DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLATAFORMA DE ESTABILIZACIÓN PARA UNA BICICLETA UTILIZANDO UN VOLANTE DE INERCIA



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Autores

Jeferson Hernan Hernandez Moreno

Fabian Andrés Reyes Romero

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Facultad Tecnológica

Ingeniería en Control y Automatización

Bogotá D.C. Enero, 2026

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PLATAFORMA DE ESTABILIZACIÓN PARA UNA BICICLETA UTILIZANDO UN VOLANTE DE INERCIA



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Autores

Jeferson Hernan Hernandez Moreno Código: 20201383013

jhhernandezm@udistrital.edu.co

Fabian Andrés Reyes Romero Código: 20201383011

fareyesr@udistrital.edu.co

INFORME FINAL DE PASANTÍA

Presentado para optar al título de: Ingeniero en Control y Automatización

Director

Alexander Jiménez Triana, PhD

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Facultad Tecnológica

Ingeniería en Control y Automatización

Bogotá D.C. Enero, 2026

Dedicatoria

Dedicamos este proyecto a Dios por ser el inspirador para cada uno de nuestros pasos dados en nuestro convivir diario; a nuestros padres por ser los guías en el sendero de cada acto que realizamos hoy, mañana y siempre; a nuestras parejas, a nuestras familias, por ser el incentivo para seguir adelante con este objetivo, a nuestro director Alexander Jiménez Triana, por entregarnos sus conocimientos para realizar y cumplir los propósitos que hemos planteado durante el proyecto.

Índice general

Dedicatoria I

Glosario VII

Lista de Abreviaturas y Siglas VIII

Resumen X

1 Introducción 1

2 Presentación del Grupo de Investigación 2

3 Planteamiento del problema 3

4 Justificación 4

5 Objetivos 6
5.1 Objetivo General 6
5.2 Objetivos específicos 6

6 Marco de referencia 7
6.1 Antecedentes 7
6.1.1 Desarrollos Nacionales 7
6.1.2 Desarrollos Internacionales 8
6.2 Marco teórico 9
6.2.1 La Bicicleta 9
6.2.2 Estimación de Orientación mediante Filtros Complementarios 12
6.2.3 Controlador PID 13
6.2.4 Microcontrolador ESP32 14
6.3 Marco Legal 15

7 Actividades realizadas durante la pasantía 16
7.1 Obtención de criterios de diseño 16
7.2 Análisis del modelo matemático del sistema y Diseño tridimensional (3D) . . 16
7.3 Diseño y construcción del volante de inercia 20

7.4 Mecanizado y ensamble de la planta física 25
7.5 Implementación del sistema de comunicación 28
7.6 Implementación del sistema de control 31

8 Resultados **40**
8.1 Fase 1: Diseño y Construcción Mecánica de la Planta 40
8.2 Fase 2: Diseño e Integración del Sistema Electrónico 42
8.3 Fase 3: Validación mediante Simulación del Modelo Dinámico 45
8.4 Fase 4: Validación Experimental del Sistema en Condiciones Reales 52

9 Conclusiones y Recomendaciones **58**
9.1 Conclusiones 58

10 Referencias **60**

11 Anexos **62**
11.1 Anexo A: Código Fuente del Sistema de Control 62

Índice de figuras

6.1 Primera bicicleta (Draisiana) 10
6.2 Bicicleta Penny Farthing 10
6.3 Ejemplo de un volante con eje horizontal 11

7.1 Diagrama de Cuerpo Libre para el análisis de inercia del sistema 17
7.2 Secuencia del proceso de diseño del primer prototipo de volante de inercia (Diseño 3D e implementación) 20
7.3 Diseño CAD del volante tipo anillo - Vista isométrica 22
7.4 Diseño CAD del volante tipo anillo - Corte transversal 22
7.5 Cálculo del momento de inercia del volante - Dimensiones y parámetros . . . 23
7.6 Cálculo del momento de inercia del volante - Resultado numérico 23
7.7 Sistema de eje vertical con rodamientos tipo chumacera 26
7.8 Sistema de piñón y cadena para control de dirección 26
7.9 Mecanismo tipo polea con correa de arrastre 26
7.10 Mecanismo tipo polea con correa de arrastre 26
7.11 Problemas identificados en el sistema de transmisión 27
7.12 Bicicleta de tamaño reducido con nueva estructura 28
7.13 Sensor analógico MMA7361 29
7.14 Sensor digital MPU9250 30
7.15 Comparación de señales MMA7361 vs MPU9250 - sin filtro 30
7.16 Nuevo diseño estructural del soporte del conjunto motor-volante 32
7.17 Nuevo diseño estructural del soporte del conjunto motor-volante 32
7.18 Diagrama de bloques de comunicación I²C en PSoC 33
7.19 Diagrama de bloques de comunicación RS-232 33
7.20 Diseño del soporte en L para el servomotor 34
7.21 Vista detallada del acople del servomotor al eje 35
7.22 Servomotor de 10 kg instalado 35
7.23 Servomotor de 80 kg-cm instalado en la planta final 36
7.24 Pack de baterías $LiFePO_4$ de 6 celdas en serie 37
7.25 Celdas $LiFePO_4$ individuales de 3.2V 38

8.1 Marco de la bicicleta 40
8.2 Vista del volante de inercia en SolidWorks 41
8.3 Detalle del diseño del volante en SolidWorks 41

8.4 Despiece y vista explosionada del volante 41
8.5 Arquitectura completa del sistema de estabilización giroscópica, mostrando flujos de potencia (líneas gruesas) y señales de control (líneas delgadas) . . . 42
8.6 Diagrama de bloques del sistema a lazo abierto implementado en simulink . . 48
8.7 Respuesta del sistema a lazo abierto ante una entrada escalón de 0.5 rad . . . 49
8.8 Diagrama de bloques del sistema con controlador PID retroalimentado 50
8.9 Respuesta del sistema con controlador PID ante perturbación inicial 51
8.10 Señales de acelerómetro y giroscopio en función del tiempo (ms). Donde muestra cada sensor durante la operación del sistema. 53
8.11 Comparación entre acelerómetro, giroscopio y filtro complementario. 54
8.12 Señal del filtro complementario (arriba) y salida del controlador PID en ángulos para el servomotor (abajo). Se observa la acción de control del controlador ante las variaciones de inclinación. 56
8.13 Comparación temporal entre el filtro complementario (medición del ángulo de inclinación) y la salida del controlador PID (comando al servomotor). Se observa la relación de fase y la capacidad del controlador para estabilizar el sistema. 57

Índice de tablas

7.1 Parámetros del sistema dinámico 17

8.1 Parámetros físicos del sistema bicicleta-CMG 46
8.2 Parámetros del controlador PID implementado 50
8.3 Análisis comparativo de ángulos medidos por acelerómetro, giroscopio y filtro complementario. 54

Glosario

Actuadores: Componentes que permiten al sistema interactuar con su entorno, como motores eléctricos, frenos, etc.

Algoritmos de control: Software que permite al controlador tomar decisiones y ajustar los movimientos del sistema en función de los datos de los sensores.

Centro de gravedad: El punto en el que se concentra todo el peso del sistema, y que es fundamental para su estabilidad.

Controlador: El componente central del sistema de control que procesa los datos de los sensores y envía comandos a los actuadores para ajustar el comportamiento del sistema.

Estabilidad: La capacidad del sistema para mantener su equilibrio y evitar caerse.

Gimbal: Soporte o marco pivotante que permite la rotación de un objeto alrededor de uno o más ejes. En el contexto del CMG (Giroscopio de Control de Momento), es el mecanismo motorizado que sostiene el volante de inercia y permite inclinarlo para generar torques de precesión giroscópica que estabilizan la bicicleta.

Posicionamiento: La posición y orientación del sistema, que es importante para mantener su equilibrio y evitar caídas.

Retroalimentación: El proceso de utilizar información del estado actual del sistema para ajustar su comportamiento y lograr un objetivo específico.

Sensores: Dispositivos que permiten al sistema recopilar datos sobre su entorno y su estado, como acelerómetros, giroscopios, sensores de presión, etc.

Sistema de control: Un conjunto de componentes, incluyendo sensores y actuadores, que permiten al sistema ajustar su comportamiento para lograr un objetivo específico.

Sistema de estabilización: Un conjunto de componentes que permite al sistema mantener su equilibrio y evitar que se caiga.

Lista de Abreviaturas y Siglas

Sigla/Abreviatura	Significado
ADR	Control por Rechazo Activo
ADRC	Control por Rechazo Activo de Perturbaciones
ADAMS	Software de simulación dinámica multicuerpo
AK8963	Magnetómetro de 3 ejes
Arduino	Plataforma de hardware y software de código abierto
BMS	Sistema de Gestión de Baterías
BTS7960	Driver de motor de corriente continua
CAD	Diseño Asistido por Computadora
CMG	Giroscopio de Control de Momento
CoM	Centro de Masa
DC	Corriente Continua
DOF	Grados de Libertad
ESO	Observador de Estado Extendido
ESP32	Microcontrolador de doble núcleo con conectividad inalámbrica
GPI	Observador de Integral Generalizado de Proporcionalidad
I²C	Protocolo de comunicación serie Inter-Integrated Circuit
IMU	Unidad de Medición Inercial
LiFePO4	Batería de Litio-Ferrofosfato
LPV	Sistema Lineal de Parámetros Variantes
LQR	Regulador Cuadrático Lineal
MARG	Sistema de Referencia de Actitud Magnético, Angular y Gravitatorio
MMA7361	Acelerómetro analógico de 3 ejes
MPU6050	Sensor inercial IMU de 6 ejes
MPU6500	Acelerómetro y giroscopio de 3 ejes
MPU9250	Sensor inercial de 9 grados de libertad
PID	Controlador Proporcional-Integral-Derivativo

PSoC	Sistema Programable en un Chip
PWM	Modulación por Ancho de Pulsos
RPM	Revoluciones por Minuto
RS-232	Protocolo de comunicación serial
SMC	Control por Modos Deslizantes

Resumen

Este trabajo de grado se alinea al contexto de desarrollo e implementación de sistemas integrados de control, los cuales se han sido partícipes en el contexto de ejecución de actividades de los distintos sectores de desarrollo económico y social de una población, brindando calidad y eficiencia a la prestación de servicios o la creación de nuevos productos emergentes o actuales, pues si bien el ser humano ha dedicado su tiempo en la historia a la creación de nuevos sistemas los cuales ayudan a mejorar nuestra calidad de vida o su vez toma algunos sistemas y los potencializa generando así una gran variedad de posibles soluciones a una problemática.

A partir de lo anterior, el desarrollo profesional de un estudiante en automatización y control es el saber del control y debe contemplar la teoría con la práctica de una manera integrada lo más realista posible, con el fin de poder generar competencias necesarias y disponibles en el mercado laboral actual, en conclusión, surge la necesidad buscar y dar solución a un problema, como lo es la movilidad en la ciudad de Bogotá, por ello se ha planteado ayudar a dar solución a este problema con vehículos autónomos capaces de realizar un desplazamiento por si solos y previniendo algún tipo de choque o accidente, por ello en este trabajo se da un inicio de esto con un modelo de una bicicleta que es capaz de mantenerse estable sin alguna tipo de intervención por el hombre.

Como solución a esta necesidad, se desarrolló el modelo de un volante el cual aprovecha la velocidad y momento angular para mantener estable cualquier tipo de bicicleta. El volante fue acoplado a una bicicleta y por medio de un controlador (PID) cuyo deber es mantener controlado un motor DC y permitir jugar con la posición de dicho volante, esto con la finalidad de guiar y aprovechar al máximo el torque generado a partir de momento angular a la dirección que necesita la bicicleta para mantenerse estable.

Palabras claves: Control PID, Estabilización, Volante de Inercia, Giroscopio, Bicicleta, ESP32, MPU9250

1. Introducción

En un mundo en constante evolución, la búsqueda de soluciones tecnológicas aplicadas a la movilidad ha impulsado el desarrollo de sistemas que desafían las leyes de la física dinámica. Uno de los campos de mayor interés es el control de vehículos de dos ruedas en condiciones de baja velocidad, donde la estabilidad pasiva desaparece. En este contexto, surge el presente proyecto enfocado en el diseño y desarrollo de una plataforma mecánica de estabilización activa aplicada a una estructura de bicicleta.

El propósito central de este trabajo es desarrollar una plataforma que aproveche principios físicos de conservación del momento angular para gestionar el equilibrio de la estructura en estado de reposo o bajas velocidades. Para lograrlo, se ha diseñado un sistema basado en un volante de inercia (flywheel) en rotación, el cual juega un papel esencial al generar el par motor necesario para contrarrestar las perturbaciones laterales. Este volante no solo aporta inercia al sistema, sino que, mediante su manipulación controlada, permite validar el comportamiento dinámico del conjunto frente a variaciones en su ángulo de inclinación.

Un componente crucial en esta plataforma es el conjunto de sensores de movimiento (IMU), que integran acelerómetro y giroscopio para recopilar información precisa sobre la posición y la velocidad angular de la estructura. Estos sensores permiten una monitorización constante, suministrando los datos necesarios para que el sistema de control actúe de manera oportuna sobre el eje de precesión del volante.

La interacción entre la lectura de los sensores y la respuesta mecánica se gestiona a través de un mecanismo de precesión controlado. Este mecanismo es el encargado de inclinar el volante de inercia para generar torques de reacción que compensen el efecto de la gravedad sobre la bicicleta. La precisión de esta respuesta depende directamente del sistema de control, el cual se basa en un algoritmo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Este controlador procesa el error de inclinación y regula la acción del actuador para mantener la plataforma en su punto de equilibrio vertical.

A medida que avanzamos en este documento, se explorarán en detalle los componentes clave que integran esta plataforma de estabilización. Se analizará cómo el volante de inercia, los sensores y el controlador PID interactúan para lograr una respuesta dinámica efectiva. Además, se examinarán los desafíos técnicos encontrados durante el diseño, las soluciones de ingeniería implementadas y los resultados obtenidos en las pruebas de validación de estabilidad.

En resumen, este proyecto representa un avance en el estudio de sistemas de control aplicados a estructuras inestables. La combinación de principios físicos y tecnología de automatización da como resultado una plataforma capaz de oponerse activamente a las perturbaciones, sentando las bases para futuras investigaciones en el área de la robótica y el transporte personal sostenible.

2. Presentación del Grupo de Investigación

El presente proyecto se desarrolló en el marco del Grupo de Investigación ORCA de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, una institución de educación superior reconocida por su excelencia académica y su compromiso con la investigación y la innovación tecnológica en Colombia.

- **Razón Social:** Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Grupo de Investigación ORCA
- **Actividad a la que se dedica:** Investigación, desarrollo e innovación en ingeniería eléctrica, electrónica, informática y control de sistemas no lineales.
- **Reseña Histórica:** El Grupo ORCA, dirigido por el Dr. Alexander Jiménez Triana, ha consolidado una trayectoria destacada en investigación aplicada y desarrollo tecnológico, participando en proyectos de alto impacto nacional e internacional.
- **Misión:** Contribuir al avance del conocimiento y la tecnología en ingeniería, formando talento humano y generando soluciones innovadoras para la sociedad y la industria.
- **Visión:** Ser un referente nacional e internacional en investigación y desarrollo de sistemas de control, automatización y tecnologías emergentes.
- **Estructura organizacional:** Integrado por investigadores, docentes y estudiantes, liderados por el Dr. Alexander Jiménez Triana, en colaboración con otras unidades académicas y centros de investigación.
- **Área o grupo de trabajo en el cual el estudiante desarrolló su pasantía:** Área de control de sistemas no lineales y automatización, orientada a la movilidad inteligente y la robótica.

3. Planteamiento del problema

En el complejo entramado urbano de Bogotá, el auge de la movilidad ha dado origen a desafíos de gran envergadura que afectan la calidad de vida de sus ciudadanos. La proliferación de vehículos y la congestión del tráfico han posicionado a la bicicleta como una de las alternativas más atractivas para la movilidad sostenible. Sin embargo, su adopción masiva enfrenta un obstáculo crítico: la seguridad y la estabilidad del usuario en escenarios de baja velocidad.

A diferencia de los vehículos de cuatro ruedas, la bicicleta es un sistema intrínsecamente inestable que depende de la velocidad de avance para mantener el equilibrio mediante efectos geométricos y giroscópicos pasivos. En el entorno bogotano, donde las constantes detenciones, el tráfico denso y las irregularidades de la vía obligan a desplazamientos a velocidades mínimas, el riesgo de pérdida de equilibrio aumenta significativamente. Esta vulnerabilidad no solo pone en riesgo la integridad física de los ciclistas ante posibles caídas, sino que también actúa como un factor disuasivo para aquellos ciudadanos que no poseen una destreza física avanzada en el manejo del vehículo.

El presente planteamiento del problema se centra en la necesidad de desarrollar tecnologías de asistencia que mitiguen estos riesgos de inestabilidad. Actualmente, existe un vacío tecnológico en soluciones locales que permitan dotar a las estructuras de dos ruedas de una capacidad de auto-equilibrio activa. Por ello, surge la necesidad de investigar y desarrollar una plataforma mecánica basada en control giroscópico, capaz de generar fuerzas de corrección automáticas que mantengan la verticalidad de la estructura sin depender exclusivamente de la habilidad del operario o de la velocidad de traslación.

La investigación propuesta se enfoca en la creación de un prototipo funcional que integre sensores de alta precisión (IMU) y actuadores de alta velocidad para monitorear y corregir la inclinación en tiempo real. En lugar de buscar un vehículo que reemplace la intervención humana, el enfoque se dirige a la validación de un sistema de soporte a la estabilidad que pueda adaptarse a las condiciones variables del entorno urbano.

El impacto deseado de este estudio es técnico y social: por un lado, se busca establecer un precedente en el diseño de sistemas de control robustos aplicados a la micro-movilidad en Colombia. Por otro lado, se aspira a demostrar la viabilidad de plataformas de estabilización que, en el futuro, puedan integrarse como sistemas de seguridad activa, fomentando una movilidad más inclusiva, segura y tecnológicamente avanzada en la ciudad de Bogotá.

4. Justificación

La problemática de la frecuencia de los accidentes y la mortalidad entre los biciusuarios en la ciudad de Bogotá es un desafío inaplazable que requiere una solución efectiva y específica. A pesar de la creciente adopción de la bicicleta como medio de transporte alternativo, persisten obstáculos significativos que afectan la seguridad y la confianza de quienes optan por este modo de movilidad. De acuerdo con reportes de la Secretaría Distrital de Movilidad y el Observatorio de Movilidad de Bogotá, los ciclistas hacen parte de los actores viales más vulnerables, evidenciándose un incremento en su uso acompañado de una mayor exposición a siniestros viales (Secretaría Distrital de Movilidad, 2023; Observatorio de Movilidad de Bogotá, 2022). En respuesta a esta problemática, se propone llevar a cabo un estudio que aborde de manera integral la inestabilidad de las bicicletas en situaciones de pérdida de equilibrio, presentando una solución innovadora a través de un sistema de asistencia y estabilización.

La justificación de esta investigación se basa en la evidencia proporcionada por el estado del arte en el área de dinámica y control de bicicletas. A nivel nacional, se han desarrollado trabajos importantes como el de Baquero Suárez (2014) en la Universidad Nacional de Colombia, que logró estabilizar bicicletas mediante control de dirección a velocidad constante, y el de Tamayo (2018) en la Universidad de San Buenaventura, que demostró la viabilidad teórica de sistemas CMG para estabilización en reposo mediante simulación. A nivel internacional, desarrollos como los de Kalouche (2014) y Yetkin et al. (2014) en The Ohio State University han validado experimentalmente la tecnología CMG. Sin embargo, estos avances se han mantenido principalmente en entornos académicos de investigación, sin lograr una implementación práctica que proporcione una asistencia efectiva a los biciusuarios en condiciones reales de operación. Esta limitación evidencia la necesidad de desarrollar un enfoque aplicado que permita trasladar estos avances teóricos a soluciones funcionales en contextos urbanos.

Además de la falta de una solución viable a nivel práctico, otro argumento sustancial para justificar esta investigación es la creciente preocupación por el medio ambiente en la ciudad de Bogotá. El aumento de emisiones de gases contaminantes, asociado principalmente al uso de vehículos a combustión, ha deteriorado la calidad del aire y representa un riesgo para la salud pública. Organismos como la Organización Mundial de la Salud y el Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible han señalado la necesidad de promover alternativas de movilidad sostenibles (Organización Mundial de la Salud, 2021; Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible, 2022). En este sentido, la promoción del uso de bicicletas, especialmente eléctricas, se convierte en una estrategia relevante para mitigar estos impactos.

Esta investigación también tiene el potencial de transformar la movilidad en la ciudad y mejorar el tráfico vehicular. La naturaleza versátil y ágil de la bicicleta ofrece la posibilidad de reducir la congestión, mejorar los tiempos de desplazamiento y contribuir a la optimización de los recursos de infraestructura urbana. La implementación de sistemas de estabilización podría aumentar la confianza de los usuarios, incentivando una mayor adopción de este medio

de transporte y generando un impacto positivo en la movilidad urbana.

Finalmente, es importante destacar que esta investigación busca también contribuir al desarrollo académico y tecnológico a nivel nacional. Aunque existen estudios relacionados con movilidad y sistemas de control en instituciones como la Universidad Nacional de Colombia y la Universidad de los Andes, no se encontraron desarrollos documentados que integren el tipo de actuador propuesto en esta investigación para la estabilización activa de bicicletas en condiciones reales. Esto representa una oportunidad para generar conocimiento aplicado y aportar al avance tecnológico en el contexto colombiano.

En resumen, la justificación de esta investigación se fundamenta en la necesidad de abordar la inestabilidad de las bicicletas en situaciones críticas, la limitada aplicación práctica de las soluciones existentes, la urgencia de promover alternativas sostenibles de movilidad, el potencial de mejorar las condiciones de tráfico urbano y la oportunidad de contribuir al desarrollo científico y tecnológico nacional.

5. Objetivos

5.1 Objetivo General

Diseñar y construir una plataforma mecánica experimental, compuesta por una bicicleta equipada con un volante de inercia, sensores, actuadores e instrumentación asociada, que permita implementar, evaluar y validar estrategias de control orientadas a su estabilización.

5.2 Objetivos específicos

1. Diseñar y construir la estructura mecánica de la plataforma experimental, basada en una bicicleta inestable acoplada a un volante de inercia, garantizando condiciones adecuadas para su operación, instrumentación y realización de pruebas en laboratorio.

2. Integrar el sistema de sensado, actuación e instrumentación electrónica de la planta, mediante la selección e implementación de sensores, actuadores, sistemas de adquisición de datos y procesamiento, que permitan medir las variables dinámicas relevantes y aplicar acciones de control en tiempo real.

3. Implementar una estrategia básica de control en lazo cerrado, que permita validar experimentalmente la capacidad de la plataforma para capturar las variables dinámicas del sistema a través de los sensores integrados, así como verificar la respuesta del actuador frente a las señales de control aplicadas.

6. Marco de referencia

6.1 Antecedentes

El problema de la estabilización de bicicletas a baja velocidad o en reposo ha sido objeto de investigación académica durante las últimas dos décadas. Para construir el estado del arte del presente proyecto, se realizó una búsqueda en bases de datos especializadas (IEEE Xplore, Google Scholar, repositorios institucionales universitarios) empleando palabras clave como: "bicycle stabilization", "control moment gyroscope", "CMG bicycle", "gyroscopic stabilization", "estabilización de bicicletas". Se identificaron cuatro trabajos fundamentales que abordan esta problemática desde perspectivas complementarias: dos desarrollos nacionales que utilizan diferentes estrategias de actuación, y dos investigaciones internacionales que profundizan en la implementación práctica de sistemas giroscópicos.

6.1.1 Desarrollos Nacionales

Diseño e implementación de una estrategia avanzada de control para estabilización de bicicleta sin conductor (Universidad Nacional de Colombia, 2014)

El trabajo de Baquero Suárez aborda la estabilización de una bicicleta durante un recorrido autónomo a velocidad constante mínima, siendo pionero a nivel nacional en la aplicación de técnicas avanzadas de control robusto para sistemas de movilidad.

El autor modeló el comportamiento de la bicicleta como un sistema lineal de parámetros variantes en el tiempo (LPV), donde la velocidad de avance es el parámetro crítico. Implementó una estrategia de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) basada en un observador GPI, que permite estimar y compensar dinámicas no modeladas y perturbaciones externas. El actuador empleado es el sistema de dirección (manubrio), actuando como un péndulo invertido sobre ruedas que aprovecha el acoplamiento dinámico entre el ángulo de dirección y el ángulo de balanceo.

La validación experimental demostró la superioridad del controlador ADRC-GPI frente a otras estrategias (PID, compensadores, realimentación de estados), logrando errores de inclinación inferiores a 3 grados. La limitación principal es la necesidad de velocidad mínima de avance para el funcionamiento del sistema, lo cual motivó la exploración de actuadores giroscópicos para estabilización a velocidad cero (Baquero Suárez, 2014).

Control por rechazo activo de perturbaciones para estabilizar una bicicleta empleando un giroscopio de control de momento (Universidad de San Buenaventura, 2018)

Tamayo presenta el primer desarrollo nacional que implementa un Giroscopio de Control de Momento (CMG) como actuador para estabilización en reposo, superando la limitación del

trabajo de la Universidad Nacional.

El autor desarrolló un modelo matemático completo del sistema bicicleta-CMG mediante formulación Lagrangiana, considerando dos grados de libertad: el ángulo de inclinación lateral de la bicicleta (θ) y el ángulo de precesión del gimbal (α). El CMG consiste en un volante de inercia girando a velocidad constante ($\Omega \approx 3000$ RPM) montado sobre un gimbal motorizado. Cuando el gimbal se inclina, el momento angular del volante genera un torque de reacción perpendicular que contrarresta la inclinación de la bicicleta.

Se implementó una arquitectura de control ADR en cascada con dos lazos: un lazo externo que controla la inclinación de la bicicleta usando un Observador de Estado Extendido (ESO), y un lazo interno que controla la posición del gimbal. La sintonización se realizó mediante el método LQR. Las simulaciones en ADAMS demostraron capacidad para auto-estabilizar desde 15 grados de inclinación, rechazar perturbaciones de hasta 50 N durante 0.5 segundos, y mantener estabilidad en reposo por más de 60 segundos.

La principal limitación es la ausencia de validación experimental en un prototipo físico. Aspectos como fricción en rodamientos, no linealidades en actuadores, ruido de sensores y saturación no fueron evaluados en condiciones reales (Tamayo, 2018).

6.1.2 Desarrollos Internacionales

Control Moment Gyroscope Stabilization of Inherently Unstable Vehicles (The Ohio State University, 2014)

La tesis de maestría de Kalouche representa uno de los trabajos experimentales más completos en estabilización giroscópica de bicicletas no tripuladas, demostrando la viabilidad de la tecnología CMG para estabilizar autónomamente una bicicleta estática, inducir maniobras dinámicas y validar modelos teóricos.

Kalouche desarrolló un CMG de un solo eje con especificaciones optimizadas: volante de acero de 4.5 kg con momento de inercia de 0.045 kg·m², motor brushless de 500W alcanzando 4000 RPM (generando momento angular de 18.85 kg·m²/s), servomotor de gimbal con torque de 15 N·m, e IMU MPU6050 para medición de actitud. El modelo dinámico derivado por Euler-Lagrange captura el acoplamiento giroscópico, efectos de fricción y limitaciones físicas del actuador. La estrategia de control fue un LQR operando a 100 Hz.

Los resultados experimentales fueron contundentes: el sistema mantuvo la bicicleta en equilibrio vertical (error < 2 grados) por hasta 30 segundos, compensó perturbaciones impulsivas de hasta 30 N, y logró ejecutar maniobras de "wheelie" por 5 segundos. Las limitaciones identificadas incluyen saturación del actuador ante perturbaciones severas, deriva acumulada en estimación de ángulo, consumo energético elevado (200W), y peso total del sistema (15 kg) (Kalouche, 2014).

Gyroscopic Stabilization of an Unmanned Bicycle (American Control Conference, 2014)

Yetkin et al. complementan el trabajo de Kalouche con un estudio comparativo experimental entre un controlador PID convencional y un controlador por Modos Deslizantes (SMC), evaluando si técnicas no lineales avanzadas ofrecen ventajas significativas sobre controladores lineales clásicos.

El SMC se diseñó con una superficie de deslizamiento $s = \dot{\theta} + \lambda\theta$ y ley de control $\tau = -K \cdot \text{sign}(s) - \eta s$. Ambos controladores fueron implementados en la misma plataforma experimental bajo condiciones idénticas. Los resultados mostraron que el SMC ofrece mejor velocidad de respuesta (1.8 s vs 3.5 s de asentamiento) y mejor rechazo a perturbaciones (3.1° vs 6.2° de sobrepaso). Sin embargo, el SMC requiere 40 % más esfuerzo de control y presenta chattering (oscilaciones de alta frecuencia) que genera vibraciones en el actuador. Se implementó una capa límite para mitigar el chattering, reduciendo las oscilaciones en 80 % con degradación menor del 5 % en desempeño.

La conclusión es que para aplicaciones de corta duración donde la respuesta rápida es crítica, el SMC es preferible; pero para operación continua con recursos limitados, un PID bien sintonizado ofrece mejor balance entre desempeño, simplicidad y eficiencia energética (Yetkin et al., 2014).

6.2 Marco teórico

6.2.1 La Bicicleta

Estudios históricos relatan la importancia científica y el impacto social que ha tenido este medio de transporte. La primera invención de la bicicleta, apodada “Draisiana”, fue en 1817 por el investigador alemán Baron Karl von Drais, inspirado por la idea “deslizarse sin nieve” y de buscar una solución más sencilla para transportarse, sin necesidad de vehículos pesados de cuatro ruedas potenciados por caballos, viento, o vapor. El 12 de Enero de 1818, Von Drais recibió su primera patente en el estado de Baden por tal invención y solución a la movilidad de las personas en ese entonces (Sáenz-García, 2013).



Figura 6.1: Primera bicicleta (Draisiana)

Esta primera invención, encaminó a muchos personajes históricos reconocidos por sus investigaciones para que comenzaran a innovar sobre este mecanismo, buscando comodidad, eficiencia y seguridad para su conductor. Se pueden destacar algunos diseños de impacto al público en su historia, tales como, la primera bicicleta de pedal creada en 1840 por el escocés Kirkpatrick Macmillan. También, la creación de Pierre Michaux en 1861 llamada "Velocípedo", que fue una de las más populares bicicletas de la historia con pedales en la rueda frontal, cuya localización ocasionaba que las piernas del conductor se atascaran en la rueda cuando se cruzaba a altas velocidades (Meollo, s.f.).



Figura 6.2: Bicicleta Penny Farthing

Dinámica de la Bicicleta

La dinámica de montar y equilibrar una bicicleta implica un complejo proceso de control físico y neuromecánico en el que el ciclista mantiene activo el equilibrio del sistema bicicleta-ciclista. Aunque una bicicleta puede mostrar cierta autoestabilidad cuando está en movimiento debido a sus características de diseño, la estabilidad real con un ciclista montado es más difícil de describir matemáticamente, ya que depende de las acciones de control realizadas por el propio ciclista (Cain, 2016).

Movimiento Giroscópico

El giróscopo o giroscopio es un dispositivo mecánico formado esencialmente por un cuerpo con simetría de rotación que gira alrededor de su eje de simetría y cuyo eje de giro no es fijo, sino que puede cambiar de orientación en el espacio. Cuando se somete el giroscopio a un momento de fuerza que tiende a cambiar la orientación del eje de rotación su comportamiento es aparentemente paradójico ya que el eje de rotación, en lugar de cambiar de dirección como lo haría un cuerpo que no girase, cambia de orientación en una dirección perpendicular a la dirección "intuitiva". Este principio se ha utilizado en diversas aplicaciones, particularmente en relación con el control y guía de aeroplanos, sistema de navegación avanzado, proyectiles, etc.

Los giróscopos son objetos muy interesantes debido a que parecen desafiar la gravedad; Además, en ellos actúan diversos fenómenos físicos a causa de que el eje de rotación cambia de dirección en todo momento (Aballay & Avilés, 2002; Rita et al., 2007). Un ejemplo es como se muestra en la figura 6.3:

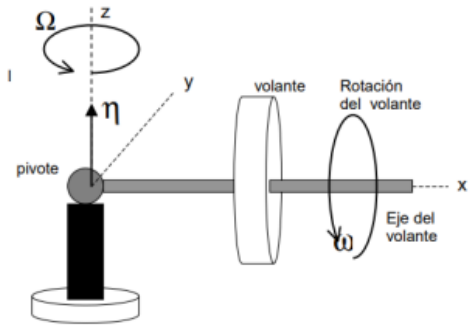


Figura 6.3: Ejemplo de un volante con eje horizontal

Efecto Giroscópico

El efecto giroscópico es uno de los fenómenos más fascinantes de la física rotacional y es el principio que permite que el proyecto mantenga el equilibrio.

Momento Angular (L)

Cuando un objeto (como el volante de inercia) gira rápidamente alrededor de su eje de simetría, posee una magnitud vectorial llamada momento angular. Su dirección se determina por la regla de la mano derecha: si envuelves el eje con tus dedos en la dirección del giro, tu pulgar apunta en la dirección de *L*.

Ecuación:

$$L = I\omega \tag{6.1}$$

donde I es el momento de inercia y ω es la velocidad angular.

Precesión (Ω_p)

Es el movimiento más característico del efecto giroscópico. Si intentas inclinar el eje de un objeto que gira (aplicando un torque τ), el eje no se moverá en la dirección en la que lo empujas, sino en una dirección perpendicular tanto al torque como al momento angular original.

Ecuación de la velocidad de precesión:

$$\Omega_p = \frac{\tau}{L} = \frac{mgr}{I\omega} \tag{6.2}$$

6.2.2 Estimación de Orientación mediante Filtros Complementarios

El calculo y la obtención del ángulo de inclinación u orientación es fundamental en el control de sistemas dinámicos, como el péndulo invertido. En los sistemas de control, se emplean comúnmente sensores que incluyen acelerómetros y giroscopios. Sin embargo, cada uno de estos sensores presenta limitaciones que impiden su uso de cada uno de ellos de manera independiente, lo cual reduce la eficiencia en un sistemas de control de retroalimentación. A continuación se desglosan cada uno de los componentes y como se tomaron sus respectivas mediadas.

El Acelerómetro y la Medición de Inclinación

El acelerómetro mide la aceleración debida a la gravedad para determinar la orientación con respecto al centro de la Tierra. En condiciones estáticas, el ángulo de inclinación se puede calcular mediante la relación entre los ejes de aceleración (a_x, a_y):

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right) \tag{6.3}$$

El Giroscopio y la Velocidad Angular

El giroscopio mide la velocidad de rotación (grados por segundo). Para obtener el ángulo de inclinación, se debe integrar la medición en el tiempo:

$$\theta = \theta_0 + g_z \Delta t \tag{6.4}$$

Filtro Complementario

El filtro complementario surge como una solución eficiente y de bajo costo computacional para mitigar las deficiencias de ambos sensores. Su función principal es combinar las señales

mediante el uso de un filtro de paso bajo para el acelerómetro y un filtro de paso alto para el giroscopio.

Según Adams (s.f.), el algoritmo combina la estabilidad del acelerómetro a largo plazo con la precisión del giroscopio a corto plazo mediante un promedio ponderado:

$$\text{Ángulo} = W \cdot (\text{Ángulo}_{prev} + \omega \cdot \Delta t) + (1 - W) \cdot \text{Ángulo}_{accel} \tag{6.5}$$

Donde W es un peso (típicamente cercano a 0.99) que permite que el sistema ignore el ruido de alta frecuencia del acelerómetro mientras corrige la deriva del giroscopio utilizando la referencia gravitacional.

6.2.3 Controlador PID

De acuerdo con National Instruments (2025), el algoritmo PID es el controlador más utilizado en la industria debido a su robustez y simplicidad. Su funcionamiento se basa en un mecanismo de retroalimentación que calcula continuamente el valor de un "error" como la diferencia entre una variable de proceso medida y un punto de consigna deseado. El controlador intenta minimizar este error ajustando las entradas de control del sistema a través de la suma de tres parámetros: el proporcional, que determina la reacción al error actual; el integral, que permite eliminar el error de estado estacionario acumulado; y el derivativo, que actúa como un amortiguador al predecir el comportamiento futuro del error basado en su tasa de cambio.

Asimismo, la implementación del controlador requiere una sintonización para equilibrar la velocidad de respuesta con la estabilidad del sistema. Un ajuste excesivo de la ganancia proporcional o integral puede provocar que el sistema se vuelva inestable y oscile, mientras que un excezo en la variable derivativa puede hacer que el sistema sea sensible al ruido de los sensores. Por ello, para garantizar que el controlador PID mantenga el sistema estable, se usan herramientas de simulación y metodos de ajuste es fundamental, permitiendo que el la planta regrese a su estado deseado de forma rápida tras sufrir una perturbación.

A continuación, se presenta la expresión matemática estándar de un controlador PID y la explicación de cada uno de sus componentes.

La Ecuación General del PID

En el dominio del tiempo, la señal de control se define mediante la siguiente ecuación:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \tag{6.6}$$

Análisis de los Componentes

La ecuación representa la suma de tres formas de procesar el error $e(t)$, que es la diferencia entre el valor deseado y el valor medido por los sensores:

1. **Término Proporcional ($K_p e(t)$):** Es el componente principal del control. La salida es simplemente el error multiplicado por una ganancia (K_p). Su función es proporcionar una respuesta inmediata: si el error es grande, la corrección es fuerte. Sin embargo, si se usa solo, el sistema suele presentar un error de estado estacionario porque a medida que el error se hace pequeño, la fuerza de corrección también desaparece.

2. **Término Integral ($K_i \int_0^t e(\tau)d\tau$):** Este término suma (integra) el error a lo largo del tiempo. Su objetivo es eliminar el error residual que el término proporcional no pudo corregir. Incluso si el error es muy pequeño, al sumarse continuamente en el tiempo, la parte integral crecerá lo suficiente para empujar el sistema hasta el punto exacto deseado, logrando que el error final sea cero.

3. **Término Derivativo ($K_d \frac{de(t)}{dt}$):** Este término calcula la velocidad a la que cambia el error (su derivada). Actúa como un "freno"; si el error está disminuyendo muy rápido, la derivada será negativa y restará fuerza a la ecuación. Esto evita que el sistema se pase de largo (overshoot) y reduce las oscilaciones, permitiendo una estabilidad mucho más suave.

6.2.4 Microcontrolador ESP32

El ESP32 representa una evolución significativa respecto a arquitecturas anteriores (como el PSoC o Arduino), ofreciendo una infraestructura diseñada para el procesamiento paralelo y el control de precisión.

Arquitectura Xtensa Dual-Core de 32 bits

A diferencia de los microcontroladores de un solo núcleo, el ESP32 integra dos núcleos de procesamiento (denominados Protocol CPU y App CPU) que pueden operar de forma independiente hasta a 240 MHz.

Sensor de Movimiento Integral (MPU9250)

El MPU9250 es un dispositivo de seguimiento de movimiento de 9 ejes (9-DOF) que combina dos chips en un solo paquete: un acelerómetro y giroscopio de 3 ejes (MPU6500) y un magnetómetro de 3 ejes (AK8963). Esta integración lo convierte en un sistema MARG (Magnetic, Angular Rate, and Gravity), ideal para aplicaciones de navegación y equilibrio (InvenSense, 2016).

6.3 Marco Legal

El desarrollo del presente proyecto de investigación se encuentra enmarcado bajo normatividades nacionales e internacionales que regulan tanto el diseño mecánico como la implementación de sistemas electrónicos de control. A continuación, se detallan las normas que intervienen en la ejecución de la plataforma de estabilización:

Normativa de Control y Programación

IEC 61131-3: Esta norma internacional es el estándar para la programación de controladores industriales. Se aplica a los controladores programables y sus periféricos asociados, tales como herramientas de programación, depuración e interfaces hombre-máquina (HMI).

Normativa de Representación Gráfica y Diseño Mecánico

NTC 1580 (Dibujo Técnico. Escalas): Esta norma establece las escalas y su designación para uso en dibujos técnicos en cualquier rama de la ingeniería.

NTC 1832 (Representación Convencional de Engranajes): Establece las reglas para la representación de la parte dentada de los engranajes.

NTC 2529 (Tolerancias Geométricas): Proporciona las guías para la verificación de tolerancias de forma, orientación, posición y desarrollo.

Normativa de Seguridad en Baterías y Sistemas de Potencia

IEC 62133-2: Es el estándar internacional para celdas y baterías de litio recargables.

NTC 2054 (Material de Transporte. Bicicletas): Define los requisitos de seguridad y métodos de ensayo para bicicletas.

Estándares de Ingeniería de Control y Software

IEEE Std 1016-2009: Proporciona los lineamientos para la documentación de diseño de software.

7. Actividades realizadas durante la pasantía

7.1 Obtención de criterios de diseño

Como parte fundamental del proceso de diseño, se realizó un análisis exhaustivo de los proyectos y desarrollos previos en el área de estabilización de bicicletas mediante sistemas giroscópicos, los cuales fueron presentados en el Capítulo 6 (Marco de Referencia). Este análisis permitió identificar las principales estrategias de control, configuraciones mecánicas y actuadores empleados en la literatura especializada, con el fin de establecer los criterios de diseño más adecuados para el presente proyecto.

Decisión de Diseño

Con base en el análisis de los proyectos revisados, se decidió tomar como punto de partida la configuración de CMG (Giroscopio de Control de Momento) por las siguientes razones:

1. **Operación a velocidad cero:** A diferencia de los sistemas que controlan el manubrio, el CMG permite la estabilización en reposo, cumpliendo con el objetivo del proyecto.
2. **Validación experimental documentada:** Proyectos como el de Kalouche (2014) y Tamayo (2018) han demostrado la viabilidad técnica de esta configuración.
3. **Simplicidad conceptual:** El efecto giroscópico es predecible y permite un modelado matemático claro, facilitando el diseño del controlador.
4. **Control mediante PID:** Se optó por un controlador PID en lugar de técnicas avanzadas (ADRC, SMC) debido a su facilidad de sintonización, menor costo computacional, y suficiente efectividad para el objetivo de corto periodo de estabilización planteado.

Esta decisión condujo al desarrollo de dos prototipos mecánicos iterativos, cuyo diseño y construcción se detallan en las secciones subsiguientes.

7.2 Análisis del modelo matemático del sistema y Diseño tridimensional (3D)

Definición de Parámetros y Nomenclatura

Definimos los componentes del sistema de la siguiente manera:

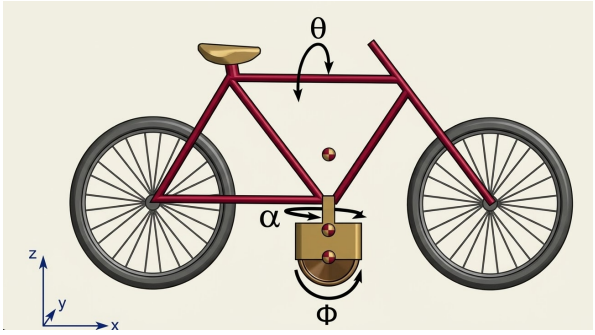


Figura 7.1: Diagrama de Cuerpo Libre para el análisis de inercia del sistema

- **Bicicleta (b):** Estructura principal que deseamos equilibrar.
- **Gimbal (g):** Marco o soporte motorizado que inclina el giróscopo (eje de precesión).
- **Flywheel (f):** Disco de inercia que gira a alta velocidad constante Ω.

Parámetro	Descripción
$\theta, \dot{\theta}$	Ángulo de inclinación de la bicicleta y su velocidad angular.
$\alpha, \dot{\alpha}$	Ángulo de precesión del gimbal y su velocidad angular.
m_b, m_g, m_f	Masas de la bicicleta, el gimbal y el flywheel.
h_b, h_g, h_f	Altura de los centros de masa desde el punto de contacto con el suelo.
I_b, I_g, I_f	Momentos de inercia de cada componente respecto a sus ejes principales.
$H = I_{fy}\Omega$	Momento angular neto del flywheel.

Tabla 7.1: Parámetros del sistema dinámico

Energías del Sistema

Energía Cinética Total (T): Sumamos las contribuciones de rotación y traslación (usando el Teorema de Steiner para referenciar todo al suelo):

$$T = \underbrace{\frac{1}{2}(I_b + m_b h_b^2)\dot{\theta}^2}_{T_{Bike}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_{gz}\dot{\alpha}^2}_{T_{Gimbal}} + \underbrace{\frac{1}{2}[m_f h_f^2 \dot{\theta}^2 + I_{fx}\dot{\theta}^2 \cos^2\alpha + I_{fy}(\Omega + \dot{\theta}\sin\alpha)^2 + I_{fz}\dot{\alpha}^2]}_{T_{Flywheel}} \tag{7.1}$$

Energía Potencial Total (V): Considerando la gravedad para un péndulo invertido:

$$V = (m_b h_b + m_g h_g + m_f h_f) g \cos\theta \tag{7.2}$$

El Lagrangiano (L)

$$L = T - V \tag{7.3}$$

Para simplificar el análisis de control, definimos las constantes globales:

- $J_{eq} = I_b + m_b h_b^2 + m_f h_f^2$ (Inercia efectiva de balanceo). Se asume que I_{fx} y la inercia traslacional del gimbal son despreciables respecto a la estructura principal al linealizar para ángulos pequeños ($\cos^2 \alpha \approx 1$).
- $M_{eq} L_{eq} = m_b h_b + m_g h_g + m_f h_f$ (Momento estático total).
- $I_\alpha = I_{gz} + I_{fz}$ (Inercia total del eje de precesión).

Ecuaciones de Movimiento (Euler-Lagrange)

Aplicando $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i$:

Para la inclinación θ:

$$\frac{d}{dt}(J_{eq}\dot{\theta} + I_{fy}(\Omega + \dot{\theta}\sin\alpha)\sin\alpha) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \tag{7.4}$$

Linealizando cerca de $\theta \approx 0$ y $\alpha \approx 0$, y asumiendo Ω constante y muy grande:

$$J_{eq}\ddot{\theta} - (M_{eq} L_{eq} g)\theta + H\dot{\alpha} = 0 \tag{7.5}$$

Para la precesión α:

$$\frac{d}{dt}(I_\alpha \dot{\alpha}) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \tau_\alpha \tag{7.6}$$

Linealizando (donde el término dominante es el acoplamiento giroscópico):

$$I_\alpha \ddot{\alpha} - H\dot{\theta} = \tau_\alpha \tag{7.7}$$

Representación en Espacio de Estados Final

El modelo linealizado que se utiliza para programar el controlador es:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M_{eq} L_{eq} g}{J_{eq}} & 0 & 0 & -\frac{H}{J_{eq}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{H}{I_\alpha} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{I_\alpha} \end{bmatrix} \tau_\alpha \tag{7.8}$$

Función de Transferencia $G(s)$ - Modelo Completo (Entrada: Torque)

Al aplicar la Transformada de Laplace y resolver para $\frac{\Theta(s)}{T_\alpha(s)}$, obtenemos una expresión de cuarto orden que relaciona la entrada de torque de precesión con el ángulo de inclinación. Dado que el sistema tiene un polo en el origen factorizable, la función se reduce a tercer orden:

$$G(s) = \frac{-H}{J_{eq} I_\alpha s^3 + (H^2 - M_{eq} L_{eq} g I_\alpha) s} \tag{7.9}$$

Reducción por Control Cinemático (Actuador Servomotor)

El modelo completo de las ecuaciones de movimiento asume que la entrada de control es el torque directo aplicado al gimbal (τ_α). Sin embargo, la arquitectura de hardware de este sistema emplea un servomotor, el cual posee un lazo de control de posición interno que compensa su propia inercia (I_α) y fricción para alcanzar un ángulo comandado.

Por lo tanto, se adopta un enfoque de **control cinemático** donde la variable manipulada es directamente la posición (o velocidad) del gimbal (α). Esto permite desacoplar la dinámica del actuador y centrarnos exclusivamente en la ecuación de inclinación de la bicicleta:

$$J_{eq}\ddot{\theta} - (M_{eq} L_{eq} g)\theta + H\dot{\alpha} = 0 \tag{7.10}$$

Representación en Espacio de Estados Reducida

Bajo el enfoque cinemático, considerando $\dot{\alpha}$ como la entrada del sistema ($u = \dot{\alpha}$), los estados se reducen a la inclinación y su derivada ($x = [\theta, \dot{\theta}]^T$). El modelo linealizado en el espacio de estados es:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{M_{eq} L_{eq} g}{J_{eq}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{H}{J_{eq}} \end{bmatrix} \dot{\alpha} \tag{7.11}$$

Función de Transferencia Reducida $G(s)$ - Modelo Cinemático (Entrada: Posición)

Para el diseño del controlador clásico, es necesario relacionar el ángulo de precesión ordenado al servomotor (α) con el ángulo de inclinación resultante (θ). Reorganizando la ecuación de inclinación:

$$J_{eq}\ddot{\theta} - M_{eq} L_{eq} g \theta = -H\dot{\alpha} \tag{7.12}$$

Aplicando la Transformada de Laplace asumiendo condiciones iniciales nulas, obtenemos:

$$(J_{eq}s^2 - M_{eq}L_{eq}g)\Theta(s) = -Hs\alpha(s) \tag{7.13}$$

Despejando para encontrar $G(s) = \frac{\Theta(s)}{\alpha(s)}$, se obtiene la función de transferencia de segundo orden que rige el sistema:

$$G(s) = \frac{-Hs}{J_{eq}s^2 - M_{eq}L_{eq}g} \tag{7.14}$$

El término s en el numerador refleja que el par giroscópico restaurador depende exclusivamente de la velocidad de cambio de la posición del gimbal ($\dot{\alpha}$), validando el principio físico del CMG. Esta es la función de transferencia que se utiliza para la implementación del control en el sistema real, como se detalla en la Fase 5 de validación.

7.3 Diseño y construcción del volante de inercia

Prototipo Inicial - Volante de 2 kg

Para el primer prototipo se decidió usar una bicicleta tipo carreras, tomando en cuenta sus dimensiones originales. Se realizó un análisis preliminar y se determinó que como primera aproximación al comportamiento de la planta se podría adecuar un soporte vertical en el cual se montaría un motor encargado de mover un volante de inercia con un peso aproximado de 2 kilogramos.

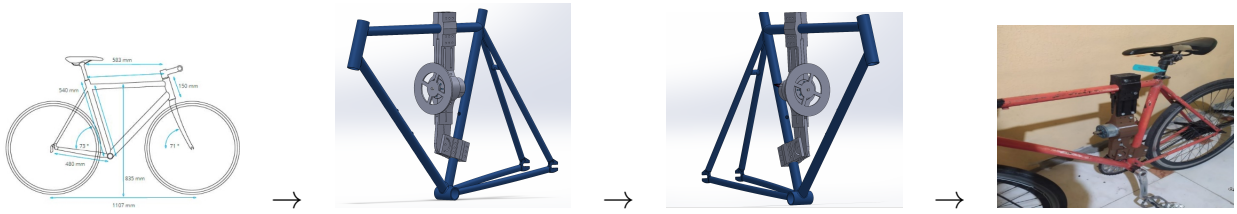


Figura 7.2: Secuencia del proceso de diseño del primer prototipo de volante de inercia (Diseño 3D e implementación)

Para este modelo inicial se lograron identificar varias falencias significativas:

- **Torque insuficiente:** El peso del volante (2 kg) y las dimensiones de la bicicleta no generaban el torque giroscópico necesario para lograr el control o la estabilidad deseada.
- **Centro de gravedad inadecuado:** Al ubicar el volante de inercia en posición vertical lateral, el centro de gravedad del sistema se veía afectado negativamente, interfiriendo con la estabilidad natural de la bicicleta.

- **Control complejo:** El diseño requería un controlador muy robusto capaz de gestionar movimientos bruscos únicamente mediante el cambio de sentido de giro del motor, lo cual resultaba poco práctico.

Esta primera prueba fue indispensable para identificar los parámetros críticos del diseño y condujo a una reconfiguración completa del sistema.

Prototipo Mejorado - Volante tipo Anillo de Acero

A partir de los resultados obtenidos en la primera planta, se optó por construir un segundo modelo cuyo diseño se caracterizó por ubicar el volante en la parte superior de la bicicleta. Este diseño, a diferencia del anterior, acoplaba el movimiento de giro del volante a través de un motor DC que giraba en un solo sentido a velocidad constante.

Como se observa en la figura 7.2, el motor DC está acoplado directamente al volante de inercia a través de su eje. La intención en esta segunda etapa fue verificar el cambio del comportamiento de la estabilidad de la bicicleta al emplear un volante de mayor peso y momento de inercia. El nuevo volante, a diferencia del anterior, su diseño y material (acero) están optimizados para maximizar el momento de inercia.

Diseño Optimizado del Volante

Este nuevo diseño está pensado para que el sistema pueda aprovechar al máximo el momento de inercia generado. Su configuración se compone de un volante tipo anillo con las siguientes características:

- **Anillo exterior de mayor masa:** Concentra la mayor parte del peso en el perímetro exterior, maximizando el momento de inercia según la relación $I = mr^2$.
- **Anillo interior de menor grosor:** Reduce el peso innecesario cerca del eje de rotación, donde su contribución al momento de inercia es mínima.
- **Material de acero:** Proporciona la densidad necesaria para lograr una alta masa en un volumen compacto (densidad: 7850 kg/m³).

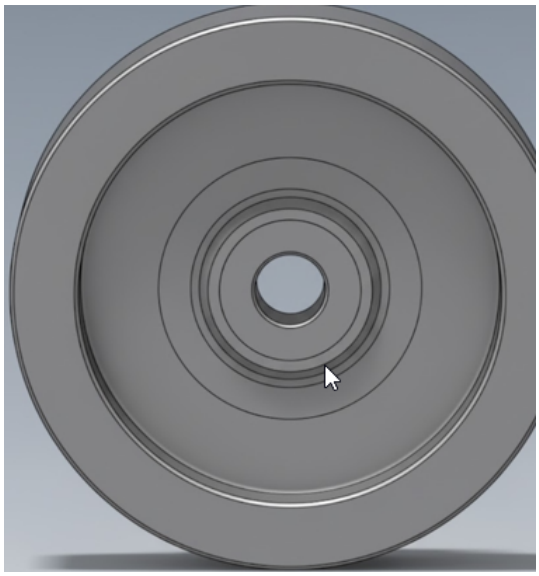


Figura 7.3: Diseño CAD del volante tipo anillo - Vista isométrica

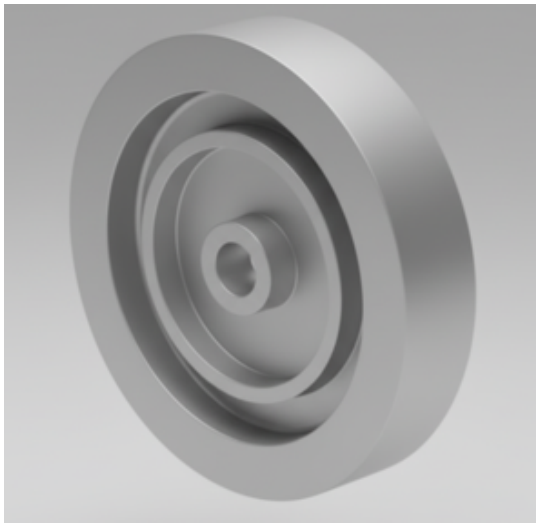


Figura 7.4: Diseño CAD del volante tipo anillo - Corte transversal

Ventajas del Diseño tipo Anillo

Este diseño permite:

- **Mayor Momento Angular ($L = I\omega$):** El momento angular es la cantidad de rotación almacenada y el factor fundamental para la estabilidad, proporcionando mayor resistencia del volante a ser inclinado o perturbado.

- **Mayor Torque Giroscópico de Estabilización:** Esto significa que puede contrarrestar fuerzas externas (como un viento lateral o una inclinación rápida) con mayor eficacia, logrando una estabilidad más robusta.
- **Mayor Almacenamiento de Energía Cinética:** Esto le da al sistema una mayor reserva de energía para mantener la velocidad durante los picos de demanda de torque de corrección.

Cálculo del Momento de Inercia

Con este nuevo diseño del volante de inercia es indispensable calcular con precisión el momento de inercia generado. Para ello, se realizó un análisis geométrico considerando el volante como un sistema de anillos concéntricos.

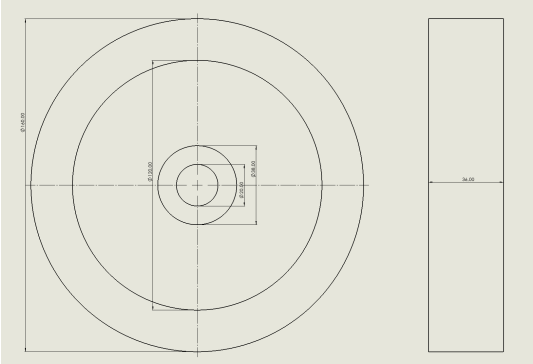


Figura 7.5: Cálculo del momento de inercia del volante - Dimensiones y parámetros



Figura 7.6: Cálculo del momento de inercia del volante - Resultado numérico

Nota: Los cálculos detallados del momento de inercia del volante tipo anillo, considerando su geometría y distribución de masa, se presentan en las figuras anteriores. El resultado obtenido para el momento de inercia del volante es $I_{fy} \approx 0{,}0135$ kg·m². Al girar a 3000 RPM (equivalente a $\Omega = 314{,}16$ rad/s), el volante genera un momento angular de:

$$H = I_{fy} \times \Omega = 0{,}0135 \times 314{,}16 \approx 4{,}24 \text{ kg·m}^2/\text{s} \tag{7.15}$$

Este parámetro es fundamental ya que de él depende directamente la magnitud del torque giroscópico generado al aplicar la precesión (inclinación del eje de giro), lo cual constituye el principio de funcionamiento del sistema de control de estabilidad.

Cálculo de la masa del volante de inercia

Para el dimensionamiento y construcción del volante de inercia, se realizaron los cálculos de masa basados en su geometría volumétrica y la densidad del material empleado (acero).

Datos geométricos del volante

- **Diámetro exterior (D_e):** $160\,mm = 0{,}16\,m$
- **Radio exterior (R_e):** $R_e = \frac{D_e}{2} = 0{,}08\,m$
- **Diámetro del rebaje interior (D_i):** $120\,mm = 0{,}12\,m$
- **Radio del rebaje interior (R_i):** $R_i = \frac{D_i}{2} = 0{,}06\,m$
- **Espesor total del volante (h):** $36\,mm = 0{,}036\,m$
- **Profundidad del rebaje (h_r):** $20\,mm = 0{,}02\,m$
- **Diámetro del agujero central (D_a):** $20\,mm = 0{,}02\,m$
- **Radio del agujero (R_a):** $0{,}01\,m$
- **Densidad del acero (ρ):** $7850\,kg/m^3$

Cálculo del volumen

El volumen de un cilindro se define como:

$$V = \pi r^2 h \tag{7.16}$$

Volumen del disco exterior (V_1):

$$V_1 = \pi R_e^2 h = \pi(0{,}08)^2(0{,}036) \approx 7{,}24 \times 10^{-4}\,m^3 \tag{7.17}$$

Volumen del rebaje interior (V_2): El rebaje corresponde a un cilindro que se resta del volumen total.

$$V_2 = \pi R_i^2 h_r = \pi(0{,}06)^2(0{,}02) \approx 2{,}26 \times 10^{-4}\, m^3 \tag{7.18}$$

Volumen del agujero central (V_3):

$$V_3 = \pi R_a^2 h = \pi(0{,}01)^2(0{,}036) \approx 1{,}13 \times 10^{-5}\, m^3 \tag{7.19}$$

Volumen total y masa del volante

El volumen total se obtiene restando los vaciados del volumen total del disco:

$$V_t = V_1 - V_2 - V_3 \tag{7.20}$$

$$V_t = 7{,}24 \times 10^{-4} - 2{,}26 \times 10^{-4} - 1{,}13 \times 10^{-5} = 4{,}87 \times 10^{-4}\, m^3 \tag{7.21}$$

La masa se calcula mediante la densidad:

$$m = \rho V_t \tag{7.22}$$

$$m = 7850 \times 4{,}87 \times 10^{-4} \approx 3{,}8\, kg \tag{7.23}$$

Resultado final: La masa aproximada del volante de inercia fabricado en acero es de $3{,}8\, kg$.

7.4 Mecanizado y ensamble de la planta física

En esta segunda etapa se realizó un diseño mecánico el cual permite acoplar directamente la bicicleta a la estructura que asegura el volante y motor. En esta etapa la estructura inicialmente se instala en la parte superior de la bicicleta, adicionalmente la estructura acopla directamente el motor de tracción del volante.

Por otra parte esta estructura es la que directamente se encargó de realizar el movimiento de todo el conjunto, esto se logró a través de un eje de dirección vertical con rodamientos, tipo chumacera, este instalado directamente sobre el marco de la bicicleta, manteniendo las mismas dimensiones estructurales iniciales de la bicicleta y solo se modifica su centro de masa para así estabilizar la bicicleta de una mejor manera , con ello se logra identificar un mejor desempeño en la planta.

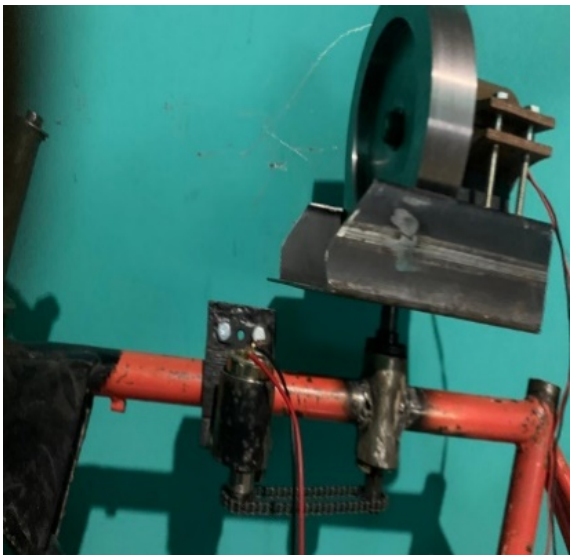


Figura 7.7: Sistema de eje vertical con rodamientos tipo chumacera

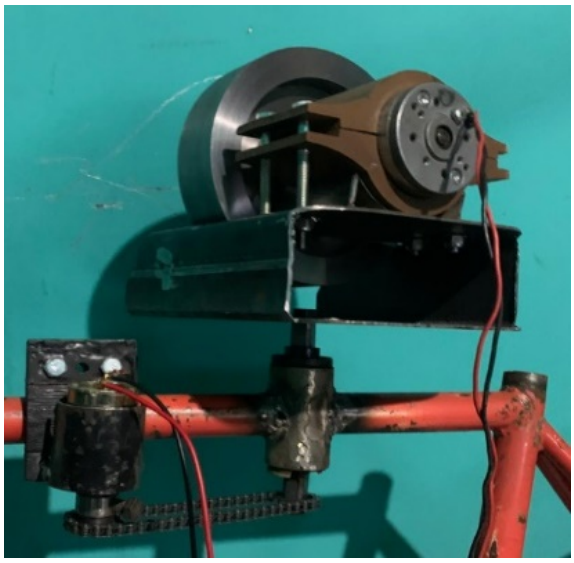


Figura 7.8: Sistema de piñón y cadena para control de dirección

Para esta etapa tambien fue incluido un motor reductor, el cual cumple como función principal controlar la dirección de la estructura motor- volante , este cambia el sentido de girto de la estructura a través de un piñón ubicado en el eje del motor de control y otro en el eje de dirección instalado, estos dos se comunican entre si por medio de una cadena, que transmite el movimiento del motor reductor al eje de dirección.

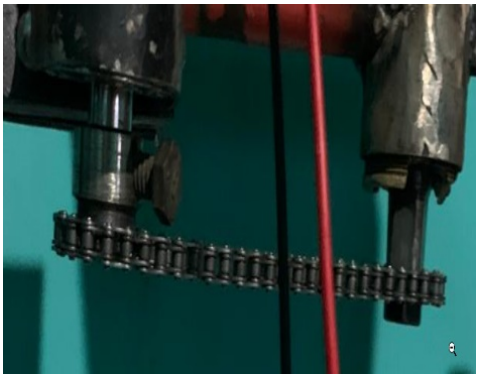


Figura 7.9: Mecanismo tipo polea con correa de arrastre

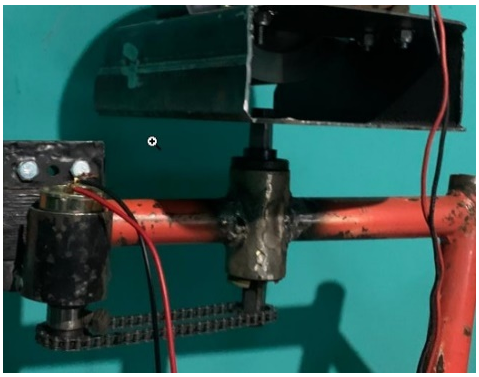


Figura 7.10: Mecanismo tipo polea con correa de arrastre

En esta etapa del proyecto se realizan varias modificaciones significativas ya que el mecanismo implementado para la dirección, carecía de las condiciones necesarias para poder ejercer el movimiento a todo el conjunto, a partir de ello se realizó el cambio del mecanismo por un mecanismo tipo polea en el cual se realizó el cambio de los piñones y se remplazó la cadena por una correa de arrastre.

Control sistema de dirección

A partir de esta, comenzaron los primeros pasos para controlar la dirección de la estructura motor-volante, para ello se realizó un control de dirección del motor por medio de un controlador PSoC y un driver BTS7960, en esta prueba el controlador de potencia en conjunto con micro controlador PSoC, tuvieron un comportamiento bastante aceptable de la misma manera que el conjunto piñón polea a través de la correa.

Para esta etapa inicialmente se realizaron pruebas para verificar el funcionamiento del control de giro cuando el volante estaba en movimiento, esta se realizó con las siguientes condiciones:

- Control de giro mediante PWM con el microcontrolador PSoC.
- Motor de volante con velocidad constante.
- Alimentación directa al sistema con una fuente de alimentación de 12 a 24 voltios variables.

Para esta prueba se obtuvieron los siguientes resultados: Se evidenció una carencia de agarre en el sistema piñón-correa. El peso y la fuerza ejercida por la estructura resultaron ser superiores a la capacidad de arrastre de la polea y la correa acopladas al motor. Al realizar cambios bruscos en la dirección del motor de control, la correa patinaba, perdía sujeción y no generaba la fuerza de arrastre necesaria para mover la estructura del anclaje del motor.

Estos resultados nos obligaron al realizar un cambio en el diseño del sistema de rotación del conjunto de motor polea. Además de implementar un nuevo sistema que permita facilitar el cambio de sentido de la estructura.

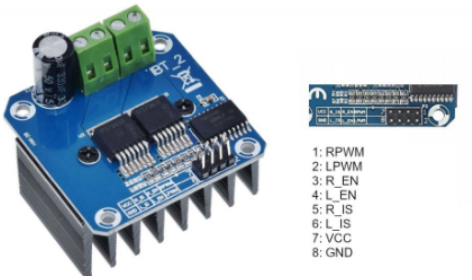


Figura 7.11: Problemas identificados en el sistema de transmisión

En este diseño se realizaron cambios tanto en la estructura de soporte motor como en la versión de la bicicleta; para esta versión de la bicicleta se redujo el tamaño para lograr establecer la planta más estable, su diseño acopla una estructura de base motor más reducida y más liviana, logrando así un menor esfuerzo en el motor que cambia de dirección en la estructura motor.



Figura 7.12: Bicicleta de tamaño reducido con nueva estructura

Por otra parte el diseño redujo pérdidas de energía en la transmisión de potencia, ya que en esta etapa se remplazó el sistema de polea y el motor reductor por un servomotor que se acopla directamente al eje vertical, este permitió mejorar la eficiencia de la planta al mover la estructura.

A continuación se logró poner a prueba el cambio de giro del motor de una manera más eficiente y con ello continuar con la siguiente etapa del proyecto la cual constaba en sensar la posición exacta de la bicicleta.

7.5 Implementación del sistema de comunicación

Sensado de la posición de la bicicleta

Para verificar la posición de la bicicleta se pusieron a prueba dos sensores tipo acelerómetro:

MMA7361

Inicialmente, se incorporó a la planta el sensor MMA7361, con el cual se realizaron las primeras mediciones de la inclinación en el eje Z. Estas mediciones permitieron determinar la posición inicial del sistema y, a partir de dicha referencia, implementar el sistema de control encargado de mantener la estabilidad de la planta, estos datos a su vez fueron adquiridos e interpretados mediante el microcontrolador PSoC 5 LP. No obstante gracias a la incorporación de estos dos elementos, fue posible llevar a cabo las primeras pruebas del control de movimiento de la estructura volante–motor.

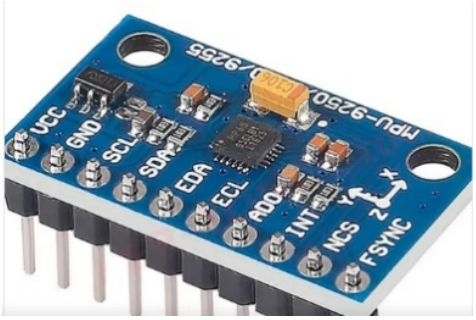


Figura 7.13: Sensor analógico MMA7361

Como se mencionaba anteriormente en el documento la señal generada por el MMA7361 es una señal análoga, que fue procesada a través del módulo de conversión analográfica-digital (ADC) del microcontrolador, y posterior interpretada y tratada por este mismo para obtener la información del ángulo de la planta.

A partir de la información del ángulo se realizaron las pruebas iniciales donde se determinó que el sensor analógico presentaba una alta susceptibilidad al ruido, ya que se filtraban múltiples señales parásitas que eran interpretadas erróneamente por el sistema como variaciones reales de inclinación. Este comportamiento afectaba directamente la eficiencia del control, generando respuestas imprecisas e inestable en la planta.

Como primera estrategia para mitigar este problema, se implementaron filtros digitales con el objetivo de atenuar las señales parásitas y permitir que el sistema trabajara únicamente con la señal útil proveniente del sensor. Esta etapa de filtrado mejoró considerablemente la eficiencia del microcontrolador en la lectura de los datos. Sin embargo, a pesar de esta mejora, el sistema continuó presentando un comportamiento inestable durante su operación.

Tras realizar un análisis más detallado del sistema y llevar a cabo nuevas pruebas experimentales, se concluyó que la principal fuente del problema era el uso de un sensor analógico. Por esta razón, se decidió reemplazarlo por un sensor digital, el cual transmite la información mediante comunicación I²C directamente al microcontrolador. Esta modificación permitió reducir significativamente la influencia del ruido y mejorar la confiabilidad de las mediciones, contribuyendo a un desempeño más estable del sistema de control.

MPU9250

Para esta etapa del proyecto se implementó el sensor digital MPU9250, el cual integra un acelerómetro y un giroscopio en los tres ejes (x,y,z), permitiendo la medición de aceleraciones lineales y velocidades angulares en los tres ejes. A través de la información proporcionada por estos sensores, es posible estimar la orientación y la inclinación de la bicicleta.



Photo by ElectroPeak

Figura 7.14: Sensor digital MPU9250

Como se mencionaba anteriormente El MPU9250 y el microcontrolador, realizan e intercambian información mediante el protocolo I²C, lo cual permite una transmisión digital de los datos, reduciendo significativamente la susceptibilidad al ruido eléctrico en comparación con el sensor MMA7361. Al realizar la lectura de datos de manera digital mejora considerable en la calidad y estabilidad de las mediciones utilizadas por el controlador.

A continuación en la figuras 7.15, se realiza una comparación de la adquisición de la señal de ángulo con los dos sensores, en la cual se puede apreciar la diferencia entre la calidad de las dos señales, además de observar el comportamiento de la señal antes de aplicar el filtro y posteriormente a aplicar el filtro.



Figura 7.15: Comparación de señales MMA7361 vs MPU9250 - sin filtro

A partir del análisis anterior y como revelan las gráficas de la señal de ángulo, la calidad de la señal emitida por el sensor digital es mucho más limpia y presenta una mejor condición para que el microcontrolador pueda interpretarla de una mejor manera. Sin embargo, con la implementación de este sensor, se logró identificar que gran parte del ruido presente en las mediciones no provenía del sistema de adquisición ni de la comunicación digital, sino de las vibraciones mecánicas generadas por el volante de inercia durante su operación. Dichas vibraciones afectaban principalmente las lecturas del acelerómetro, introduciendo componentes de alta frecuencia que interferían con la estimación precisa de la inclinación del sistema.

Con el fin de mitigar estos efectos, se implementó nuevamente un filtro digital orientado a atenuar las señales parásitas generadas por las vibraciones mecánicas de la planta. Sin embar-

go, se observó que las vibraciones constantes producidas durante el movimiento del volante de inercia generaban un margen de error significativo en las mediciones, lo que continuaba afectando la estimación del ángulo proporcionada por el sensor. Debido a esto, se determinó la necesidad de realizar una modificación mecánica en la planta, que a su vez se orienta a minimizar al máximo las vibraciones transmitidas por el volante de inercia hacia la estructura y, en consecuencia, hacia el sistema de sensado.

7.6 Implementación del sistema de control

Con base en los resultados obtenidos en el apartado 7.4, y ante la necesidad de implementar un sistema de control eficiente, se determinó en una primera instancia realizar diversas modificaciones en la planta física. Esto se debe a que el desempeño del sistema de control depende en gran medida de que la planta se encuentre en condiciones óptimas de operación. En consecuencia, a continuación, se describen las modificaciones necesarias implementadas, con el objetivo de garantizar un funcionamiento adecuado y estable del sistema.

Modificaciones estructurales

Tal como se mencionó anteriormente en el apartado 7.3, se realizaron diversas modificaciones en el diseño mecánico de la planta. No obstante, durante la etapa de pruebas experimentales se identificó que, desde el punto de vista estructural, la planta presentaba una transmisión significativa de vibraciones mecánicas, las cuales afectaban directamente el desempeño del sistema de sensado y contribuían a un comportamiento inestable del sistema de control.

Con el objetivo de abordar esta problemática, se llevó a cabo un análisis estructural de carácter experimental y de observación, basado en la inspección visual del sistema durante su operación, así como en la evaluación del comportamiento dinámico de la planta ante diferentes condiciones de funcionamiento. Este análisis permitió identificar los componentes mecánicos y los puntos críticos de la estructura que presentaban mayor susceptibilidad a vibraciones y deformaciones, afectando la estabilidad general del sistema.

A partir del análisis se revelaron y se determinó que los principales puntos de inestabilidad se encontraban en las zonas de sujeción y los puntos de acople de la estructura de dirección y la estructura de motor - volante con el marco de la bicicleta. Como se hace mención en el apartado 7.3 dicho acople se realiza mediante un rodamiento tipo chumacera, en cuyo eje de rotación se fijaban tanto la estructura motor de dirección, como la estructura motor - volante. Sin embargo, se evidenció que estos componentes no contaban con una base de sujeción suficientemente robusta, lo que facilitaba la transmisión y amplificación de las vibraciones generadas durante el giro del volante.

Debido a esto, las vibraciones producidas por el movimiento del volante de inercia se propagaban fácilmente hacia el resto de la estructura, afectando tanto la estabilidad mecánica de la planta como la calidad de las mediciones obtenidas por el sistema de sensado.

A partir de la identificación de estos puntos críticos, se procedió a realizar modificaciones en

la estructura mecánica utilizando el software de diseño SolidWorks. En esta etapa se plantearon nuevos planos estructurales y se realizaron ajustes en el diseño del soporte del conjunto motor–volante, con el objetivo de mejorar la rigidez estructural y aumentar el número de puntos de sujeción.

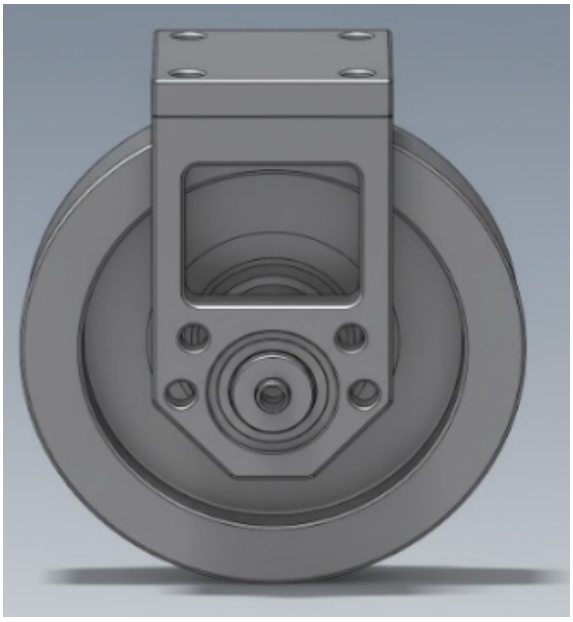


Figura 7.16: Nuevo diseño estructural del soporte del conjunto motor-volante

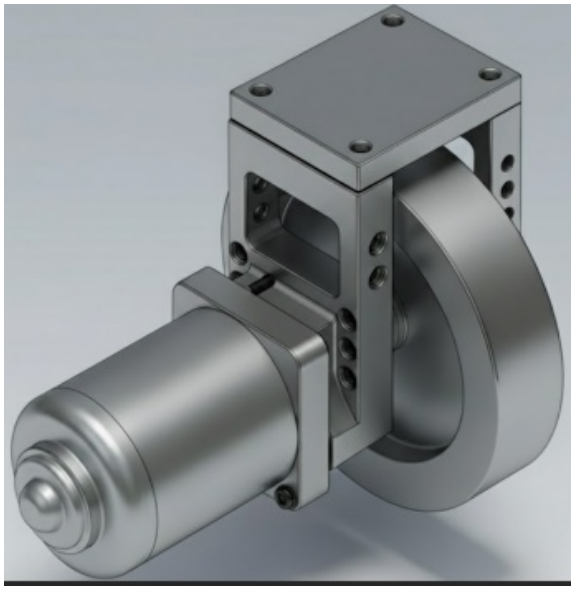


Figura 7.17: Nuevo diseño estructural del soporte del conjunto motor-volante

En la figura anteriror se presentan los resultados del nuevo diseño estructural, en el cual se observa que el soporte del conjunto motor–volante se vuelve más compacto y ligero. Este diseño incorpora tres soportes estructurales que se anclan entre sí mediante múltiples puntos de fijación, conformando una estructura más robusta y rígida. Adicionalmente, se mejoró un eje solidario del volante de inercia, el cual se encuentra acoplado mediante un sistema de cuña con pinado y tornillo tipo prisionero, evitando el desplazamiento del eje con respecto al volante durante la operación.

Por otra parte, la nueva estructura fue diseñada considerando la facilidad de ensamble y desensamble, lo que permite un mantenimiento más eficiente tanto de los rodamientos del eje como del motor. En conjunto, estas modificaciones estructurales permiten reducir de manera significativa las vibraciones transmitidas a la planta, contribuyendo a un comportamiento más estable del sistema y a una mejora en la calidad de las señales adquiridas por los sensores.

Adquisición de datos y tratamiento de la señal

Como se mencionó anteriormente, en una etapa inicial la adquisición de la señal de inclinación se realizaba mediante el sensor analógico MMA7361. Sin embargo, debido a limitaciones en la eficiencia y confiabilidad de la adquisición de la señal, se decidió migrar hacia el

uso del sensor digital MPU9250. Este sensor proporciona la información en formato digital, lo que permitió mejorar la calidad de los datos adquiridos y facilitar su procesamiento por parte del microcontrolador PSoC 5 LP.

Dado que el MPU9250 transmite la información mediante el protocolo de comunicación I²C, fue necesario incorporar en la programación del microcontrolador el correspondiente bloque de comunicación I²C (ver Figura 7.18), el cual, en sincronía con el sensor, permitía la recepción de los datos asociados al ángulo de inclinación de la bicicleta. En esta etapa se garantizó una correcta adquisición e interpretación de la señal digital proveniente del sistema de sensado.

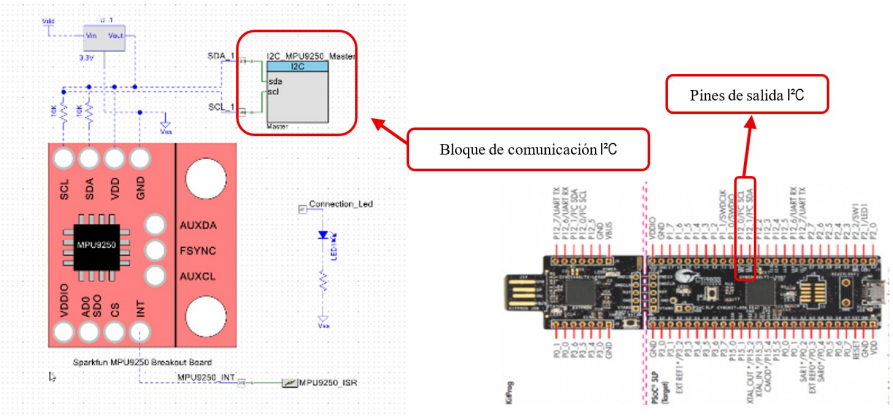


Figura 7.18: Diagrama de bloques de comunicación I²C en PSoC

Adicionalmente, con el propósito de visualizar y analizar los datos adquiridos, se implementó un bloque de comunicación RS-232, mediante el cual se enviaban los valores de inclinación al computador. Esto permitió graficar y verificar el comportamiento de la señal del sensor, asegurando que los datos recibidos correspondieran adecuadamente a las variaciones reales de la inclinación de la bicicleta.

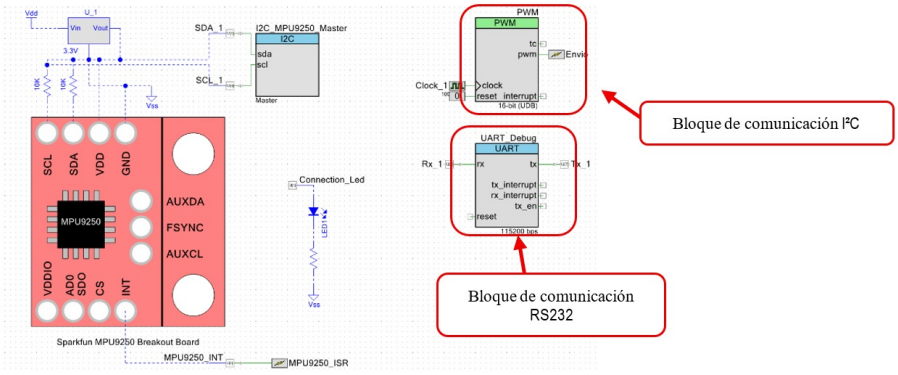


Figura 7.19: Diagrama de bloques de comunicación RS-232

Una vez verificada la correcta adquisición e interpretación de la señal del sensor, los valores

fueron utilizados para el cálculo de las señales de salida destinadas al actuador del sistema, el cual corresponde al motor de dirección del conjunto volante–motor. Las señales de control generadas fueron entregadas a través de uno de los bloques de salida PWM del microcontrolador, lo que permitió regular de manera adecuada la señal de control y, en consecuencia, obtener un manejo más preciso de la corriente aplicada al actuador.

Sistema de dirección y actuador

El primer actuador incorporado en la planta fue un motor reductor, el cual se acoplaba en su eje un piñón, que a su vez transmitía el movimiento por medio de una cadenilla hacia un segundo piñón acoplado a una estructura tipo chumacera. Esta estructura hacía parte del conjunto del sistema de dirección que soporta el mecanismo motor–volante (ver Figura 7.8).

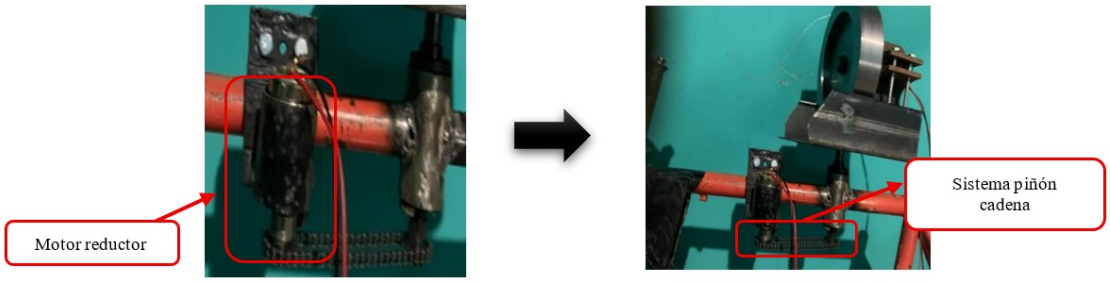


Figura 7.20: Diseño del soporte en L para el servomotor

A partir de la señal emitida por el microcontrolador, al accionar el motor reductor, se evidenció un comportamiento limitado y poco eficiente del sistema. En particular, el tiempo de respuesta ante la inversión del sentido de giro resultaba demasiado lento para los requerimientos del control, lo que afectaba negativamente la capacidad de estabilización de la planta. Durante esta etapa el sistema de transmisión mediante cadenilla fue reemplazado por un sistema de polea–correa, en un intento por mejorar el desempeño mecánico del actuador.

Sin embargo, tanto el sistema de transmisión por cadenilla como el sistema de polea–correa presentaron dificultades similares, ya que en ambos casos se perdía la correcta sujeción entre la transmisión mecánica y el eje giratorio, lo que ocasionaba deslizamientos y reducía la precisión del control.

En contraste a esta limitaciones evidenciadas, se determinó la necesidad de reemplazar el motor reductor por un servomotor, el cual ofrecía una mejor respuesta dinámica, mayor precisión en el control de posición y una integración más adecuada con el sistema de control implementado.

Para lograr implementar el servomotor, fue necesario diseñar un soporte para el servomotor, en forma de L con un ajuste de distancia con respecto al marco de la bicicleta, a su vez el

soporte se asegura a la base del marco de la bicicleta. Además estar acoplado a un soporte en el cual se asegura el eje del servomotor al mismo tiempo alinea el centro del eje de la chumacera y el servomotor. A continuación, en las figuras 7.20 y 7.21 se ilustra el diseño y cada uno de los componentes los cuales hacen parte del sistema de dirección y acople del servomotor.

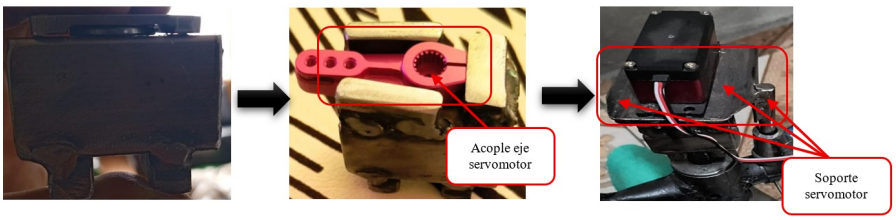


Figura 7.21: Vista detallada del acople del servomotor al eje

Inicialmente se implementó un servomotor con un ángulo de giro de 270° y una capacidad de carga aproximada de 10 kg, lo cual representaba una ventaja significativa debido al amplio rango de movimiento disponible y a que el actuador contaba con la fuerza suficiente para accionar el sistema de dirección de la planta. Estas características permitieron realizar las primeras pruebas de control del conjunto motor–volante de manera satisfactoria.

No obstante, durante las pruebas realizadas con la señal de salida generada por el microcontrolador, se evidenció un desgaste prematuro en el sistema interno de engranajes del servomotor. Este fenómeno se presentó debido a los cambios bruscos en el sentido de giro, los cuales generaban esfuerzos mecánicos superiores a la capacidad de diseño del servomotor, tal como se ilustra en la Figura 7.22.

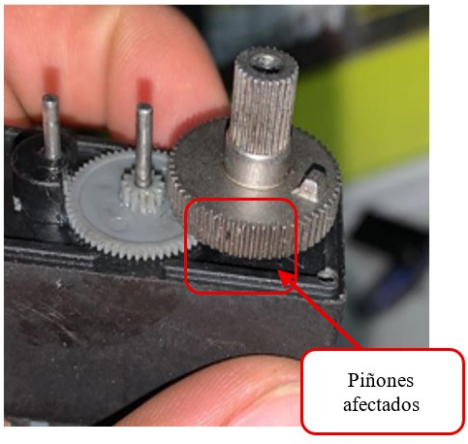


Figura 7.22: Servomotor de 10 kg instalado

Como consecuencia, se decidió aumentar la capacidad de carga del actuador, reemplazando el

servomotor inicial por un servomotor con una capacidad de carga de 20 kg (modelo DS5180), el cual ofrecía una mayor resistencia mecánica y un mejor desempeño ante las exigencias del control.

En comparación con el motor reductor utilizado en la etapa inicial del proyecto, el servomotor presentó ventajas significativas en términos de tiempo de respuesta, precisión en el control del ángulo y facilidad de integración con el sistema de control basado en señales PWM. Mientras que el motor reductor mostraba una respuesta lenta ante la inversión del sentido de giro y dificultades en la transmisión mecánica, el servomotor permitió un control más directo y preciso del sistema de dirección. Sin embargo, estas ventajas también implicaron mayores exigencias mecánicas sobre el actuador, lo que hizo necesario seleccionar un servomotor con mayor capacidad de carga y robustez estructural.

Finalmente, el diseño de la estructura del sistema de dirección se ilustra en la figura 7.23.

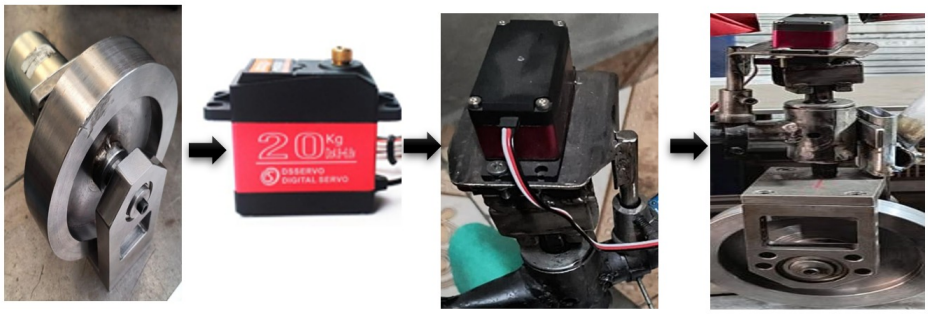


Figura 7.23: Servomotor de 80 kg-cm instalado en la planta final

Este nuevo diseño del sistema de dirección fue acoplado directamente a la planta, de tal manera que su implementación no afectara de forma significativa el confort ni la maniobrabilidad de la bicicleta. Una vez finalizado el proceso de ensamblaje y adaptación de las nuevas modificaciones estructurales, se procedió a realizar las pruebas de funcionamiento de la planta junto con el sistema de control.

Al iniciar las pruebas del sistema de control con las nuevas modificaciones implementadas en el actuador y en los soportes mecánicos, se evidenció una mejora significativa en la estabilidad de la planta, ya que su comportamiento fue más estable y permitió cumplir de manera adecuada con los objetivos de diseño establecidos para el sistema.

Integración de los componentes electrónicos en la planta

Una vez alcanzados los objetivos de diseño y confort de la planta, se procedió al montaje de todos los componentes electrónicos del sistema. Entre estos se encuentra el sensor de ángulo de dirección, el cual fue ubicado en la parte trasera de la bicicleta, tomando como punto de referencia la posición de la silla del operador, con el fin de garantizar una medición adecuada de la inclinación y orientación del sistema.

Adicionalmente, se diseñó una platina de soporte destinada a alojar los principales componentes electrónicos de la planta, tales como el microcontrolador, los convertidores DC-DC y otros elementos de acondicionamiento de señal. En una etapa inicial, la planta fue probada utilizando una fuente de alimentación externa, la cual proporcionaba un voltaje de salida de 24 V, correspondiente al voltaje máximo de operación del motor del volante de inercia.

Una vez integrados todos los componentes electrónicos en la planta, se realizaron las adecuaciones necesarias para el diseño e implementación del controlador, considerando además la posibilidad de incorporar mejoras y ampliaciones en una segunda etapa del proyecto.

Diseño del sistema de baterías de alimentación

Como se mencionó anteriormente, durante las primeras pruebas todos los circuitos electrónicos eran alimentados mediante una fuente externa, lo cual generaba la presencia de ruido eléctrico y requería que el sistema permaneciera conectado de manera permanente a la red eléctrica. Debido a estas limitaciones, se procedió al diseño e implementación de un sistema de alimentación basado en baterías.

El sistema de baterías fue diseñado utilizando celdas de fosfato de hierro-litio (LiFePO4), cada una con un voltaje nominal aproximado de 3,2 V. Para este diseño, se conectaron seis celdas en serie, obteniendo un voltaje total cercano a 20 V, valor suficiente para alimentar el sistema electrónico y proporcionar la energía necesaria al controlador para mantener la estabilidad de la planta.

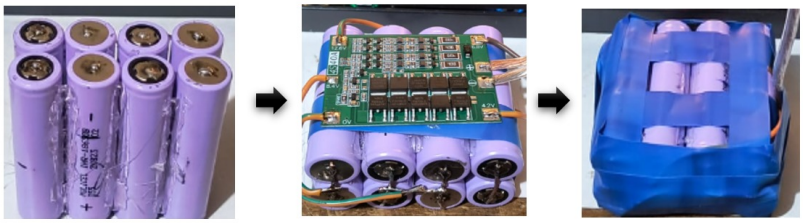


Figura 7.24: Pack de baterías $LiFePO_4$ de 6 celdas en serie

Además, el conjunto de baterías incorpora un sistema de gestión de baterías (BMS), el cual permite supervisar y proteger cada celda de manera individual, garantizando un proceso de carga balanceada y segura, y prolongando la vida útil de las baterías sin comprometer su desempeño.

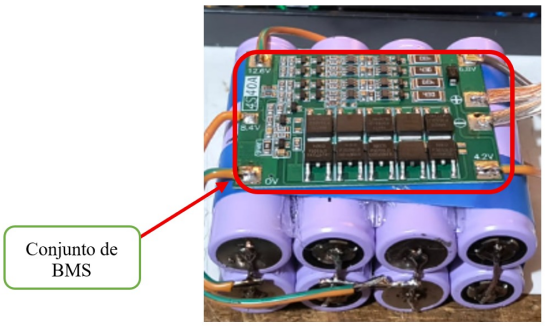


Figura 7.25: Celdas $LiFePO_4$ individuales de 3.2V

Implementación del control PID y verificación de la señal

La incorporación del sistema de baterías proporcionó un mejor desempeño general de la planta, ya que permitió eliminar el exceso de cableado y hacer el sistema más compacto y portátil. A pesar de que la planta cumplía con el objetivo de diseño, aún carecía de un control óptimo y robusto, lo que motivó la implementación de un sistema de control adicional a los objetivos inicialmente propuestos, esto como para dar un valor agregado al proyecto.

En consecuencia, se iniciaron diferentes pruebas en el circuito de control, lo que condujo a la implementación de un controlador (PID), cuyo objetivo principal fue mejorar la estabilidad del sistema y ampliar el alcance funcional del proyecto.

A continuación, se describe el procedimiento utilizado para la sintonización de los parámetros P I D del controlador.

Verificación de la señal y control de corriente en la salida de control

Una vez obtenidos los valores de la señal del sensor de ángulo dentro del microcontrolador, se procedió a implementar el control PID, con el cual se buscaba regular tanto la corriente aplicada al motor del sistema de dirección como la posición del motor del sistema de dirección.

La salida del controlador, generada en forma de una señal PWM, fue inyectada directamente a la entrada de control del servomotor. Por la parte para la alimentación, se implementó un convertidor DC-DC de 5 A, el cual, en principio, resultaba adecuado para suministrar la corriente de trabajo requerida por el servomotor.

Dentro del control se tomó como referencia una posición de 140° del motor, definida como el punto medio del rango de operación del sistema de dirección. Este punto de referencia se estableció interpretando los valores de la salida de control en porcentajes de grados de giro del motor. Por ejemplo, cuando la salida del controlador era positiva, los grados de giro se incrementaban a partir de los 140°, y cuando la salida era negativa, los grados disminuían desde los 140° hacia atrás, manteniendo así los 140° como posición central del servomotor.

Con el control de posicionamiento del servo motor, básicamente, se buscaba que el controlador mantuviera la planta con un ángulo de inclinación cercano a 0°, el cual fue definido como el set point del sistema.

8. Resultados

8.1 Fase 1: Diseño y Construcción Mecánica de la Planta



Figura 8.1: Marco de la bicicleta

Como resultado de la primera fase, se logró una planta mecánica eficiente mediante las siguientes intervenciones:

- **Reducción de Inercia Estructural:** Se seleccionó y adaptó un marco de bajo peso con el objetivo de minimizar la inercia total del sistema.
- **Centralización del Centro de Masa (CoM):** Se modificó la geometría central del marco para alojar el volante de inercia en la parte inferior-central.
- **Sistemas de Protección y Seguridad:** Se implementaron ruedas auxiliares en el eje trasero.
- **Acondicionamiento para Electrónica:** Se retiró el sillín original para integrar una plataforma de soporte personalizada.

Diseño del volante de inercia y sistema de dirección vertical

El diseño del volante de inercia se centró en optimizar la distribución de masa para maximizar el efecto giroscópico además del diseño del sistema de dirección, permite al volante de inercia genere el par de torsión necesario para equilibrar la bicicleta, el diseño del sistema de dirección vertical y volante se detallan a continuación:

- **Optimización de la Distribución de Masa:** Se diseñó un volante con geometría tipo anillo.
- **Proceso de Fabricación y Ajuste Mecánico:** Partiendo de un bloque sólido de acero, se utilizó un proceso de torneado de precisión.

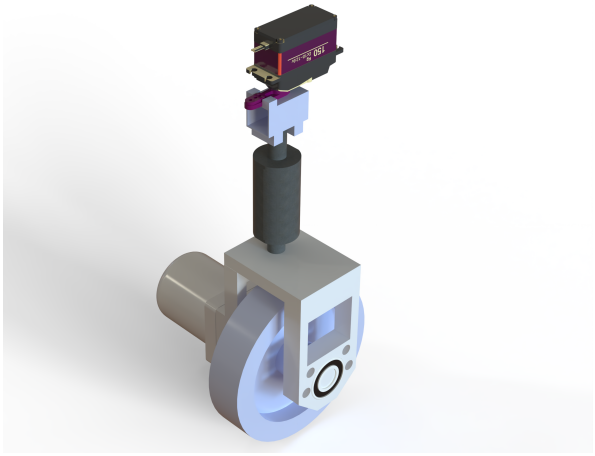


Figura 8.2: Vista del volante de inercia en SolidWorks

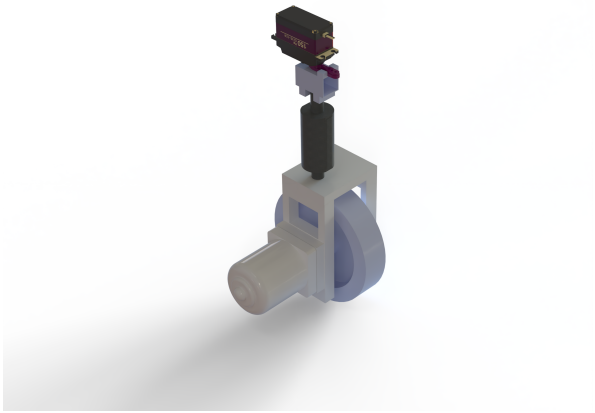


Figura 8.3: Detalle del diseño del volante en SolidWorks

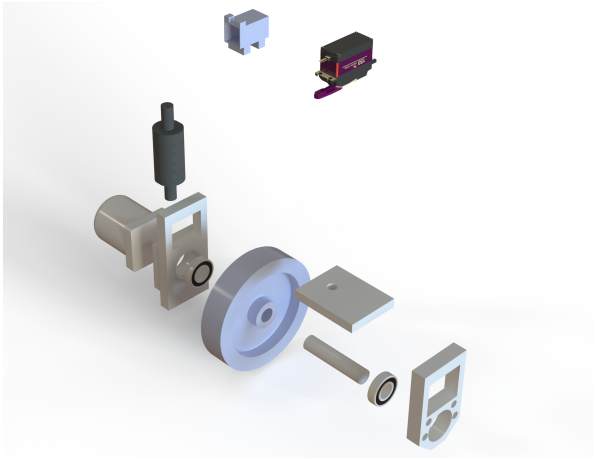


Figura 8.4: Despiece y vista explosionada del volante

8.2 Fase 2: Diseño e Integración del Sistema Electrónico

Una vez consolidada la estructura mecánica, se procedió al diseño e implementación del sistema electrónico de control, el cual integra todos los componentes de potencia, procesamiento y percepción necesarios para la estabilización activa de la plataforma.

Arquitectura del Sistema de Estabilización Giroscópica

El sistema de estabilización implementado se basa en una arquitectura de control de lazo cerrado que integra diversos subsistemas electrónicos y mecánicos. La Figura 8.5 presenta el diagrama de bloques completo del sistema, diferenciando claramente los flujos de potencia eléctrica y las señales de control/datos.

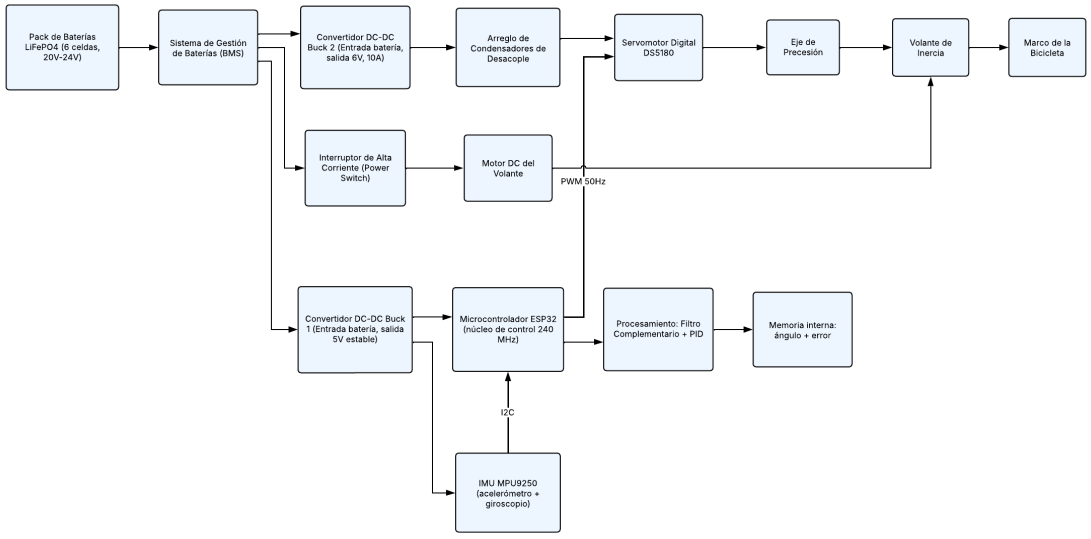


Figura 8.5: Arquitectura completa del sistema de estabilización giroscópica, mostrando flujos de potencia (líneas gruesas) y señales de control (líneas delgadas)

La arquitectura se compone de los siguientes subsistemas principales:

Fuente de Energía (Power Stack)

El sistema de alimentación está conformado por un pack de baterías $LiFePO_4$ de 6 celdas en serie, proporcionando un voltaje nominal de 20V-24V. Este pack está protegido por un Sistema de Gestión de Baterías (BMS) que supervisa el estado de cada celda, gestiona la carga balanceada y protege contra sobrecorriente, sobrecarga y descarga excesiva. Esta configuración garantiza la seguridad y prolonga la vida útil del sistema de almacenamiento energético.

Unidad de Control (Cerebro del Sistema)

El núcleo de procesamiento está basado en un microcontrolador ESP32, que opera a 240 MHz en arquitectura dual-core. Este microcontrolador ejecuta el algoritmo de fusión sensorial (filtro complementario) y el controlador PID en tiempo real a una frecuencia de 200 Hz. La alimentación del ESP32 se realiza mediante un convertidor DC-DC Buck estabilizado a 5V, el cual también alimenta al sensor inercial, garantizando un voltaje libre de ruido y ripple para los componentes de lógica digital.

Sistema de Percepción (Sensado Inercial)

El sensado de la orientación de la bicicleta se realiza mediante una Unidad de Medición Inercial (IMU) MPU9250, ubicada estratégicamente en el eje de simetría de la estructura. Este sensor de 9 grados de libertad integra acelerómetro triaxial, giroscopio triaxial y magnetómetro, comunicándose con el ESP32 mediante protocolo I²C. Los datos crudos de aceleración lineal y velocidad angular son procesados por el microcontrolador para estimar el ángulo de inclinación mediante fusión sensorial.

Actuador de Dirección (Sistema de Precesión del Gimbal)

El control del ángulo de precesión del volante de inercia se realiza mediante un servomotor digital de alto torque modelo DS5180, capaz de generar 80 kg-cm de par motor. Este actuador cuenta con engranajes de acero reforzados para soportar las cargas dinámicas generadas por el efecto giroscópico.

La alimentación del servomotor se gestiona mediante un convertidor DC-DC Buck dedicado, regulado a 6V con capacidad de 10A. Para mitigar el ruido eléctrico generado por los picos de corriente del servomotor, se implementó un arreglo de condensadores electrolíticos de desacople en la línea de alimentación, filtrando las oscilaciones de alta frecuencia y protegiendo al resto del sistema.

El ESP32 comanda la posición angular del servomotor mediante una señal PWM de 50 Hz, cuyo ciclo de trabajo determina el ángulo deseado del gimbal. Este control de posición permite variar el eje de momento angular del volante de inercia, generando el torque de reacción giroscópico necesario para estabilizar la bicicleta.

Sistema de Inercia (Flywheel y Motor de Tracción)

El volante de inercia, de geometría tipo anillo en acero, está acoplado mecánicamente a un motor de corriente continua (DC) que lo mantiene girando a velocidad constante de aproximadamente 3000 RPM. Esta alta velocidad angular genera un momento angular significativo ($H \approx 4{,}24$ kg·m²/s), fundamental para el efecto giroscópico de estabilización.

La alimentación del motor del volante se realiza mediante conexión directa desde el BMS a través de un interruptor de alta corriente, permitiendo activación/desactivación manual del sistema de inercia. Esta alimentación sin regulación intermedia permite al motor alcanzar su máxima velocidad de operación sin pérdidas por conversión.

Flujo de Señales de Control

El flujo de información en el lazo de control sigue la siguiente secuencia:

1. **Adquisición:** El sensor MPU9250 transmite datos crudos de aceleración (a_x, a_y, a_z) y velocidad angular $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ al ESP32 mediante bus I²C.
2. **Procesamiento:** El ESP32 ejecuta internamente el filtro complementario para estimar el ángulo de inclinación (θ), combinando la referencia gravitacional del acelerómetro con la respuesta dinámica del giroscopio.
3. **Cálculo de Error:** Se calcula la diferencia entre el ángulo medido y el setpoint (0°, posición vertical).
4. **Acción de Control:** El algoritmo PID procesa el error y genera una señal de control proporcional, derivativa e integral.
5. **Actuación:** El ESP32 convierte la salida del PID en una señal PWM de 50 Hz que comanda la posición angular del servomotor DS5180, ajustando la precesión del volante de inercia.

Flujo de Potencia Eléctrica

El sistema de distribución de energía está diseñado para optimizar la eficiencia y minimizar interferencias electromagnéticas:

- **Línea de Lógica (5V):** Batería → BMS → DC-DC Buck 1 (5V) → ESP32 + MPU9250
- **Línea de Potencia Servo (6V):** Batería → BMS → DC-DC Buck 2 (6V/10A) → Condensadores de Desacople → Servomotor DS5180
- **Línea de Potencia Motor Inercia (20-24V):** Batería → BMS → Interruptor de Alta Corriente → DC Motor del Volante

Esta arquitectura de alimentación segregada evita que los picos de corriente del servomotor y del motor de inercia afecten la estabilidad de la tensión de alimentación de los componentes de lógica digital, garantizando lecturas precisas del sensor y ejecución confiable del algoritmo de control.

Interacciones Mecánicas

Finalmente, las interacciones mecánicas completan el lazo de control físico:

- El servomotor DS5180, mediante acople directo coaxial, rota el eje de precesión donde está montado el volante de inercia.
- El motor DC del volante, mediante transmisión solidaria, mantiene el volante girando a alta velocidad constante, generando el momento angular necesario.
- La combinación del eje de precesión inclinado y el momento angular del volante produce un torque giroscópico perpendicular que actúa sobre el marco de la bicicleta, contrarrestando la inclinación lateral y manteniendo el equilibrio vertical.

Esta arquitectura integral constituye un sistema embebido de tiempo real capaz de percibir, procesar y actuar sobre la dinámica de la bicicleta en menos de 5 milisegundos, cumpliendo con los requisitos de velocidad de respuesta para estabilización activa.

8.3 Fase 3: Validación mediante Simulación del Modelo Dinámico

Una vez obtenido el modelo matemático del sistema bicicleta-CMG, se procedió a realizar la validación mediante simulación en simulink. Esta fase es fundamental para verificar el comportamiento dinámico de la planta y comprender sus características de inestabilidad antes de implementar la estrategia de control en el microcontrolador.

Enfoque de Control Cinemático y Modelo de Segundo Orden

El hardware seleccionado para este prototipo emplea un servomotor como actuador para el eje del gimbal. Los servomotores tienen un lazo de control de posición en su propia electrónica, lo que les permite alcanzar la posición .

Dado que la variable a manipular por el controlador (el algoritmo PID) es la posición angular del gimbal (α) y no el torque directo (τ_α), se adopta un **control cinemático**. Bajo esta condicion, se asume que la dinámica del servomotor es lo suficientemente rápida en comparación con la caída de la bicicleta, permitiendo separar la ecuación diferencial del actuador.

El modelo se reduce a la ecuación principal de balanceo:

$$J_{eq}\ddot{\theta} - M_{eq}L_{eq}g\theta + H\dot{\alpha} = 0 \tag{8.1}$$

Reorganizando los términos para aislar el efecto de la gravedad y la entrada de control:

$$J_{eq}\ddot{\theta} - M_{eq}L_{eq}g\theta = -H\dot{\alpha} \tag{8.2}$$

Aplicando la Transformada de Laplace asumiendo condiciones iniciales nulas, se obtiene:

$$(J_{eq}s^2 - M_{eq}L_{eq}g)\Theta(s) = -Hs\alpha(s) \tag{8.3}$$

La función de transferencia de segundo orden que relaciona el ángulo de precesión comandado al servomotor (α) con la inclinación resultante de la bicicleta (θ) es:

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{\alpha(s)} = \frac{-Hs}{J_{eq}s^2 - M_{eq}L_{eq}g} \tag{8.4}$$

Es de vital importancia notar la presencia del término s en el numerador. En el dominio de Laplace, esto equivale a una derivada temporal, lo que confirma físicamente que el par giroscópico restaurador depende exclusivamente de la **velocidad de cambio** del ángulo de precesión ($\dot{\alpha}$), y no de una posición angular.

Parámetros Físicos del Sistema

Para el cálculo numérico de la función de transferencia empírica, se utilizaron los valores extraídos del diseño mecánico y las mediciones del prototipo físico:

Tabla 8.1: Parámetros físicos del sistema bicicleta-CMG

Parámetro	Valor	Descripción
m_b	7.65 kg	Masa de la estructura de la bicicleta
$m_f + m_g$	5.368 kg	Masa del conjunto móvil (volante + gimbal + motor)
$M_{eq}L_{eq}g$	29.06 N·m	Torque gravitacional inestabilizador
J_{eq}	1.045 kg·m²	Inercia total equivalente de balanceo
H	4.241 kg·m²/s	Momento angular neto (3000 RPM)

Función de Transferencia Numérica y Análisis de Polos

Sustituyendo los valores de la Tabla 8.1 en la Ecuación 8.4:

$$G(s) = \frac{-4{,}241s}{1{,}045s^2 - 29{,}06} \tag{8.5}$$

Para llevar el sistema a su forma canónica y facilitar su implementación, se divide el numerador y el denominador por el coeficiente de inercia (1,045):

$$G(s) = \frac{-4{,}058s}{s^2 - 27{,}80} \tag{8.6}$$

El análisis de la ecuación característica del denominador ($s^2 - 27{,}80 = 0$) revela la dinámica

natural a lazo abierto. Despejando las raíces, se obtienen dos polos reales:

- $p_1 = -\sqrt{27{,}80} \approx -5{,}27$ rad/s
- $p_2 = +\sqrt{27{,}80} \approx +5{,}27$ rad/s

La presencia del polo p_2 en el semiplano derecho confirma la inestabilidad del sistema. Una perturbación inicial provocará que el ángulo θ diverja. La constante de tiempo de esta divergencia es $\tau = 1/5{,}27 \approx 0{,}19$ segundos, lo que establece un límite temporal estricto para la respuesta del controlador y justifica la necesidad de una medición de alta velocidad mediante fusión de sensores (IMU).

Configuración del Modelo en Simulink

Para evaluar el comportamiento, se implementó el modelo reducido en simulink utilizando un bloque de función de transferencia continuo configurado con los parámetros canónicos:

- **Numerator coefficients:** `[-4.058 0]`
  Representa el término dependiente de la velocidad $-4{,}058s$.
- **Denominator coefficients:** `[1 0 -27.80]`
  Representa la dinámica inestable $s^2 + 0s - 27{,}80$.

Simulación del Sistema a Lazo Abierto (Sin Control)

Implementación en Simulink

Para validar el comportamiento dinámico del sistema sin control, se implementó el modelo de segundo orden en simulink sin ningún lazo de retroalimentación. Esta configuración permite observar la respuesta natural de la planta.

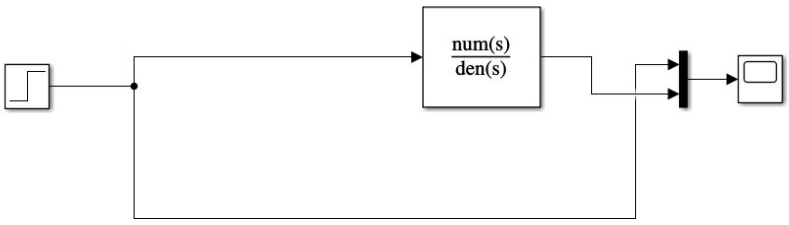


Figura 8.6: Diagrama de bloques del sistema a lazo abierto implementado en simulink

El diagrama de bloques de la Figura 8.6 muestra la implementación del modelo sin retroalimentación. El bloque de función de transferencia recibe como entrada el ángulo de precesión del gimbal α y genera como salida el ángulo de inclinación de la bicicleta θ.

Resultados de la Simulación a Lazo Abierto

Se aplicó una entrada escalón de magnitud 0.5 . Esta perturbación simula un cambio súbito en la posición del actuador y permite observar la respuesta del sistema.

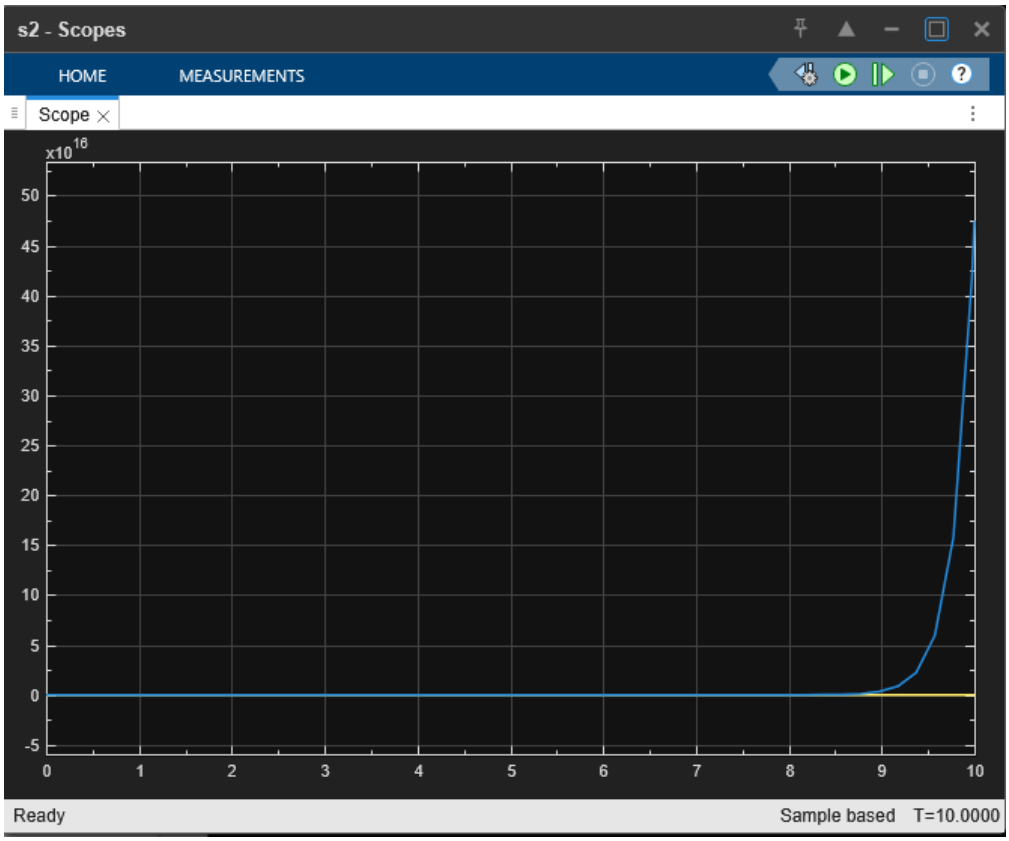


Figura 8.7: Respuesta del sistema a lazo abierto ante una entrada escalón de 0.5 rad

La Figura 8.7 muestra la respuesta temporal del ángulo de inclinación θ ante la entrada escalón aplicada. Como era de esperarse por el análisis de polos, el sistema presenta un comportamiento divergente característico de un sistema inestable:

1. **Crecimiento Exponencial:** La presencia del polo en el semiplano derecho ($p_2 = +5{,}27$ rad/s) provoca que la respuesta diverja exponencialmente con el tiempo.

2. **Necesidad de Control Activo:** Sin un controlador que reubique los polos hacia el semiplano izquierdo, la bicicleta alcanzará rápidamente ángulos de inclinación críticos que superen los límites mecánicos del sistema.

Simulación del Sistema con Controlador PID

Diseño del Controlador PID

Una vez validada la inestabilidad del sistema, se procedió a implementar un controlador PID de forma experimental para estabilizar el comportamiento del sistema. Los parámetros del controlador fueron sintonizados mediante prueba y error y validación experimental, obteniéndose los siguientes valores óptimos:

Tabla 8.2: Parámetros del controlador PID implementado

Parámetro	Valor	Descripción
K_p	31.1	Ganancia proporcional
K_i	0	Ganancia integral
K_d	1.2	Ganancia derivativa
Setpoint	0°	Ángulo de referencia (posición vertical)
Límites de salida	-90° a +90°	Rango de acción del servomotor
Frecuencia de muestreo	200 Hz	Período de muestreo: 5 ms

Estos parámetros corresponden exactamente a los implementados en el código del ESP32 (ver Anexo A, líneas 43-45), garantizando consistencia entre la simulación y el sistema real.

Implementación del Lazo Cerrado en Simulink

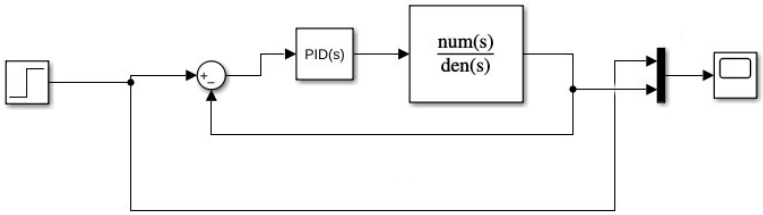


Figura 8.8: Diagrama de bloques del sistema con controlador PID retroalimentado

El diagrama de la Figura 8.8 muestra la arquitectura del sistema de control en lazo cerrado. El controlador PID procesa el error entre el ángulo medido θ y el setpoint (0°), generando la señal de control α que comanda el servomotor del gimbal.

Resultados de la Simulación con PID

Se aplicó una perturbación inicial al sistema para evaluar la capacidad del controlador para rechazar perturbaciones y mantener la estabilidad.



Figura 8.9: Respuesta del sistema con controlador PID ante perturbación inicial

La Figura 8.9 muestra la respuesta del sistema controlado. Se observan las siguientes características:

1. **Estabilización Exitosa:** El controlador PID logra estabilizar el sistema, llevando el ángulo de inclinación de vuelta a la posición vertical (0°).

2. **Tiempo de Asentamiento:** El sistema alcanza el estado estacionario en un tiempo menor a 2 segundos, cumpliendo con los requisitos de respuesta rápida.

3. **Rechazo de Perturbaciones:** El controlador es capaz de compensar perturbaciones externas y mantener la estabilidad del sistema.

4. **Sin Sobrepaso Excesivo:** La acción derivativa ($K_d = 1{,}2$) proporciona amortiguamiento adecuado, evitando oscilaciones prolongadas.

Validación del Modelo y Conclusiones de la Simulación

Los resultados de la simulación confirman que:

- El modelo de segundo orden captura fielmente la dinámica inestable de la plataforma bicicleta-CMG a lazo abierto.

- El controlador PID con los parámetros sintonizados ($K_p = 31{,}1$, $K_i = 0$, $K_d = 1{,}2$) es capaz de estabilizar efectivamente el sistema.
- La simulación valida la estrategia de control antes de su implementación en el hardware real.
- Los parámetros del PID son adecuados para su implementación en el ESP32 operando a 200 Hz.

8.4 Fase 4: Validación Experimental del Sistema en Condiciones Reales

Una vez validado el comportamiento del sistema mediante simulación, se procedió a realizar pruebas reales con la planta física. Esto para verificar el comportamiento del sistema , la efectividad del filtro complementario y la respuesta del controlador PID ante perturbaciones reales.

Adquisición y Procesamiento de Señales de los Sensores

El sistema de medición se basa en la fusión de datos del acelerómetro y el giroscopio del sensor MPU9250. Cada sensor aporta información para estimar el ángulo de inclinación de la bicicleta:

- **Acelerómetro:** Proporciona una medición absoluta del ángulo basada en la detección de la componente gravitacional. Es preciso cuando no presenta mucho movimiento , pero sensible a vibraciones y aceleraciones.
- **Giroscopio:** Mide la velocidad angular . Al integrarse en el tiempo, proporciona el ángulo relativo. Es inmune a vibraciones pero presenta deriva acumulativa.

Señales Individuales de Acelerómetro y Giroscopio

La Figura 8.10 muestra el comportamiento temporal de ambas señales durante una prueba de la bicicleta.

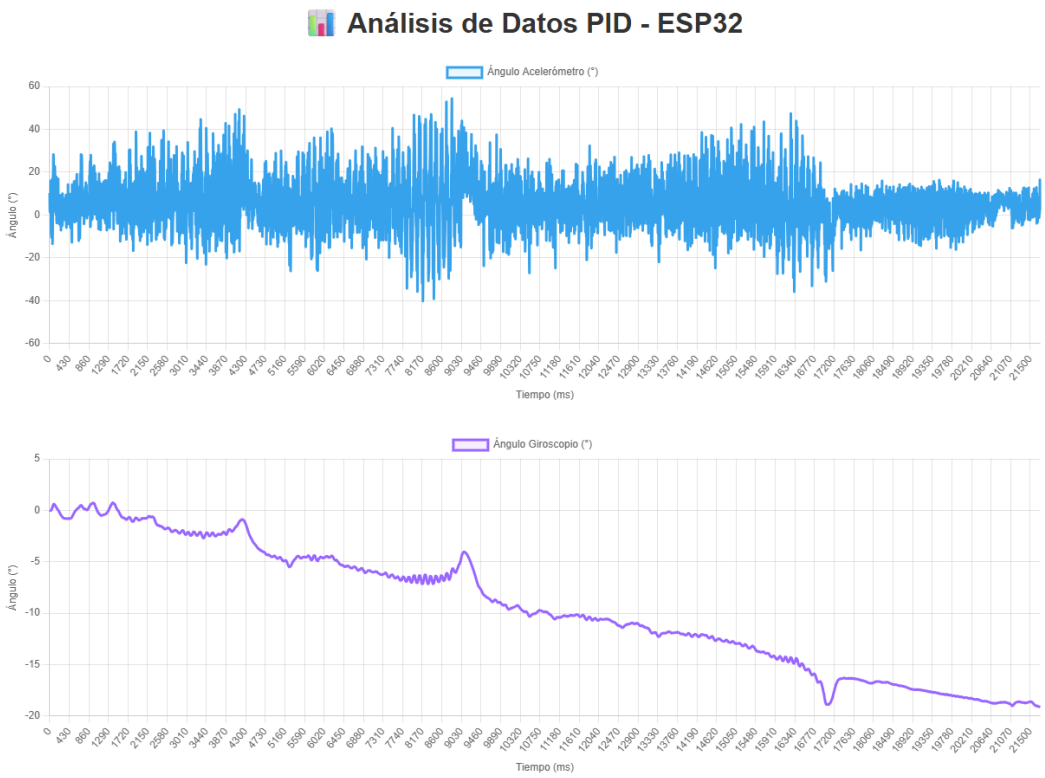


Figura 8.10: Señales de acelerómetro y giroscopio en función del tiempo (ms). Donde muestra cada sensor durante la operación del sistema.

Como se observa en la Figura 8.10, el acelerómetro presenta fluctuaciones de alta frecuencia causadas por vibraciones mecánicas del flywheel, mientras que el giroscopio muestra una curva más suave pero con deriva temporal.

Comparación entre Sensores y Filtro Complementario

Para obtener una medicion del ángulo de inclinación, se implementó un filtro complementario que combina las ventajas de ambos sensores. La Figura 8.11 muestra la comparación entre las tres señales.

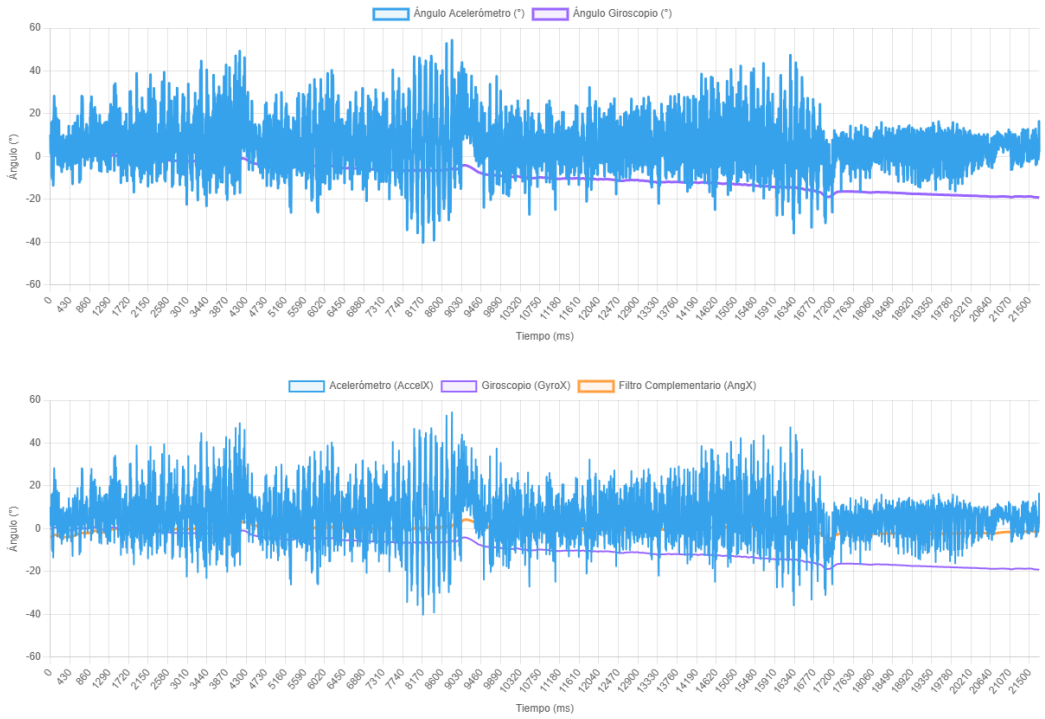


Figura 8.11: Comparación entre acelerómetro, giroscopio y filtro complementario.

La Figura 8.11 evidencia la efectividad del filtro complementario al ofrecer una señal estable que combina la del acelerómetro con la del giroscopio.

Para cuantificar el desempeño de cada sensor y del filtro complementario, se realizó un análisis estadístico de 4344 muestras capturadas durante 21.72 segundos a una frecuencia de muestreo de 200 Hz. La Tabla 8.3 presenta las métricas obtenidas para cada señal.

Tabla 8.3: Análisis comparativo de ángulos medidos por acelerómetro, giroscopio y filtro complementario.

Métrica	**Acelerómetro (AccelX)**	**Giroscopio (GyroX)**	**Filtro Comp. (AngX)**
Ángulo inicial	10.28°	0.00°	-3.80°
Ángulo final	2.15°	-19.17°	-1.50°
Promedio	5.56°	-9.45°	-0.52°
Mínimo	-40.18°	-19.17°	-4.74°
Máximo	54.29°	0.74°	4.22°
Rango	94.47°	19.91°	8.96°
Desviación estándar	11.96°	6.06°	1.41°
Deriva total	-8.13°	-19.17°	2.30°
Deriva por segundo	-0.3743°/s	-0.8826°/s	0.1059°/s

Los resultados de la Tabla 8.3 confirman las ventajas del filtro complementario:

1. **Menor desviación estándar:** El filtro complementario presenta una desviación de solo 1.41°, significativamente menor que la del acelerómetro (11.96°) y el giroscopio (6.06°), lo que indica una señal más estable.

2. **Rango reducido:** Con un rango de 8.96°, el filtro complementario elimina las fluctuaciones extremas presentes en el acelerómetro (94.47°) causadas por vibraciones mecánicas.

3. **Baja deriva:** La deriva por segundo del filtro (0.1059°/s) es considerablemente menor que la del giroscopio (-0.8826°/s), mitigando el problema de acumulación de error temporal característico de los giroscopios.

4. **Precisión en estado estacionario:** El promedio cercano a cero (-0.52°) indica que el filtro mantiene una referencia estable cercana a la posición de equilibrio.

Respuesta del Controlador PID en Operación Real

Salida del Filtro Complementario y Acción del PID

La Figura 8.12 muestra la relación entre la señal de entrada al controlador (filtro complementario) y la salida del PID que comanda el servomotor del gimbal.

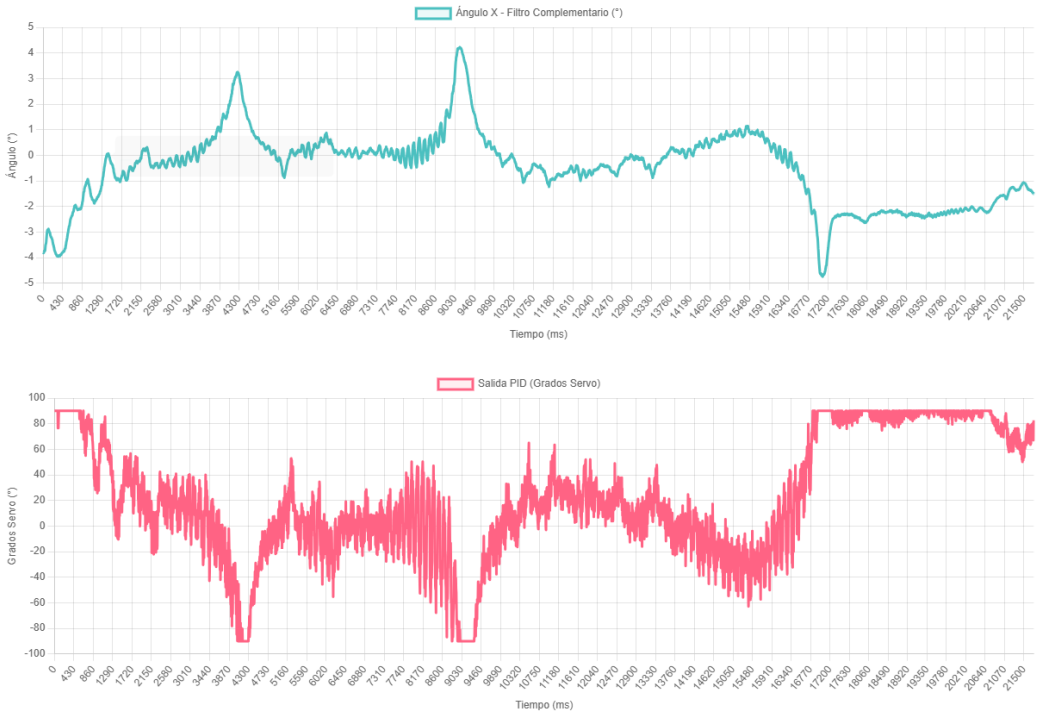


Figura 8.12: Señal del filtro complementario (arriba) y salida del controlador PID en ángulos para el servomotor (abajo). Se observa la acción de control del controlador ante las variaciones de inclinación.

La Figura 8.12 muestra cómo el controlador PID procesa el error de inclinación y genera comandos de posición angular para el servomotor. La acción derivativa permite anticipar cambios bruscos, mientras que la acción proporcional proporciona la fuerza correctiva principal.

Comparación Temporal entre Medición y Acción de Control

Para analizar la respuesta del sistema en tiempo real, se compararon directamente las señales del filtro complementario y la salida del PID.

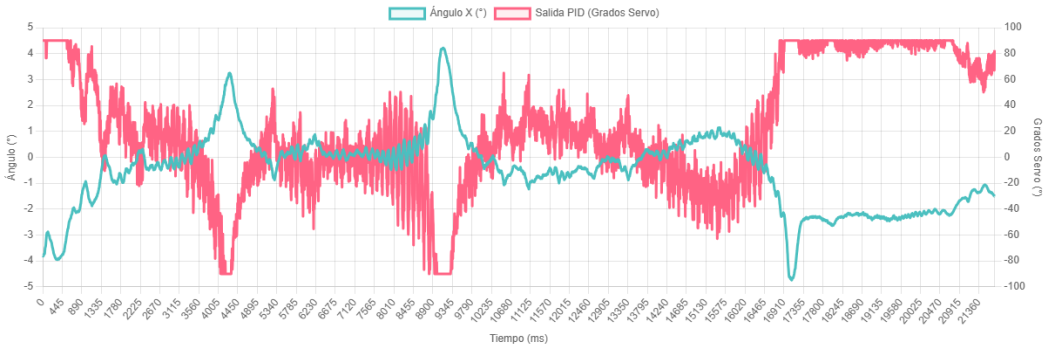


Figura 8.13: Comparación temporal entre el filtro complementario (medición del ángulo de inclinación) y la salida del controlador PID (comando al servomotor). Se observa la relación de fase y la capacidad del controlador para estabilizar el sistema.

La Figura 8.13 permite observar la correlación inversa entre la inclinación detectada y la acción correctiva del PID, confirmando el funcionamiento del lazo de control en condiciones reales.

Análisis de Resultados Experimentales

Los resultados experimentales demuestran que:

1. **Fusión Efectiva de Sensores:** El filtro complementario logra combinar exitosamente las señales del acelerómetro y giroscopio, proporcionando una estimación robusta del ángulo de inclinación con baja latencia y mínima deriva.

2. **Respuesta del PID:** El controlador PID responde de manera efectiva a las perturbaciones, generando comandos de control proporcionales al error detectado y anticipando cambios mediante la acción derivativa.

3. **Validación del Diseño:** Los resultados experimentales confirman la viabilidad del diseño mecánico , validando las predicciones obtenidas en la fase de simulación.

9. Conclusiones y Recomendaciones

9.1 Conclusiones

1. **Optimización del Centro de Masa (*CoM*):** La estabilidad pasiva del sistema depende directamente de la ubicación del centro de masa total (*CoM*). Se determinó que para minimizar el torque de volcado provocado por la gravedad (τ_g), es imperativo que el centro de masa se mantenga lo más bajo posible y alineado con el eje vertical de la bicicleta. Un bajo *CoM* reduce la magnitud de la inestabilidad natural (el autovalor positivo en el plano *s*), permitiendo que el sistema de control actúe con menor esfuerzo de torque.

2. **Integridad Mecánica y Balanceo Dinámico:** En sistemas de alta velocidad angular (ω), cualquier asimetría se traduce en fuerzas centrífugas destructivas. El diseño y fabricación de las piezas, especialmente el Flywheel, deben garantizar un balanceo dinámico preciso. La presencia de "juegos"mecánicos o vibraciones parásitas introduce ruido de alta frecuencia en los sensores (IMU), lo que degradada la señal de retroalimentación y puede llevar al sistema a la resonancia o al fallo estructural.

3. **Influencia del Momento Angular (L):** La eficacia del par giroscópico de restauración está ligada a la velocidad de rotación del disco. Se confirmó mediante el modelo matemático que el momento angular ($L = I\omega$) es el parámetro crítico de ganancia física. A mayor velocidad angular del volante, mayor es la magnitud del torque de reacción generado ante un cambio en el ángulo de precesión (α), lo que incrementa la autoridad de control sobre la inclinación de la bicicleta.

4. **Estrategia de Control Robusto (Cascada):** Un solo lazo de control no es suficiente para la operación continua debido a la deriva del giróscopo. Para lograr un control robusto, es necesaria la implementación de una arquitectura en cascada. Mientras que el lazo principal estabiliza el ángulo θ, un lazo secundario (tipo PI) debe gestionar la posición del giróscopo (α). Esto asegura que el soporte del giróscopo siempre regrese a su punto neutro, evitando la saturación mecánica y garantizando que el sistema siempre tenga margen de maniobra para corregir perturbaciones.

5. **Fusión de Sensores mediante Filtro Complementario:** La implementación del Filtro Complementario resultó ser la estrategia óptima para la estimación de la inclinación en tiempo real. Esta técnica permite mitigar las deficiencias individuales del acelerómetro y el giroscopio presentes en la IMU (como el MPU6050 o MPU9250). Se determinó que un factor de peso de $W = 0{,}99$ es el punto crítico para maximizar el rendimiento:

    - **Dominio del Giroscopio (99 %):** El sistema adquiere una respuesta inmediata ante cambios rápidos, fundamental para reaccionar a perturbaciones de alta frecuencia.

- **Corrección de Deriva (1 %):** Vital para eliminar el drift intrínseco del giroscopio a largo plazo mediante la referencia gravitacional del acelerómetro.
- **Inmunidad al Ruido Mecánico:** Actúa como un filtro pasa-bajas efectivo contra el ”jitter”generado por las vibraciones del flywheel.

10. Referencias

Referencias de artículos y proyectos

Baquero Suárez, M. A. (2014). *Diseño e implementación de una estrategia avanzada de control, para resolver el problema de estabilidad de una bicicleta durante un recorrido libre, sin conductor y a velocidad constante* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia.

Tamayo, S. A. (2018). *Control por rechazo activo de perturbaciones para estabilizar una bicicleta empleando un giroscopio de control de momento de un eje* [Trabajo de grado]. Universidad de San Buenaventura. Recuperado de http://biblioteca.usbbog.edu.co:8080/Biblioteca/BDigital/166912.p

Kalouche, S. R. (2014). *Control Moment Gyroscope Stabilization and Maneuverability of Inherently Unstable Vehicles and Mobile Robots* [Tesis de maestría]. Department of Mechanical and Aerospace Engineering, The Ohio State University.

Yetkin, H., Kalouche, S., Vernier, M., Colvin, G., Redmill, K., & Ozguner, U. (2014). Gyroscopic stabilization of an unmanned bicycle. *Proceedings of the American Control Conference*, 4549–4554. https://doi.org/10.1109/ACC.2014.6859392

Referencias institucionales y gubernamentales

Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible. (2022). *Informe de calidad del aire en Colombia*. Gobierno de Colombia.

Observatorio de Movilidad de Bogotá. (2022). *Reporte anual de movilidad 2022*. Alcaldía Mayor de Bogotá.

Organización Mundial de la Salud. (2021). *Global air quality guidelines*. World Health Organization.

Secretaría Distrital de Movilidad. (2023). *Informe de siniestralidad vial en Bogotá*. Alcaldía Mayor de Bogotá.

Universidad de los Andes. (2021). *Estudios sobre transporte urbano y movilidad sostenible*. Universidad de los Andes.

Universidad Nacional de Colombia. (2020). *Investigaciones en movilidad sostenible en Colombia*. Universidad Nacional de Colombia.

Referencias de libros

Young, H. D., & Freedman, R. A. (2018). *Física universitaria con física moderna* (14.ª ed.). Pearson Educación.

Serway, R. A., & Jewett, J. W. (2015). *Física para ciencias e ingeniería* (9.ª ed.). Cengage

Learning.

Referencias de páginas web

Cain, S. (2016). The mysterious biomechanics of riding – and balancing – a bicycle. University of Michigan Mechanical Engineering. Recuperado de https://me.engin.umich.edu/news-events/news/mysterious-biomechanics-riding-and-balancing-bicycle/

Adams, V. H. (s.f.). Complementary filters. Van Hunter Adams - Cornell University. Recuperado de https://vanhunteradams.com/Pico/ReactionWheel/Complementary_Filters.html

Sáenz-García, R. M. (2013). La Bicicleta Y Sus Orígenes En Europa. *The Sketch*, 85. Recuperado de http://bibliotecavirtualsenior.es/wp-content/uploads/2016/06/La-Bicicleta-y-sus-Ori–genes-en-Europa.pdf

Meollo. (s.f.). *Historia de la bicicleta*. Recuperado de https://www.meollo.net/es/historia-de-la-bicicleta/

Aballay, E., & Avilés, E. (2002). *Estudio del movimiento giroscópico*.

Rita, M., Chini, L., & Guillermo, E. (2007). *El Efecto Giroscópico*. Recuperado de http://www2.ib.edu.ar/becaib ib/trabajos/Chini.pdf

National Instruments. (2025). Explicación sobre el controlador PID y la teoría. Recuperado de https://www.ni.com/es/shop/labview/pid-theory-explained.html

Espressif Systems. (2024). ESP32 Series Datasheet. Recuperado de https://www.espressif.com/sites/default/file

InvenSense. (2016). MPU-9250 Product Specification Revision 1.1. TDK Corporation. Recuperado de https://invensense.tdk.com/download-pdf/mpu-9250-datasheet/

11. Anexos

11.1 Anexo A: Código Fuente del Sistema de Control

Código Principal del ESP32 - Control PID con MPU9250

A continuación se presenta el código completo implementado en el microcontrolador ESP32 para el sistema de estabilización. Este programa integra la lectura del sensor inercial MPU9250, el filtro complementario para estimación de ángulo, el controlador PID y el control del servomotor.

```
#include <Arduino.h>
#include <Wire.h>
#include "MPU9250.h"
#include <PID_v1.h>

// Crear instancia del MPU9250
MPU9250 mpu;

// ==== Pines ====
#define PIN_SERVO 15
#define PIN_TEST 4
#define PIN_TEST2 16
#define PIN_ACS712 34  // Sensor de corriente ACS712

// ==== Variables compartidas ====
volatile float ax, ay, az, gx, gy, gz;
volatile unsigned long lastReadMicros = 0;

// ==== Variables del filtro y PID ====
float angleX = 0, angleY = 0;
float angleX_prev = 0, angleY_prev = 0;

// ==== Variables del sensor de corriente ACS712 ====
float currentOffset = 2375;  // Valor ADC calibrado en corriente cero
const float ACS712_SENSITIVITY = 0.066;  // 66mV/A para ACS712-30A
const float ADC_VOLTAGE = 3.3;           // Voltaje de referencia del ADC del ESP32
const int ADC_RESOLUTION = 4096;         // Resolucion del ADC (12 bits)
float current_A = 0.0;                   // Corriente medida en
```

```
    amperios

// Variables PID (double para compatibilidad con libreria)
double setpoint = 0.0;
double pidInput = 0.0;
double pidOutput = 0.0;

// Parametros PID
#define KP 31.1
#define KI 0
#define KD 1.2

#define ALPHA 0.9975f

// Crear controlador PID
PID myPID(&pidInput, &pidOutput, &setpoint, KP, KI, KD, DIRECT);

void setup() {
  Serial.begin(115200);
  Wire.begin(21, 22);
  Wire.setClock(100000); // Reducido de 400kHz a 100kHz para
     mayor estabilidad

  pinMode(PIN_TEST, OUTPUT);
  pinMode(PIN_TEST2, OUTPUT);
  pinMode(PIN_ACS712, INPUT);

  // Inicializa MPU9250
  Serial.println("Iniciando MPU9250...");

  if (!mpu.setup(0x68)) {  // cambiar a 0x69 si AD0 esta en HIGH
    Serial.println("Error al inicializar MPU9250");
    while(1) {
      Serial.println("MPU9250 no detectado");
      delay(5000);
    }
  }

  Serial.println("MPU9250 conectado y configurado");

  // ==== Configuracion PID ====
  myPID.SetMode(AUTOMATIC);
  myPID.SetOutputLimits(-90, 90);
  myPID.SetSampleTime(5); // 5ms para coincidir con delay del
     loop

```

```
72    // ==== PWM para servo ====
73    ledcSetup(0, 50, 16); // Canal 0, 50Hz, 16 bits de resolucion
74    ledcAttachPin(PIN_SERVO, 0);
75  }
76
77  void loop() {
78    // ====== TAREA 1: Lectura MPU ======
79    //digitalWrite(PIN_TEST, HIGH);
80    digitalWrite(PIN_TEST2, HIGH);
81
82    // Leer datos del MPU9250
83    if (mpu.update()) {
84      // Obtener datos (ya en unidades fisicas)
85      ax = mpu.getAccX(); // en g
86      ay = mpu.getAccY();
87      az = mpu.getAccZ();
88      gx = mpu.getGyroX(); // en deg/s
89      gy = mpu.getGyroY();
90      gz = mpu.getGyroZ();
91    }
92
93    lastReadMicros = micros();
94
95    //digitalWrite(PIN_TEST, LOW);
96
97    // ====== TAREA 2: Filtro + PID ======
98    float dt = 0.005; // ciclo ~200 Hz (ajustar si se desea mas
        precision)
99
100   // Calcular angulos (acelerometro) - ax, ay, az ya estan en
        unidades g
101   float accelX = atan2f(ay, sqrtf(ax * ax + az * az)) * 180.0f /
          M_PI;
102   float accelY = atan2f(-ax, sqrtf(ay * ay + az * az)) * 180.0f
        / M_PI;
103
104   // Filtro complementario - gx, gy, gz ya estan en grados/s
105   angleX = ALPHA * (angleX_prev + gx * dt) + (1 - ALPHA) *
        accelX;
106   angleY = ALPHA * (angleY_prev + gy * dt) + (1 - ALPHA) *
        accelY;
107   angleX_prev = angleX;
108   angleY_prev = angleY;
109   angleX = angleX - 3;
110
111   // Actualizar entrada del PID y calcular
```

```
112   pidInput = angleX;
113   myPID.Compute();
114
115   // ====== TAREA 3: Lectura de corriente ======
116   // Leer sensor de corriente ACS712
117   int adcValue = analogRead(PIN_ACS712);
118
119   // Convertir a voltaje
120   float voltage = (adcValue * ADC_VOLTAGE) / ADC_RESOLUTION;
121
122   // Calcular corriente
123   float offsetVoltage = (currentOffset * ADC_VOLTAGE) /
          ADC_RESOLUTION;
124   float voltageDiff = voltage - offsetVoltage;
125   current_A = voltageDiff / ACS712_SENSITIVITY;
126
127   float output = pidOutput;
128
129   // Servo control - Rango completo 270 grados
130   /* Mapeo para servo de 270 grados: 500us = 0 grados, 2500us =
          270 grados */
131   int pwm_us = map(output, -90, 90, 1638, 4000);
132
133   int duty = (int)(pwm_us); // 20 ms periodo
134   ledcWrite(0, duty); // Canal 0
135
136
137   // Mostrar datos
138   Serial.printf("AngX: %.2f\tPID: %.2f\tCorriente: %.2f A\n",
          pidInput, pidOutput, current_A);
139   digitalWrite(PIN_TEST2, LOW);
140
141   // Mantener frecuencia ~200 Hz mejorable a 500 Hz con 2 ms de
          delay mas de 500Hz no viable
142   delay(5);
143 }
```

Listing 11.1: Código completo del sistema de control implementado en ESP32

Descripción de los Componentes del Código

Librerías Utilizadas

- **Arduino.h:** Framework principal para programación del ESP32.

- **Wire.h:** Comunicación I2C con el sensor MPU9250.
- **MPU9250.h:** Biblioteca para gestión del sensor inercial de 9 ejes.
- **PID_v1.h:** Implementación del controlador PID.

Parámetros de Configuración

- **Frecuencia de muestreo:** 200 Hz (5 ms de período)
- **Constante del filtro complementario (ALPHA):** 0.9975
- **Ganancia proporcional (Kp):** 31.1
- **Ganancia integral (Ki):** 0
- **Ganancia derivativa (Kd):** 1.2
- **Límites de salida PID:** -90° a +90°

Arquitectura del Sistema de Control

El código implementa un lazo de control en tiempo real que ejecuta las siguientes tareas de forma secuencial:

1. **Lectura del sensor MPU9250:** Obtención de datos de acelerómetro (ax, ay, az) y giroscopio (gx, gy, gz).
2. **Fusión sensorial:** Aplicación del filtro complementario para estimar el ángulo de inclinación con baja latencia y mínima deriva.
3. **Cálculo del PID:** Procesamiento del error entre el ángulo medido y el setpoint (0°) para generar la señal de control.
4. **Actuación:** Conversión de la salida del PID a señal PWM para control del servomotor del gimbal.
5. **Monitoreo:** Lectura del sensor de corriente ACS712 para supervisión del consumo energético del sistema.