Proceso de simbolización algebraica:
Reporte de una experiencia de aula en grado octavo

Ana María Giraldo Alba

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ciencias y Educación
Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática
Bogotá, D.C.
2020

Proceso de simbolización algebraica:
Reporte de una experiencia de aula en grado octavo

Ana María Giraldo Alba

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar por el título de Magister en Educación con Énfasis en Educación Matemática

Director
Pedro Javier Rojas Garzón
Doctor en Educación

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ciencias y Educación
Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática
Bogotá, D.C.
2020

Dedicatoria

Mi hijo Sebastián, mi gran motivación para cada día ser mejor profesional.

A mi esposo Daniel, por su apoyo incondicional.

A mis padres por sus consejos, comprensión y amor

Agradecimientos

A mí tutor Pedro Javier Rojas Garzón, por hacerme ver la vida profesional como un reto.

Al Colegio Antonio Nariño Instituto Educativo Distrital por su contribución en mí formación como docente.

A mis estudiantes de grado octavo, por su participación y compromiso en el desarrollo de este proyecto.

Contenidos

Resumen……12

Abstract ……13

Introducción ……14

1. Contextualización del problema ……16

1.1 Justificación ……17

2. Antecedentes……27

3. Referentes Teóricos ……29

3.1 Educación Matemática Realista……29

3.2 Razonamiento algebraico ……32

4. Diseño metodológico ……34

4.1 Población ……35

4.2 Diseño de instrumentos ……35

4.3 Secuencia de tareas ……35

4.4 Categoría de análisis ……37

4.5 Recolección de la información ……38

5. Experiencia en el aula……40

6. Resultados obtenidos……81

6.1 Resultados de la implementación de las tareas ……81

6.2 Avances de algunos estudiantes ……96

7. Conclusiones ……117

Bibliografía ……122

Anexos ……124

Lista de tablas

Tabla 1. Respuestas actividad diagnostica punto 1, ítem c) grado octavo 20
Tabla 2. Respuestas actividad diagnostica punto 1, ítem c) grado noveno 21
Tabla 3. Respuestas actividad diagnostica punto 1 ítem d, grado octavo 21
Tabla 4. Respuestas actividad diagnostico punto 1, ítem d), grado noveno 22
Tabla 5. Respuestas actividad diagnostica punto 3, grado octavo 23
Tabla 6. Respuestas actividad diagnostica punto 3, grado noveno 23
Tabla 7. Respuestas actividad diagnostica punto 4, ítem a grado octavo 24
Tabla 8. Respuestas actividad diagnostica punto 4, ítem a grado noveno 25
Tabla 9. Secuencia de tareas 35
Tabla 10. Respuestas pregunta 1, tarea 1, I parte 41
Tabla 11. Respuestas pregunta 2, tarea 1, I parte.....43
Tabla 12. Respuestas pregunta 4, tarea 1, I parte 44
Tabla 13. Respuestas pregunta 5, tarea 1, I parte.....45
Tabla 14. Respuestas pregunta 1, tarea 1, II parte 46
Tabla 15. Respuestas pregunta 3, tarea 1, II parte 47
Tabla 16. Respuestas pregunta 4, tarea 1, II parte 48
Tabla 17. Respuestas pregunta 5, tarea 1, II parte 49
Tabla 18. Respuestas pregunta 5, tarea 1, II parte 50
Tabla 19. Respuestas pregunta 2, tarea 2. 52
Tabla 20. Respuestas pregunta 3, tarea 2 53
Tabla 21. Respueatas pregunta 4, tarea 2. 54
Tabla 22 Respuestas pregunta 5, tarea 2 55
Tabla 23. Respuestas de la pregunta 2, tarea 3 60
Tabla 24 Respuestas pregunta 3, tarea 3. 61
Tabla 25 Respuestas pregunta 4, tarea 3.....62
Tabla 26 Respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta 5, tarea 3. 63
Tabla 27 Respuestas pregunta 6, tarea 3.....64
Tabla 28 Respuestas pregunta 1, tarea 4.....66
Tabla 29 Respuestas pregunta 2, tarea 4..... 67

Tabla 30 Respuestas pregunta 3, tarea 5 71
Tabla 31 Respuestas pregunta 4, tarea 5 72
Tabla 32 Respuestas pregunta 5, tarea 5.....73
Tabla 33 Respuestas pregunta 6, tarea 6.....74
Tabla 34. Respuestas dadas a la pregunta 1, tarea 6 76
Tabla 35. Respuestas dadas a la pregunta 2, tarea 6 77
Tabla 36. Respuestas pregunta 3, tarea 6 77
Tabla 37. Respuestas pregunta 4, tarea6.....79

Lista de ilustraciones

Ilustración 1. Contexto punto 1 prueba diagnostico 17
Ilustración 2. Contexto punto 2 prueba diagnostico 18
Ilustración 3. Respuesta punto 1, ítem c) del estudiante Andrés del grado octavo..... 20
Ilustración 4. Respuesta punto 1 ítem c) del estudiante Kevin del grado noveno 21
Ilustración 5. Respuesta punto 1, ítem d) del estudiante Gissel del grado octavo 22
Ilustración 6. Respuesta punto 1, ítem d del estudiante Juan Pablo, grado noveno.....22
Ilustración 7. Respuesta punto 2, ítem a del estudiante Juan Pablo, grado noveno 23
Ilustración 8. Respuesta punto 3, ítem a) del estudiante Juan Camilo, grado octavo 23
Ilustración 9. Respuesta punto 3, ítem a) del estudiante Juan Pablo, grado noveno.....24
Ilustración 10. Respuesta punto 4, ítem a del estudiante Juan Camilo, grado octavo.....25
Ilustración 11. Respuesta punto 4, ítem a del estudiante Juan Pablo, grado noveno.....25
Ilustración 12 Respuesta tarea 1, I p.1 estudiante Sharick del curso 8º 42
Ilustración 13 Respuesta tarea 1, I p. 2 estudiante Nicolás del curso 8º 43
Ilustración 14. Respuestas tarea 1, I p. 3 estudiante Sharick del curso 8º 44
Ilustración 15. Respuesta tarea 1, I p. 4 estudiante Miguel del curso 8º 44
Ilustración 16. Respuesta tarea 1, I p. 5 estudiante Miguel del curso 8º 45
Ilustración 17 Respuesta tarea 1, II p. 1 estudiante Sofia 8º 46
Ilustración 18 Respuesta tarea 1, II p. 2 estudiante Sofia 8º 47
Ilustración 19 Respuesta tarea 1, II p. 3 estudiante Sofía del curso 8º 48
Ilustración 20 Respuesta tarea 1, II p. 4 estudiante Sofia del curso 8º 48
Ilustración 21 Respuesta tarea 1, II p. 5 estudiante Sofía del curso 8º 49
Ilustración 22 Respuesta tarea 1, II p. 6 estudiante Sofía del curso 8º 50
Ilustración 23 Secuencia de figuras tarea 2.....51
Ilustración 24 Respuesta tarea 2, p. 1 estudiante Nicol del curso 8º 52
Ilustración 25 Respuesta tarea 2, p. 2 estudiante Miguel del curso 8º 53
Ilustración 26 Respuesta tarea 2, p. 3 estudiante Nicolas del curso 8º 54
Ilustración 27 Respuestas tarea 2, p. 4 estudiante Juan Felipe del curso 8º.....55
Ilustración 28 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Nicol del curso 8º 56
Ilustración 29 Factura de consumo de energía eléctrica 59

Ilustración 30 Respuesta tarea 3, p.2 estudiante Laura del curso 8º.....60
Ilustración 31. Respuesta tarea 3, p. 3 estudiante Edgar del curso 8º 62
Ilustración 32 Respuesta tarea 3, p. 4 estudiante Edgar del curso 8º 62
Ilustración 33 Respuesta tarea 3, p. 5 estudiante Laura del curso 8º 64
Ilustración 34 Respuesta tarea 3, p. 6 estudiante Edgar del curso 8º 64
Ilustración 35 Respuestas tarea 4, p. 1 estudiante Miguel del curso 8º 67
Ilustración 36 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Laura del curso 8º 69
Ilustración 37 Situación real, tarea 5.....70
Ilustración 38 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Karen del curso 8º 72
Ilustración 39 Respuesta tarea 5, p. 4 estudiante Kisley del curso 8º 73
Ilustración 40 Respuesta tarea 5, p. 5 estudiante Alejandro del curso 8º 73
Ilustración 41 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante Estefany del curso 8º 74
Ilustración 42 Contexto tarea 6..... 75
Ilustración 43 Respuesta tarea 6, p. 1 estudiante Jerson del curso 8º 76
Ilustración 44 Respuesta tarea 6, p. 2 estudiante Sharick del curso 8º 77
Ilustración 45. Respuesta tarea 6, p. 3 estudiante Johnny del curso 8º 78
Ilustración 46. Respuesta tarea 6, p. 4 estudiante jerson del curso 8º 80
Ilustración 47 Respuesta tarea 1, I p. 1 estudiante Sofía del curso 8º 82
Ilustración 48. Respuesta tarea 1, I p. 5 estudiante Alejandro del curso 8º 82
Ilustración 49. Respuesta tarea 1, II p. 5 estudiante Savier del curso 8º 83
Ilustración 50 Respuesta tarea 1, II p. 6 estudiante Keila del curso 8º 83
Ilustración 51 Respuesta tarea 2, p. 1 estudiante Juan Felipe del curso 8º 84
Ilustración 52 Respuesta tarea 2, p. 4 estudiante Laura del curso 8º 85
Ilustración 53 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Juan Felipe del curso 8º 85
Ilustración 54 Respuesta tarea 4, p. 1 estudiante Alejandro del curso 8º 89
Ilustración 55 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Alejandro del curso 8º 90
Ilustración 56 Respuesta Tarea 5, p.1 estudiante Karen del curso 8º 91
Ilustración 57 Respuesta tarea 5, p. 4 estudiante Alejandro del curso 8º 92
Ilustración 58 Respuesta tarea 5, p. 5 estudiante Sharick del curso 8º 92

Ilustración 59 Respuesta tarea 6, p. 1 estudiante Sharick del curso 8º 93
Ilustración 60 Respuesta tarea 6, p. 3 estudiante Sharick del curso 8º 94
Ilustración 61 Respuesta tarea 6, p. 4 estudiante Sharick del curso 8º 95
Ilustración 62 Respuesta tarea 1, I p. 1 y 2 la estudiante Sharon del curso 8º 97
Ilustración 63 Respuesta tarea 1, II p. 5 estudiante Sharon del curso 8º 97
Ilustración 64 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante Sharon del curso 8º 97
Ilustración 65 Respuestas tarea 2, p, 3 y 4 estudiante Sharon del curso 8º 98
Ilustración 66 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Sharon del curso 8º 98
Ilustración 67 Respuesta tarea 3, p. 2 estudiante Sharon del curso 8º 99
Ilustración 68 Respuesta tarea 3, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º 99
Ilustración 69 Respuesta tarea 3, p. 5 estudiante Sharon del curso 8º 99
Ilustración 70 Respuesta tarea 4, p. 1estudiante Sharon del curso 8º 100
Ilustración 71 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Sharon del curso 8º 100
Ilustración 72 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º 101
Ilustración 73 Respuesta tarea 5, p. 1 estudiante Sharon del curso 8º 101
Ilustración 74 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante Sharon del curso 8º 102
Ilustración 75 Respuesta tarea 6, p. 1 estudiante Sharon del curso 8º 102
Ilustración 76 Respuesta tarea 6, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º 102
Ilustración 77 Respuesta tarea 1, I p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º 103
Ilustración 78 Respuesta tarea 1, II p. 5 el estudiante David del curso 8º 104
Ilustración 79 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º 104
Ilustración 80 Respuesta tarea 2, p. 3 y 4 estudiante David del curso 8º 105
Ilustración 81 Respuesta tarea 2, p. 5estudiante David del curso 8º 105
Ilustración 82 Respuesta tarea 3, p. 2 estudiante David del curso 8º 105
Ilustración 83 Respuesta tarea 3, p. 6 estudiante David del curso 8º 106
Ilustración 84 Respuesta tarea 4, p. 1 estudiante David del curso 8º 107
Ilustración 85 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante David del curso 8º 107
Ilustración 86 Respuesta tarea 5, p. 4 estudiante David del curso 8º 108
Ilustración 87 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante David del curso 8º 108
Ilustración 88 Respuesta tarea 6, p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º 109
Ilustración 89 Respuesta tarea 6, p. 3 estudiante David del curso 8º 109

Ilustración 90 Respuesta tarea 1, I p. 1 estudiante Sharit del curso 8º 110
Ilustración 91 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante Sharit del curso 8º 110
Ilustración 92 Respuesta tarea 2, p. 3 y 4 estudiante Sharit del curso 8º 111
Ilustración 93 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Sharit del curso 8º 111
Ilustración 94 Respuesta tarea 3, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º 112
Ilustración 95 Respuesta tarea 3, p. 6 estudiante Sharit del curso 8º 112
Ilustración 96 Respuesta tarea 3, p. 5 estudiante Sharit del curso 8º 112
Ilustración 97 Respuesta tarea 4, p. 1estudiante Sharit del curso 8º 113
Ilustración 98 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º 114
Ilustración 99 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Sharit del curso 8º 114
Ilustración 100 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante Sharit del curso 8º 115
Ilustración 101 Respuesta tarea 6, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º 115
Ilustración 102 Respuesta tarea 6, 3 estudiante Sharit del curso 8º 116
Ilustración 103 Respuesta tarea Peso, tasa metabólica, estudiante Ruth del curo 8º 117
Ilustración 104 Respuesta tarea Dobleces con tiras de papel, estudiante Nicol del curso.....117
Ilustración 105 Respuesta tarea Secuencia de figuras, estudiante Sofia del curso 8º 118
Ilustración 106 Respuesta tarea dobleces con una tira de papel, estudiante Juan David del curso 8º 118
Ilustración 107 Respuesta tarea Organizando mesas, estudiante Sharit del curso 8o 119
Ilustración 108 Respuesta tarea dobleces con una tira de papel, estudiante Jerson del curso 8...119
Ilustración 109 Respuesta tarea Peso, tasa metabólica y calorías, estudiante Ruth del curso 8º 120
Ilustración 110 Respuesta tarea La edad del hijo y el padre, estudiante Laura del curso 8º.....120

Anexos

Anexo 1.....124
Anexo 2.....127
Anexo 3.....131
Anexo 4.....132
Anexo 5.....134
Anexo 6.....135
Anexo 7 136

Resumen

Este documento presenta los resultados obtenidos en una experiencia de aula desarrollada con estudiantes de un curso de grado octavo, en un colegio oficial de la ciudad de Bogotá, con el objetivo de determinar cómo transitan por los niveles de comprensión propuestos por la Educación Matemática Realista en el proceso de simbolización algebraica.

Para el desarrollo de esta experiencia de aula se diseñaron e implementaron seis tareas, cada una de estas a partir de un contexto que posibilitara su organización y estructuración por medio de saberes previos, la observación y el sentido común para dar solución a preguntas particulares o que surjan, identificar regularidades, patrones y procedimientos para llegar a una simbolización algebraica como forma de representación.

A partir del trabajo desarrollado por los estudiantes en las tareas, se realizó una descripción y análisis cualitativo de la producción oral y escrita, así como el estudio de algunos casos particulares.

Palabras claves: Niveles de matematización, generalizar, simbolizar, simbolización algebraica.

Abstract

This document presents the results obtained in a classroom experience developed with students of an eighth-grade course, in an official school in the Bogotá city, with the objective of determining how they pass through the levels of understanding proposed by the Realistic Mathematical Education in the algebraic symbolization process.

For the development of this classroom experience, six proposed tasks were designed and implemented based on different situations, real or imagined, which allowed the student to mathematize the context using previous knowledge, observation and common sense, among other tools, to provide solutions to questions present or arising from it, identify generalizable aspects to reach an algebraic symbolization as a form of representation.

From the work developed by the students in the implementation of the tasks, a qualitative description and analysis of the written and verbal production obtained is carried out, as well as the study of some cases.

Keywords: levels of Mathematical Reality, generalize, symbolize, algebraic symbolization

Introducción

Los lineamientos curriculares en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN 1998) definen el pensamiento variacional como el pensamiento que involucra conceptos y procedimientos vinculados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones problema, tanto de actividades prácticas del hombre como de las ciencias y propiamente matemáticas donde la variable se encuentra como el sustento de ella; años después, al publicarse Los Estándares Básicos en Competencias (MEN 2006), se plantea el desarrollo de este pensamiento desde la Educación Básica Primaria con actividades como el análisis de fenómenos de variación representados en tablas y gráficas, actividades que estudien la regularidad y lleven a la generalización de patrones, de tal forma, que los estudiantes lleguen a grado octavo a emplear sistema algebraico más ligado con la variable; pero al revisar los textos escolares de grado octavo se puede evidenciar que el énfasis es el aprendizaje de algoritmos matemáticos con expresiones en las cuales está inmersa la letra y se deja de lado el proceso de simbolización algebraica.

Este documento es el resultado de una experiencia de aula desarrollada con estudiantes de un curso de grado octavo de un colegio oficial en la ciudad de Bogotá, buscando determinar cómo transitan por los niveles de comprensión propuestos por la Educación Matemática Realista. Esta experiencia de aula se originó después de realizar una prueba diagnóstica a los estudiantes de grado octavo y noveno el año anterior y encontrar que dieron solución a preguntas particulares relacionadas con una situación real, en algunos casos identificaron un patrón, pero se les dificultó llegar a la generalización y a su representación algebraica.

Esta experiencia de aula es una investigación cualitativa, bajo el modelo de investigación – acción propuesto por Elliott (1993), en la que el docente cumple el papel de docente- investigador, para su desarrollo se diseñaron e implementaron seis tareas teniendo como base los principios de la Educación Matemática Realista.

El contenido de este reporte se encuentra organizado en siete capítulos, en los dos primeros se realiza la contextualización, planteamiento y justificación del problema de investigación, así como se hace referencia a otras investigaciones de la misma línea; en el tercer apartado se presentan los referentes teóricos que enmarcan esta experiencia de aula; en los apartados 4, 5 y 6 se encuentran la caracterización de cada una de las tareas propuestas, la descripción de su implementación, los resultados obtenidos, los avances de tres estudiantes en el proceso de

simbolización algebraica y su tránsito por los niveles de comprensión propuestos por la Educación Matemática Realista, finalmente se encuentran las conclusiones, limitaciones y recomendaciones de la investigación.

1. Contextualización de la problemática

El desarrollo del pensamiento variacional desde los primeros años de la educación básica primaria se plantea en los Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN 2006), como "las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social por medio de la visualización, exploración y manipulación, en los cuales se basa el proceso de generalización. Es una forma apropiada para preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos antes de llegar a grados séptimo y octavo". Al revisar el plan de área de Matemáticas de la institución educativa en el que se realizó la investigación, se encontró que todos estos elementos están presentes; sin embargo, al aplicar una prueba diagnostico[1] a los estudiantes de grado octavo se evidenció que, dan solución a situaciones particulares y en algunos casos identifican el patrón presente, pero se les dificulta llegar a la generalización y simbolización algebraica de esta.

Este estudio se deriva de los resultados obtenidos por los estudiantes de grado octavo en la prueba diagnóstico, centrando el interés en el proceso de simbolización algebraico, desarrollado a partir de contextos reales durante el tránsito por los niveles de comprensión propuestos por la Educación Matemática Realista; lo que da origen a la pregunta: ¿Cómo transitan de un curso de grado octavo por los niveles de comprensión en el desarrollo del proceso de simbolización algebraica?

Para dar respuesta a esta pregunta, se plantea como objetivo general, establecer cómo los estudiantes de un curso de grado octavo transitan por los niveles de comprensión propuestos por la corriente de la Educación Matemática Realista en el desarrollo del proceso de simbolización algebraico a partir de situaciones reales, llevando a identificar y caracterizar el proceso de simbolización algebraico desarrollado por los estudiantes de grado octavo a partir situaciones reales, determinar y describir los recursos cognitivos de los que hacen uso en el tránsito por los niveles de comprensión.

Objetivos Específicos

[1] La descripción, análisis y resultados de la prueba diagnostico se encuentran en la justificación

Identificar y describir los recursos cognitivos usados por los estudiantes de grado octavo en el tránsito por los niveles comprensión propuestos por la corriente de la Educación Matemática Realista en el desarrollo del proceso de simbolización algebraica.

Caracterizar el trabajo realizado por los estudiantes de grado octavo a partir de los niveles de razonamiento algebraico propuestos por Para Godino, Castro, Aké y Wilhelmi en el proceso de simbolización algebraica.

1.1 Justificación

Como docente he podido encontrar que, al llegar a grado octavo, para los estudiantes el uso de la letra se convierte en un obstáculo, ya que no le encuentran un significado como herramienta matemática para simbolizar algebraicamente diferentes contextos, generando desinterés y dificultades en el aprendizaje.

En las publicaciones realizadas sobre la transición de la aritmética al álgebra en Colombia por el grupo Pretexto (Rojas, Rodríguez, Romero, Castillo y Mora, 1999), se puede ver que las dificultades presentes en los estudiantes de octavo son muy comunes; desde esta óptica se decidió hacer una prueba diagnóstica a los estudiantes de un curso de grado octavo y noveno de un colegio oficial de la ciudad de Bogotá, para indagar sobre algunas de las estrategias empleadas en el proceso de simbolización algebraico.

EL instrumento diagnóstico se aplicó durante la clase de matemáticas, en un tiempo aproximado de 120 min, este estaba dividido en cuatro puntos, cada uno con un objetivo diferente:

En el primer punto se presentó a los estudiantes la siguiente secuencia de figuras:

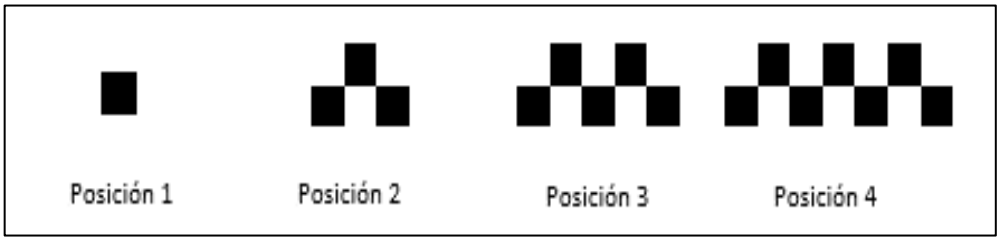


Ilustración 1. Contexto punto 1 prueba diagnostico

Se planteaba al estudiante los siguientes ítems:

a. Grafique la figura en la posición 6

b. ¿Cuántos cuadros tendría la figura correspondiente a la posición 9?
c. Explique cómo encontrar la cantidad de cuadros de la figura correspondiente a la posición 100
d. Encuentre una expresión o formula que le permita encontrar el número de cuadros en cualquier posición.

En este primer punto se buscaba determinar si los estudiantes llegan a representar por medio de la simbolización algebraica la generalidad de un patrón, para analizar los resultados obtenidos en este punto se usaron los niveles propuestos por el grupo Pretexto de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (1999), relacionados con el reconocimiento de patrones (desde lo perceptual, en lo concreto finito, lo concreto generalizado, general verbalizarlo, general simbolizado en lenguaje intermedio, general simbolizado con el lenguaje algebraico formal).

- En el segundo punto se presentó a los estudiantes el siguiente contexto:

Un poliedro regular es un poliedro en que se cumple que todas sus caras y todas sus figuras de vértices son polígonos regulares.

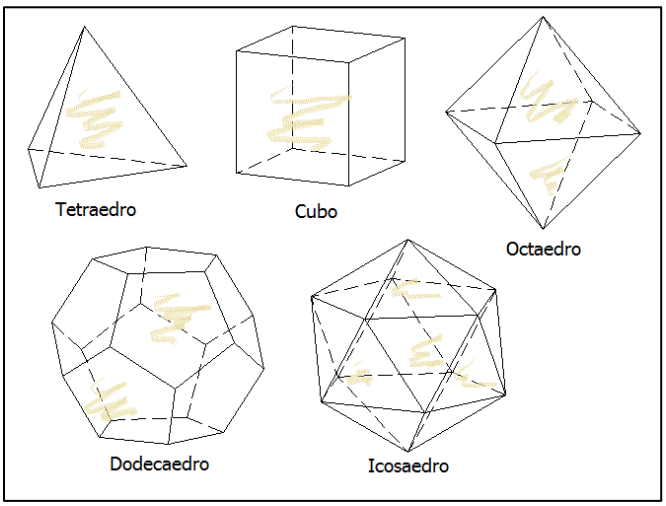


Ilustración 2. Contexto punto 2 prueba diagnostico

Leonard Euler publicó su teorema para poliedros, el cual establece la relación entre el número de caras (C), de aristas (A) y de vértices (V), la cual se considera como el teorema para los poliedros de Euler

$$V+C-A=2$$

Respecto a este contexto se propusieron los siguientes ítems.

a. Verifique si el Tetraedro cumple con el teorema de Euler para los poliedros.
b. Un dodecaedro tiene 12 caras y 20 vértices, usando el teorema de Euler calcule el número de aristas que tiene

En el segundo punto se buscaba determinar si los estudiantes llegaban a evaluar la letra desde una igualdad dada a partir de un contexto.

- En el tercer punto se presentó al estudiante el siguiente contexto:

"Si n representa un número entero cualquiera, encuentre una expresión para representar el triple de ese número"

- En el cuarto punto se presentó a los estudiantes el siguiente contexto:

Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años. Si designamos (simbolizamos) con x la edad de este hombre:

a. Señale en cada caso si la afirmación es verdadera a falsa:

x+ 23 es la expresión que designa la edad del hijo

x - 23 es la expresión que designa la edad del hijo

x+ 31 es la expresión que designa la edad de su padre

x – 31 es la expresión que designa la edad de su padre

b. Encuentre una expresión o fórmula general que permita calcular la edad de los tres hombres. Explique su respuesta.

En el tercero y cuarto punto se buscaba determinar si los estudiantes llegaban a la representación algebraica de una situación problema determinada presentada por medio de un contexto real.

Para analizar los resultados obtenidos en el segundo, tercero y cuarto punto se hará uso de los niveles propuestos por Küchemman (1978) apoyado en los estudios de Collís (1975) mencionados por grupo Pretexto de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en la publicación La transición aritmética- algebra (1999)

Estadio inicial de las operaciones concretas: los estudiantes tienden a considerar la letra como representante de un número determinado.

Estadio medio de las operaciones concretas: los estudiantes pueden admitir que las letras tomen más de un valor específico intentando con un par de números y si satisface la relación, sacan su relación sobre esta base.

Estadio de generalización concreto: El estudiante puede usar letras para representar incógnitas específicas o números desconocidos.

Estadio de las operaciones formales: Los jóvenes trabajan correctamente en un sistema definido, dentro del cual pueden sacar deducciones de tipo formal.

Después de aplicar el instrumento diagnóstico y revisar el trabajo realizado por los estudiantes se obtuvieron los siguientes resultados:

En cuanto a lo que refiere al primer punto, para el ítem a) el 78,5% de los estudiantes de grado octavo y el 85% de los estudiantes de grado noveno encontraron el patrón; en cuanto al ítem b) el 57% de los estudiantes de grado octavo y el 90% de los estudiantes de grado noveno encontraron el patrón.

En cuanto al ítem c) en el que se pedía a los estudiantes que explicaran cómo encontrar la cantidad de cuadros de la figura correspondiente a la posición 100 las respuestas fueron muy variadas tanto para el grado octavo y el grado noveno, estas respuestas se presentan a continuación Grado octavo

Respuestas	Porcentaje
Multiplicar 100 por 2	21. 5%
Sumar 99 de arriba más 100 de abajo	21.5%
19 por 100	7%
80	7%
50	7%
Multiplicar 100 por 2 y sumar 3	7%
Blanco	29%

Tabla 1. Respuestas actividad diagnostica punto 1, ítem c) grado octavo

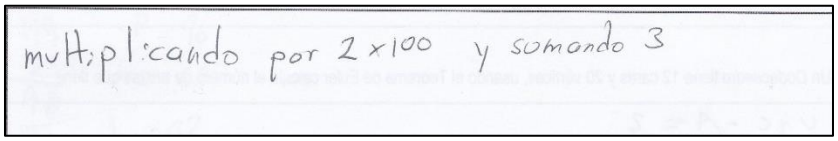


Ilustración 3. Respuesta punto 1, ítem c) del estudiante Andrés del curso octavo

Grado noveno

Respuestas	Porcentaje de respuestas
2 por cada posición	20%
19 x 10 = 190	30%
100 de abajo más 99 de arriba 199	20%
99 por 2 más 7 igual 199	10%
Blanco	20%

Tabla 2 Respuestas actividad diagnostica punto 1, ítem c) grado noveno

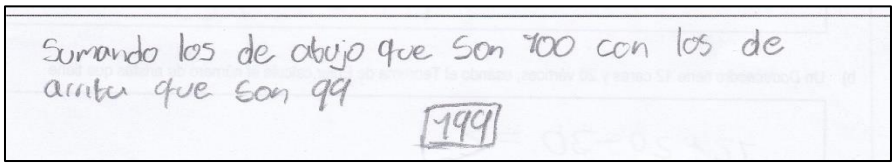


Ilustración 4. Respuesta punto 1 ítem c) del estudiante Kevin Salas del grado noveno

En cuanto al ítem d. del punto 1 en el que se pedía a los estudiantes encontrar una expresión general o fórmula que permita encontrar el número de cuadros de una figura en cualquier posición que se requiera ningún estudiante de los dos grados llegó a una expresión algebraica, pero sí dieron diferentes respuestas, cómo las que se presenta a continuación.

Grado octavo

Respuestas	Porcentaje
Se le suman los cuadros de 2 en 2	7%
2 por la posición	22%
Sumar los cuadros de arriba y abajo	14%
Blanco	57%

Tabla 3. Respuestas actividad diagnostica punto 1 ítem d, grado octavo

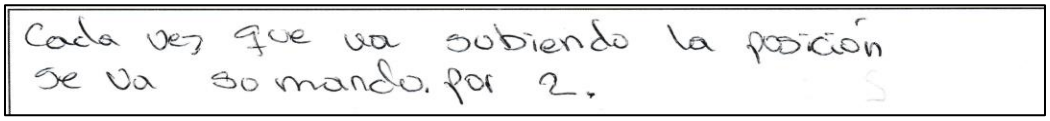


Ilustración 5. Respuesta punto 1, ítem d) del estudiante Grissel del grado octavo

Grado noveno

Respuestas	Porcentaje de respuestas
Sumar 2 por posición	20%
Los impares	5%
Multiplicar por 2	5%
Sumar los de abajo y los de arriba, los de arriba tienen uno menos	5%
Blanco	65%

Tabla 4. Respuestas actividad diagnostico punto 1, ítem d), grado noveno

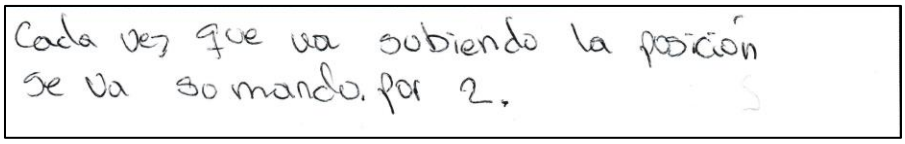


Ilustración 6. Respuesta punto 1, ítem d del estudiante Juan Pablo, grado noveno

Al finalizar la revisión de este primer punto se puede determinar que los estudiantes se ubican en el nivel 3 ya que llegan a la identificación del patrón para posiciones pequeñas, pero se les dificulta llegar a la generalización para encontrar posiciones grandes y más aún la simbolización algebraica.

En cuanto a los resultados de segundo punto, el ítem a en el que se le pedía a los estudiantes que verificar que el Tetraedro cumple con el Teorema de para Poliedros de Euler el 43% de los estudiantes de grado octavo y el 100% de los estudiantes de grado noveno llegaron a la respuesta correcta; en cuanto al ítem b) en el que se le pedía que si un Dodecaedro tiene 12 caras y 20 vértices, usando el Teorema de Euler calcular el número de aristas que tienen el 35% de los

estudiantes de grado octavo y el 85% de los estudiantes de grado noveno llegaron a la respuesta correcta.

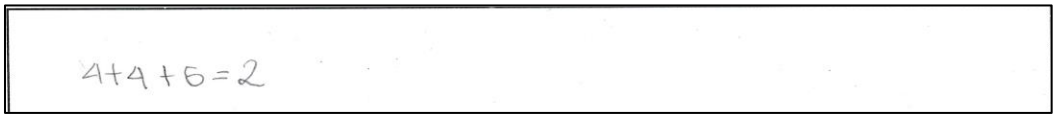


Ilustración 7. Respuesta punto 2, ítem a del estudiante Juan Pablo, grado noveno

Los resultados de este segundo punto nos llevan a la conclusión que los estudiantes en estadio inicial de las operaciones concretas ya que para ellos fue fácil solucionar los ítems identificando la letra y dándole un valor a esta.

En el tercer punto, en el cual se planteaba a los estudiantes que si $\boldsymbol{n}$ representa un número entero cualquiera, encuentre una expresión para representar el triple de ese número, ante esta pregunta los estudiantes tanto de octavo como de noveno en su mayoría dieron ejemplo, las respuestas se presentan a continuación

Grado octavo

Respuestas	Porcentaje de respuestas
n + n + n = 3n	21.5%
3 x 9 = 243	7%
3 x 3 = 9	7%
3 x 4 = 12	7%
$3^3 = 27$	14.3%
n^3	14.3%
Blanco	28.9%

Tabla 5. Respuestas actividad diagnostica punto 3, grado octavo

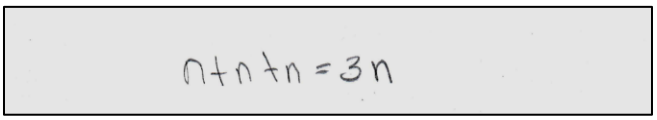


Ilustración 8. Respuesta punto 3, ítem a) del estudiante Juan Camilo, grado octavo

Grado noveno

Respuestas	Porcentaje de respuestas
N x 3 = 12	10%
6 x 3 = 18 n=6	20%
12 x 3 = 36	10%
$2^3 = 2 \times 2 \times 2$	5%
3^3	5%
$4^3 = 64$	10%
10^3	5%
Blanco	35%

Tabla 6. Respuestas actividad diagnostica punto 3, grado noveno

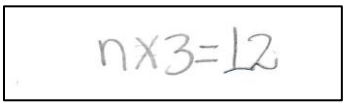


Ilustración 9. Respuesta punto 3, ítem a) del estudiante Juan Pablo, grado noveno

En cuanto a los resultados obtenidos en la pregunta 3 al igual que en la 2 se puede determinar que solo un 40% del total de los estudiantes de grado octavo y noveno se encuentran en el estadio inicial de operaciones concretas ya que al pedirles dar una expresión algebraica ellos ignoraron la letra y dieron ejemplos, en algunos casos correctos en otros no.

En el cuarto punto se planteaba a los estudiantes la siguiente situación:

Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las tres edades de las tres personas es 119 años. Si designamos (simbolizamos) con x la edad de este hombre.

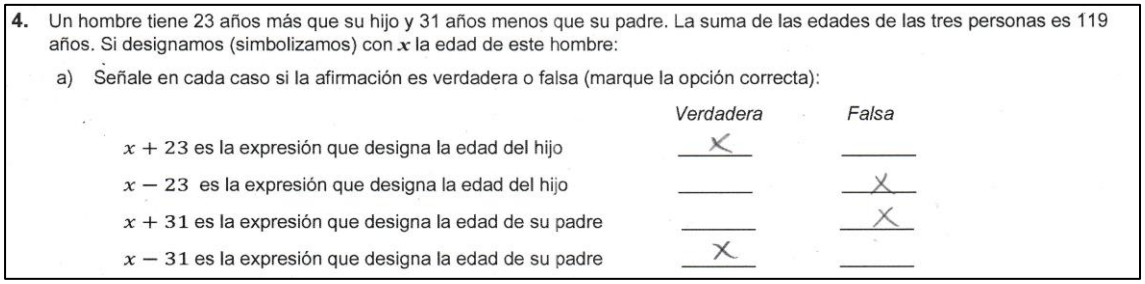
En el ítem a se pide a los estudiantes que señalen si la afirmación es verdadera o falsa (marque la opción correcta), a este ítem se obtuvieron las siguientes respuestas

Grado octavo

Afirmación	Verdadera	Falsa	Blanco
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	50%	28.5%	21.5%
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	28.5%	50%	21.5%

$x + 31$ es la expresión que designa la edad del padre	28.5%	50%	21.5%
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de sus padres	50%	28.5%	21.5%

Tabla 7. Respuestas actividad diagnostica punto 4, ítem a grado octavo


4. Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años. Si designamos (simbolizamos) con x la edad de este hombre:

a) Señale en cada caso si la afirmación es verdadera o falsa (marque la opción correcta):

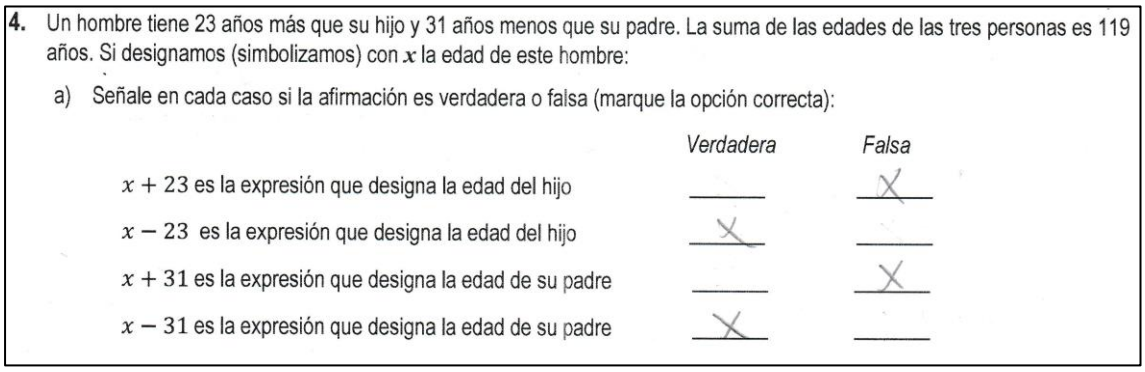
	Verdadera	Falsa
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	X	
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo		X
$x + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre		X
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	X	

Ilustración 10. Respuesta punto 4, ítem a del estudiante Juan Camilo, grado octavo

Grado noveno

Afirmación	Verdadera	Falsa	Blanco
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	55%	35%	10%
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	40%	50%	10%
$x + 31$ es la expresión que designa la edad del padre	50%	40%	10%
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de sus padres	35%	55%	10%

Tabla 8. Respuestas actividad diagnostica punto 4, ítem a grado noveno


4. Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años. Si designamos (simbolizamos) con x la edad de este hombre:

a) Señale en cada caso si la afirmación es verdadera o falsa (marque la opción correcta):

	Verdadera	Falsa
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo		X
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	X	
$x + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre		X
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	X	

Ilustración 11. Respuesta punto 4, ítem a del estudiante Juan Pablo Guerrero, grado noveno

En el ítem b se pedía a los estudiantes que encontraran una expresión o formula general que permita calcular la edad de los tres hombres y explicar la respuesta, ante esta pregunta el 86% de

los estudiantes de grado octavo y el 40% de los estudiantes de grado noveno dejaron el espacio en blanco, en cuanto al 24% de estudiantes de octavo y 60% de estudiantes de noveno restantes realizaron operaciones básicas con los numero 23, 31 y 119, lo que deja ver que los estudiantes se encuentran en un estadio inicial de las operaciones concretas, no reconocen la letra sino como un número determinado.

Al revisar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de grado octavo y noveno se puede determinar que los estudiantes se encuentran en el nivel del Estadio de las operaciones concretas, ya que para ellos la letra solo significa un valor determinado y se les dificulta llegar a un proceso de generalización desde un lenguaje natural a partir de la simbolización algebraica.

2. Antecedentes

El proceso de simbolización algebraica ha sido abordado desde diferentes perspectivas como lo son: el uso de la letra, los estadios de desarrollo cognitivo de la teoría de Piaget, los errores más comunes en el uso del lenguaje algebraico, el desarrollo del pensamiento algebraico, a continuación, se mencionan algunas investigaciones.

Küchemann (1978), a través de sus investigaciones no pretende medir el desempeño de los estudiantes a partir de la aplicación de diferentes pruebas de algebra sino obtener una mejor idea de la manera en que los niños enfrentan ciertos problemas matemáticos y la forma como le dan uso a la letra desde sus diferentes usos; la urgencia de mejorar la comprensión del algebra que los profesores proponen a los niños y proporcional algunas herramientas para interpretar el trabajo del alumno.

Collís (1982) muestra la relación entre los estadios del desarrollo cognitivo de la teoría de Piaget con las matemáticas escolares; para los sistemas matemáticos planteando Estadio temprano y medio de las operaciones concretas, el Estadio de la generalización concreta y el Estadio de las operaciones formales, como la base de los niveles propuestos por Küchemann sobre la interpretación de la letra por parte de los estudiantes.

Socas (2007) desarrolla su investigación con el objetivo de establecer desde la perspectiva del Enfoque Lógico semiótico un modelo de competencias que permita profundizar en las dificultades presentadas por los estudiantes en el aprendizaje del lenguaje algebraico y posibilitar nuevas maneras de enfocar los errores, especialmente los errores que tienen su origen en un obstáculo y los errores que tienen su origen en una ausencia de significado, esta investigación llega a la conclusión que los errores que cometen los estudiantes no ocurren al azar. En una nueva investigación se encontró que en general los errores dependen de los contenidos de las tareas presentadas y de los procesos del lenguaje algebraico que se quieren tratar.

Grupo Pretexto (1999) presenta algunas dificultades presentadas en el aula de clase por los estudiantes sobre el proceso de simbolización algebraica y el uso de la variable, realiza una propuesta de trabajo en el aula de clase para la transición de la aritmética al algebra.

Godino y Font (2003) plantean algunas de las características del razonamiento algebraico que son sencillas de adquirir por los niños como los patrones y las regularidades existentes de manera natural en las matemáticas, generalización de patrones y relaciones usando símbolos (uso de variables), las variables como símbolos que se ponen en lugar de los números (significado de la

variable, representan cantidad que varía o cambia, valor desconocido o parte de una formula), las funciones como relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro y se pueden representar de forma gráfica, formula, tabla, enunciado.

Manson, Graham, Pimm y Gowar (1999) plantean que el álgebra no se puede limitar al trabajo aritmético con expresiones algebraicas, sino que se debe trabajar desde el proceso de simbolización de patrones y situaciones cotidianas para reconocer la importancia y el papel que tiene la letra en la Matemática.

En artículos como el de Booker y Windson (2010) en el cual da a conocer el estudio realizado con un grupo de estudiantes de grado 7 sobre cómo trabajar, representar y resolver problemas relacionados estructuralmente de diversas maneras para que piensen algebraicamente a medida que articulan y generalizan sus procesos de solución.

Ottomar, Landy y Goldstone (2012). Después de hacer una intervención en el aula de clase con estudiantes de grado octavo, en el que se buscaba que por medio de la manipulación de fichas y uso de software cómo medio de interacción con expresiones algebraicas reportan que cuando los estudiantes llegaron a dotar de significado la simbolización algebraica mejoraron su rendimiento sustancialmente.

Rojas y Vergel (2013,) en el que los autores trabajan la generalización a partir de patrones geométricos o numéricos para analizar la producción matemática de niños y jóvenes y establecer relaciones entre los conceptos escolares asociados al pensamiento numérico, métrico y variaciones.

Rodríguez y Torrealba (2016) después de su investigación realizada con estudiantes de grado octavo sobre las dificultades que pueden llevar a cometer errores en el uso del lenguaje algebraico, encuentran que cuando se hace la transición del lenguaje natural al lenguaje algebraico poniendo en uso reglas no se hace la transición de la aritmética al algebra, de igual manera se puede ver que se dificulta el uso del literal para representar números u otros objetos y además que poseen una escasa apropiación de conocimientos previos para la transición de la aritmética al algebra.

Mphuthi y Machabo (2016) Al explorar sobre las dificultades conceptuales y la comprensión de las expresiones algebraicas de estudiantes de grado octavo de dos escuelas del distrito de Eastern Cape in South África, en la cual se aplicó una prueba a 74 estudiantes, reportan que los estudiantes solo muestran conocimientos en el sentido numérico y operaciones de tal manera que reducen todo a un valor, solo el 2% llegan a construir procesos que le permiten comprender las expresiones algebraicas.

3. Referentes teóricos

En los estándares básicos de competencias en matemáticas se hacen referencia al proceso de simbolización algebraica desde el pensamiento variacional por medio de la siguiente definición: "el pensamiento variacional tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos; las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos es una forma de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de la construcción de la expresión algebraica" 2

El I.E.D. Colegio Antonio Nariño propone a partir de los estándares básicos de competencias en Matemáticas y desde El Plan de Área de Matemáticas para grado octavo construir y operar expresiones algebraicas a partir de contextos geométricos como área y perímetro de polígonos dando solucionar situaciones problema.

3.1 Educación Matemática Realista

La corriente Educación Matemática Realista reconoce como fundador a Hans Freudenthal se centra en la idea que la matemática debe estar conectada con los estudiantes, su realidad y ser relevante en la construcción de valores en la sociedad. La Educación Matemática Realista plantea la importancia que tiene para los estudiantes organizar el mundo por medio de la matemática es decir llegar a la matemática por medio de la realidad y no al contrario.

Las ideas centrales de la Educación Matemática Realista plantean:

Pensar la matemática como una actividad humana, de tal forma que exista una matemática para todos.

El desarrollo de la comprensión matemática pasa por diferentes niveles en los que el contexto, los modelos y las estructuras cumplen un papel fundamental

2 MEN (2006) *Estándares Básicos en Competencias Matemáticas*. Colombia

Los contextos deben presentar la necesidad de ser matematizados e imaginables para el estudiante.

El estudiante debe iniciar por matematizar un contexto determinado para luego analizar su propia actividad matemática en el desarrollo de una matemática progresiva.

El proceso de organizar la realidad del estudiante por medio de la matemática lo llama matematizar, este proceso involucra: reconocer características esenciales, descubrir características comunes, ejemplificar ideas generales, aparición de nuevos objetos mentales y operaciones, buscar abreviar estrategias y simbolizaciones, considerar los fenómenos en cuestión desde diferentes perspectivas (Gravemeijer y Teruel, 2000)

Principios de la Educación Matemática Realista:

A continuación, se definen los principios de la educación matemática realista desde la traducción de de Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower (2016)

(1) Principio de actividad

Este principio plantea como para la Educación Matemática Realista la matemática debe ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola; hacer matemática (matematizar) es más importante que aprenderla como un producto terminado.

Para la Educación Matemática Realista la matemática posee valor educativo en la medida en que permite comprender y participar de los modelos que esta disciplina organiza nuestro entorno social y natural.

(2) Principio de realidad

La Educación Matemática Realista plantea que, si la matemática surge como una organización de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esa realidad. Esto no solo significa mantener la matemática conectada al mundo real o existente sino también a lo realizable, imaginable o razonable para los alumnos.

Para los contextos en la Educación Matemática Realista se constituyen en un punto de partida de su actividad matemática, promoviendo el uso de su sentido común y sus estrategias informales, permitiéndoles luego avanzar por si mismos hacia niveles de mayor formalización.

(3) Principios de niveles

Freudethal retoma el proceso de reinvención que Treffers (1987) llama “matematización progresiva”, bajo dos formas:

Matematización horizontal, que consiste en convertir un problema contextual en un problema matemático, basándose en la intuición, el sentido común, la aproximación empírica, la observación, la experimentación inductiva.

Matematización vertical, que conlleva estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba, simbolización y rigorización, con el objeto de lograr mayores niveles de formalización matemática.

En el proceso de matematización progresiva la Educación Matemática Realista plantea que los estudiantes pasan diferentes niveles de comprensión, estos niveles están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes, sin tener que ser jerárquicos estrictamente; los siguientes son los niveles de comprensión:

- Nivel situacional: Este nivel se da durante la interpretación de la situación problema, el estudiante identifica y describe la matemática presente apoyándose en sus conocimientos, sentido común y experiencias. Este proceso se conoce como matematización horizontal.

Los siguientes niveles hacen referencia a un proceso de matematización vertical, caracterizado por el ajuste de modelos, esquematización conceptual y formalización progresiva.

- Nivel referencial: En este nivel se presentan los modelos gráficos, numéricos, descripciones y procedimientos creados por los estudiantes para referirse a una situación particular.
- Nivel general: En este nivel por medio de la reflexión, los conceptos, estrategias y modelos empleados en el nivel anterior surgen aspectos generalizables que le permitirán al estudiante relacionarla con problemas similares dando lugar a modelos para su solución.
- Nivel formal: Los estudiantes trabajan con procedimientos, conceptos y convenciones propias de la matemática.

La reflexión sobre las actividades permite el paso de un nivel a otro.

(4) Principio de interacción

La interacción social entre los estudiantes y docente ocupa un lugar central, ya que es una oportunidad para la producción, el intercambio y apropiación de las ideas propiciando un trabajo cooperativo.

(5) Principio de interconexión

La resolución de las situaciones problemas con frecuencia requiere del uso de una amplia gama de herramientas matemáticas, esto lleva a que no exista una gran diferencia entre los ejes curriculares, lo que lleva a una enseñanza de las matemáticas más coherente.

Los principios de la Educación Matemática Realista fueron la base para el diseño de las tareas propuestas y su posterior implementación:

En cuanto al contexto, se buscó que generara interés para los estudiantes, de fácil comprensión, que permitiera ser abordado de diferentes formas y que fuera real para ellos.

En cuanto a la interacción, se buscó dieran lugar al trabajo cooperativo, el desarrollo de debates y plenarias que les permitiera explicar, comparar, evaluar y reflexionar, dando pie al aprendizaje colectivo.

En cuanto a la interconexión, los contextos propuestos y la estructura de las tareas permitieron que los estudiantes no se limitaran a trabajar en torno a un eje curricular específico, sino que hicieron uso de los saberes y herramientas que consideraban útiles o necesarias.

En cuanto a los niveles de comprensión, se buscó que con las tareas propuestas los estudiantes desarrollaran un proceso de matematización tanto vertical como horizontal, sin que este fuera lineal; propiciaran el uso de modelos, esquemas, símbolos.

3.2 Razonamiento algebraico

Para Godino, Castro, Aké y Wilhelmi (2012) el razonamiento algebraico surge a partir de la generalización de objetos concretos y cantidades definidas, pasando a la simbolización de cualquier cantidad, siguiendo a un nivel más avanzado que involucra relaciones binarias y correspondencias (funciones).

A partir de la forma como los estudiantes abordan las tareas matemáticas, no de las tareas mismas, Godino, Castro, Aké y Wilhelmi (2012) proponen 4 niveles de algebrización, empleando como criterios para definirlos la generalización, unitarización, formalización y transformación. Estos niveles se caracterizan por contemplar desde un primer nivel, en el que se evidencia la ausencia de razonamiento algebraico, hasta llegar un cuarto nivel, en el que se la simboliza por medio de literales y se opera con ellos.

Niveles de algebrización:

- *Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico)*

En este nivel los estudiantes reconocen cantidades particulares y operaciones aritméticas ligadas a éstas, la igualdad como resultado de una operación. Si bien las tareas están sujetas a identificar las operaciones, procedimientos emplear y números que se encuentran involucrados, no son considerados como propios del razonamiento algebraico.

Nivel incipiente de algebrización (nivel 1)

En este nivel los estudiantes reconocen la generalidad y la representan por medio del lenguaje natural, numérico o icónico, pero no simbólico literal. Emplea las propiedades de los números naturales e intervenir cantidades desconocidas.

Nivel intermedio de algebrización (nivel 2)

Intervienen variables expresadas por medio del lenguaje simbólico-literal, ligadas totalmente al contexto y no se opera entre estas. Se reconoce la generalidad.

Nivel consolidado de algebrización (nivel 3)

En este nivel los estudiantes identifican variables expresadas por medio del lenguaje simbólico-literal, se opera con ellos, se mantiene la equivalencia y se resuelven ecuaciones.

Los niveles de algebrización y los niveles de comprensión propuestos por la Educación Matemática Realista fueron la base para la construcción de las categorías de análisis de la producción escrita y verbal (entrevistas, audios) de los estudiantes recogida durante la implementación de las tareas.

Es necesario aclarar que el objetivo de este estudio no era determinar cómo los estudiantes transitan por los niveles de algebrización, pero se tomaron como referencia para caracterizar el razonamiento algebraico desarrollado por ellos en el proceso de simbolización algebraica

4. Diseño metodológico

Teniendo en cuenta que el papel del docente en este estudio es el de docente - investigador, se considera la investigación - acción como la metodología que más se ajusta a las necesidades.

La investigación – acción práctica le brinda al investigador la posibilidad de seleccionar el problema de investigación y tener el control de todo el proyecto, Elliott (1993), siendo el estudio de casos una de sus características.

En el modelo de Elliott se encuentra una primera fase, en la cual se describe e interpreta el problema de investigación; una segunda fase, se explora y realiza una hipóstasis sobre las acciones que se deben hacer para solucionar el problema; una tercera fase que constituye la construcción de un plan de acción que abarca la revisión del problema, las acciones concretas requeridas, la planificación de los instrumentos para tener acceso a la información.

A continuación, se presenta las acciones desarrolladas durante la investigación:

En un primer momento, se elaboró e implemento un instrumento diagnostico escrito con el objetivo de determinar si es posible que los estudiantes de un curso de grado octavo llegan a la simbolización algebraica a partir de contextos reales.

En un segundo momento, después de revisar los resultados obtenidos en la implementación del instrumento diagnóstico, se planteó el problema de investigación y los objetivos; se diseñó una secuencia de seis tareas, cada una de estas se originó a partir de un contexto real, teniendo en cuenta los principios de la Educación Matemática Realista, con el objetivo de propiciar en los estudiantes de un curso de grado octavo el tránsito por los niveles de comprensión propuestos por la corriente de Educación Matemática Realista (Freudethal 1987) durante el proceso de simbolización algebraica

En un tercer momento, se realizó la implementación de la secuencia de tareas durante la clase de matemáticas, dirigida por el docente- investigador, en interacción con los estudiantes y entre los estudiantes. Al finalizar la implementación de cada una de las tareas se entrevistó algunos estudiantes para conocer más acerca de las estrategias y conceptos empleados por cada uno de ellos.

En un cuarto momento, al finalizar la implementación de las tareas propuestas, se organizó y sistematizó la información recogida a través de instrumentos escritos, audios y entrevista; se

realizó el análisis de éstos a partir de las categorías propuestas con anterioridad, generando las conclusiones presentadas en este documento.

4.1 Población

La investigación se realizó con estudiantes de un curso de grado octavo del Colegio Antonio Nariño I.E.D. jornada tarde, los estudiantes de este curso se caracterizan por estar entre un rango de edades entre los 14 y 16 años y ninguno está retomando el año escolar por segunda vez; el colegio está ubicada en la localidad de Engativá.

4.2 Diseño de instrumentos

En un primer momento se elaboró e implementó un instrumento diagnostico a partir de algunas preguntas elaboradas por el grupo PRETEXTO en la investigación realizada sobre la interpretación que le dan los estudiantes a la letra, otras preguntas fueron elaboradas por el docente - investigador, con el propósito de identificar algunas de las dificultades que los estudiantes de grado octavo y noveno presentan en el proceso de simbolización.

En un segundo momento se construyó una secuencia de seis tareas con el objetivo de propiciar en los estudiantes de un curso de grado octavo el tránsito por los niveles de comprensión propuestos por la corriente de Educación Matemática Realista (Freudethal 1987) durante el proceso de simbolización algebraica; de las seis tareas propuestas 3 fueron propuestas por el docente - investigador y las otras 3 fueron propuestas por el director de la investigación.

La tarea 5 “Dobleces con tira de papel” y la tarea 6 “Organizando mesas” se construyeron a parir de las actividades propuestas por Rojas y Vergel (2018), buscando que los estudiantes a partir del proceso de generalización de patrones lleguen a la simbolización algebraica a partir de la observación, el sentido común y saberes adquiridos anteriormente.

4.3 Secuencia de tareas

A continuación, se presentan las principales características de las seis tareas diseñadas e implementada en el desarrollo de la investigación; cada una de éstas se originó a partir de un contexto real, en cada una se realizaron preguntas específicas, relacionadas directamente con el contexto y otras más generales que propiciarán en los estudiantes el tránsito por los niveles de comprensión en el proceso de simbolización.

Tarea	Descripción	Propósito	Resultados esperados
Peso, tasa metabólica y calorías Tiempo estimado: 2 horas	En esta tarea se propuso a los estudiantes calcular su Tasa Metabólica Basal, según los alimentos que consumen a diario, que determinen cuántas calorías de más consumen al día y determinar cuántas horas debe hacer de ejercicio para eliminar las calorías que consume de más.	Propiciar en los estudiantes la matematización de una situación real haciendo uso de las operaciones y los procedimientos aprendidos en grados anteriores.	Se espera que al finalizar la tarea los estudiantes lleguen a construir una expresión que le permita simbolizar la situación planteada
Construyendo una secuencia de figuras. Tiempo estimado: 1 hora	Se propone a los estudiantes una secuencia de figuras, deben determinar el número de serillos que forman la figura en otras posiciones, para finalmente buscar una expresión por medio de la cual se pueda calcular el número de serillos en cualquier posición	Posibilitar en los estudiantes la matematización de una secuencia de figuras, por medio de la observación, el sentido común, conceptos y procedimientos, que le permitan determinar y simbolizar el patrón que representa	Se espera que los estudiantes lleguen a representación simbólica de la generalización de un patrón.
Consumo de Energía Eléctrica (Factura o Recibo de Luz) Tiempo estimado: 1 hora	En esta tarea se presenta a los estudiantes un recibo de energía eléctrica, el cual presenta los consumos de meses anteriores, por medio de una gráfica de barras, los procedimientos y variables empleados para determinar el valor a pegar en un mes facturado.	Con esta tarea se busca que el estudiante a partir de la matemática presente en una factura de energía eléctrica, conceptos y procedimientos que la esquematizan, identifique aspectos que le permitan llegar a la simbolización algebraica.	Se espera que el estudiante a partir de las expresiones entregadas por el recibo de la luz llegue a construir una expresión algebraica que relacione el costo total y el subsidio
La edad del hijo y el padre Tiempo estimado: 1 hora	En esta tarea se plantea la relación entre la edad de un hombre con el padre y con el hijo, desconociendo la edad del hombre. En esta tarea se pide que establezca la relación de la edad del hijo con el hombre, la edad del padre con el hijo y finalmente como determinaría la edad del hombre teniendo en cuenta que la suma de las tres edades era conocida.	Con esta tarea se busca que el estudiante por medio de una situación planteada cómo una proposición identifique conceptos, procedimientos y esquemas presentes, que le permitan llegar a su representación empleando literales.	Se espera que el estudiante a partir de la simbolización de unas relaciones particulares del texto dado se llegue a una simbolización algebraica que represente del texto completo.

Dobleces con una tira de papel Tiempo estimado: 1 hora	En esta tarea se propone al estudiante que determine la cantidad de marcas que se originan en una tira de papel cada vez que se dobla por la mitad: inicialmente se pide determinar el número de marcas que se originan doblando el material concreto; en un segundo momento se pide que determine el número de marcas que se forman para una cantidad de dobleces determinado pero que es muy difícil hacer con el papel; en un tercer momento se pide que describa como puede determinar el número de marcas que se forman para cualquier número de marcas; finalmente se le pide que simbolice como determinar el número de marcas para cualquier número de dobleces.	Con esta tarea se busca llevar al estudiante a establecer y relacionar las variables que intervienen al doblar una tira de papel en dos haciendo uso de materia concreto, llegando a una descripción y simbolización algebraica de esta.	Al finalizar esta tarea se espera que el estudiante llegue a describir y simbolizar algebraicamente la relación que se establece entre el número de dobleces y el número de marcas.
Organizando mesas Tiempo estimado: 1 hora	En esta tarea se propone un patrón en el cual se muestra cómo se ubican las mesas en una reunión y dependiendo de esta organización como se ubican las sillas correspondientes. La tarea tiene 6 preguntas en las cuales se pide: Determinar el número de mesas para un número determinado de sillas. Determinar el número de sillas para determinado número de mesas Escoger la simbolización algebraica correcta para calcular el número de sillas para cualquier número de mesas Construir una representación algebraica que permita determinar cómo calcular el número de mesas para cualquier número de sillas	El propósito de esta tarea es llevar al estudiante a identificar la matemática presente en una secuencia de figuras y aspectos generalizables que le permitan llegar a su representación por medio de la simbolización algebraica.	Se espera que los estudiantes lleguen a la simbolización algebraica haciendo uso de la relación de dependencia entre sillas y mesas

Tabla 9. Secuencia de tareas

4.4 Categorías de análisis

Para realizar el análisis de la producción escrita obtenida de los estudiantes durante la implementación de las seis tareas propuestas, se tendrán en cuenta algunos indicadores que

permiten evidenciar que se encuentran transitando por algunos de los niveles de comprensión propuestos por la corriente de Educación Matemática Realista, a continuación, se presentan estos indicadores:

Nivel situacional:

S.1 El estudiante hace uso de la observación, el sentido común y conceptos aprendidos en años anteriores en el análisis u solución de situaciones particulares relacionadas con el contexto.

S.2 El estudiante hace uso de material concreto en el análisis y solución de situaciones propuestas ligadas al contexto.

S.3. El estudiante construye su propia representación del contexto recurriendo a elementos que ha empleado en análisis del contexto.

Nivel referencial:

R.1. El estudiante representa por medio de tablas las relaciones establecidas entre los elementos que intervienen en el contexto propuestos

R.2. El estudiante describe las relaciones y operaciones inmersas en el contexto para solucionar situaciones que surgen de la situación propuestas inicialmente.

Nivel general:

G.1. El estudiante representa por medio del lenguaje natural las relaciones establecidas entre los elementos que intervienen en el contexto propuesto.

G.2 El estudiante representa por medio de graficas las relaciones establecidas entre los elementos que intervienen en el contexto propuesto.

Nivel formal

F.1. El estudiante representa por medio de la simbolización las relaciones establecidas entre los conceptos que intervienen en el contexto propuesto.

F.2. El estudiante asigna literales a cada una de las variables que intervienen en el contexto para representarlas.

4.5 Recolección de la información

Las tareas propuestas por el investigador se implementaron en el aula de clase durante las hora de clase de matemáticas, simultáneamente se grabaron audios del trabajo desarrollado por los estudiantes, ya que se considera que este instrumento de recolección de información permite captar y registrar los procesos,

dudas y certezas expuestas por los estudiantes durante el desarrollo de las tareas implementadas; con la información obtenida en los audios también se busca determinar como la interacción entre los estudiantes y los estudiantes y el profesor permite la transición por los niveles de comprensión propuestos por la corriente de Educación Matemática Realista en el proceso de simbolización, es importante resaltar que desde el modelo Elliot (1990) se propone que "la investigación interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema , por ejemplo, profesor y alumno"

Otro método de recolección de información que se implemento es la entrevista, esta técnica toma gran importancia, ya que por medio de ésta se busca establecer una conversación fluida y vivencial que permita indagar, profundizar e interpretar como los estudiantes llegan a la simbolización. Es importante aclarar para la investigación acción, desde el modelo propuesto por Elliot (1990) una de las características principales es "contemplar los problemas desde el punto de vista de quienes están implicados en ellos y solo puede ser válido a través del dialogo entre ellos.

5. Experiencia de aula

A continuación, se presenta un resumen sobre la información recogida en la implementación de las seis tareas propuestas; ésta se realizó durante las clases de matemáticas, por el docente- investigador que guía la asignatura.

Tarea 1: Peso, tasa metabólica y calorías.

Propósito.

Propiciar en los estudiantes la matematización de una situación real haciendo uso de operaciones y procedimientos aprendidos en grados anteriores.

Situación real

En esta primera tarea se presenta a los estudiantes una lectura, en la que se explica que la tasa metabólica basal (T.M.B), la cantidad de calorías que debe consumir una persona durante el día de acuerdo con su peso, estatura, edad, género, actividad física y cómo se calcula teniendo estos elementos.

A continuación de la lectura se presenta una tabla en la cual se encuentra un listado de alimentos y la cantidad de calorías que proporciona cada uno.

La tarea estaba dividida en dos partes, en la primera, cada estudiante trabajo para hallar su Tasa Metabólica Basa y la cantidad de ejercicio que debe realizar para eliminar las calorías extras que consume. En la segunda parte cada estudiante trabaja para determinar la T.M.B de uno de sus compañeros y la cantidad de ejercicio que debe hacer para eliminar las calorías que consume de más.

Descripción implementación de la tarea.

La implementación de la tarea se realizó en tres sesiones, cada una de 1 hora 20 minutos.

El desarrollo de esta tarea se inició realizando la lectura presentada a los estudiantes de forma individual, como se dificultó su comprensión, se decidió hacer nuevamente la lectura en parejas, finalmente se hizo una plenaria en la cual los estudiantes guiados por el docente resumieron el texto.

La segunda sesión se inició retomando la lectura y revisando la tabla sobre las calorías proporcionadas por algunos alimentos; luego cada uno de los estudiantes teniendo en cuenta el valor de su estatura, peso, edad, las calorías que consume al día y las calorías que elimina diariamente trabajo en el desarrollo de la primera parte de la tarea; en esta parte de la tarea el docente cumplido el papel de guía, colaborando a los estudiantes en la comprensión de las preguntas propuestas. Al finalizar esta segunda sesión se deja terminada la primera parte de la tarea.

En el desarrollo de esta segunda sesión se pudo observar cómo los estudiantes se conectaron con la situación real que se les propuso, mostrando gran interés por saber cuántas calorías consumen al día y cuántas realmente necesitan, revisando si deben mejorar o no su dieta diaria, esto los llevo a emplear diferentes estrategias para dar solución a cada una de las preguntas planteadas.

La tercera sesión se inició haciendo un recuento del contexto inicial por medio de algunas preguntas sobre la lectura planteada, revisando algunos de los resultados obtenidos por los estudiantes, posteriormente se organizaron en parejas para trabajar la segunda parte con el valor de la edad, estatura, peso, calorías que consume al día y calorías que elimina diariamente su compañero; el desarrollo de esta parte de la tarea propicio un trabajo cooperativo entre los estudiantes compartiendo cada una de las estrategias empleadas y debatiendo cuales eran las más adecuadas en la solución de cada una de las preguntas.

Al finalizar esta sesión se revisaron en plenaria algunas de las estrategias y respuestas dadas por los estudiantes.

Trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación

Parte I

Pregunta 1: ¿Cuál es el T.M.B. de una mujer que tiene 38 años, pesa 53kg, y una estatura de 150cm usualmente trabaja sentada y no realiza ejercicio?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
(10 x 53kg) + (6,25 x 150cm) – (5 x 38) – 161 = 1.116,5 1.116,5 x 1,2 = 1.339,8	12

53 x peso + 150 x altura – 38 x edad – 161= 1.116,5	5
(53 x 10) + (150 x 6,25) – (38 x 5) – 1,2 = 1.276,3	1
53 + 150 – 38 = 165, 165 x 1,2 = 198	3
53 + 150 – 38 = 165	1
53 + 1,50 – 38 x 1,2 = 8,9	1

Tabla 10. Respuestas pregunta 1, tarea 1, I parte

Al revisar los trabajos desarrollados por los estudiantes ante esta pregunta se encuentran respuestas cómo:

"(10 x 53kg) + (6,25 x 150cm) – (5 x 38) – 161 = 1.116,5; 1.116,5 x 1,2 = 1.339,8", la cual muestran como estudiantes identifican y emplean los procedimientos presentes en la lectura para determinar la Tasa Metabólica Basal de una persona, dando una correcta respuesta a la pregunta planteada.

"53 x peso + 150 x altura – 38 x edad – 161= 1.116,5" y "(53 x 10) + (150 x 6,25) – (38 x 5) – 1,2 = 1.276,3" que reflejan cómo si llegan a aplicar las operaciones presentes en el contexto abordada en un primer momento de la situación planteada, pero no realizan la multiplicación por la constante que representa la actividad física realizada al día.

"53 + 150 – 38 = 165, 165 x 1,2 = 198", esta respuesta muestra como los estudiantes olvidan multiplicar cada variable por las constantes correspondientes, según plantea la ecuación para hallar la T.M.B de una persona.

"53 + 150 – 38 = 165", esta respuesta muestra como los estudiantes no tienen en cuenta sino las variables y olvidan todo el resto de los elementos presentados en la lectura para la ecuación de T.M.B.

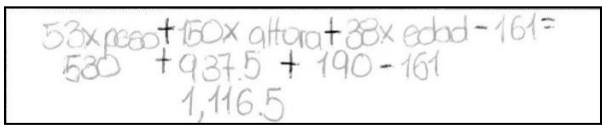


Ilustración 12. Respuesta Tarea 1, I pregunta 1 dada por la estudiante Sharick curso 8º

Pregunta 2: En tu caso, teniendo en cuenta la actividad diaria que realizas, ¿cuál es tu Tasa Metabólica Basal?

Clases de respuestas	Número de estudiantes
(10 x peso) + (6,25 x estatura) – (5 x edad) – 161 = x, x · actividad física	9
(10 x 53) +(6,25 x 162) -(5 x 14)	2
Peso + altura – edad – 161 = x, x ·actividad física=	2
Peso x 10 + altura x 6,25 – 5 x edad	8

Tabla 11 Respuestas pregunta 2, tarea 1, I parte

De cada una de las respuestas dadas por los estudiantes se puede decir:

"(10 x peso) + (6,25 x estatura) – (5 x edad) – 161 = X · actividad" se puede ver como los estudiantes emplean las relaciones y conceptos presentes en la situación abordada para dar respuesta a una pregunta específica, haciendo uso de las operaciones y ecuaciones presentes en la lectura.

"(10 x 53) +(6,25 x 162) -(5 x 14)", permite ver cómo los estudiantes solo tuvieron en cuenta las variables y sus respectivas constantes, pero dejaron de lado la actividad física realizada diariamente.

"Peso x 10 + altura x 6,25 – 5 x edad" permiten ver como los estudiantes no reconocen el peso, la altura y la edad como variables de la ecuación presentada en la lectura.

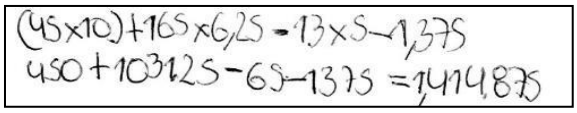


Ilustración 13. Respuesta tarea 1, I pregunta 2 dada por el estudiante Nicolas del curso 8º

Pregunta 3: En una tabla con 4 columnas, haz un listado de los alimentos que usualmente consumes en el desayuno, en el almuerzo, en el descanso y en la comida (cena) con la cantidad de calorías que proporciona cada uno, de acuerdo con la cantidad que consumes.

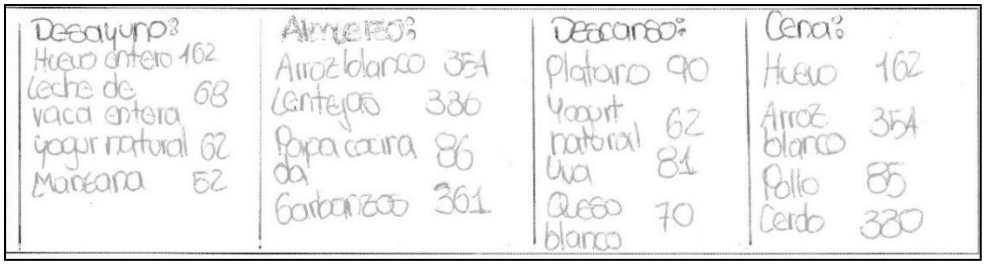


Ilustración 14. Respuestas tarea 1, I pregunta 3 dadas por la estudiante Sharick 8º

Al revisar los trabajos realizados por los estudiantes se encontró que no presentaron dificultad en la construcción de la tabla y todos la realizaron**.**

Pregunta 4: ¿Cuál es la cantidad de calorías de más o de menos que consumes diariamente? Realiza las operaciones necesarias.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Los estudiantes dieron un valor numérico	11
Los estudiantes restaron las calorías que consumían y las que realmente necesitan consumir	6
Los estudiantes sumaron las calorías que consumían y las que necesitan consumir	5

Tabla 12. Respuestas pregunta 4, tarea 1, I parte

De las respuestas dadas por los estudiantes se puede decir:

"Los estudiantes restaron las calorías que consumían y las que realmente necesitan consumir", permite ver como emplean saberes adquiridos anteriormente para dar solución a la pregunta.

"Los estudiantes sumaron las calorías que consumían y las que necesitan consumir" permite ver como para los estudiantes no es claro a que hace referencia la pregunta.

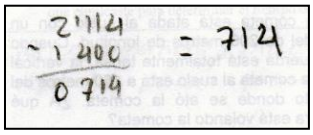


Ilustración 15. Respuesta tarea 1, I pregunta 4 dada por el estudiante Miguel del curso 8º

Pregunta 5: Teniendo en cuenta el deporte que prácticas ¿cuánto tiempo deberías practicarlo para eliminar las calorías que consumes de más?, o, por el contrario, ¿cuántas calorías extras debería consumir como mínimo el día que realizas la práctica deportiva?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta, teniendo en cuenta el material escrito y los audios grabados durante desarrollo:

Clases de respuestas	Número de estudiantes
Los estudiantes dieron un valor numérico	7
Los estudiantes multiplicaron la cantidad de calorías tomando la hora como factor para determinar cuánto tiempo necesitan hacer ejercicio.	10
Los estudiantes sumaron la cantidad de calorías que consumen al practicar su deporte durante 30min hasta completar la cantidad de calorías que necesita eliminar	2
Los estudiantes dieron una lista de alimentos que deben comer para completar las calorías que necesita consumir diariamente	2

Tabla 13. Respuestas pregunta 5, tarea 1, I parte

De estas respuestas se puede decir:

"Multiplicando la cantidad de calorías tomando la hora como factor para determinar cuánto tiempo necesitan hacer ejercicio" los estudiantes primero determinaron la cantidad de calorías en una hora y luego por medio de las tablas de multiplicar, buscaron el valor más cercano para llegar a la respuesta.

"Sumaron la cantidad de calorías que consumen al practicar su deporte durante 30min hasta completar la cantidad de calorías que necesita eliminar", en este caso se puede evidenciar que simultáneamente ellos sumaban las calorías que eliminaban al practicar un deporte y las restaban con las que consumían de más hasta llegar a cero.

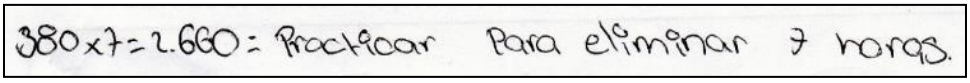


Ilustración 16. Respuesta tarea 1, I pregunta 5 dada por el estudiante Alejandro del curso 8º

II Parte

En esta segunda parte la tarea fue desarrollada por los estudiantes en parejas, cada uno trabajaba con la información de su compañero.

Pregunta 1: Pregunta a uno de tus compañeros su edad, estatura, actividad física y peso, y calcula su T.M.B.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 – 161 Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 + 5	10
Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 x actividad física	3
(peso x 10) (6,25 x altura) (edad x 5)	2
Peso + altura – edad -161 = x X·1,55	3
Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 – 161= x Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 + 5=x x · actividad física	4

Tabla 14 Respuestas pregunta 1, tarea 1, II parte

De estas respuestas se puede decir que:

"Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 – 161= x, x · actividad física" permiten ver como los estudiantes llegaron a emplear correctamente la igualdad y la totalidad de información presentada en la lectura.

"Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 – 161", al encontrar respuestas como esta, se puede ver como para los estudiantes fue fácil entender la ecuación para hallar la T.M.B, pero olvidaron multiplicar por la constante que representa la actividad física.

"Peso x 10 + altura x 6,25 – edad x 5 x actividad física" en este caso se puede ver como los estudiantes olvidaron sumar la constante que representa el género.

"Peso + altura – edad -161 = x, x·1,55" evidencian que el estudiante no comprendió a totalidad la matemática inmersa en el contexto.

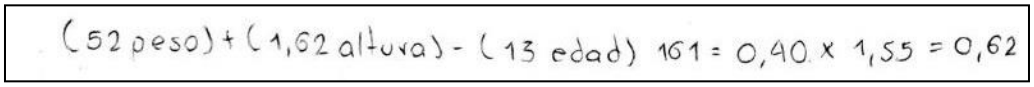


Ilustración 17. Respuesta tarea 1, II pregunta 1 dada por la estudiante Sofía del curso 8º

Pregunta 2: Pregúntale al mismo compañero qué alimentos consume durante el día y las cantidades aproximadas. Determina la cantidad de calorías que usualmente él consume al día.

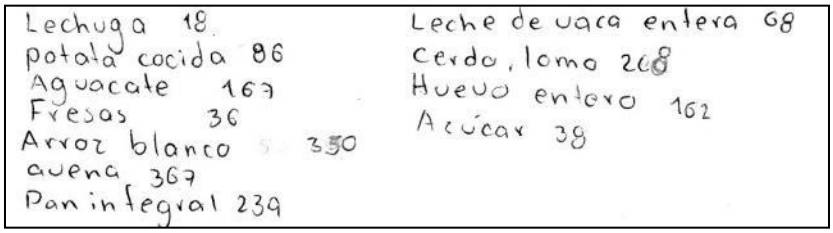


Ilustración 18. Respuesta tarea 1, II pregunta 2dada por la estudiante Sofía del curso 8º

Para dar respuesta a esta pregunta los estudiantes no presentaron ninguna dificultad, pudieron trabajar bien con la tabla que se les entrego.

Pregunta 3: Determina cuántas calorías de más o de menos consume tu compañero según su T.M.B.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Los estudiantes dieron un valor numérico sin aclarar a que se referían	6
Los estudiantes realizaron la resta entre las calorías que consume su compañero y su T.M.B.	7
Los estudiantes dieron la T.M.B de sus compañeros	1
Los estudiantes dieron el valor de las calorías que consume su compañero	1

Tabla 15 Respuestas pregunta 3, tarea 1, II parte

Al revisar el trabajo realizado por los estudiantes se encontraron diferentes respuestas,

"Los estudiantes realizaron la resta entre las calorías que consume su compañero y su T.M.B" fue necesario que empleara conceptos y relaciones trabajadas anteriormente que no se encuentran en la situación inicial;

"los estudiantes dieron la T.M.B de sus compañeros", esta respuesta evidencia como para los estudiantes no es clara la pregunta y solo tuvieron en cuenta algunos términos como T.M.B.

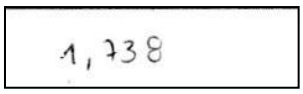


Ilustración 19 Respuesta tarea 1, II pregunta 3 dada por la estudiante Sofía del curso 8º

Pregunta 4: Pregunta a tu compañero qué deporte practica y determina cuánto tiempo debería realizarlo para eliminar las calorías que consume de más, o en el caso contrario, cuántas calorías extras debe consumir.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Los estudiantes dieron el valor del tiempo	5
Los estudiantes hicieron una multiplicación	2
Los estudiantes dieron la cantidad de calorías extras que su compañero debe hacer ejercicio	4
Los estudiantes dieron las calorías extras que debe consumir su compañero	5

Tabla 16 Respuestas pregunta 4, tarea 1, II parte

Para categorizar las respuestas entregadas por los estudiantes a esta pregunta fue necesario escuchar los audios grabados durante la implementación de la tarea, en estos se encontró que algunos de ellos sumaron las calorías que consume en media hora para saber cuántas eran las de una hora, luego buscaron en las tablas de multiplicar a que valor se acercaba para determinar el tiempo que debe hacer ejercicio; por otra parte, otros estudiantes sumaron las calorías que eliminan en una hora, dependiendo el deporte que practiquen, luego las restaban a las que consumían de más hasta llegar a cero, ya que a pesar que en el contexto inicial no se presentaba la pregunta ni cómo llegar a su respuesta los estudiantes hicieron uso de relaciones y operaciones trabajadas con anterioridad para llegar a una respuesta.

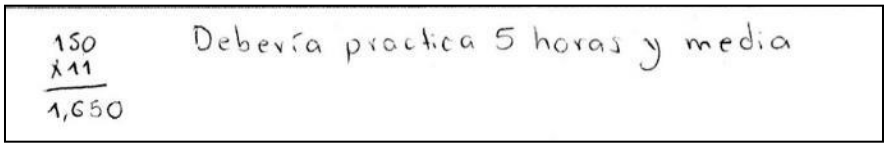


Ilustración 20. Respuesta tarea 1, II pregunta 4 dada por la estudiante Sofía del curso 8º

Pregunta 5: Teniendo en cuenta la T.M.B, la cantidad de calorías extras que consume y el deporte que práctica, describe el procedimiento que empleaste para determinar el tiempo de ejercicio que debería hacer para eliminar las calorías que consume de más.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Restar las calorías que consume y las que elimina	6
Se resta la T.M.B. con las calorías que consume diariamente y a este resultado se le comienza a restar las calorías que elimina hasta llegar a cero	4
Respuestas no relacionadas con la pregunta	6

Tabla 17 Respuestas pregunta 5, tarea 1, II parte

Al revisar los trabajos desarrollados por los estudiantes se encontraron respuestas cómo **"**Restar las calorías que consume y las que elimina" y "Se resta la T.M.B. con las calorías que consume diariamente y a este resultado se le comienza a restar las calorías que elimina hasta llegar a cero", muestran cómo los estudiantes por medio de su lenguaje natural, hacen la descripción de las relaciones que establecieron para poder llegar a responder cuanto tiempo se debe realizar para eliminar las calorías que consume de más.

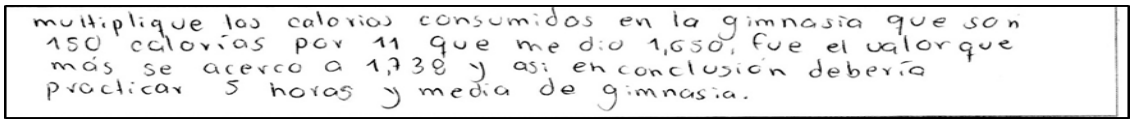

multiplique las calorias consumidas en la gimnasia que son 150 calorias por 11 que me dio 1,650, fue el valor que más se acerco a 1,738 y asi en conclusión debería practicar 5 horas y media de gimnasia.

Ilustración 21. Respuesta tarea 1, II pregunta 5 dada por la estudiante Sofía del curso 8º

Pregunta 6: ¿Cómo podrías expresar o representar el procedimiento descrito en el punto anterior para determinar el tiempo de ejercicio que debe hacer para eliminar las calorías que consume de más?

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes a esta tarea se encontraron respuestas como:

Clases de Respuestas	Número de estudiantes
Los estudiantes determinaron que sus compañeros necesitan calorías extras	5
Los estudiantes dieron ejemplos de la resta de calorías	2
Los estudiantes dieron un valor numérico	2
T.M.B – calorías consumidas al día = R R- calorías quemadas al día; hasta llegar a cero	2
Los estudiantes respondieron que por medio de una multiplicación	2

Tabla 18 Respuestas pregunta 6, tarea 1, II parte

Al revisar los trabajos se encontraron respuestas como "T.M.B – calorías consumidas al día = R, R- calorías quemadas al día; hasta llegar a cero" la cual por medio del lenguaje natural los estudiantes llegan a representar la regla, pero sin usar lenguaje formal.

"los estudiantes dieron ejemplos de la resta de calorías", "los estudiantes dieron un valor numérico" y "los estudiantes respondieron que por medio de una multiplicación" muestra que estos estudiantes buscan dar respuesta a la pregunta por medio de un ejemplo, partiendo del trabajo realizado anteriormente.

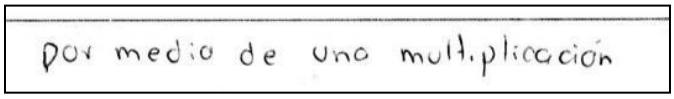


Ilustración 22 Respuestas tarea 1, II pregunta 6 dadas por la estudiante Sofía del curso 8º

Conclusión

Al finalizar esta tarea se puede evidenciar cómo los estudiantes identifican y emplean la matemática presente en la lectura para determinar la Tasa Metabólica Basal de una persona, logrando volver una situación de la vida real en un problema matemático, haciendo uso del sentido común, operaciones y procedimientos, transitando por *nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional* (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), superando las dificultades presentadas en un comienzo para comprender el contexto.

Toma de decisiones

En el desarrollo de esta primera tarea los estudiantes presentaron dificultad en comprender la situación problema planteada, siendo esta un obstáculo en algunos momentos para dar respuesta a cada una de las preguntas, por lo que se considera necesario implementar una segunda tarea, empleando como situación problema otro tipo de contexto.

Tarea 2: Construyendo figuras

Propósito.

Posibilitar en los estudiantes la matematización de una secuencia de figuras, por medio de la observación, el sentido común, conceptos y procedimientos, que le permitan determinar y simbolizar el patrón que representa.

Situación problema.

En esta tarea se propone a los estudiantes la siguiente secuencia de figuras:

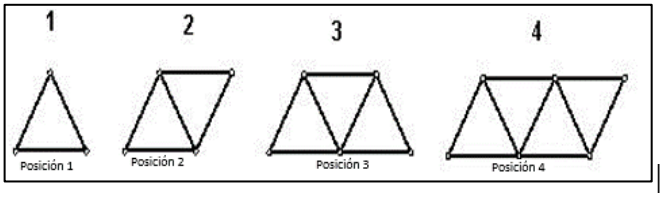


Ilustración 23. Secuencia de figuras tarea 2.

Descripción de la implementación de la tarea.

Esta tarea se desarrolló en una sesión de 1 hora y 20 minutos, una hora de clase de matemáticas.

En un primer momento se entregó a cada uno de los estudiantes la tarea a desarrollar de forma escrita, en la parte superior de ésta estaba la secuencia de figuras y a continuación las preguntas a resolver, posteriormente se revisó en forma grupal cómo era la secuencia de figuras, a que hacía referencia cada una de las posiciones y cuáles eran las preguntas. Al finalizar el primer momento de la implementación de la tarea se pudo observar cómo los estudiantes se conectaron con la situación propuesta y cómo encontraban la matemática allí presente.

En un segundo momento los estudiantes trabajaron de forma individual en el desarrollo de cada una de las preguntas propuestas, en este momento el papel del docente fue de un orientador, ayudándoles a plasmar las estrategias utilizada para dar respuesta a las preguntas.

En un tercer momento los estudiantes se organizaron en parejas, a cada una se le entrego el instrumento trabajado inicialmente y se les pidió que lo solucionaran a partir de las estrategias usadas por cada uno, en este momento el docente cumplió el papel de mediador ayudando a los estudiantes a llegar a acuerdos, buscando la respuesta más apropiada

Al finalizar el trabajo en parejas se realizó una plenaria, en la cual los estudiantes mostraron las diferentes estrategias empleadas para llegar a la respuesta de cada una de las preguntas propuestas en el instrumento.

Trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación

A continuación, se presentan las diferentes respuestas dadas por los estudiantes a cada una de las preguntas planteadas en la tarea.

Pregunta 1: Construya la figura de la posición 5.

Ante esta pregunta el 100% de los estudiantes construyeron la 5 posición de forma correcta.

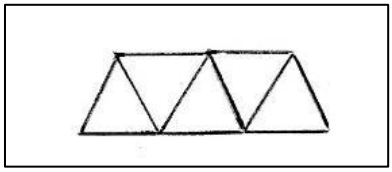


Ilustración 24. Respuesta tarea 2, pregunta 1 dada por la estudiante Nicol del curso 8º

En cuanto los estudiantes en este primer momento de la tarea, por medio de la relación establecida, la visualización entre las diferentes posiciones de la secuencia, llegan a construir la siguiente.

Pregunta 2: ¿Cuántas cerillas o fósforos se requieren para construir la figura de la posición 9?

Ante esta pregunta se obtuvieron múltiples respuestas como se puede ver en la siguiente tabla.

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
19	11
20	5

27	2
Gráfica	4
En la primera posición hay 3 cerillos, por cada posición aumenta 2 cerillos, en la posición 9 habrían 19	2

Tabla 19. Respuestas pregunta 2, tarea 2.

Al revisar las respuestas se puede ver como algunos de los estudiantes llegaron a determinar cuántos cerillos tiene la posición 9 por medio de la representación gráfica y otros hicieron uso de la generalidad del patrón, por medio de la visualización llegan a identifican la regularidad de la secuencia de figuras y la matemática allí presente para dar respuesta a la pregunta específica.

Sin embargo, a al preguntarle a uno de los estudiantes por qué había contestado 27 dijo "la primera posición tiene 3, entonces 3 por 9 da 27", esta justificación evidencia como el estudiante no reviso toda la secuencia de figuras propuestas sino solo la primera.

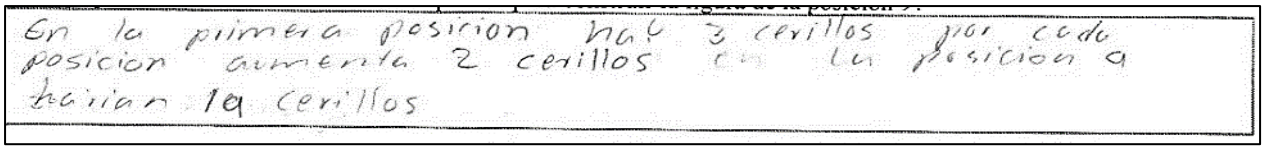


Ilustración 25. Respuesta tarea 2, pregunta 2 dada por el estudiante Miguel del curso 8º

Pregunta 3: ¿Cuántas cerillas o fósforos se requerirían para construir la figura correspondiente a la posición requeridos en el punto anterior (para la posición 100)?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
201	8
210	3
200	6
202	2

21=10 21=10. 21=10. 21 = 10. 21 = 10 ---------- 105 =50	105=50 105=50 ---------- 210=100	2
300		1

Tabla 20 Respuestas pregunta 3, tarea 2

Al revisar los resultados obtenidos fue necesario preguntarles a algunos de los estudiantes cómo habían llegado a éstos, uno de ellos contesto "99 x 2 =198 + 3 = 201", lo que muestra como emplea las relaciones establecidas entre los conceptos y elementos que intervienen en la secuencia.

Respuestas como "200 porque 100 por 2 es 200", en la cual se ve como el estudiante tiene en cuenta el número de cerillos que va aumentando cada figura, a diferencia de la respuesta "100 por 3 es 300" que muestra como el estudiante solo tiene en cuenta la figura de la primera posición.

"210 porque la posición 10 es 21 y 21 por 10 es igual a 210", estas respuestas dejan ver que los estudiantes no identifican la relación entre los todos elementos de secuencia para poder encontrar la posición 100 de la secuencia de figuras.

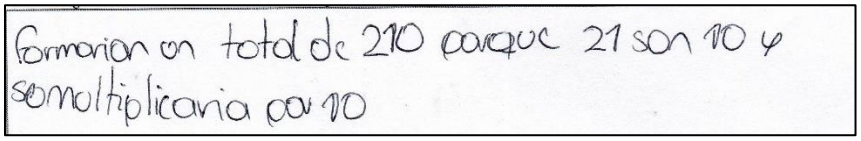


Ilustración 26 Respuesta tarea 2, pregunta 3 dada por el estudiante Nicolas del curso 8º

Pregunta 4: ¿Explique brevemente el procedimiento que usó para determinar el número de cerillas o fósforos?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Siempre deje un triángulo, después dos y al resultado le sumaba dos	1
Se multiplica 2 por 100 da 200 por que cada triangulo aumenta en 2 cerillos	7

Multiplique 99 por 2 más 3 y eso me dio 201 de la primera posición	7
Multiplique los lados del triángulo por 3, quedaría 3 x 100	1
Hice la figura 10 y el resultado lo multipliqué por 10	4
En este punto conté los fósforos que tendría la posición 50 y lo multiplique por dos para sacar la posición 100	2

Tabla 21 Respueatas pregunta 4, tarea 2.

Teniendo en cueta el trabajo realizado por los estudiantes se encuenta gran variedad de respuestas, por ejemple "Siempre deje un triángulo, después dos y al resultado le sumaba dos" y "Multiplique 99 por 2 más 3 y eso me dio 201 de la primera posición" se puede evidenciar que los estudiantes que por medio del lenguaje natural expresa la regla que permite determinar el número de cerillos que se encuentran en cualquier posición de la secuencia de figuras a partir de las descripciones realizadas en el punto anterior.

Respuestas como "Se multiplica 2 por 100 da 200 por que cada triangulo aumenta en 2 cerillos", "Hice la figura 10 y el resultado lo multipliqué por 10" y "En este punto conté los fósforos que tendría la posición 50 y lo multiplique por dos para sacar la posición 100" permiten concluir que los estudiantes no identificaron el parámetro de la secuencia de figuras, ni la matemática inmersa en la situación abordada.

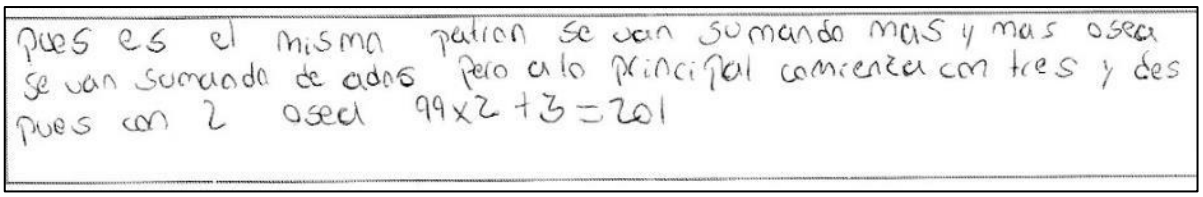


Ilustración 27 Respuesta tarea 2, pregunta 4 dadas por el estudiante Juan del curso 8º

Pregunta 5: Encuentre una expresión general o una fórmula que le permita encontrar el número de cerillas o fósforos requeridos para construir una figura cualquier posición.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Sumo el número de la posición dos veces y luego le sumo 1	1

a= posición 1. a+1 = posición 2 a+2= posición 3	1
n+n=R R + 10 n posición, R respuesta	1
Se comienza en tres y se va sumando de a dos	6
10 triángulos 21 cerillos	1
En cada posición se multiplica	1
Si es para sacar la posición 85, se multiplica el número 84 por 2 y se le suma 3	1
Cada figura o posición se multiplica por 2	8

Tabla 22 Respuestas pregunta 5, tarea 2.

Respuestas como “Se comienza en tres y se va sumando de a dos” y “Sumo el número de la posición dos veces y luego le sumo 1” muestra como algunos estudiantes por medio de su lenguaje natural expresan la relación que permite construir la secuencia de figuras.

Respuestas como “Si es para sacar la posición 85, se multiplica el número 84 por 2 y se le suma 3” muestra como algunos estudiantes solo llegan a dar ejemplos diferentes a las preguntas planteadas inicialmente.

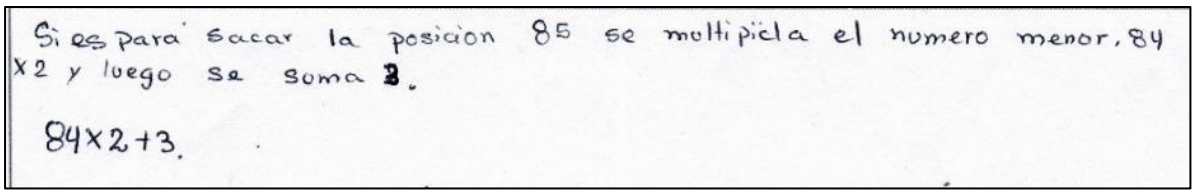


Ilustración 28 Respuesta tarea 2, pregunta 5 dada por la estudiante Nicol del curso 8º

Conclusión

Al finalizar esta tarea se puede evidenciar como los estudiantes no solo llegaron a matematizar la secuencia de figuras, empleando la observación y las operaciones básicas, para determinar la siguiente posición; también, se alejaron de la representación gráfica para hallar una posición mayor, como la posición 100, enfocándose en la matemática misma y el patrón

identificado en un principio, si bien todos no llegan a una representación algebraica de éste, se puede concluir que esta tarea le permitió transitar por los *niveles de comprensión en el proceso de matematización situacional y referencial* (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016),

Toma de decisiones

Con esta tarea se logró que los estudiantes llegaran a superar el uso de la representación gráfica del contexto para dar respuesta a cada una de las preguntas, se considera necesario plantear otra tarea en el que el contexto no sea una representación gráfica y que le permita enfocarse en la matemática presentada en éste.

Tarea 3: Consumo de Energía Eléctrica (Factura o Recibo de Luz)

Propósito.

Con esta tarea se busca que el estudiante a partir de la matemática presente en la en una factura de energía eléctrica, conceptos y procedimientos que lo esquematizan, identifiquen aspectos que le permitan llegar a la simbolización algebraica.

Situación problema

En esta tarea se presenta a los estudiantes una factura de consumo de energía eléctrica, el cual presenta los consumos de meses anteriores, por medio de una gráfica de barras, los procedimientos y variables empleados para determinar el valor a pegar en un mes facturado.

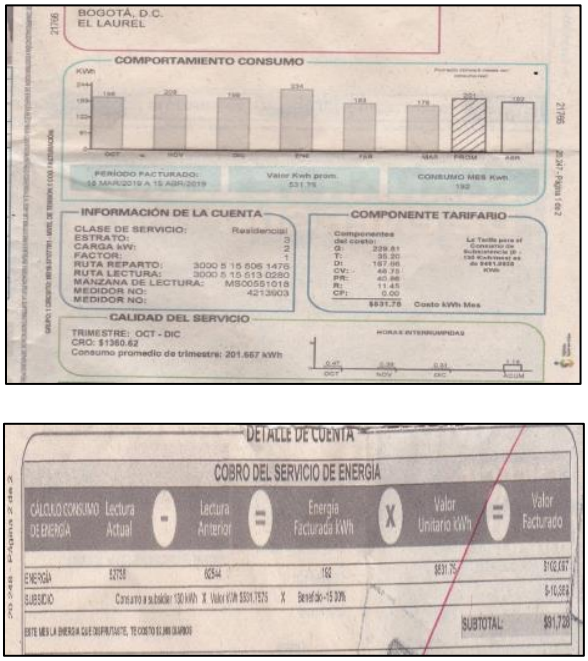


Ilustración 29 Factura de consumo de energía eléctrica.

Descripción de la implementación de la tarea

Esta tarea se implementó en 1 hora y 30 minutos, una hora de clase de matemáticas; al iniciar la sesión a cada uno de los estudiantes se le entrego un instrumento escrito, éste presentaba la imagen de un recibo del consumo eléctrico de una vivienda, a continuación de la imagen se encontraba una serie de preguntas relacionadas con su contenido.

En un primer momento los estudiantes junto con el docente revisaron la información presentada en el recibo de la imagen inicial, las gráficas de barras sobre los consumos anteriores, el valor de un kwh, en que consiste y como se determina el subsidio, la diferencia entre el valor a pagar y el valor de la factura. En este primer momento se logró que los estudiantes se conectaran con el contexto, ya que aprendieron a leer una factura del consumo eléctrico y a partir de esto hacer comparaciones con lo que pagan en su casa y quien hace el pago; esto permitió que los estudiantes llegaran a encontrar y comprender la matemática presente en la situación.

En un segundo momento los estudiantes se organizaron en parejas y por medio del trabajo cooperativo empezaron a dar respuesta a cada una de las preguntas propuestas en el instrumento referente a la factura de consumo eléctrico presentada, el papel del docente fue de mediador entre los estudiantes y las estrategias propuestas por cada uno para llegar a encontrar la más adecuada en la solución de los ejercicios.

En un tercer momento se trabajó en plenaria y se revisaron algunas de las estrategias propuestas por los estudiantes en la solución de las preguntas del instrumento.

Tarea 3: Consumo de Energía Eléctrica (Factura o Recibo de Luz)

Propósito.

Con esta tarea se busca que el estudiante a partir de la matemática presente en la en una factura de energía eléctrica, conceptos y procedimientos que lo esquematizan, identifiquen aspectos que le permitan llegar a la simbolización algebraica.

Situación problema

En esta tarea se presenta a los estudiantes una factura de consumo de energía eléctrica, el cual presenta los consumos de meses anteriores, por medio de una gráfica de barras, los procedimientos y variables empleados para determinar el valor a pegar en un mes facturado.

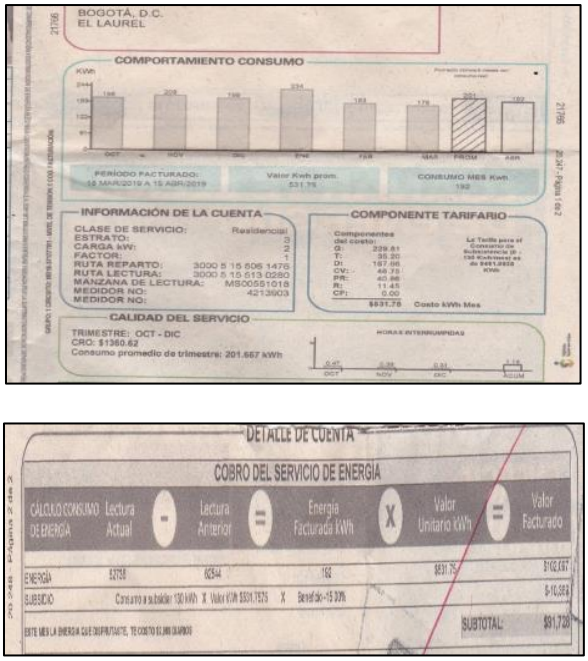


Ilustración 29 Factura de consumo de energía eléctrica.

Descripción de la implementación de la tarea

Esta tarea se implementó en 1 hora y 30 minutos, una hora de clase de matemáticas; al iniciar la sesión a cada uno de los estudiantes se le entrego un instrumento escrito, éste presentaba la imagen de un recibo del consumo eléctrico de una vivienda, a continuación de la imagen se encontraba una serie de preguntas relacionadas con su contenido.

En un primer momento los estudiantes junto con el docente revisaron la información presentada en el recibo de la imagen inicial, las gráficas de barras sobre los consumos anteriores, el valor de un kwh, en que consiste y como se determina el subsidio, la diferencia entre el valor a pagar y el valor de la factura. En este primer momento se logró que los estudiantes se conectaran con el contexto, ya que aprendieron a leer una factura del consumo eléctrico y a partir de esto hacer comparaciones con lo que pagan en su casa y quien hace el pago; esto permitió que los estudiantes llegaran a encontrar y comprender la matemática presente en la situación.

En un segundo momento los estudiantes se organizaron en parejas y por medio del trabajo cooperativo empezaron a dar respuesta a cada una de las preguntas propuestas en el instrumento referente a la factura de consumo eléctrico presentada, el papel del docente fue de mediador entre los estudiantes y las estrategias propuestas por cada uno para llegar a encontrar la más adecuada en la solución de los ejercicios.

En un tercer momento se trabajó en plenaria y se revisaron algunas de las estrategias propuestas por los estudiantes en la solución de las preguntas del instrumento.

Trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación

Pregunta 1*:* Los estudiantes para contestar esta pregunta no tuvieron ninguna dificultad, para ellos era claro que el valor del subsidio disminuía el valor a pagar del recibo

Pregunta 2: Describa brevemente cómo se determina el valor total a pagar en el anterior recibo.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número estudiantes**
Se resta la lectura actual con la lectura anterior que da igual a la energía facturada por el valor y eso es igual al valor facturado, por último, se le resta el beneficio	5
Hacemos la operación con los datos que tenemos 176-186 y lo que queda se multiplica por el valor unitario	2
Se suman los componentes tarifarios, se resta y se multiplica y -x= 130 del 15% x 531,75 x 15%	3
Lectura actual – lectura anterior = energía facturada Energía facturada x valor unitario = factura – el subsidio =subtotal	4
$\underset{62732}{lectura\ actual} - \underset{62544}{lectura\ anterior} = \underset{192}{energia\ facturada} \cdot \underset{531{,}75}{valor\ unitario} = \underset{102097}{valor\ facturado} - \underset{10369}{subsidio} = \underset{91728}{total}$	3

Tabla 23. Respuestas de la pregunta 2, tarea 3

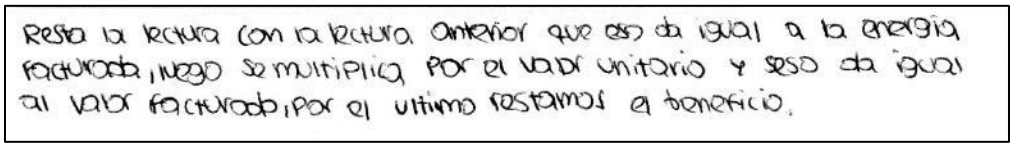


Ilustración 30 Respuesta tarea 3, pregunta 2 dada por la estudiante Laura del curso 8º

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes se puede observar:

Respuestas como "Se resta la lectura actual con la lectura anterior que da igual a la energía facturada por el valor y eso es igual al valor facturado, por último, se le resta el beneficio" evidencian como los estudiantes hacen uso de la descripción para dar respuesta a la pregunta.

Respuestas cómo “Lectura actual – lectura anterior = energía facturada, energía facturada x valor unitario= factura – el subsidio =subtotal” evidencian como por medio de la observación el estudiante describe la información dada por el recibo.

Respuestas como “Se suman los componentes tarifarios, se resta y se multiplica y, -x= 130 del 15% x 531,75 x 15%” para el estudiante no es clara las relaciones y operaciones matemáticas presentes en el recibo

Respuestas como:

$$\underset{62732}{lectura\ actual} - \underset{62544}{lectura\ anterior} = \underset{192}{energia\ facturada} \cdot \underset{531{,}75}{valor\ unitario} = \underset{102097}{valor\ facturado} - \underset{10369}{subsidio} = \underset{91728}{total}$$

Muestran como los estudiantes llegan por medio de la observación a darle sentido a la información dada por el recibo.

Pregunta 3: Según el consumo presentado en la gráfica de barras y el subsidio dado, ¿cuánto se pagó en el mes de Marzo?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
Se multiplica el consumo del mes de marzo por el valor unitario para saber cuánto se paga en ese mes	3
176 x 531,75 = 93.588	5
176 x 531,75 = 93.588 93.588÷15 = 6.239,2 6239,2 x 93.588 = 583.91	1
62736 – 62544 = 176 x 531,75= 93.588 93. 588 – 10.369 = 83.219	1
Los estudiantes solo dieron el valor de 93.588	3
$\underset{62736}{lectura\ actual} - \underset{62544}{lectura\ anterior} = \underset{176}{energia\ facturada} \cdot \underset{531{,}75}{valor\ unitario} = \underset{93588}{valor\ facturado} - \underset{10.369}{subsidio} = \underset{83219}{total}$	3
176 x 531,75= 93,588 x 15% = 583,91	1

Tabla 24 Respuestas pregunta 3, tarea 3.

Al revisar los trabajos realizados por los estudiantes se puede encontrar gran variedad de respuestas, por ejemplo “62736 – 62544 = 176 x 531,75= 93.588– 10.369 = 83.219” en la que se evidencia como llegan a identificar la matemática presente en el contexto, el subsidio como una

constante, pero también se evidencia como no es claro para el estudiante las relaciones establecidas entre las variables, lectura anterior, la lectura actual y energía factura

Respuestas como "176 x 531,75= 93,588 x 15% = 583,91" y "se multiplica el consumo del mes de marzo por el valor unitario para saber cuánto se paga en ese mes" evidencian como los estudiantes no tienen en cuenta el valor del subsidio como una variable del valor total a pagar,

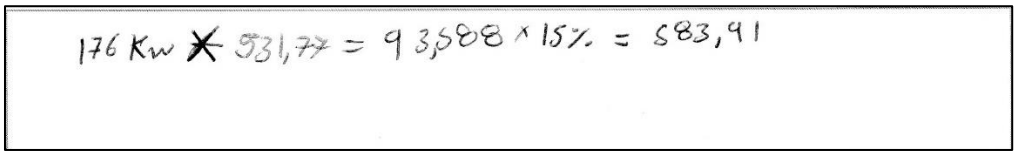


Ilustración 31 Respuesta tarea 3, pregunta 3 dada por la estudiante Edgar del curso 8º

Pregunta 4: ¿Cuánto se tendría que pagar en un mes de servicio de energía si el consumo fuera de 300 Kilovatios con el mismo subsidio?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de preguntas	**Número de estudiantes**
Se multiplica 300 kilovatios por el valor unitario	3
300 x 531,75 = 105.525 105.525 ÷15= 7,035 7,035 x 105.525 = 583,91	1
Se pagarían 80.000	3
62.736-62.544= 300 x 531,75 =159.525 – 10.369 = 149.156	1
159. 525	1
300 x 531,75= 159525	8

Tabla 25 Respuestas pregunta 4, tarea 3.

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta se puede evidenciar las mismas dificultades que en la pregunta anterior, respuestas como "62.736-62.544= 300 x 531,75 =159.525 – 10.369 = 149.156" en la cual los estudiantes no tienen en cuenta la relación entre las variables, específicamente lectura actual- lectura anterior – energía facturada.

Respuestas como "300 x 531,75= 159525" en las cuales no se tiene en cuenta el subsidio.

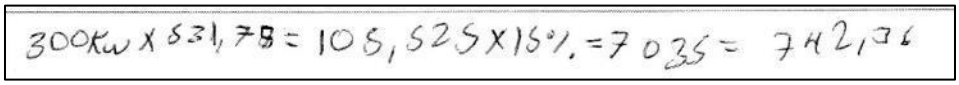


Ilustración 32 Respuesta tarea 3, pregunta 4 dada por el estudiante Edgar del curso 8º

Pregunta 5: ¿Qué expresión serviría para calcular el valor a pagar en un recibo de luz para cualquier mes?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	Número de estudiantes
$\underset{A}{lectura\ actual} - \underset{N}{lectura\ anterior} = \underset{Z}{energia\ facturada} \cdot \underset{s}{valor\ unitario} = \underset{X}{valor\ facturado} - \underset{U}{subsidio} = \underset{T}{total}$	**7**
300 kwh consume energía por 531,75 consumo del costo kwh mes igual 159.525	**3**
$La - LA = Ef \cdot VU = Vf$	**2**
$\underset{actual}{lectura} - \underset{anterior}{lectura} = \underset{facturada}{energia} \cdot \underset{uniario}{valor} = \underset{facturado}{valor} - subtotal = total$	**5**
Se resta la lectura actual con la lectura anterior, ese resultado es la energía facturada, se multiplica por el valor unitario que es igual al valor facturado y se le resta el subsidio.	**3**

Tabla 26 Respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta 5, tarea 3.

Al revisar el trabajo realizado por los estudiantes se pueden encontrar respuestas como "se resta la lectura actual con la lectura anterior, ese resultado es la energía facturada, se multiplica por el valor unitario que es igual al valor facturado y se le resta el subsidio" permite ver que por medio de su lenguaje natural expresa las relaciones y reglas establecidas en la igualdad planteada para determinar el valor del total a pagar en la factura.

$\underset{A}{lectura\ actual} - \underset{N}{lectura\ anterior} = \underset{Z}{energia\ facturada} \cdot \underset{s}{valor\ unitario} = \underset{X}{valor\ facturado} - \underset{U}{subsidio} = \underset{T}{total}$ permiten

Muestra que los estudiantes no solo expresan las relaciones entre las variables que intervienen en el problema, también tratan de expresarla por medio de símbolos.

Al revisar el trabajo realizado por los estudiantes se pueden encontrar respuestas como "se resta la lectura actual con la lectura anterior, ese resultado es la energía facturada, se multiplica por el valor unitario que es igual al valor facturado y se le resta el subsidio" permite ver que por medio de su lenguaje natural expresa las relaciones y reglas establecidas en la igualdad planteada para determinar el valor del total a pagar en la factura.

$\underset{A}{lectura\ actual} - \underset{N}{lectura\ anterior} = \underset{Z}{energia\ facturada} \cdot \underset{s}{valor\ unitario} = \underset{X}{valor\ facturado} - \underset{U}{subsidio} = \underset{T}{total}$ permiten

Muestra que los estudiantes no solo expresan las relaciones entre las variables que intervienen en el problema, también tratan de expresarla por medio de símbolos.

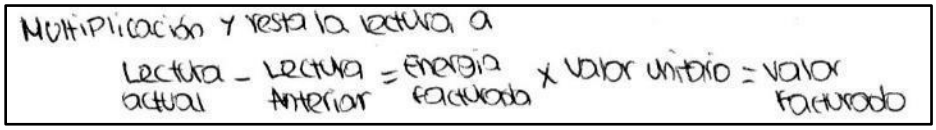


Ilustración 33. Respuesta tarea 3, pregunta 5 dada por la estudiante Laura del curso 8º

Pregunta 6: ¿Cuál sería el valor que pagar si el consumo fuera de 200 Kwh, con un subsidio del 20% sobre 150 Kilovatios?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
150 x 531,75 x 70% = 1.595.250	3
El valor a pagar 90.398	4
200 x 531, 75 = 106.350 x 20% =21.270	2
200 x 531,75=106.350 150x 531,75 x 20%=15.952,5 106.350 – 15.950	3
200 por 531,47 = 106.350	2
200 x 20% x 150	6

Tabla 27 Respuestas pregunta 6, tarea 3.

A revisar las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta se encuentran:

Respuestas como **"**200 x 531,75=106.350; 150x 531,75 x 20%=15.952,5; 106.350 – 15.950" que evidencian como llegar a entender con claridad la relación entre las variables que interfieren en el contexto y las emplea para dar respuesta a la pregunta dada.

Respuestas como "200 x 20% x 150" y "150 x 531,75 x 70% = 1.595.250" las cuales permite concluir que para todos los estudiantes no fue clara la relación del subsidio con el valor a pagar.

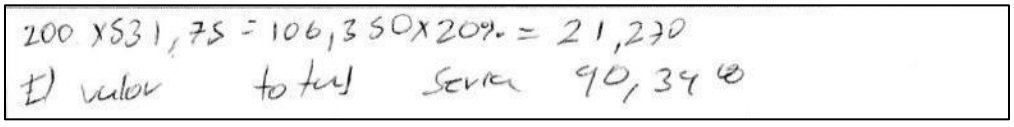


Ilustración 34. Respuesta tarea 3, pregunta 6 dada por el estudiante Edgar del curso 8º

Conclusión

Al revisar el trabajo realizado por los estudiantes se encontró en la mayoría la necesidad de conocer la lectura anterior y la lectura actual para determinar el número de kwh consumidos durante el período de facturación, sin embargo, se puede ver cómo a pesar de esta dificultad, llegan a determinar el valor de la factura. En el desarrollo de esta tarea se puede ver como los estudiantes hacen uso de operaciones básicas y las estructuras planteadas para dar solución a la situación inicial y situaciones similares, esto muestra como están transitando por *nivel de comprensión en el proceso de matematización referencial* **(**Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016).

Toma de decisiones.

Terminado el trabajo de esta tarea, se decide implementar una cuarta tarea, en la cual el contexto inicial sea matemático y permita ver como a partir de conceptos y procedimientos surjan aspectos que puedan ser representados por medio de literales.

Tarea 4: La edad del hijo y el padre

Propósito:

Con esta tarea se busca que el estudiante por medio de una situación planteada como proposición identifique conceptos, procedimientos y esquemas presentes, que le permitan llegar a su representación empleando literales.

Situación problema:

La cuarta tarea se origina a partir de la siguiente proposición:

"*Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años"*

Posteriormente se plantearon dos preguntas acerca de la relación entre las edades del hombre, el hijo y el padre.

Descripción implementación de la tarea:

La tarea se implementó en una sesión de 1 hora y 30 minutos, se inició entregando a cada uno de los estudiantes un instrumento escrito, en este se presentaba un contexto que hablaba de la relación entre la edad de un hombre, el hijo y el padre.

En un primer momento se discutió de forma grupal el contexto, algunos de los estudiantes decidieron hablar de la edad del padre, el hijo y el abuelo, relacionando sus edades; esto hizo que

se conectaran con la situación, la comprendieran con mayor felicidad y determinaran como se encontraba la matemática presente allí.

En un segundo momento los estudiantes trabajaron de forma individual en la solución del instrumento propuesto, luego se organizaron en pareja, cada uno entrevisto a su compañero y le pregunto cómo había llegado a cada una de las respuestas dadas.

En un tercer momento se realizó una plenaria, en ésta algunos estudiantes dieron a conocer las respuestas dadas y el porqué de cada una de éstas, en este momento el docente realizo el papel de mediador y guía para llegar a un acuerdo entre todos, pero siempre respetando los argumentos de cada uno de ellos.

Trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación

A continuación, se presentan las respuestas de los estudiantes dados a cada una de las preguntas planteadas en el instrumento escrito

Pregunta 1: Si denotamos por *x* la edad de este hombre, seleccione en cada caso si la afirmación dada es correcta o es incorrecta (marque con una X):

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuesta	**Número de estudiantes**
$m + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo (Correcto).	3
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo (Incorrecto).	17
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo (Correcto)	18
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo (Incorrecto)	2
$x + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre (Correcto)	12
$x + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre (Incorrecto)	8
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre (Correcto)	8
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre (Incorrecto).	12

Tabla 28 Respuestas pregunta 1, tarea 4.

Teniendo en cuenta que los estudiantes sólo tenía que marcar la respuesta correcta fue necesario indagar a partir de qué relación llegaron a las respuestas dadas, una de las respuestas fue, " dice que el hombre tiene 23 años más que su hijo, entonces la expresión seria $x + 23$, después dice que 31 años menos, entonces la expresión seria $x - 31$" esto permite evidenciar que algunos de los estudiantes al contestar la pregunta tuvieron en cuenta las relaciones dadas por la situación planteada, no las afirmaciones dada sobre la edad del hijo y la edad del padre; otra de las respuestas obtenidas fue " $x - 23$ es correcto porque si a la edad del hombre se le resta 23 da la edad del hijo" esta respuesta nos permite afirmar que el estudiante llega a establecer la relación entre el contexto inicial y las afirmaciones dadas.

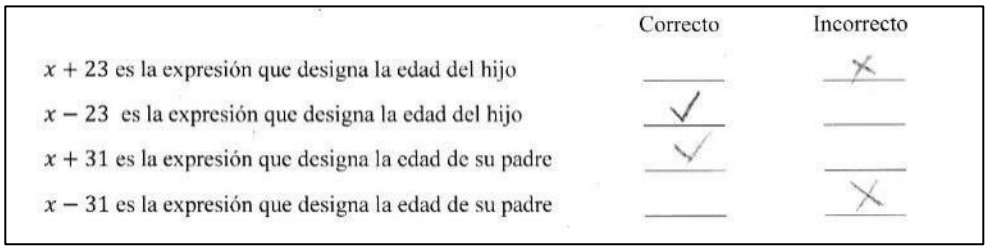


Ilustración 35. Respuesta tarea 4, pregunta 1 dada por el estudiante Miguel del curso 8º

Pregunta 2: Encuentre una expresión o fórmula general que permita calcular la edad de los tres hombres. Justifique su respuesta.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Respuesta	**Justificación**	**Número de estudiantes**
31 + 25 + 63 = 119	Sume 31+ 25 y después sume 63 y me dio 119	1
(x+23) + (x + 31)	Porque son las respuestas que marque correctas y así sumo y todo da una respuesta	4
x + 23 + 31 = 119	Tomo x como la edad del hombre y las otras son 23 y 31, con la edad del padre y el hijo sumadas da 119	9

X= 31 + 23 = 54 119-54=65	Sumo 23 +31 queda 54, después resto 119-54 el resultado nos da 65 que es igual a x	1
(x-23) + (x+31) + x = 119 X=31 26 + 62 + 31 = 119	Descubriendo la edad del padre y del hijo podemos descubrir la edad del hombre o sumando todas o sumando todas las edades (hijo y padre) + x = 119	1
Es sumando y restando Hombre 37, hijo 15, padre 68 119-8= 111/3	Para encontrar las edades de las tres personas era sacando las 3 x de ellos para poder sacar el resultado	1
(x-23) + (x+31) + x=119	El primer paréntesis es la edad del hijo y la descubrí porque en el texto decía que x-23 era igual a la edad del hijo, el segundo paréntesis es la edad del abuelo y lo descubrí porque x+32=A la edad del abuelo, el tercer paréntesis es igual a la edad del padre.	2
Es sumando y restando 119-8 = 111/3 H 37, H 15, P 68	Para encontrar las edades de las tres personas era sacar las tres x de ellos para poder sacar el resultado	1

Tabla 29 Respuestas pregunta 2, tarea 4.

Al revisar las respuestas se evidencio gran variedad permitiendo encontrar diferentes niveles, por ejemplo las respuestas "31 + 25 + 63 = 119" y "Es sumando y restando, Hombre 37, hijo 15, padre 68, 119-8= 111/3" como los estudiantes buscan darle un valor a cada una de las edades de acuerdo con la información dada por el enunciado.

Al preguntarle a uno de los estudiantes que dio como respuesta "(x-23) + (x+31) + x=119 sobre como llego a esa este contesto: "cogí las respuestas del primer punto, lo sume con la edad del hombre que es x, así es como halle la respuesta".

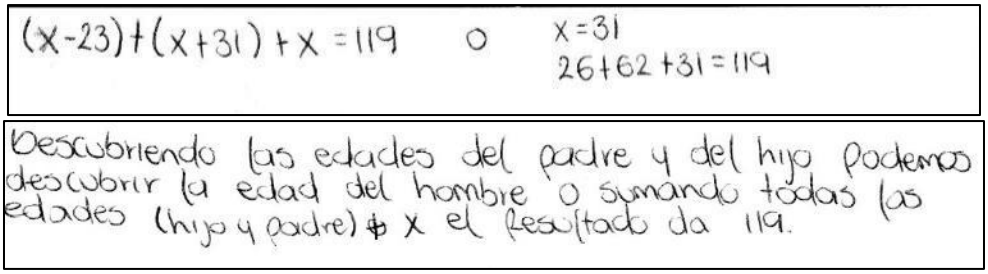


Ilustración 36. Respuesta tarea 4, pregunta 2 dada por la estudiante Laura del curso 8º

Conclusiones

Al finalizar esta tarea se puede ver como para los estudiantes fue complicado relacionar los conceptos de mayor qué y menor qué con las operaciones de la suma y la resta; también cómo durante el desarrollo buscaron encontrar el valor de la edad del hombre, lo que permite concluir que la mayoría de los estudiantes se encuentran transitando por *nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional y referencial.* Pero también se puede ver en las justificaciones a la segunda pregunta que otros estudiantes se encontraron transitando por *nivel de comprensión en el proceso de matematización formal.*

Es importante destacar que dos de los estudiantes que llegaron a una construcción algebraica de la situación, también buscaron hacerlo en la primera y en la segunda tarea, evidenciando un progreso importante.

Toma de decisiones.

Al finalizar esta tarea se evidencio que los estudiantes presentaron ciertas dificultades para alejarse de la situación real y llegar a una representación simbólica del contexto, por esta razón se ve la necesidad de proponer una quinta tarea que les permita focalizarse en la matemática presente en el contexto y encontrar elementos que puedan ser generalizables.

Tarea 5: Dobleces con tiras de papel

Propósito*:*

Con esta tarea se busca llevar al estudiante a establecer y relacionar las variables que intervienen al doblar una tira de papel en dos, haciendo uso de materia concreto, llegando a una descripción y simbolización algebraica de esta.

Situación problema

En esta tarea se inicia pidiéndole a los estudiantes que tomen una tira de papel, dóblela por la mitad, marque el doblez y desdoble (obtendrá una marca sobre esta tira, como se muestra en la siguiente figura):

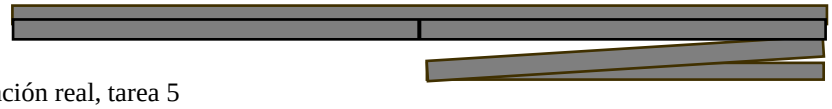


Ilustración 37. Situación real, tarea 5

A partir del anterior procedimiento se busca que los estudiantes determinen cuantas marcas se forman cuando la cantidad de dobleces se puede hacer con el papel, luego cuando los dobleces no se pueden hacer con el papel por ser una cantidad muy grande, para llegar finalmente a determinar el número de dobleces para cualquier número de dobleces.

Descripción de la implementación

Esta tarea se implementó en una sesión de 1 hora y 30 minutos; se inició pidiéndole a los estudiantes que tomaran una tira de papel, luego la doblaran en dos, al mismo tiempo con el docente, y contaran las marcas que se formaran en el papel, así sucesivamente 5 veces, en la media en que se hacían los dobleces se contaban las marcas y se iba llevando el registro en el tablero. El trabajo con el material concreto permitió que los estudiantes se conectaran con el contexto, lo comprendieran para llegar a su matematización.

En un segundo momento, a cada uno de los estudiantes se le entrego el instrumento escrito, el cual describía el trabajo realizado anteriormente con la tira de papel y proponía algunas preguntas, éste lo desarrollaron en tríos, por medio del trabajo cooperativo, buscando que cada uno de ellos explicara las estrategias empleadas para solucionar cada ejercicio, con el docente como guía, de tal forma que llegaran a plasmar sus estrategias de forma escrita y como mediador entre los estudiantes.

En un tercer momento los estudiantes se dispusieron de forma general para dar a conocer algunas de las estrategias empleadas en la solución de cada una de las preguntas, con la guía del docente para llegar a las respuestas más adecuadas.

Trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación

A continuación, se presentan las respuestas dadas por los estudiantes a cada una de las preguntas.

Pregunta 1: A partir de la tira de papel doblada por la mitad, realiza nuevamente la misma acción anterior (doblar por la mitad), uniendo los nuevos extremos de izquierda a derecha, se

obtienen 3 marcas sobre la tira de papel (después de realizar dos dobleces consecutivos). Realice las dos acciones los 2 dobleces y verifique que esto sea cierto.

Pregunta 2: A partir de la segunda acción (la tira de papel debe estar doblada dos veces por la mitad), realice por tercera vez la acción anterior sobre la tira de papel (3 dobleces consecutivos por la mitad). ¿Cuántas marcas obtiene ahora al desdoblar la tira de papel?

Con esta pregunta se buscaba que los estudiantes hicieran uso del material concreto para llegar a la respuesta y pudieran clarificar la diferencia entre dobleces y marcas.

Frente a esta pregunta los estudiantes no presentaron ninguna dificultad.

Pregunta 3: ¿Cuántas marcas se obtendrían sobre la tira de papel al realizar la acción de doblar por la mitad 7 veces seguidas? Explique su respuesta.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
7 dobleces 127 marcas	6
Logre el resultado de la marca anterior y lo sume con el mismo más 1	2
3 + 4 =7 8 + 7 = 15 16 + 15 = 31 32 + 31 = 63 64 + 63 = 127	7
31 + 31 = 62 +1=63 + 63 =126 + 1 =127	4
El número anterior es 63, se le suma 63 y el resultado es 121 porque se le sumo 1	3

Tabla 30 Respuestas pregunta 3, tarea 5

Respuestas como “3 + 4 =7, 8 + 7 = 15, 16 + 15 = 31, 32 + 31 = 63, 64 + 63 = 127”, “31 + 31 = 62 +1=63 + 63 =126 + 1 =127” y “logre el resultado de la marca anterior y lo sume con el mismo más 1” muestra como los estudiantes recurren al sentido común por la necesidad de darle

respuesta a una pregunta específica, haciendo uso de la relación encontrada en el trabajo con el material concreto, pero no establecen una relación entre los elementos presentes en la situación, dobleces y marcas. Al finalizar la revisión de las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta se puede concluir que uno de los factores que no permitió que los estudiantes avanzaran en los niveles de comprensión es el uso del material concreto porque a medida que el número de dobleces aumentaba ellos buscaban determinar cómo se relacionaban las respuestas, pero no una relación entre los dobleces y las marcas.

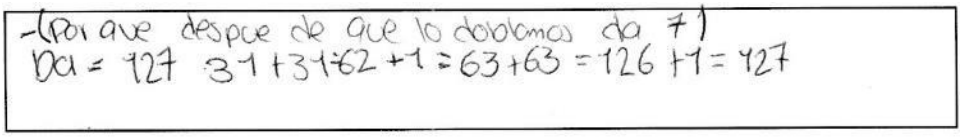


Ilustración 38 Respuesta tarea 5 pregunta 3 dada por la estudiante Karen del curso 8º

Pregunta 4: ¿Cuántas marcas tendrá la tira de papel después del doblez número 15?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Respuestas	**Número de estudiantes**
36.767	3
32.767	18
128 63, doblez 7 126, doblez 14	2

Tabla 31 Respuestas pregunta 4, tarea 5

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta fue necesario indagar cómo llegaron a estas, a la respuesta 36.767 un estudiante respondió “Sumo las respuestas de número mismo más uno hasta llegar al procedimiento 15 porque así se lograba con este tipo de papel”, a esta misma pregunta otro de los estudiantes contesto “termina en 32767 dobleces porque se va multiplicando por dos y se le suma uno”, dejando ver como construyen un modelo de contexto partiendo de la relación que establece entre la marca anterior y la posterior.

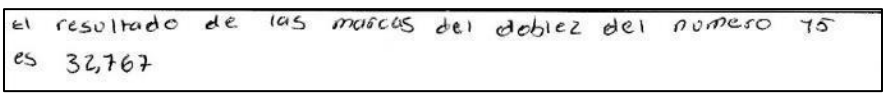


Ilustración 39. Respuesta tarea 5, pregunta 4 dada por la estudiante Kisley del curso 8º

Pregunta 5: ¿Es posible determinar el número de marcas en la tira de papel obtenidas después del doblez 100?

A continuación, se presentan las respuestas encontradas en los trabajos de los estudiantes

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
No porque lo máximo que puedo averiguar es hasta el doblez 6	2
Si, tocase sumar todos los anteriores hasta llegar al doblez 100	7
Por cada resultado se suma uno hasta llegar al doblez 100	3
Sumando 15 veces cada uno hasta llegar a 100	6
Si es posible, pero tardaría mucho en encontrar el valor exacto	5

Tabla 32 Respuestas pregunta 5, tarea 5

Al encontrar respuestas dadas por los estudiantes como "Si, tocara sumar todos los anteriores hasta llegar al doblez 100" se puede evidenciar expresan la relación establecida entre el número de marcas anteriores y posteriores; por otro lado, respuestas como "No porque lo máximo que puedo averiguar es hasta el doblez 6" permite determinar que algunos de los estudiantes siguen basando su trabajo en el material concreto buscando la respuesta a una pregunta específica.

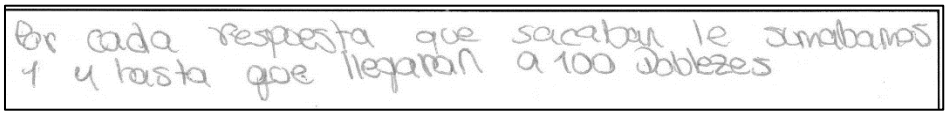


Ilustración 40 Respuesta tarea 5, pregunta 5 dada por el estudiante Alejandro del curso 8º

Pregunta 6: ¿Es posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces y el número de marcas obtenidas**?**

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**

Se dobla la hoja, se cuentan las marcas y así se encuentra el resultado	12
Cada resultado se le suma 1 y se suma con el resultado anterior	6
A + B = R A = respuesta de la marca anterior, B = respuesta anterior más 1 R = respuesta	3
$x + (1 \cdot 2) = 3$ x= es la marca inicial $x + (3 \cdot 2) = 7$ y= es el resultado anterior $(y \cdot 2)$	1

Tabla 33 Respuestas pregunta 6, tarea 6.

Al encontrar respuestas como "Se dobla la hoja, se cuentan las marcas y así se encuentra el resultado" muestra cómo un grupo de estudiantes no llegan a desligarse del material concreto para dar una respuesta, sin establecer algún tipo de relación en la situación; si se mira la respuesta "cada resultado se le suma 1 y se suma con el resultado anterior" se puede ver que algunos de los estudiantes llegaron llegan a expresar la relación establecida en la situación.

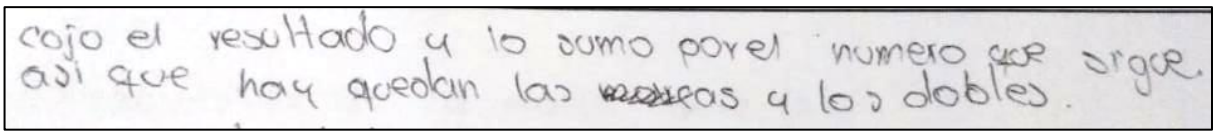


Ilustración 41 Respuesta tarea 5, pregunta 6 dada por la estudiante Estefany de 8º

Conclusión

Al finalizar, se puede concluir que esta tarea permitió que los estudiantes transitaran por el *nivel de comprensión en el proceso de matematización general* (Freudental, 1981), a partir de la relación que establecieron entre los números de marcas; también se puede evidenciar que no llegaron a establecer la relación entre dobleces y marcas, algunos de ellos no dejaron de lado el material concreto y a partir de este trabajaron cada pregunta.

Es importante mencionar que de los cuatro estudiantes que buscaron realizar una representación simbólica de la situación, dos de ellos lo hicieron en la primera tarea y los otros dos lo hicieron en el transcurso de la implementación de todas las tareas, encontrándose un progreso en esta.

Tarea 6: Organizando mesas

Propósito:

El propósito de esta tarea es llevar a los estudiantes a identificar la matemática presente en una secuencia de figuras y aspectos generalizables que le permitan representarlos algebraicamente.

Situación problema

En esta última tarea se propone a los estudiantes el siguiente contexto

"En una reunión se desea organizar todas las mesas en fila, en la medida que van llegando los asistentes se ponen las mesas y las sillas para acomodarlos siguiendo el parámetro que se presenta a continuación"

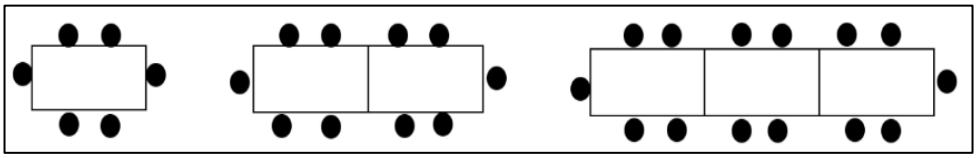


Ilustración 42 Contexto tarea 6.

Descripción de la implementación de la tarea

La implementación de esta tarea se realizó durante una hora de clase de matemáticas, se inició entregándole a cada estudiante un instrumento escrito, en éste aparecía una secuencia de figuras que representaban la disposición de unas sillas y mesas, teniendo en cuenta un enunciado anterior, a continuación, se proponían algunas preguntas relacionadas al contexto.

En un primer momento se dispuso el salón de forma general, los estudiantes guiados por el docente hicieron lectura del contexto inicial y establecieron las relaciones existentes entre éste y la gráfica; este momento permitió que los estudiantes llegaran a conectarse con el enunciado y determinaran como la matemática esta allí presente.

En un segundo momento los estudiantes se organizaron de forma individual para desarrollar cada una de las preguntas propuestas en el instrumento, al terminar, se dispusieron en parejas de tal forma que cada uno le explicara a su compañero las estrategias empleadas y el por qué, en este momento el docente fue un guía y mediador, ayudándolos a aclarar dudas y transmitir las ideas entre los estudiantes.

En un tercer momento el salón se volvió a disponer de forma general y se realizó una plenaria, en la cual los estudiantes presentaron y argumentaron las estrategias empleadas en la solución de cada una de las preguntas, con el fin de identificar, guiados por el docente, cuáles eran las más apropiadas.

Trabajo realizado por los estudiantes

Pregunta 1: Si han llegado 26 invitados en total, ¿cuántas mesas se unieron para sentarlos a todos? Explique su respuesta.

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	Justificación	Número de estudiantes
6 mesas	Se realizó el dibujo	2
6 mesas	6 x 4 = 24 + 2 = 26	1
6 mesas	Se necesitan 6 mesas porque en las mesas de las esquinas caben 5 y en las de la mitad y en las de la mitad 4	6
6 mesas	Seis mesas para un total de 26 sillas	7
6 mesas	Porque en las dos mesas de las esquinas caben 5 y en las cuatro de la mitad de a 4 invitados, seria 4 x 4 = 16 y 2 x 5 = 10	3
6 mesas	A las 3 mesas del principio le sumamos 3 mesas y nos dio 6 mesas para un total de 26 invitados	3

Tabla 34 Respuestas dadas a la pregunta uno, tarea 6

En las justificaciones a las respuestas encontradas a esta pregunta se puede ver cómo los estudiantes de forma diferente identifican y emplean la matemática presente en la relación establecida visualmente en el contexto para dar respuesta a la pregunta.

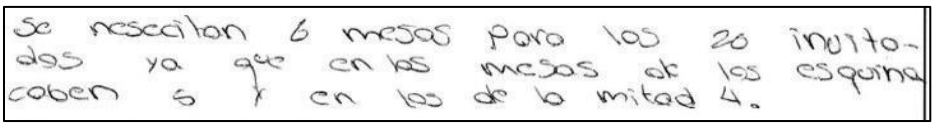


Ilustración 43 Respuesta tarea 6 pregunta 1dada por el estudiante Jerson de 8º

Pregunta 2: En el momento en que el número de mesas sean 10, ¿cuántas personas se podrían sentar?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta

Tipo de respuestas	Número de estudiante

Dibujo, 42 personas en 10 mesas	1
42 personas porque 10 x 4 = 40 + 2 = 42	4
En 10 mesas 42 personas	14
6 mesas 26 sillas, 5 mesas serian 22 sillas, así que sumo 20 + 22=42	1

Tabla 35 Respuestas dadas a la pregunta 2, tarea 6

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta, se puede evidenciar cuando identifican y plasman la relación existente entre las mesas y las sillas haciendo uso de diferentes recursos, uno de ellos hace uso de la secuencia numérica, también cuatro de ellos recurren a las operaciones básicas y otro recurre a la gráfica, es importante tener en cuenta, que, aunque todos llegan a la respuesta correcta, las relaciones que establecen para llegar a esta son diferentes.

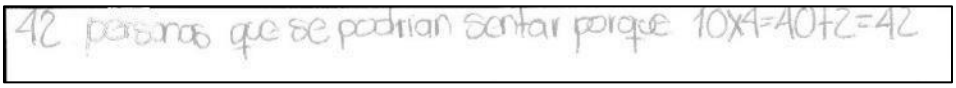


Ilustración 44. Respuesta tarea 6 pregunta 2 dada por la estudiante Sharick de 8º

Pregunta 3: Para determinar el número de sillas que se pueden sentar en un número determinado de mesas ¿cuál de las siguientes expresiones se debe emplear? Tenga en cuenta que en cada expresión *n* representa el número de mesas y *s* el número de sillas. Marque con una X la opción correcta:

( ) $s = 6n$ ( ) $s = 4n + 2$ ( ) $s = 2n + 4$

Justifique su respuesta

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Respuesta	**Justificación**	**Número de estudiantes**
$s = 4n + 2$	Multiplico las sillas por las mesas y en total tiene que dar 14	3
$s = 2n + 4$	Sin justificación	4
$s = 4n + 2$	4 son las personas que van en cada mesa y el 2 las personas que se sientan en los extremos	2

$s = 4n + 2$	Para la respuesta del 3 punto tuvimos en cuenta el resultado del 2 punto y con base a eso salió el resultado del 3 punto	6
$s = 6n$	6n = 26s	4
$s = 4n + 2$	4n + 2 = 6n = 26	2
$s = 4n + 2$	Porque si cambiamos la s por el número de mesas seria 4 x 6 + 2 =26 o 10 x 4 = 42	2

Tabla 36 Respuestas pregunta 3, tarea 6

Al revisar las respuestas dadas por los estudiantes al pedirles que seleccione la respuesta correcta que le permita determinar el número de sillas, conociendo determinado número de mesas, se puede ver inicialmente como 14 de los estudiantes escogieron la respuesta correcta, pero al profundizar en las respuestas se puede ver por medio de justificaciones cómo "para la respuesta del 3 punto tuvimos en cuenta el resultado del 2 punto" y "porque si cambiamos la s por el número de mesas seria 4 x 6 + 2 =26 o 10 x 4 = 42" muestran como los estudiantes llegan a una forma de representar la regla que relaciona las dos variables que presenta el contexto, sillas y mesas, la cual por medio de las respuestas dadas a las preguntas 1 y 2; respuestas como "4 son las personas que van en cada mesa y el 2 las personas que se sientan en los extremos" también muestra que los estudiantes establecen la regla general que relaciona las variables.

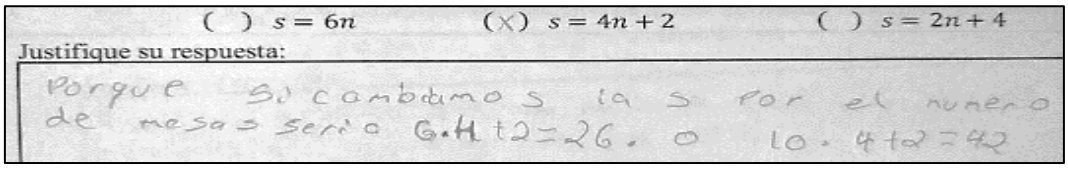


Ilustración 45. Respuesta tarea 6 pregunta 3dada por el estudiante Johnny del curso 8º

Pregunta 4: ¿Qué expresión permite determinar el número de mesas conociendo el número de sillas?

La tabla a continuación muestra las clases de respuestas que dieron los estudiantes a esta pregunta:

Clases de respuestas	**Número de estudiantes**
$(S - 2) \div 4 = R$. R= Número de mesas, S= Número de sillas	3
4 x 10 + 2 = 42	3

Buscar algún número que multiplicado por cuatro el resultado no sea exacto sino con dos dígitos menos. 8 x 4 = 32 + 2 = 34, 34 sillas	4
$n \div 10 = 2$	2
2n + 4s	1
6s=N	3
6 x 1 = 6, 6 sillas, 1 mesa	1
6n = 26s	2

Tabla 37 Respuestas pregunta 4, tarea6.

Ante esta pregunta las respuestas fueron muy variadas y dejan ver como todos los estudiantes llegan a diferentes niveles de comprensión en el proceso de matematización. Tres de los estudiantes respondieron "$(S-2) \div 10 = R$. R= Número de mesas, S= Número de sillas" al preguntarle a uno de ellos como llego a esa respuesta contesto "Cogí el número de sillas, le resto 2 y lo divido en 4 porque 2 es el número de sillas que va a los lados y 4 es el múltiplo" lo que muestra que los estudiantes emplean la simbolización como un medio para representar la generalidad del patrón dado inicialmente.

Cuatro de los estudiantes respondieron "Buscar algún número que multiplicado por cuatro el resultado no sea exacto sino con dos dígitos menos, 8 x 4 = 32 + 2 = 34, 34 sillas", esto muestra que el estudiante hace es una descripción por medio de un ejemplo de cómo se puede llegar a determinar el número de mesas.

Las respuestas "4 x 10 + 2 = 42" y "6 x 1 = 6, 6 sillas, 1 mesa" muestran como cinco de los estudiantes llegan a un nivel situacional, ya que los estudiantes llegan a dar un ejemplo particular de cómo se determinan el número de sillas.

Respuestas como $n \div 10 = 2$ no se pueden categorizar ya que al pregúntale a estudiante sobre la justificación de la respuesta contesto "lo que hice fue multiplicar y dividir el número de sillas y mesas en el número de invitados", esto muestra que no identifica la matemática presente en la situación.

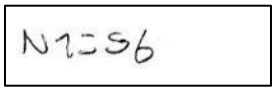


Ilustración 46 Respuesta tarea 6 pregunta 4 dada por el estudiante Jerson del curso 8º

Conclusiones

Al finalizar la tarea se concluyó que esta les permitió a los estudiantes transitar por los cuatro niveles de comprensión el proceso de matematización propuestos por la corriente *de Educación Matemática Realista* (Freudental, 1981), pero en su mayoría llegaron al nivel de generalización, solo tres de ellos llegaron al nivel formal, utilizando la simbolización como una forma de expresar la relación entre dos variables, sillas y mesas.

Toma de decisiones.

Al finalizar esta tarea se considera que el material recogido es suficiente para poder analizar como los estudiantes transitan por los cuatro niveles de comprensión el proceso de matematización propuestos por la corriente ***de Educación Matemática Realista*** (Freudental, 1981).

6. Resultados obtenidos

En el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos en la implementación de cada una de las tareas propuestas y desarrolladas con el objetivo de identificar por medio de una intervención en el aula cómo los estudiantes transitan por los cuatro niveles compresión en el proceso de matematización propuestos por la Educación matemática Realista (Freudental, 1981), así como caracterizar el proceso de simbolización desarrollado por los estudiantes de un curso de grado octavo.

6.1 Resultados de la implementación de las tareas

En la implementación de las tareas se evidencio cómo los estudiantes inician el proceso de matematización a partir de conocimientos previos, la observación, las representaciones gráficas; en la medida que este proceso transcurrió, se pudo ver como identificaron las características comunes, patrones y relaciones que permitieron llegar a una generalización, en algunos casos llegaron a representar simbólicamente, según fuera la situación planteada.

A continuación, se presentar los resultados obtenidos en cada una de las tareas.

En cuanto a la tarea 1 (Peso, taza metabólica y calorías), se planteó el propósito de propiciar en los estudiantes la matematización de una situación real, haciendo uso operaciones y procedimientos aprendido en grados anteriores; durante la implementación de esta tarea se evidenciaron 4 aspectos importantes:

- En la lectura se planteaba y ejemplificara la ecuación para hallar la Tasa Metabólica Basal, y en tres momentos diferentes se les pidió aplicarla, la primera vez todos los estudiantes trabajaron con los mismos valores para las variables, llegaron una respuesta correcta 12 estudiantes, la segunda lograron llegar a una respuesta correcta 10 estudiantes y tercera vez 4 estudiantes lo lograron; en la segunda y tercera vez cada estudiante trabajo con valores diferentes. Se encontraron respuestas como "(10 x 53kg) + (6,25 x 150cm) – (5 x 38) – 161 = 1.116,5, 1.116,5 x 1,2 = 1.339,8", la cual muestran cómo estudiantes identifican y emplean las variables y constantes presentes en la lectura para determinar la Tasa Metabólica Basal de una persona, para dar respuesta a una pregunta específica referente al contexto abordado, esto permite determinar que se encuentran transitando por un nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016); respuestas cómo "(53 x 10) + (150 x 6,25) – (38 x 5) – 1,2 = 1.276,3" que reflejan cómo si llegan a aplicar la

matemática presente en el contexto abordada en un primer momento de la situación planteada pero no es su totalidad; hay respuestas como "53 + 150 – 38 = 165, 165 x 1,2 = 198", en la cual se evidencia como los estudiantes no tienen en cuenta las constantes que acompañan a cada una de las variables.

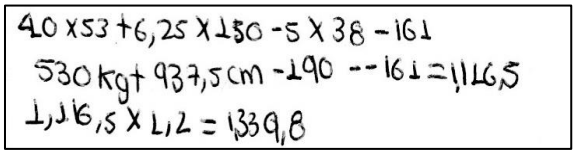


Ilustración 47 Respuesta pregunta 1, I pregunta 1 dada por la estudiante Sofia del curso 8º

- Al pedirle a los estudiantes que conociendo las calorías que consumen de más o de menos durante el día y las calorías que elimina en 30 minutos mientras practica un deporte determinado, se evidencio cómo 10 de los estudiantes hallaron las calorías que eliminan en una hora y buscaron por cual número multiplicar para igualarlas a las que consume de más y luego restar; 2 de ellos sumaron las calorías que elimina en una hora hasta igualarla con las calorías que consume de más, estas respuestas permiten afirmar que los estudiantes se encuentran transitando en un nivel de comprensión en el proceso de matematización referencial (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que hacen uso de relaciones y operaciones que no se encuentra en la situación inicial pero que conocían con anterioridad.

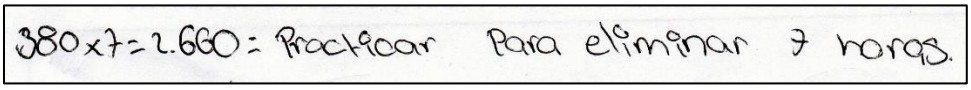


Ilustración 48 Respuesta tarea 1, I pregunta 5 dada por el estudiante Alejandro del curso 8º

- En la implementación de esta tarea, al pedirle a los estudiantes que describan el procedimiento empleado para determinar el tiempo de ejercicio que debe hacer para eliminar las calorías que consume de más, se evidencio como solo 4 de los estudiantes tuvieron en cuenta todas las variables empleadas en el desarrollo de cada una de las preguntas de la tarea para llegar a una respuesta final, a pesar que 12 de los estudiantes llegaron por medio de diferentes estrategias a calcular esta variable, esto permite pensar que solo 4 de los estudiantes están transitando por un nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional a un nivel referencia,. (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que por medio de su lenguaje natural hacen la descripción de las relaciones que establecieron para poder llegar a responder cuánto tiempo se debe realizar para eliminar las calorías que consume de más.

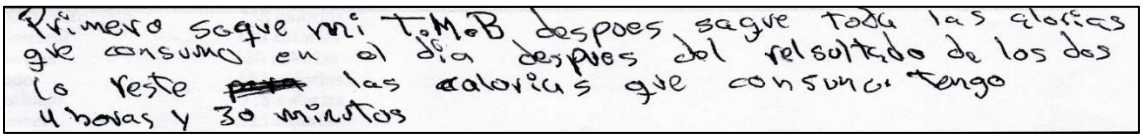


Ilustración 49 Respuesta tarea 1, II pregunta 5 dada por el estudiante Savier del curso 8º

- El último aspecto relevante que se quiere revisar es que al preguntarle a los estudiantes sobre cómo podrías expresar o representar el procedimiento descrito en el punto anterior para determinar el tiempo de ejercicio que debe hacer para eliminar las calorías que consume de más, se encontró la respuesta "T.M.B – calorías consumidas al día = R, R- calorías quemadas al día; hasta llegar a cero" dada por dos de ellos, en la que por medio del lenguaje natural y símbolos matemáticos llega a representar el procedimiento con que trabajo, sin usar lenguaje formal, esto permite concluir que el estudiante está transitando por un entre los niveles referencial.

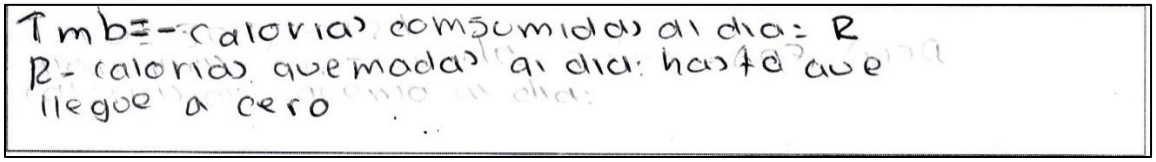


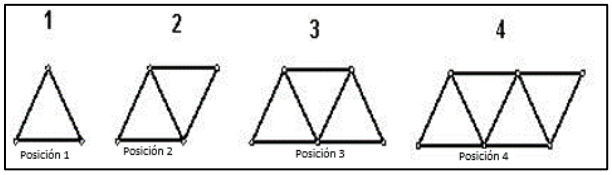
Ilustración 50 Respuesta tarea 1, II pregunta 6 dada por la estudiante Keila del curso 8º

Finalmente se puede concluir:

- La mayoría de los estudiantes se encuentran en el proceso de matematización en un nivel de comprensión situacional (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que, durante el desarrollo de cada una de las preguntas propuestas, fueron a la situación concreta dada inicialmente, haciendo uso de estrategias construidas a partir de procedimientos y operaciones aprendidos previamente.
- Algunos de los estudiantes identificaron y emplearon las variables presentes en el contexto como parte de una fórmula para hallar T.M.B., así como por medio de la interpretación y organización de los procedimientos propuestos en el desarrollo de la tarea, elaborar una expresión haciendo uso del lenguaje verbal y símbolos matemáticos para hallar el tiempo que debe hacer ejercicio para eliminar las calorías que consume de más.
- En cuanto al razonamiento algebraico se evidenciar durante el desarrollo de la tarea que la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel incipiente de algebrización, reconocieron las variables y constantes presentes en la ecuación planteada en el contexto para hallar la T.M.B, así como el uso de las propiedades de los números naturales al realizar las operaciones correspondientes.

En cuanto a la tarea 2, construyendo figuras, se planteó con el propósito de posibilitar en los estudiantes la matematización de una secuencia de figuras, por medio de la observación, el sentido común, conceptos y procedimientos, que le permita determinar y simbolizar el patrón que represente, en la implementación se pudo evidenciar como la observación, la representación gráfica y los conocimientos previos se convierten en algunas de las herramientas usadas en el desarrollo de cada pregunta.

Durante la implementación de esta segunda tarea resaltaron 3 aspectos importantes, teniendo en cuenta que la secuencia de figuras presentada a los estudiantes fue:



- Al presentarle a los estudiantes las 4 primeras posiciones de secuencia de figuras y pedirles que graficaran la posición 5, el 100% de los tuvieron éxito; pero al preguntarles cuantos serillos tenía la posición 9, solo el 50% dio un valor numérico, el 18% realizaron la gráfica y el 9 % no solo dieron el valor sino también justificaron la respuesta dando a conocer la regla que emplearon para llegar a este; estos resultados permiten concluir que el 77% de los estudiantes se encuentran en transitando en un nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional(Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que por medio de la observación, la representación gráfica y los conocimientos previos identificaron el patrón que les permitió llegar a una respuesta.



Ilustración 51 Respuesta tarea 2, pregunta 2 dada por el estudiante Juan Felipe del curso 8º

- Un segundo aspecto importante es cómo los estudiantes llegan a determinar cuántos serillos tiene la posición 100 y como lo justifican, ya que a pesar que el 36% dio como respuesta 201, el 32 % justificaron su respuesta afirmando " 99 x 2 =198 + 3 = 201" y el 4% dice " el primero es un triángulo y se le van sumando de a dos", esta respuesta a pesar de ser diferentes son correctas, en la primera los estudiantes dan una justificación a la situación concreta, pero en la

segunda, da una respuesta más general, lo que refleja cómo este porcentaje de estudiantes se encuentran transitando de un nivel de comprensión situacional a un nivel referencial (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), teniendo en cuenta que para llegar a ésta debe emplear las relaciones establecidas entre los conceptos y elementos que intervienen en la secuencia de figuras. El 22% de los estudiantes dieron como respuesta 210 y lo justificaron "210 porque la posición 10 es 21 y 21 por 10 es igual a 210", estas respuestas dejan ver que los estudiantes se encuentran transitando en un nivel de comprensión situacional, ya que para llegar a ésta solo tuvieron en cuenta las primeras posiciones que graficaron y no un patrón o regla.

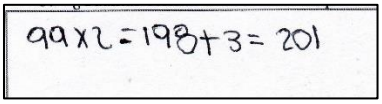


Ilustración 52 Respuesta tarea 2, pregunta 4 dada por la estudiante Laura del curso 8º

Un tercer aspecto a destacar son las respuestas dadas por los estudiantes al pedirles que encontraran una expresión o formula general que le permita determinar el número de cerillos en cualquier posición de la secuencia de figuras, por ejemplo, "si es para sacar la posición 85, se multiplica el número 84 por 2 y se le suma 3" la cual refleja como emplean las relaciones establecidas entre los conceptos y elementos que intervienen en la situación abordada para dar respuesta a las preguntas que surgen, "se comienza en tres y se va sumando de a dos" muestra que los estudiantes describen la forma en que encuentran el número de cerillos, estas respuestas muestra como los estudiantes están transitando del nivel situacional al nivel referencial; respuestas como "n+n=R, R+10, n=posición, R=respuesta" y "a= posición 1. a+1 = posición 2 a+2= posición 3" muestra como el estudiante establece una relación entre la posición y el número de cerillos, a pesar de que la respuesta no corresponda a la secuencia de figuras dada inicialmente, puede mostrar como los estudiantes transitan de un nivel referencial a un nivel general.

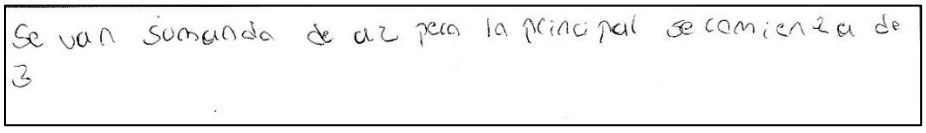


Ilustración 53 Respuesta tarea 2, pregunta 5 dada por la estudiante Juan Felipe del curso 8º

Finalmente se puede concluir:

- La mayoría de los estudiantes se encuentran transitando en el proceso de matematización, en el nivel general (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), a partir de las diferentes estrategias empleadas llegaron a expresar por medio del lenguaje natural las relaciones establecidas entre los elementos que intervienen en la secuencia de figuras.
- Si bien la mayoría de los estudiantes identificaron la existencia de un patrón en la secuencia de figuras, relacionando la posición con el número de cerillos, solo dos de ellos construye una expresión haciendo uso de símbolos, indicando a que hace referencia cada uno, para representar la generalidad.
- Es importante mencionar que de los dos estudiantes que buscaron realizar una representación del contexto empleando literales en la primera tarea, también lo realizaron en esta tarea, uno de ellos más desligado del contexto que el otro.

.

En cuanto a la tarea 3, Consumo de energía eléctrica (Factura o recibo de la luz), se planteó buscando que el estudiante a partir de la matemática presente en la en una factura de energía eléctrica, conceptos y procedimientos que la esquematizan, identifique aspectos que le permitan llegar a la simbolización algebraica. Durante la implementación de esta tarea y al revisar la producción escrita de los estudiantes se pudieron identificar tres momentos importantes.

- En un primer momento, al pedirle a los estudiantes que describan brevemente cómo determinar el valor a pagar en el recibo anterior, el 29% hizo uso del lenguaje natural y conceptos previos e hicieron una lectura de la expresión planteada por en el recibo contestaron "Se resta la lectura actual con la lectura anterior que da igual a la energía facturada por el valor y eso es igual al valor facturado, por último, se le resta el beneficio", también se encontró como el 41% hizo uso de la observación y el sentido común dando como respuesta "Lectura actual – lectura anterior = energía facturada, energía facturada x valor unitario= factura – el subsidio =subtotal", estas dos respuestas evidencian como los estudiantes identifican la matemática presente en la situación para dar respuesta a una pregunta particular, lo que permite ver como este grupo de estudiantes se encuentran transitando por nivel de comprensión situacional (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016).
- Un segundo momento importante es cuando se les pide a los estudiantes emplear la expresión planteada por el recibo para calcular el valor a pagar, conociendo los kwh consumidos, 176 kwh y 300kwh, manteniendo el mismo beneficio, sin conocer la lectura actual y la lectura

anterior, ellos toman estos valores como constantes y usan los valores del recibo sin tener en cuenta que su diferencia es 176kwh o 300kwh, por ejemplo cuando el valor era 170 kwh se obtuvieron respuestas como "62736 – 62544 = 176 x 531,75= 93.588, 93. 588 – 10.369 = 83.219" dada por el 5% de los estudiantes, $\underset{62736}{lectura\ actual} - \underset{62544}{lectura\ anterior} = \underset{176}{energia\ facturada} \cdot \underset{531{,}75}{valor\ unitario} =$ $\underset{93588}{valor\ facturado} - \underset{10.369}{subsidio} = \underset{83219}{total}$ dada por 15% de los estudiantes; cuando el valor era 300kwh, el 5% de los estudiantes dieron como respuesta "62.736-62.544= 300 x 531,75 =159.525 – 10.369 = 149.156", esto muestra como para estos estudiantes no es claro cuáles son las variables de la expresión y que función cumplen. Por otro lado, se encuentra como otro grupo de estudiantes no identifican el papel que cumple el beneficio o subsidio en el valor a pagar, por ejemplo, cuando el consumo era de 175, el 15% de los estudiantes contestó "Se multiplica el consumo del mes de marzo por el valor unitario para saber cuánto se paga en ese mes" y el 25% contesto 176 x 531,75 = 93.588, cuando el consumo es de 300kwh, el 15% contestó "se multiplica 300 kilovatios por el valor unitario" y el 40% contestó "300 x 531,75= 159525", lo que muestra cómo los estudiantes identifican cual es la matemática presente en la situación y dan respuesta a una pregunta particular haciendo uso de sus conocimientos previos, lo que permite concluir que los estudiantes se encuentran en un nivel situacional (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016)

- Un tercer momento es cuando se le pide a los estudiantes que determinen qué expresión serviría para calcular el valor a pagar en un recibo de luz para cualquier mes, ante esta pregunta se encontró que el 25% contesto $\underset{actual}{lectura} - \underset{anterior}{lectura} = \underset{facturada}{energia} \cdot \underset{uniario}{valor} = \underset{facturado}{valor} - subtotal = total$, lo cual muestra como hicieron unos del sentido común y la observación para dar solución a la pregunta planteada, eso permite afirmar que este grupo de estudiantes está transitando por un nivel situacional; el 15% contesto "se resta la lectura actual con la lectura anterior, ese resultado es la energía facturada, se multiplica por el valor unitario que es igual al valor facturado y se le resta el subsidio" en la cual se puede ver como hicieron uso del lenguaje natural y conocimientos previos, realizando una lectura de la ecuación, esto muestra como los estudiantes

se encuentran transitando del nivel situacional al nivel referencial; el 41% contesto $\underset{A}{lectura\ actual} - \underset{N}{lectura\ anterior} = \underset{Z}{energia\ facturada} \cdot \underset{S}{valor\ unitario} = \underset{X}{valor\ facturado} - \underset{U}{subsidio} = \underset{T}{total}$ y el 11% contesto "$La - LA = Ef \cdot VU = Vf$" permiten pensar que los estudiantes no solo se encuentran en un nivel de comprensión en el proceso de matematización general, sino que también se encuentran transitando hacia un *nivel formal* ya que no solo expresa las relaciones entre las variables que intervienen en el problema, también tratan de expresarla por medio de símbolos.

Finalmente se puede concluir:

- En el desarrollo de esta tarea la mayoría de los estudiantes, en el proceso de matematización transitan por el nivel referencial (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), interpretan el contexto y la ecuación presente en éste, identifican las variables y constantes dando solución a cada una de las preguntas propuestas, haciendo uso del sentido común y las operaciones básicas entre otras herramientas.
- En lo referente al razonamiento algebraico se pudo ver que los estudiantes se encuentran en el nivel incipiente de algebrización, emplearon de forma acertada la ecuación presente en el contexto, aplicando las propiedades de los números naturales, empleando símbolos ligados al contexto.

En cuanto a la tarea 4, la edad del hijo y el padre se planteó buscando que el estudiante por medio de una situación planteada haciendo uso de una proposición, identifique conceptos, procedimientos y esquemas presentes, que le permita llegar a una representación empleando literales; durante la implementación y la revisión de la producción escrita hecha por los estudiantes se pueden observar dos momentos importantes.

- En un primer momento, se le pide a los estudiantes que determinen la edad correcta del padre y el hijo, conociendo la edad del hombre como x, se encontró que el 10% de los estudiantes contesto "(x + 23) la edad del hijo y (x-31) la edad del padre" y uno de ellos lo justifico afirmando " dice que el hombre tiene 23 años más que su hijo, entonces la expresión seria $x + 23$, después dice que 31 años menos, entonces la expresión seria $x - 31$", esto evidencia cómo relacionan el signo más con mayor y el signo menos con menor y tienen en cuenta la relación planteada en el contexto inicial, pero no con el literal x, que es la edad del hombre, esto permite ver que un grupo de estudiantes identifican la matemática presente en

el contexto a partir de conocimientos previos, pero no establecen de forma correcta la relación entre las edades. Por otro lado, se encuentra que el 80% de los estudiantes contestaron "la edad del hijo es (x-23) y la edad del padre (x+31)" y uno de ellos afirmo " $x - 23$ es correcto porque si a la edad del hombre es x se le resta 23 da la edad del hijo", esta respuesta deja ver, cómo ellos establecen la relación mayor que con el signo más y menor que con el signo menos, sino también que reconocen la edad del hombre como x, y a partir de esta establecen la relación mayor y menor, no solo teniendo en cuenta la afirmación inicial, esto muestra como ellos no sólo identifican la matemática presente en el contexto, las relaciones y conceptos sino también los emplean para solucionar preguntas que surgen, esto permite afirmar que este grupo de estudiantes están transitando de un nivel situacional a un nivel referencial el proceso de matematización (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016),

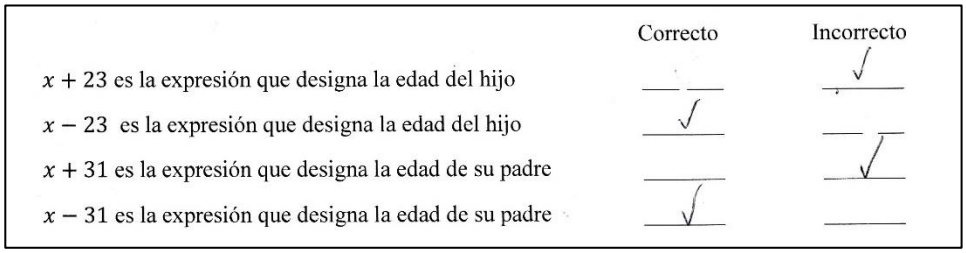


Ilustración 54 Respuesta tarea 4, pregunta 1 dada por el estudiante Alejandro del curso 8º

- En un segundo momento se le pide a los estudiantes que encuentren una expresión general que le permita calcular la edad de los tres hombre, se encontró como el 45% de los estudiantes contesto "x + 23 + 31 = 119 porque Tomo x como la edad del hombre y las otras son 23 y 31, con la edad del padres y el hijo sumadas da 119", dejando ver como los estudiantes reconocen que existe una relación entre los tres términos pero no es claro como expresarlo por medio de una formula ***nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional*** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016) **.** Finalmente se encontró que el 17% los estudiantes que dio como respuesta "(x-23) + (x+31) + x=119, el primer paréntesis es la edad del hijo y la descubrí porque en el texto decía que x-23 era igual a la edad del hijo, el segundo paréntesis es la edad del abuelo y lo descubrí porque x+31es la edad del abuelo, el tercer es igual a la edad del padre.", esta evidencia que cómo identifican y expresan las relaciones , conceptos y operaciones presentes para llegando a

una simbolización, esto permite afirmar que este grupo de estudiantes se encuentran transitando del nivel referencial al nivel formal

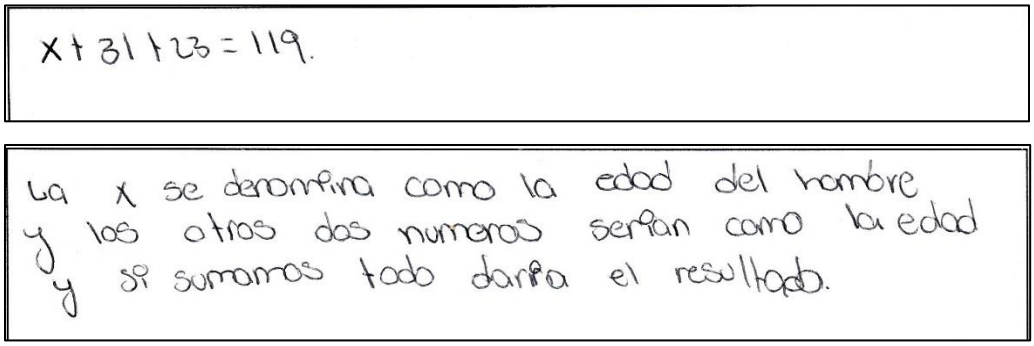


Ilustración55 Respuesta tarea 4, pregunta 2 dada por la estudiante Alejandro del curso 8º

Finalmente se puede concluir:

- En el desarrollo de esta tarea una parte de los estudiantes presentaron dificultad en relacionar mayor que, menor que con las operaciones de la suma y la resta presentes entre las edades y la igualdad propuesta, así mismo como otros llegaron no solo a identificarlas, sino también como expresarlas haciendo uso de la edad del padre (x), mostrando el tránsito entre los niveles situacional, referencial y formal en el proceso de matematización (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016).
- En cuanto a los niveles de algebrización se evidencia que la mayoría de los estudiantes se encuentra en el nivel incipiente, reconocen las relaciones presentes en el contexto entre las edades del hombre, el hijo y el padre construyendo la igualdad planteada haciendo uso del literal x.
- Es importante mencionar que no sólo los estudiantes que llegaron a proponer una representación simbólica en las anteriores tareas también lo hicieron ésta, también lo hicieron dos más que plantearon algunas representaciones en la primera tarea.

En cuanto a la tarea 5, dobleces con tiras de papel, esta tarea se desarrolló con el propósito de llevar a los estudiantes a establecer y relacionar las variables que intervienen en una actividad, con materia concreto, representándola por medio de la simbolización algebraica, durante su implementación y la revisión de la producción escrita, se pudo evidenciar 3 momentos a destacar.

En un primer momento se ve como los estudiantes determinan la cantidad de marcas a partir de 3, 7 y 15 dobleces; cuando se revisan las producciones escritas se encuentra que cuando el número

de dobleces es 3 el 100% de los estudiantes tuvo éxito; pero cuando el número fue 7 emplearon diferentes estrategias, por ejemplo, el 32% contesto "3 + 4 =7, 8 + 7 = 15, 16 + 15 = 31, 32 + 31 = 63, 64 + 63 = 127", el 18% contesto "31 + 31 = 62 +1=63 + 63 =126 + 1 =127" y el 13% contesto "el número anterior es 63, se le suma 63 y el resultado es 121 porque se le sumo 1, se encontró que el 9% de los estudiantes al preguntarle sobre el número de marcas que se forman cuando se realizan 7 dobleces, contestaron "Logre el resultado de la marca anterior y lo sume con el mismo más 1", al igual que ocurre cuando se les pide que determinen el número de marcas cuando realizan 15 dobleces, el 13% contesto 36.767 un estudiante respondió "Sumo las respuestas de número mismo más uno hasta llegar al procedimiento 15 porque así se lograba con este tipo de papel", 78%" termina en 32767 dobleces porque se va multiplicando por dos y se le suma uno", esto deja ver que los estudiantes están transitando entre el nivel referencial (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que construyen su propio modelo de contexto partiendo una relación de recurrencia que establece entre las marcas y no entre los dobleces y marcas expresándola a partir del lenguaje natural.

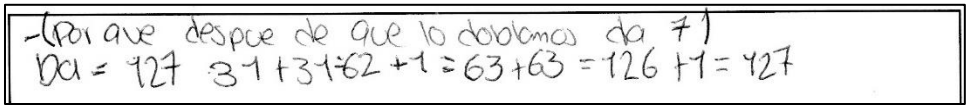


Ilustración 56 Respuesta tarea 5, pregunta 1 dada por la estudiante Karen del curso 8º

- El segundo momento hace referencia a la pregunta hecha a los estudiantes sobre si es posible determinar la cantidad de marcas que tiene la tira de papel después de 100 dobleces, encontrando que el 26% contesto" Si, tocaría sumar todos los anteriores hasta llegar al doblez 100"se puede evidenciar que este grupo de estudiantes transitan entre un nivel referencial y un nivel general (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que por medio del lenguaje natural expresa la relación establecida entre el número de dobleces a partir de la adición y la multiplicación; pero también se encontró que 23% de los estudiantes contesto" No porque lo máximo que puedo averiguar es hasta el doblez 6" y el 21% contesto "Si es posible pero tardaría mucho en encontrar el valor exacto ",estas respuestas permiten determinar que se encuentran en el nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional, ya que siguen basando su trabajo en el material concreto buscando la respuesta a una pregunta específica.

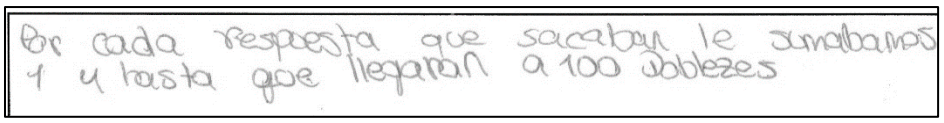


Ilustración 57 Respuesta tarea 5 pregunta 4 dada por el estudiante Alejandro del curso 8º

- El tercer momento a resaltar hace referencia a cuando se le pregunta a los estudiantes si es posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces y número de marcas obtenidas, al revisar la producción escrita se puede evidenciar que todos los estudiantes llegaron a un nivel de comprensión en el proceso de matematización diferente (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), por ejemplo el 57% contesto "Se dobla la hoja, se cuentan las marcas y así se encuentra el resultado" muestra cómo un grupo de estudiantes llego a un nivel situacional ya que parten del material concreto para dar una respuesta; el 29% contesto "Cada resultado se le suma 1 y se suma con el resultado anterior" se puede ver que algunos de los estudiantes transitan entre el nivel referencial y general , ya que por medio del lenguaje natural llegan a expresar la relación establecida en la situación; finalmente, el 14% de los estudiantes contesto "A + B = R, A = respuesta de la marca anterior, B = respuesta anterior más 1,R = respuesta" que permite determinar que se encuentra transitando entre el nivel general y el nivel formal, ya que buscan llegan a simbolizar la relación establecida durante el desarrollo de la tarea.

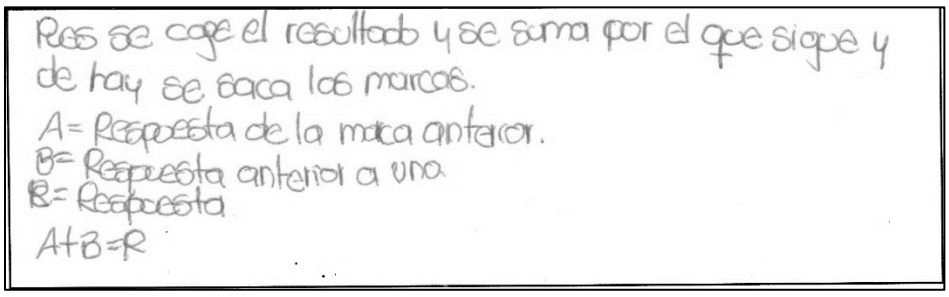


Ilustración 58 Respuesta tarea 5 pregunta 5 dada por la estudiante Sharick del curso 8º

- En el desarrollo de esta tarea los estudiantes establecieron una relación entre el número de marcas anteriores y posteriores a partir del trabajo con material concreto, en su mayoría establecido un patrón sobre la forma en que aumentaban las marcas, como regla general para dar solución a cada una de las preguntas, algunos de ellos no solo lo expresaron por medio del lenguaje verbal sino también hicieron uso de símbolos para representarlo, esto permite evidenciar que así como la mayoría de los estudiantes se encuentran transitando en el proceso

de matematización en el nivel general, otros se encuentran en el nivel formal (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016)

- En cuanto al razonamiento algebraico, a pesar de que el trabajo realizado por los estudiantes fue a partir de una relación de recurrencia se puede concluir que la mayoría de los estudiantes se encuentran en un nivel incipiente de algebrización, ya que a partir de la regla genera expresada por medio del lenguaje verbal planteando una igualdad.
- En esta tarea se encontró que los 4 estudiantes que llegaron a una construcción simbólica de la situación, dos de ellos también lo hicieron en la tarea cuatro.

En cuanto a la tarea 6, organizando mesas, esta tarea se caracterizó por relacionar dos variables, sillas y mesas, se propuso buscando que los estudiantes identiquen la matemática presente en una secuencia de figuras y aspectos generalizables que le permitan representarlos algebraicamente.

La construcción e implementación de esta tarea permitió que las dos variables fueran dependientes o independientes según el contexto de la pregunta sin generar dificultad para los estudiantes, esto llevo ver tres momentos importantes en su desarrollo.

- En un primer momento se le dio a cada una de las variables, mesas y sillas, un valor determinado para hallar el valor del otro. Primero se le pregunto a los estudiantes qué si las sillas son 26 cuantas mesas necesita, contestando 100% 6 mesas, pero con diferentes justificaciones, el 9% realizo un dibujo, el 27% contesto "Se necesitan 6 mesas porque en las mesas de las esquinas caben 5 y en las de la mitad y en las de la mitad 4", el 13% contesto "porque en las dos mesas de las esquinas caben 5 y en las cuatro de la mitad de a 4 invitados, seria 4 x 4 = 16 y 2 x 5 = 10", el 13% contesto "a las 3 mesas del principio le sumamos 3 mesas y nos dio 6 mesas para un total de 26 invitados", estas respuestas permiten afirmar que los estudiantes se encuentran en un nivel ***situacional*** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016)**,** ya que a pesar que son diferentes las respuestas se puede ver como cada uno de los estudiantes identifica y emplea la matemática presente haciendo uso de las relaciones y regularidades visualizadas en el contexto para dar respuesta a la pregunta.

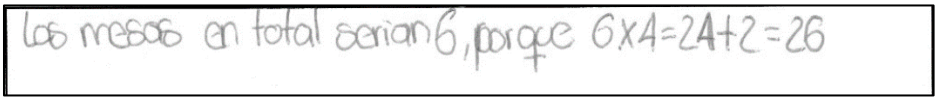
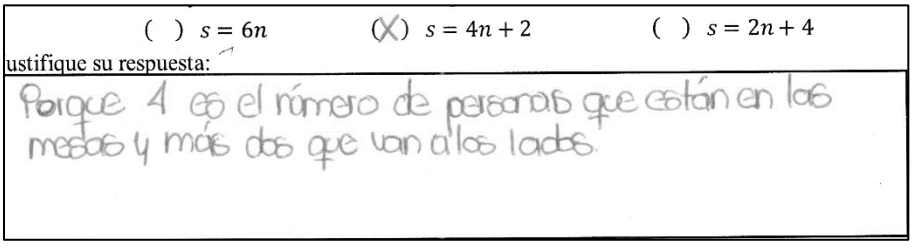


Ilustración 59 Respuesta tarea 6, pregunta 1 dada por la estudiante Sharick del curso 8º

La segunda pregunta que se le hizo a los estudiantes fue cuantas sillas se necesitan para 10 mesas, contestando el 100% 42 pero con justificaciones diferentes, el 18% contesto "en 10 mesas 42 personas", el 4% realizo el dibujo, el 4% contesto "6 mesas 26 sillas, 5 mesas serian 22 sillas, así que sumo 20 + 22=42", el 63% solo contesto "En 10 mesas 42 personas", estas respuestas permiten ver como los estudiantes llegan a un ***nivel de comprensión en el proceso de matematización situacional*** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), esto se puede evidenciar cuando ellos identifican y plasman la relación existente entre las mesas y las sillas haciendo uso de diferentes recursos, uno de ellos hace uso de la secuencia numérica, cuatro de ellos recurren a las operaciones básicas y uno recurre a la gráfica.

- En un segundo momento se le pidió a los estudiantes que identificara la expresión correcta para determinar el número de sillas conociendo el mesas, teniendo en cuenta que *n* representa el número de mesas y *s* el número de sillas, al revisar las respuestas dadas por los estudiantes al pedirles que seleccione la respuesta correcta que le permita determinar el número de sillas, conociendo determinado número de mesas, se puede ver inicialmente como 60% de los estudiantes escogieron la respuesta correcta, pero al profundizar en las respuestas se puede ver por medio de justificaciones cómo el 26% dijo "para la respuesta del 3 punto tuvimos en cuenta el resultado del 2 punto" y 8% dijo "porque si cambiamos la s por el número de mesas seria 4 x 6 + 2 =26 o 10 x 4 = 42" muestran como este grupo de estudiantes transitan entre un nivel situacional y el nivel referencial , ya que establecen la relación entre las dos variables que presenta el contexto, sillas y mesas, haciendo uso de procedimientos, operaciones y estructuras identificadas anteriormente; el 8% contesto "4 son las personas que van en cada mesa y el 2 las personas que se sientan en los extremos" también muestra que los estudiantes transitan entre un nivel general y un nivel formal pero en este caso como una forma de simbolizar la generalidad del patrón que se muestra inicialmente.


( ) $s = 6n$ (X) $s = 4n + 2$ ( ) $s = 2n + 4$

ustifique su respuesta:

Porque 4 es el número de personas que están en las mesas y más dos que van a los lados.

Ilustración 60 Respuesta tarea 6, pregunta 3 dada por la estudiante Sarick del curso 8º

- El tercer momento es cuando se les pide a los estudiantes que determinen que expresión les permite hallar el número de mesas conociendo el número de mesas **a**nte esta pregunta las respuestas fueron muy variadas y dejan ver como todos los estudiantes llegan a diferentes niveles de comprensión en el proceso de matematización. 13% de los estudiantes respondieron "$(S-2) \div 10 = R$. R= Número de mesas, S= Número de sillas" lo cual evidencia que los estudiantes llegaron a un nivel formal(Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), al preguntarle a uno de ellos como llego a esa respuesta contesto "Cogí el número de sillas, le resto 2 y lo divido en 4 porque 2 es el número de sillas que va a los lados y 4 es el múltiplo" lo que muestra que los estudiantes emplean la simbolización como un medio para representar la generalidad del patrón dado inicialmente. 17% de los estudiantes respondieron "Buscar algún número que multiplicado por cuatro el resultado no sea exacto sino con dos dígitos menos, 8 x 4 = 32 + 2 = 34, 34 sillas", esta respuesta permite determinar que estos estudiantes llegan a un nivel referencial ya que el estudiante lo que hace es una descripción por medio de un ejemplo de cómo se puede llegar a determinar el número de mesas. Las respuestas "4 x 10 + 2 = 42" y "6 x 1 = 6, 6 sillas, 1 mesa" muestran como el 21% de los estudiantes llegan a un nivel situacional, ya que dan un ejemplo particular de cómo se determinan el número de sillas.

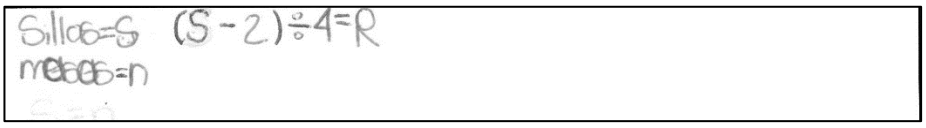


Ilustración 61 Respuesta tarea 6 pregunta 4 dada por la estudiante Sharick del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede concluir

- Esta tarea le permitió los estudiantes transitar por los niveles de comprensión el proceso de matematización propuestos por la corriente *de Educación Matemática Realista* (Freudental, 1981), en su mayoría llegaron al nivel de generalización, solo tres de ellos llegaron al nivel formal, utilizando la simbolización como una forma de expresar la relación entre dos variables, sillas y mesas.
- En cuanto a los niveles de razonamiento algebraico, se concluyó que la mayoría de los estudiantes llegaron al nivel intermedio de algebrización ya que a partir del trabajo realizado con la representación gráfica presentada en la situación identificaron el patrón

que relaciona el número de sillas con el número de mesa y lo representaron empleando la simbolización algebraica.

- Es importante destacar que en esta tarea de los 13 estudiantes que llegaron a la representación simbólica del contexto empleando literales, dos de ellos lo realizaron en el desarrollo de las anteriores tareas.
    - **Avance de algunos estudiantes**

Estudiante 1 (Ruth Sharon)

En el desarrollo de las seis tareas propuestas e implementadas se evidencia cómo la estudiante transita por los niveles de comprensión en el proceso de matematización.

A continuación, se presenta la descripción y análisis del trabajo realizado por la estudiante y algunas imagines de la producción escrita.

En la primera tarea, la cual proponía al estudiante calcular su Tasa Metabólica Basal (TMB) y según su dieta alimenticia y actividad física determinar cuánto ejercicio debe hacer para eliminar las calorías que consume de más, se observó:

Al emplear la ecuación para calcular la TMB, en distintas situaciones, la estudiante no presento dificultad en identificar las variables, las constantes y el orden de las operaciones, da solución a las preguntas particularmente ligadas al contexto haciendo uso de conceptos y procedimientos aprendidos con anterioridad, estableciendo las relaciones existentes entre las variables, las constantes y las operaciones, lo que evidencia la transición por el **nivel situacional**. Si bien hizo uso adecuado de la fórmula propuesta en la situación dada, se encuentran errores en los procesos de cálculo generado básicamente por el desconocimiento de convenciones en el uso de la calculadora (del dispositivo móvil utilizado), específicamente del significado del punto (decimal) y de la coma (unidad de mil), que difiere del asignado en Colombia (el punto para unidades de mil y la coma para decimales).

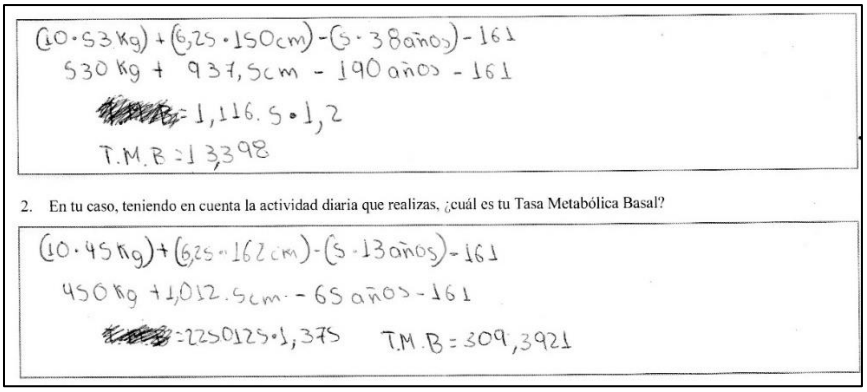


Ilustración 62 Respuesta tarea 1, I p. 1 y 2 la estudiante Sharon del curso 8º

Para realizar el cálculo de cuántas calorías consume al día, cuántas consume de más y cuánto tiempo debe hacer ejercicio para eliminarlas, tan solo dio los valores numéricos, al describir el procedimiento que empleo se encuentra que recurre a la resta y no a la división, que es lo que se espera en los estudiantes de octavo; hace uso del sentido común y la relación entre la resta y la división, como estrategia para dar respuesta una situación ligadas directamente con el contexto inicial.

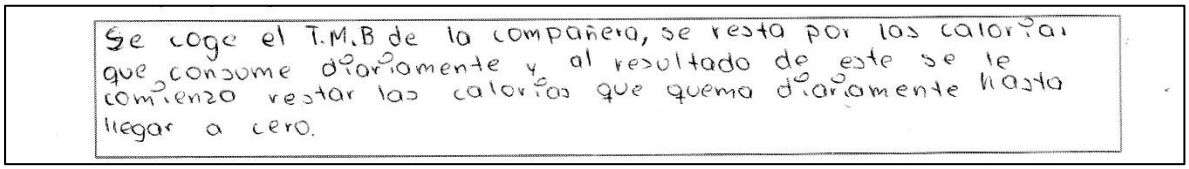


Ilustración 63 Respuesta tarea 1, II p. 5 estudiante Sharon del curso 8º

Al representa el procedimiento empleado para determinar cuánto tiempo debe hacer ejercicio para eliminar las calorías que consume de más, la estudiante recurre a una representación verbal, intercalando signos matemáticos, literales y palabras; construye su propia representación del contexto recurriendo a símbolos que ha empleado anteriormente (R, =, -).

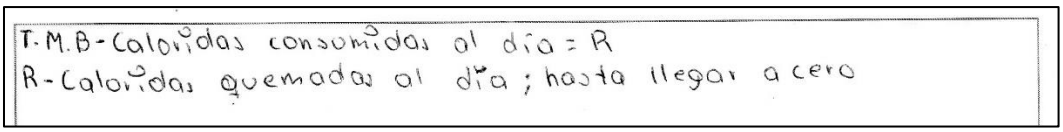


Ilustración 64 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar esta tarea se evidencia que la estudiante se encuentra transitando por el nivel situacional, matematiza la situación a partir del sentido común, usando cómo estrategia operaciones y procedimientos trabajados en los años anteriores.

En la tarea dos, se presentó una secuencia de figuras, inicialmente se pidió construir gráficamente la posición cinco y determinar el número de cerillas o fósforos en la posición 9, la posición100, explicar cómo se llegaba a la posición 100, finalmente se pide encontrar una fórmula o expresión que permitiera determinar el número de cerillos en cualquier posición.

Al revisar el trabajo realizado por la estudiante se encuentra que no presento dificultad para determinar la posición 5 y la posición 9, y por medio de la observación y el sentido común dio respuesta a una situación que surge del contexto.

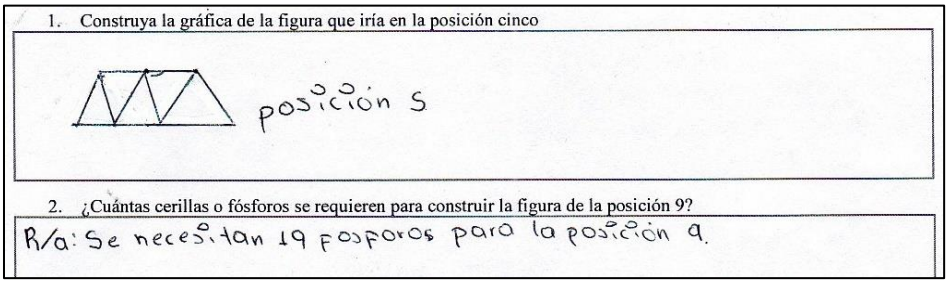


Ilustración 65 Respuestas tarea 2, p, 3 y 4 estudiante Sharon del curso 8º

Al solicitarle que determinará y explicará el número de cerillos en la posición 100 no llega a una respuesta acertada ya que tan solo calcula la posición 10 y este resultado lo multiplica por 10, lo que evidenciar que su respuesta sigue ligada a la gráfica inicial y lo que puede observar, retomando conceptos como el de la multiplicación, sin tener en cuenta el patrón inmerso en la secuencia de figuras.

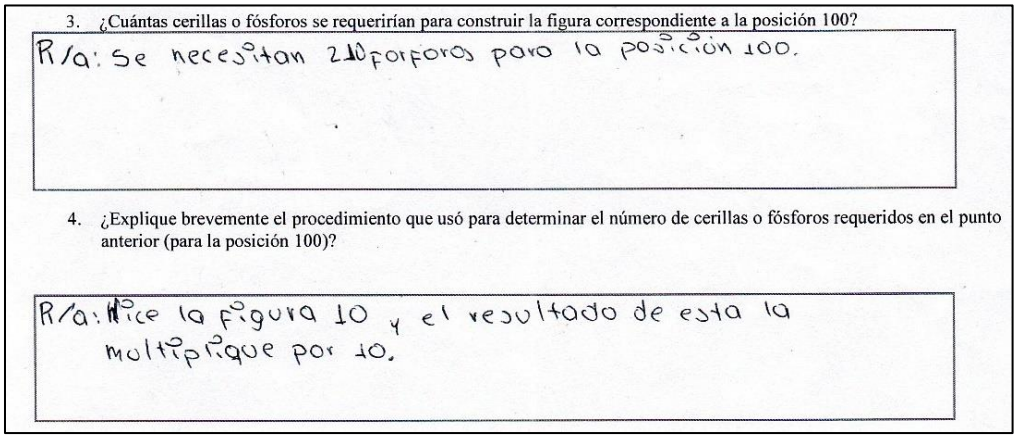


Ilustración 66 Respuestas tarea 2, p, 3 y 4 estudiante Sharon del curso 8º

La situación anterior no cambio al pedirle a la estudiante una expresión o formula que le permitiera encontrar el número de cerillo en cualquier posición, ya que por medio del lenguaje

natural expresa cómo relaciona la posición con el número de cerillos “Sume el número de la posición dos veces y luego le sumo 10” la cual la surge de la respuesta dada en el ítem anterior.

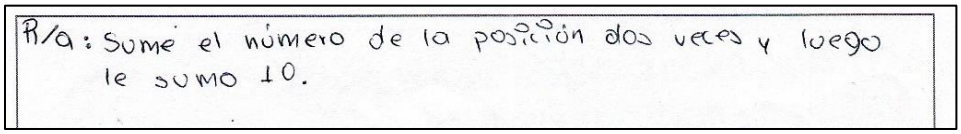


Ilustración 67 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar esta tarea se encuentra cómo la estudiante transita en el nivel situacional, durante el desarrollo llega a matematizar el contexto y trabajó en función de dar una respuesta correcta haciendo uso de la observación y conocimientos previos.

La tercera tarea presenta como contexto un recibo de luz eléctrica, en este se muestra la forma cómo se deduce el valor a pagar, como se deduce el valor del consumo y el beneficio.

Inicialmente se encuentra que la estudiante no describe la forma cómo se calcula el valor a pagar, sino que transcribe la igualdad presentada en el recibo, hace uso de la observación y emplea la información dada por la situación para dar solución a una pregunta especifica.

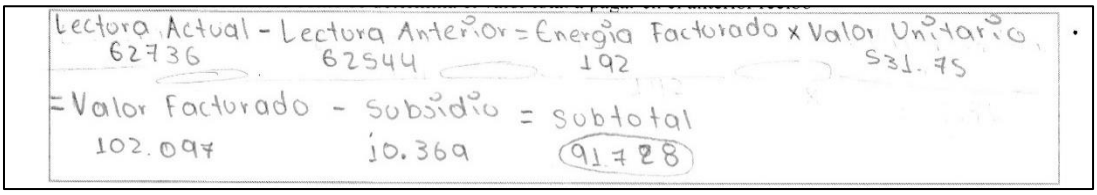


Ilustración 68 Respuesta tarea 3, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º

En un segundo momento se le plantea que determine el valor a pagar cuando la energía facturada es de 176 kilovatios y 300 kilovatios, en los dos casos se encuentra que emplea los valores de la lectura anterior y la lectura actual presentados en el recibo, sin tener en cuenta que información proporcionan estos dos valores, por otro lado identifica el subsidio como una constante ya que no cambia respecto a los valores dados inicialmente porque las condiciones se mantienen, esto muestra cómo identifica las variables que intervienen en la situación, pero no en todos los casos qué papel cumple en la igualdad presentada.

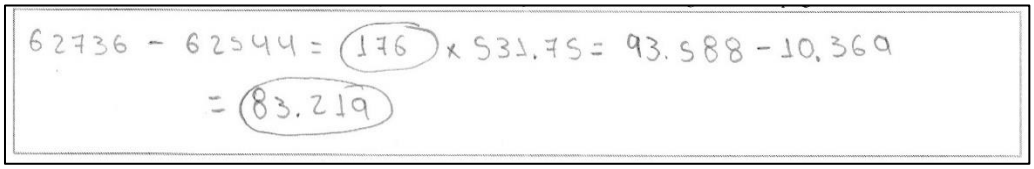


Ilustración 69 Respuesta tarea 3, p. 5 estudiante Sharon del curso 8º

Al pedirle a la estudiante que determine una expresión que sirva para determinar el valor a pagar en cualquier mes, se puede ver cómo de nuevo transcribe la información dada por el contexto y luego le asigna un literal a cada una de las variables.

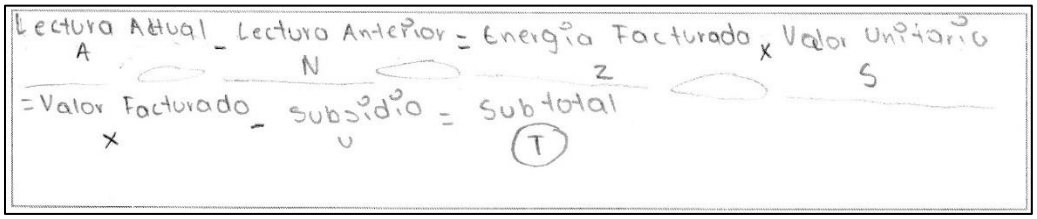


Ilustración 70 Respuesta tarea 4, p. 1estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede determinar que la estudiante se encuentra en un nivel situacional, da solución a cada una de las preguntas emplea como estrategias la transcripción, las operaciones básicas y literales siempre ligadas a la igualdad planteada inicialmente.

La cuarta tarea presentaba como contexto el enunciado "Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años."

Al marcar la expresión correcta que representan la edad del padre y del hijo sabiendo que la edad del hombre es x la estudiante justifica sus respuestas afirmando "x-23 la edad del hijo porque el hijo es menor, x+31 la edad del padre porque el padre es mayor", evidenciando cómo por medio del sentido común, establece la relación entre los elementos presentes en el contexto y conceptos trabajados con anterioridad para solucionar una situación presentada en el contexto.

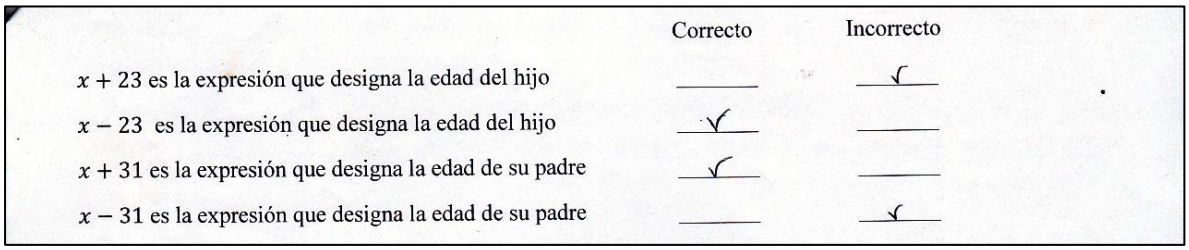


Ilustración 71 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Sharon del curso 8º

La estudiante como regla general o formula que le permite hallar las tres edades plantea "$(x - 23) + (x + 31) + x = 119$" que construye por medio del siguiente procedimiento "cogí las respuestas del primer punto y las sume, también sume la edad de hombre que es x", esto muestra cómo relaciona los elementos presentes, reconoce la letra como un número y a partir de esto representa el contexto inicial por medio de la simbolización alfanumérica.

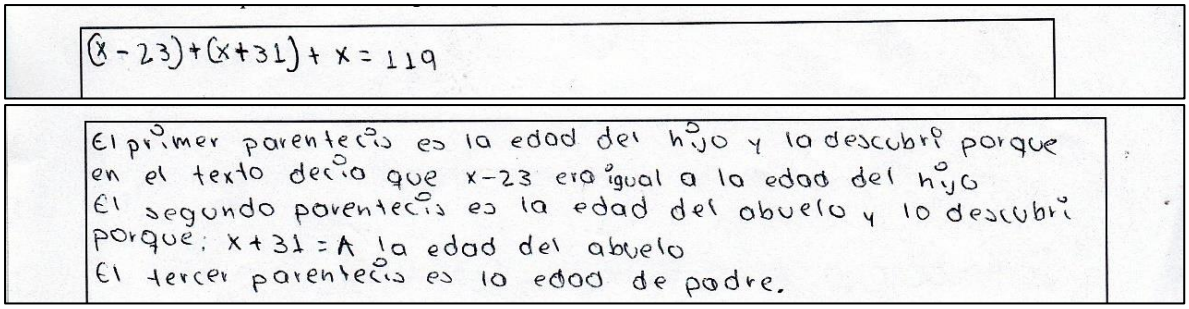


Ilustración 72 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede evidenciar cómo la estudiante transita por los niveles **situacionales, referenciales y formal**, partiendo de su sentido común establece relaciones entre los conceptos y elementos presentes hasta llegar a una representación alfanumérica.

La quinta tarea se trabajó haciendo uso de material concreto, en esta se pedía doblar una tira de papel en dos y así consecutivamente y determinada el número de marcas que se forman.

En esta tarea se buscaba que la estudiante llegara a establecer la relación entre el número de dobleces y número de marcas, pero el trabajo con el material concreto llevo a que estableciera una relación de recursividad entre la cantidad de marcas que se formaban con respecto al doblez anterior.

Inicialmente se le pide determinara el número de marcas que se formaban al doblar 3 veces, 7 veces y 15 veces la tira de papel, ante lo cual no presento dificultad y estableciendo cómo regla "el resultado del dobles anterior se suma por el mismo y se suma 1" esto lo ratifica al afirmar " si es posible determinar el número de marcas para el doblez 100 porque se puede seguir sumando", lo que evidencia cómo relaciona los elementos de contexto a partir de regularidades encontrada a partir de la observación, tablas numéricas expresándolas por medio del lenguaje natural.

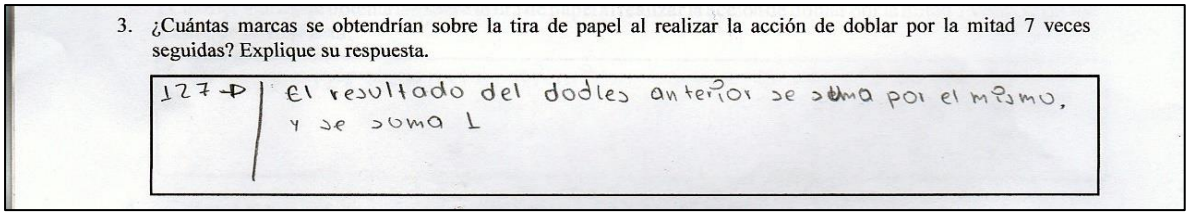


Ilustración 73 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar la tarea se preguntó si era posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces y el número de marcas obtenidas, en este punto la estudiante propone una

representación simbólica en la que empleando literales, cada hace referencia a una variable, esto evidencia como la estudiante transita entre el nivel general y formal.

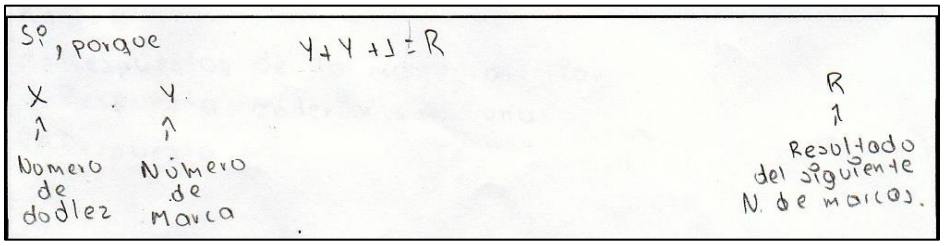


Ilustración 74 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante Sharon del curso 8º

En la sexta tarea se presenta una gráfica referente a la ubicación de las mesas y las sillas en una reunión; inicialmente se le pregunta cuántas mesas se necesitan para 26 sillas y cuantas sillas se necesitan para 10 mesas, las cuales contesta sin dificultad establecer una regla general que elaborada desde de la observación y la interpretación de la información dada por el contexto y expresa por medio del lenguaje natural.

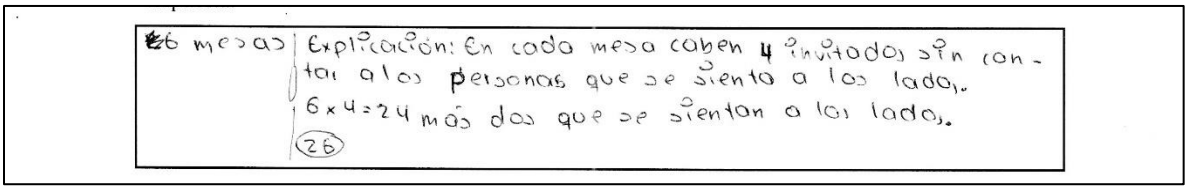


Ilustración 75 Respuesta tarea 6, p. 1 estudiante Sharon del curso 8º

La regla general que plantea la estudiante para solucionar las dos primeras preguntas es la misma que emplea para representar simbólicamente la relación entre las sillas y las mesas, esto se evidencia al revisar cómo identifica cada uno de los elementos de la igualdad presentada en una representación gráfica.

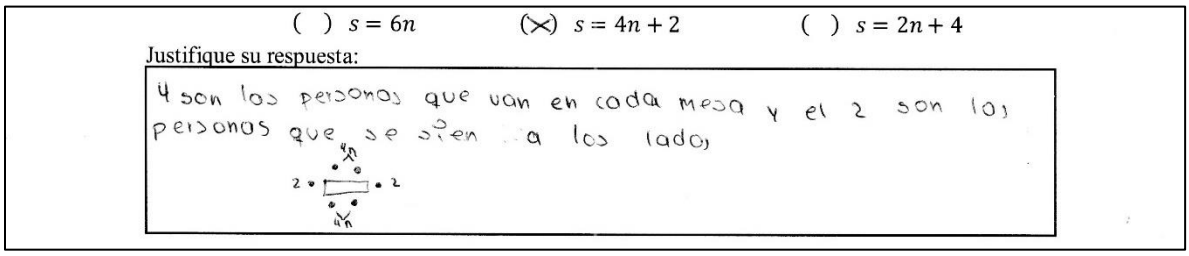


Ilustración 76 Respuesta tarea 6, p. 3 estudiante Sharon del curso 8º

Al finalizar las seis tareas se puede concluir que la estudiante llego a transitar por los cuatro niveles de matematización (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), en el proceso de simbolización, en las tareas 1 y 2 trabajo en función de dar solución a las preguntas que surgían de

la situación propuesta, en las tareas 4, 5, 6 hizo uso del lenguaje natural para expresar las regularidades o reglas que relacionan los elementos presentes, en las tares 3, 4, 5, 6 como empleo literales para simbolizar las relaciones establecidas entre los elementos que intervenían en la situación inicial.

Estudiante 2 (Juan David)

En la implementación de las tareas se pudo observar cómo el estudiante tránsito por los cuatro niveles de matematización propuestas por la Educación Matemática Realista.

A continuación, se presenta la descripción y análisis del trabajo realizado por el estudiante acompañado de algunas evidencias.

En la primera tarea, el estudiante emplea correctamente la ecuación de T.M.B, identifica las variables, las constantes y aplica las operaciones, se encontraron algunas errores en los procesos de cálculo generado básicamente por el desconocimiento de convenciones en el uso de la calculadora (del dispositivo móvil utilizado), específicamente del significado del punto (decimal) y de la coma (unidad de mil), que difiere del asignado en Colombia (el punto para unidades de mil y la coma para decimales); sin embargo, se puede ver cómo, interpreta y emplea la información presente en el contexto para dar solución a preguntas particulares, haciendo uso de operaciones y procedimientos aprendidos en años anteriores.

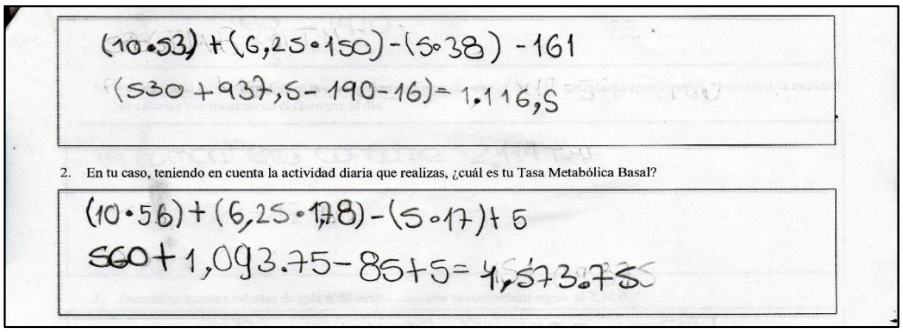


Ilustración 77 Respuesta tarea 1, I p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º

El estudiante no presento dificultad en determinar cuántas calorías consume al día y cuánto tiempo debe práctica un deporte determinado para eliminar las calorías que consume de más, para dar respuesta a estas preguntas haciendo uso de operaciones aprendidas en grados anteriores. Al pedirle que expresara o representara el procedimiento empleado para determinar el número de horas que debe hacer un deporte para eliminar las calorías que consume de más, describe por medio

del lenguaje natural cada uno de los procedimientos realizados, esto evidencia como da respuesta las preguntas que surgen del contexto inicial haciendo uso de la información y los procedimientos empleados en el desarrollo de la tarea.

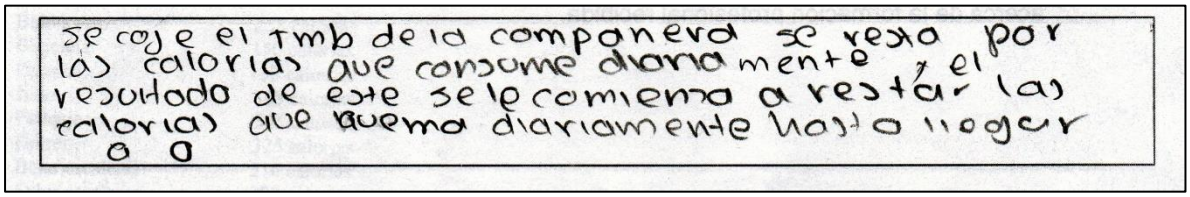


Ilustración 78 Respuesta tarea 1, II p. 5 el estudiante David del curso 8º

Al finalizar esta primera tarea se puede ver como el estudiante se encuentra en el proceso de matematización en un nivel situacional (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), por medio del sentido común, descripciones, conceptos y procedimientos aprendidos en años anteriores da respuesta a cada una de las preguntas propuestas.

En cuanto a la segunda tarea, en la que se proponía una secuencia de figuras, se encuentra que el estudiante determina el número de cerillos que tiene ésta en las posiciones 5 y 9 por medio de la representación gráfica, hace uso de la observación, su sentido común y procedimientos básicos como el conteo.

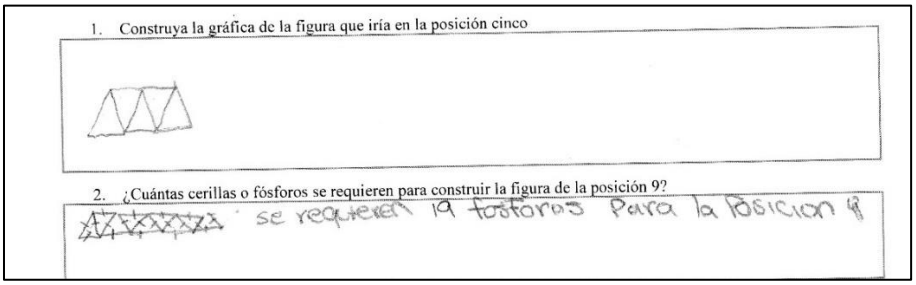


Ilustración 79 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º

Al pedirle a el estudiante que determine el número de cerillos en la posición 100 y que explique cómo llega a ese resultado, se evidencia cómo no establece una regla general, sino que por medio de la observación determinar la posición 10 y a partir de esta emplea las operaciones básicas para, no identifica la proporción que se encuentra presente en la secuencia de figuras.

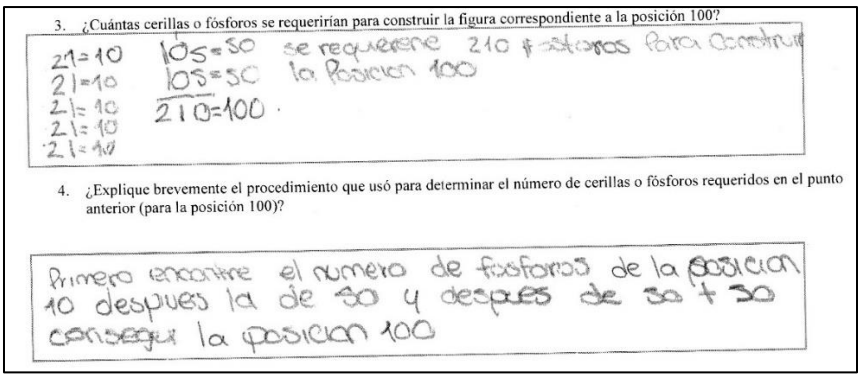


Ilustración 80 Respuesta tarea 2, p. 3 y 4 estudiante David del curso 8º

Sin embargo, cuando se le pide que encuentre una expresión o una fórmula que le permita determinar el número de cerillos en cualquier posición se encuentra que construye su propio modelo, a partir del cual representa la secuencia de figuras teniendo en cuenta las posiciones como tal y no la generalidad que las relaciona.

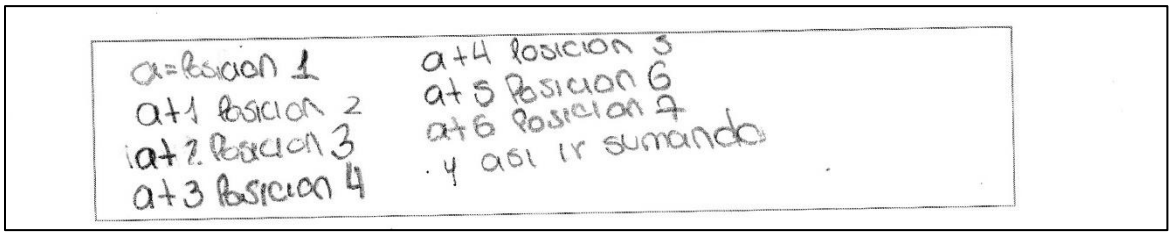


Ilustración 81 Respuesta tarea 2, p. 5estudiante David del curso 8º

Esta tarea evidencia que el estudiante se encuentra transitando entre el **nivel situacional y el nivel referencial**, ya que trabaja en función de solucionar a situaciones particulares del contexto por medio de la observación, la representación gráfica y las operaciones básicas, construyendo su propio modelo de la secuencia de figuras a partir de sus posiciones.

En la tercera tarea el estudiante identifica, interpreta y emplea todos los elementos presentados en el contexto, hace una lectura de la ecuación planteada y la transcribe para describir el procedimiento empleado para hallar el valor a pagar.

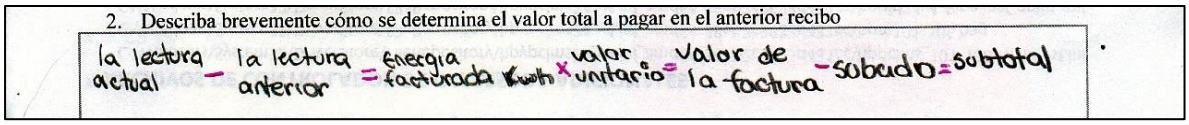


Ilustración 82 Respuesta tarea 3, p. 2 estudiante David del curso 8º

La lectura y el análisis hecho lo emplea cuando al pedirle una expresión que le permita calcular el valor a pagar en cualquier mes, recurre de nuevo a transcribir la ecuación, pero a cada una de las variables o constantes le asigna un literal.

Al calcular el valor a pagar si el consumo fuera 200kwh, el subsidio 20% sobre 150kwh, se puede ver como el estudiante trabaja sobre la gráfica que presenta el contexto, le asigna a cada elemento de la igualdad un litera, identifica a que variable hace referencia cada una de los valores dados y realiza de forma exitosa las operaciones, se evidencia cómo a partir de la observación, el sentido común, la interpretación y las operaciones básicas da cuenta de situaciones que surgen del contexto haciendo uso del modelo presentado.

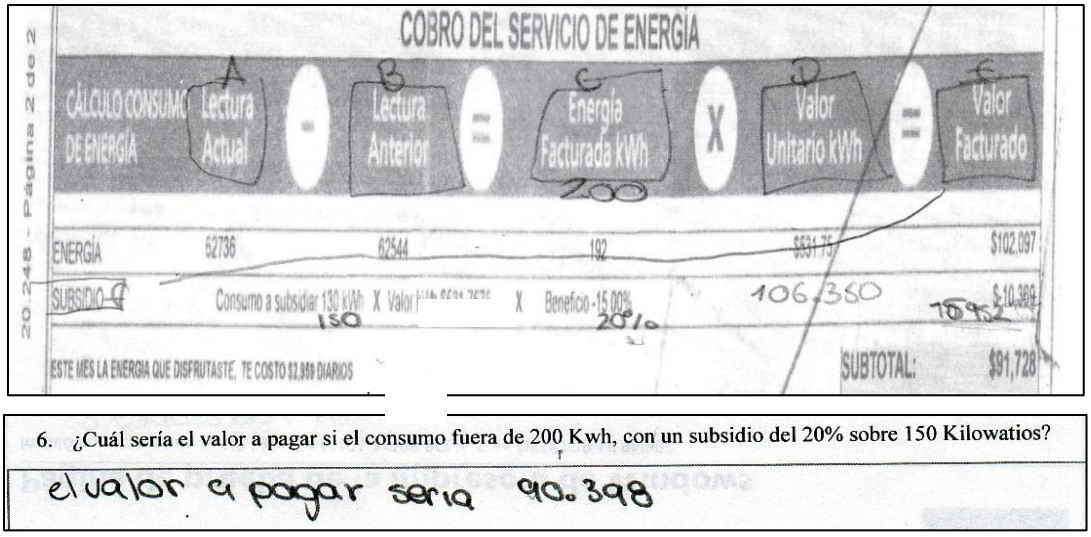


Ilustración 83 Respuesta tarea 3, p. 6 estudiante David del curso 8º

Al finalizar esta tarea se pudo concluir que el estudiante se encuentra transitando entre el nivel situacional y referencia (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), hace una lectura e interpretación de la información entregada por el contexto, la transcribe, le asigna literales a cada una de las variables presentadas para solucionar situaciones particulares que surgen.

En la cuarta tarea se proponía partir del enunciado "un hombre es 23 años mayor que su hijo y 31 menor que su padre", en un primer momento se pedía que determinara cuál de las siguientes expresiones eran correctas si la edad del hombre era x, el estudiante no presento dificultades en llegar a la respuesta correcta, dando como justificación: "como la edad del hombre es mayor que el hijo es con menos y como la edad del hombre es menor que la del padre es con

más", esto evidenciar cómo soluciona una situación ligada al contexto haciendo uso del sentido común e identificando información relevante por medio de la interpretación y el análisis.

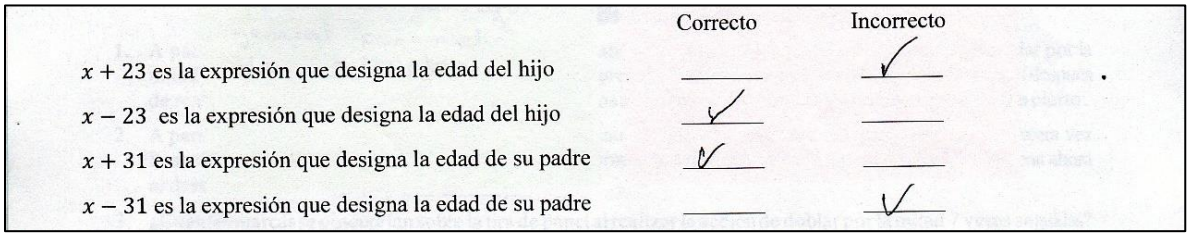


Ilustración 84 Respuesta tarea 4, p. 1 estudiante David del curso 8º

Al pedirle encontrar una fórmula o expresión que le permita calcular la edad de los tres hombres, el estudiante identifica las tres edades, a cada uno de los valores numéricos le asigna un literal y afirma que las tres edades se deben sumar, pero al expresar la suma solo tiene en cuenta la edad del hombre y las constantes "A y B", expresa por medio del lenguaje natural las relaciones establecidas entre los elementos que intervienen en el contexto, da un significado a cada uno de los literales empleados y construye un modelo por medio del cual representa la situación planteada.

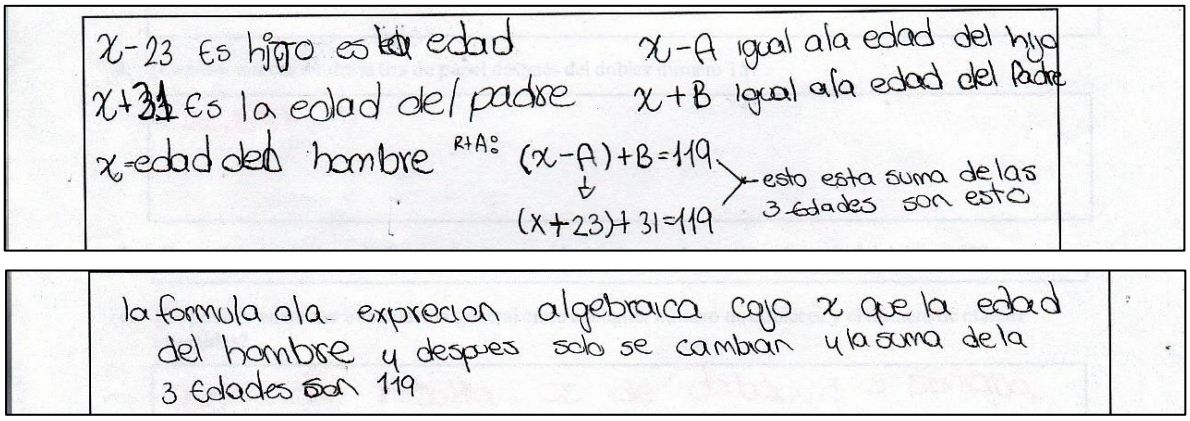


Ilustración 85 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante David del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede evidenciar que el estudiante se encuentre transitando entre el nivel referencial y general, expresando por medio del lenguaje natural la generalidad que relaciona los elementos que intervienen en el contexto, hace uso de literales para representarla a partir de la interpretación y el análisis.

En la quinta tarea el estudiante estableció una relación de recursividad entre el número de dobleces formadas en el dobles anterior y el posterior, no una relación entre dobleces y marcas cómo se esperaba, desde las primeras preguntas, cuando se le pregunta por el número de marcas

que se forman al realiza 7 veces dobleces por la mitad y luego 15 establece como regla general "para cada dobles va aumentando el doble más uno" lo que permite evidenciar como el estudiante construye un modelo propio del contexto, establece una regla general la cual que relaciona los elementos presentes en la situación representa por medio del lenguaje natural, obtenida a partir de la observación y operaciones básicas.

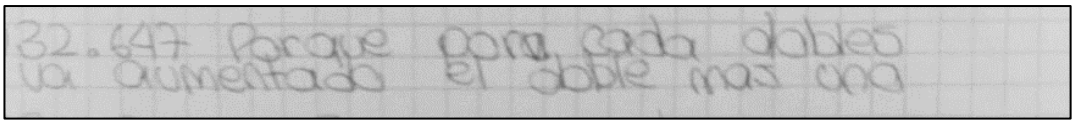


Ilustración 86 Respuesta tarea 5, p. 4 estudiante David del curso 8º

Al preguntarle si es posible determinar el número de marcas obtenidas en la tira de papel después de 100, el estudiante ratifica la regla que estableció inicialmente al contestar "si, es un proceso muy largo, pero se puede llegar"

En importante ver como el estudiante trabaja en función de dar respuesta a cada una de las situaciones planteadas en la tarea a partir de la regla general que estableció desde el inicio, esto se evidencia cuando la representa por medio de la simbolización algebraica, construyendo una expresión, en la cual nombra cómo variables el número de marcas en el primer doble y el número de marcas en el doble anterior, como constantes multiplicar por 2

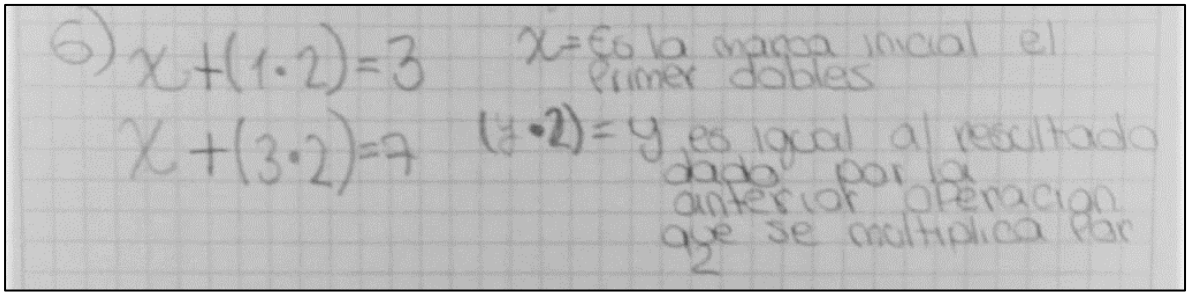


Ilustración 87 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante David del curso 8º

En esta tarea se puede ver que el estudiante transita entre el nivel general y el nivel formal en proceso de matematización, identifica una regla general que le permite relacionar elementos del contexto para dar respuesta a preguntas particulares, hace uso del lenguaje natural para expresarla y emplea la simbolización algebraica para representarla.

En la sexta tarea en los dos primeros puntos en los que se le pedía al estudiante que determinara el número de mesas para tantas 26 sillas o el número de sillas para tantas 10 mesas no presentó ninguna dificultad y las contesto en función de que por cada mesa hay 4 sillas y 2 en los

extremos, evidenciando cómo por medio de la observación, el sentido común y las operaciones básicas da respuesta a situaciones particulares ligadas al contexto.

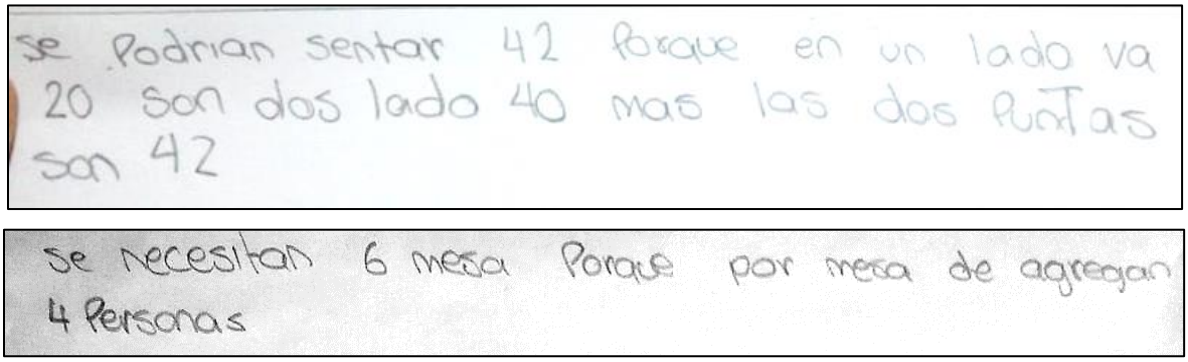


Ilustración 88 Respuesta tarea 6, p. 1 y 2 estudiante David del curso 8º

En la tercera pregunta se le pedía al estudiante que determinara la expresión que permite determinar el número de sillas conociendo el número de mesas, para dar respuesta el estudiante hace uso de la regla descrita en las preguntas anteriores, 4 sillas por mesa y dos sillas en los extremos, evidenciando que el estudiante hace uso de la regla propuesta en los primeros puntos, la exprese por medio del lenguaje natural y emplea la simbolización algebraica.

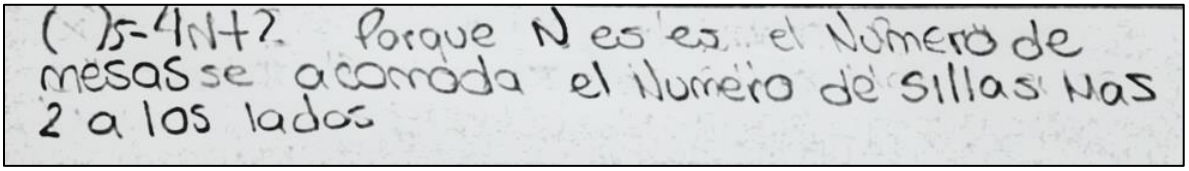


Ilustración 89 Respuesta dada por la estudiante Parra David del curso 8-01

Al finalizar el análisis del trabajo realizado por el estudiante durante la implementación de las tareas, se puede concluir cómo tránsito por los cuatro niveles de comprensión (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), iniciando en el nivel situacional en las tareas 1, 2, 3; el nivel referencial en las tareas 2, 3, 4; nivel general en las tareas 4, 5, 6; nivel formal en las tareas 5 y 6.

Estudiante 3 (Bustos Gaitán Sharit Alejandra)

A continuación, se presenta la descripción y el análisis del trabajo realizado por la estudiante en cada una de las tareas, acompañado de algunas evidencias de este.

En la primera tarea, la estudiante no presento dificultad para emplear la formula presentada para hallar su T.M.B, identifica las constantes, las variables y realiza las operaciones correspondientes,

se encontraron algunas errores en los procesos de cálculo generado básicamente por el desconocimiento de convenciones en el uso de la calculadora (del dispositivo móvil utilizado), específicamente del significado del punto (decimal) y de la coma (unidad de mil), que difiere del asignado en Colombia (el punto para unidades de mil y la coma para decimales), pero llego a dar solución a situaciones particulares referentes al contexto haciendo uso de conceptos y procedimientos aprendidos en años anteriores

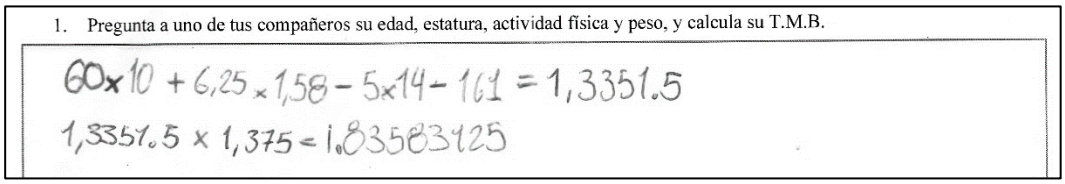


Ilustración 90 Respuesta tarea 1, I p. 1 estudiante Sharit del curso 8º

La estudiante determino cuanto tiempo debe realizar ejercicio para eliminar las calorías que consume de más con respecto a la diferencia entre su T.M.B y las calorías que le proporcionan los alimentos que consume a diario respondió que según la información obtenida "necesita calorías para hacer el ejercicio que practica".

Al finalizar esta primera tarea se pudo concluir que la estudiante se encuentra transitando **en el nivel situacional** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), trabaja en función de dar respuesta a preguntas particulares que surgen del contexto haciendo uso de la observación, descripción, procedimientos y operaciones.

En la segunda tarea, la estudiante identifica como cambian las posiciones en la secuencia de figuras en la posición 5 y la posición 9, por medio de la observación y las operaciones básicas da solución a situaciones ligadas directamente con el contexto

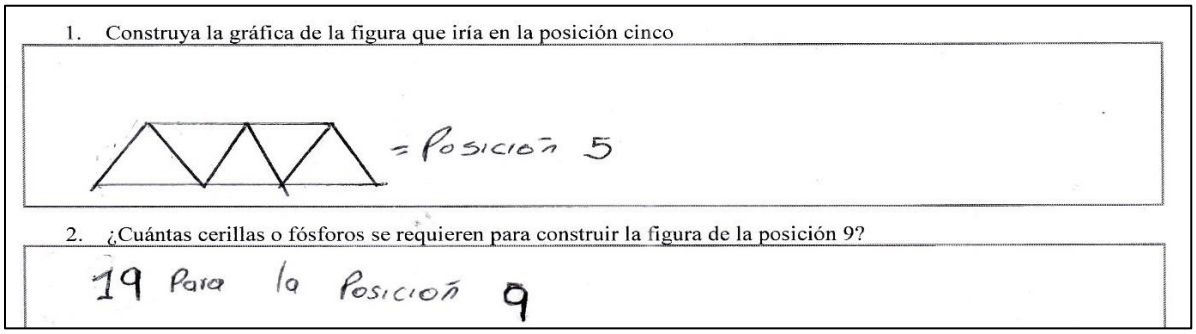
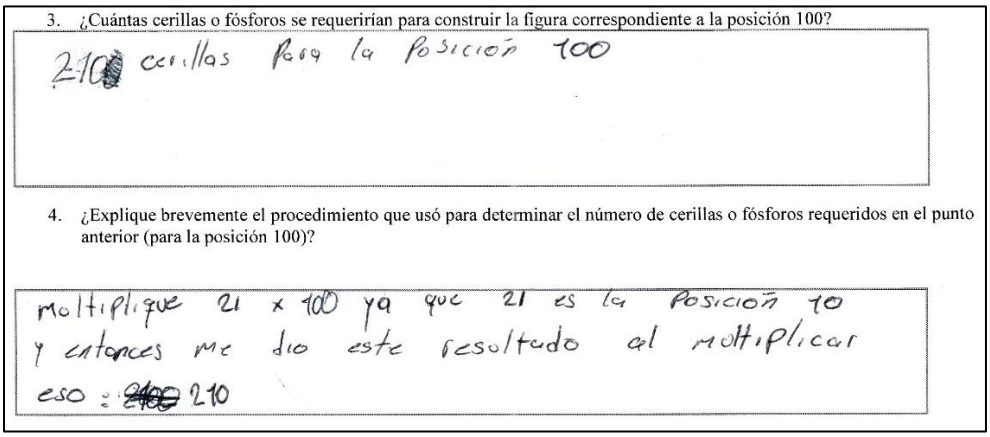


Ilustración 91 Respuesta tarea 2, p. 1 y 2 estudiante Sharit del curso 8º

Al pedirle al estudiante que determinara cuantos cerillos se requieren para determinar la posición 100 y que explicara como llega a este resultado, se evidencio que sus respuestas se generan a partir del trabajo gráfico y visual realizado anteriormente, pero no identifica la regla que relaciona el número de cerillos con la posición, ni la constante de proporcionalidad que aquí interviene, su trabajo se realiza buscando llegar a un valor numérico a partir de conceptos y procedimientos trabajados en cursos anteriores.


3. ¿Cuántas cerillas o fósforos se requerirían para construir la figura correspondiente a la posición 100?

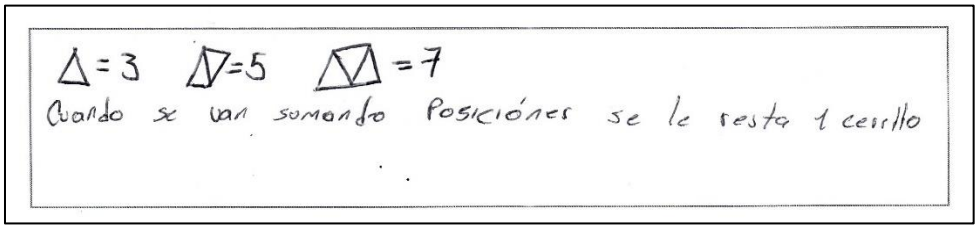
210 cerillas para la posición 100

4. ¿Explique brevemente el procedimiento que usó para determinar el número de cerillas o fósforos requeridos en el punto anterior (para la posición 100)?

multiplique 21 x 100 ya que 21 es la posición 10 y entonces me dio este resultado al multiplicar eso = 210

Ilustración 92 Respuesta tarea 2, p. 3 y 4 estudiante Sharit del curso 8º

En un tercer momento sé buscaba que el estudiante encontrara una expresión general o formula que le permita encontrar el número de cerillo requeridos para construir la figura en cualquier posición, pero el trabajo escrito evidencia como recurre a la representación gráfica, la observación y de la descripción de casos particulares presentados por el contexto, dejando de lado la regularidad, la proporcionalidad o la regla que relaciona la posición con el número de cerillos u otros elementos sin llegar a cumplir con el objetivo planteado.



'Ilustración 93 Respuesta tarea 2, p. 5 estudiante Sharit del curso 8º

Al finalizar esta tarea, se concluye que la estudiante transita por **el nivel situacional** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), teniendo en cuenta cada una de las preguntas las soluciono

a partir de la observación, las operaciones básicas y la descripción buscando dar respuesta a preguntas particulares, sin tener en cuenta regularidades presentes en el contexto.

En la tercera tarea se presenta al estudiante un recibió de luz eléctrica, en este se describe la forma como se deduce el valor a pagar, el valor facturado y el subsidio.

En un primer momento, se puede evidenciar como la estudiante identifica las variables, las constantes que intervienen en la igualdad presentada, pero no en qué condiciones calcula el subsidio, hace uso del sentido común, la observación y la descripción de procedimientos de su cotidianidad para dar respuesta a preguntas particulares del contexto.

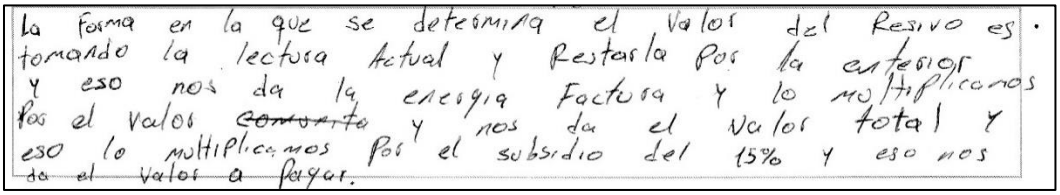

La forma en la que se determina el valor del Resivo es tomando la lectura Actual y Restasla Pos la anterior y eso nos da la energia Factura y lo multiplicamos Pos el valor ~~comunito~~ y nos da el valor total y eso lo multiplicamos Pos el subsidio del 15% y eso nos da el valor a pagar.

Ilustración 94 Respuesta tarea 3, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º

La dificultad que presenta la estudiante al interpretar el recibo fue la forma en que se factura el subsidio, esto se evidencia en la siguiente ilustración, multiplica el valor facturado por el porcentaje del subsidio, pero el valor obtenido no lo utiliza.

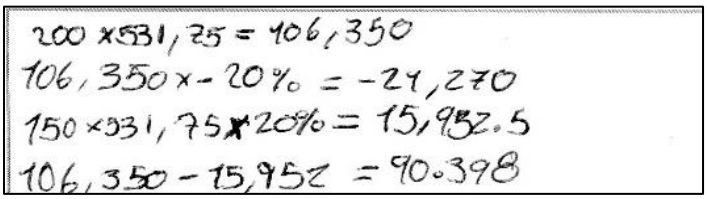

200 x 531,25 = 106,350
106,350 x - 20% = -21,270
150 x 531,75 x 20% = 15,952.5
106,350 - 15,952 = 90.398

Ilustración 95 Respuesta tarea 3, p. 6 estudiante Sharit del curso 8º

En un segundo momento, al pedirle a la estudiante una expresión que le permita determinar el valor a pagar en cualquier mes, plantea la ecuación presentada en el contexto inicial, dejando de lado el subsidio, lo que permite ver como durante el desarrollo de la tarea no llego a comprender que valor representaba en la factura.

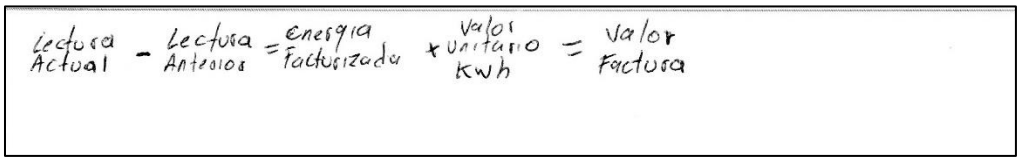

Lectura Actual − Lectura Anterior = energia Facturizada × valor unitario kwh = valor Factura

Ilustración 96 Respuesta tarea 3, p. 5 estudiante Sharit del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede evidenciar como la estudiante se encuentra transitando en **un nivel situacional** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016), ya que cada una de las preguntas las soluciona a partir de la observación y la interpretación de la ecuación presentada en el contexto al inicio, sin tener claro que representan todos los valores allí presentes.

La cuarta tarea presentaba como contexto el enunciado "Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años."

En un primer momento se pidió determinar cómo se designa la edad del padre y del hijo, si la edad del hombre es x, el estudiante designo la edad del hijo como (x-23) y la edad del padre como (x+31), al preguntarle el porqué de las respuestas contesto "cuando leí el problema pensé que la edad del hijo era (x+23) porque decía que era mayor pero cuando volví a mirar lo cambie por (x-23) porque el mayor es el papá y no el hijo, igual con la otra edad", con esta respuesta se puede ver cómo no solo hace uso de las operaciones básicas sino también del sentido común estableciendo una relación entre la expresión algebraica presentada.

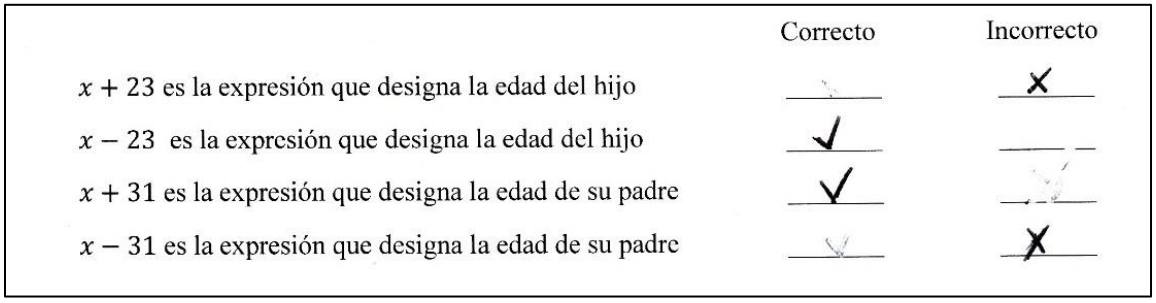


Ilustración 97 Respuesta tarea 4, p. 1estudiante Sharit del curso 8º

En un segundo momento se buscaba que el estudiante construyera una expresión o formula que le permitiera determinar la edad de los tres hombres y que la justificara; al revisar el trabajo desarrollado se encontraron algunas operaciones, los valores que le asigna a cada edad, lo que es difícil de relacionar con la justificación, al pedirle que explicara su respuesta dijo: "reste 31 y 23 y el resultado con 119, como las tres edades tienen x, el resultado lo dividí en 3, la división dio 37 la edad del hombre, luego saque la edad del padre y el hijo" esto permite ver cómo a pesar de no haber construido una expresión algebraica, por medio de la interpretación y análisis de la información brindada por el contexto y la obtenida en la primera parte, hace uso de las operaciones básicas para llegar a dar respuesta a una pregunta que surgen del contexto.

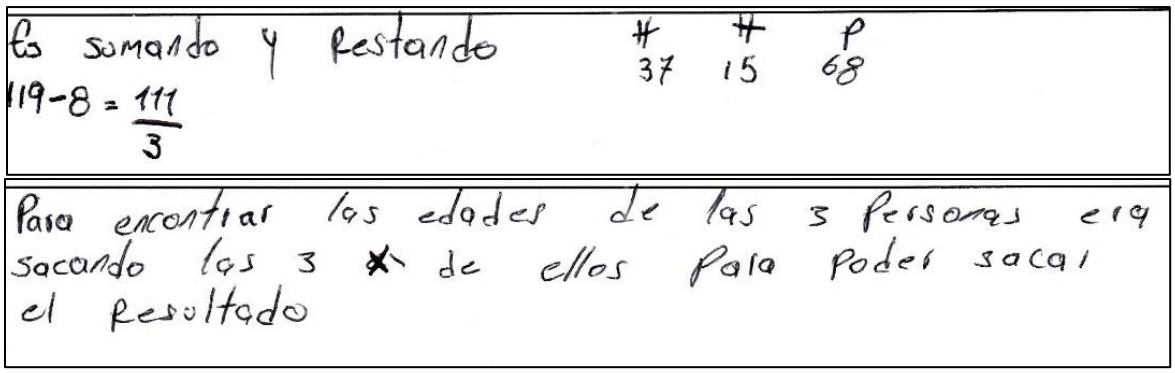


Ilustración 98 Respuesta tarea 4, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede concluir que la estudiante se encuentra transitando entre el **nivel situacional y referencial** (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016)**,** emplea las relaciones establecidas entre conceptos y elementos que intervienen en el contexto para dar preguntas que surgen del contexto.

La quinta tarea planteaba como contexto, determinar el número de marcas que se formaban al doblar una tira de papel en dos y así sucesivamente; inicialmente el trabajo se desarrolló usando material concreto, buscando que el estudiante llegara a establecer una relación entre el número de dobleces y el número de marcas.

Al analizar el trabajo desarrollado por el estudiante al determinar el número de marcas que se forman al doblar 3, 7 y 15 veces la tira de papel, se evidencia como llega a estas respuestas al establecer una relación entre la cantidad marcas con respecto al anterior y al próximo doble, esto permite ver como por medio de la observación y las operaciones básicas construye un modelo propio que le permite determinar el número de marcas para la cantidad de dobleces solicitado.

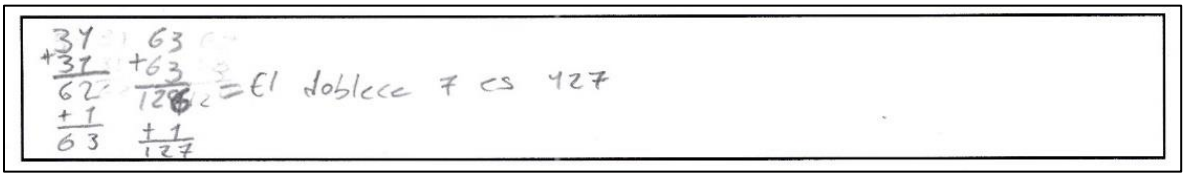


Ilustración 99 Respuesta tarea 5, p. 3 estudiante Sharit del curso 8º

Pero al pedirle al estudiante que, si es posible encontrar una relación entre cualquier número de dobleces y el número de marcas obtenidos, se evidencia que no recurre al modelo propuesto anteriormente, sino que su respuesta permanece ligada al material concreto y describe las instrucciones dadas por el contexto.

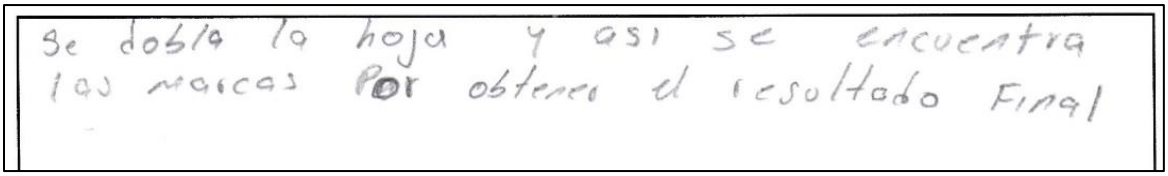


Ilustración 100 Respuesta tarea 5, p. 6 estudiante Sharit del curso 8º

Al finalizar esta tarea se puede concluir que el estudiante se encuentra transitando en el **nivel situacional y el nivel referencial**, ya que a partir de la observación y las operaciones básicas construye su propio modelo del contexto para dar solución a preguntas que surgen de este.

En la sexta tarea presentaba una gráfica referente a la ubicación de las mesas y las sillas en una reunión; en esta tarea el estudiante trabaja en función de dos variables, el número de sillas y el número de mesas.

En la primera parte de la tarea el estudiante trabajo en función de determinar el número de sillas conociendo el número de mesas o viceversa ante lo cual no presentó ninguna dificultad, a través de la observación y la representación y la representación gráfica del contexto llego a contestar preguntas particulares, como se ve en la siguiente ilustración.

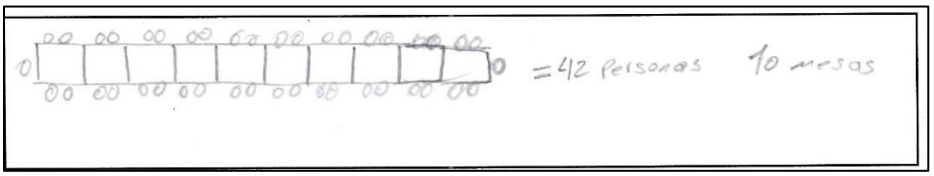


Ilustración 101 Respuesta tarea 6, p. 2 estudiante Sharit del curso 8º

En la segunda parte, la estudiante no presento dificultad al determinar la expresión que le permitiera hallar el número de sillas conociendo el número de mesas ya que como lo afirma en la evidencia escrita hizo huso de las respuestas obtenidas en los puntos anteriores, pero al volverle a preguntar la justificación contesto “por cada mesa que se suma se agregan cuatro sillas y dos al final”, esto permite ver como la estudiante establece desde la representación gráfica una regla general que le permite relacionar el número de sillas y mesa y la expresa por medio del lenguaje natural, lo que permite pensar que la estudiante se encuentra transitando entre el nivel situacional y general.

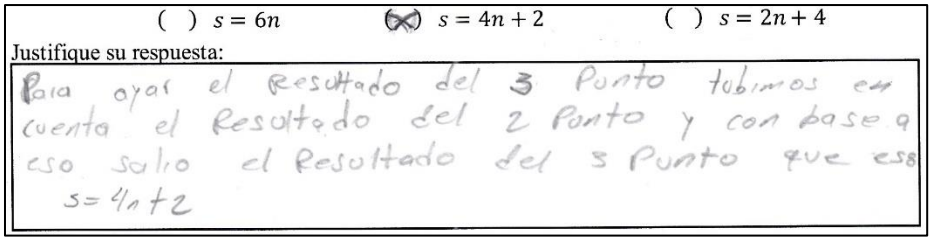


Ilustración 102 Respuesta tarea 6, 3 estudiante Sharit del curso 8º

Al finalizar la revisión y el análisis del trabajo desarrollado por el estudiante en la implementación de las tareas se puede concluir que se encuentra transitando entre el nivel situacional (Tarea 1, 2,3, 4) y general (tarea 5 y 6) dando solución a las preguntas particulares por medio de la observación, el sentido común, las operaciones básicas y las representaciones gráficas, llegando a establecer relaciones y modelos expresados a partir del lenguaje natural. (Bressan, Gallego, Pérez, Zolkower 2016).

7. Conclusiones

Después de la implementación de las tareas diseñadas para determinar cómo los estudiantes de un curso de grado octavo transitan por los niveles de matematización en el proceso de simbolización algebraico y analizar la producción escrita, audios y entrevistas se puede evidenciar:

- En lo referente al proceso de matematización horizontal, en el nivel de comprensión situacional, se encontró los estudiantes abordaron las tareas haciendo uso de herramientas como las operaciones básicas, la observación, la representación gráfica, los saberes adquiridos con anterioridad y el sentido común; esto se evidencia en la tarea "Peso, tasa metabólica y calorías" al pedirles que hallaran la T.M.B. de una mujer a partir de su edad, peso, estatura, retoman la ecuación presentada en el contexto, remplaza las variables y realiza las operaciones básicas indicadas, haciendo uso de saberes adquiridos anteriormente, como se ve en la siguiente ilustración,

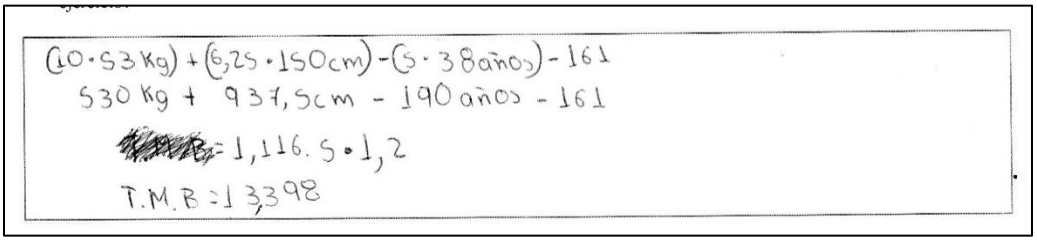


Ilustración 103 Respuesta tarea Peso, tasa metabólico y calorías, estudiante Ruth del curso 8º

- En lo referente al proceso de matematización vertical, en el nivel de comprensión referencial, los estudiantes abordan la situación propuesta describiendo las relaciones presentes, haciendo uso de tablas y graficas para representarlas, cómo se evidencia en la tarea "Dobleces con tiras de papel", al preguntarle a los estudiantes si era posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces e número de marcas obtenidas, uno de ellos construye una tabla a partir de las preguntas particulares proponiendo una regla que relaciona las dos variables, como se ve en la siguiente ilustración

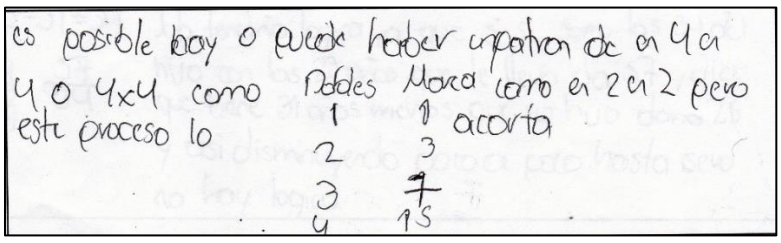


Ilustración 104. Respuesta tarea Dobleces con tiras de papel, estudiante Nicol del curso 8º

- En lo referente al nivel de comprensión general, se encontró que los estudiantes después de trabajar preguntas particulares de las tareas llegaron a establecieron reglas o patrones como modelo para dar solución a las preguntas que surgieron, expresándolas por medio del lenguaje natural, cómo se evidencia en la tarea "Construyendo una secuencia de figuras" al pedirles que encontraran una expresión general o formula que le permita determinar el número de cerillos en cualquier posición, para lo cual uno de ellos plantea una regla general, la cual expuso apoyándose en el lenguaje y un ejemplo, diferente a los trabajados anteriormente, esto se evidencia en la a siguiente ilustración:

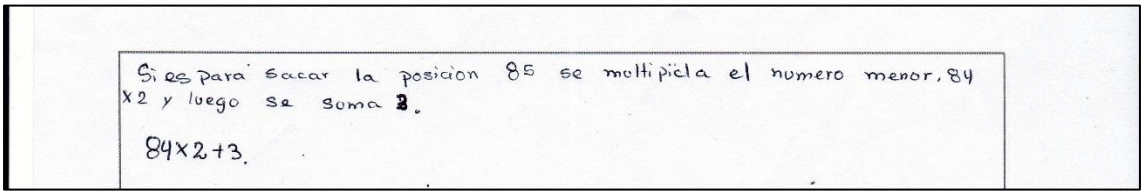


Ilustración 105. Respuesta tarea construyendo una secuencia de figuras, estudiante Sofia del curso 8º

- En lo referente al nivel de comprensión formal, se encontró que todos los estudiantes no llegaron alcanzarlo, pero algunos de ellos llegaron a asignaron literales a las variables presentes en los contextos e hicieron uso de estos para construir expresiones matemáticas, cómo se puede evidenciar en la tarea "Dobleces con una tira de papel al preguntarles ¿es posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces y el número de marcas obtenidas?, si bien la relación establecida fue de recurrencia entre el número de marcas, uno de ellos, por ejemplo, uso la letra x para el número de marcas en el primer dobles y la letra y como el número de marcas en el dobles anterior, uso paréntesis para indicar sobre qué número recae la multiplicación por 2, buscando construir una expresión algebraica, como se puede ver en la siguiente ilustración.

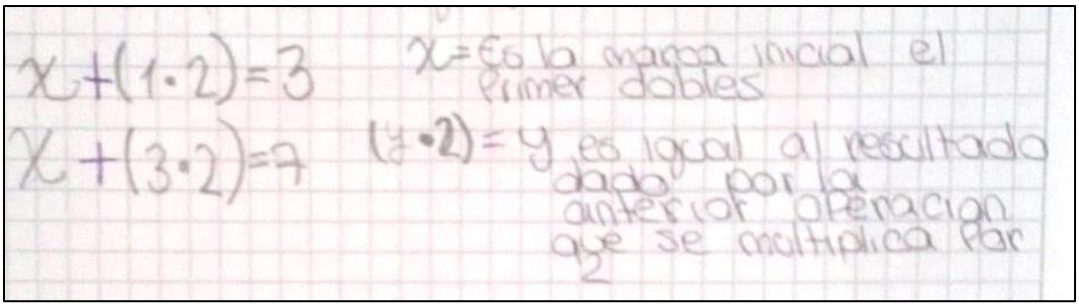


Ilustración 106 Respuesta tarea dobleces con una tira de papel, estudiante Juan David del curso 8º

- En el nivel 0 de algebrización, se encontró que los estudiantes hacen uso de los valores conocidos y las operaciones aritméticas para dar solución a preguntas particulares sobre algunos objetos en cada uno de los contextos, esto se evidencia en la tarea "Organizando mesas" al preguntarles ¿cuántas personas se podrían sentar en 10 mesas? identifican cuantas sillas hay en cada mesa y según esto hacen uso de operaciones aritméticas como la suma y la multiplicación o tan solo realizan la representación gráfica y acuden al conteo para llegar a la respuesta correcta, como se puede ver en la siguiente ilustración.

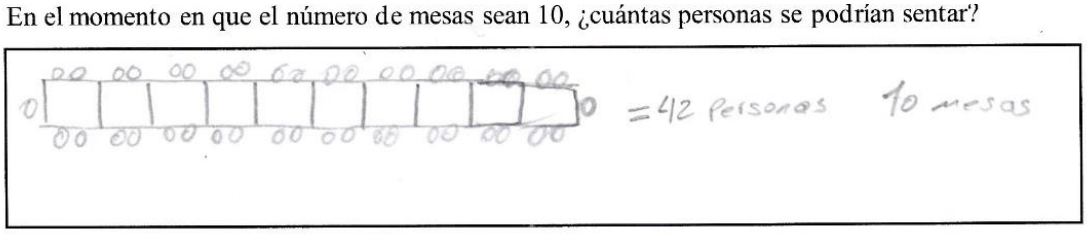


Ilustración 107 Respuesta tarea Organizando mesas, estudiante Sharit del curso 8º

También se encontró como los estudiantes llegan a la generalización por medio de la recursividad, específicamente en la tarea "Dobleces de papel" en la cual por medio de la suma de las marcas que se formaban después de un dobles con el anterior determinaron una regla para hallar el número de marcas para determinado número de dobleces, en su mayoría no emplearon expresiones algebraicas para representar la regla, solo hicieron uso de ejemplos particulares o describieron el procedimiento, como se puede ver en la siguiente ilustración.

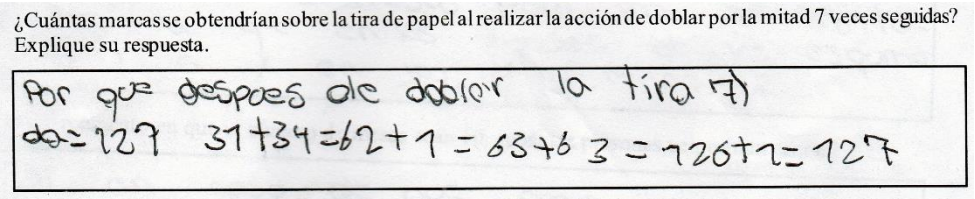


Ilustración 108 Respuesta tarea dobleces con una tira de papel, estudiante Jerson del curso 8º

- En el nivel incipiente de algebrización, se encontró que un grupo de estudiantes identificaron los objetos o variables que intervienen en los contextos propuestos y su relación para expresar un regla general, sin recurrir a casos particulares, como se puede ver en la tarea "Peso, tasa metabólica y calorías" que para expresar el procedimiento empleado para determinar el tiempo que debe hacer ejercicio para eliminar las calorías que consume de más diariamente,

construyen una expresión a partir de la T.M.B, las calorías que consume al día, las calorías que quema al día y la resta.

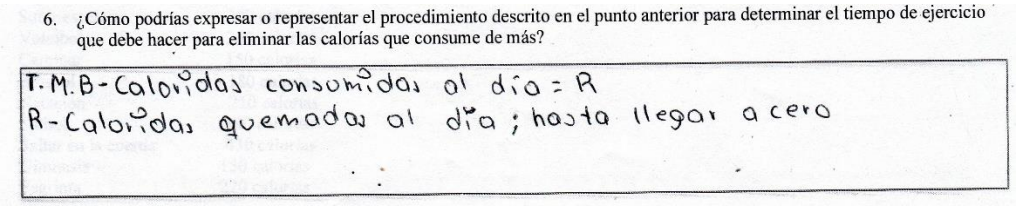


Ilustración 109Respuesta tarea Peso, tasa metabólica y calorías, estudiante Ruth del curso 8º

- En el nivel intermedio de algebrización, se encontró que algunos estudiantes identificaron los objetos o variables que intervienen en cada uno de los contextos representándolos por medio de la simbolización alfanumérica y a partir de las relaciones que existen entre estos construyeron ecuaciones, la tarea "La edad del hijo y el padre" en la cual denotando la edad de un hombre como x, empleando las operaciones básicas para representar las relaciones con las otras dos edades llegan a construir una ecuación que permita calcular la edad de los tres hombre, como se puede ver en la siguiente ilustración

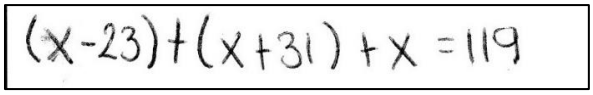


Ilustración 110 Respuesta tarea La edad del hijo y el padre, estudiante Laura del curso 8º

Dificultades y recomendaciones.

Trabajar a partir de contextos reales el desarrollo del pensamiento variacional, no solo la simbolización algebraica, también conceptos como relación, función o variación, entre otros, permite que el estudiante llegue a ver la matemática como una disciplina presente en su diario vivir y no como algo abstracto difícil de comprender y aprender.

El uso de técnicas de recolección de datos cómo, grabar los audios de la interacción entre los estudiantes y con el docente durante la implementación de cada una de las tareas, realizar plenarias y entrevistar algunos estudiantes al final de cada una de las sesiones, permitió que se realizara un seguimiento individual a cada estudiante y se determinara su avance en el proceso de simbolización a pesar de que el trabajo fuera cooperativo.

Las tareas originadas a partir de patrones visuales o con material concreto, como las tareas 2, 5 y 6, generaron mayor interés en los estudiantes, permitiéndoles hacer uso de diferentes representaciones, acercándose a la simbolización algebraica. La tarea 1 que se originó a partir de una lectura no causo el impacto que se esperaba, ya que los estudiantes fueron en busca de las respuestas antes de leer, y para su comprensión fue necesario hacer la lectura tres veces, lo que hizo que el tiempo de su implementación más largo.

Para el docente investigador fue difícil cumplir con el rol de guía como lo propone la E.M.R, para los estudiantes los conocimientos, representaciones o procedimientos empleados durante cada una de las tareas no eran validados desde sus argumentos o experiencias previas, para ellos era necesario la aprobación y retroalimentación del docente, descalificando su trabajo y el de sus compañeros.

Como docente de aula, este estudio me permitió reflexionar y reconocer la importancia que tiene para los estudiantes llegar a la matemática desde su propia realidad, no a través de la resolución de problemas o ejercicios descontextualizados que en muchas ocasiones no entienden, como lo propone la E.M.R, llegar a la matemática como una forma de organizar el mundo, cómo una forma de darle un significado y aplicación a la asignatura, independientemente el grado que curse o sus conocimientos.

Bibliografía

Bressan, A. Gallego, M. Pérez, S. Zolkower, B. (2016). *Educación Matemática Realista Base teórica.* Recuperada de http://gpdmatematica.org.ar/wpcontent/uploads/2016/03/Modulo_teoria_EMR-Final.pdf

Collis, K (1982) La matemática escolar y los Estadios del desarrollo. *En Infancia y aprendizaje* No 19-20 p (39-74). https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=668584

Duval, R (2002). *El aprendizaje del algebra y el problema cognitivo de la designación del objeto*. Université cote d'Opale, IUFM Nord Pas de Calais.

Gravemeijer, K. Teruel, J (2000). Hans Freudenthal, un matemático en didáctica y teoría curricular. *En J. Currículo Studies* vol. 32, No 6 p (777-796). http://dare.ubvu.vu.nl/bitstream/handle/1871/10912/hansfreudenthal.pdf;jsessionid=5D05DAC7CFCBC37880A2905ECEBF3447?sequence=1

Godino, J. D. (2018). *Bases semióticas, antropológicas y cognitivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática*, Recuperada en http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino_bases_sac_EOS.pdf

Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32 (1), pp. 199-219

Godino, J. Font, V., (2003). (n.d.). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. Granada, España. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf

Kieran, C (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It*?. The mathematics educator*. 2004, Vol.8, No.1, 139 - 151 https://pdfs.semanticscholar.org/b34a/a1ebc569fa2b2473de362a7df041a429d2a3.pdf?_ga=2.163384244.984387176.1567822066-671355769.1567560603

Küchemman, D (1981) *Algebra* p (102-119). En Hart, K Children`s Understanding of Mathematics 11-16. Londres, Inglaterra. https://www.researchgate.net/profile/Dietmar_Kuechemann/publication/309033356_Chapter_8_Algebra/links/57fe6cbf08ae72756401620c/Chapter-8-Algebra.pdf

Latorre, A (2003). *La investigación acción. Conocer y cambiar la practica educativa.* Barcelona, España. Ed Grao

Manson, J. Graham, A. Primm, D. Gowar, (1999). *Rutas hacia el Algebra, raíces del algebra*. England: The open Universito

MEN (2006). *Estándares Básicos en Competencias Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.

MEN (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia

Mora, J., García, O., Sánchez, L. (2009). Ver, describir, simbolizar en el club de matemáticas de la universidad pedagógica nacional. *10º Encuentro colombiano de matemática educativa.* Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/740/1/ver.pdf

Mphuthi GT, Machaba MF *An apos exploration of the conceptual understanding of algebraic expressions*. Recuperada en https://pdfs.semanticscholar.org/0490/36370a7ac5b3cd1b35618465f0fa2c37a749.pdf

Ottmar, E. Goldstone, R. Landy, D. (2012). *Teaching the Perceptual Structure of Algebraic Expressions: Preliminary Findings from the Pushing Symbols Intervention*. Recuperado en https://mindmodeling.org/cogsci2012/papers/0376/paper0376.pdf

Rodriguez, I., Torrealba, A (2016). Dificultades que conducen a errores en el aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes de tercer año de educación media general. *Revista Arje* Vol. 11 N° 20. pp. (416-438)

Rojas, J. Vergel, R. (2018). *Algebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula.* Bogotá, Colombia. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Rojas, J. Vergel, R. (2013). Proceso de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista Educación científica y tecnología*. 760-766. Colombia

Rojas, J. Rodríguez, J. Romero, J. Castillo, E. Mora, L. (1999). *Transición aritmética-algebra*. Bogotá, Colombia. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Socas, M (2007) Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. p (19-52) *En Investigación en educación Matemática XI*. Tenerife, España. http://funes.uniandes.edu.co/1247/

Suarez, M. (2002). Algunas reflexiones sobre la investigación acción colaboradora en la educación. *Revista Electrónica de la Enseñanza de las ciencias*, *1*, (1) 40-56. Universidad de Vigo. España.

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *Revista de la Universidad de Granada, 9*(3), 193-215. http://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6220

Anexos

Anexo 1

Nombre_____
_____Curso_____

1. Considere la secuencia de figuras formadas por cuadros



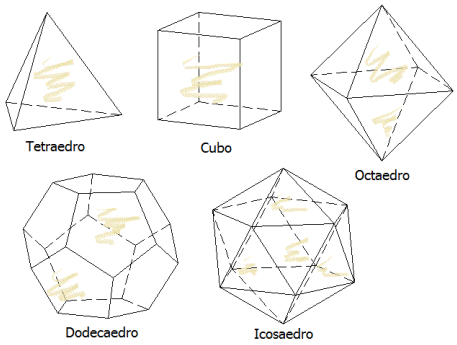
a) Grafique la figura la posición 6

b) ¿Cuántos cuadros tendría la figura correspondiente a la posición 9?

c) Explique cómo encontrar la cantidad de cuadros de la figura correspondiente a la posición 100

d) Encuentre una expresión o fórmula l que permita encontrar el número de cuadros de una figura en cualquier posición que se requiera

2. Un poliedro regular es un poliedro en el que se cumple que todas sus caras y todas sus figuras de vértice son polígonos regulares



Leonard Euler publicó su teorema para poliedros, el cual establece la relación entre el número de caras (C), de aristas (A) y de vértices (V), la cual se considera como el teorema para los poliedros de Euler

$$V + C - A = 2$$

a) Verifique si el *Tetraedro* cumple con este teorema para Poliedros de Euler.

b) Un *Dodecaedro* tiene 12 caras y 20 vértices, usando el Teorema de Euler calcule el número de aristas que tiene

3. Si n representa un número entero cualquiera, encuentre una expresión para representar el triple de un número.

4. Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años. Si designamos (simbolizamos) con x la edad del hombre:

a) Señale en cada caso si la afirmación es verdadera o falsa (marque la opción correcta):

	Correcto	Incorrecto
$x + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	_____	_____
$x - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	_____	_____
$x + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	_____	_____
$x - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	_____	_____

b) Encuentre una expresión o fórmula general que permita calcular la edad de los tres hombres. Explique su respuesta

Anexo 2

Tarea 1: PESO, TASA METABÓLICA Y CALORÍAS

CALORÍAS DIARIAS RECOMENDADAS

En cada jornada necesitamos ingerir una cantidad suficiente de **alimentos** que nos proporcionen las **calorías necesarias al día** para poder realizar todas nuestras actividades. Esta energía la aportan los nutrientes que componen la comida, es decir, los hidratos de carbono, los lípidos y las proteínas. Una **dieta equilibrada** es aquella que se compone de los nutrientes esenciales en proporciones correctas. Esto sería aproximadamente un **55%** de hidratos de carbono, un **30%** de grasas y un **15%** de proteínas.
Cada persona necesita unas calorías distintas para realizar todas sus funciones vitales. Ese número de calorías variará según la **edad, el peso, la altura** y la **actividad** que realice cada día. Así pues, no quema las mismas calorías un anciano que apenas se mueve, que un niño de 10 años, que un futbolista profesional. ¿verdad?
Vamos a explicarte cómo calcular esas calorías.

CÁLCULO DE CALORÍAS DIARIAS BASALES: TASA METABOLICA BASAL
Todos los seres vivos necesitamos un número **mínimo de calorías** para vivir. Es decir, solamente para respirar, movernos, hacer la digestión o bombear la sangre necesitamos energía. Esta sería la **tasa metabólica basal (TMB).**
La tasa metabólica basal (TMB) se mide en Kilocalorías (Kcal)
Existen muchas fórmulas para calcular calorías diarias mínimas necesarias, o sea tu TMB según tu edad, tu sexo, tu peso y tu altura. Una de las más famosas y utilizadas, es la de **Harris-Benedict.**

TMB Mujer: (10x peso) + (6,25 x altura) – (5 x edad) – 161
TMB Hombre: (10 x peso) + (6,25 x altura) – (5 x edad) + 5

Como ejemplo:
Una mujer de 170cm, 65 kilos y 40 años tiene una TMB de: 1351
Un hombre de 180 cm, 75 kilos y 40 años tiene una TMB de: 1680
Estas cantidades se refieren al mínimo que necesita una persona para que su cuerpo funcione, pero deberemos añadir la **energía que necesita según su actividad física**, si hace deporte, sube escaleras, estudia, o limpia cristales.

Calorías diarias recomendadas según la actividad
Según tu vida sea sedentaria o muy activa a tu TMB deberás añadirle más o menos calorías.
Si no haces **nada de ejercicio** y trabajas sentado: TMB x 1,2
Si realizas **ejercicio ligero** dos días por semana: TMB x 1,375
Si haces **ejercicio moderado**, unos cuatro días por semana: TMB x 1,55
Si hacer **deporte regular seis** días a la semana: TMB x 1,725
Si eres **deportista** de élite o entrenas muy intenso cada día: TMB x 1,9
También debes tener en cuenta **si tu trabajo es físico** (albañil, agricultor, policía…), si trabajas sin moverte o debes caminar, si estás de pie muchas horas, si realizas las tareas domésticas, etc.

Una de las formas de quemar calorías es por medio de la practica regular de un deporte, dependiendo la exigencia de éste es la cantidad de calorías consumidas. A continuación, se presenta una lista de deportes y la cantidad de calorías quemadas durante su práctica en 30 minutos

Baloncesto	258 calorías
Bicicleta	150 calorías
Danzas	130 calorías
Judo	363 calorías
Patinaje	315 calorías
Correr	325 calorías

Bajar escaleras	210 calorías
Subir escaleras	300 calorías
Voleibol	245 calorías
Caminar	150 calorías
Béisbol	180 calorías
Natación	210 calorías
Futbol	380 calorías
Saltar en la cuerda	430 calorías
Gimnasia	150 calorías
Esgrima	220 calorías

La cantidad de calorías que se consumen diariamente depende de la dieta alimenticia que se consume diariamente, a continuación, se relacionan la **cantidad de calorías** consumidas **en una porción de 100g** de algunos alimentos

ALIMENTOS / CALORÍAS (por 100 g)	
VERDURAS Y HORTALIZAS	
Acelgas	33
Ajos	139
Alcachofas	64
Apio	20
Berenjena	29
Berro	21
Boniato	152
Calabacín	31
Calabaza	24
Cardo	21
Cebolla	47
Cebolla tierna	39
Col	28
Col de Bruselas	54
Coliflor	30
Setas	28
Endibia	22
Escarola	37
Espárragos	26
Espinacas	32
Grelos	11
Guisantes	92
Habas tiernas	64
Judías tiernas	39
Lechuga	18
Maíz dulce en conserva	50
Nabos	29
Patata cocida	86
Pepino	12
Perejil	55
Pimiento	22
Puerros	42
Rábanos	20
Remolacha	40
Soja (brotes)	50
Tomate	22
Zanahoria	42
FRUTAS	
Aguacate	167
Albaricoques	44
Cerezas	77
Ciruelas	44
Coco	646
Chirimoya	78
Dátil	279
Frambuesa	40
Fresas	36
Granada	65
Higos	80

ALIMENTOS / CALORÍAS (por 100 g)	
Higos secos	275
Kiwi	51
Limón	39
Mandarina	40
Mango	57
Manzana	52
Melocotón	52
Melocotón en almíbar	84
Melón	31
Membrillo	33
Moras	37
Naranja	44
Nectarina	64
Nísperos	97
Palosanto o caqui	64
Papaya	45
Peras	61
Piña	51
Piña en almíbar	84
Plátano	90
Pomelo	30
Sandía	30
Uva	81
FRUTOS SECOS	
Almendras	620
Avellanas	675
Cacahuete	637
Castaña	199
Nueces, piñones	660
Pistacho	581
CEREALES Y PASTA	
Arroz blanco	354
Arroz integral	350
Avena	367
Pan de trigo, blanco	255
Pan de trigo, integral	239
Pasta	368
LEGUMBRES	
Garbanzos	361
Guisantes, secos	317
Habas, secas	343
Judías, secas	330
Lentejas	336
LÁCTEOS	
Leche de vaca, entera	68
Leche de vaca, semidescremada	49
Queso blanco, desnatado	70

ALIMENTOS / CALORÍAS (por 100 g)	
Queso de bola	349
Queso de Burgos	174
Queso en porciones	280
Queso gruyere	391
Queso manchego	376
Queso parmesano	393
Queso roquefort	405
Yogur desnatado	45
Yogur natural	62
CARNES	
Buey, solomillo	111
Butifarra cocida	390
Cerdo (chuleta)	330
Cerdo (lomo)	208
Conejo, liebre	162
Cordero (costillas)	215
Jamón del país	380
Jamón York	289
Pavo	223
Pollo	85
Ternera (bistec)	181
PESCADOS Y MARISCOS	
Anchoas	175
Anguila	200
Atún	225
Bacalao fresco	74
Bacalao seco	322
Besugo	118
Calamar, sepia	82
Gambas	96
Langosta	67
Langostino	96
Lenguado	73
Lubina	118
Mejillón	74
Merluza	86
Mero	118
Pulpos	57
Rape	86
Salmón	172
Salmonete	97
Sardinas, boquerón	151
Trucha	94
VARIOS	
Huevo entero	162
Azúcar	380
Miel	300
Aceitunas	149

Nombre_____
Curso_____

Parte I

1. ¿Cuál es el T.M.B. de una mujer que tiene 38 años, pesa 53kg, y una estatura de 150cm usualmente trabaja sentada y no realiza ejercicio?

2. En tu caso, teniendo en cuenta la actividad diaria que realizas, ¿cuál es tu Tasa Metabólica Basal?

3. En una tabla con 4 columnas, haz un listado de los alimentos que usualmente consumes en el desayuno, en el almuerzo, en el descanso y en la comida (cena) con la cantidad de calorías que proporciona cada uno, de acuerdo con la cantidad que consumes.

4. ¿Cuál es la cantidad de calorías de más o de menos que consumes diariamente? Realiza las operaciones necesarias.

5. Teniendo en cuenta el deporte que practicas ¿cuánto tiempo deberías practicarlo para eliminar las calorías que consumes de más?, o, por el contrario, ¿cuántas calorías extras debería consumir como mínimo el día que realizas la práctica deportiva?

Parte II

1. Pregunta a uno de tus compañeros su edad, estatura, actividad física y peso, y calcula su T.M.B.

2. Pregúntale al mismo compañero qué alimentos consume durante el día y las cantidades aproximadas. Determina la cantidad de calorías que usualmente él consume al día.

3. Determina cuántas calorías de más o de menos consume tu compañero según su T.M.B.

4. Pregunta a tu compañero qué deporte practica y determina cuánto tiempo debería realizarlo para eliminar las calorías que consume de más, o en el caso contrario, cuántas calorías extras debe consumir.

5. Teniendo en cuenta la T.M.B, la cantidad de calorías extras que consume y el deporte que práctica, describe el procedimiento que empleaste para determinar el tiempo de ejercicio que debería hacer para eliminar las calorías que consume de más.

6. ¿Cómo podrías expresar o representar el procedimiento descrito en el punto anterior para determinar el tiempo de ejercicio que debe hacer para eliminar las calorías que consume de más?

Anexo 3

Nombre: _____

Tarea 2: Construyendo una secuencia de figuras. A continuación, se presenta una secuencia de figuras conformadas por triángulos, los cuales están construidos a partir de cerillas o fósforos**:**



1. Construya la gráfica de la figura que iría en la posición cinco

2. ¿Cuántas cerillas o fósforos se requieren para construir la figura de la posición 9?

3. ¿Cuántas cerillas o fósforos se requerirían para construir la figura correspondiente a la posición 100?

4. ¿Explique brevemente el procedimiento que usó para determinar el número de cerillas o fósforos requeridos en el punto anterior (para la posición 100)?

5. Encuentre una expresión general o una fórmula que le permita encontrar el número de cerillas o fósforos requeridos para construir una figura cualquier posición

Anexo 4

Nombre_____

Tarea 3: Consumo de Energía Eléctrica (Factura o Recibo de Luz)

El cobro de la factura de la energía eléctrica (luz) está definida por diversos elementos; uno de ellos es el relacionado con el consumo de kilovatios en un determinado periodo, expresado en kilovatio hora y abreviado Kwh.





Revisa la información disponible en el anterior recibo de la energía para responder las siguientes preguntas:

1. ¿De qué sirve el valor a subsidiar en el total a pagar en el recibo?

2. Describa brevemente cómo se determina el valor total a pagar en el anterior recibo

3. Según el consumo presentado en la gráfica de barras y el subsidio dado, ¿cuánto se pagó en el mes de Marzo?

4. ¿Cuánto se tendría que pagar en un mes de servicio de energía si el consumo fuera de 300 Kilovatios con el

5. ¿Qué expresión serviría para calcular el valor a pagar en un recibo de luz para cualquier mes?

6. ¿Cuál sería el valor a pagar si el consumo fuera de 200 Kwh, con un subsidio del 20% sobre 150 Kilovatios?

Anexo 5

Nombre _____

Tarea 4: La edad del hijo y el padre

Un hombre tiene 23 años más que su hijo y 31 años menos que su padre. La suma de las edades de las tres personas es 119 años.

(1) Si denotamos por *m* la edad de este hombre, seleccione en cada caso si la afirmación dada es correcta o es incorrecta (marque con una X):

	Correcto	Incorrecto
$m + 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	_____	_____
$m - 23$ es la expresión que designa la edad del hijo	_____	_____
$m + 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	_____	_____
$m - 31$ es la expresión que designa la edad de su padre	_____	_____

(2) Encuentre una expresión o fórmula general que permita calcular la edad de los tres hombres.

Justifique su respuesta:

Anexo 6

Nombre_____

Tarea 5: Dobleces con una tira de papel

Tome una tira de papel, dóblela por la mitad, marque el doblez y desdoble (obtendrá una marca sobre esta tira, como se muestra en la siguiente figura):



1. A partir de la tira de papel doblada por la mitad, realiza nuevamente la misma acción anterior (doblar por la mitad), uniendo los nuevos extremos de izquierda a derecha, se obtienen 3 marcas sobre la tira de papel (después de realizar dos dobleces consecutivos). Realice las dos acciones los 2 dobleces y verifique que esto sea cierto.

2. A partir de la segunda acción (la tira de papel debe estar doblada dos veces por la mitad), realice por tercera vez la acción anterior sobre la tira de papel (3 dobleces consecutivos por la mitad). ¿Cuántas marcas obtiene ahora al desdoblar la tira de papel? _____

3. ¿Cuántas marcas se obtendrían sobre la tira de papel al realizar la acción de doblar por la mitad 7 veces seguidas? Explique su respuesta.

4. ¿Cuántas marcas tendrá la tira de papel después del doblez número 15?

5. ¿Es posible determinar el número de marcas en la tira de papel obtenidas después del doblez 100?

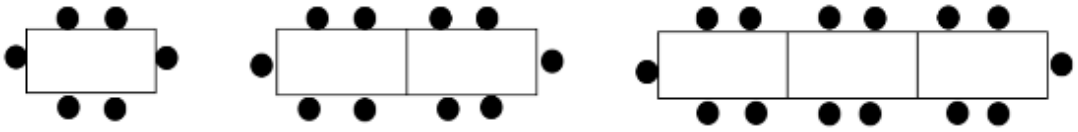
6. ¿Es posible encontrar una relación general entre cualquier número de dobleces y el número de marcas obtenidas**?**

Anexo 7

Nombre_____

Tarea 6: Organizando mesas

En una reunión se desea organizar todas las mesas en fila, en la medida que van llegando los asistentes se ponen las mesas y las sillas para acomodarlos siguiendo el parámetro que se presenta a continuación:



1. Si han llegado 26 invitados en total, ¿cuántas mesas se unieron para sentarlos a todos? Explique su respuesta.

2. En el momento en que el número de mesas sean 10, ¿cuántas personas se podrían sentar?

3. Para determinar el número de sillas que se pueden sentar en un número determinado de mesas ¿cuál de las siguientes expresiones se debe emplear? Tenga en cuenta que en cada expresión *n* representa el número de mesas y *s* el número de sillas. Marque con una X la opción correcta:

   ( ) $s = 6n$ ( ) $s = 4n + 2$ ( ) $s = 2n + 4$

   Justifique su respuesta:

4. ¿Qué expresión permite determinar el número de mesas conociendo el número de sillas?