio. En principio n es una propiedad del medio material. Sin embargo, como ocurre en la mayoría de los materiales, éste también depende de la frecuencia de la onda incidente ($n = n(\omega)$). A este tipo de materiales se les denomina materiales dispersivos.

Estrictamente hablando, el vacío es el único medio no dispersivo en donde $n = 1$. Para el caso de los materiales dieléctricos en donde no hay absorción, el índice de refracción está representado por una función real, como es el caso del aíre, vidrio, acrílicos, etc.

Ahora bien, el fenómeno de la dispersión en un material viene consecuentemente acompañado del fenómeno de absorción, lo cual puede representarse adecuadamente usando un índice de refracción complejo ($\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega)$). En este caso, la parte imaginaria $\kappa(\omega)$ es responsable del decaimiento exponencial de la amplitud de la onda a medida que ésta ingresa al material, mientras que la parte real $n(\omega)$ describe la propagación (velocidad v y longitud de onda λ) de la onda en la forma usual ($v = c/n$ y $\lambda = \lambda_0/n$). Aunque estrictamente hablando todos los materiales absorben energía electromagnética en alguna medida, son los metales conductores el mejor ejemplo de este tipo de materiales.

Los materiales hasta aquí descritos presentan la misma respuesta óptica independientemente de la dirección de propagación de la luz dentro de ellos. Este tipo de materiales se denominan materiales isotrópicos. No obstante, existen materiales que presentan una respuesta óptica dependiente de la dirección de propagación de la luz dentro del material, estos medios se conocen como medios anisotrópicos. En este caso, el índice de refracción está convenientemente representado por un tensor 3×3 con elementos diagonales diferentes de cero y, en general, diferentes entre sí, con términos no diagonales nulos. Materiales con este tipo de anisotropía se denominan birrefrigentes. Existen varias clases de birrefrigencia definidas según la relación entre los elementos diagonales del índice de refracción que son cúbica, uniaxial y biaxiales.

Así, en un material birrefrigente el índice de refracción cambia según la orientación del estado de polarización de la luz con respecto a un eje de referencia. De este modo, un haz de luz con componentes de polarización paralela y perpendicular al eje de referencia tendrá diferentes velocidades de propagación para cada una de sus componentes. Así mismo, el ángulo de refracción para una componente y otra será diferente lo que dará origen a dos rayos separados espacialmente.

El índice de refracción asociado al rayo que viaja con menor velocidad (mayor índice de refracción) se le conoce con el nombre de indice ordinario n_o, mientras que para el asociado a rayo más rápido (menor índice de refracción) se le conoce con el nombre de indice de refracción extraordinario n_e.

Para el caso de la birrefrigencia cubica el índice de refracción no varía en ninguna dirección donde la onda de luz se propaga dentro del material, es decir, los indices de refracción que componen los elementos de la diagonal del tensor $\tilde{n}$ serán iguales ($n_x = n_y = n_z$) y el medio se comportara como un medio isotrópico.

Para el caso de la birrefrigencia uniaxial al incidir una onda de luz en el material, se presentarán dos índices de refracción ordinarios iguales y un índice de refracción extraordinario. Si $n_o > n_e$ el índice de refracción sera positivo, y si $n_o < n_e$ el índice de refracción sera negativo. En la representación tensorial esto se identifica con dos elementos de la diagonal iguales entre sí, y diferentes al tercero.

En el caso de la birrefrigencia biaxial la onda de luz incide el material y el índice de refracción corresponderá a la óptica de los ejes principales del material que tiene un único índice de refracción en cada eje del material, es decir que cada elemento de la diagonal del tensor $\tilde{n}$ será diferente a los demás.

Una clase especial de birrefrigencia es el *dicroísmo*. Éste consiste en que la absorción del material prefiere cierto estado de polarización. En el caso de dicroísmo lineal, estos materiales absorben más intensamente la componente de polarización de la luz que está alineada con cierto eje de preferencia. Asimismo, esta absorción depende de la frecuencia ω de la luz incidente por lo que suele identificarse los materiales dicroícos por un espectro de reflexión de múltiples colores. Un ejemplo de este tipo de materiales son los cristales de turmalina.

Sin embargo, para referirse a la respuesta óptica de los materiales es más usual hacerlo en términos de lo que se conoce como la función dieléctrica o el tensor dieléctrico $\tilde{\varepsilon}(\omega)$. La relación entre el índice de refracción y el tensor dieléctrico está dada por $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\varepsilon}}$.

1.2. Efectos Magneto-Ópticos

Las anisotropías ópticas en los materiales pueden darse de manera espontánea o inducida por un agente externo. Aquellos materiales en los que las anisotropías surgen como respuesta a un estímulo externo se conocen como materiales ópticamente activos. Un ejemplo de este tipo de anisotropías inducidas es la que se puede lograr aplicando un campo magnético externo a un material. En este caso, y dependiendo de la orientación del campo magnético externo respecto al plano de incidencia y la superficie de la muestra, se puede tener como resultado una anisotropía magnética que afecta el estado de polarización de la luz. En este caso, y a diferencia de la birrefrigencia espontánea que obedece a propiedades estructurales moleculares, la anisotropía magnética induce una componente de polarización perpendicular a la dirección de polarización de la onda incidente, dando como resultado una rotación del plano de polarización.

Este fenómeno fue descubierto por Faraday en 1845 dando lugar al nacimiento de la magneto-óptica (MO). El descubrimiento de Faraday atrajo inmediatamente la atención de la comunidad

científica, ya que ésta era la primera observación de la interacción entre el magnetismo y la luz. En 1876, John Kerr descubrió el efecto correspondiente en la luz reflejada en una muestra magnética, y se denominó el efecto magneto-óptico de Kerr (MOKE, por sus siglas en Inglés) (Kerr, 1877). En 1899 Voigt informó de la aparición de doble refracción magnética en el vapor de Na. En 1907 Cotton y Mouton vieron lo mismo en los líquidos paramagnéticos (Zvezdin y Kotov, 1997).

Este trabajo se centra en el estudio de los efectos magneto-ópticos lineales que tiene la particularidad de ser efectos que están relacionados con campo magnético externo aplicado al material.

En general los Efectos Magneto-Ópticos (MOE, por su acrónimo en Inglés) ocurren en la interacción de la luz con un material magnetizado (o en general con un material sobre el que se aplica un campo magnético externo). Así, éstos tienen lugar en fenómenos de transmisión, reflexión y absorción. Se denominan Efectos Magneto-Ópticos Faraday (MOFE, por su acrónimo en Inglés) a los MOEs ocurridos sobre la intensidad transmitida a través del material magnetizado, mientras que los efectos producidos sobre la intensidad reflejada se conocen como Efectos Magneto-Ópticos Kerr (MOKE, por su acrónimo en Inglés). En el caso de la absorción, los MOEs se expresan como una diferencia de intensidad absorbida entre estados ortogonales de polarización, dando lugar al Dicroísmo Magnético (MD, por sus iniciales en Inglés). Se distingue entre dicroísmo magnético lineal (MLD) y circular (MCD) según el estado de polarización en consideración. Ver FIGURA.(1.1).

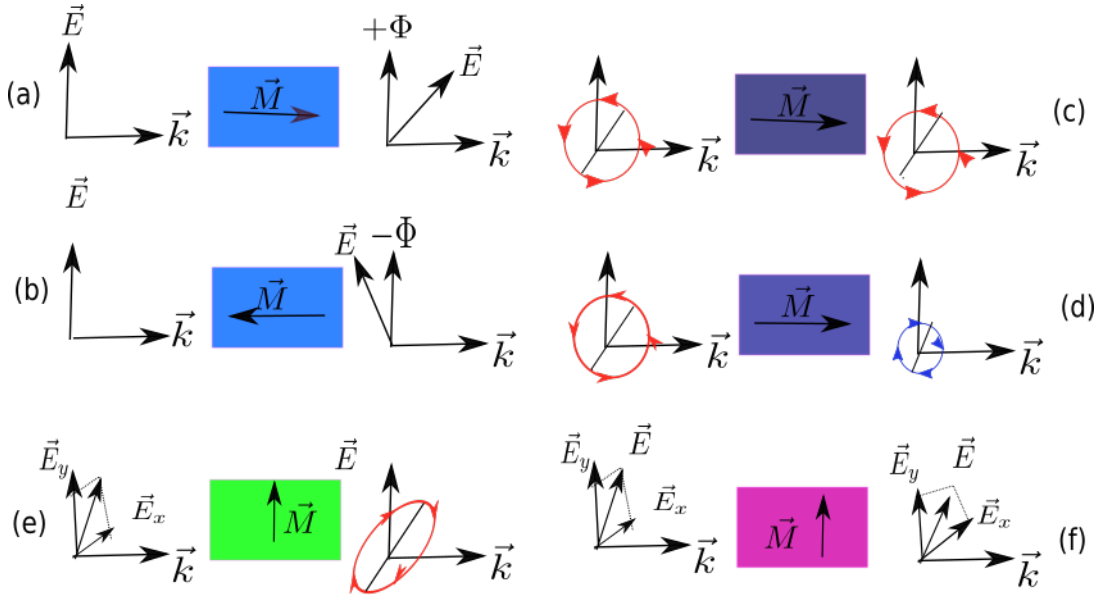


FIGURA 1.1: Geometrías Magnéticas: ((a),(b)) Birrefrigencia Circular Magnética (MCB) , ((c)(d))Dicroísmo Circular Magnético (MCD) (e)Birrefrigencia Lineal Magnética (MLB) y (f) Dicroísmo Lineal Magnético (MLD)

1.2.1. Geometrías Magnéticas

En cada caso, reflexión y transmisión, se distinguen ciertas geometrías magnéticas que permiten caracterizar los MOEs. En transmisión (MOFE) estas geometrías se definen de acuerdo con la orientación de la magnetización del material ($\vec{M}$) con respecto al vector de onda incidente ($\vec{k}$). La geometría Faraday es aquella en la que $\vec{M}$ es paralela a $\vec{k}$ ($\vec{M} \parallel \vec{k}$), mientras que la geometría Voigt es aquella en la que $\vec{M}$ es perpendicular a $\vec{k}$ ($\vec{M} \perp \vec{k}$) véase la FIGURA.(1.1).

En el caso de la reflexión (MOKE) se pueden identificar tres geometrías magnéticas principales: polar, longitudinal y transversal. Se clasifican de acuerdo con la orientación relativa de la magnetización del material con respecto al plano de incidencia y al plano de la superficie del material. En caso de la geometría polar (PMOKE), $\vec{M}$ es normal a la superficie del material y paralela al plano de incidencia (FIGURA.(1.2)(a)). En el caso de la geometría longitudinal (LMOKE), $\vec{M}$ es coplanar a la superficie del material y al plano de incidencia, simultáneamente (FIGURA.(1.2)(b)). Por último la geometría transversal (TMOKE) ocurre cuando $\vec{M}$ es coplanar a la superficie del material y a la vez perpendicular al plano de incidencia (FIGURA.(1.2)(c)). Estos MOEs pueden dar lugar a un cambio en el estado de polarización de la luz incidente (geometrías polar y longitudinal) o a una variación en la intensidad de la onda reflejada (geometría transversal).

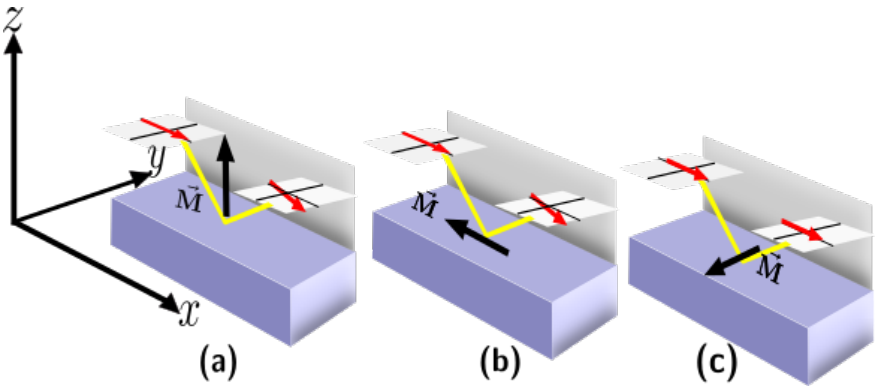


FIGURA 1.2: Efecto MO Kerr. (a) polar, (b) longitudinal, y (c) transversal.

Así por ejemplo, si un haz de luz con polarización lineal incide sobre una superficie magnetizada en geometría polar (o longitudinal), ésta inducirá sobre el haz reflejado una componente ortogonal de polarización. Es decir, ocurrirá una conversión de una componente de polarización en la otra, dando como resultado efectivo la rotación del vector de polarización. Esto quiere decir que en la base usual de polarización, en la que una componente es paralela (p) y la otra perpendicular (s) al plano de incidencia, el PMOKE y el LMOKE se identifican por la conversión de una

componente de polarización en otra (p en s y viceversa), lo cual implica una anisotropía antisimétrica en el tensor dieléctrico, a la vez que impone la consideración de dos nuevos coeficientes de reflexión que dan cuenta de la razón entre la amplitud de la onda convertida de un estado de polarización al otro (p a s, o s a p) con respecto a la intensidad de la onda incidente. Es decir, que además de los usuales coeficientes de reflexión r_{pp} y r_{ss}, en este caso se deben considerar los coeficientes magneto-ópticos r_{ps} y r_{ps}. De este modo, la reflectividad puede describirse así:

$$R = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{pp} \end{pmatrix}$$

1.2.2. Señal Magneto-Óptica y Tensor Dieléctrico

Otro resultado notable del PMOKE y del LMOKE es el corrimiento de fase entre las componentes originales de polarización (r_{pp} y r_{ss}) y las inducidas (r_{ps} y r_{sp}), lo cual implica que la polarización reflejada ya no es lineal sino elíptica. De este modo, la señal MO es usualmente expresada en términos de los cambios en el ángulo Kerr complejo definido como:

$$\widetilde{\mathbf{\Phi}}_k = \mathbf{\Phi}_k + i\mathbf{\Psi}_k \tag{1.1}$$

donde $\mathbf{\Phi}_k$ representa la rotación del plano de polarización y $\mathbf{\Psi}_k$ es la elipticidad.

Así, los MOEs se describen macroscópicamente utilizando el tensor dieléctrico $\tilde{\varepsilon}$ que está representado de la siguiente manera:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_o \begin{pmatrix} 1 & g_z M_z & -g_y M_y \\ -g_z M_z & 1 & g_x M_x \\ g_y M_y & g_y M_y & 1 \end{pmatrix}, \tag{1.2}$$

donde los elementos $g_i M_i$ son las constantes MO y describen la anisotropía óptica lineal por la magnetización $\vec{M}$.

En el caso de la geometría transversal (TMOKE), no existe tal conversión entre las componentes de polarización, y en cambio el MOKE se manifiesta como una variación de la amplitud reflejada respecto a la incidente. De este modo, la señal MO en este caso se define como:

$$\delta = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R(M_s^+) - R(M_s^-)}{R(0)}, \tag{1.3}$$

donde $R(M_s^+)$, $R(M_s^-)$ representan la reflectividad con magnetización de saturación en la dirección positiva y negativamente, mientras que $R(0)$ representa la reflectividad con magnetización nula.

La descripción de los MOEs por reflexión es de suma importancia para este trabajo debido a que nos permitirá medir las respuestas de las señales MO para las interfaces simples de aire|cobalto, donde se analizará el comportamiento de la señal MO en función de la dependencia angular y espectral para las tres geometrías (polar, longitudinal y transversal).

En el TABLA.(1.1) se resume los diferentes fenómenos descritos anteriormente en términos del índice de refracción.

Indice de refracción n	**Medio**	**Fenómeno**	**Direccionalidad**
n =constante	Vacío	-	
$n = n(\omega)$	Materiales	Dispersión	Isotrópicos
$\tilde{n} = n(\omega) + i\kappa(\omega)$	Metales	Absorción y Dispersión	Isotrópicos
$\tilde{n} = \begin{pmatrix} \tilde{n}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{n}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{n}_{zz} \end{pmatrix}$	Calcita	Birrefrigencia cubica $\tilde{n}_{xx} = \tilde{n}_{yy} = \tilde{n}_{zz} = n_o$	Isotrópicos
$\tilde{n} = \begin{pmatrix} n_o & 0 & 0 \\ 0 & n_o & 0 \\ 0 & 0 & n_e \end{pmatrix}$	Cristales Tetraedros	Birrefrigencia Uniaxial $n_o \neq n_e$	Anisotrópicos
$= \tilde{n} = \begin{pmatrix} n_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & n_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & n_{zz} \end{pmatrix}$	Cristales Ortorrómbicos	Birrefrigencia Biaxiales $n_{xx} \neq n_{yy} \neq n_{zz}$	Anisotrópicos
$\tilde{n} = \begin{pmatrix} \tilde{n}_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{n}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{n}_{zz} \end{pmatrix}$	Diamagnéticos	Dicroísmo $\kappa_{xx} \neq \kappa_{yy} \neq \kappa_{zz}$	Anisotrópicos
$\tilde{n} = \begin{pmatrix} n_{xx} & n_{xy} & n_{xz} \\ n_{yx} & n_{yy} & n_{yz} \\ n_{zx} & n_{zy} & n_{zz} \end{pmatrix}$	Ferromagnéticos	Magneto-óptica	Anisotropía Inducida

Tabla 1.1: Representación de los diferentes fenómenos a través del indice de refracción

1.3. Objetivo

En este trabajo se realizará una revisión general del problema de la interacción radiación-materia para el caso de estructuras con anisotropías magnéticas.

1.4. Objetivos Específicos

- Se revisará la teoría correspondiente a la propagación de ondas electromagnéticas en la materia, con especial atención a los diferentes efectos anisotrópicos: dicroísmo, birrefrigencia, y efectos magneto-ópticos.
- Se calculará la dependencia espectral y angular de las señales magneto-ópticas para el efecto MO Kerr en las diferentes geometrías magnéticas (polar, longitudinal y transversal), para el caso de interfaces simples de aire|Co.
- Se estudiará la propagación de ondas electromagnéticas en estructuras multicapas con anisotropías magnéticas
- Se elaborará un documento dirigido a estudiantes de pregrado de licenciatura en física y carreras a fines que permita acceder a estos contenidos, generalmente restringidos para estudiantes de nivel de posgrado

1.5. Esquema de la Tesis

El presente trabajo consiste en:

- **Capítulo 1:** Introducción actual.
- **Capítulo 2:** Descripción básica de las ecuaciones de Maxwell en forma integral con sus respectivas condiciones de fronteras. Así mismo se presenta la generalización de las ecuaciones de Maxwell en forma diferencial, para poder comprender el teorema de Poynting y las ecuaciones de Maxwell en la materia.
- **Capítulo 3:** Se realiza una breve descripción del comportamiento de las ondas electromagnéticas. Se explica el comportamiento de la reflexión y refracción de las ondas planas.
- **Capítulo 4:** Se presentará una breve introducción de los fenómenos de polarización de la luz y su descripción por el formalismo de los vectores de Jones. En este capítulo, se da la base de la teoría de los tensores de permitividad y permeabilidad magnética en los medios isotrópicos.
- **Capítulo 5:** Se realiza una breve descripción del comportamiento de los efectos MO de Faraday, Voigt y Conton-Mounton. En este capítulo se explicarán los fenómenos de birrefrigencia lineal magnética, birrefrigencia circular magnética, dicroísmo circular magnético, y dicroísmo lineal magnético. Así mismo se presenta la formulación general del efecto MO Kerr para las distintas geometrías.
- **Capítulo 6:** Se introduce el formalismo de matriz 4×4 generalizado de Pochi Yeh para multicapas. Se muestran los resultados de la dependencia espectral y angular de las señales magneto-ópticas para el efecto MO Kerr en las diferentes geometrías magnéticas (polar, longitudinal y transversal), para el caso de interfaces simples de Aire|Co.
- **Capítulo 7:** Aquí se presenta el resumen de los resultados y conclusiones obtenidas.

Capítulo 2

Ecuaciones de Maxwell y Condiciones de Frontera

En este capítulo se dará una breve descripción de las ecuaciones de Maxwell que son la ley de Faraday de inducción electromagnética y la ley Ampere de circulación de la intensidad del campo magnético, con estas leyes Maxwell realiza una re-interpretación, que permitirá la construcción de lo que hoy en día se conoce como la teoría electromagnética que proporciona diferente aplicaciones. Las ecuaciones de Maxwell son usadas para establecer con claridad las condiciones de frontera para los vectores de campo $\vec{\mathbf{E}}$, $\vec{\mathbf{H}}$, $\vec{\mathbf{D}}$ y $\vec{\mathbf{B}}$ presentes en dos medios.

2.1. Ecuaciones de Maxwell en forma Integral

Para empezar se considerará un descripción lógica de la estructura y propiedades de los campos electromagnéticos, junto con la relación de origen dadas por la formulación básica de las ecuaciones de integración que son expresadas por la ley de Faraday de inducción y la ley de circulación de Ampere, estas leyes son extensiones generalizadas de la interpretación que obtuvo Maxwell, que sirvieron como fundamento en la formulación de la teoría electromagnética (Lim, 1986). Estas ecuaciones son,

$$\int_S \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \cdot dS = -\oint_C \vec{\mathbf{E}} \cdot dl \tag{2.1}$$

$$\int_S \left(\frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \mathbf{J} \right) \cdot dS = - \oint_C \vec{\mathbf{H}} \cdot dr \tag{2.2}$$

La primera ecuación (2.1) es conocida como la ley de inducción de Faraday, que permite establecer la variación de flujo del campo magnético en un determinado tiempo a través de una superficie S, y que va acompañada de la aparición de una fuerza electromotriz en el contorno que limita dicha superficie (I.V.Saveliev, 1984).

La segunda ecuación (2.2) es conocida como la ley de la circulación de Ampere, donde la integral indica que la circulación de la intensidad de un campo magnético a lo largo de la línea cerrada C será igual a la densidad de corriente de una superficie encerrada más un cambio de flujo del campo eléctrico en esa misma superficie.

Ahora considere el caso donde S es una superficie cerrada. Si se hace el límite para la integral de línea C entonces la integral se contrae y la integral de línea desaparece, entonces las ecuaciones (2.1) y (2.2) se convierten

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot dS = 0 \tag{2.3}$$

y

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \oint_S \vec{\mathbf{D}} \cdot dS + \oint_S \mathbf{J} \cdot dS = 0 \tag{2.4}$$

En la ecuación (2.3) se observa que la integral es constante. Esta integral representa la cantidad de líneas de fuerza magnética que atraviesa la superficie cerrada **S** en la dirección hacia el exterior. Estas líneas de fuerza magnética deben ser iguales en la salida como de entrada, por lo tanto la constante de integración serán cero. Es decir,

$$\oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot dS = 0 \tag{2.5}$$

La ecuación (2.4) indica que la conducción y la corriente que atraviesa una superficie cerrada se compensan entre sí. En el caso de la integral de densidad de corriente **J** de la superficie, se representa la corriente total que se encuentra encerrada en un volumen de la superficie. Sí se tiene en cuenta el principio de conservación de la carga, entonces debe ser igual a la variación de disminución de la carga q contenida en el volumen, es decir,

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot dS = -\frac{dq}{dt} \tag{2.6}$$

Una comparación de esta ecuación seria la ecuación (2.4) que se asigna que

$$\oint_S \vec{\mathbf{D}} \cdot dS = q \tag{2.7}$$

Obsérvese que las ecuaciones (2.5) y (2.7) son complementarias y que se incorporan a la idea de la física de inseparabilidad de los polos magnéticos y de la conservación de la carga eléctrica. Estas cuatro ecuaciones (2.1)-(2.4) que se presentaron son conocidas como la ecuaciones de Maxwell en la forma integral, a partir de estas ecuaciones se puede obtener las ecuaciones diferenciales de Maxwell.

2.2. Condiciones de frontera

Si el campo electromagnético existe en una región compuesta por dos medios diferentes, las condiciones que el campo debe cumplirse en la interfaz que separa los medios, se denominan condiciones de frontera. Estas condiciones de fronteras son útiles para determinar el comportamiento que se presenta en un lado de la frontera, si se conoce el campo en el otro lado. Obviamente estas condiciones son establecidas por el tipo de material que se encuentra en los dos medios. Para determinar estas condiciones de frontera se deben considerar las ecuaciones de Maxwell descritas anteriormente.

2.2.1. Inducción magnética $\vec{\mathbf{B}}$

Usualmente las condiciones de frontera, se representan entre dos medios (1 y 2) donde se dibuja un pequeño cilindro con área finita, con una sección transversal A, que este sobre la capa de transición (o cambio) como lo muestra la FIGURA.(2.1), si se usa la ecuación (2.5) al cilindro y se integra sobre la superficie, se observa que la capa de transición puede hacerse tan delgada, y sí se toma el limite $d \to 0$ (d es el espesor del cilindro), si se observa sola la contribución de la superficie de los extremos, es necesario las integrales para ser consideradas, además el cilindro puede hacerse suficientemente pequeño debido a que el campo magnético sobre la superficie de los extremos es esencialmente uniforme (Edminister, 1994),es decir,

$$\oint \vec{B} \cdot dA = \int \vec{B}_1 \cdot dA + \int B_2 \cdot dA \tag{2.8}$$

Como los dos medios se aproximan, debido a que el cilindro se puede hacer tan pequeño, entonces el área bajo la curva tenderá a cero.

$$\int \vec{B}_1 \cdot dA + \int B_2 \cdot dA = 0 \tag{2.9}$$

por lo tanto

$$\vec{\mathbf{B}}_2 \cdot A_2 + \vec{\mathbf{B}}_1 \cdot A_1 = (B_{2n} - B_{1n}) = 0 \tag{2.10}$$

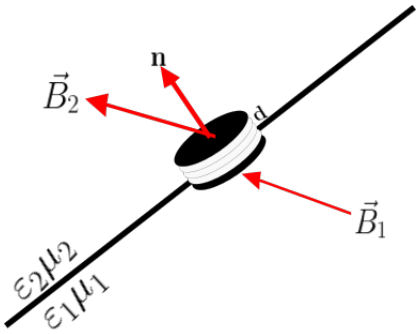


FIGURA 2.1: Representación de un pequeño cilindro de altura d que es igual al espesor de la capa de transición, entre los dos medios constantes

Donde los subíndice n son componentes normales de cada medio 1 y 2, y son adoptadas para cada medio de una forma directa, es decir,

$$B_{2n} = B_{1n} \tag{2.11}$$

Las componentes normales de la inducción magnética son continuas a través de una superficie que presenta discontinuidad Lim (1986).

2.2.2. Desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$

En el caso del desplazamiento eléctrico, se utiliza la ecuación (2.7) para el cilindro de la FIGURA.(2.1) como se explicó anteriormente en el caso de la inducción magnética, sólo debe considerarse la contribución de la superficie final a la integral. Entonces sí el limite del espesor $d \to 0$, y la carga q esta encerrada en el cilindro, el espesor se hace tan pequeño, que esta carga se encuentra con una capa delgada con densidad de superficie $\sigma = q/A$, entonces la ecuación (2.7) da lugar

$$\int \vec{\mathbf{D}}_2 \cdot dA_2 + \int \vec{\mathbf{D}}_1 \cdot dA_1 = \sigma A \tag{2.12}$$

$$\vec{\mathbf{D}}_2 \cdot A_2 + \vec{A}_1 \cdot A_1 = \sigma A \tag{2.13}$$

Donde A es arbitrario por lo tanto,

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma \tag{2.14}$$

La presencia de una carga superficial en las frontera de los dos medios causará una discontinuidad en la componente normal del desplazamiento eléctrico. Es decir, que en el punto de la frontera se aproximará a ser igual a la densidad de carga. Si la carga superficial es positiva, la componente normal del vector de desplazamiento sera mayor en el medio en el que se oriente, y por ello las componentes normales del vector $\vec{\mathbf{D}}$ será continua, sí no existe ninguna carga superficial que se presente en la frontera

2.2.3. Intensidad eléctrica $\vec{\mathbf{E}}$

Usando la ecuación (2.1), a un rectángulo dibujado normal a la frontera como se ve en la FIGURA. (2.2)(a), donde la longitud del rectángulo es **a**, y el ancho del rectángulo es d (este ancho del rectángulo se encuentra entre las dos superficies de la capa de transición). La longitud del rectángulo **a** es finita aunque es arbitraria, y puede hacerse lo suficientemente pequeña para que los vectores del campo eléctrico, no varíen de forma apreciable a lo largo de la superficie. Además como el procedimiento es limitado cuando $d \to 0$, ha de tomarse en la capa final, podemos despreciar la contribución de la integral de línea encerrada, y deducir que,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot da = \int \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot da_2 + \int \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot da_1 \tag{2.15}$$

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot dA = \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot A_2 + \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot A_1 = (E_{2t} - E_{1t})\, a \tag{2.16}$$

Donde t es la componente tangencial de las condición de frontera de la superficie en el proceso de limitación de $d \to 0$, donde $\left|\vec{\mathbf{B}}\right|$ es previsto cerca de la frontera siendo finito, la integral de superficie.

$$\int \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \cdot dS = \dot{B}_n da \to 0 \tag{2.17}$$

Donde n indica las componentes normales al rectángulo están dado por:

$$E_{1t} = E_{2t} \tag{2.18}$$

Así las componentes tangenciales de $\vec{\mathbf{E}}$ son continua a través del limite.

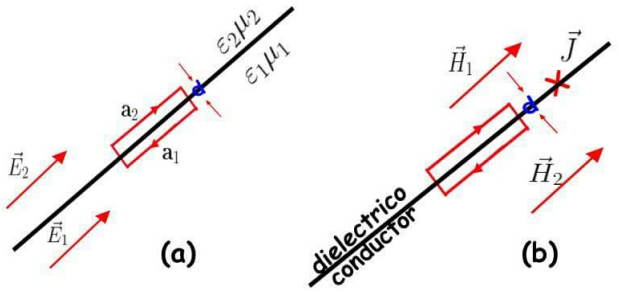


FIGURA 2.2: (a) Representación de un rectángulo perpendicular al límite entre dos medios, siendo la altura d igual al espesor en la capa de transición. (b) Representa un rectángulo que es perpendicular a la superficie límite con una densidad de corriente $\vec{\mathbf{J}}$

2.2.4. Intensidad magnética $\vec{\mathbf{H}}$

Usando la ecuación (2.2) al rectángulo como se ve en la FIGURA.(2.2)(b), sí la condición y el desplazamiento de densidad de corriente cerca de la superficie limite no sé vuelve infinitamente grande cuando $d \to 0$, la integral superficie toma la forma,

$$\int \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \mathbf{J} \cdot dS = \left(\dot{D}_n + J_n\right) d\mathbf{a} \tag{2.19}$$

Donde n son la componente normal al rectángulo, entonces se tiene que,

$$H_{1t} = H_{2t} \tag{2.20}$$

Este es el caso el campo presenta frecuencias más bajas y corrientes con frecuencias más altas, sí el campo se concentra cerca a la superficie del medio conductor, la integral de superficie de $\mathbf{J}$ no tenderá ha cero como $d \to 0$.

En la FIGURA.(2.2)(b), se supone que $|\mathbf{J}|$ esta dirigido entrando a la superficie, sí dibuja un rectángulo normal en la frontera y se realiza la integración de línea en sentido a las manecillas de reloj, la ecuación (2.2) estará dado por

$$\vec{\mathbf{H}}_2 \cdot \mathbf{a}_1 + \vec{\mathbf{H}}_1 \cdot \mathbf{a}_1 = (H_{2t} - H_{1t})\, a = J da \tag{2.21}$$

si se presentan frecuencias altas, la corriente se concentrará cerca de la superficie de tal manera que $Jd \to I_\alpha$, donde I_α es finito, con $d \to 0$, por lo tanto

$$H_{2t} - H_{1t} = I_\alpha \tag{2.22}$$

Donde I_α mide el flujo de carga a través de una sección transversal a lo largo de la superficie, y se conoce como la densidad de corriente.

2.3. Ecuaciones diferenciales de Maxwell

En esta sesión representaremos las ecuaciones de Maxwell en la forma diferencial, usando el teoremas de divergencia y el teorema de Stokes.

La primera ecuación de Maxwell en la forma integral (2.1) sera representada con el teorema de Stokes para obtener la forma diferencial de esta ecuación, es decir,

$$\int \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = -\int_S \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \cdot d\mathbf{S} \tag{2.23}$$

ya que S es arbitrario requiere que

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = - \bigtriangledown \times \vec{\mathbf{E}} \tag{2.24}$$

para la ecuación (2.2) es similar,

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \mathbf{J} = \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} \tag{2.25}$$

si aplicamos ahora el teorema de la divergencia para la ecuaciones (2.5) y (2.7) se obtiene que,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0 \tag{2.26}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho \tag{2.27}$$

Donde ρ es la densidad de carga del volumen.

Las últimas cuatro ecuaciones (2.24)-(2.27) son las ecuaciones de Maxwell para los campos electromagnéticos en un medio.

Las ecuaciones de Maxwell especifican la relación entre los cuatro vectores de campo $\vec{\mathbf{D}}$, $\vec{\mathbf{B}}$, $\vec{\mathbf{E}}$, y $\vec{\mathbf{H}}$, por una parte, En otra parte, explican la relación que existe entre las cantidades de origen, densidad de carga ρ y la densidad de corriente $\mathbf{J}$. Físicamente la ecuaciones de Maxwell incorporan los experimentos de la ley de Faraday y ley de Ampere en su forma general, la inestabilidad de los polos magnéticos y la conservación de la carga eléctrica esto son los supuestos básicos de la teoría electromagnética de Maxwell (Novozhilov y Yappa, 1981), .

2.4. El Teorema de poynting

En esta sección se explicará sobre el teorema de poynting y la conservación de la energía, para ello se usará, el producto escalar para la intensidad de campo magnético $\vec{\mathbf{H}}$ y para el campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ dadas de las ecuaciones (2.24) y (2.25) entonces se obtiene,

$$\vec{\mathbf{E}} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \vec{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} + \vec{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{J} = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} - \vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} - \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} \right) \tag{2.28}$$

Sí el medio es lineal e isotrópico, entonces

$$\vec{\mathbf{E}} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{D}} \right) \quad \vec{\mathbf{H}} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \right) \tag{2.29}$$

por lo anterior se convierte

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{D}} + \frac{1}{2} \vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \right) + \vec{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{2.30}$$

Ésta relación se conoce como el teorema de poynting

$$\vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} \tag{2.31}$$

y $\tilde{\mathbf{P}}$ es llamado el vector de poynting.

La interpretación del teorema de poynting, se considera para el caso, donde la densidad de corriente $\mathbf{J} = 0$ en la región de interés. Sí se condirá un dieléctrico perfecto, se podrá expresar el vector de poynting como una ecuación de continuidad,

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{D}} + \frac{1}{2}\vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\mathbf{B}}\right) = 0 \tag{2.32}$$

Sí se considera la conservación de algunas cantidades física,se podrá integra entre un volumen V arbitrariamente de la superficie S y aplicando el teorema de divergencia se tiene,

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\int_V \frac{1}{2}\vec{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{D}d\mathbf{V} + \int_V \frac{1}{2}\vec{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{B}d\mathbf{V}\right) = \oint \vec{\mathbf{E}} \times \vec{\mathbf{H}} \cdot d\mathbf{S} \tag{2.33}$$

Las primera y segunda integrales de volumen en la parte izquierda representan la energía del campo eléctrico y el campo magnético almacenado en el volumen V (Seely, 1984).

Maxwell fue el primero que propuso que pudiere considerar la representación de la energía del campo eléctrico y el campo magnético en general, con esta aprobación desde este punto de vista la parte izquierda de la ecuación (2.33) representará la tasa de disminución de la energía en campo electromagnético contenido en el volumen V, y la parte derecha de la ecuación (2.33) representa la tasa de velocidad con la que escapa la energía a través de la superficie limite del volumen.

El vector de poynting $\vec{\mathbf{P}}$ es interpretado como la densidad de flujo de energía, es decir, la energía que atraviesa por unidad de área en dirección normal al flujo en unidad de tiempo.

2.5. Ecuaciones de Maxwell en la Materia

Sí se considera que la propagación electromagnética en la regiones del espacio, donde la densidad de carga ρ y la densidad de corriente $\mathbf{J}$, deben ser cero en las ecuaciones de Maxwell (2.25) y (2.27), Esto significa que puede existir un campo electromagnético incluso en ausencia de cargas y corrientes(Yariv y Yeh, 1984).

las ecuaciones de Maxwell de la forma diferencial son dadas por las ecuaciones (2.24)-(2.27) donde ρ y $\vec{\mathbf{J}}$ esta relacionada por las ecuaciones de continuidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{2.34}$$

En lugar de ρ y $\mathbf{J}$, la polarización $\mathbf{P}$ y la magnetización $\mathbf{M}$, son usualmente descritas por,

$$\rho = -\vec{\nabla}\mathbf{P} \tag{2.35}$$

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \vec{\nabla} \times \mathbf{M} \tag{2.36}$$

Donde la magnetización y polarización se describe como $\vec{\mathbf{M}} = \mu_o \chi_m \vec{\mathbf{H}}$, $\vec{\mathbf{P}} = \varepsilon_o \chi_e \vec{\mathbf{E}}$, y los términos que acompañan χ_e es la susceptibilidad eléctrica y χ_m es la susceptibilidad magnética.

Cuando aparece un campo electromagnético esta presente en la materia, el campo eléctrico puede perturbar el movimiento de los electrones y producir un dipolo de polarización $\vec{\mathbf{P}}$ por unidad de volumen. Del mismo modo, el campo magnético puede también inducir una magnetización $\vec{\mathbf{M}}$ en el material que tiene una permeabilidad μ_o.

Las ecuaciones de Maxwell (2.26) y (2.27) se pueden expresar en términos de los vectores $\vec{\mathbf{P}}$ y $\vec{\mathbf{M}}$ de la siguiente manera, es decir,

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon \vec{\mathbf{E}} = \varepsilon_o \vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}} \tag{2.37}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}} = \mu_o \vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}} \tag{2.38}$$

Por lo tanto como se menciono al comienzo las ecuaciones de Maxwell para una región del medio se pueden escribir como

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{D}} = 0; \tag{2.39}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{H}}}{\partial t}; \quad \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} = -\frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} \tag{2.40}$$

Las ecuaciones (2.39) y (2.40) son las ecuaciones de Maxwell en la materia.

Capítulo 3

Ondas Electromagnéticas

En esté capítulo se dará una breve descripción del comportamiento de las ondas electromagnéticas unidimensionales que se propagan en un medio en forma lineal. Así mismo se explicara el comportamiento de las ondas tridimensionales. También se dará una explicación de las ondas electromagnéticas que pasan a través del límite entre dos medios diferentes presentando así reflexión y refracción, y por consiguiente generando cambio de dirección, fase e intensidad que puede ser derivado de las condiciones de contorno que gobiernan el cambio de vector de campo asociado.

3.1. Ondas en una dimensión

Una onda, es una perturbación de un medio continuo que se propaga de forma fija con velocidad constante, desde el punto en que se produjo hacia el medio que rodea ese punto. Estas ondas son conicidad como ondas mecánicas (todas menos las electromagnéticas) que requieren un medio elástico para propagarse. Este medio elástico se deforma y se recupera vibrando al paso de la onda.

Empecemos estudiando el caso más simple de una onda al propagarse a lo largo de una sola dirección, imagínense que en la cuerda se propaga una onda con velocidad constante, como lo muestra la FIGURA.(3.1), donde se observa que la primera onda dibujada esta a un instante $t = 0$, y después de un tiempo posterior, la onda estará a un tiempo t, simplemente lo que ocurre es un desplazamiento a la derecha, por una cantidad vt, donde v es la velocidad. Posiblemente la onda se generó por agitación (o vibración) por los extremos del frente de onda.

La función $f(z,t)$ representa el desplazamiento de la cuerda en el plano z en un tiempo t. Por consiguiente, sí se compara las onda con el plano de referencia $O'f'z'$, que coincide con Ofz para $t = 0$. Sí la onda no se mueve con velocidad v, se observará una onda a lo largo de O, z y el perfil de la onda no cambiará con el tiempo en el nuevo marco de referencia (Nussenzveig, 1933). y estará dado por,

$$f'(z',t) = f'(z',0) = f(z') \tag{3.1}$$

en una función de z'.

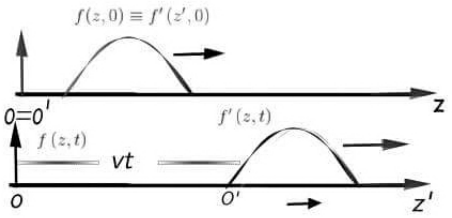


FIGURA 3.1: Representación de una onda en una dimensión

La relación entre las dos coordenadas de referencia esta dado por la transformación de Galileo

$$z' = z - vt, \;\; f' = f \tag{3.2}$$

de manera que el punto de referencia inicial es,

$$f(z,t) = f(z - vt) \tag{3.3}$$

Aquí, se describe una onda progresiva que se propaga hacia la derecha con velocidad v, es importante comprender bien el significado de la ecuación (3.3). Aquí f, es función de dos variables que son, z y t, que no sólo depende de estas variables a través de $z' = z - vt$.

La ecuación (3.3) implica que $f(z,t) = f(z + \triangle z, t + \triangle t)$ para $\triangle z = v \triangle t$, el perfil de la onda en un instantes estará dado por $t + \triangle t$ y el perfil de cambio en el tiempo estará dado por t desde una cierta distancia $\triangle z = v \triangle t$ a la derecha.

De igual manera se puede describir, una onda que se propaga a la izquierda de la siguiente manera,

$$f(z,t) = g(z + vt) \tag{3.4}$$

En esta expresión, g representa una función arbitraria del argumento $z' = z + vt$ que representa la onda en un instante dado.

En una cuerda se puede tener ondas propagándose sólo en una dirección (derecha ó izquierda), como las ondas no llegan a los extremos de la cuerda, la dirección y la onda reflejada en general, pueden formar otra onda progresiva en la dirección opuesta. Sí la cuerda es infinita, la onda se propaga al mismo tiempo en ambas direcciones a la derecha e izquierda, se podrá escribir como:

$$f(z,t) = f(z - vt) + g(z + vt) \tag{3.5}$$

Solamente existirá una dirección durante un periodos de tiempo apreciables en una curda suficientemente larga. Este es el caso una cuerda infinita.

3.1.1. Ecuación de ondas unidimensionales

Considérese ahora la ecuación (3.3) donde una onda se propaga hacia la derecha

$$f\left(z,t\right) = f'\left(z'\right), \quad z' = z - vt \tag{3.6}$$

Para asociar la ecuación de movimiento con la propagación de onda, se debe calcular la aceleración en un punto z. La velocidad y la aceleración de z, se obtienen fijando z y derivando con respecto al tiempo, esto corresponde a tomar las derivadas parciales.

$$v = \frac{\partial\left(f\left(z,t\right)\right)}{\partial t} \tag{3.7}$$

y la aceleración es dada por:

$$a = \frac{\partial^2 f\left(z,t\right)}{\partial t^2} \tag{3.8}$$

La ecuación (3.6) muestra que f depende del tiempo t a través de la variable $z' = z - vt$. Aquí las derivadas se calculan con la regla de la cadena

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}z'}\frac{\partial z'}{\partial t} = -\frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}z'} \tag{3.9}$$

Donde $\frac{\partial z'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(z - vt\right) = -v$, entonces se obtiene que,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}z'}\right) = -v\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z'}\left(\frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}z'}\right)\underbrace{\frac{\partial z'}{\partial t}}_{-v} \tag{3.10}$$

Sí se tiene que $\frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(z - vt) = 1$ obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}x'}\frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\mathrm{d}f'}{\mathrm{d}z'}\left\{\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}z'^2}\frac{\partial z'}{\partial z} = \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}z'^2}\right. \tag{3.11}$$

Y comparando las ecuaciones (3.10) y (3.11) se observa que $f(z,t)$ satisface la ecuación

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0 \tag{3.12}$$

La ecuación (3.12) es llamada ecuación de onda unidimensional y es una ecuación fundamental en física. (Nussenzveig, 1933)

3.1.2. Ondas sinusoidales

La representación de una onda sinusoidal esta dada por,

$$f(z,t) = A\cos\left(k\left(z - vt\right) + \delta\right) \tag{3.13}$$

sí se observa esta función en un instante $t = 0$, como lo muestra la FIGURA.(3.2).

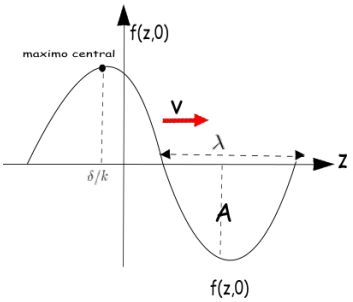


FIGURA 3.2: Representación de una onda sinusoidal

Se puede observar que A, representa la amplitud de la onda, el coseno, es el argumento de la fase en la onda y δ, es la constante de fase donde se puede tomar cualquier múltiplo de 2π. Sí varía la función $f(z,t)$ se puede tomar un rango entre $0 \leq \delta < 2\pi$. Sí la fase es cero, entonces es llamada, un máximo central. Aquí k, corresponde al número de onda que esta relacionado con

la longitud de onda (λ),

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \tag{3.14}$$

Obsérvese que cuando transcurre un tiempo t, el tren de onda se propaga hacia la derecha a una velocidad v en cualquier punto de z, la onda realizará una vibración hacia arriaba y hacia bajo completando un ciclo completo en un punto de z, esto se conoce como un período (T) y esta dado por,

$$T = \frac{2\pi}{kv} \tag{3.15}$$

Donde ν es la frecuencia, que esta dado por el número de oscilaciones por unidad de tiempo.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{v}{\lambda} \tag{3.16}$$

Por conveniencia es mejor expresar la frecuencia en términos de la frecuencia angular ω (para estos caso, debido a que se trabaja en radianes por unidad de tiempo).

$$\omega = 2\pi\nu \tag{3.17}$$

Por lo tanto, la ecuación (3.13) es mejor escribirla en términos de ω en vez de ν

$$f(z,t) = A\cos(kz - \omega t + \delta) \tag{3.18}$$

Sí la onda viaja a la izquierda, la representación de la ecuación (3.18), sólo cambiaría los signos del número de onda k y la fase δ, decir,

$$f(z,t) = A\cos(kz + \omega t - \delta) \tag{3.19}$$

El signo de la constante de fase es elegido por la convención $z = vt - \delta/k$ donde δ/k representa la distancia de la onda retrasa, esto se significa, que existe un cambio de dirección de la onda, como se observa en la figura (3.3). (Griffiths, 2013)

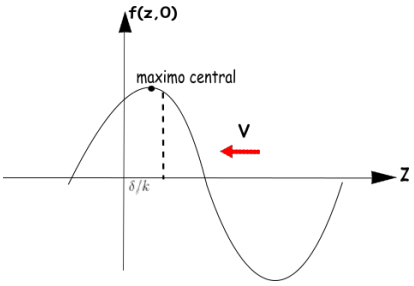


FIGURA 3.3: Representación de una onda sinusoidal viajando a la izquierda

Ahora bien, sí la onda sinusoidal de la ecuación (3.19) se expresa en terminos de la fórmula de Euler $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$, entonces $f(x,t)$ estará da así;

$$f(x,t) = \mathbf{Re}\left[Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}-\omega t+\delta)}\right] \tag{3.20}$$

Donde **Re**, es la parte real del número complejo, la función de onda compleja es,

$$\tilde{f}(x,t) = \tilde{A}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{z}-\omega t)} \tag{3.21}$$

$\tilde{A} = Ae^{i\delta}$ es la amplitud compleja. La ecuación (3.21) es la representación convencional usa a la hora de trabajar con ondas sinusoidales, debido a que éste tipo de ondas sinusoidales, permiten satisfacer las bien conocidas ondas planas monocromáticas y su formalismo de función compleja, permitiendo simplificar la notación de los campos electromagnéticos en las ondas planas (Griffiths, 2013).

3.1.3. Ecuación de onda

Anteriormente, se trabajo sobre la ondas unidimensional, ahora se constituirá un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden, basadas en las ecuaciones de Maxwell (2.40), descritas en el capitulo 2. Para este caso nos limitaremos a una región donde la densidad de carga ρ y la densidad de corriente $\mathbf{J}$ desaparece, y ε y μ son escalares.

Sí se usando la relación de la ecuación (2.38) para $\tilde{\mathbf{B}}$ en la ecuación (2.40), y se divide ambos lados por μ y aplicando el operador rotacional, se obtiene,

$$\vec{\nabla}\times\left(\frac{1}{\mu}\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{E}}\right)+\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\times\vec{\mathbf{H}}=0 \tag{3.22}$$

Sí se deriva la ecuación (2.25) con respecto al tiempo, y se combina con la ecuación (3.22) se obtiene:

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) + \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} = 0 \tag{3.23}$$

Y empleando las identidades de vectores

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) + \left(\vec{\nabla} \frac{1}{\mu} \right) \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) \tag{3.24}$$

y

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) = \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} \right) - \vec{\nabla}^2 \vec{\mathbf{E}} \tag{3.25}$$

La ecuación (3.25) se convierte en

$$\vec{\nabla}^2 \vec{\mathbf{E}} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2} - \left(\vec{\nabla} ln\mu \right) \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) - \vec{\nabla} \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} \right) = 0 \tag{3.26}$$

Sustituyendo $\vec{\mathbf{D}}$ en la ecuación (2.37) entre la ecuación (3.27) y aplicando la identidad de vectores se tiene,

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\varepsilon \vec{\mathbf{E}} \right) = \varepsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{E}} + \cdot \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\nabla} \varepsilon \tag{3.27}$$

Así mismo, se obtiene para la ecuación (3.26)

$$\vec{\nabla}^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \left(\vec{\nabla} ln\mu \right) \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}} \right) + \vec{\nabla} \left(\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\nabla} ln\ \varepsilon \right) = 0 \tag{3.28}$$

Estas son las ecuaciones de onda, para los vectores del campo eléctrico y campo magnético, que se puede obtener de forma similar y se representa por

$$\vec{\nabla}^2 \mathbf{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \left(\vec{\nabla} ln\varepsilon \right) \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{H}} \right) + \vec{\nabla} \left(\vec{\mathbf{H}} \cdot \vec{\nabla} ln\ \mu \right) = 0 \tag{3.29}$$

Dentro de un medio homogéneo e isotrópico, el gradiente del logaritmo de ε y μ desaparece,y las ecuaciones de onda (3.28) y (3.29) reduce a:

$$\vec{\nabla}^2\vec{\mathbf{E}} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2} = 0 \quad \vec{\nabla}^2\vec{\mathbf{H}} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{\mathbf{H}}}{\partial t^2} = 0 \tag{3.30}$$

Obsérvese que la ecuación (3.30) es la misma que la ecuación (3.12) donde $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ es remplazado por $\vec{\nabla}^2 f$ estas ecuaciones implican que el espacio se apoya en la propagación de la onda electromagnética, que viaja en presencia de la velocidad de la luz c

3.1.4. Reflexión y refracción de ondas planas

Sí una onda electromagnética pasa a través del límite entre dos medios diferentes, ocurre dos fenómenos ópticos que son la reflexión y la refracción, presentando cambio en la dirección, en la fase y la en intensidad, estos fenómenos, puede ser derivado de las condiciones de frontera que regulan el cambio de los vectores asociados al campo.

La reflexión y la refracción de una onda plana en una interfaz entre dos medios diferente con propiedades dieléctricas, presentará una subdivisión de dos ondas al propagarse por estos dos medios, estas dos ondas son conocidas como ondas de reflexión y transmisión, como se observa en la FIGURA.(3.4). Cuando la onda incidente golpea dicha interfaz en el limite entre los dos medios, se dará origen a estas dos ondas, la primera onda (reflexión) se propaga por el medio 1 y la segunda onda (transmisión) se propaga por el medio 2.

La presencia de estas dos ondas, es debido las condiciones que presentan los vectores campo asociados. Estas ondas varían de forma sinusoidal y pueden ser representada por una función vectorial arbitraria $\vec{\mathbf{E}} = Ee^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\mathbf{r})}$

La representación de la amplitud de la onda plana incidente sera $E_i e^{i(\omega t - \vec{k}_i\cdot\mathbf{r})}$ con frecuencia ω y vector de propagación será $\vec{k}_i$. Entonces las amplitudes de las ondas planas de la reflexión y la transmisión se denotarán de igual manera, $E_r e^{i(\omega t - \vec{k}_r\cdot\mathbf{r})}$ y $E_t e^{i(\omega t - \vec{k}_t\cdot\mathbf{r})}$ con su respectivo vector de propagación $\vec{k}_r$ y $\vec{k}_t$, estas tres amplitudes deben satisfacer las condiciones de frontera en las interfaz cuando $z = 0$. Además todos los exponentes, que participan deben ser iguales. es decir que es necesario que,

$$\left(\vec{k}_i \cdot \mathbf{r}\right)_{z=0} = \left(\vec{k}_r \cdot \mathbf{r}\right)_{z=0} = \left(\vec{k}_r \cdot \mathbf{t}\right)_{z=0} \tag{3.31}$$

La ecuación (3.31), siempre debe satisfacer las condiciones de frontera, además existe un índice de refracción (n), respectivamente para cada uno de los medios 1 y 2.

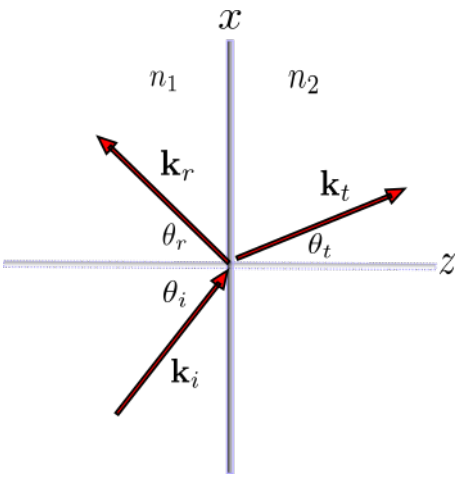


FIGURA 3.4: Reflexión y refracción de una onda plana entre dos medios dieléctricos

Entonces los números de ondas tendrán magnitudes es decir,

$$|k_i| = |k_r| = \frac{\omega}{c} n_1, \qquad |k_t| = \frac{\omega}{c} n_2 \tag{3.32}$$

Las ecuaciones (3.31) y (3.32) representan las propiedades de la reflexión y refacción. y la ecuación (3.31), se presenta los tres vectores de onda $\vec{k}_i, \vec{k}_r$, y $\vec{k}_t$ que son colineal (se sitúan en la misma dirección) a la normal del plano de incidencia.

θ_i, θ_r y θ_t, son los ángulos de incidencia, refracción y reflexión medida desde la normal (FIGURA.(3.4)), y mantienen la siguiente relación:

$$n_1 \sin\theta_i = n_1 \sin\theta_r = n_2 \sin\theta_t \tag{3.33}$$

Esto implica que el ángulo de reflexión, sea igual, al ángulo de incidencia ($\theta_r = \theta_i$) que es conocido como la ley de Snell.

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{n_2}{n_1} \tag{3.34}$$

En la ley de Snell, se involucra cualquier condición de frontera que dependen de la naturaleza específica de la propagación de la onda, donde se espera que esta ley obedezca a la misma óptica cuando se pasa de un medio a otro.

Cuando una onda electromagnética (OE) se propaga de un medio a otro, se puede presentar dos orientaciones diferentes debido al campo eléctrico cuando incide entre dos medios. La primera orientación se conoce como polarización tipo s (o onda transversal eléctrica) y la segunda polarización se conoce como polarización tipo p (o onda transversal eléctrica). Para el caso de la polarización de la onda tipo s, la polarización el campo eléctrico sera perpendicular al plano de incidencia y paralela a la interfaz. Para el caso de la polarización de la onda tipo p, la polarización del campo eléctrico sera paralela al plano de incidencia y perpendicular a la interfaz. A continuación se explicara más detalladamente.

3.1.5. Reflexión y transmisión de onda tipo s (onda transversal eléctrica)

La onda tipo s también se conoce como onda transversal eléctrica, debido a que el vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, es transversal al plano de incidencia como se ve en la FIGURA.(3.5). Entonces se considera que la reflexión y la refracción esta dada para una onda tipo s. En la FIGURA.(3.5) se observa que todos los vectores del campo eléctrico son perpendiculares al plano de incidencia y todos los vectores del campo magnético van en la dirección positiva a la interfaz, En esta interfaz existe una continuidad para E_y y H_z en la interfaces cuando $x = 0$. es decir que, (Yariv y Yeh, 1984)

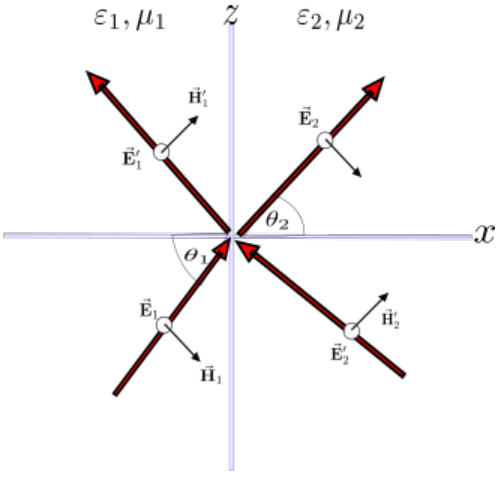


FIGURA 3.5: Reflexión y refracción de una ondas tipo s (TE)

$$E_{1s} + E'_{1s} = E_{2s} + E'_{2s} \tag{3.35}$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\left(E_{1s} - E'_{1s}\right)\cos\theta_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\left(E_{2s} - E'_{2s}\right)\cos\theta_2 \tag{3.36}$$

Los dos ángulos θ_1 y θ_2 que se presentan en la ecuación (3.36), corresponden a los ángulos de los vectores de onda $\vec{k}_1$ y $\vec{k}_2$, respectivamente, con respecto a la normal de la interfaz. Estas dos ecuaciones (3.35)-(3.36), se pueden escribir como una matriz dinámica respectivamente, es decir:

$$D_s\left(1\right)\begin{pmatrix}E_{1s}\\E'_{1s}\end{pmatrix}=D_s\left(2\right)\begin{pmatrix}E_{2s}\\E'_{2s}\end{pmatrix} \tag{3.37}$$

Donde

$$D_s\left(i\right)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}}\cos\theta_i & \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}}\cos\theta_i\end{pmatrix}\quad i=1,2 \tag{3.38}$$

Esta ecuación (3.38) es una matriz dinámica dada para la onda tipo s para los medios $i\,(i=1,2)$. Cuando la luz incide para el medio 1, los coeficientes de reflexión y transmisión se dan para una sola interfaz entonces se tiene:

$$r_s=\left(\frac{E'_{1s}}{E_{1s}}\right)_{E'_{2s=0}}\quad;\quad t_s=\left(\frac{E_{2s}}{E_{1s}}\right)_{E'_{2s=0}} \tag{3.39}$$

Los subíndices $E'_{2s}=0$, indica que sólo la onda transmitida E_{2s} existe en el medio 2 porque la onda incidente aparece desde el medio 1. La definición de la ecuación (3.39) y las condiciones de la ecuaciones (3.35) y (3.36) se obtiene

$$r_s=\frac{n_1\cos\theta_1-n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2} \tag{3.40}$$

$$t_s=\frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1+n_2\cos\theta_2} \tag{3.41}$$

Donde se asume que $\mu_2=\mu_1$ y los términos n_1 y n_2 son los índices de refracción para los dos medios

3.1.6. Reflexión y transmisión de ondas tipo p (ondas transversales magnéticas)

Las ondas tipo p son conocidas como ondas transversales magnéticas debido a que el vector de campo magnético $\vec{\mathbf{H}}$ es perpendicular a el plano de incidencia como se observa en la FIGURA.(3.6). Entonces se considera que la reflexión y la refracción es de una onda tipo p.

En la FIGURA.(3.6) se observa que todos los vectores de campo eléctrico están en el plano de incidencia y los vectores de campo magnético van positivo en la dirección de la propagación, En esta interfaz existe una continuidad para E_z y H_y, es decir,

$$\left(E_{1p} + E'_{1p}\right)\cos\theta_1 = \left(E_{2p} + E'_{2p}\right)\cos\theta_2 \tag{3.42}$$

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\left(E_{1p} + E'_{1p}\right)\cos\theta_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}}\left(E_{2p} - E'_{2p}\right)\cos\theta_2 \tag{3.43}$$

Nuevamente se puede construir estas dos ecuaciones como una matriz dinámica

$$D_s\left(1\right)\begin{pmatrix} E_{1p} \\ E'_{1p} \end{pmatrix} = D_s\left(2\right)\begin{pmatrix} E_{2p} \\ E'_{2p} \end{pmatrix} \tag{3.44}$$

Donde

$$D_p\left(i\right) = \begin{pmatrix} \cos\theta_i & \cos\theta_i \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} & -\sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} \end{pmatrix} \quad i = 1, 2 \tag{3.45}$$

La ecuación (3.45) es conocida como la matriz dinámica de la onda tipo p para el medio i $(i = 1, 2)$. Si la luz incide en el medio 1, los coeficientes de reflexión y transmisión para la onda tipo p se darán para una sola interfaz, y se representan de la siguiente manera

$$r_s = \left(\frac{E'_{1p}}{E_{1p}}\right)_{E'_{2p=0}} \quad ; \quad t_p = \left(\frac{E_{2s}}{E_{2p}}\right)_{E'_{1p=0}} \tag{3.46}$$

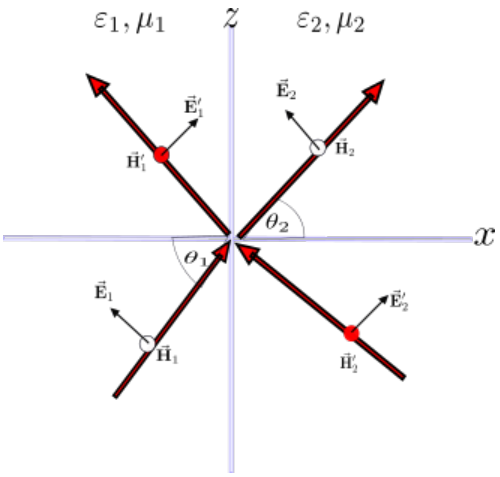


FIGURA 3.6: Reflexión y refracción de una ondas p (TM)

El subíndice $E'_{2p=0}$ indica que sólo la onda de transmisión E_{2p} existe en el medio 2 porque la onda tipo p de incidencia aparece para el medio 1. A partir de la ecuaciones (3.46) ,(3.42) y (3.43) se obtiene

$$r_p = \frac{n_1 \cos\theta_2 - n_2 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1} \tag{3.47}$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1} \tag{3.48}$$

Donde se asume que $\mu_2 = \mu_1$. y las ecuaciones (3.40),(3.41), (3.47) y (3.48) son conocidas como ***Las fórmulas de Fresnel*** de los coeficientes de reflexión y transmisión obtenido para cada uno de los medios independientes (Yariv y Yeh, 1984).

Capítulo 4

Propagación de ondas electromagnética en en medios isotrópicos

En éste capítulo se estudiará el comportamiento de las ondas electromagnéticas que viajan en medios isotrópicos donde la respuesta óptica de las ondas electromagnéticas en dicho medio es independiente de la dirección de propagación de la luz. En estos medios isotrópicos, la constante de proporcionalidad son independiente de la dirección del campo eléctrico. En éste caso, el tensor dieléctrico se reduce a un múltiplo de la matriz unidad, y la susceptibilidad se convierte en una cantidad escalar, es decir, la diagonal del tensor dieléctrico sera igual a 1. En consecuencia de ello también se busca dar una interpretación de los posibles estados de polarización de la luz (lineal, circular y elíptica) y se dará una interpretación de los vectores de Jones.

4.1. Propagación de ondas electromagnéticas en medios isotrópicos

Cuando una onda electromagnética se propaga en un medio isotrópico, presenta siempre el mismo comportamiento independientemente de la dirección de propagación. Esto en general, implica que no existe una dirección establecida dentro de un medio. Sí este es el caso de que llegará a existir una dirección establecida dentro de un medio, es porque existe algún campos externos aplicados. Sí esto ocurre, implicaría, que la onda electromagnética no presentará el mismo comportamiento independiente al propagarse en el medio, sino que dependerá de una dirección

única de propagación . Es decir, el medio isotrópico se convierte en un medio anisotrópico, sí existe tal presencia de un campo externo.

Los medios isotrópico en su mayoría son aquellos en los que el índice de refracción (n) son constante para cualquier dirección de transmisión de la luz a través de medio (presenta un único índice de refracción n). Y son denominados medios isotrópicos los materiales amorfos (vidrios, líquidos y gases) o los sólidos cristalinos que tengan simetría cúbica.

Ahora bien analicemos el comportamiento de los vectores asociados que presentan estos materiales isotrópicos. En los medios isotrópicos el vector de desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$ y su campo eléctrico asociado $\vec{\mathbf{E}}$ son paralelos, es decir,

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{\mathbf{E}} = \varepsilon_o (1 + \chi) \vec{\mathbf{E}} = \varepsilon \vec{\mathbf{E}} \tag{4.1}$$

Esto es equivale a decir, que la polarización es inducida por los campos que son paralelos de tal manera que $\tilde{\mathbf{P}}$ se puede representar de la siguiente manera,

$$\vec{\mathbf{P}} = \varepsilon_o \chi \vec{\mathbf{E}}; \tag{4.2}$$

Si χ es independiente del campo eléctrico aplicado, se dice que es el material esta electrimente lineal, y la cantidad χ es adimensional y se denomina susceptibilidad eléctrica del medio; el producto $(1 + \chi)\vec{\mathbf{E}}\varepsilon_o = \varepsilon_o \varepsilon_r$ es la permitividad eléctrica y se denota como ε y ε_r se denomina permitividad relativa del medio. Bajo estas consideraciones se puede tomar la expresión de la ecuación (4.1). Se dice que si el medio es isotrópico ε es un escalar.

Para el caso donde ε se considere como un tensor la representación para un medio isotrópico se dará así

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

Donde $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$.

Para el caso materiales no magnéticos y transparentes, este tensor sera real y simétrico $\tilde{\varepsilon}_{ij} = \tilde{\varepsilon}_{ji}$, y la magnitud de estos nueve elementos dependerán relativamente del material. Debido a su natural real y simétrico, siempre es posible encontrar tres ejes mutuamente ortogonales de tal

manera que los elementos fuera de la diagonal desaparecen como el caso de cristales con simetría cubica que es isotrópico que se representan con la ecuación (4.3)

4.2. Polarización de la Luz

En esta sesión estudiaremos las diferentes polarizaciones que presentan para la luz. Sabemos que la luz es una onda electromágnetica que se propaga en la dirección perpendicular al plano de oscilación del campo eléctrico y magnético. Y hablamos de polarización cuando la oscilación de este campo eléctrico vibra con cierto orden, de manera general podremos hablar de polarización lineal, circular y elíptica. Sí hablamos de luz polarizada nos referimos a esta propiedad de la vibración del campo eléctrico de una determinada forma, la luz natural normalmente no está polarizada, lo que quiere decir la luz natural no tiene un patrón claro de oscilación, en todos los haces de luz hay parte de luz que estará polarizada y parte que no lo estará, pero hay diversas forma de polarizar la luz. Por ejemplo, solo con reflejar la luz en una superficie se produce una polarización lineal perpendicular a la superficie reflejada, es más, hay cierto ángulo (ángulo de Brewster) en el que toda la luz estará polarizada. A continuación explicaremos las tres clases de polarizaciones que la luz

4.2.1. Polarización Lineal

Se dice que una onda electromagnética polarizada linealmente, sí el vector del campo eléctrico vibra en una dirección constante en el plano. Esto se debe a que las dos componentes de la oscilación están en fase ($\delta = 0$ ó $\delta = -\pi$), en este caso, el vector de campo eléctrico vibra sinusoidalmente a lo largo de una constante, que esta en dirección al plano xy, y esta definida por la relación de las dos componente,

$$\frac{E_y}{E_x} = \frac{E_y}{E_x} \quad o \quad -\frac{E_y}{E_x} \tag{4.4}$$

Aquí las amplitudes son independientes E_x, E_y, y el vector de campo eléctrico de luz polarizada linealmente puede vibrar a lo largo de cualquier dirección en el plano xy. Sí el vector del campo eléctrico esta en un punto fijó en el tiempo (es decir, $t = 0$), se puede entonces expresar las componentes del vector de campo eléctrico como (Yariv y Yeh, 1984),así,

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}_x &= E_x \cos\left(-kz + \delta_x\right) \\ \vec{\mathbf{E}}_y &= E_y \cos\left(-kz + \delta_y\right) \end{aligned} \tag{4.5}$$

como $\delta = \delta_y - \delta_x = 0 \;\; o \;\; \pi$. Lo que indica que la curva sinusoidal trazada por las componentes en el espacio están encerrada en un plano definido por la ecuación (4.5) donde las vibración del vector del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ se encuentran sobre ese mismo plano. Por lo tanto, el haz de luz se dice, que esta en el plano polarizado, esto se conoce como polarización lineal

4.2.2. Polarización Circular

Para el caso de la polarización circular, se dice que un haz de luz está circularmente polarizado, sí el vector del campo eléctrico experimenta una rotación uniforme en el plano xy. Esto se evidencia cuando la amplitudes $E_x = E_y$ y la fases se establecen así,

$$\delta = \delta_y - \delta_x = 0 \pm \frac{\pi}{2} \tag{4.6}$$

Obsérvese que sí el haz de luz esta polarizado circularmente a la derecha cuando $\delta = -\frac{\pi}{2}$, la rotación corresponderá al sentido de las agujas del reloj del vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en el plano xy y sí el haz de luz esta polarizado circularmente a la izquierda la fase será $\delta = \frac{\pi}{2}$ que corresponde a una rotación en sentido horario del vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en el plano xy (Yariv y Yeh, 1984).

En otras palabras, cuando el vector de campo eléctrico de una luz circularmente polarizada se descompone en dos componentes mutuamente perpendiculares, las amplitudes son siempre iguales y el desplazamiento de fase es siempre $\pm\frac{\pi}{2}$, como se observa en la figura (4.1)

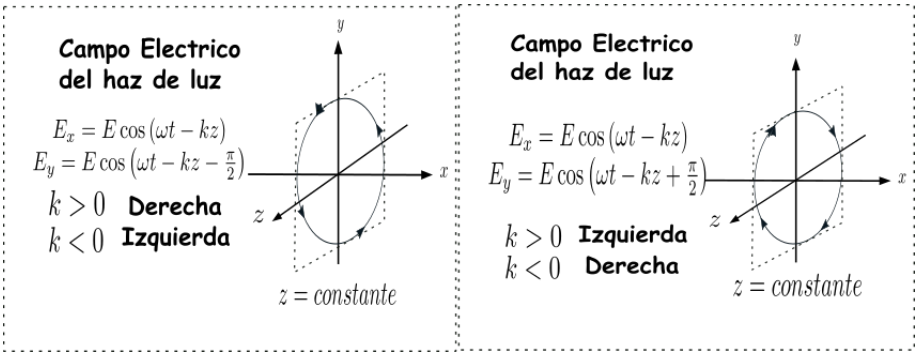


FIGURA 4.1: Polarización Circular

4.2.3. Polarización Elíptica

Sí un haz de luz está elípticamente polarizado la curva trazada por el punto final del vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, es una elipse (en el plano xy). Este es el caso más general de una luz polarizada. Ambos estados de polarización lineal y estados de polarización circular son casos especiales de estados de polarización elíptica. imagínese un punto dado del espacio ($z = 0$), usando la ecuación (4.5) que permite una representación paramétrica de una elipse trazada por los punto final del vector del campo eléctrico (Yariv y Yeh, 1984). La ecuación de la elipse se obtiene eliminando ωt en la ecuación (4.5) y realizando un poco de álgebra se obtiene

$$\left(\frac{E_x}{E_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_y}\right)^2 - 2\frac{\cos\delta}{E_x E_y}E_x E_y = \sin^2\delta \tag{4.7}$$

esta ecuación (4.7), es una ecuación cónica, está cónica es confinada en una región rectangular con lados paralelos a los ejes de coordenadas y cuyas longitudes son $2E_x$, $2E_y$. y por lo tanto, la curva es una elipse. De esta manera encontramos los estados de polarización de la luz elíptica (Yariv y Yeh, 1984). Para entender mucho mejor los estados de polarización elíptica obsérvese que las orientaciones de la elipse están relacionadas con los ejes de coordenadas, es decir, la forma y el sentido de revolución del vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$. En general, los ejes principales de la elipse no están en las direcciones x y y. Pero usualmente una transformación del sistema de coordenadas, se puede diagonalizadar la ecuación (4.7). Ahora consideremos x' y y' un nuevo conjunto de ejes de coordenadas a lo largo de los ejes principales de la elipse (Yeh, 2005). Entonces la ecuación de la elipse de estas nuevas coordenadas será,

$$\left(\frac{E_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{b}\right)^2 = 1 \tag{4.8}$$

Donde a y b son la longitud y los semiejes de los ejes principales de la elipse y $E_{x'}$ y $E_{y'}$ son las componentes del vector del campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ en esta coordenada del sistema principal.

Donde θ es el ángulo entre el eje x' y x. Entonces la longitud de los ejes principales está dada por

$$\begin{aligned} a^2 &= E_x^2\cos^2\theta + E_y^2\sin^2\theta + 2A_x E_y\cos\delta\cos\theta\sin\theta \\ b^2 &= E_x^2\sin^2\theta + E_y^2\cos^2\theta + 2A_x E_y\cos\delta\cos\theta\sin\theta \end{aligned} \tag{4.9}$$

El ángulo θ puede expresare en términos de E_x, E_y y $\cos\delta$ como

$$\tan 2\theta = \frac{2E_x E_y}{E_x^2 - E_y^2} \cos\delta \tag{4.10}$$

Es importan observar que $\theta + \frac{\pi}{2}$ es la solución. Sí θ es una solución de ecuación, entonces el sentido de la polarización elíptica estará determinado por el signo del $\sin\delta$. La elipticidad, se definirá mediante el coeficiente e, que es la relación de los ejes menores y mayores de la polarización de la elipse (Yariv y Yeh, 1984), es decir,

$$e = \pm\frac{a}{b} \tag{4.11}$$

Sí el signo dado para e, es positivo la rotación del vector del campo eléctrico será a la izquierda y si el signo es negativa la rotación del campo eléctrico será a la derecha como se muestra en la FIGURA.(4.2).

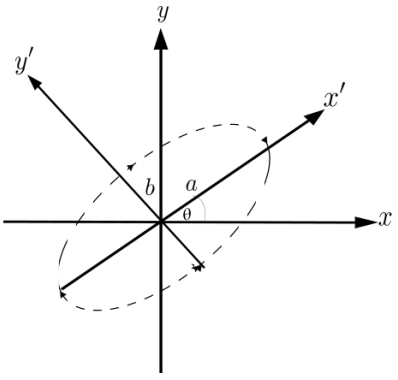


FIGURA 4.2: Polarización elíptica

4.3. Representación de los vectores de Jones

Cuando se determina un estado de polarización de un haz de luz se puede describir en términos de las amplitudes y los ángulos de fase de las componentes x y y del vector de campo eléctrico. De hecho, toda la información sobre el estado de polarización de una onda está contenida en la amplitud compleja E de la onda plana (véase la sección 4.2-3) (Yeh, 2005). Por lo tanto, un número complejo χ esta definido como

$$\chi = e^{i\delta}\tan\psi = \frac{E_x}{E_y} e^{i(\delta_y - \delta_x)} \tag{4.12}$$

El ángulo ψ se define entre 0 y $\pi/2$, una descripción completa de la polarización de la elipse, incluye la orientación, el sentido de la revolución y la elipticidad (véase la ecuación (4.11)) y puede estar expresado en termino δ y ψ. Es decir, que mientras que los estados de polarización elípticas al lado izquierdo están en la mitad superior del plano. El origen corresponde a un estado de polarización lineal con direcciones paralelas a las oscilaciones en el eje x. Así, que en el plano complejo representa un estado de polarización único, y cada punto en el eje x representa un estado polarizado linealmente con ángulos azimutales con diferentes oscilaciones. Es decir, que sólo dos puntos corresponden a la polarización circular (0 ± 1). Y el resto de los puntos del plano complejo corresponde a un estado de polarización elíptico (Yariv y Yeh, 1984) (Yeh, 2005).

El ángulo de inclinación ϕ y el ángulo de elípticidad θ $\left(\theta \equiv \tan^{-1} e\right)$ de la polarización de la elipse corresponden a un número complejo dado por χ (Zvezdin y Kotov, 1997). Es decir,

$$\tan 2\phi = \frac{2Re\,|\chi|}{1-|\chi|^2} = \tan 2\psi \cos\delta \tag{4.13}$$

y

$$\sin 2\theta = \frac{2Im\,|\chi|}{1-|\chi|^2} = -\sin 2\psi \sin\delta \tag{4.14}$$

En el caso prácticamente importante donde $|\chi| \ll 1$, las ecuaciones (4.13) y (4.14) se deduce que,

$$\phi \approx Re\chi \quad \theta \approx Im\chi \tag{4.15}$$

Vectores de Jones

La utilización de la representación de los vectores de Jones, es muy conveniente para describir el estado de polarización de una onda plana. Dada de la ecuación (3.21) que se expresa en términos de las amplitudes complejas (Vernon y Huggins, 1980),(Jones, 1941)

$$\mathbf{\Psi} = \begin{pmatrix} E_x e^{i\delta_x} \\ E_y e^{i\delta_y} \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Obsérvese que el vector de Jones, es un vector complejo $\mathbf{\Psi}$ no es, un vector en el espacio físico real, sino que es un vector en un espacio matemático abstracto. Donde se puede obtener la componente x real del campo eléctrico, realizando la operación

$$E_x(t) = Re\left[\Psi_x e^{i\omega t}\right] = Re\left[E_x e^{i(\omega+\delta_x t)}\right] \tag{4.17}$$

El vector Jones contiene información completa sobre las amplitudes y las fases de los componentes del vector de campo eléctrico. Especifica así la polarización de la onda única. Si sólo nos interesa el estado de polarización de la onda, y es conveniente utilizar, el vector de Jones normalizado que satisface estas condición. (Jones, 1941).

$$\mathbf{\Psi}^* \cdot \mathbf{\Psi} = 1 \tag{4.18}$$

Donde asterisco $(*)$ denota la conjugación compleja del vector.

Sí un haz de luz polarizada linealmente con el vector de campo eléctrico oscila a lo largo de una dirección dada, puede ser representado por los vectores de Jones de la siguiente manera,

$$\begin{pmatrix} \cos\psi \\ \sin\psi \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

Donde ψ es el ángulo acimutal de la dirección de la oscilación con respecto al eje x, donde el estado de polarización es ortogonal al estado representado por la ecuación (4.19) puede ser obtenido por las substitución de ψ por $\psi + \frac{1}{2}\pi$ conduciendo a la representación de un vector de Jones

$$\begin{pmatrix} -\sin\psi \\ \cos\psi \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

Un caso especial, es cuando $\psi = 0$, representa ondas linealmente polarizadas el vector de campo eléctrico oscilara a lo largo de los ejes de las coordenadas x y y y los vectores de Jones estarán dados por:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4.21}$$

Los vectores Jones para las ondas de luz polarizadas circularmente a derecha e izquierda son dada por:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \mathbf{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

Estos dos estados de polarizaciones circulares son mutuamente ortogonales en el sentido de que

$$\mathbf{D}^* \cdot \mathbf{I} = 0 \tag{4.23}$$

Debido a que el vector de Jones, es una matriz de columna de rango 2, donde para cualquier par de vectores de Jones ortogonales deben usar una base del espacio matemático extendido por todos los vectores de Jones. Es decir, que los estados de polarización se puede representar como una superposición de dos estados de polarización mutuamente ortogonales con respecto a los ejes x y y, o dicho de otra manera por $\mathbf{D}$ y $\mathbf{I}$, donde se permite representar la polarización lineal básica con respecto a los ejes x y y y los dos estados de polarización circular $\mathbf{D}$ y $\mathbf{I}$ (Yariv y Yeh, 1984), esta relaciones se describe como,

$$\mathbf{D} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) \tag{4.24}$$

$$\mathbf{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{x} - i\mathbf{y}) \tag{4.25}$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{D} + \mathbf{I}) \tag{4.26}$$

$$\mathbf{y} = \frac{i}{\sqrt{2}} (\mathbf{D} - \mathbf{I}) \tag{4.27}$$

Sí se considera que los estados de polarización circular consisten en oscilaciones lineales a lo largo de los ejes x y y en direcciones de igual amplitud $\frac{1}{\sqrt{2}}$ pero con una diferencia de fase $\frac{1}{2}\pi$ entonces los estados de polarización lineal puede ser visto como una superposición de dos estados de polarización circular detectados de manera opuesta (Yeh, 2005).Y el estado de polarización elíptica estará representado por los vectores de Jones de la siguiente manera

$$\mathbf{\Psi}(\psi, \delta) = \begin{pmatrix} \cos\psi \\ e^{i\delta}\sin\psi \end{pmatrix} \tag{4.28}$$

Este vector Jones representa el mismo estado de polarización para el número complejo $\chi = e^{i\delta}\tan\psi$, que permite representar los estados de polarización descrito en la FIGURA.(4.3)

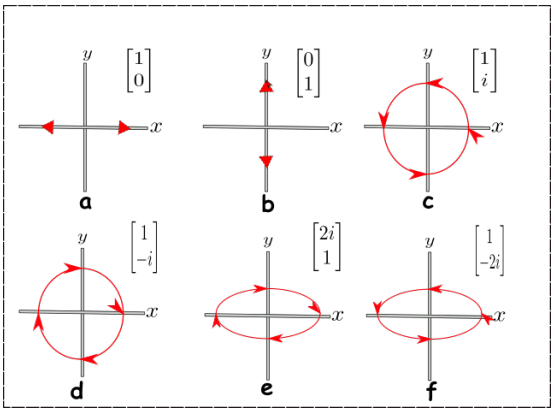


FIGURA 4.3: Estado de polarización de la luz con su debida representación de los vector de Jones: (a,b) polarización lineal (c,d) polarización circular a derecha e izquierda y (e,f) polarización elíptica a derecha e izquierda

Capítulo 5

Propagación de Ondas Electromagnética en Medios Anisotrópicos

En este capítulo se estudiará la teoría correspondiente a la propagación de ondas electromagnéticas en la materia, con especial atención en los materiales que presentan una respuesta óptica dependiente de la dirección de propagación de la luz, estos medios se conocen como medios anisotrópicos y están descritos por el tensor dieléctrico. Algunos medios que presentan este comportamiento anisotrópico corresponde la categoría de los fenómenos ópticos como la birrefrigencia, el dicroísmo y los MOEs.

5.1. Tensor dieléctrico para medios anisotrópicos

Los medio anisotrópicos tienen la característica de presentar una variación en los índices de refracción, debido a que onda electromagnética no viaja con las misma velocidad dentro del material. Es decir, que no se considerá que la onda electromagnética, tenga la misma dirección de propagación dentro de un material, sino que varía. Cuando la onda electromagnética se propaga en estos medios anisotrópicos, La manera de comprender la orientación de la onda electromagnética cuando viaja en estos medios es a través de un tensor. Este tensor se conoce como tensor dieléctrico $\tilde{\varepsilon_{ij}}$ que unen el vector de desplazamiento $\vec{\mathbf{D}}$ y el vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$, en caso de los medios isotrópicos se había considerado que $\vec{\mathbf{D}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$ eran paralelos pero este

no es el caso para los medios anisotrópicos aquí $\vec{\mathbf{D}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$, ya no son necesariamente paralelos y por lo tanto la representación de $\vec{\mathbf{D}}$, así,

$$\vec{\mathbf{D}}_i = \tilde{\varepsilon}_{ij}\vec{\mathbf{E}}_j \tag{5.1}$$

Donde $\tilde{\varepsilon_{ij}}$ es un tensor y no un escalar como ocurre en los medios isotrópicos y representa por:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}; \tag{5.2}$$

En la ecuación (5.2) se observa la convención de suma sobre índices repetidos. La magnitud de las nueve componentes del tensor dependerá de los ejes principales del materia en x y y z.

En el caso del vector de polarización $\vec{P}$ dependerá tanto de su magnitud como en su dirección, en la dirección del campo aplicado. En decir se representa como, $\vec{\mathbf{P}} = \varepsilon_o\tilde{\chi_{ij}}\vec{\mathbf{E}}$ donde la susceptibilidad eléctrica $\tilde{\chi}$ ya no es un escalar como en los medios isotrópicos si no que ahora es un tensor $\tilde{\chi_{ij}}$, que depende también de los ejes principales del material en x y y z. Como $\vec{\mathbf{P}}$ depende de de la dirección $\vec{\mathbf{D}}$ y $\vec{\mathbf{E}}$. Es decir, $\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_o\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{P}}$, entonces obtenemos la relación de las constantes que constituyen el tensor dieléctrico dado en la ecuación (5.2).

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_o(1 + \tilde{\chi}_{ij}) \tag{5.3}$$

Tensor dieléctrico para los medios magnetizados

En la sesión anterior se presento el comportamiento del tensor dieléctrico. Pero para nuestro estudio sobre los MOEs debemos considerar otros efectos que surgen debidos a la magnetización del medio (ó material)

Usando las ecuaciones (2.37)-(2.38) y las ecuaciones de Maxwell (2.39) y (2.40).Se supone que los vectores $\tilde{\vec{P}}$ y $\tilde{\vec{E}}$, así como $\tilde{\vec{M}}$ y $\tilde{\vec{H}}$, están conectados linealmente. Estos vectores están relacionados por medio de la ecuación de materiales, que se derivan sobre la base de ciertos conceptos de microscópicos,

$$\vec{P}_i(\omega) = \tilde{\alpha}_{ij}(\omega)\vec{E}_j(\omega) \tag{5.4}$$

$$\vec{P}_i(\omega) = \tilde{\chi}_{ij}(\omega)\vec{H}_j(\omega)$$

Donde $\tilde{\alpha}_{ij}(\omega)$ y $\tilde{\chi}_{ij}(\omega)$ son los tensores de las susceptibilidades eléctricas y magnéticas; Los campos$\tilde{\vec{E}}$ y $\tilde{\vec{D}}$, así como $\tilde{\vec{B}}$ y $\tilde{\vec{H}}$, están relacionados a través de las expresiones:

$$\vec{D}_i(\omega) = \tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega)\vec{E}_j(\omega) \tag{5.5}$$

$$\vec{B}_i(\omega) = \tilde{\mu}_{ij}(\omega)\vec{H}_j(\omega)$$

Donde $\tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega)$ y $\tilde{\mu}_{ij}(\omega)$ son respectivamente los tenores eléctricos de permeabilidad y permeabilidad magnética del medio. La densidad de corriente $\vec{j}_i(\omega)$ en términos de conductividad $\tilde{\sigma}_{ij}(\omega, k)$ viene dada por:

$$j_i(\omega) = \tilde{\sigma}_{ij}(\omega)\vec{E}_j(\omega) \tag{5.6}$$

Y el vector $\vec{D}$ es dado por:

$$\vec{D}_i(\omega) = \tilde{\varepsilon}_{ij}(\omega)\vec{E}_j(\omega) \tag{5.7}$$

Donde:

$$\varepsilon_{ij}\left(\omega\right) = \delta_{ij} - \frac{i\sigma_{ij}\left(\omega\right)}{\omega} \tag{5.8}$$

A frecuencias ópticas, la permeabilidad magnética es $\mu \approx 1$, sólo el tensor de permitividad es relevante para la interacción radiación-materia. La forma general de $\tilde{\varepsilon_{ij}}$ para un medio magnetizado con pérdidas insignificantes viene dado por:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} + g_z M_z & \varepsilon_{xz} - g_y M_y \\ \varepsilon_{xy} - g_z M_z & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} + g_x M_x \\ \varepsilon_{xz} + g_y M_y & \varepsilon_{yz} + g_y M_y & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

Las componentes reales $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ tienen que estar incluso en función del campo magnético, los componentes diagonales que están en el origen de los MOEs contienen los componentes de giro ig_{ij} que son función impar del campo magnético.

Las componentes complejas de $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ son, por lo tanto, no sólo una función de la frecuencia de luz, sino también de la magnetización $\vec{M}$, y generalmente pueden ampliarse en términos de los componentes de magnetización:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon^{o}_{ik} + g_{ijl}M_l + \delta_{iklm}M_lM_m = \varepsilon^{0}_{ij} + \varepsilon^{1}_{ij} + \varepsilon^{2}_{ij} \tag{5.10}$$

Dónde, ε^{0}_{ik} son las componentes de permitividad sin magnetización ($\vec{M}$), $g_{ijl}M_l$ son las componentes del tensor magneto-óptico lineal de tercer rango que describen la dependencia lineal de la magnetización y $\delta_{iklm}M_lM_m$ son las componentes del tensor óptico magnético cuadrático de cuarto rango que describen dependencia cuadrática de La magnetización.

Los efectos magneto-ópticos generalmente dependen tanto de los elementos diagonales como fuera de la diagonal del tensor dieléctrico. Este tensor puede ser representado como una suma de tensores simétricos y anti-simétricos (Aris, 1962), es decir :

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} + \vec{g}\left(\vec{\mathbf{M}}\right) \begin{pmatrix} 0 & -m_z & m_y \\ m_z & 0 & -m_x \\ -m_y & m_x & 0 \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

La ecuación (5.10) los elementos g_lM_l se conoce como las constantes MO y describen la anisotropía óptica lineal por la magnetización $\vec{M}$.

Nuestro vector desplazamiento para los MOEs estara dado por:

$$\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon_o\vec{\mathbf{E}} + i\left[i\vec{\mathbf{g}} \times \vec{\mathbf{E}}\right] \tag{5.12}$$

5.2. Los efecto Magneto-Ópticos

Las anisotropías ópticas en los materiales pueden darse de manera espontanea o inducida por un agente externo. Aquellos materiales en los que las anisotropías surgen como respuesta a un estímulo externo se conocen como materiales ópticamente activos. Un ejemplo de este tipo de anisotropías inducidas es la que se puede lograr aplicando un campo magnético externo a un material. En este caso, y dependiendo de la orientación del campo magnético externo respecto al plano de incidencia y la superficie de la muestra, se puede tener como resultado una anisotropía magnética que afecta el estado de polarización de la luz. En este caso, y a diferencia de la

birrefrigencia espontánea que obedece a propiedades estructurales moleculares, la anisotropía magnética induce una componente de polarización perpendicular a la dirección de polarización de la onda incidente, dando como resultado una rotación del plano de polarización.

Este rotación de polarización fue descubierta por Faraday en 1845 dando lugar al nacimiento de la magneto-óptica (MO). El descubrimiento de Faraday atrajo inmediatamente la atención de la comunidad científica, ya que ésta era la primera observación de la interacción entre el magnetismo y la luz. En 1876, John Kerr descubrió el efecto correspondiente en la luz reflejada en una muestra magnética, y se denominó el efecto magneto-óptico de Kerr (MOKE, por sus siglas en Inglés) (Kerr, 1877). En 1899 Voigt informó de la aparición de doble refracción magnética en el vapor de Na. En 1907 Cotton y Mouton vieron lo mismo en los líquidos paramagnéticos (Zvezdin y Kotov, 1997).

En este trabajo se centra en el estudio de los efectos magneto-ópticos lineales que tiene la particularidad de ser efectos que están relacionados directamente proporcional al campo magnético externo aplicado al material. En general los Efectos Magneto-Ópticos (MOE, por su acrónimo en Inglés) ocurren en la interacción de la luz con un material magnetizado (o en general con un material sobre el que se aplica un campo magnético externo).

A continuación se describirá los efectos MOEs que ocurren para el caso de transmisión (efecto Faraday), reflexión (efecto Kerr) y absorción (Cotton-Mouton)

5.3. El efecto Faraday

En 1845 Michael Faraday descubrió que al aplicar un campo magnético a ciertos materiales el plano de polarización empieza a girar cuando la luz atraviesa el material. Este fenómeno MO es llamado el efecto Faraday, donde las componentes de la intensidad magnética son proporcional a la dirección de propagación de la luz $\left(\vec{\mathbf{H}}\right)$ y a la longitud del material (L). La constante de proporcionalidad V (llamado la constante de Verdet) dependen del material, la temperatura, y la frecuencia o longitud de onda de la luz véase FIGURA.(5.1) . Por lo tanto, la cantidad de cambio de polarización, es medida con el ángulo de rotación, y estará dado por

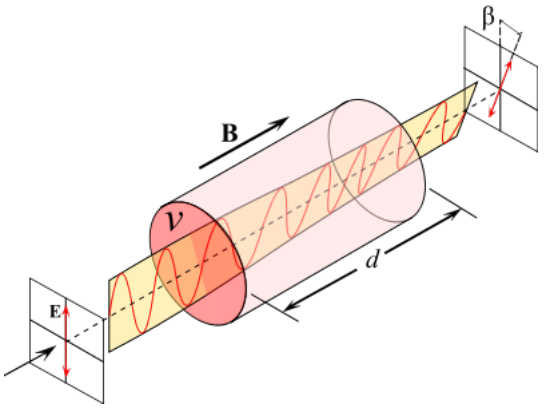


FIGURA 5.1: Efecto Faraday (wikipedia, 2007)

$$\phi = \vec{\mathbf{H}} LV = \frac{\pi n}{\lambda} QV \tag{5.13}$$

La ecuación (5.13) muestra que cuando el sentido de la rotación depende de la dirección de la intensidad magnética. Para un haz de luz reflejado en el extremo del medio, el sentido de giro no se invierte. El ángulo de rotación se duplica cuando una onda sale y retrocede por el medio. Esto contrasta con la birrefringencia circular natural ("la birrefrigencia ocurre cuando el índice de refracción cambia según la orientación del estado de polarización de la luz con respecto a un eje de referencia. De este modo, sí un haz de luz con componentes de polarización paralela y perpendicular al eje de referencia tendrá diferentes velocidades de propagación para cada una de sus componentes. Así mismo, el ángulo de refracción para una componente y otra será diferente lo que dará origen a dos rayos separados espacialmente"), este es el comportamiento del MOFE.

En este MOFE a nivel microscópico la anisotropía circular es resultado de la división de los niveles electrónicos de energía en diferentes valores propios del momento angular. En el caso más simple, la intensidad magnética induce la precesión Larmor de las órbitas electrónicas. Esto puede verse en una división del índice de refracción n en n_+ y n_- para los dos modos de polarización circular de la luz, que son aquí los estados propios del sistema:

$$n \pm (\omega) \approx n (\omega) \pm \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\omega} \frac{e\vec{\mathbf{H}}}{2mc} \tag{5.14}$$

La constante de Verdet puede entonces ser estimada por la fórmula de Becquerel:

$$V = \frac{e}{2mc^2} \lambda \frac{dn}{d\lambda} \tag{5.15}$$

Donde $\lambda = 2\pi c/\omega$ es la longitud de onda de la luz. La ecuación (5.14) es coherente con los datos de los medios magnéticos.(Zvezdin y Kotov, 1997).

En las siguientes sesión se explicará la birrefrigencia circular magnética y el dicroísmo circular magnético, que son consecuencia de la geometría Faraday (donde $\vec{M}$ es paralela a $\vec{k}$ ($\vec{M} \parallel \vec{k}$))

5.3.1. Birrefrigencia circular magnética (ó Efecto Faraday)

La rotación clásica de Faraday tiene lugar en un medio transparente cúbico o isotrópico donde la dirección de propagación de la luz transmitida es paralela a la dirección de magnetización aplicada dentro del medio. Si la dirección de magnetización y la propagación de la luz se toma en dirección a z, el tensor de dieléctrico se conformará de la siguiente manera

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_o \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & g_1 M_3 & 0 \\ -g_1 M_3 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{pmatrix} \tag{5.16}$$

Los dos modos propios de propagación de la luz a través del medio magneto-óptico, pueden expresarse como una onda de luz polarizada circular derecha

$$\vec{E_1} = Ee^{\left(i(\omega t - \frac{2\pi n_+}{\lambda_o} z)\right)} \tag{5.17}$$

Y una onda luminosa polarizada circular izquierda

$$\vec{E_1} = Ee^{\left(i(\omega t - \frac{2\pi n_-}{\lambda_o} z)\right)} \tag{5.18}$$

Donde $n_\pm^2 \cong \varepsilon_1 \pm g_1 M_3$; ω y λ son la frecuencia angular y la longitud de onda de la luz incidente, respectivamente. n_+ y n_- son los índices de refracción de los modos de la onda a derecha e izquierda,respectivamente. Estos modos corresponden a dos ondas polarizadas circularmente. La superposición de estas dos ondas produce una onda linealmente polarizada. El plano de polarización de la onda resultante gira cuando una onda circular se apodera de la otra. La velocidad de rotación viene dada por

$$\theta_F \cong \frac{\pi g_1 M_3}{\lambda_o \sqrt{\varepsilon_1}} \approx \frac{\omega n_o}{2c} Q z \tag{5.19}$$

θ_F Es conocido como el coeficiente de rotación de Faraday. cuando la dirección de la magnetización se invierte, el ángulo de rotación cambia su signo. El efecto es también conocido como birrefringencia circular magnética óptica (MCB).

Para los materiales paramagnéticos o diamagnéticos, la magnetización es proporcional al campo magnético externo aplicado $\vec{H}$. Por lo tanto, el MOFE es proporcional al campo externo $\theta_F = V\vec{H}$ donde $V = \chi_o g_1 \pi/\lambda_o\sqrt{\varepsilon_1}$, se denomina constante de Verdet y χ_o es la susceptibilidad magnética del espacio libre.

Podemos concluir que la birrefrigencia circular magnética se observa en los medios magnetizados donde los índices de refracción para la luz polarizada circularmente a derecha y izquierda son diferentes, éste efecto se manifiesta por la rotación del plano de polarización de la luz linealmente polarizada.

5.3.2. Dicroísmo Circular Magnético

El dicroísmo circular magnético es similar al MOFE en un ferromagnético donde dos ondas están polarizadas circularmente donde propagan con diferente indice de refracción y diferentes coeficientes de absorción.Y después de recorrer una distancia L en el material, aparece una diferencia de fase entre las ondas derecha y izquierda dadas por

$$\Psi = \frac{\pi L}{\lambda}\left(n_+ - n_+\right) = \theta_F L \tag{5.20}$$

Donde n_+ y n_- son los índices de refracción de las dos ondas electromagnéticas polarizadas circularmente, y θ_F es el coeficiente de Faraday de una onda totalmente magnetizada

Si las dos ondas circularmente polarizadas se absorben a diferentes velocidades, sus amplitudes relativas también cambiarán.

El dicroísmo circular magnético se define como la diferencia del coeficiente de absorción α para la luz polarizada circularmente a la derecha y a la izquierda

$$\Delta\alpha = \alpha_+ - \alpha_- \tag{5.21}$$

Donde $\Delta\alpha$ y θ_F son funciones de la frecuencia ω (para frecuencias altas), ambas se rigen por el mismo tipo de relación con tensor (5.16). Sí no se aplica ningún campo magnético, la intensidad

de la luz transmitida a través del material de espesor L es

$$I = I_o e^{-\alpha L} \tag{5.22}$$

Donde α es el coeficiente de absorción y I_o es la intensidad de entrada.

En presencia de un campo magnético o de una magnetización, los coeficientes de absorción para $\alpha_+ - \alpha_-$ son diferentes, dando lugar a una diferencia en la intensidad $I_+ - I_-$, entonces el dicroísmo circular magnético estará dado por

$$\Psi = \left(\frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} \right) \tag{5.23}$$

Se puede decir que (MCD) se define como la diferencia inducida por el campo en la absorción (o emisión) de luz polarización circularmente a derecha e izquierda, el campo se hace mas fuerte en campo magnético orientado paralelamente en la dirección de propagación de la luz. Obsérvese que el procesos físicos que conducen a MCD son sustancialmente diferentes que el dicroísmo circular. Sin embargo, dicroísmo circular (CD), depende de la absorción de la luz polarización circularmente a izquierda y derecha. En cambio MCD solo evidencia para una sola longitud de onda dada por el material, sí el material tiene una absorción óptica en esa misma longitud de onda.

5.4. El efecto Voigt y Cotton-Mouton

Los efectos Voigt y Cotton-Mouton se descubrieron en 1902 y 1905 y han tomado los nombres de sus descubridores. La diferencia con el MOFE es que el campo magnético se aplica ahora perpendicular a la propagación de la luz, obsérvese la FIGURA.(5.2). Los efectos Voigt y Cotton-Mouton son muy similares; la primera se refiere a los gases y la segunda a los líquidos. También es conoce como la birrefringencia magnética que se encuentra en presencia de un campo magnético donde las ondas de luz se propagan en una dirección normal al intensidad magnética aplicada (Hecht, 2002). La birrefringencia se interpreta como la diferencia entre las velocidades de propagación de las dos ondas. Una onda, con un desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$ paralela a la intensidad magnética $\vec{\mathbf{H}}$ externa, que tiene un índice de refracción representado por $n_{\|}$; La segunda onda, con desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$ perpendicular a la intensidad magnética $\vec{\mathbf{H}}$, que tiene un índice de refracción representado por $n_{\perp}$.

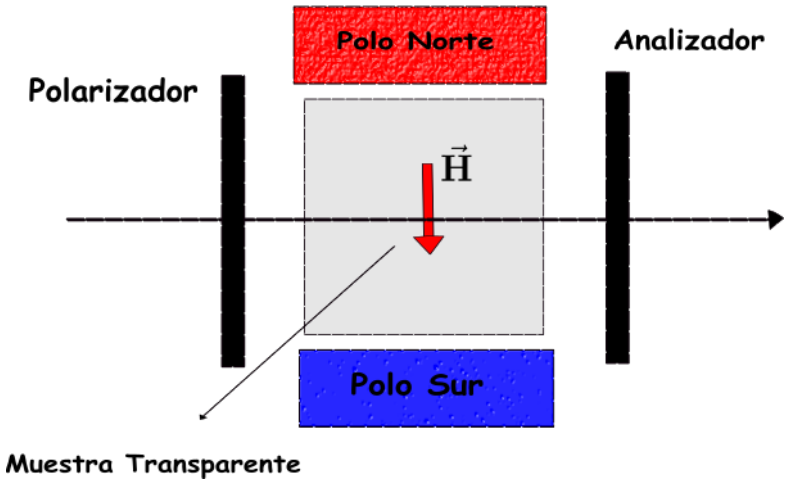


FIGURA 5.2: Los efectos Voigt y Cotton-Mouton. Un material isotrópico transparente se hace birrefringente después de la aplicación de un campo magnético. El efecto Voigt (gas) y el efecto Cotton-Mouton (líquido) corresponden a la propagación a lo largo de una dirección ortogonal al campo

El cambio de fase que se produce cuando las dos ondas polarizadas ortogonalmente se propagan, perpendicular al campo magnético aplicado, a través de una distancia L en el material, es dada por

$$\delta = \frac{\omega L}{c}\left(n_{\parallel} - n_{\perp}\right) = CL\vec{\mathbf{H}} \tag{5.24}$$

donde δ es el desfase de voigt y C es el coeficiente Cotton-Mouton (Nudelman y Mitra, 1969).

5.4.1. Birrefringencia Lineal Magnética

Cuando la luz transmitida se propaga perpendicularmente a la dirección de magnetización, el MOFE de primer orden desaparecerá y el MOE de Cotton-Mouton de segundo orden dominará. Sí la dirección de magnetización $\vec{M}$ está a lo largo del eje z y la onda de luz se esta propagando a lo largo del eje x, el tensor dieléctrico $\tilde{\varepsilon_{ij}}$ tomará la forma de

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_o \begin{pmatrix} \varepsilon_1 + g_{12}M_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} + g_{12}M_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 + g_{11}M_3^2 \end{pmatrix} \tag{5.25}$$

Los modos propios de la onda de luz son dos: (1) existe una polarizado paralelo a lo largo de la $\vec{M}$ y (2) existe una polarización perpendiculares a la dirección a la $\vec{M}$

$$\vec{E}_{\parallel}(x) = Ee^{\left(i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_o})n_{\parallel}x\right)} \tag{5.26}$$

$$\vec{E}_{\perp}(x) = Ee^{\left(i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_o})n_{\perp}x\right)} \tag{5.27}$$

Donde $n_{\parallel}^2 = \varepsilon_1 + g_{11}M_3^2$ y $n_{\perp}^2 = \varepsilon_1 + g_{12}M_3^2$; $n_{\parallel}$ y $n_{\perp}$ Son los índices de refracción de los modos paralelo y perpendicularmente polarizados linealmente, respectivamente. La diferencia en las velocidades de fase entre estas dos ondas da lugar a una birrefringencia lineal magnética (MLB) de luz, que también se conoce como el efecto CM o Voigt. En este caso, la luz transmitida a través del cristal tiene polarización elíptica

El grado de elipticidad depende de la diferencia $n_{\parallel}$ - $n_{\perp}$

El desplazamiento de fase o retraso se puede encontrar por la siguiente expresión:

$$\Psi_{cm} \cong \frac{\pi(g_{11} - g_{12}M_3^2)}{\lambda_o\sqrt{\varepsilon_1}} \simeq c^{-1}\omega(n_{\parallel} - n_{\perp})x \tag{5.28}$$

Dado que el sentido de este cambio de fase no cambia cuando se invierte la dirección de propagación de la luz, el efecto CM es un efecto recíproco.

La birrefringencia lineal magnética (MLB), es un tipo de actividad óptica que surge tras la colocación de un materia en un campo magnético. El efecto MLB se define como la diferencia que existe entre el índice de refracción (o, equivalentemente, en la velocidad) de los haces de luz linealmente polarizados que son incidente normal al campo magnético y de los cuales los planos de polarización son paralelas y perpendicular al campo magnético aplicado (Buschow, 2001).

5.4.2. Dicroísmo Lineal Magnético

El dicroísmo lineal magnético, se basa de la absorción diferencial de luz polarizada linealmente, orientada paralela $\alpha_{\parallel}$ y perpendicular $\alpha_{\perp}$ a la dirección del campo magnético externo, Este campo magnético externo, es perpendicular a la dirección de propagación de la luz a través del material .La absorción diferencial del MLD se define como

$$\Delta_{\alpha} = \alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp} \tag{5.29}$$

De este modo, la diferencia entre las dos mediciones, dependen de la orientación del campo magnético con respecto a la dirección de propagación de la luz a través del material, el MLD implicaría una orientación transversal. y se definirá como

$$\Delta\alpha = \alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp} = 2\mathbf{Im}\left(\delta/x\right) = \frac{4\pi}{\lambda}\mathbf{Im}\left(n_{\parallel} - n_{\perp}\right) \tag{5.30}$$

Obsérvese que $\delta = c^{-1}\omega(n_{\parallel} - n_{\perp})x$ el MLD no ha sido tan ampliamente utilizado por varias razones. La principal razón es que la intensidad de la señal MLD es típicamente un orden de magnitud menor que las señales para las mediciones MCD.(Buschow, 2001)

5.5. El Efecto Magneto-óptico Kerr (MOKE)

El efecto MOKE fue descubierto por el físico escocés John Kerr en 1888. Observó que cuando la luz polarizada linealmente se refleja en la incidencia normal del polo pulido de un electroimán, luz sufre un cambio un cambio en la reflexión debido a una componente perpendicular que aparece debido a la actividad Magneto-óptica en el material magnetizado (Parker, 1876). De acuerdo con la orientación del vector de magnetización con respecto a la superficie reflectante y al plano de incidencia de la onda de luz, se distinguen tres tipos de MOEs en reflexión: Polares, longitudinales y transversales (Véase la FIGURA.(5.3))

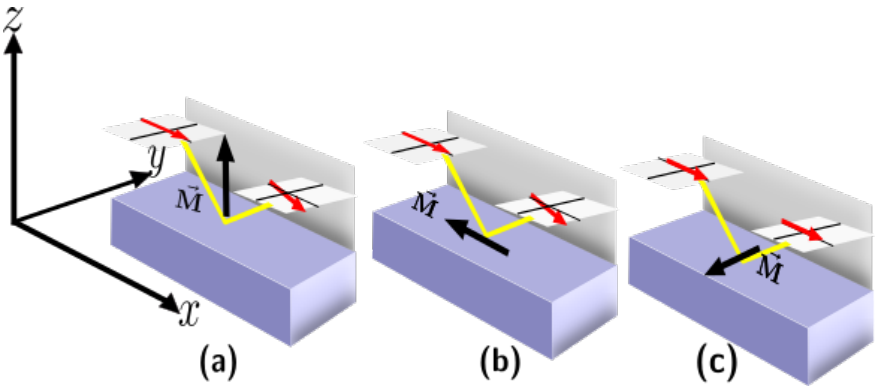


FIGURA 5.3: Efecto MO Kerr. (a) polar, (b) longitudinal, y (c) transversal.

En el caso de la reflexión (MOKE) se pueden identificar tres geometrías magnéticas principales: polar, longitudinal y transversal. Se clasifican de acuerdo con la orientación relativa de la magnetización del material con respecto al plano de incidencia y al plano de la superficie del material. En caso de la geometría polar (PMOKE), $\vec{M}$ es normal a la superficie del material y paralela al plano de incidencia (FIGURA.(5.3)(a)). En el caso de la geometría longitudinal (LMOKE),

$\vec{M}$ es coplanar a la superficie del material y al plano de incidencia, simultáneamente (FIGURA.(5.3)(b)). Por último la geometría transversal (TMOKE) ocurre cuando $\vec{M}$ es coplanar a la superficie del material y a la vez perpendicular al plano de incidencia (FIGURA.(5.3)(c)). En este caso, el cambio de intensidad y fase de la luz linealmente polarizada reflejada por el medio magnetizado.

En las geometrías polar y longitudinal existe una conversión entre las componentes s y p de polarización de la luz lo cual conlleva una rotación del plano de polarización y un corrimiento de fase relativo. Es decir, que en estas geometrías una onda linealmente polarizada es reflejada con polarización elíptica. Para estos casos, la señal MOKE es usualmente expresada en términos de los cambios en el ángulo Kerr complejo, definido como:

$$\widetilde{\mathbf{\Phi}}_k = \mathbf{\Phi}_k + i\mathbf{\Psi}_k \tag{5.31}$$

donde $\mathbf{\Phi}_k$ representa la rotación del plano de polarización y $\mathbf{\Psi}_k$ es la elipticidad.

En el caso de la geometría transversa no existe tal conversión entre las componentes de polarización por lo que el plano de polarización permanece inalterado durante la reflexión y solamente se observa un cambio de la intensidad reflejada. Por tal razón, la señal magneto-óptica en esta geometría se define como el cambio normalizado de reflectividad bajo inversión de magnética, es decir,

$$\delta = \frac{\Delta R}{R(0)} \tag{5.32}$$

Donde $\Delta R(0)$ representa reflectividad en ausencia de campo magnético

5.5.1. El efecto complejo Kerr Polar

En esta sesión y en las siguientes se presentara el formalismo matemático que se necesita para poder presentar la ecuaciones generales del MOKE, que serán esenciales en este trabajo.

El efecto complejo Kerr polar es caso de la incidencia normal, la luz incide perpendicularmente en la superficie del material y por lo tanto la expresión para el efecto complejo Kerr polar se presenta de la siguiente forma,

$$\widetilde{\mathbf{\Phi}}_k = \mathbf{\Phi}_k + i\mathbf{\Psi}_k = \frac{ig}{\sqrt{\varepsilon_1}\,(\varepsilon_1 - 1)} = \frac{inQ}{n^2 - 1} \tag{5.33}$$

Donde se supone que en la ecuación (5.33) el tensor de dieléctrico del medio magnético es descrito por la ecuación (5.11), recuérdese que el parámetro magneto-óptico es $Q = g/\varepsilon_1$ y la permeabilidad magnética de todos los medios es igual a 1. (Zvezdin y Kotov, 1997).

La orientación de la magnetización se supone que debe coincidir con la dirección de la propagación de la onda de luz reflejada.

La ecuación (5.33) se puede comprender de la siguiente manera, si se descompone la onda de luz en la parte incidente, reflejada y transmitida, se puede obtener los modos normales de una polarización circular, es decir,

$$\begin{aligned}
\vec{\mathbf{E}}_i &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(E_i e'_+ + E_i e'_-\right) \\
\vec{\mathbf{E}}_r &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(E_{r+} e''_+ + E_{r-} e''_-\right) \\
\vec{\mathbf{E}}_t &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(E_{t+} e'''_+ + B_{t-} e'''_-\right)
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Como se puede ver en la ecuación (5.34) para el caso de la onda incidente esta polarizada a lo largo del eje x. Los modos de polarización están descritos tanto para orientación a derecha como a izquierda para los casos de incidente $e'_\pm$ reflejada $e''_\pm$ y transmitida $e'''_\pm$.

Donde los vectores de refracción correspondientes para cada caso como $\vec{\mathbf{n}}'_\pm = (0, 0, -1)$, $\vec{\mathbf{n}}''_\pm = (0, 0, 1)$, $\vec{\mathbf{n}}'''_\pm = (0, 0, n_\pm)$ respectivamente, si se usa la relación de la ecuación (A.4), se obtiene entonces que $n_\pm = n\left(1 \pm \frac{1}{2}Q\right)$ (véase (Zvezdin y Kotov, 1997))

Ahora determinamos con ayuda de las amplitud de la onda reflejada $E_{r\pm}$ y los vectores de refracción la descripción de la formula de Fresnel,

$$E_r \pm = -E_i \frac{(n_\pm - 1)}{(n_\pm + 1)} \tag{5.35}$$

Con la ecuaciones (5.35) y (5.34) y los vectores de refracción, se combinan para determinar la componente de la onda reflejada en función de los modo normales de la siguiente forma:

$$\vec{\mathbf{E}}_r = \frac{1}{2} E_i \begin{pmatrix} (n_+ + 1)^{-1}(n_+ - 1) + (n_- + 1)^{-1}(n_- - 1) \\ i\left[(n_+ - 1)/(n_+ + 1) - (n_- - 1)/(n_- + 1)\right] \end{pmatrix} e^{-i\omega(t - z/c)} \tag{5.36}$$

$$= E_i \begin{pmatrix} (n-1)/(n+1) \\ ig/\left(n(n+1)^2\right) \end{pmatrix} e^{-i\omega(t-z/c)}$$

Esta ecuación (5.36) y las ecuaciones (4.13)- (4.15) y con la condición de que $|g| \ll 1$, se puede obtener el ángulo de rotación de la polarización de la elipse:

$$\mathbf{\Phi}_k = -\mathbf{Im}\frac{g}{n(n^2-1)} = -\mathbf{Im}\left(\frac{nQ}{n^2-1}\right) \tag{5.37}$$

y el ángulo de elipticidad

$$\mathbf{\Psi}_k = -\mathbf{Re}\frac{g}{n(n^2-1)} = -\mathbf{Re}\left(\frac{nQ}{n^2-1}\right) \tag{5.38}$$

El efecto Kerr polar es impar con respecto a la magnetización, es decir, cambia cuando la muestra esta remagnetizada (Zvezdin y Kotov, 1997).

5.5.2. El Efecto Kerr Transversal

Para hablar del efecto Kerr transversal debemos observar la representación de la FIGURA.(5.4) que describe la transmisión de la luz a través de un medio dieléctrico y un medio magnético, donde el plano xoy coincide con el plano de incidencia de la onda de luz y el vector de magnetización esta orientado según el eje oz. Obsérvese que n_1 es el coeficiente de reflexión del medio dieléctrico y n_2 es el del medio magnético que corresponden a los términos lineales en la magnetización (Zvezdin y Kotov, 1997).

Los medios magnéticos son descritos por el tensor dieléctrico, que esta dados por la ecuación (5.11) donde se supone que la diagonal del tensor sus términos son iguales y la permeabilidad magnética μ de todos los medios se supone que es igual a 1 .

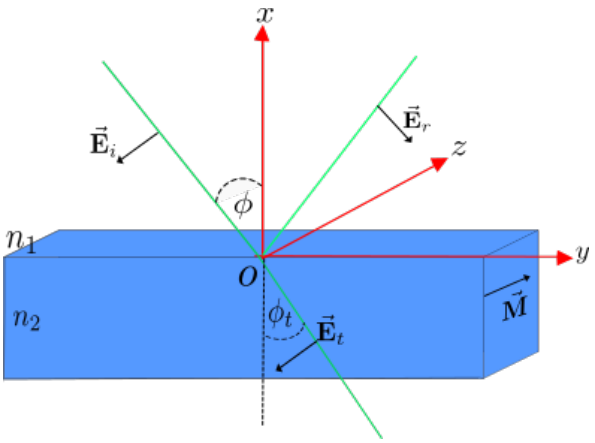


FIGURA 5.4: Diagrama de transmisión de la luz a través de una interfaz entre los medios magnéticos y no magnéticos

Obsérvese que la onda incidente se proyecta sobre el medio 1 hacia el medio 2 con un angulo ϕ como se muestra en la FIGURA.(5.4) y el vector del campo eléctrico es paralelo al plano de incidencia (Zvezdin y Kotov, 1997). Los vectores del campo eléctrico de la onda incidente y reflejada están descrito en términos de la proyección de las coordenadas,

$$\vec{\mathbf{E}}_i = E_i \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ -\cos\phi \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega t+(\omega/n)\vec{\mathbf{n}}_i\cdot\vec{\mathbf{r}}}; \qquad \vec{\mathbf{E}}_r = E_r \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\omega t+(\omega/n)\vec{\mathbf{n}}_r\cdot\vec{\mathbf{r}}} \tag{5.39}$$

Donde

$$\vec{\mathbf{n}}_i = n_1\left(-\cos\phi, \sin\phi, 0\right); \quad \vec{\mathbf{n}}_r = n_1\left(\cos\phi, \sin\phi, 0\right) \tag{5.40}$$

Cuando una onda esta polarizada tipo p, cae sobre un medio magnético con el índice de refracción $n_2 = \varepsilon^{1/2}$,y excita una onda que se propaga desde la interfaz superior del medio, Esta onda es conocida como el modo normal transversa, cuyo vector de refracción es $\vec{\mathbf{n}}_t = n_t\left(-\cos\phi_t, \sin\phi_t, 0\right)$.

Las ecuaciones (A.6) y (A.8) permite un acercamiento mas claro para determinar el modo normal de transmisión, en función del parámetro magneto-óptico es decir, $n_t = n_2\left(1 - Q^2\right) \approx n_2$ (Zvezdin y Kotov, 1997).

Si se observa la FIGURA.(5.4) se puede detallar que los ángulo descrito son normal a la transmisión por lo tanto, se tiene que ($\sin\phi_t$, y $\cos\phi_t$),que esta definido por la ley de Snell, así,

$$\sin\phi_t = \frac{n_1}{n_2}\sin\phi; \qquad \cos\phi_t = \left(1 - \left(\frac{{n_1}^2}{n_2}\right)\sin^2\phi\right)^{1/2} \tag{5.41}$$

El campo eléctrico de la onda de transmisión, se determina aparir de la ecuación (A.1), por lo tanto el campo eléctrico de transmisión será

$$\vec{\mathbf{E}}_t = E_t \begin{pmatrix} -\sin\phi_t - \frac{iQ}{\cos\phi_t} \\ -\cos\phi_t \\ 0 \end{pmatrix} e^{(-i\omega t + i(\omega/c)(\vec{\mathbf{n}}\cdot\vec{\mathbf{r}}))} \tag{5.42}$$

El campo eléctrico de transmisión (ecuación (5.42)) esta polarizada elípticamente en el plano de incidencia donde las componentes transversales ordinarias (en ausencia de la magnetización), que contienen una componente longitudinal (orientada a lo largo de la dirección del vector de onda), y que es proporcional a la constante magneto-óptica Q y la magnetización $\vec{M}$ (Zvezdin y Kotov, 1997).

Para el caso de la onda incidente de los campo magnético de los dos medios, se pueden definir por medio de las ecuaciones de Maxwell, que describen la relación $\vec{\mathbf{H}} = \left(\vec{\mathbf{n}} \times \vec{\mathbf{E}}\right)$ (Thomas, 1972), con esta relación y usando las ecuaciones (5.40) y (5.42) se deduce que,

$$\vec{\mathbf{H}}_i = (0, 0, n_1 E_i)\,; \quad \vec{\mathbf{H}}_r = (0, 0, n_1 E_r)\,; \quad \vec{\mathbf{H}}_t = (0, 0, n_2\,(1 - iQ\tan\phi_t)\,E_t) \tag{5.43}$$

La ecuación (5.43) son los vectores del campo magnético para la onda incidente, reflejada y transmitida con sus respectivas componentes en dirección al eje z.

Posteriormente, se debe determinar las componentes tangenciales del los vectores intensidad $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{H}}$, para la interfaz entre los dos medios, es decir,

$$E_i y + E_r y = E_t y \quad H_i z + H_r z = H_t z \tag{5.44}$$

y usando las ecuaciones (5.39)- (5.43) y la ecuación (5.44) se pueden relacionar para obtener,

$$\begin{gathered} (E_i - E_r)\cos\phi = E_t\cos\phi_t \\ n_1\,(E_i + E_r) = n_2 E_t\,(1 - iQ\tan\phi_t) \end{gathered} \tag{5.45}$$

con esta ecuación (5.45), se determinan los coeficientes de reflexión y transmisión en la aproximación lineal (en Q) con su determinadas correcciones (Druzhinin y Bolotin, 1983).

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{12}^{p} &= E_t/E_i = t_{12}^{p}\left(1 + i\frac{\left(Q\sin\phi\left(1+r_{12}^{p}\right)\right)}{2\left(\eta^2-\sin^2\phi\right)^{1/2}}\right) \\ \tilde{r}_{12}^{p} &= E_r/E_i = r_{12}^{p}\left(1 + \frac{iQ\sin\phi\ r_{12}^{p}}{2(\eta^2-\sin\phi)^{1/2}}\right) \end{aligned} \tag{5.46}$$

Donde t_{12}^{p} y r_{12}^{p} son los convencionales coeficientes de Fresnel (véase sesión 3.1.5-6), es decir,

$$t_{12}^{p} = \frac{2\cos\phi}{\eta\cos\phi + \cos\phi_t}; \quad r_{12}^{p} = \frac{\eta\cos\phi - \cos\phi_t}{\eta\cos\phi + cos\phi_t} \tag{5.47}$$

Donde $\eta = n_1/n_2$ para la interfaz simple (Véase la FIGURA.(5.4))

El cambio relativo en la intensidad de la luz reflejada, se interpreta de igual manera que la ecuación (5.32), pero se le añaden los términos de corrección,

$$\delta = \left(\frac{R - R_o}{R_o}\right) = 2\ Im\ \rho_{12}^{2} \tag{5.48}$$

Donde R y R_o son las intensidades de la luz reflejada en estado magnetizados y estados no magnetizados, respectivamente, y ρ_{12}^{p} esta descrito por

$$\rho_{12}^{p} = \frac{r_{12}^{p}\ Q\sin\phi}{2\left(\eta^2 - \sin^2\phi\right)^{1/2}} \tag{5.49}$$

Si en el debido caso, TMOKE se efectuará para una onda polarizada tipo s, todas las correcciones lineales (en Q) permanecerán ausentes. Esta conclusión sólo es válida sí la permeabilidad magnética del medio es la unidad de lo contrario, tendrá lugar el efecto Kerr transversal para las ondas polarizadas tipo s, y serán proporcional a la componente no diagonal del tensor $\tilde{\mu}$, lo que se podría observar, es que el efecto será mucho más débil que el mismo efecto de la luz polarizada tipo p (Inoue, 2013), (Zvezdin y Kotov, 1997).

5.5.3. Fórmula general del efecto MOKE

La formulación general del MOKE, se basa en la interpretación de la reflexión y la transmisión de la luz en una interfaz simple *(medio no magnético* n_1 *y medio magnético* n_2 véase la FIGURA.(5.4)),

$$\begin{pmatrix} E_s^r \\ E_p^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^i \\ E_p^i \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} E_s^t \\ E_p^t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^i \\ E_p^i \end{pmatrix} \tag{5.50}$$

Donde los elementos de la diagonal r_{ss} y r_{pp} describen el cambio de amplitud y fase para una polarización dada. Los elementos fuera de la diagonal r_{sp} y r_{ps} reflejan la conversión entre polarizaciones, que tiene lugar después de la interacción con el medio magnetizado (Rogue, 2012). Los coeficientes individuales se definen como la relación entre las ondas electromagnéticas reflejadas y incidentes es decir,

$$r_{ss} = \frac{E_s^r}{E_s^i}; \quad r_{pp} = \frac{E_p^r}{E_p^i}; \quad r_{sp} = \frac{E_s^r}{E_p^i} \quad r_{ps} = \frac{E_p^r}{E_s^i} \tag{5.51}$$

El Kerr rotacional es $\mathbf{\Phi}_k^s$; $\mathbf{\Phi}_k^p$ y la elipticidad $\mathbf{\Psi}_k^s$ $\mathbf{\Psi}_k^p$, para s y p de la onda incidente polarizada son dadas por

$$\mathbf{\Phi}_k^s + i\mathbf{\Psi}_k^s = \frac{r_{sp}}{r_{ss}}; \quad \mathbf{\Phi}_k^p + i\mathbf{\Psi}_k^p = \frac{r_{ps}}{r_{pp}} \tag{5.52}$$

Obsérvese que la ecuación (5.51) representa los acople generados por los cambios de polarización de la luz al ser reflejada, en donde las magnitudes del cambio de polarización es proporcional a la magnetización.

Para generalizar las formulas del efecto magneto-óptico Kerr se debe tener en cuenta las aproximaciones lineales del parámetro magneto-óptico Q descritos en la sesión 5,6,2 (Zvezdin y Kotov, 1997), las cuales permitirán rescribir la ecuación (5.52) de forma generalizada para cada geometrías MOKE (véase la sesión 5.6) los resultados generales aquí presentados necesitan un poco de rigurosidad matemática, para ello se recomienda revisar la referencia (G.A.Bolotin y A.V.Sokolov, 1961) y consultar el capítulo 3 del libro de (Zvezdin y Kotov, 1997).

(i) Geometría PMOKE:

$$\mathbf{\Phi}_k^{s,p} = \frac{r_{sp}}{r_{ss}\,(r_{pp})} = \mathbf{Im}\frac{\eta^2\left[\left(\eta^2-\sin^2\phi\right)^{1/2}\pm\sin\phi\tan\phi\right]}{\left(\eta^2-1\right)\left(\eta^2-\tan^2\phi\right)}Q \tag{5.53}$$

(ii) Geometría LMOKE

$$\mathbf{\Phi}_k^{s,p} = \frac{(\pm)\,r_{sp}}{r_{ss}\,(r_{pp})} = \mathbf{Im}\frac{\left[\sin\phi\;\eta^2\left(\sin\phi\tan\phi\pm\sqrt{\eta^2-\sin^2\phi}\right)\right]}{\left(\eta^2-1\right)\left(\eta^2-tan^2\phi\right)\left(\eta^2-\sin^2\right)^{1/2}}Q \tag{5.54}$$

(iii) Geometría TMOKE

$$\delta = \frac{\Delta R}{R(0)} = -\mathbf{Im}\frac{4\eta^2\tan\phi}{\left(\eta^2-1\right)\left(\eta^2-\tan^2\phi\right)}Q \tag{5.55}$$

El termino $\eta = n_1/n_2$ es el índice de refracción relativo complejo de los medios adyacentes (Kokogawa y Inokuchi, 1993), (Zak y Bader, 1990). La descripción de las ecuaciones (5.53)-(5.55) se usaran para analizar la dependencia espectral y angular de las señales MOKE, para las diferentes interfaces simples de Aire|Co que se presentara en el siguiente capítulo 6.

Capítulo 6

Propagación de Ondas Electromagnética en Medios Multicapas Anisotrópicas

En este capítulo se estudiará el formalismo generalizado de la matriz 4x4 de Pochi Yeh para los medios magnéticos ordenados en capas. Así mismo se presentará un acercamiento a la aproximación unificada al problema de la respuesta electromagnética en las multicapas anisotrópicas. Por otra parte, se definirá los coeficientes de reflexión y transmisión para las multicapas. Y por último, se presentará los resultados obtenidos de la dependencia espectral y angular de las señales MOKE para las interfaces simples de Aire|Co

6.1. Propagación de ondas electromagnéticas para medios anisotrópicos

La propagación de la luz en los medios anisotrópicos se describen usando la ecuación de onda (3.30) y las ecuaciones de Maxwell (2.39)-(2.40) donde se considera que $\mu \approx \mu_{vac}$ (S. Visnovsky, 2006). La ecuación (2.40) se puede rescribir como

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{B}} = c^{-2}\tilde{\varepsilon}\frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} \tag{6.1}$$

Donde $c = (\varepsilon_{vac}\mu_{vac})^{1/2}$ denota la velocidad de fase de onda de luz en el vacío y $\tilde{\varepsilon}$, es el tensor relativo de permitividad. Sí se elimina la densidad de flujo magnético, $\vec{\mathbf{B}}$, se obtiene la ecuación de onda para el vector de campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}}$ (S. Visnovsky, 2006).

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}}\right) = -c^{-2}\tilde{\varepsilon}\frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial^2 t} \tag{6.2}$$

La solución a esta ecuación se escribe de una onda plana para poder evaluar la doble multiplicación del vector $\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{E}}\right)$ descrita en la ecuación (6.2) y poder obtener así la ecuación de onda de la forma siguiente

$$\vec{k}^2 \times \vec{\mathbf{E}} - \vec{k}\left(\vec{k} \cdot \vec{\mathbf{E}}\right) = \omega^2 c^{-2}\tilde{\varepsilon}\vec{\mathbf{E}} \tag{6.3}$$

Donde el vector de propagación se puede escribir en componentes cartesianas así,

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c}\left(N_x\hat{\mathbf{x}} + N_y\hat{\mathbf{y}} + N_z\hat{\mathbf{z}}\right) \tag{6.4}$$

Y la ecuación (6.3) se puede escribir como matriz es decir,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_z^2 & \varepsilon_{xy} + N_x\xi_y & \varepsilon_{xz} + N_xN_z \\ \varepsilon_{yz} - N_xN_y & \varepsilon_{yy} - N_x^2 - N_z^2 & \varepsilon_{yz} + N_yN_z \\ \varepsilon_{zx} + N_xN_z & \varepsilon_{zy} + N_yN_z & \varepsilon_{zz} - N_x^2 - N_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_Z \end{bmatrix} = 0 \tag{6.5}$$

Para los valores de N_x y N_y el sistema de ecuaciones (6.5) da los valores propios $N_{z\sigma}$, $\sigma = 1..,4$, donde son las soluciones de la ecuación de la forma cuadrática de los valores propios (Yeh, 2005). Sin embargo, para la ecuación (6.5) se puede simplificar mucho más sin ninguna pérdida de generalidad, sí se elimina las componentes de los vectores de propagación complejo paralelo a la interfaz y a la normal del plano de incidencia (S. Visnovsky, 2006) (Veis, 2009).Entonces se elige un sistema de coordenadas donde $N_x = 0$, el vector de onda ($\vec{k}$) tomara la forma:

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c}N_y\hat{\mathbf{y}} + N_{z\sigma}\hat{\mathbf{z}} \tag{6.6}$$

La matriz descrita en la ecuación (6.5) se puede rescribir como,

$$\begin{bmatrix} \left(N_y^2 - N_z^2 - \varepsilon_{xx}\right) & -\varepsilon_{xy} & -\varepsilon_{xz} \\ -\varepsilon_{yz} & \left(N_x^2 - N_z^2 - \varepsilon_{yy}\right) & \left(\varepsilon_{yz} + N_y N_z\right) \\ -\varepsilon_{zx} & -\left(\varepsilon_{zy} + N_y N_z\right) & N_y^2 - \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_Z \end{bmatrix} = 0 \tag{6.7}$$

La ecuación de valores propios para este sistema de ecuaciones descrito anteriormente se puede escribirse como:

$$\begin{gathered} \varepsilon_{xx} N_z^4 + \left(\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy}\right) N_y N_z^3 \\ - \left(\varepsilon_{yy}\left(\varepsilon_{zz} - N_y^2\right) + \varepsilon_{zz}\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2\right) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}\right) N_z^2 \\ - \left(\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2\right)\left(\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy}\right) - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yz}\varepsilon_{xz}\right) N_y N_z \\ + \varepsilon_{yy}\left(\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2\right)\left(\varepsilon_{zz} - N_y^2\right) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx}\right) - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx}\left(\varepsilon_{zz} - N_y^2\right) \\ - \varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2\right) + \varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx}\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yx}\varepsilon_{xz}\varepsilon_{zy} = 0 \end{gathered} \tag{6.8}$$

En la ecuación (6.8), el único valor desconocido aquí es N_z, mientras que otros parámetros describen las propiedades del material y el valor de N_y y se puede obtener fácilmente de la ley de Snell,es decir,

$$\vec{k} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \frac{\omega}{c} N_y \tag{6.9}$$

N_y simplemente representa el seno del ángulo incidente. Resolviendo la ecuación (6.8), se pueden obtener los modos propios de la propagación de la onda de luz dentro de un medio anisotrópico(Veis, 2009). Estos modos propios tienen la forma

$$\mathbf{p}_\sigma = C_\sigma \begin{bmatrix} -\varepsilon_{xy}\left(\varepsilon_{zz} - N_y^2\right) + \varepsilon_{xz}\left(\varepsilon_{zy} - N_y N_{z\sigma}\right) \\ \left(\varepsilon_{zz} - N_y^2\right)\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_{z\sigma}^2\right) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx} \\ -\left(\varepsilon_{xx} - N_y^2\right)\left(\varepsilon_{zy} + N_y N_{z\sigma}\right) + \varepsilon_{zx}\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \tag{6.10}$$

Donde C_σ, es el coeficiente de normalización correspondiente. Los modos propios derivados no se modifican durante la propagación en el medio con respecto a la linealidad de la ecuación (6.5) en $\vec{\mathbf{E}}$. Es útil describir el campo eléctrico de la onda plana en la base de los modos propios (Veis, 2009). Así, el campo eléctrico para los modos porpios lineales se superponen

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_\sigma \mathbf{p}_\sigma e^{\left(i\omega t - i\frac{\omega}{c}\left(N_y y + N_{z\sigma} z\right)\right)} \tag{6.11}$$

Las ecuaciones (6.5) y (6.7), se mantiene para un caso general, donde la orientación del vector de magnetización, es arbitraria y su solución es bastante engorrosa de obtener. Afortunadamente, en situaciones reales el tensor de permitividad (véase ecuación (5.2)) puede reducirse de la forma más simplificada. Por lo tanto, la ecuación (6.8) a menudo se vuelve bi-cuadrática (Lluberes, 1984) y puede ser resuelto fácilmente. (véase el método planteado por (Mansuripur, 1990))

6.2. Explicación de multicapas anisotrópicas

En esta sesión se explicará la interacción que presenta la onda de luz en medios por capas anisotrópicas con ayuda del formalismo descrito por Pochi Yeh para la matriz 4×4, para materiales no absorbentes y medios absorbentes (Yeh, 2005).

Considérese una estructura con una configuración de N capas separadas por interfaces iguales en dirección normal al eje z, donde cada capa es homogénea y se caracteriza por un tensor de permitividad y con un espesor t_n donde $n = 1...N$ véase la FIGURA.(6.1). Las componentes del vector de propagación $\vec{\mathbf{k}}$ son paralelos al plano de interfaz, es decir, que el vector de propagación es el mismos en todas las capas de la estructura.

En la sesión 6,1 se mostró que para cualquier medio anisotrópico, la solución de la ecuación de onda (6.5) puede expresarse en términos de cuatro modos propios correspondientes a las cuatro raíces de la ecuación característica (Yeh, 2005) y (Veis, 2009).

Por lo tanto, se debe analizar que para todas las capas se debe encontrar presente siempre las componentes $N_{z\sigma}$ y los modos propios correspondientes a $\mathbf{p}_\sigma$ descrito en la ecuación (6.7). También se debe hacer uso de las condiciones de frontera debido a que se requiere determinar la continuidad de los componentes tangenciales de los vectores de campo eléctricos $\vec{\mathbf{E}}$ y magnéticos $\vec{\mathbf{B}}$ en las interfaces. Sí se adecuan estas condiciones para todas las interfaces, se puede determinar los campos en la parte frontal y posterior de la multicapas donde se pueden relacionar en términos de coeficientes de reflexión y transmisión para los modos propios, y a partir de estos coeficientes se pueden calcular los ángulos MO (S. Visnovsky, 2006) y (Veis, 2009)

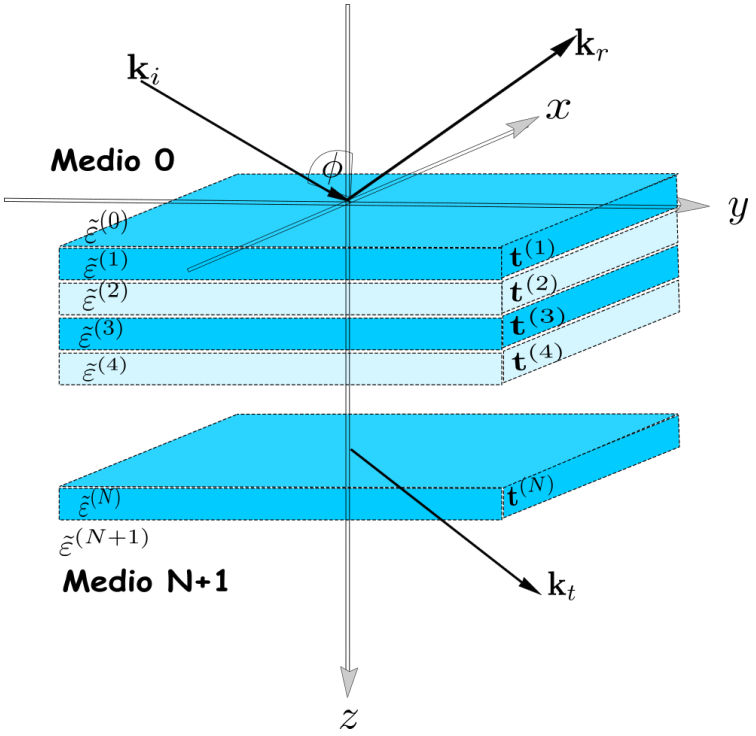


FIGURA 6.1: Diagrama de estructura anisotrópica para multicapas

Analicemos ahora la representación de estructura de multicapas usando la ecuación (6.11) que permite describir el vector del campo eléctrico para la n-ésima capa como

$$\mathbf{E}^{(n)} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_\sigma^n \mathbf{p}_\sigma e^{i\omega - i\frac{\omega}{c}(N_y y + N_{z\sigma}^n (z - z^n))} \tag{6.12}$$

Donde z^n describe el plano entre n-ésima y la $(n+1)$-ésimas capas , $E_\sigma^{(n)}$ es la amplitud compleja del σ-ésimo de los modos propios y $\mathbf{p}_\sigma$ es el vector complejo que especifica la polarización del los modos propios (Scheinfein, 1996) y (S. Visnovsky, 2006).

El campo magnético se puede obtener con ayuda de la ecuación (2.24) descrita por Maxwell (véase capítulo 1) por lo tanto se obtiene

$$c\vec{\mathbf{B}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_\sigma^{(n)} \mathbf{q}_\sigma^{(n)} e^{\left[i\omega t - i\frac{\omega}{c}\left(N_y y + N_{z\sigma}^{(n)}\left(z - z^{(n)}\right)\right)\right]} \tag{6.13}$$

Donde $\mathbf{q}_\sigma$ corresponde a los vectores del campo magnético. N son componentes de z del vector de onda de los modos de propagación.

$$\mathbf{q}_{\sigma}^{(n)} = (N_y\hat{\mathbf{y}} + N_{z\sigma}\hat{\mathbf{z}}) \times \mathbf{p}_{\sigma}^{(n)} \tag{6.14}$$

La condición de continuidad para las componentes tangenciales de los vectores de campo eléctrico y magnético en la interfaz $z = z^{(n)}$ entre $(n-1)$-ésima y n-ésima capas conduce a las condiciones

$$\sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n-1)}\mathbf{p}_{\sigma}^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n)}\mathbf{p}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}} e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z\sigma}^{(n)}t^{(n)}\right)} \tag{6.15}$$

$$\sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n-1)}\mathbf{p}_{\sigma}^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n)}\mathbf{p}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z\sigma}^{(n)}t^{(n)}\right)} \tag{6.16}$$

$$\sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n-1)}\mathbf{q}_{\sigma}^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n)}\mathbf{q}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{x}} e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z\sigma}^{(n)}t^{(n)}\right)} \tag{6.17}$$

$$\sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n-1)}\mathbf{q}_{\sigma}^{(n-1)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = \sum_{\sigma=1}^{4} E_{\sigma}^{(n)}\mathbf{q}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z\sigma}^{(n)}t^{(n)}\right)} \tag{6.18}$$

obsérvese que $t^{(n)}$ es el espesor de la n-ésima capas. Las amplitudes del vector del campo eléctrico en la interfaz $z^{(n-1)}$ en la capa n-ésima que están dadas por las amplitudes del vector del campo eléctrico en la misma capa de la interfaz opuesta de $z^{(n)}$ multiplicada por (n) con el factor de propagación $e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z\sigma}^{(n)}t^{(n)}\right)}$ (véase la figura (6.2)) (S. Visnovsky, 2006) (Veis, 2009).

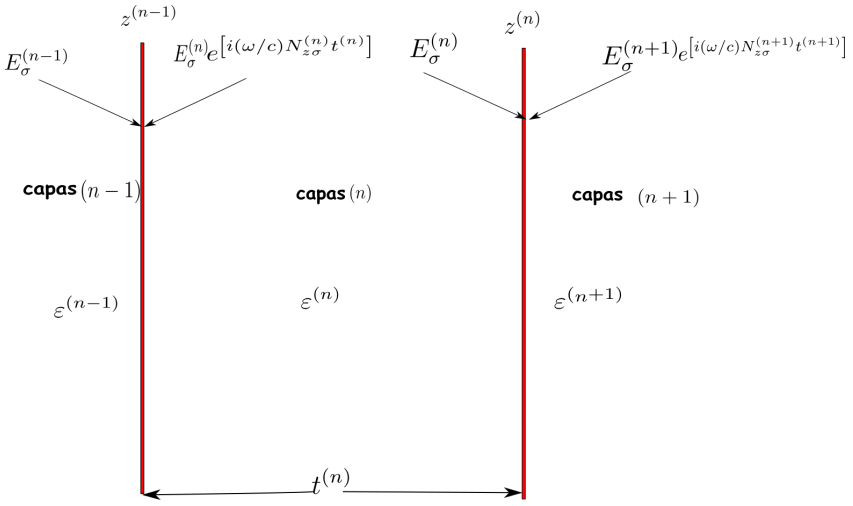


FIGURA 6.2: Representación de las condiciones de frontera para los modos propios de ambas interfaces de la capa n-ésima

Ahora bien, usando las ecuaciones (6.15)-(6.18) se puede construir un sistemas de matrices dinámicas para las capas.Es decir,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_2^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_3^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_4^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q}_1^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_2^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_3^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_4^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{p}_1^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_2^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_3^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_4^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{q}_1^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_2^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_3^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_3^{(n-1)}\cdot\hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{01}^{(n-1)} \\ E_{02}^{(n-1)} \\ E_{03}^{(n-1)} \\ E_{04}^{(n-1)} \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_2^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_3^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{p}_4^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{q}_1^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_2^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_3^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{q}_4^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{p}_1^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_2^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_3^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} & \mathbf{p}_4^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} \\ \mathbf{q}_1^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_2^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_3^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} & \mathbf{q}_4^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z1}^{(n)}t^{(n)}\right)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z2}^{(n)}t^{(n)}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z3}^{(n)}t^{(n)}\right)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\left(i\frac{\omega}{c}N_{z4}^{(n)}t^{(n)}\right)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{01}^{(n)} \\ E_{02}^{(n)} \\ E_{03}^{(n)} \\ E_{04}^{(n)} \end{bmatrix}$$

La ecuación (6.19) se puede escribir como

$$\mathbf{D}^{(n-1)}\mathbf{E}^{(n-1)} = \mathbf{D}^{(n)}\mathbf{P}^{(\mathbf{n})}\mathbf{E}^{(n)} \tag{6.20}$$

Es mejor escribir la ecuación (6.20) (véase (Yeh, 2005)),asi

$$\mathbf{E}^{(n-1)} = \left(\mathbf{D}^{(n-1)}\right)^{-1}\mathbf{D}^{(n)}\mathbf{P}^{(n)}\mathbf{E}^{(n)} \tag{6.21}$$

En ecuación (6.20) y (6.21) la matriz $\mathbf{D}^{(n)}$ se denomina matriz dinámica. Las filas de esta matriz se obtienen a partir de las componentes x y y de los modos propios. Utilizando las ecuaciones (6.13) y (6.21) se derivar las siguientes expresiones

$$D_{1\sigma}^{(n)} = \mathbf{p}_\sigma^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{x}} = C_j^{(n)}\left[-\varepsilon_{xy}^{(n)}\left(\varepsilon_{zz}^{(n)} - N_y^2\right) + \varepsilon_{xz}^{(n)}\left(\varepsilon_{zy}^{(n)} + N_y^{(n)}N_{z\sigma}^{(n)}\right)\right] \tag{6.22}$$

$$D_{2\sigma}^{(n)} = \mathbf{q}_\sigma^{(n)}\cdot\hat{\mathbf{y}} = C_j^{(n)}N_{z\sigma}^{(n)}\left[-\varepsilon_{xy}^{(n)}\left(\varepsilon_{zz}^{(n)} - N_y^2\right) + \varepsilon_{xz}^{(n)}\left(\varepsilon_{zy}^{(n)} + N_y^{(n)}N_{z\sigma}^{(n)}\right)\right] \tag{6.23}$$

$$D_{3\sigma}^{(n)} = \mathbf{p}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = C_j^{(n)} \left[\left(\varepsilon_{zz}^{(n)} - N_y^2 \right) \left(\varepsilon_{xx}^{(n)} - N_y^{(2)} - N_{z\sigma}^{(n)2} \right) - \varepsilon_{xz}^{(n)} \varepsilon_{zx}^{(n)} \right] \tag{6.24}$$

$$D_{4\sigma}^{(n)} = \mathbf{p}_{\sigma}^{(n)} \cdot \hat{\mathbf{y}} = C_j^{(n)} \left[- \left(\varepsilon_{xx}^{(n)} - N_y^{(2)} - N_{z\sigma}^{(n)2} \right) \left(N_y \varepsilon_{zy}^{(n)} + N_{z\sigma}^{(n)} \varepsilon_{zz}^{(n)} \right) + N_{z\sigma}^{(n)} \varepsilon_{z\sigma}^{(n)} \varepsilon_{zx}^{(n)} + N_{xx}^{(n)} \varepsilon_{xy}^{(n)} \right] \tag{6.25}$$

La segunda matriz en las ecuaciones (6.20) y(6.21) se denomina matriz de propagación y describe la propagación de ondas planas en la capa n-ésima (Yeh, 2005). Se puede expresar esta matriz como un tensor acompañado de delta de Kronecker con el símbolo δ_{ij} como

$$P_{ij}^{(n)} = \delta_{ij} e^{\left(i \frac{\omega}{c} N_{z\sigma}^{(n)} t^{(n)} \right)} \tag{6.26}$$

Ahora bien, usando la matriz de transferencia (Yeh, 2005) que se denota como ,

$$\mathbf{T}^{n-1,n} = \mathbf{D}^{-1(n-1)} \mathbf{D}^{(n)} \mathbf{P}^{(n)} \tag{6.27}$$

La ecuación (6.20) expresa el vector $\mathbf{E}^{(n)}$ que es un vector de cuatro componentes de las amplitudes de polarización complejas. por lo tanto se busca con la ecuación (6.21) y la ecuación (6.27) se generalicen las expresiones para introducir las amplitudes de polarizaciones complejas en un sólo termino (Veis, 2009). es decir,

$$\mathbf{E}^{(n-1)} = \left(\mathbf{D}^{(n-1)} \right)^{-1} \mathbf{D}^{(n)} \mathbf{P}^{(n)} \mathbf{E}^{(n)} = \mathbf{T}^{(n-1,n)} \mathbf{E}^{(n)} \tag{6.28}$$

En el caso de la estructura multicapa que contiene N capas, la relación procede de los campos presentes, se puede deducir que

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0 (z) &= \left(\mathbf{D}^{(0)} \right)^{-1} \mathbf{D}^{(1)} \mathbf{P}^{(1)} \left(\mathbf{D}^{(1)} \right)^{-1} \mathbf{D}^{(2)} \mathbf{P}^{(2)} ... \\ ... \left(\mathbf{D}^{(N-1)} \right)^{-1} &\mathbf{D}^{(N)} \mathbf{P}^{(N)} \left(\mathbf{D}^{(N)} \right)^{-1} \mathbf{D}^{(N+1)} \mathbf{E}^{(N+1)} (z_N) \\ &= \left[\prod_{n=1}^{N+1} \right] \mathbf{E}^{N+1} (z_N) = \mathbf{M} \, \mathbf{E}^{(N+1)} (z_N) \end{aligned} \tag{6.29}$$

La matriz $\mathbf{M}$ describe las propiedades ópticas de cualquier medio anisotrópico estratificado, para calcular esta matriz $\mathbf{M}$ se tiene que resolver las ecuación de valores propios en cada capa, así mismo para las matrices dinámicas y de propagación. Cuando se logra relacionar todas la

matrices descritas anteriormente en una sola ecuación los elementos se enlazan con los coeficientes de Fresnel de refracción y transmisión (Veis, 2009). Las matrices **D** y **P** se deben obtener para cada capa anisotrópica en la estructura multicapa así como para las regiones isotrópicas con el fin de poder construir la matriz total de la estructura **M** (Yeh, 2005) y (Scheinfein, 1996).

$$\begin{bmatrix} E_{01}^{(0)} \\ E_{02}^{(0)} \\ E_{03}^{(0)} \\ E_{04}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{01}^{(N+1)} \\ E_{02}^{(N+1)} \\ E_{03}^{(N+1)} \\ E_{04}^{(N+1)} \end{bmatrix} \tag{6.30}$$

De la ecuación (6.30) el termino (0) hace referencia la mitad del medio frontal de la interfaz (véase FIGURA.(6.1)). Sí una onda electromagnética incidente sobre las interfaces se puede expresarse como una combinación de dos polarizaciones ortogonales $\mathbf{p}_1^{(0)}$ y $\mathbf{p}_3^{(0)}$ donde no es lineal debido a que no hay luz procedente de la mitad del medio posterior, sí se fijan las amplitudes de las ondas que se propagan hacia la estructura a partir de este medio serán igual a 0. (S. Visnovsky, 2006) y (Veis, 2009). es decir

$$E_{02}^{N+1} = E_{04}^{N+1} = 0 \tag{6.31}$$

La ecuación (6.30) se puede escribir como

$$\begin{bmatrix} E_{01}^{(0)} \\ E_{02}^{(0)} \\ E_{03}^{(0)} \\ E_{04}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{01}^{(N+1)} \\ 0 \\ E_{03}^{(N+1)} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.32}$$

Para los estados de polarización ortogonalmente de incidencia, reflejado y transmisión en los medios intercalados, se puede definir los coeficientes de reflexión y transmisión (R. B. F. Visnovsky Stefan Lopusnik y Hillebrands, 2001).

$$r_{21}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{02}^{(0)}}{E_{01}^{(0)}} \right)_{E_{03}^{(0)}=0} = \frac{M_{21}M_{33} - M_{23}M_{31}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.33}$$

$$r_{41}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{04}^{(0)}}{E_{01}^{(0)}} \right)_{E_{03}^{(0)}=0} = \frac{M_{41}M_{33} - M_{43}M_{31}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.34}$$

$$r_{43}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{04}^{(0)}}{E_{03}^{(0)}}\right)_{E_{01}^{(0)}=0} = \frac{M_{11}M_{43} - M_{41}M_{13}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.35}$$

$$r_{23}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{02}^{(0)}}{E_{03}^{(0)}}\right)_{E_{01}^{(0)}=0} = \frac{M_{11}M_{23} - M_{21}M_{13}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.36}$$

Los coeficientes descritos en las ecuaciones (6.33)-(6.36) están representados por la matriz de Jones de reflexión introducida en la ecuación (5.50) para las ondas incidentes s y p (Veis, 2009) y (S. Visnovsky, 2006).

$$\mathbf{R}_{sp} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{ps} \\ r_{sp} & r_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{21}^{0,N+1} & r_{23}^{0,N+1} \\ r_{41}^{0,N+1} & r_{43}^{0,N+1} \end{bmatrix} \tag{6.37}$$

Los coeficientes de transmisión están dados de la siguiente manera

$$t_{11}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{01}^{(0)}}{E_{01}^{(0)}}\right)_{E_{03}^{(0)}=0} = \frac{M_{33}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.38}$$

$$t_{31}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{03}^{(0)}}{E_{01}^{(0)}}\right)_{E_{03}^{(0)}=0} = \frac{-M_{31}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.39}$$

$$t_{33}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{03}^{(0)}}{E_{03}^{(0)}}\right)_{E_{01}^{(0)}=0} = \frac{M_{11}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.40}$$

$$t_{13}^{0,N+1} = \left(\frac{E_{01}^{(0)}}{E_{03}^{(0)}}\right)_{E_{01}^{(0)}=0} = \frac{-M_{13}}{M_{11}M_{22} - M_{13}M_{31}} \tag{6.41}$$

La matriz de transmisión de Jones descrita en la ecuación (5.50) queda establecida así,

$$T_{sp} = \begin{bmatrix} t_{ss} & t_{ps} \\ t_{sp} & t_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11}^{0,N+1} & t_{13}^{0,N+1} \\ t_{31}^{0,N+1} & t_{33}^{0,N+1} \end{bmatrix} \tag{6.42}$$

El formalismo establecido por las ecuaciones (6.30)-(6.42) es la explicación para un sistema N capas compuestas donde los coeficientes de Fresnel se pueden utilizan para calcular las reflectividad, la rotación de Kerr, la elipticidad de Kerr, la rotación de Faraday, entre otras, con

estas ecuaciones se logra un acercamiento al formalismo de multicapas en medios anisotrópicos descrito por Yeh. La explicación del uso de las geometrías MOs para multicapas se dejara a consideración del lector y se recomienda algunas referencias (S. Visnovsky, 2006), (Herreño-Fierro y Patiño, 2005),(S. Visnovsky, 1986) y (Hunt, 1967)

6.3. Análisis y resultados del efecto magneto-óptico Kerr para las interfaces simples Aire|Co

En esta sesión se estudiara la dependencia espectral y angular de las señales MOKE en las diferentes geometrías magnéticas (polar, longitudinal y transversal) para el caso de interfaces simples de Aire|Co.

Este estudio se realizó con ayuda de la herramienta Scilab (software libre), donde se logró la simulación de las señales MOKE para estos dos medios (Aire|Co). La elaboración de esta simulación se baso en una parte en conocer los resultados de las constantes MO del cobalto, estas constantes MO se obtuvieron experimentalmente en colaboración del grupo de Magnetoplasmónica del Instituto de Microelectrónica de Madrid (España) (A.1). A continuación se explicara los resultados obtenidos por dicha simulación.

6.3.1. Análisis de la dependencia espectral de las señales MOKE para las interfaces simples Aire|Co

En esta sesión se presentara los resultados obtenidos de medir la señal MOKE para las tres geometrías de magnetización (polar, longitudinal y transversal) de las interfaces simples Aire|Co en función de la longitud de onda (λ). Estos resultados estarán basados en la formulación general descrita en la sesión 5, para cada una de las geometrías MOKE.

En las FIGURA.(6.3)-FIGURA.(6.4) y FIGURA.(6.5) se presentaran una serie de gráficas que corresponden a las tres geometrías de magnetización MOKE. Estas gráficas permitirán analizar la dependencia espectral de las señales complejas MOKE (parte real y imaginaria), para las interfaces simples Aire|Co. Posteriormente, se presentara los resultados de la dependencia espectral (energía) de la señal LMOKE para el caso de las interfaces simples Aire|Co en la FIGURA.(6.6), las cuales se contrastaran con el autor (Krinchik y Artemev, 1968) para dar veracidad con los resultados obtenidos.

En la FIGURA.(6.3), presenta los resultados obtenidos de la dependencia espectral para la señal compleja PMOKE. Obsérvese que a medida que λ aumenta, la parte imaginaria de la señal aumenta (presenta absorción) y para el caso de la parte real la señal disminuye (presenta dispersión). En la FIGURA.(6.4), se presenta los resultados de la dependencia espectral para la señal compleja LMOKE. Obsérvese que a medida que λ aumenta la parte real de la señal aumenta hasta tomar valores superiores de cero. Sin embargo, en la parte imaginaria, la señal de cae a media que λ aumenta. En la FIGURA.(6.5) se presenta los resultados de la dependencia espectral de la señal TMOKE, esta señal en la mayoría de casos representa es el cambio de intensidad de la señal en las interfaces simples de Aire|Co.

Los datos numéricos de las FIGURA.(6.3)-FIGURA.(6.4) y FIGURA.(6.5) descritos en esta sesión se pueden ver en las tablas del apéndice (A.2).

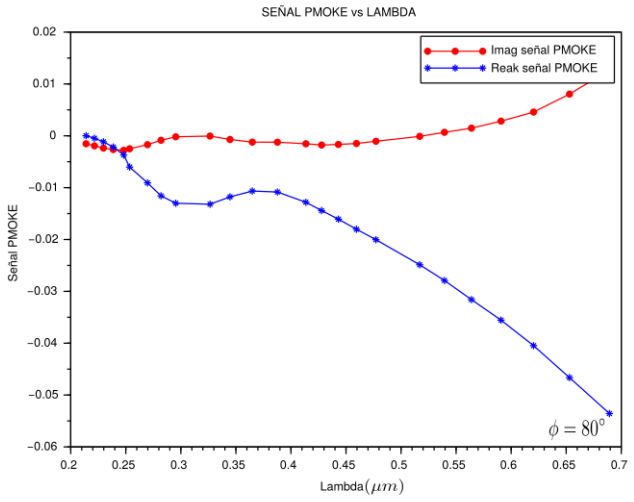


FIGURA 6.3: Representación de la dependencia espectral de las señal PMOKE para las interfaces simples de Aire|Co con un ángulo de incidencia de $\phi = 80°$

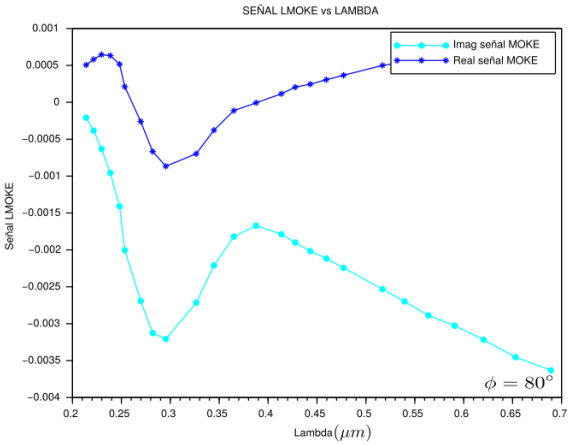


FIGURA 6.4: Representación de la dependencia espectral de las señal LMOKE para las interfaces simples de Aire|Co con un ángulo de incidencia de $\phi = 80°$

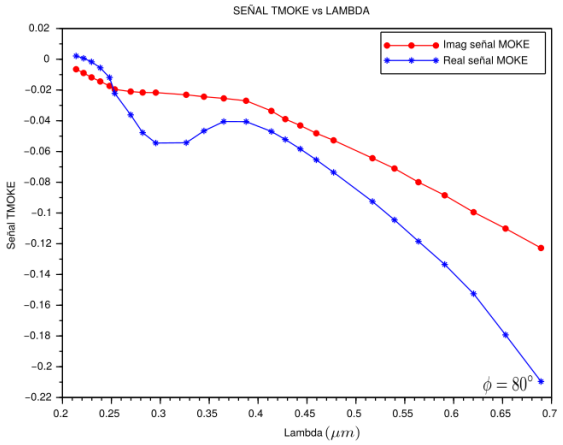


FIGURA 6.5: Representación de la dependencia espectral de las señal TMOKE para las interfaces simples de Aire|Co con un ángulo de incidencia de $\phi = 80°$

En la FIGURA.(6.6) se contrastará los resultado obtenido de la dependencia espectral de la señal LMOKE para las interfaces simple de Aire|Co de dos muestras diferentes. La primera muestra de 10nm (linea negra), que corresponde a los resultados encontrados por los autores Krinchik y Artemev (Krinchik y Artemev, 1968) . La segunda muestra de 20nm (linea roja) que corresponde a los resultados obtenidos de este trabajo con los datos de la TABLA.(A.1). Obsérvese que el comportamiento que presenta las dos muestras a pesar que son diferentes presentan un comportamiento funcional con respecto a la geometría LMOKE. En esta geometría LMOKE a medida que la energía aumenta la señal LMOKE también aumenta.

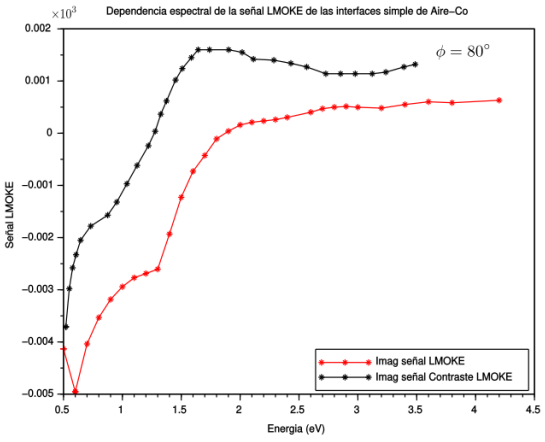


FIGURA 6.6: Representación de la dependencia espectral de las señales LMOKE en las interfaces simples de Aire|Co con un ángulo de incidencia de $\phi = 80°$

6.3.2. Análisis de la dependencia angular de las señales MOKE para las interfaces simples Aire|Co

Anteriormente, se analizó el comportamiento de la señales MOKE en función de la energía (E)y la longitud de onda (λ). Para este caso, se presentara una serie de gráficas (Véase las FIGURA.(6.7)-FIGURA.(6.8) y FIGURA.(6.9)), que describirán el comportamiento de las tres geometrías MOKE con una longitud de onda $\lambda = 0{,}620\mu m$. Posteriormente se analizará la FIGURA.(6.10) para verificar sí la señal TMOKE, es funcional para las dos interfaces simples de Aire|Co con dos muestras diferentes.

En la FIGURA.(6.7), se presentan los resultados obtenidos de la dependencia angular de la señal compleja PMOKE, obsérvese que a medida que aumenta ϕ la parte real de la señal se mantiene constante en valores inferiores a cero. Sin embargo, en la parte imaginaria de la señal a medida que ϕ aumenta, la señal decrece hasta aproximarse a cero. En la FIGURA.(6.8) se presenta los resultados obtenidos de la dependencia angular de la señal compleja LMOKE, obsérvese que a medida que ϕ aumenta, la parte real de la señal aumenta hasta 0.005 y se mantiene constante hasta $\phi = 1{,}2$ rad, luego la señal decae hasta aproximarse a cero. Sin embargo, en la parte imaginaria de la señal a medida que ϕ aumenta, la señal decae hasta tomar valores menores de cero. En la FIGURA.(6.9) se presentan los resultados obtenidos de la señal compleja TMOKE, obsérvese que a medida que ϕ aumenta tanto la parte real como la parte compleja de la señal disminuyen, es decir, que a medida que ϕ aumenta la intensidad de la señal TMOKE será menor. Estos resultados numéricos descritos de las FIGURA.(6.7)-FIGURA.(6.8)-FIGURA.(6.9)

se presentarán numéricamente en las TABLA.(A.3)- TABLA.(A.4) para cada una de estas tres geometrías del MOKE.

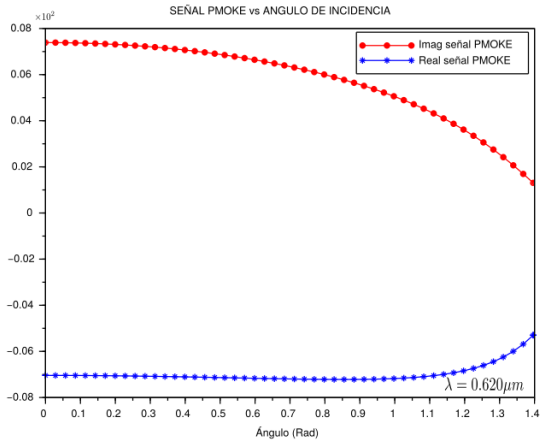


FIGURA 6.7: Representación de la dependencia angular de la señal PMOKE en las interfaces simples de Aire|Co con una longitud de onda de $\lambda = 0{,}620\mu m$

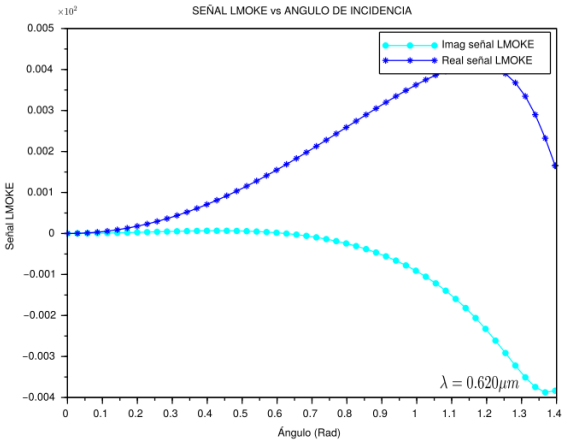


FIGURA 6.8: Representación de la dependencia angular de la señal LMOKE en las interfaces simples de Aire|Co con una longitud de onda de $\lambda = 0{,}620\mu m$

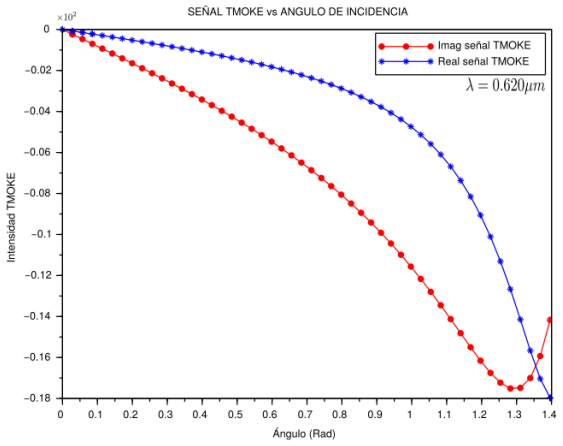


FIGURA 6.9: Representación de la dependencia angular de la señal TMOKE en las interfaces simples de Aire|Co con una longitud de onda de $\lambda = 0{,}620\mu m$

En la FIGURA.(6.10) se analizará el comportamiento de la dependencia angular de la señales TMOKE en las interfaces simples de Aire|Co de dos muestras diferentes a una longitud de onda de $0{,}660\mu m$. La primera muestra de $10nm$ (linea roja) corresponde al resultado obtenido por el autor Postava (Postava, 2006). Las segunda muestra de $20nm$ (lineas roja y negra), corresponde a los resultados obtenidos de este trabajo con los datos de la TABLA.(A.1). Obsérvese que el comportamiento de la dependencia angular en señal TMOKE de las dos muestras es funcional como se esperaba al momento de caracterizar las dos interfaces simples de Aire|Co.

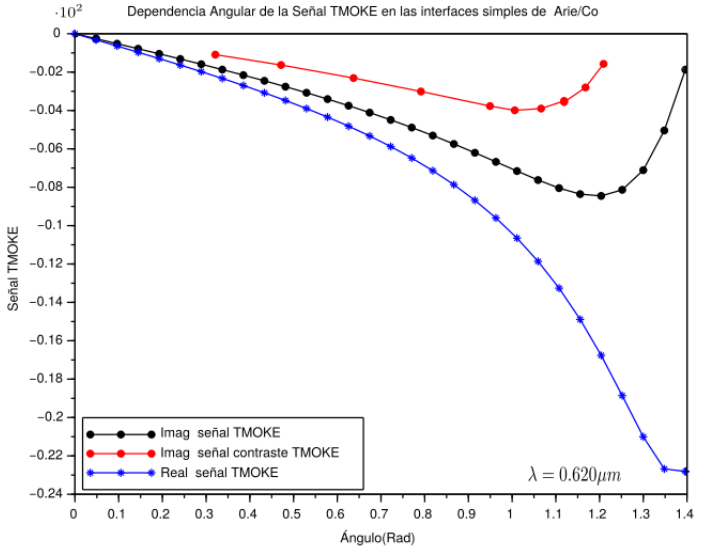


FIGURA 6.10: Representación de la dependencia angular de la señal TMOKE en las interfaces simples de Aire|Co con una longitud de onda de $\lambda = 0{,}620\mu m$

Capítulo 7

Conclusiones

En primer lugar, este documento fue pensado con la intención de permitir que los estudiantes de pregrado de licenciatura en física y carreras a fines, pudieran acceder a los contenidos aquí presentados en este trabajo, sobre el comportamiento de la interacción radiación-materia, con especial interés en comenzar estudios en los campo de la magneto-óptica, debido a que estos temas en su mayoría están restringidos sólo para estudiantes de nivel de posgrado.

En segundo lugar, se presentó una revisión general sobre el comportamiento de las ondas electromagnéticas en la materia para interfaces simples con geometría plana, con especial atención en los diferentes efectos anisotrópicos, como es el caso de la birrefrigencia, el dicroísmo y MOEs.

En en caso de los MOEs, se profundizó en los fenómenos de transmisión (MOFE), reflexión (MOKE) y absorción (MLD y MCD), que surgen debido a la interacción de la luz con un material magnetizado (o en general con un material que es sometido aun campo magnético externo). De igual manera se presentó una aproximación a la comprensión de la propagación de ondas electromagnéticas en estructuras multicapas con anisotropías magnéticas, basados en el desarrollo planteado el autor (Yeh, 2005).

Por ultimo, se presentó los resultados obtenidos del estudio de la dependencia angular y espectral de la señales magneto-ópticas para las interfaces simples Aire|Cobalto, que están basadas en la interpretación de las gráficas de la relación de la señal magneto-óptica Kerr con el ángulo de incidencia de la radiación electromagnética, así como la relación con la longitud de onda de la misma. Estos resultados se pudieron obtener, gracias a los datos experimentales brindados por el grupo de Magnetoplasmónica del Instituto de Microelectrónica de Madrid.

Esta serie de gráficas que se presentaron correspondiente a la dependencia angular y espectral de la señal MOKE en la sesión 6.2, que se lograron obtener, por medio de una simulación realizada

con el software Scilab.Estos resultados brindados por esta simulación permitieron ser contrastados con los datos experimentales encontrados por los autores (Postava, 2006), (Krinchik y Artemev, 1968), para estas mismas interfaces simples Aire|Co, pero con la diferencia de que las muestras no presentaban las mismas características (espesor, largo, ancho, etc). Al comparar estos resultados, se observó, que las señal LMOKE para el caso de la dependencia espectral, es funcional (la señal se comportamiento similar o presenta una caracterización parecida), con respecto a los datos comparados con autor Krinchik (véase la FIGURA.(6.6)).Este mismo resultado se evidenció para el caso de la señal TMOKE en función de la dependencia angular con los datos comparados con autor Postava (véase la FIGURA.(6.10)).

.

Apéndice A

Apéndice A

En la tabla (A.1) se muestran los datos obtenidos para el materia de cobalto (Co), los cuales se midieron experimentalmente en colaboración del grupo de Magnetoplasmónica del Instituto de Microelectrónica de Madrid (España).En la tabla (A.1) se observa la energía E,el índice de refracción $\tilde{n} = n - ik$ y los parámetros de las constantes magneto-ópticas $Q = Q' + iQ''$, donde Q' es la parte Real y Q'' es la parte imaginaria.

$E(ev)$	n	k	Q''	Q'
0.5	4.41	7.19	3.02793	-2.0346
0.6	4.91	6.13	2.92286	-2.0509
0.7	5.24	5.85	2.58547	-1.5946
0.8	5.17	5.89	2.04593	-1.54975
0.9	4.94	5.95	1.54436	-1.56667
1	4.46	5.86	1.07923	-1.5305
1.1	4.07	5.61	0.68564	-1.55281
1.2	3.81	5.36	0.39417	-1.64365
1.3	3.6	5.2	0.20202	-1.74691
1.4	3.37	5.09	0.04367	-1.4717
1.5	3.1	4.96	-0.05132	-1.13583
1.6	2.84	4.77	-0.10519	-0.88597
1.7	2.66	4.57	-0.13029	-0.7106
1.8	2.45	4.41	-0.14156	-0.57437
1.9	2.31	4.18	-0.14407	-0.47787
2	2.21	4	-0.1423	-0.39897
2.1	2.13	3.85	-0.13227	-0.34209
2.2	2.07	3.7	-0.12358	-0.29746
2.3	2.01	3.59	-0.1128	-0.25848

2.4	1.95	3.49	-0.10535	-0.22605
2.6	1.81	3.32	-0.09128	-0.17592
2.7	1.73	3.24	-0.08598	-0.15511
2.8	1.66	3.13	-0.07866	-0.13623
2.9	1.61	3.05	-0.07231	-0.12059
3	1.55	2.96	-0.06325	-0.10694
3.2	1.46	2.8	-0.05201	-0.09017
3.4	1.38	2.64	-0.05046	-0.08813
3.6	1.31	2.48	-0.04973	-0.09939
3.8	1.28	2.33	-0.04887	-0.1138
4.2	1.25	2.1	-0.0494	-0.11113
4.4	1.24	2.01	-0.05004	-0.09595
4.6	1.24	1.94	-0.04813	-0.07119
4.8	1.23	1.88	-0.04371	-0.04204
5	1.22	1.83	-0.03758	-0.02102
5.2	1.21	1.79	-0.03053	-0.00836
5.4	1.19	1.77	-0.02442	-0.00086
5.6	1.16	1.75	-0.01819	0.00339
5.8	1.1	1.73	-0.01294	0.00606

TABLA A.1: Datos de las constantes magneto-ópticas de cobalto las cuales se midieron experimentalmente en colaboración del grupo de Magnetoplasmónica del Instituto de Microelectrónica de Madrid (España)

A.1. Tablas de los resultados de la dependencia espectral y angular de las diferentes geometrías MOKE para las interfaces simples de Aire|Co

En las tablas (A.2)-(A.4) se presentarán los resultados numéricos obtenidos de las figuras presentadas en la sesión 6.2. Para las señales MOKE en función de la dependencia espectral y angular para, las tres geometrías magnéticas (polar, longitudinal y transversal) de las interfaces simples de Aire|Co, (estos valores se obtuvieron de la simulación realizada con el software Scilab).

$\lambda(\mu m)$	Real Polar	Imag Polar	Real Longitudinal	Imag Longitudinal	Real Transversal	Imag Transversal
0.68927	- 0.0535715	0.68927	- 0.0036320	0.68927	- 0.2096043	- 0.1227671
0.65300	- 0.0466426	0.65300	- 0.0034534	0.6530	- 0.1792570	- 0.1101197
0.62035	- 0.0404746	0.62035	- 0.0032175	0.62035	- 0.1525028	- 0.0994755
0.59080	- 0.0355556	0.5908	- 0.0030276	0.5908	- 0.1334574	- 0.0884997
0.56395	- 0.0315965	0.56395	- 0.0028885	0.56395	- 0.1184316	- 0.0799542
0.53943	- 0.0279111	0.53943	- 0.0026984	0.53943	- 0.1045197	- 0.0710652
0.51695	- 0.0248768	0.51695	- 0.0025320	0.51695	- 0.0925272	- 0.0643685
0.47719	- 0.0200367	0.47719	- 0.0022435	0.47719	- 0.0735628	- 0.0527327
0.45951	- 0.0180283	0.45951	- 0.0021163	0.45951	- 0.0654295	- 0.0481654
0.44310	- 0.0160816	0.4431	- 0.0020173	0.4431	- 0.0583543	- 0.0430892
0.42782	- 0.0144184	0.42782	- 0.0019008	0.42782	- 0.0521964	- 0.0389348
0.41356	- 0.0128197	0.41356	- 0.0017879	0.41356	- 0.0469753	- 0.0336242
.38771	- 0.0108416	0.38771	- 0.0016713	0.38771	- 0.0405712	- 0.0270079
0.36491	- 0.0106510	0.36491	- 0.0018199	0.36491	- 0.0404940	- 0.0254551
0.34463	- 0.0117745	0.34463	- 0.0022107	0.34463	- 0.0466123	- 0.0243688
0.32650	- 0.0131914	0.3265	- 0.0027156	0.3265	- 0.0543224	- 0.0231181
0.29540	- 0.0130164	0.2954	- 0.0032078	0.2954	- 0.0544867	- 0.0216958
0.28197	- 0.0115758	0.28197	- 0.0031264	0.28197	- 0.0477505	- 0.0216311
0.26971	- 0.0090791	0.26971	- 0.0026904	0.26971	- 0.0361738	- 0.0210148
0.25347	- 0.0060329	0.25347	- 0.0020049	0.25347	- 0.0221676	- 0.0196094
0.24814	- 0.0037091	0.24814	- 0.0014088	0.24814	- 0.0119135	- 0.0173522
0.23859	- 0.0021639	0.23859	- 0.0009560	0.23859	- 0.0055760	- 0.0144478
0.22970	- 0.0011612	0.2297	- 0.0006306	0.2297	- 0.0016893	- 0.0117989
0.22155	- 0.0004729	0.22155	- 0.0003843	0.22155	0.0006326	- 0.0089539
0.21391	0.0000158	0.21391	- 0.0002088	0.21391	0.0021251	- 0.0065033

Tabla A.2: Resultados de la dependencia espectral de las diferentes geometrías del efecto MOKE con un ángulo de incidencia de 80°

Ángulo(Rad)	Real Polar	Imag Polar	Real Longitudinal	Imag Longitudinal	Real Transversal	Imag Transversal
0	- 0.0704325	0.0738968	0	0	0	0
0.0284952	- 0.0704359	0.0738806	0.0000036	0.0000007	- 0.0007310	- 0.0023255
0.0569903	- 0.0704462	0.0738320	0.0000144	0.0000027	- 0.0014635	- 0.0046544
0.0854855	- 0.0704632	0.0737509	0.0000324	0.0000060	- 0.0021991	- 0.0069900
0.1139807	- 0.0704870	0.0736372	0.0000577	0.0000103	- 0.0029394	- 0.0093359
0.1424759	- 0.0705173	0.0734909	0.0000904	0.0000155	- 0.0036858	- 0.0116955
0.1709710	- 0.0705541	0.0733118	0.0001304	0.0000214	- 0.0044402	- 0.0140723
0.1994662	- 0.0705972	0.0730997	0.0001778	0.0000278	- 0.0052042	- 0.0164702
0.2279614	- 0.0706463	0.0728544	0.0002324	0.0000345	- 0.0059797	- 0.0188927
0.2564565	- 0.0707013	0.0725755	0.0002943	0.0000412	- 0.0067685	- 0.0213439
0.2849517	- 0.0707618	0.0722629	0.0003633	0.0000477	- 0.0075727	- 0.0238278
0.3134469	- 0.0708275	0.0719161	0.0004394	0.0000538	- 0.0083945	- 0.0263486
0.3419421	- 0.0708980	0.0715347	0.0005224	0.0000590	- 0.0092363	- 0.0289109
0.3704372	- 0.0709731	0.0711182	0.0006121	0.0000633	- 0.0101006	- 0.0315193
0.3989324	- 0.0710521	0.0706660	0.0007085	0.0000661	- 0.0109901	- 0.0341788
0.4274276	- 0.0711345	0.0701777	0.0008113	0.0000673	- 0.0119081	- 0.0368947
0.4559227	- 0.0712199	0.0696524	0.0009203	0.0000664	- 0.0128579	- 0.0396727
0.4844179	- 0.0713076	0.0690893	0.0010351	0.0000632	- 0.0138431	- 0.0425186
0.5129131	- 0.0713968	0.0684877	0.0011557	0.0000572	- 0.0148681	- 0.0454391
0.5414083	- 0.0714868	0.0678464	0.0012815	0.0000481	- 0.0159374	- 0.0484409
0.5699034	- 0.0715767	0.0671643	0.0014123	0.0000356	- 0.0170565	- 0.0515314
0.5983986	- 0.0716656	0.0664401	0.0015478	0.0000191	- 0.0182312	- 0.0547187
0.6268938	- 0.0717523	0.0656725	0.0016875	- 0.0000016	- 0.0194683	- 0.0580113
0.6553889	- 0.0718356	0.0648598	0.0018310	- 0.0000271	- 0.0207757	- 0.0614185
0.6838841	- 0.0719142	0.0640001	0.0019778	- 0.0000579	- 0.0221622	- 0.0649503
0.7123793	- 0.0719864	0.0630915	0.0021274	- 0.0000942	- 0.0236382	- 0.0686176

Tabla A.3: Resultados de la dependencia angular de las diferentes geometrías del efecto MOKE con una longitud de onda $\lambda = 0{,}620 \mu m$

Ángulo(Rad)	Real Polar	Imag Polar	Real Longitudinal	Imag Longitudinal	Real Transversal	Imag Transversal
0.7408745	- 0.0720504	0.0621316	0.0022793	- 0.0001368	- 0.0252155	- 0.0724318
0.7693696	- 0.0721043	0.0611178	0.0024329	- 0.0001862	- 0.0269080	- 0.0764055
0.7978648	- 0.0721457	0.0600472	0.0025875	- 0.0002429	- 0.0287321	- 0.0805520
0.8263600	- 0.0721719	0.0589165	0.0027423	- 0.0003075	- 0.0307069	- 0.0848854
0.8548551	- 0.0721798	0.0577220	0.0028966	- 0.0003809	- 0.0328551	- 0.0894204
0.8833503	- 0.0721656	0.0564594	0.0030495	- 0.0004637	- 0.0352036	- 0.0941723
0.9118455	- 0.0721252	0.0551240	0.0031999	- 0.0005569	- 0.0377847	- 0.0991564
0.9403407	- 0.0720534	0.0537104	0.0033467	- 0.0006614	- 0.0406372	- 0.1043874
0.9688358	- 0.0719442	0.0522126	0.0034882	- 0.0007782	- 0.0438076	- 0.1098784
0.997331	- 0.0717905	0.0506238	0.0036230	- 0.0009088	- 0.0473524	- 0.1156393
1.0258262	- 0.0715836	0.0489361	0.0037488	- 0.0010543	- 0.0513402	- 0.1216740
1.0543213	- 0.0713130	0.0471408	0.0038631	- 0.0012162	- 0.0558542	- 0.1279769
1.0828165	- 0.0709661	0.0452283	0.0039625	- 0.0013963	- 0.0609948	- 0.1345267
1.1113117	- 0.0705271	0.0431877	0.0040429	- 0.0015961	- 0.0668833	- 0.1412774
1.1398069	- 0.0699769	0.0410067	0.0040987	- 0.0018172	- 0.0736631	- 0.1481446
1.168302	- 0.0692914	0.0386723	0.0041229	- 0.0020607	- 0.0814998	- 0.1549847
1.1967972	- 0.0684406	0.0361702	0.0041061	- 0.0023267	- 0.0905743	- 0.1615652
1.2252924	- 0.0673870	0.0334856	0.0040365	- 0.0026135	- 0.1010640	- 0.1675214
1.2537875	- 0.0660826	0.0306041	0.0038989	- 0.0029155	- 0.1130984	- 0.1723007
1.2822827	- 0.0644668	0.0275129	0.0036753	- 0.0032214	- 0.1266694	- 0.1750965
1.3107779	- 0.0624622	0.0242032	0.0033466	- 0.0035096	- 0.1414677	- 0.1747986
1.3392731	- 0.0599698	0.0206753	0.0028969	- 0.0037447	- 0.1566206	- 0.1700171
1.3677682	- 0.0568635	0.0169450	0.0023236	- 0.0038745	- 0.1703531	- 0.1592970
1.3962634	- 0.0529843	0.0169450	0.0016514	- 0.0038347	- 0.1797327	- 0.1416599

Tabla A.4: Resultados de la dependencia angular de las diferentes geometrías del efecto MOKE con una longitud de onda $\lambda = 0{,}620 \mu m$

Modos normales y Ecuaciones de Fresnel

En los medios anisotrópicos inducidos los modos normales de un campo electromagnético son de gran importancia y son tratados con las ecuaciones del Maxwell (2.23)-(2.26) vistas en el capítulo 2, que tiene una dependencia armónica en el tiempo y en el espacio. Sí se tiene en cuenta la ecuación $\vec{E}(\mathbf{z},t) = Ee^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot z)}$ de la onda principal y las ecuaciones (3.25) y (3.30) para los modos normales (Zvezdin y Kotov, 1997) se tiene que ,

$$n\vec{\mathbf{E}} - \vec{\mathbf{n}}\left(\vec{\mathbf{n}}\cdot\vec{\mathbf{E}}\right) = \tilde{\varepsilon}\vec{\mathbf{E}} \tag{A.1}$$

Donde $n = (c/\omega)\,\vec{k}$ es la refracción del vector, y usando la ecuación de la onda principal $\vec{E}$ se tienen una solución no trivial, cuando el determinante de los coeficientes se desvanecen ó se anulan.

$$\mathbf{det}\left\|n^2\delta_{ik} - n_i n_k - \varepsilon_{ik}(\omega)\right\| = 0 \tag{A.2}$$

La ecuación (A.2), es llamada ecuación de Fresnel. En el se definen los vectores de refracción $\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{n}}(\omega)$ de los modos normales sustituyendo el vector de la refracción en la ecuación de la onda principal de campo eléctrico se puede determinar los vectores propios de cada modo.

Es decir, que la polarización elíptica del medio giroscópico es $\vec{\mathbf{g}} \neq 0$ y el vector de refracción depende la dirección trazada por la elipse, esta anisotropía se observa de derecha e izquierda, es decir, $\mathbf{n}_+ \neq \mathbf{n}_-$ por lo general, se llamada medio girotrópíco y por eso es conveniente tratar el vector de desplazamiento eléctrico $\vec{\mathbf{D}}$ en lugar de la intensidad eléctrica $\vec{\mathbf{E}}$ debido a las condiciones $\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathbf{D}} = 0$.

El vector $\vec{\mathbf{D}}$ siempre se encuentra en el plano perpendicular a la dirección de la propagación de la onda (Landau, 1981), ya que la ecuación para el vector de refracción en este caso tiene la siguiente forma,

$$\mathbf{det}\left\|n^2\left(\varepsilon_{ik}^{-1}\right) - n_i n_l\left(\varepsilon^1\right)_{lk} - \delta_{ik}\right\| = 0 \tag{A.3}$$

No, es difícil entender la ecuación (A.2) para los medios bi-giroscópico en este caso la ecuación (A.2) se puede reducir a una ecuación de cuarto orden en $\mathbf{n}$, para una onda que se define la dirección de propagación, donde se busca dos soluciones particulares para los dos vectores

(con orientación longitudinal y transversal) $\vec{\mathbf{n}}$ y $\vec{\mathbf{g}}$. Es decir, la primera orientación debe ser longitudinal ($\vec{\mathbf{n}} \parallel \vec{\mathbf{g}}$). Y la segunda transversal ($\vec{\mathbf{n}} \perp \vec{\mathbf{g}}$). Obsérvese que cuando la orientación es longitudinal, la solución es:

$$n^2 = \varepsilon_o \mu_o \left[1 \pm (Q + Q_M)\right] \tag{A.4}$$

Donde Q y Q_M son los parámetros de Voigt de los tensores $\tilde{\varepsilon}$ y $\tilde{\mu}$, el signo correspondiente $\pm$ a la polarización elíptica a derecha y izquierda para las orientación transversal los modos normales (Castera, 1989). Obsérvese que para el caso de que la onda transversal eléctrica (onda tipo s) las componente de la intensidad magnética sera,

$$\vec{H}_x \neq 0, \quad \vec{H}_y \neq 0, \quad \vec{H}_z = 0 \tag{A.5}$$

Para el caso de los modos normales para la onda transversal eléctrica esta dado por,

$$n_s^2 = \varepsilon_o \mu_o \left(1 - Q_{\mathbf{M}}^2\right) \tag{A.6}$$

Y para el caso de la onda transversal magnética (o onda tipo p)

$$\vec{H}_x = 0, \quad \vec{H}_y = 0, \quad \vec{H}_z \neq 0 \tag{A.7}$$

Los modos normales de la onda transversal magnética esta dado por,

$$n_p^2 = \varepsilon_o \mu_o \left(1 - Q^2\right) \tag{A.8}$$

Las ecuaciones (A.6) y (A.8) determinan la dependencia de n en los parámetros de Q y Q_M, para las orientaciones longitudinales y transversales, es posible separar el medio giro-eléctrico y giro-magnético.(Jaumann, 1968) (Zvezdin y Kotov, 1997)

Referencias

Aris, R. (1962). *Vectors, tensors and the basic equations of fluid mechanics*. Dover Books on Mathematics.

Buschow, J. (2001). *Handbook of magnetic materials* (Vol. 13). North-Holland.

Castera, J. P. (1989). Electro-optic and magneto-optic materials and applications. *European Physical Society*(24), 1423.

Druzhinin, M., Lobov, y Bolotin. (1983). Transverse magnetooptical kerr effect in transmission. *The Physics of Metals and Metallography*, *56*, 58-65.

Edminister, J. (1994). *Schaum's of electromagnetics*. Editorial Mcgraw-Hill.

G.A.Bolotin, y A.V.Sokolov. (1961). Optical properties of a gyro-electric medium. iii. the problem of reflection for a gyro-electric medium. *Journal of Applied Physics*, *12*, 493.

Griffiths, D. J. (2013). *Introduction to electrodynamics*. Pearson Education.

Hecht, E. (2002). *Optics*. Pearson Education.

Herreño-Fierro, C. A., y Patiño, E. J. (2005). Maximization of surface-enhanced transversal magneto-optic kerr effect in au/co/au thin films. *physica status solidi*, *252*(2), 316–322.

Hunt, R. P. (1967). Magneto-optic scattering from thin solid films. *Journal of Applied Physics*, *38*(4), 1652.

Inoue, M. B. A. V., Mitsuteru; Levy. (2013). *Magnetophotonics* (Vol. 178). Springer-Verlag.

I.V.Saveliev. (1984). *Curso de física general tomo 2*. Editorial Mir.

Jaumann, H. B. J. (1968). The determination of the "gyroelectric" and "gyromagnetic" constants of thick, evaporated layers of iron by means of measurements in the reflected light onlys. *physica status solidi (b)*, *27*(1), K43.

Jones, R. C. (1941). I. description and discussion of the calculus. *Journal of the Optical Society of America*, *31*(7), 488.

Kerr, J. (1877). Xliii. on rotation of the plane of polarization by reflection from the pole of a magnet. *Philosophical Magazine Series 5*, *19*(3), 321.

Kokogawa, N., y Inokuchi. (1993). Figure of merit in mo readout with polar and transverse kerr effects. *IEEE Transactions on Magnetics*, *29*(16), 3808.

Krinchik, y Artemev. (1968). Magneto-optical properties of ni, co, and fe in the ultraviolet visible, and infrared parts of the spectrum. *SOVIET PHYSICS JETP*, *26*(6), 1901.

Landau, L. (1981). *Electrodinamica de los medios continuos.* Editorial reverte S.A.

Lim, Y. (1986). *Introduction to classical electrodynamics.* World Scientific Publishing Co.

Lluberes, K. P. (1984). *Álgebra superior.* Instituto tecnológico santo Domingo.

Mansuripur, M. (1990). Analysis of multilayer thin-film structures containing magneto-optic and anisotropic media at oblique incidence using 2×2 matrices. *Journal of Applied Physics*, *67*(10), 6466.

Novozhilov, Y., y Yappa, Y. A. (1981). *Electrodynamics.* Mir Publishers.

Nudelman, S., y Mitra, S. (1969). *Optical properties of solids.* Sprnger Science+Business Media New York.

Nussenzveig, H. (1933). *Curso de física básica.* Instituto de Física UFBA.

Parker, M. (1876). The kerr magneto-opict efect. *Physica B+C*, *86-88*(3), 1171.

Postava, K. (2006). Transverse magneto-optical kerr effect measured using phase modulation. *Journal Of The European Optical Society*, *17*(1), 1990.

Rogue, J. M. C. (2012). *Phd thesis magneto-optical scpecrocopy of complex systems.* Universitat Autónoma de Barcelona.

Scheinfein, K. H. M. (1996). An alternative approach for magneto-optic calculations involving layered media. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, *154*(1), 141.

Seely, S. (1984). Poynting's theorem and the energy-flow postulate. *IEEE Transactions on Education*, *27*(4), 246.

Thomas, D. T. (1972). *Engineering electromagnetics.* Pergamon Press. Inc.

Veis, M. (2009). *Doctoral thesis:optical interactions in thin films of selected magnetic oxides.* Institute de Physics of Charles University.

Vernon, R., y Huggins, B. D. (1980). Extension of the jones matrix formalism to reflection problems and magnetic materials. *Journal of the Optical Society of America*, *70*(11), 1364.

Visnovsky, R. B. F., Stefan Lopusnik, y Hillebrands. (2001). Magnetooptic ellipsometry in multilayers at arbitrary magnetization. *Optics Express*, *9*(3), 158.

Visnovsky, S. (1986). Magneto-optical transverse kerr effect in a film-substrate system. *Czechoslovak Journal of Physics*, *36*(10), 1203.

Visnovsky, S. (2006). *Optics in magnetic multilayers and nanostructures.* CRC Press Taylor and Francis Group.

wikipedia. (2007). *Giro del plano de polarización debido al efecto faraday.* 13 de abril.

Yariv, A., y Yeh, P. (1984). *Optical waves in crystals.* John Wiley and Sons.

Yeh, P. (2005). *Optical waves in layered media.* A John Wiley Sons,Inc, Publication.

Zak, L., Moog, y Bader. (1990). Fundamental magnetooptics. *Journal of Applied Physics*, *68*(8), 4203.

Zvezdin, y Kotov. (1997). *Modern magnetooptics and magnetooptical materials*. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia.