CONSTRUYENDO EL CÍRCULO DE QUINTAS
MONOGRAFÍA DE ANÁLISIS DE EXPERIENCIAS

MAGALY JULIETH MUÑOZ VANEGAS



UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN ARTÍSTICA

Bogotá, D.C., septiembre de 2024

CONSTRUYENDO EL CÍRCULO DE QUINTAS
MONOGRAFÍA DE ANÁLISIS DE EXPERIENCIAS

MAGALY JULIETH MUÑOZ VANEGAS

Cod: 20171188043

Trabajo de grado en la modalidad de monografía de análisis de experiencias para optar al título de Licenciado en Educación Artística con Enfasis en Educacion Artistica

Yury Ferrer Franco

Asesor

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS 0Y EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN ARTÍSTICA

Bogotá, D.C., septiembre de 2024

Dedicatoria

A todos los docentes que buscan inspiración para seguir creando por medio del arte.

Agradecimientos

A mis abuelos, Numael y Elsa quienes han sido luz en el camino, sin ellos nada de lo que leerán sería posible, nunca me falten, y aunque se vayan no me abandonen.

A mi pareja Sebastián, quien me apoya, me impulsa y me acompaña en este camino turbio y maravilloso de la vida misma.

A la señora Miriam que me ha abrazado en los momentos más difíciles y aun con dolor siempre estuvo para mí.

A mi Mamá a quien quiero demostrarte que seré grande.

A cada una de las personas que me dieron oportunidad de generar experiencia en la vida, a quienes me brindaron su confianza y amor.

La Universidad Francisco José de Caldas no se hará responsable de las ideas expuestas por los estudiantes en sus trabajos de grado.

Resumen

El pentagrama cartesiano, es una herramienta pedagógica innovadora diseñada en el campo de la educación artística, donde mediante la geometría del taxista en el plano cartesiano se crea y enseñanza el círculo de quintas. Esta estrategia didáctica permite a los estudiantes visualizar las relaciones tonales de las escalas musicales mediante conceptos geométricos, facilitando la construcción del círculo de quintas de manera dinámica e interdisciplinar. Al integrar música y geometría, el pentagrama cartesiano promueve una comprensión más profunda de conceptos básicos de música y geometría, potenciando el aprendizaje en espacios formales y no formales.

Palabras clave: Pentagrama, Plano cartesiano, Geometría del Taxista, Música, Herramienta pedagógica.

Abstract

The Cartesian pentagram is an innovative pedagogical tool designed in the field of artistic education, where the circle of fifths is created and taught through the geometry of the taxi driver in the Cartesian plane. This teaching strategy allows students to visualize the tonal relationships of musical scales through geometric concepts, facilitating the construction of the circle of fifths in a dynamic and interdisciplinary way. By integrating music and geometry, the Cartesian staff promotes a deeper understanding of basic concepts of music and geometry, enhancing learning in formal and non-formal spaces.

Key words: Staff, Cartesian plane, Taxi Driver Geometry, Music, Pedagogical tool.

RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO, RAE						
1. NOMENCLATURA INTERNA						
Fecha de elaboración			**Autor-a del RAE:**			
Día	**Mes**	**Año**	Magaly Julieth Muñoz Vanegas			
25	Septiembre	2024				
2. TIPO DE DOCUMENTO						
Libro			Informe final de investigación profesional			
Artículo de revista especializada (indexada)			Trabajo de grado Análisis de experiencias			X
Artículo de revista de miscelánea (indexada)			Tesis de maestría			
Artículo de revista especializada (no-indexada)			Tesis de doctorado			
Artículo de revista de miscelánea (no-indexada)			Relatoría			
Documento gris			Ponencia			
Paper			Estado del arte			
Documento oficial			Otro (especifique):			
Periódico						
3. TIPO DE SOPORTE						
Texto impreso						
Publicación virtual (digital)			X			
Fotocopia						
Manuscrito						
Otro (especifique):						
4. TIPO DE EDICIÓN						
Editorial comercial			Datos específicos del referente:			
Editorial universitaria			Muñoz Vanegas, Magaly Julieth (2024)			
Edición institucional (especifique)	X					
Publicación independiente (especifique)						
Otro (especifique):			Tipo de circulación	General (abierta)		X
				Restringida		
5. ACCESO AL DOCUMENTO						
Repositorio Institucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, RIUD: http://repository.udistrital.edu.co/						
6. PALABRAS CLAVES (DESCRIPTORES)						
Pentagrama, Plano cartesiano, Geometría del Taxista, Música, Herramienta pedagógica.						
7. DESCRIPCIÓN						
Se propone una herramienta didáctica diseñada para facilitar el entendimiento y la creación del círculo de quintas a través del uso de la geometría del taxista, integrando conceptos de matemáticas y música. Esta herramienta se desarrolla bajo un enfoque metodológico basado en						

el análisis de experiencias con estudiantes, a lo que permite explorar de manera experimental e interdisciplinaria su aplicación en el aula. El objetivo es no solo mejorar la comprensión teórica del círculo de quintas, sino también fomentar la creatividad en su construcción mediante un enfoque práctico que vincula ambas disciplinas, promoviendo una enseñanza activa y significativa en los estudiantes, además de darle a los docentes un apoyo didáctico.

8. ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

La relación entre la música y las matemáticas ha sido objeto de estudio por numerosos músicos y matemáticos a lo largo del tiempo. Ambas disciplinas comparten principios como proporción, simetría y ritmo, elementos fundamentales en la composición musical y la representación geométrica. Esta conexión interdisciplinaria se vuelve clave para fomentar un aprendizaje significativo que integre conceptos de ambos campos, enriqueciendo la comprensión teórica y práctica los docentes para que haya un entendimiento significativo en los estudiantes.

La propuesta pedagógica del "Pentagrama Cartesiano" surge de la relación y combina elementos de la musical con la geometría en el plano cartesiano. Esta herramienta busca innovar en la enseñanza del círculo de quintas utilizando la geometría del taxista para representar distancias y relaciones entre las notas musicales de manera visual y estructurada. El objetivo principal es que los estudiantes comprendan conceptos como las escalas, los tonos, semitonos y armaduras, de manera práctica y visual.

En matemáticas, el plano cartesiano, introducido por René Descartes, es una herramienta esencial para graficar funciones y resolver problemas geométricos. Cada punto del plano se representa mediante un par ordenado de coordenadas (x, y), lo que permite ubicar con precisión objetos geométricos. Por otro lado, la geometría del taxista, desarrollada por Hermann Minkowski, mide distancias de manera rectilínea siguiendo rutas en cuadrícula, simulando el recorrido de un taxista en una ciudad. Esta geometría no euclidiana es clave para la creación del Círculo de Quintas en esta propuesta, permitiendo que los estudiantes visualicen y comprendan las relaciones entre las notas de forma didáctica.

En música, el Pentagrama es el sistema de escritura gráfica que permite representar la altura y duración de los sonidos mediante cinco líneas y cuatro espacios. Sobre él, se disponen símbolos que representan las notas, que a su vez definen escalas, tonalidades y melodías. Las notas principales y su disposición en el pentagrama son esenciales para construir y entender el Círculo de Quintas, una representación gráfica que muestra las relaciones de las tonalidades separadas por intervalos de quinta justa.

El Círculo de Quintas, junto con los tonos, semitonos y armaduras, permite que los estudiantes comprendan cómo las tonalidades están conectadas y cómo se modulan entre ellas. Este enfoque interdisciplinario fomenta la construcción de conocimiento desde una perspectiva más integral, donde los educandos pueden aplicar conceptos tanto matemáticos como musicales.

La propuesta didáctica del *Pentagrama Cartesiano* ofrece una herramienta versátil para docentes, aplicable en diversos contextos educativos. Al combinar la notación musical con la geometría y el plano cartesiano, permitiendo que los estudiantes no solo desarrollen competencias en ambas disciplinas, sino que también aprecien la belleza que existen entre

ellas. Este enfoque no solo facilita la enseñanza de la música, sino que también promueve el pensamiento matemático, al integrar ambas áreas de manera armónica y coherente.

9. REFERENCIAS

Acosta, M., Fiallo, J. (2017) Enseñando geometría con tecnología digital: Una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas. Bogotá, Colombia. https://www.researchgate.net/publication/318445667_Ensenando_geometria_con_tecnologia_digital_una_propuesta_desde_la_Teoria_de_las_Situaciones_Didacticas

Benward, B., & Saker, M. N. (2009). Music in Theory and Practice (8th ed.). McGraw-Hill.

Círculo de quintas | Musicca. (s. f.-b). Musicca. https://www.musicca.com/es/circulo-de-quintas

Clemens, S. (1989). Geometría con aplicaciones y solución de problemas. Georgia, Estados Unidos: Addison Wesley Longman. http://www.colegiomanzanares.edu.co/archivos/jasonoro/Geometria-Clemens.pdf

Emmer, M. (2005). The Visual Mind II. MIT Press.

Ministerio de Educación Nacional. (2011). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!, EDUTEKA. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional (s.f). Lineamientos curriculares de educación artística. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf2.pdf

Musescore. (2024a, mayo 14). Colombia tierra querida. Musescore.com. https://musescore.com/user/20717476/scores/3999786

Musescore. (2024, 14 mayo). La gata golosa. Musescore.com. https://musescore.com/user/6431211/scores/1712636

Musescore. (2024a, mayo 14)El pescador - Cumbia Colombiana – Totó la Momposina el pescador. Musescore.com. https://musescore.com/user/55198380/scores/10894222

Laitz, S. G. (2016). The Complete Musician: An Integrated Approach to Tonal Theory, Analysis, and Listening

Laitz, S. G. (2016). The Complete Musician: An Integrated Approach to Tonal Theory, Analysis, and Listening (4th ed.). Oxford University Press.

Pérez,C (2013). Educación, música y matemáticas: un triángulo afinado en armonía. España. https://nanopdf.com/download/tfg-b236pdf_pdf

Rincón, G. (2012). Los proyectos de aula y la enseñanza y el aprendizaje del lenguaje escrito. Bogotá, Colombia. ISBN: 978-958-99370-7-5. https://www.academia.edu/28512567/Tejer_la_RED_3_Los_proyectos_de_aula_y_la_ense%C3%B1anza_y_el_aprendizaje_del_lenguaje_escrito

Blog EOM, (2014). Intervalos musicales: guia paso a paso con todo lo que necesitas saber. https://escuelaonlinedemusica.com/lenguaje-musical/intervalos-musicales-guia-paso-a-paso/

Mendez, Maria. Blog "Aula del lenguaje musical". https://auladelenguajemusical.wordpress.com/

10. METODOLOGÍA

La metodología de este trabajo de grado se inscribe en una investigación cualitativa exploratoria basada en el diseño de una herramienta aplicable tanto en teoría musical como en matemáticas. Se centra en la creación, implementación y evaluación de un recurso pedagógico innovador"Pentagrama cartesiano", que busca mejorar el aprendizaje de conceptos musicales y matemáticos en estudiantes de ciclo 5, a través de la exploración de nuevas formas de enseñanza para la observación de su impacto en el aula.

11. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El análisis de los resultados obtenidos a cargo de las seis sesiones en intervención pedagógica con el pentagrama cartesiano refleja varios aspectos clave en relación con los objetivos planteados en esta investigación. Uno de los principales hallazgos fue la manera en que la herramienta permitió a los estudiantes comprender de manera visual y práctica conceptos musicales como el círculo de quintas, los tonos, y semitonos, utilizando un enfoque interdisciplinario que integra música y geometría. Los estudiantes de ciclo 5 lograron identificar las relaciones entre las notas musicales y sus distancias, gracias a la representación espacial ofrecida por el pentagrama cartesiano, lo que sugiere que esta herramienta facilita el aprendizaje conceptual tanto en música como en matemáticas.

Dentro de las primeras sesiones, se observó una alta participación de los estudiantes al interactuar con la herramienta y la búsqueda en pro de satisfacer la curiosidad, lo que sugiere que el uso de un enfoque lúdico y visual es eficaz para captar interés y motivación por parte de los estudiantes. Esta misma interacción con el tablero y las fichas permitió a los estudiantes visualizar la estructura de la escala y generar reflexiones sobre la diferencia entre tonos y semitonos, un aspecto esencial para la comprensión del círculo de quintas.

Sin embargo, también surgieron algunos desafíos, como el no haber conocimientos previos por parte de los estudiantes. Esto afectó el ritmo de avance de la clase, especialmente en cuanto a la construcción del círculo de quintas y el manejo de la misma. Se evidenció también que aquellos con una base más sólida en teoría geométrica, lograron progresar más rápidamente, mientras que otros necesitaron más tiempo y apoyo para asimilar los conceptos en ambas disciplinas. Este factor puso en relieve la importancia de contar con una mayor flexibilidad en la planificación de las clases, permitiendo extender el tiempo de interacción con la herramienta en cuanto sea necesario para asegurar la comprensión de todos.

Finalmente, los resultados reflejan que la herramienta del pentagrama cartesiano es efectiva para enseñar música de manera interdisciplinaria, aunque requiere ajustes en su implementación y tiempo. Además, su potencial para fomentar discusiones pedagógicas y reflexiones profundas sobre la música y las matemáticas la convierte en un recurso valioso para innovar en la enseñanza por medio de las artes.

12. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Como conclusiones subrayó fundamentalmente el compromiso del docente en adaptar y renovar continuamente las formas en que transmitimos el conocimiento, priorizando enfoques pedagógicos y lúdicos que hagan el aprendizaje significativo e innovador para los estudiantes. En este contexto, ha demostrado ser una herramienta eficaz para enseñar conceptos musicales como el círculo de quintas, integrando la música y la geometría de manera visual y práctica. No obstante, su implementación puede requerir más tiempo de clase, especialmente para aquellos con menor conocimiento previo necesitan un repaso a los conceptos básicos en ambas asignaturas. Al igual considero que mejorar el tamaño de la herramienta facilita la interacción, dejándola más dinámica y versátil en el aula. Finalmente, espero que esta propuesta inspire a otros docentes en crear nuevos recursos pedagógicos interdisciplinarios, fortaleciendo el aprendizaje en las artes a través de enfoques innovadores que integren diversas áreas del conocimiento.

Tabla de contenido

Introducción 13

Objetivos 16

Objetivo general. 16

Objetivos específicos 16

Pregunta problema 17

Pregunta emergentes 17

Capítulo I Marco teórico-conceptual 18

Capítulo II. Marco metodológico 34

Capítulo III. Discusión de resultados 62

Conclusiones 80

Referencias 82

Introducción

Cuando pensamos en un “Pentagrama Cartesiano” ¿que nos llega a la mente? Al escuchar esta combinación de conceptos, podemos recrear en nuestra mente un artefacto híbrido; una mezcla de brújula y signos musicales que funciona con movimientos paralelos y sincrónicos como el engranaje interno de un reloj. La presente monografía tiene como objetivo generar conocimiento por medio de la herramienta propuesta denominada "Pentagrama Cartesiano", la cual integra elementos de las matemáticas y la música con la finalidad de construir el círculo de quintas mediante la geometría del taxista. Este trabajo está orientado a promover la comprensión del círculo de quintas entre educandos en diferentes espacios, ya sean formales y no formales que estén cursando el ciclo 5to, es fundamental que su formación tanto en la teoría musical como en el pensamiento geométrico tenga unas bases planteadas de acuerdo a los estándares que el ministerio de educación que se determinan para este nivel escolar. Uno de los propósitos fundamentales de este trabajo es ofrecer a los docentes un recurso innovador que les permita articular conceptos matemáticos y musicales en el aula "Pentagrama Cartesiano", contribuyendo a la enseñanza integral en diferentes contextos educativos.

La propuesta pedagógica se justifica en la relación natural entre música y matemáticas, evidenciada por el uso común que tienen ambas disciplinas como lo son: patrones, proporciones, simetría y ritmo, entre otras. A través de esta relación, la herramienta "Pentagrama Cartesiano" permitirá a los estudiantes identificar características en piezas musicales autóctonas que contienen armaduras y otros elementos básicos de la teoría musical, que exploran las relaciones tonales que se describen en el círculo de quintas. Esta herramienta, además, responde a los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional que se describen en la página 18-19 del marco teórico del presente trabajo, tanto en matemáticas como en música,

promoviendo la localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y el reconocimiento de elementos melódicos, armónicos y rítmicos en composiciones musicales.

Este trabajo de grado se enmarca en la línea de investigación de Música y Didáctica de la Música de la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, buscando aportar en el campo de la Educación Artística desde una perspectiva interdisciplinaria. Al conectar la música con la geometría, este proyecto ofrece un enfoque didáctico que explora nuevas formas de enseñanza musical, permitiendo a los docentes implementar métodos creativos y efectivos en el aula. La propuesta del "Pentagrama Cartesiano" contribuye a la sub-línea de investigación mencionada, ya que plantea una forma innovadora de enseñar música mediante la aplicación de conceptos matemáticos, potenciando el aprendizaje de los estudiantes y expandiendo las posibilidades pedagógicas para los docentes en el ámbito artístico.

El objetivo principal de esta investigación es construir e identificar el círculo de quintas mediante la geometría del taxista con el "Pentagrama Cartesiano" como recurso didáctico.

La hipótesis general que guía este trabajo sostiene que el uso del "Pentagrama Cartesiano" facilita la comprensión tanto de los conceptos musicales como geométricos, mejorando así la capacidad de los estudiantes para resolver problemas en ambas disciplinas. De manera más específica, se espera que esta herramienta fomenta el desarrollo de habilidades interdisciplinarias, como la visualización de relaciones tonales mediante la geometría y la aplicación de conceptos geométricos en el análisis musical.

Desde un enfoque teórico, la monografía se fundamenta en la intersección entre la geometría del taxista que fue planteada por el matemático húngaro Hermann Minkowski en el

siglo XIX. Aunque Minkowski es más conocido por sus aportes a la teoría de la relatividad y la geometría del espacio-tiempo, su desarrollo de la "métrica de Manhattan" o "geometría del taxista" es una de sus contribuciones clave a las matemáticas.

Esta geometría se llama así porque mide distancias de manera diferente a la geometría euclidiana tradicional. En lugar de medir la distancia más corta en línea recta entre dos puntos, como en un plano euclidiano, la geometría del taxista mide la distancia basándose en un sistema de cuadrículas, como si uno se desplaza por las calles de una ciudad con bloques rectos, similar a los movimientos de un taxi, con dicha premisa entrelaza la música con la distancia que hay que tomar para hallar las quintas partiendo de la escala natural de Do montada en un taxi y esto se desarrolla en los seis momentos planteados por mí en el marco metodológico. El estudio se desarrollará a través de un enfoque experimental, donde se aplicará la herramienta en contextos educativos formales, evaluando su impacto en el aprendizaje de los estudiantes. El análisis comparativo entre el conocimiento previo en ambas disciplinas y el después obtenido con la herramienta didáctica propuesta, permitirá determinar la efectividad del Pentagrama Cartesiano en la comprensión de los conceptos.

Finalmente, esta monografía está estructurada en cuatro capítulos. En el Marco teórico se presentan los fundamentos teóricos de música y matemáticas que permitieron el desarrollo del "Pentagrama Cartesiano". En el Marco metodológico se describe el proceso de diseño y construcción del "Pentagrama Cartesiano", donde analizo la población, enmarco la metodología, y presento la forma de recolección de datos, propongo seis sesiones donde planteó la aplicación de la herramienta "Pentagrama Cartesiano" en el aula, mientras que el tercero capítulo se centra en el análisis de los resultados obtenidos tras la implementación del elemento. Al final, se

exponen las conclusiones y recomendaciones con miras a continuar el desarrollo de nuevas propuestas interdisciplinarias que fomenten un aprendizaje integral.

Objetivos

Objetivo general.

- Promover la comprensión del círculo de quintas con educandos de ciclo 5 mediante el uso de la geometría del taxista con la herramienta “Pentagrama Cartesiano”.

Objetivos específicos

- Identificar algunas de las obras musicales que en su gramática contienen armaduras mediante el uso del círculo de quintas
- Comprender y utilizar el lugar geométrico a través del estudio de las figuras cónicas y la métrica del taxista.
- Contribuir de forma significativa en los procesos de enseñanza-aprendizaje en aulas no convencionales e instituciones educativas formales.

Pregunta problema

- ¿Cómo puede el pentagrama cartesiano ser utilizado para enseñar la estructura de las escalas musicales, creación y comprensión del círculo de quintas en estudiantes de ciclo 5?

Preguntas emergentes

- ¿De qué manera puede ser utilizada la geometría del taxista para enseñar y visualizar las relaciones entre las notas en el círculo de quintas en estudiantes de ciclo 5?

- ¿Cómo se puede incorporar la métrica del taxista en el currículo de matemáticas y música para mejorar la comprensión de estudiantes en ambos campos?

Capítulo I Marco teórico-conceptual

Esta propuesta pedagógico – didáctica se enmarca en una idea central, que tiene que ver con la relación estrecha que tiene la música con las matemáticas, pues, la música está conformada por números, proporciones, simetría, cantidades, etc y muchos matemáticos y músicos se han preocupado por hacer evidente dicha relación (Perez, 2013) en ese sentido, con dicha propuesta se pretende articular algunos conceptos matemáticos en relación a objetos geométricos y representación cartesiana con aspectos musicales como el círculo de quintas y con ellos, conceptos como tono, semitono, sostenido, entre otros, que permiten acercar a los educandos al aspecto teórico de la música.

En este orden de ideas y en concordancia con los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional los estándares básicos de competencias en matemáticas de grado décimo a undécimo que se van a promover en los educandos son:

- *Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.*
- *Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.*
- *Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias* (2011, pág. 88).

Con respecto a la música y siguiendo los lineamientos del MEN se pretende promover el siguiente indicador:

- *Reconoce auditiva e instrumentalmente, o por medio de escritura musical, elementos dinámicos, pedagógicos, ritmo melódicos, armónicos y estructurales en fragmentos musicales de mayor exigencia y los pone en práctica en función de su interpretación y de la elaboración de sus ideas musicale*s (sf, Pág 93).

(no en su totalidad porque no es el enfoque principal, aunque en mi intervención si se hace presente el instrumento musical, pero no es un requisito obligatorio puesto que su enfoque va a la función de escritura musical) Este último no en su totalidad, pues, se aborda mayoritariamente desde la escritura musical. Con el fin de dar cuenta de la apropiación de conocimiento por parte de los educandos sobre las temáticas mencionadas y dar cuenta si se promovieron los estándares y lineamientos citados, se propone un rompecabezas del círculo de quintas, el cual al terminar todo el proceso el estudiante debe ser capaz de armar, pues, en este señala lo aprendido, además para finalizar el proceso el maestro mostrará a sus educandos algunas partituras musicales de canciones folclóricas o cercanas al contexto del estudiante y este deberá reconocer y señalar lo aprendido con los recursos y todo el proceso de enseñanza–aprendizaje.

La relación entre matemáticas específicamente la rama de geometría y música se basa en varios principios comunes: proporción y armonía, ritmo y patrón, simetría y equilibrio. En geometría la relación entre la proporción y dimensión son la base para la construcción de formas y figuras, la proporción en música se refleja en las notas, acordes y escalas musicales. El ritmo es esencial tanto en geometría como en la música porque el ritmo musical se organiza en el tiempo y en geometría en la repetición de patrones y formas. La simetría y el equilibrio se exploran en ambas disciplinas; la música utiliza estos conceptos al componer melodías, armonías y patrones rítmicos y la geometría al construir formas y estructuras.

Ambas disciplinas exploran conceptos matemáticos como números, proporciones y secuencias. La música proporciona una representación auditiva y la geometría su representación visual.

La música y la geometría se basa en patrones, estructuras y organizaciones determinadas por reglas matemáticas y estéticas, ya dichas anteriormente donde en geometría está representado por formas, figuras geométricas y en música los patrones están representados por repeticiones de notas, acordes, ritmos y estructuras. Esta conexión entre ambas disciplinas no solo enriquece la comprensión de cada una desde su aspecto individual, sino que también anima a los educandos a pensar de una manera más integrada, permitiéndoles ver e identificar la belleza más del mundo que los rodea, esto los llevará a una comprensión más profunda y armónica de los conceptos a trabajar.

Explorar esta relación interdisciplinar puede mejorar en gran medida la capacidad de los estudiantes para comprender las matemáticas y la música ya sea de forma individual o en conjunto. La aplicación de conceptos geométricos y matemáticos a la música proporciona una comprensión más profunda y práctica de la teoría matemática a través de su aplicación en contextos artísticos y al tiempo desarrolla importantes habilidades en ambos campos. Nos permite darnos cuenta que como campos aparentemente dispares pueden complementarse y enriquecerse mutuamente, destacando la universalidad frente a los métodos de enseñanza interdisciplinaria; "Emmer explora cómo la geometría y las matemáticas pueden visualizar conceptos en el arte y la música, ofreciendo una perspectiva interdisciplinaria que une estos campos aparentemente dispares" (Emmer, 2005).

Dada la relación que observamos entre la música y las matemáticas, surgió la idea de utilizar estas dos disciplinas para crear una herramienta educativa que promueva el aprendizaje significativo de los estudiantes en ambos campos.

La herramienta principal que se propone combina elementos del plano cartesiano y el pentagrama, permitiendo una integración efectiva de conceptos matemáticos y musicales. Estos conceptos son de importancia, por la misma razón, a continuación, se desglosan.

1. Pensamiento Matemático

1.1 Plano cartesiano

El plano cartesiano es un sistema de referencia bidimensional utilizado en matemáticas para representar gráficamente relaciones algebraicas y geométricas. Introducido por el matemático y filósofo René Descartes en el siglo XVII, el plano cartesiano revolucionó la forma en que se estudian y visualizan las matemáticas y otros campos científicos.

Un plano cartesiano consta de dos rectas perpendiculares que se cruzan en un punto llamado origen. Estas líneas se llaman ejes. El eje horizontal se llama eje "*x"* (abscisa) y el eje vertical se llama eje *"y"* (ordenada). Según Villalobos (2013), "el plano cartesiano es una herramienta esencial para graficar funciones y resolver problemas geométricos" (p. 45), lo cual nos garantiza el poder utilizar esta herramienta de infinidad de formas para generar procesos significativos y sobre todo familiares para los educandos.

Cada punto del plano cartesiano se identifica mediante un par ordenado. (*x*,*y*). Aquí, "*x*" representa la posición en el eje horizontal y *"y"* representa el eje vertical. Este sistema de coordenadas permite ubicar con precisión cualquier punto en un plano. Según Trujillo (2014), "las coordenadas cartesianas proporcionan una forma sencilla y eficaz de representar y analizar

relaciones geométricas y algebraicas" (p. 27). Pero en este caso además de representar dichas relaciones permitirá ubicar puntos específicos gracias a las coordenadas que a su vez representarán características específicas de la música al combinar el plano cartesiano con el pentagrama algo que se verá y analizará detalladamente más adelante.

1.2 Geometría de taxista

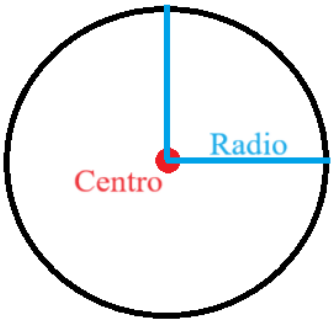
Para esta investigación, es primordial adentrarnos en el pensamiento matemático, y específicamente en el geométrico, enfocándonos en la geometría del taxista. Sin embargo, para poder abordar este concepto, es necesario comprender otro fundamental con el cual se compara frecuentemente: la medición de distancias euclidianas. Esta comparación es crucial para entender la definición y construcción del círculo en geometría.

La geometría del taxista se distingue por su particular forma de medir distancias, diferente a la distancia euclidiana tradicional. Este concepto matemático se vuelve esencial en la presente investigación, ya que la idea es utilizar la geometría del taxista para crear el círculo de quintas. Esto se logra al considerar la distancia en términos de un camino específico que abarca cinco puntos o cuadrículas, representando de manera efectiva las relaciones entre las notas musicales en el círculo de quintas.

La forma de medir distancias o de construir un círculo mediante la geometría euclidiana, consta de seguir uno de los postulados de Euclides específicamente el su libro 1 en la definición 15 "*Un círculo es una figura plana comprendida por una sola línea llamada circunferencia de tal modo que todas las rectas dibujadas que caen sobre ella desde un punto de los que están dentro de la figura son iguales entre sí"* esto nos suscita que a partir del centro sin importar la

dirección hacia donde se trace la línea (radio) y esta toque el borde el círculo siempre es la misma distancia.

Imagen 1, Circunferencia, radio, centro.



Fuente: Creación propia

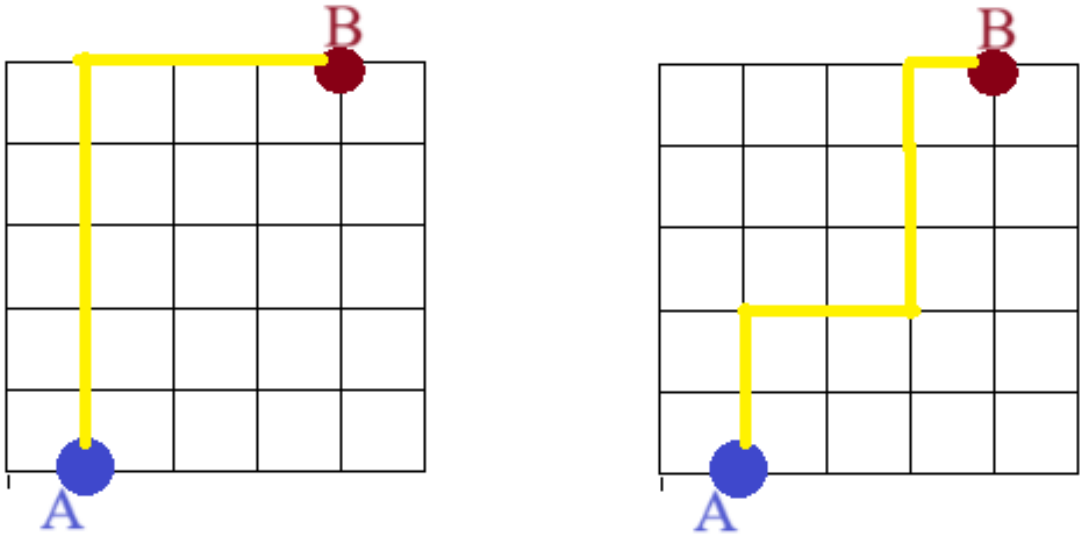
Es decir que se podría construir un círculo partiendo de un punto fijo (centro) que mediante una distancia constante (radio), creando la circunferencia.

La geometría del taxista como su nombre lo indica fue desarrollada y nombrada en referencia a los movimientos de un taxista en una ciudad con un diseño de calles en forma de cuadrícula, donde las distancias se miden siguiendo rutas rectilíneas.

Este objeto de estudio fue desarrollado por Hermann Minkowski a mediados del siglo XIX, que moviliza una manera no usual de medir distancias de una forma no euclidiana, en donde encontramos como ejemplo la distancia que tiene que recorrer un taxista para llegar de un punto A a un punto b en una ciudad cuyas calles solo tienen dos orientaciones, las edificaciones son cuadradas y sus calles conforman cuadrículas por lo cual no podría ir en línea recta

atravesando la ciudad de un punto a otro, y hay que hallar el camino más corto en medio de las cuadrículas, esto se puede entender un poco mejor en la siguiente imagen:

Imagen 2, Camino más corto en medio de las cuadrículas.

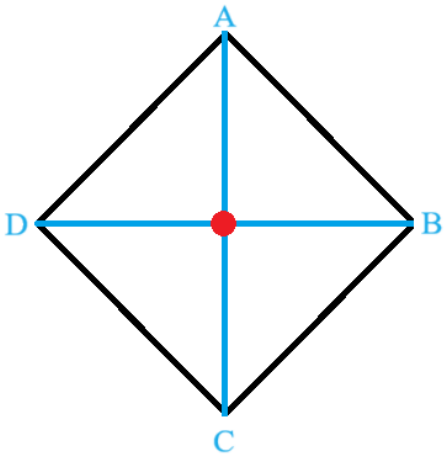


Fuente: Creación propia

Observamos que sin importar el camino en medio de las cuadrículas que tome, siempre recorre o pasará por la misma cantidad de casas que en la imagen está representado por cuadrículas.

En esta forma de medir la distancia entre dos puntos, se realiza de manera rectilínea. El "círculo" en este contexto se asemejaba más a un cuadrado o un rombo, con un punto central desde el cual se puede mover una distancia igual hacia arriba, hacia la derecha, hacia la izquierda y hacia abajo.

Imagen 3, cuadrado o rombo.



Fuente: Creación propia

La implementación de este tipo de medida en la herramienta didáctica que se propone en este trabajo es fundamental, ya que genera una estrecha relación con las distancias de un punto a otro, similar a cómo en la música se relacionan las distancias de una quinta. Esto permite hallar la siguiente nota de manera estructurada y precisa. Usar la geometría del taxista para construir el círculo de quintas proporciona una forma innovadora de enseñar y entender relaciones musicales a través de un enfoque geométrico diferente. Por esta razón, se va a hablar directamente de los elementos musicales que se relacionarán constantemente con esta metodología.

2. Pensamiento musical

La investigación musical requiere una comprensión profunda de la teoría musical, especialmente los elementos clave de la metodología y el uso directo en la aplicación de esta propuesta didáctica. Estos elementos incluyen el pentagrama, intervalos, notas, escalas diatónicas, tono, semitono y el círculo de quintas, los cuales son fundamentales para el proceso de la enseñanza musical.

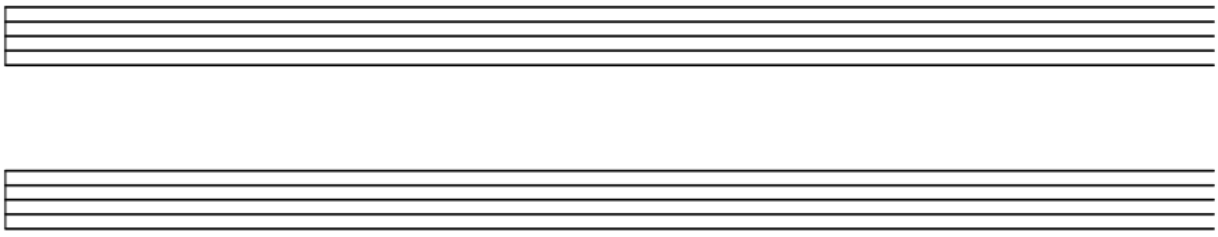
Para implementar una propuesta didáctica con enfoque musical es necesario identificar los elementos básicos de la teoría musical, entre ellos pentagrama, que es uno de los elementos esenciales de la herramienta didáctica propuesta en este trabajo.

2.1Pentagrama

Entendemos que el pentagrama es el sistema de notación musical más utilizado desde la edad media, el cual consta de cinco líneas rectas paralelas que generan 4 espacios entre ellas en donde se disponen símbolos que representan las notas musicales, el origen de estas surge y responde a la necesidad de preservar la música de forma escrita, para así poder reproducir con precisión las composiciones durante largos periodos de tiempo, esto llevó a generar un lenguaje universal al hablar de música.

Esta representación gráfica de la música no solo permite identificar tonalidades respecto a los símbolos predispuestos en ellas si no que también nos indican altura y duración de un sonido, "*El pentagrama es el medio de representación gráfica de la música occidental, que permite indicar la altura y duración de los sonidos mediante la disposición de notas sobre cinco líneas y cuatro espacios*" (Benward & Saker, 2009, p. 21).

Imagen 4 cinco líneas y cuatro espacios



Fuente: Creación propia

El pentagrama es el papel en blanco en el que podemos crear, estructurar y jugar con infinidad de elementos y símbolos establecidos para esta herramienta y que representan específicamente algo en la música, nos permite poner el papel lo que auditivamente percibimos, replicamos y creamos.

Hablaremos de algunos de los símbolos y elementos que se utilizaran en la propuesta didáctica de este trabajo: Las notas musicales, intervalos, escala diatónica y entre ella los tonos y semitonos, las claves, las armaduras y el círculo de quintas; estos teniendo como base el pentagrama.

2.2 Notas musicales

Las notas musicales son la base del lenguaje musical. Hay siete notas principales en la música occidental: DO, RE, MI, FA, SOL, LA, SI, DO. Estas notas se repiten en diferentes octavas y representan tonos específicos, lo que indica si el sonido es agudo o grave, dependiendo de la representación de estas en el pentagrama podremos identificar la altura en el pentagrama, las notas se disponen de manera diferente según la clave que se utilice.

El conjunto de estas notas nos indican la tonalidad, y la organización de estas en el pentagrama otorga la melodia y armonia de una pieza musical "*Las escalas son conjuntos ordenados de notas que definen una tonalidad, y constituyen la base para la organización melódica y armónica en la música"*(Pistón, 1978, p. 45)

2.3 Claves Musicales

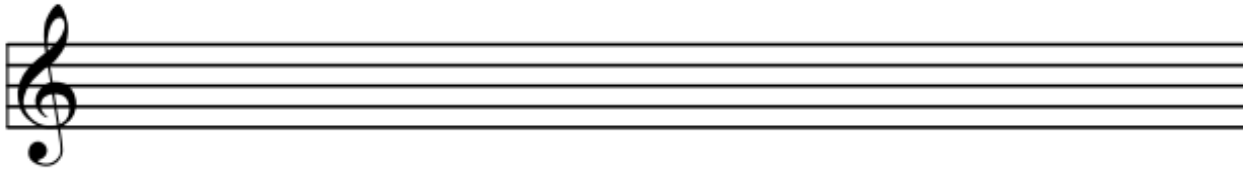
En la música occidental se utilizan principalmente tres claves: **Clave de Sol**, **Clave de Fa** y **Clave de Do**. Cada una de estas claves responde a diferentes necesidades y se emplea dependiendo del tipo de instrumento, ya sea de viento, armónico o melódico. Además, cada

clave, al situarse en el pentagrama, modifica la interpretación de la tonalidad de la pieza musical que se describe. Por esta razón, las claves siempre se colocan al inicio de una partitura, indicando la correcta correspondencia entre las notas y las líneas del pentagrama, donde se verán expuestas los sostenidos y bemoles; *"El uso de diferentes claves en la notación musical responde a la necesidad de adaptar la representación gráfica de las notas a la tesitura de los instrumentos o voces, evitando el uso innecesario de líneas adicionales"* (Laitz, 2016, p. 29).

2.4 Clave de Sol

Esta es la más común y se emplea, sobre todo, para instrumentos que producen notas agudas, como el violín, la flauta o la mano derecha en el piano y el sol se ubica en la segunda línea de forma ascendente.

Imagen 5 Pentagrama en clave de sol

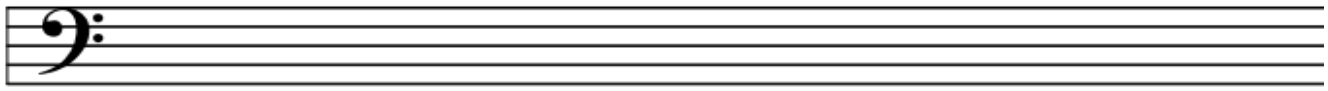


Fuente: Creación propia

2.5 Clave de Fa

Esta se utiliza para los registros más graves, como los del bajo, el violonchelo o la mano izquierda en el piano, el Fa se ubica en la cuarta línea de forma ascendente.

Imagen 6 pentagrama en clave de fa

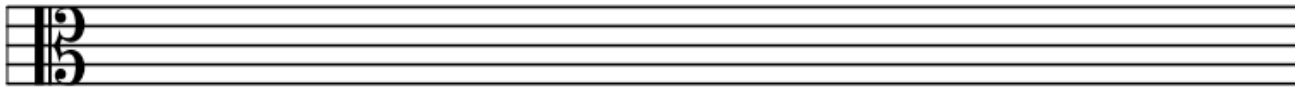


Fuente: Creación propia

2.6 Clave de Do

Esta clave es la menos habitual en comparación con las otras dos, se adapta a los registros intermedios, y se puede encontrar en instrumentos como la viola.

Imagen 7 pentagrama en clave de do



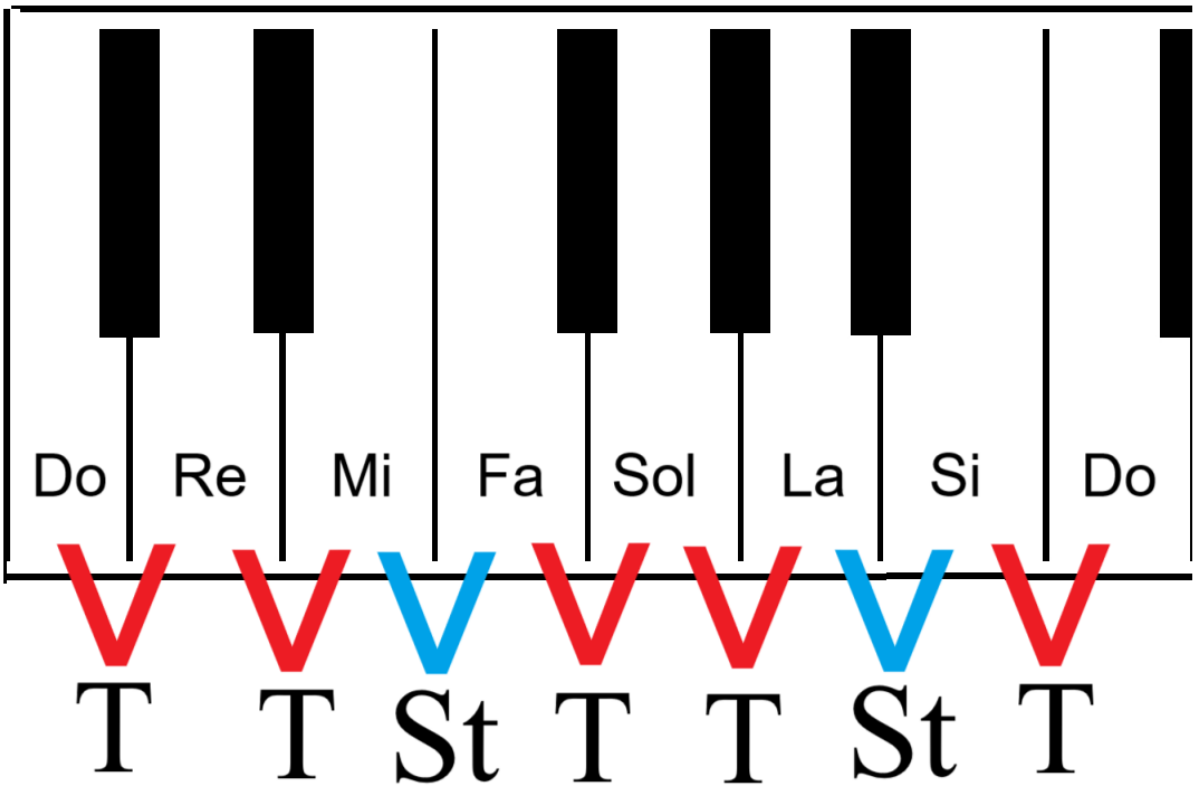
Fuente: Creación propia

Para esta metodología es primordial entender la estructura y significante de la clave de Sol en el pentagrama, ya que es la única que se utiliza en el recurso didáctico propuesto.

2.7 Tonos semitonos

Los tonos y semitonos son las unidades de medida básicas en la música occidental. Un tono es la distancia entre dos notas separadas por un intervalo completo como ejemplo esta Do y Re. Un semitono, por otro lado, es la distancia más pequeña posible entre dos notas consecutivas, como entre Mi y Fa o Si y Do. La combinación de tonos y semitonos forma escalas y acordes que determinan el carácter de una pieza musical.

Imagen 8, Escala mayor



Fuente: Creación propia

2.8 Intervalos

Los intervalos nos indican la distancia que hay entre dos notas, estos pueden ser mayores, justos, menores, aumentados o disminuidos, depende netamente de la cantidad de tonos o semitonos que separen una nota de la otra. Los intervalos son fundamentales porque definen las relaciones entre notas y forman la base para construir melodías y armonías. Por ejemplo, hay un intervalo de tercera mayor entre Do y Mi, y un intervalo de tercera menor entre Do y Mi bemol.

2.9 Escala diatónica

La escala diatónica es una serie de ocho notas consecutivas (do, re, mi, fa, sol, la, si, do) que sigue un patrón de tonos y semitonos. En el caso de la escala diatónica mayor, el patrón es: tono, tono, semitono, tono, tono, tono, semitono. Este patrón es la base de muchas composiciones en la música occidental. Su estructura es la columna vertebral de la música tonal, ya que todas las demás notas y acordes dentro de una pieza están organizadas en función de esta escala.

2.10 Armaduras (sostenidos y bemoles)

Una armadura es un símbolo que aparece al comienzo de una partitura después de la clave y se utiliza para indicar qué notas cambian a lo largo de una canción, pero también podemos encontrarlas no al principio si no a lo largo de la pieza musical y si se encuentra en el contenido es porque solo en ese momento es necesario el cambio, ya sea un semitono arriba o uno abajo. Estos cambios incluyen sostenidos (#), que suben la nota un semitono, o bemoles (b), que la bajan un semitono. La armadura también determina la tonalidad de la pieza, ya que cada número y combinación sostenida o bien corresponde a una tonalidad mayor o menor específica.

2.11 Círculo de quintas

El círculo de quintas es una representación gráfica que muestra la relación entre las distintas tonalidades musicales. Se organiza en base a intervalos de quinta justa. Históricamente, fue creado para entender cómo las tonalidades están conectadas y cómo se modulan entre sí. En el círculo de quintas, cada tonalidad está separada por una quinta justa de la anterior por ejemplo lo encontramos de Do a Sol.

Su importancia radica en su funcionalidad como herramienta pedagógica para aprender las armaduras de clave (cuántos sostenidos o bemoles tiene una tonalidad), así como para

comprender las modulaciones entre tonalidades cercanas. El círculo de quintas es fundamental en la teoría de la música occidental, ya que permite al estudiante y músico moverse entre diferentes tonalidades de manera fluida, y es clave en la comprensión de la estructura armónica de una pieza musical.

La intención de relacionar la matemática con la música es que por medio de el estudiante construya el círculo de quintas, ya que como su nombre lo indica y se ha mencionado anteriormente este es un esquema cíclico *"El círculo de quintas es una herramienta teórica que permite visualizar la relación entre las tonalidades en términos de adiciones progresivas de sostenidos o bemoles. Representa un esquema cíclico que facilita el entendimiento de las modulaciones y las relaciones armónicas entre tonalidades"* (Laitz, 2016, p. 67).

Imagen 9, Círculo de Quintas



Fuente: (Círculo de Quintas | Musicca, s. f.-c)

La intención principal de definir concretamente los conceptos mencionados anteriormente es establecer las bases necesarias para comprender el diseño didáctico y metodológico que se expondrá más adelante, el cual es el "Pentagrama Cartesiano". Esta herramienta fue creada con el propósito de que los docentes puedan aplicarla en sus aulas. Sin embargo, aunque se busca precisar los conceptos que se utilizarán en esta propuesta didáctica, también se deja abierta la posibilidad de incorporar otros conceptos de ambas disciplinas, según las necesidades y objetivos específicos que el docente desee abordar.

En resumen, este marco teórico pretende no sólo dialogar sobre conceptos musicales y matemáticos, sino también proporcionar a los docentes una herramienta útil que sea versátil y pueda aplicarse en una variedad de entornos que sustenten las bases de las propuestas educativas. Esto fomenta el aprendizaje interdisciplinario que puede ser replicado en diferentes campos del conocimiento y la educación, promoviendo así el desarrollo integral de la labor docente y de los estudiantes.

Capítulo II. Marco metodológico

1. Tipo de investigación

El tipo de investigación elegido para esta monografía es el análisis de experiencia, un enfoque cualitativo. Este tipo de investigación es apropiado cuando se busca explorar y comprender la efectividad y aplicabilidad de una herramienta o recurso pedagógico a través de su uso en entornos académicos, ya sea formal o informal. En este caso, el análisis se centra en la implementación del "Pentagrama Cartesiano", una herramienta metodológica.

El análisis de experiencia permite examinar cómo esta herramienta impacta en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula. A través de la observación de su uso en contextos un contexto de educación formal, específicamente en el Colegio Cofraternidad de San Fernando, se busca determinar si el pentagrama cartesiano es un recurso efectivo para el aprendizaje de conceptos musicales mediante un enfoque interdisciplinario.

La elección de un enfoque cualitativo es ideal para esta investigación debido a su capacidad de capturar las percepciones, actitudes y respuestas de los estudiantes y docentes ante el uso de la herramienta. Además, la metodología cualitativa permite la flexibilidad necesaria para formular y responder preguntas emergentes que puedan surgir durante la investigación, como: ¿Cómo puede el pentagrama cartesiano ser utilizado para enseñar la estructura de las escalas musicales, creación y comprensión del círculo de quintas en estudiantes de ciclo 5? ¿De qué manera puede ser utilizada la geometría del taxista para enseñar y visualizar las relaciones entre las notas en el círculo de quintas en estudiantes de ciclo 5? ¿Cómo se puede incorporar la

métrica del taxista en el currículo de matemáticas y música para mejorar la comprensión de los estudiantes en ambos campos?

El método utilizado para la recolección de datos incluirá la observación directa, el análisis de productos generados por los estudiantes (como ejercicios o proyectos musicales), entrevistas semi-estructuradas con los estudiantes y docentes, y el uso de diarios de campo para registrar los detalles de cada sesión. De esta manera, el análisis no solo se centrará en la funcionalidad del recurso, sino también en las experiencias y percepciones que emergen durante su uso.

Este análisis permitirá evaluar si la metodología propuesta cumple con sus objetivos y puede ser replicada o adaptada en otros contextos educativos.

2. Rol del docente

Los recursos inmersos en la propuesta "Pentagrama Cartesiano" no contienen una guía o manual de instrucciones, debido a que estos poseen un campo de acción abierto a trabajar sobre diferentes objetos de estudio en torno a la música y a la matemática en general, por tal, se trabaja por momentos. Por otro lado, los recursos también se pueden articular a diferentes ciclos. En este orden de ideas, el docente debe tener un rol para desarrollar los momentos pero hasta un determinado punto, esto porque la propuesta se desarrolla entre la interacción maestro - alumno - medio (Gempeler y Fiallo, 2017, p.47) el estudiante deberá interactuar con el medio para llegar a un determinado conocimiento, veamos como funciona el rol docente:

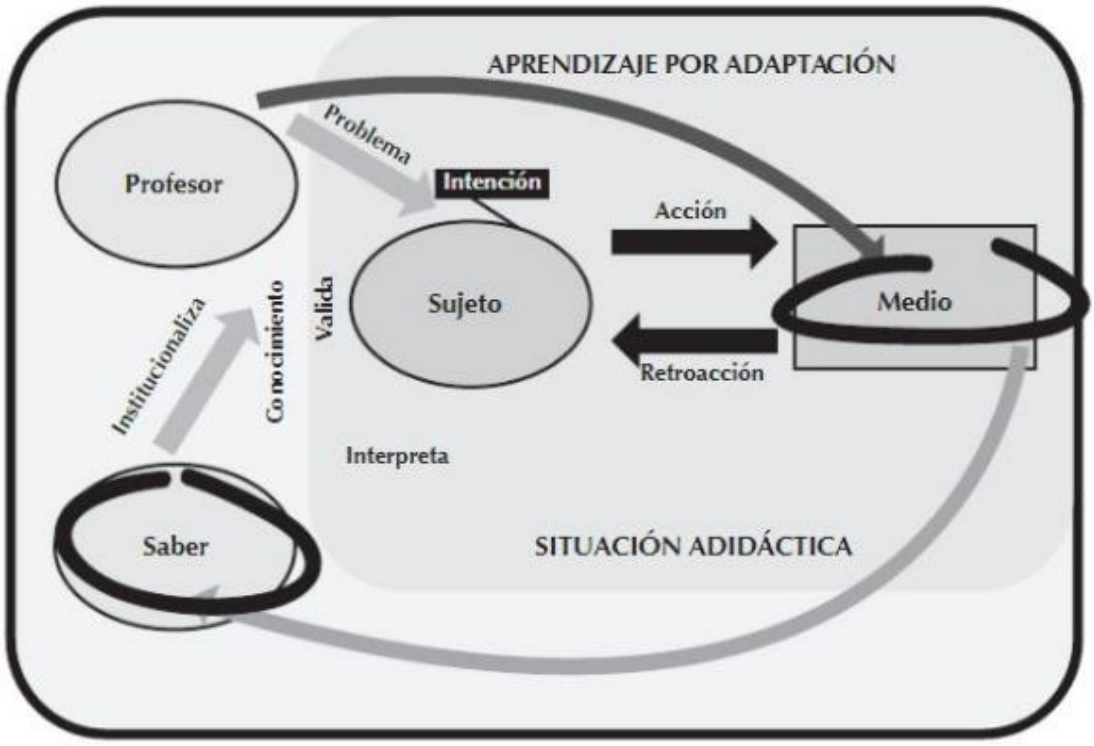
En un primer lugar, el profesor entrega el medio –entiéndase como los recursos de la propuesta– al estudiante, y también lo problematiza con alguna de las situaciones de los

momentos, luego el individuo se propone una intención sobre el medio para darle solución a la situación, es decir, se propone una serie de objetivos, metas o logros. Cuando lo anterior sucede, el estudiante comienza a realizar acciones para poder alcanzar su intención, del cual el medio reacciona a las acciones y el individuo es quien interpreta si son reacciones positivas o negativas, pero como los recursos no permiten responder con reacciones concretas, por medio de preguntas, el profesor ayuda a concretar las reacciones del medio y a su vez, permite que el estudiante no se desvíe del camino para llegar a su meta. Cuando se interpretan las reacciones el estudiante valida las acciones, esta validación puede ser negativa o positiva, pero esto únicamente lo decide el estudiante según su interpretación, lo único que debería hacer el profesor es guiarlo para que no desvíe su intención. Cuando se logra la intención de darle solución a la situación en relación con el medio, es cuando se produce el conocimiento. Para finalizar el profesor institucionaliza el saber con el conocimiento para así, generar un aprendizaje, esto se repite para cada momento (ver imagen 10).

Principalmente el profesor toma el rol de guiador, puesto que se piensa que si el estudiante por sí mismo puede llegar al conocimiento, va tener más significado e importancia para él, es por esto que el profesor siempre debe estar en función de: problematizar al estudiante, motivar al alumno, resolver preguntas e inquietudes por medio de la mayéutica, brindarle caminos al estudiante, generar ambiente de discusión, integrar a los estudiantes –si los hay– y por último relacionar el conocimiento con el saber. Como se mencionó anteriormente, el recurso permite realizar un campo de acción abierto para desarrollar cualquier objeto de estudio, por ejemplo en el tercer momento, el profesor puede detenerse en éste y abarcarlo más a fondo, ya que, podría no solo construir un círculo de quintas con el camino musical a partir de la circunferencia, sino que podría abarcar más figuras como la elipse, la parábola o la hipérbole,

seguramente se pueden encontrar diferentes regularidades que pueden ser significativas para el estudiante y para el profesor. En general el docente podría parar en los momentos y acercarlos más a fondo e incluso utilizar otros objetos matemáticos.

Imagen 10, Aprendizaje por adaptación



Fuente: ResearchGate, uploaded by Robinson Junior Conde Carmona

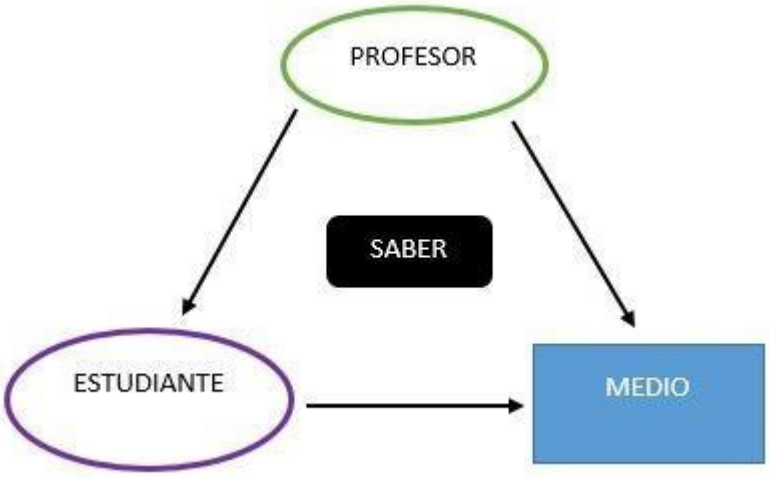
3. Implementación de la propuesta en el aula

La propuesta está diseñada para ser implementada en aulas formales y no formales, considerando su amplitud de aplicación que permite una dinámica de juego en el aula. Es vital que los estudiantes tengan conocimientos previos de ciertos conceptos musicales y geométricos para aprovechar al máximo esta propuesta. Los educandos deben comprender los tonos, semitonos y

el círculo de quintas, así como tener una familiaridad básica con la geometría del taxista y los lugares geométricos, como se va desarrollando en los momentos de la propuesta.

Teniendo en cuenta lo anterior, esta propuesta puede desarrollarse de forma individual o grupal, en el caso de la implementación de forma individual, se puede decir que se trabaja mediante un marco de referencia desde la didáctica de las matemáticas como lo es la teoría de las situaciones didácticas propuesta por Brousseau en 1997 que tiene como finalidad la circulación y producción de los saberes, (p.45) ya que, hay un trabajo directo entre el estudiante, el medio y el profesor (ver imagen 11). De manera grupal, que a nuestro criterio es más aconsejable trabajar, puesto, que se dice que el conocimiento es una construcción social (Rincón, 2012, p.13) en donde no solo el profesor es el que posee los saberes, sino que por el contrario, los estudiantes traen consigo un aprendizaje significativo para aportar a las clases, de este modo, elementos tales como la discusión entre compañeros o el trabajo en equipo, permite una mayor motivación y mejores resultados.

Imagen 11, Circulación de saberes



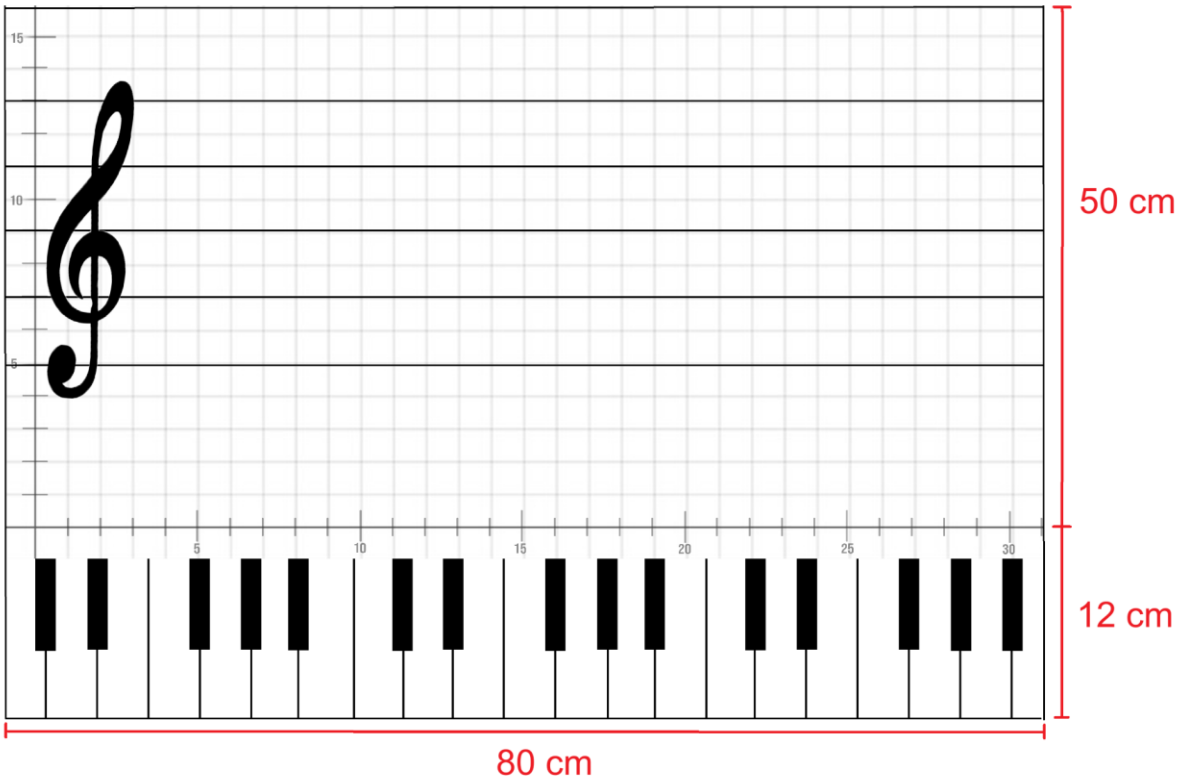
Fuente: Creación propia

4. Descripción de la Herramienta Didáctica (Pentagrama Cartesiano)

La propuesta didáctica de enseñanza - aprendizaje se compone de dos recursos didácticos:

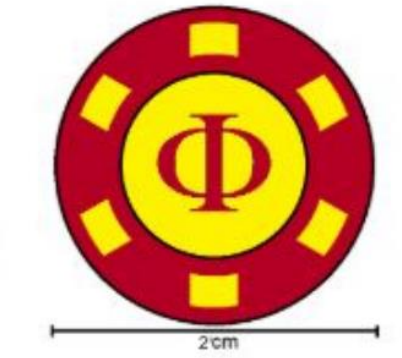
El primero, llamado pentagrama cartesiano, está conformado por un tablero que tiene plasmado el plano cartesiano –primer cuadrante– con dimensiones en el eje de las abscisas hasta (0, 30) y en el eje de las ordenadas hasta (15, 0). En los puntos A(5, 0), B(7, 0), C(9, 0), D(11, 0), E(13, 0) se han trazado rectas perpendiculares al eje de las ordenadas en donde todas juntas ilustran un pentagrama musical. En la parte inferior del plano, se ha añadido una representación de un teclado, conformado por 3 octavas. Adicionalmente, el tablero contiene 72 fichas que representan puntos en el plano y que a su vez, representan las notas musicales. El tablero, para la versión prototipo está diseñado mediante un dibujo en cartulina forrado con papel contact, esto con la finalidad de que se pueda rayar y borrar sobre él con marcador borrable. Las medidas serán de 80 cm de ancho por 62 cm de largo, repartidos en 50 x 80 cm para el plano cartesiano y 12 x 80 cm para el teclado (ver imagen 12). Las fichas para la versión prototipo serán circulares, hechas también con cartón paja y forradas con papel contact, con una dimensión de 2 cm de diámetro, a parte de esto, cada ficha tendrá un determinado color dependiendo de la nota que represente (ver imagen 13). Para la versión final el pentagrama cartesiano y las fichas serán elaboradas de lámina de imán con las ilustraciones de las imágenes 1 y 2 y a su vez estarán plastificadas, de modo que, su desplazamiento sea un proceso sencillo, cabe aclarar que tanto la versión prototipo y la final tendrán las mismas dimensiones.

Imagen 12, Pentagrama Cartesiano



Fuente: Creación propia

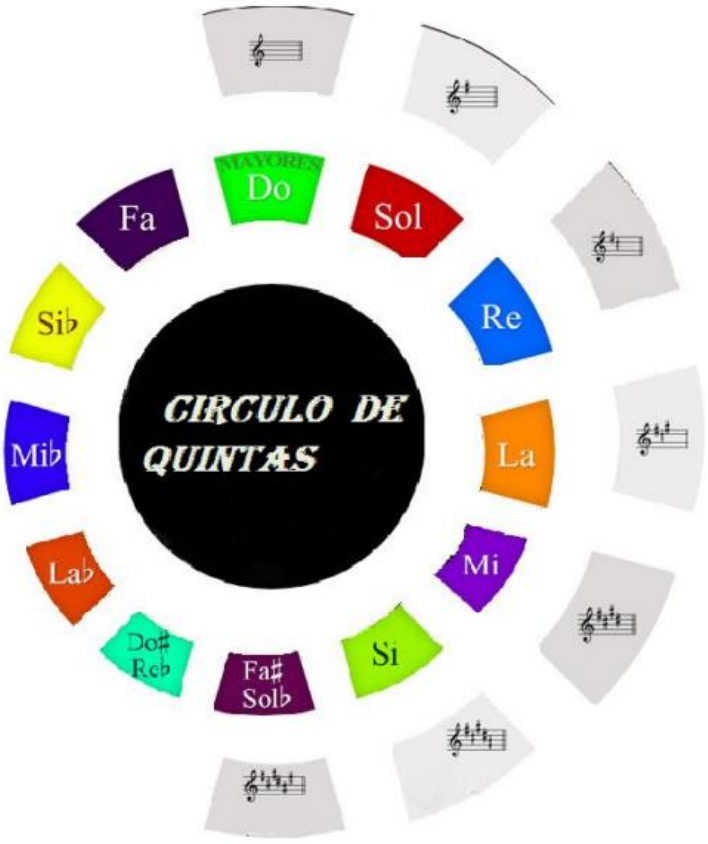
Imagen 13, Fichas



Fuente: Creación propia

El segundo, es un rompecabezas del círculo de quintas, cabe mencionar que no es el círculo completo –es decir, como el círculo de quintas tradicional–, sino solamente será una parte de este y la representación del rompecabezas estará conformado por 19 fichas, 12 de ellas serán las notas musicales, y 6 de ellas serán una ilustración del pentagrama con un número determinado de notas sostenidas (ver imagen 14). Este recurso hará parte del último momento de la propuesta que corresponde a la evaluación y/o validación, por medio de la cual se evidenciará los conocimientos apropiados por parte de los estudiantes. La versión prototipo está elaborada en papel y la versión final será diseñada en lamina mdf 4mm, la circunferencia tendrá un radio de 20 cms.

Imagen 14, Rompecabezas del círculo de quintas



Fuente: Creación propia

5. Población

El Colegio Cofraternidad de San Fernando, ubicado en el barrio San Francisco de la localidad de Ciudad Bolívar, es una institución privada que ofrece educación formal en los niveles de primaria, básica y media académica. Su enfoque pedagógico se basa en el modelo de educación holística, el cual busca el desarrollo integral del estudiante, abarcando no solo el ámbito intelectual, sino también el emocional, social, físico, creativo, estético y espiritual. Para la implementación de esta propuesta didáctica, se trabajó con el curso 11B, conformado por 20 estudiantes de entre 15 y 17 años. Estos alumnos no cuentan con formación previa en teoría musical, dado que el plan de estudios de la institución no incluye un espacio dedicado a la música, y el área de educación artística se centra en las artes plásticas y las danzas. En cuanto al conocimiento geométrico, específicamente en lo relacionado con la geometría del taxista, fue desarrollado en el grado décimo.

6. Momentos de la Propuesta

6.1 Juego Rompo Juego: Diagnóstico y conocimientos previos

Objetivo: Reconocer cuales son los conocimientos bases de la música y la geometría.

Descripción: En el primer momento de la actividad, se busca realizar un reconocimiento inicial de la población a través de diversos juegos, lo que permitirá al docente identificar qué conceptos necesarios para el desarrollo de la propuesta didáctica tienen claros los estudiantes. Los alumnos se dividen en cuatro equipos de cinco integrantes, y a cada grupo se le entregan partituras seleccionadas previamente por el docente. Estas partituras contienen elementos fundamentales de la gramática musical, como sostenidos, intervalos y notas musicales, todas ellas escritas en clave de sol. A partir de estas, se plantea una serie de preguntas a los estudiantes: ¿Qué observamos?

¿Qué identificamos? ¿Qué reconocemos? ¿Qué intuimos? Estas preguntas tienen como objetivo que el docente evalúe el nivel de conocimiento y reconocimiento de los estudiantes sobre los elementos musicales.

Estas son opciones de partituras ya que tienen elementos que van a generar discusión con los estudiantes pero cada docente puede enseñar las partituras que le convengan para el desarrollo de su sesión.

Imagen #15, Partitura la gata golosa



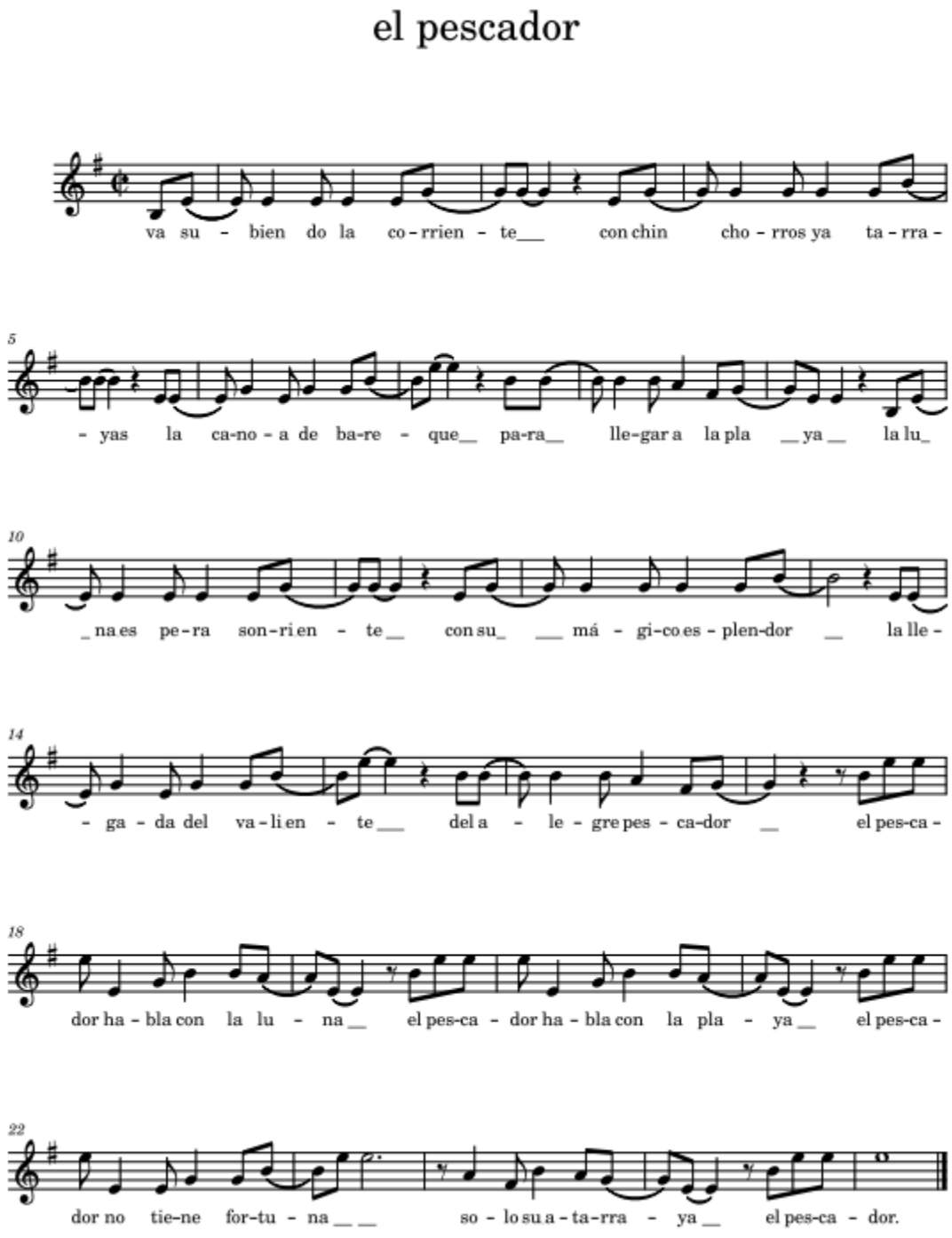
Fuente: (Musescore, 2024b)

Imagen #16, Partitura himno nacional de colombia



Fuente: Documento descargado de “Scribd”

Imagen #17, Partitura el pescador



Fuente: Musescore, 2024c

Imagen #18, Partitura colombia tierra querida



Fuente: Documento descargado de “Scribd”

Como complemento, se lleva a cabo un juego en el que se reparten 11 globos, cada uno con términos específicos relacionados con geometría y música en su interior: 1. Pentagrama, 2. Notas musicales, 3. Claves musicales, 4. Tono y semitono, 5. Escala diatónica, 6. Armaduras, 7. Plano cartesiano, 8. Geometría, 9. Geometría del taxista, 10. Geometría euclidiana, y 11. Distancia. Cada grupo debe definir el término que encuentran en su globo. Si un grupo no logra dar una respuesta correcta, el docente fomentará la discusión y, en conjunto con los estudiantes, definirán el significado adecuado de cada concepto.

6.2 Reconociendo el Pentagrama Cartesiano

Objetivo: Introducir a los estudiantes al recurso del pentagrama cartesiano y diferenciar sus dos usos: como pentagrama y como plano cartesiano.

Descripción: Para el segundo momento, se pretende que el estudiante tenga un primer acercamiento al recurso del pentagrama cartesiano (ver imagen 19) y con esto, que se pueda desenlazar en el mismo. Para ello es necesario que diferencien los dos usos que puede tomar este. Para el primero –uso como pentagrama–, se parte de la "escala de las notas naturales de Do: *Do*, *Re*, *Mi*, *Fa*, *Sol*, *La*, *Si*, y se representa mediante 7 fichas, pero al ponerlas sobre el pentagrama cartesiano recibirá una coordenada en específico, esto porque como hay un pentagrama con la clave musical Sol en el plano, no se puede poner la ficha que representa la nota La en cualquier parte de éste, sino solo la puedo ubicar en su lugar correspondiente, que sería el siguiente:

Imagen 19, Recurso del pentagrama cartesiano



Fuente: Creación propia

Como se puede ver, la recta de color verde representaría toda la zona en el plano en donde se podría ubicar la ficha que representa la nota *La* , por ejemplo *La* puede tomar la coordenada de (6, 8), (9, 8), (8, 8) o de (12, 8) y en general la forma de la coordenada sería (n, 8) , y si juntamos a todas las coordenadas, estaríamos representando el lugar donde se puede ubicar *La* en el plano. Esto nos permite llegar a construir el concepto de lugar geométrico, que para Clemens en 1989 lo define como "el conjunto de puntos que satisfacen una condición dada" (p.142), por ende, cada ficha que representa una nota natural, tiene un único lugar geométrico donde se puede ubicar. Para el segundo uso –como plano cartesiano– es cuando podemos mover las fichas que representan las notas en cualquier parte del plano, con restricciones mínimas.

6.3 Escalera media y entera

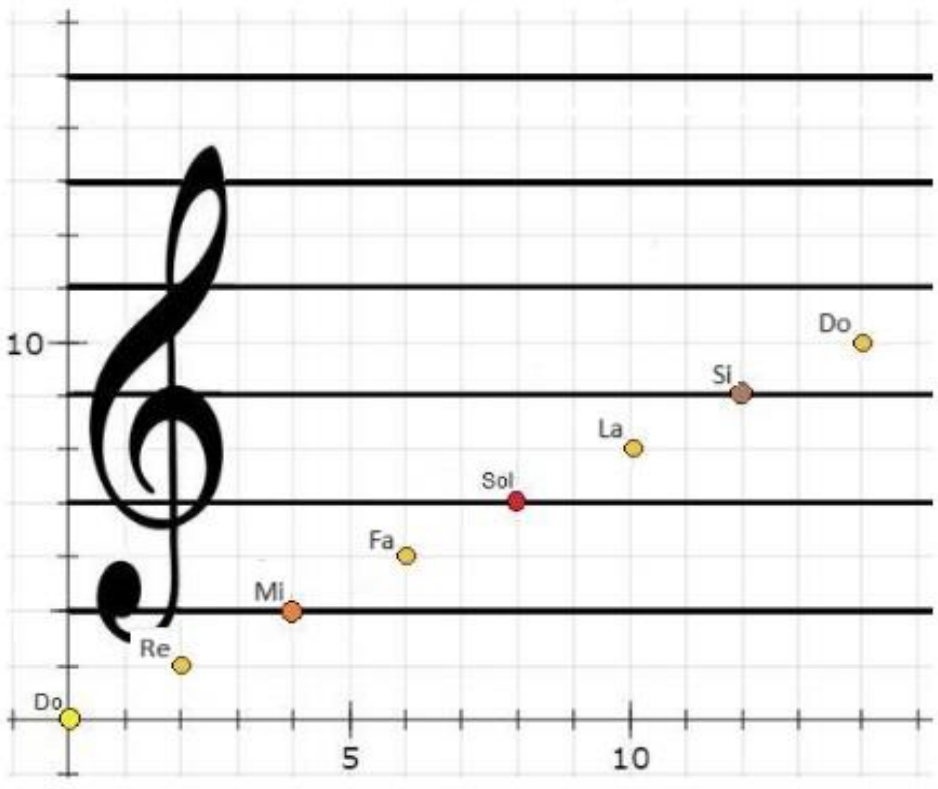
Objetivos: Acercar al estudiante a la comprensión de la diferencia entre tono y semitono mediante la observación y reflexión guiada por el docente.

Comprender la estructura de la escala musical, y su representación tanto en el pentagrama como en el teclado.

Descripción:se pretende acercar a la definición de tono y semitono con la finalidad de que el

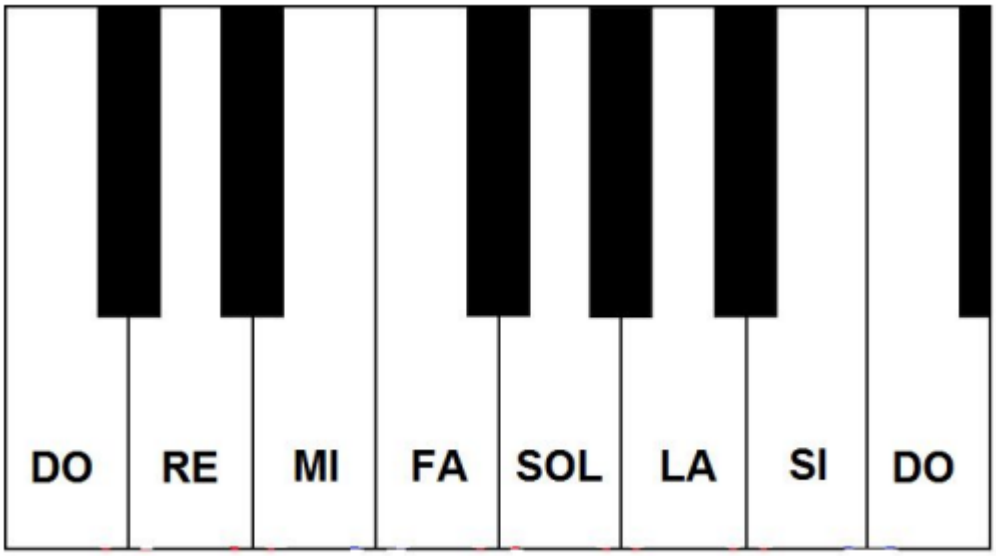
estudiante, a partir de la “escala de las notas naturales de Do: Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Si pueda construir la escala de las doce notas musicales de: Do, Do# , Re, Re#, Mi, Fa, Fa#, Sol, Sol#, La, La#, Si, Do . Se parte de la hipótesis de que el estudiante , ya tiene conocimiento sobre las notas naturales, pues, como se manifiesta en los lineamientos del ministerio de educación nacional de música, los estudiantes en el ciclo 4 desarrollan habilidades musicales que implican dominio técnico y tecnológico (MEN,s.f, p92), por ende, se asume que los jóvenes del ciclo 5 ya conocen estas. En este orden de ideas, se ubican las fichas que representan las notas en el pentagrama cartesiano –tomando como plano pentagrama– según su respectivo orden, formando los puntos una recta con pendiente 1:

Imagen 20, Escala de Do



Fuente: Creación propia

Imagen 21, Octava en teclado



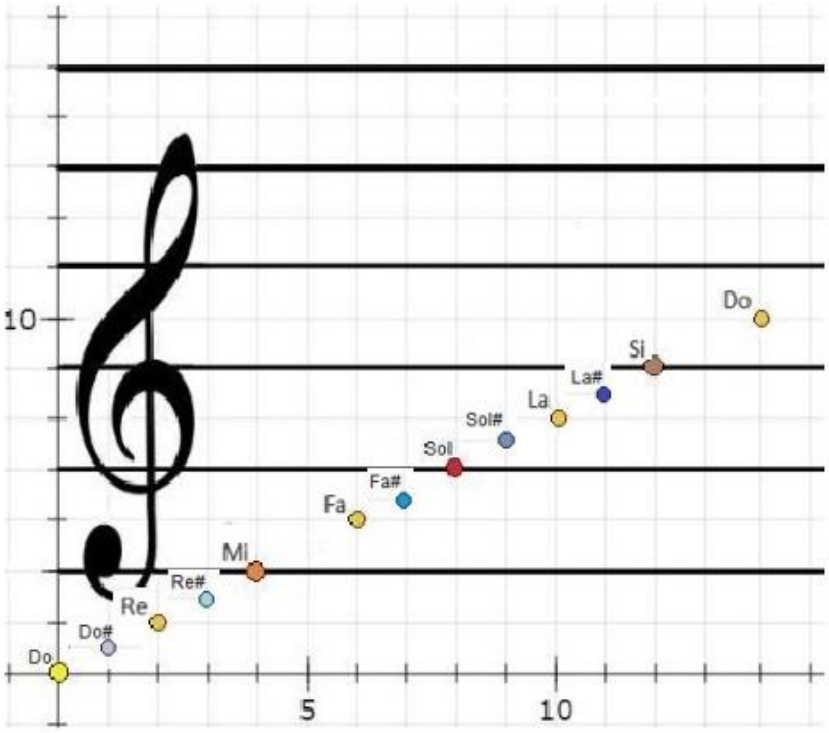
Fuente: Creación propia

Como se observa, entre Do y Re , Re y Mi , Fa y Sol , Sol y La y entre La y Si existe una misma distancia entre las coordenadas, pero entre Mi y Fa , se pierde esta regularidad (ver imagen 21), esto debería hacer pensar al estudiante sobre ¿Por qué no hay una misma medida entre las notas? ¿Qué tiene de especial Mi y Fa , Si y Do ? y en especial ¿Esto quiere decir que entre las demás notas existe algo más? cuando el estudiante se realice la anterior pregunta, es el momento donde el profesor deberá guiar al estudiante con la explicación de que entre las notas como Do y Re o entre Sol y La hay un tono, pero entre Mi y Fa hay un semitono, esta explicación debería hacer reflexionar al estudiante sobre el por qué no hay una misma medida entre las notas y a su vez, debería pensar sobre, si hay tonos y semitonos, ¿Quiere decir que entre un tono hay un semitono? y por tal si se evidencia que hay un semitono, debe haber más semitonos. Es importante que el estudiante se cuestione entonces ¿Cuántos semitonos y cuantos tonos hay en una octava?, y esta pregunta se puede resolver visualmente con el teclado, teniendo como respuesta que hay 7 tonos

y 5 semitonos.

Cuando el estudiante logre comprender estas inquietudes, podrá crear el conocimiento que hay entre algunas notas –es decir, exceptuando a Mi y Fa , Si y Do – hay otras notas que completan la continuidad de la escala musical, con la finalidad de construir una que no tenga discontinuidades, o en otras palabras, que entre coordenada y coordenada exista la misma medida, y en general se tendría una escala musical en semitonos, por tal se procede a colocar las fichas que faltan para completar la continuidad:

Imagen 22, Escala de Do con sostenidos



Fuente: Creación propia

De este modo, se habría construido el concepto de semitono, y reforzado el de tono –debido a que es un hecho para ellos saber que es un tono–. En general, hasta esta parte la

propuesta ha permitido construir la escala de las doce notas con las que se ha creado a lo largo de la historia las composiciones de la música (ver imagen 18) logrando así, que el estudiante pueda interpretar no solo la escala musical en las partituras, sino en relación con el orden de las notas en el teclado, ya que, por medio de este es más evidente los tonos y semitonos en las octavas.

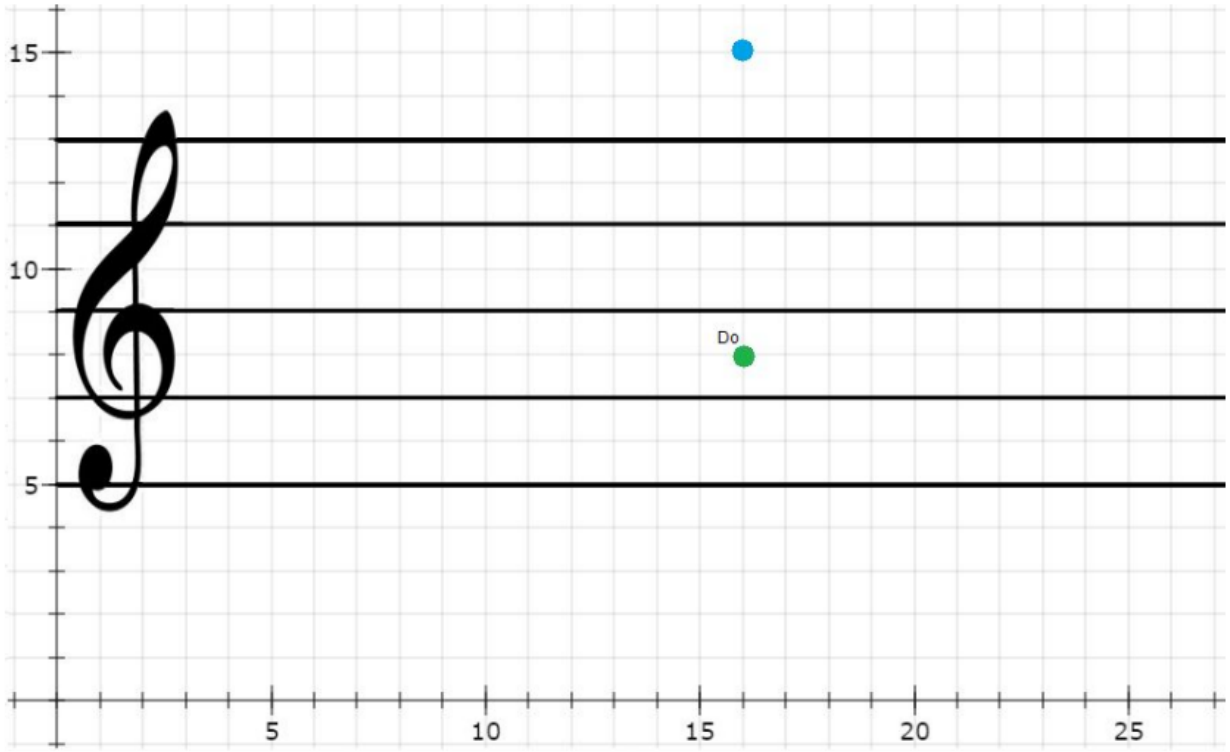
6.4 ¿Rombo, cuadrado o círculo?

Objetivos: Introducir al estudiante al concepto del círculo de quintas mediante el uso de nuestra herramienta didáctica basada en la geometría del taxista.

Identificar y crear una representación geométrica a partir de las escalas de las notas musicales con el fin de proporcionar una comprensión del círculo de quintas como una ubicación geométrica de puntos equidistantes y facilita las discusiones pedagógicas entre profesores y estudiantes para organizar el conocimiento musical y matemático.

Descripción: Lo anterior, nos permite ahora introducirnos al círculo de quintas, el cual es una extensión de la escala de las doce notas musicales, que permite interpretar intervalos, escalas, acordes o tonalidades y por ende, le permite entender más a fondo al estudiante las partituras. Para construir el concepto de círculo de quintas se hace uso de las secciones, más específicamente el concepto matemático que se moviliza en este momento, es el del lugar geométrico de las secciones pero no de la forma habitual en que se trabaja este, sino que, se trabajará desde una forma distinta, y ésta es por medio de la “geometría del taxista”, este objeto de estudio fue desarrollado por Hermann Minkowski a mediados del siglo XIX, que moviliza una manera no usual de medir distancias, esto nos permitiría construir el círculo de quintas del siguiente modo:

Imagen 23, Distancias



Fuente: Creación propia

Cabe aclarar que para este momento no se trabaja con el pentagrama, es decir, que no importa en qué lugar del plano se coloque una ficha en representación de una nota. El momento comenzará con la instrucción de: se debe construir un camino musical –teniendo en cuenta la escala de las doce notas– desde Do = (16, 8) hasta n = (16, 15) y se procede a preguntar ¿Cúal es la nota que representa n ? (ver imagen 9) el estudiante con la estrategia de hacer el camino musical debería realizar lo siguiente.

Imagen 24, Camino musical



Fuente: Creación propia

Encontrando así que n = Sol . Ahora el punto verde, cambia a ser la nota Sol = (16, 8) y la instrucción se complejiza con la pregunta de ¿Cuál es el menor camino musical que puedo realizar para llegar hasta m ? y ¿Quién es m ?:

Imagen 25, ¿Quién es m ?

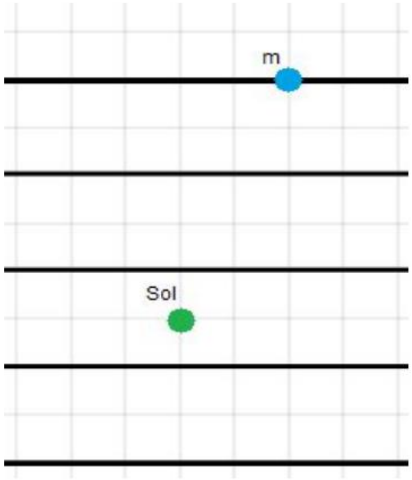


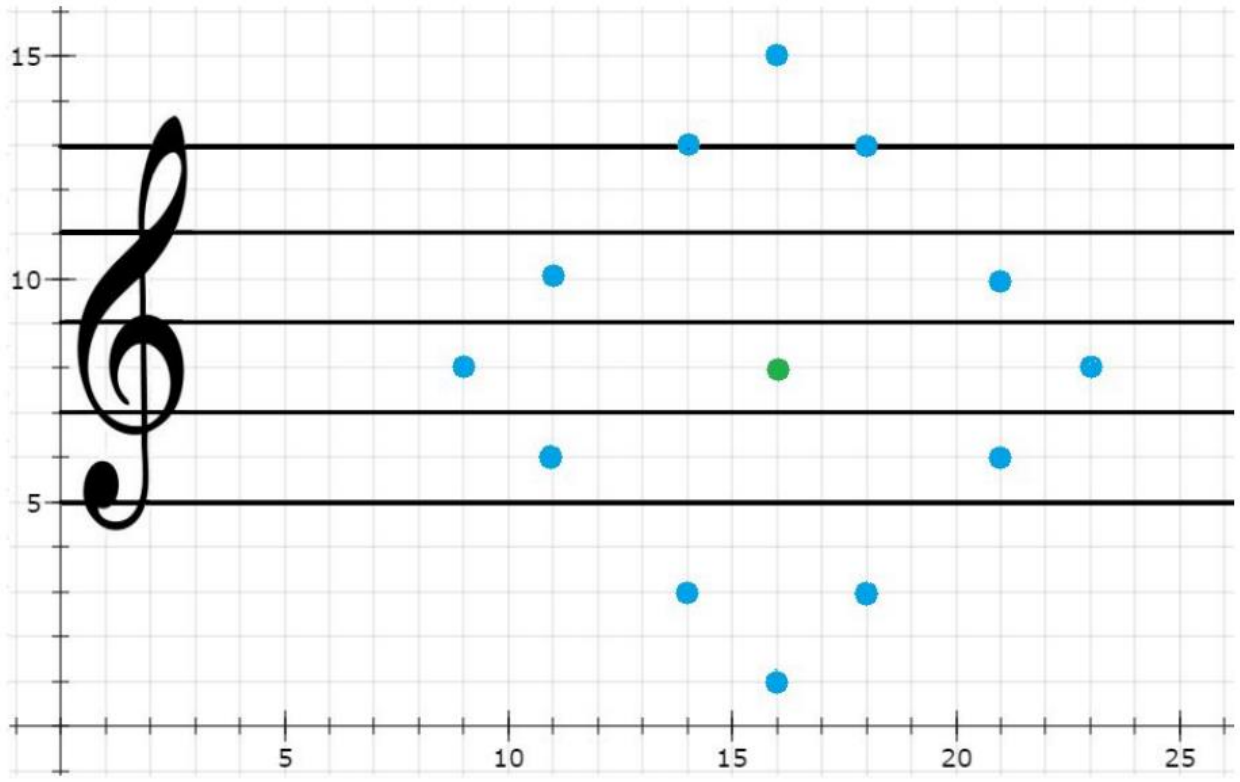
Imagen 26, Camino musical



Fuente: Creación propia

El estudiante podría encontrar diferentes caminos para llegar a este punto, pero el menor camino musical que puede encontrar es el ilustrado en la imagen 12, encontrando que m = Re . Ahora el punto verde cambia a ser Re = (16, 8) y se busca nuevamente la nueva incógnita, este proceso se repite hasta encontrar los siguientes puntos azules:

Imagen 27, Cuadrado, rombo o círculo

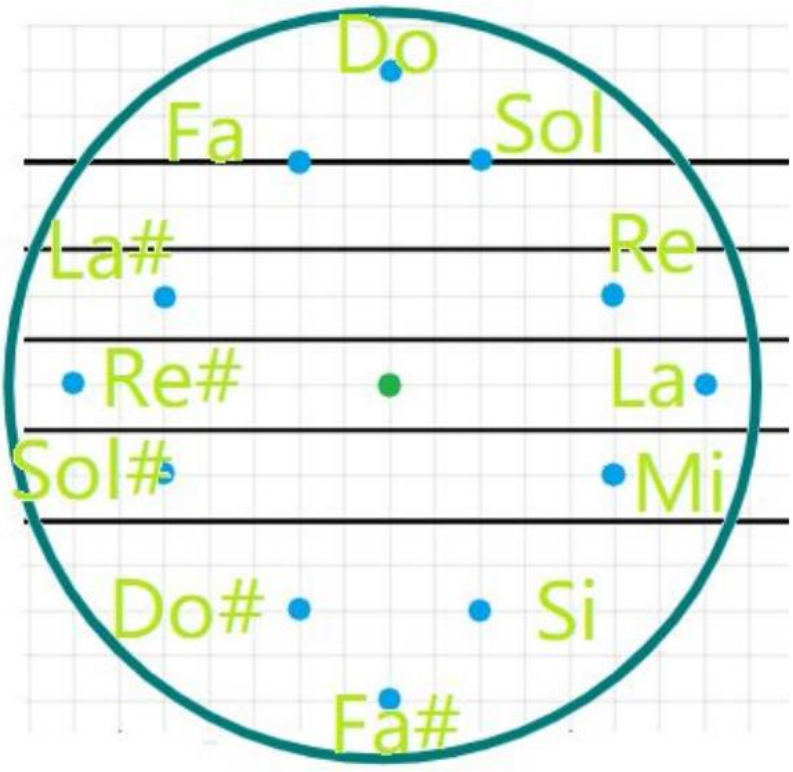


Fuente: Creación propia

Cuando el estudiante logre completar la instrucción, encontrará que la secuencia de los puntos será Do, Sol, Re, La, Mi, Si, Fa#, Do#, Sol#, Re#, La#, Fa, esto se ilustra en la imagen 23. Posteriormente, se le pregunta al alumno ¿Qué figura es la que ves en el plano?, posiblemente sus primeras respuestas sean: un rombo, un cuadrado o un rectángulo y se contrae

responde con ¿Y si te dijera que la figura es una circunferencia? comenzando así una discusión con el profesor y el estudiante para que termine con un proceso de institucionalización entre el conocimiento y el saber –en términos de Brousseau– que permitirá llegar a que la figura plasmada en el plano, es el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de un punto. Como se pudo observar, el encontrar la secuencia de las notas nos permite identificar que están inmersas en una circunferencia, de tal forma, que podríamos representar la secuencia del siguiente modo, organizando y nombrando cada punto con el nombre de las notas en el orden que aparecieron anteriormente, comenzando con Do y continuando por la derecha:

Imagen 28, Circunferencia construyendo el círculo de quintas



Fuente: Creación propia

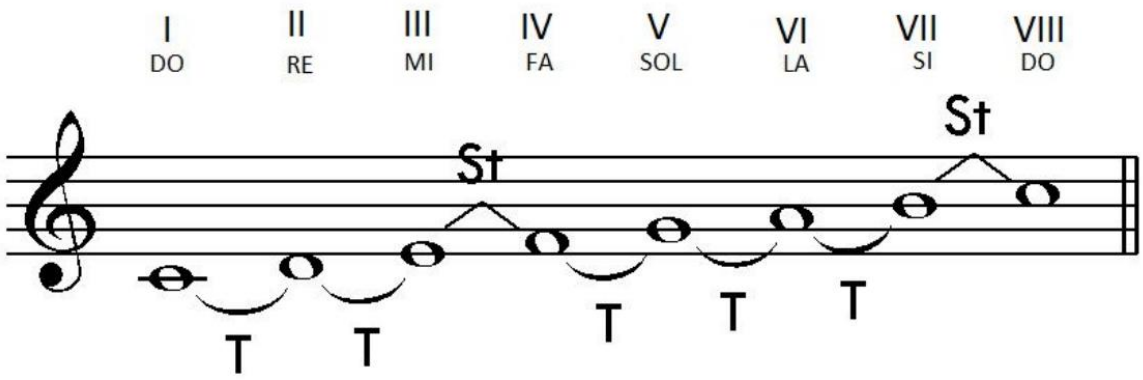
Y con esto se habrá construido el círculo de quintas mediante los conceptos de la geometría del taxista y el lugar geométrico de la circunferencia. El círculo de quintas permite acercar a los estudiantes a una parte de la teoría musical.

6.5 ¿Dónde va el hashtag?

Objetivos: Guiar a los estudiantes en la comprensión y análisis de Sol Mayor, Re mayor, La mayor, Mi Mayor, Si mayor, utilizando el pentagrama, el teclado y la comparación con la escala de Do mayor, para que identifiquen y comprendan el orden de aparición de los sostenidos en cada escala, y la razón detrás del cambio de tonos y semitonos al cambiar la tónica.

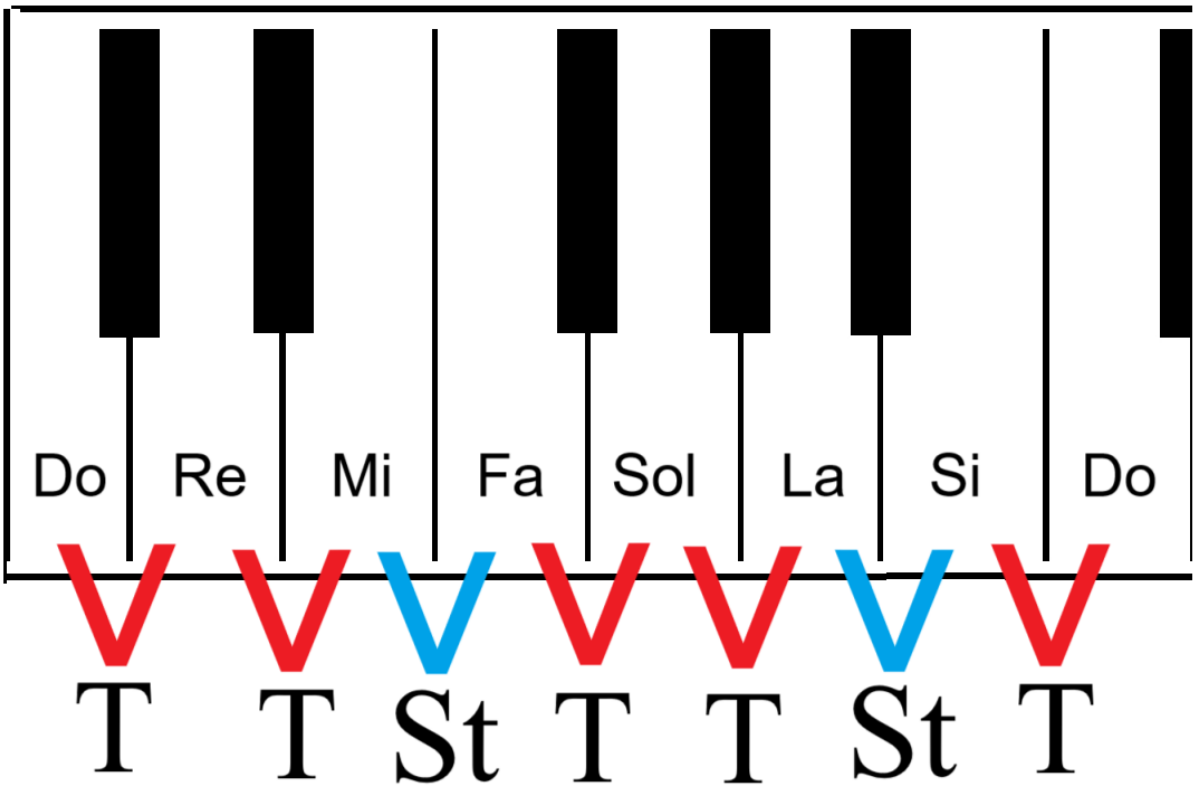
Descripción: Para el quinto momento, utilizaremos el pentagrama, el teclado y lo que anteriormente hicimos en el círculo de quintas como guía para hallar el orden de la aparición de los sostenidos –Alteración– en cada nota y el por qué. Comenzaremos nombrando cada nota de la escala de Do mayor con el grado que le corresponde; Do I grado, Re II grado, Mi III grado, Fa IV grado, Sol V grado, La VI grado, Si VII y Do VIII grado, nombrar los grados con los números romanos, es una forma más sencilla y rápida de indicarnos la distancia que hay de una nota a otra en cuanto a la escala natural. Es necesario hacer uso del teclado en esta parte para comprender y reconocer de una forma visual dichos tonos y semitonos, estos elementos se explicarán y se irán agregando como fichas al tablero que ya tenemos construido.

Imagen 29, Escala de Do con Grados,Tonos y Semitonos



Fuente: "Blog EOMr"

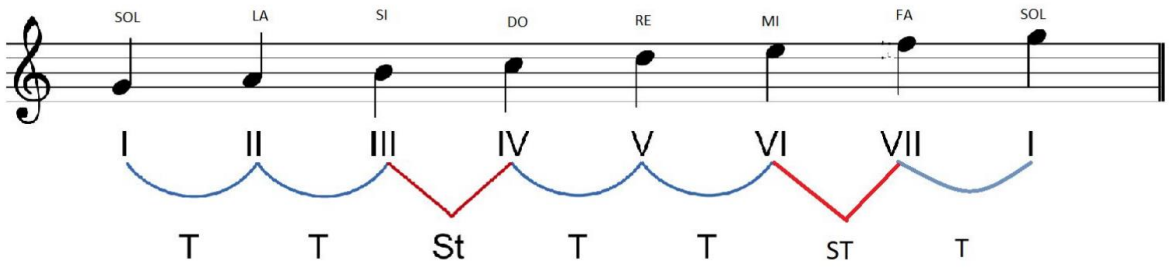
Imagen 30, Notas en el teclado con Tonos y Semitonos



Fuente: Creación propia

Con base en el anterior pentagrama con la escala de Do mayor, los grados y estos en el piano, el alumno entenderá que en esta escala tenemos un orden de tonos y semitonos: entre el grado I y II hay 1 tono, entre el grado II y III hay 1 tono, entre el grado III y IV hay un semitono, entre el grado IV y V hay un tono, entre el grado V y VI hay tono, entre el grado VI y VII hay un tono y entre el grado VII y VIII hay un semitono (T,T,ST,T,T,T,ST); Pasaremos a hacer la revisión de la escala de Sol en el pentagrama y la reasignación de los grados teniendo como referencia la escala Do natural y el valor en grados de cada nota.

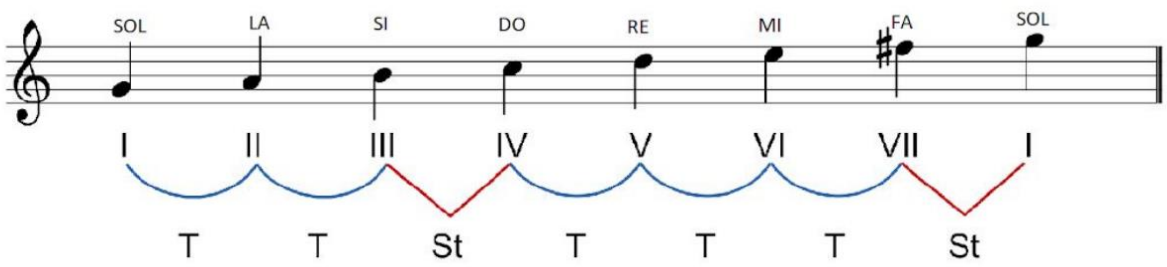
Imagen 31, Escala de Sol sin alteración



Fuente:Blog “ Aula del lenguaje musical”

Como se evidencia en la imagen 26, es claro que el orden de los tonos y semitonos cambia (T,T,ST,T,T,ST,T), esto debería hacer reflexionar al estudiante sobre ¿Por qué cambian de lugar los tonos y semitonos teniendo a Sol como primer grado en vez de a Do ? en este momento es cuando el docente con ayuda del teclado y el pentagrama mostrará el porqué de esta variación y posteriormente entre los dos hallarán en que nota se agrega el sostenido (Armadura #) para armonizar la escala de Sol convirtiéndola en Sol Mayor con dicha alteración.

Imagen 32, Escala de Sol con Sostenido en Fa



Fuente: Blog "Aula del lenguaje musical"

Simultáneamente después de comparar la escala de referencia Do mayor y Sol mayor con el sostenido (Alteración #) tendrán el mismo orden según los grados de tonos y semitonos (T,T,ST,T,T,T,ST,). Teniendo claro este proceso podemos hacer la observación y aplicación para agregar los sostenidos a las notas en el orden del círculo de quintas, teniendo en cuenta que Do Mayor siempre debe ir como referencia.

6.6. Armemos el rompecabezas, evaluacion y validacion:

Objetivo: Evidenciar mediante el juego, revisión y comparación de las mismas partituras dadas en la primera sesión lo aprendido.

Desarrollo: Para el último momento es necesario dividirlo en dos partes. En la primera, se propone revisar nuevamente las partituras entregadas en la primera sesión, organizando a los estudiantes en los mismos grupos de la primera sesión. Con los conocimientos adquiridos a lo largo del proceso, se buscará que los estudiantes nuevamente respondan a las siguientes preguntas: ¿Qué observamos? ¿Qué identificamos? ¿Qué reconocemos? ¿Qué intuimos? El propósito es que este sea un elemento de análisis para la discusión de este trabajo y que los

resultados obtenidos con estas partituras sirvan como comparación para evaluar si se han adquirido los conocimientos esperados.

En la segunda parte, se propone un juego compuesto por los mismos equipos en el que deberán armar el círculo de quintas, reflejando la compresión del orden de aparición de las quintas y los sostenidos correspondientes a cada escala.

En resumen, el enfoque de análisis de experiencia adoptado para esta investigación cualitativa permite una comprensión profunda del impacto del “Pentagrama Cartesiano" en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos musicales y geométricos. A través de la implementación en un entorno educativo formal, que busca evaluar no solo la funcionalidad de la herramienta, sino también las posibilidades innovadoras para crear conocimientos en los estudiantes.

Finalmente, esta metodología posibilita la observación y el análisis de las respuestas de los estudiantes ante la herramienta didáctica que es interdisciplinaria, explorando no solo su efectividad, sino también cómo puede ser replicado y adaptado en diferentes ámbitos educativos. Este enfoque proporciona una rica base para futuras investigaciones y aplicaciones en el campo de la educación artística y matemática, enriqueciendo tanto el aprendizaje estudiantil no solo individual sino también grupal, además de brindarle a los docentes una herramienta que facilite su rol en el aula.

Capítulo III. Discusión de resultados

El propósito del presente análisis de resultados es demostrar la efectividad del pentagrama cartesiano como herramienta metodológica innovadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje en torno al círculo de quintas. El motivo de esta propuesta didáctica es analizar si el diseño e implementación de la metodología contribuye significativamente al aprendizaje de la población estudiantil, especialmente de los estudiantes de grado 11 del colegio cofraternidad de San Fernando.

En seis sesiones prácticas utilizamos esta herramienta para trabajar con los estudiantes. Esta herramienta integra elementos matemáticos y musicales y proporciona una forma alternativa de abordar conceptos complejos como el círculo de quintas. El objetivo es determinar si el pentagrama cartesiano facilita la comprensión de estos conceptos en comparación con los enfoques tradicionales, tanto en el ámbito formal como en el informal.

Además, este análisis contempla la posibilidad de que los docentes puedan incorporar esta herramienta en sus aulas como un recurso didáctico adicional, facilitando así su adaptabilidad y utilidad en diversos entornos educativos, incluidas las aulas en instituciones educativas formales y entornos no formales. Por lo tanto, el objetivo no es sólo analizar y

evaluar el impacto en los estudiantes, sino también proporcionar a los profesores una metodología que pueda replicarse y adaptarse a diferentes contextos.

Los resultados obtenidos son de gran importancia para comprender el impacto de esta propuesta en el proceso educativo y sirven de base para futuras mejoras y adaptaciones que permitan optimizar su aplicación.

El proceso comienza con mi presentación ante la institución para generar un diálogo sobre lo que se llevará a cabo en las seis sesiones mencionadas en el marco metodológico. Al conversar con la rectora del Colegio Cofraternidad, ella me informa que la población estudiantil no ha recibido formación formal en música en ninguno de los ciclos. A raíz de mi solicitud, me ofrece el espacio necesario para implementar la propuesta didáctica y utilizar la herramienta pedagógica del 'Pentagrama Cartesiano' con los estudiantes de grado 11B.

Esta premisa me llevó a reajustar los tiempos de aplicación del proyecto, ya que inicialmente se pensaba en seis sesiones de una hora y habría que hacer dos sesiones por cada encuentro ya que se me brindó tres bloques de dos horas. Por lo tanto, se prepararon las clases siguiendo las indicaciones dadas por la rectora.

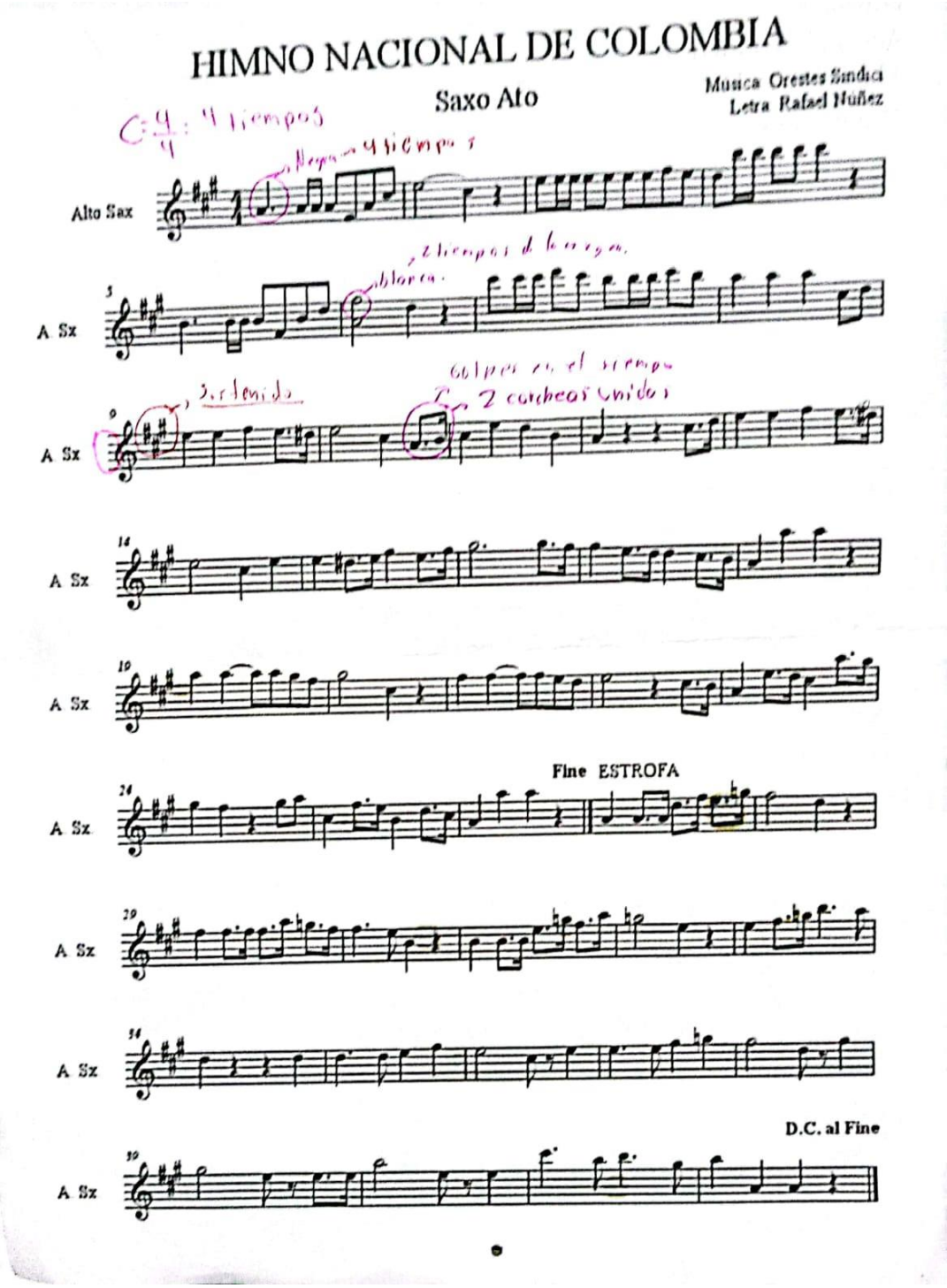
1. **Desarrollo de los momentos de la propuesta**

1.1. Juego Rompo Juego: En esta sesión tuve la primera oportunidad de interactuar con los estudiantes, se realizó una dinámica de presentación con una frase rítmica, diseñada para romper el hielo, activar a los estudiantes y familiarizarlos con los ejercicios que íbamos a realizar.

La primera reacción de los estudiantes al recibir las partituras fue de sorpresa. Al indicarles que las hojas en sus manos eran partituras, varios me preguntaron: *"Profe, ¿qué es una*

partitura?". Esto me llevó a preguntar al grupo en general si sabían qué era una partitura. Algunos estudiantes, de manera titubeante, respondieron: *"Creo que es esto"*, señalando la hoja que se les había entregado; esto nos hace reflexionar en cuanto a los lineamientos del MEN y los estándares que deben estar en este ciclo educativo, el cual busca promover el siguiente indicador: *"Reconoce auditiva e instrumentalmente, o por medio de escritura musical, elementos dinámicos, pedagógicos, rítmicos, melódicos, armónicos y estructurales en fragmentos musicales de mayor exigencia, y los pone en práctica en función de su interpretación y elaboración de ideas musicales"* (MEN, sf, pág. 93). Sin embargo, al analizar la situación de la institución, observamos que no se apropian de estos lineamientos, ya que no existe ningún espacio destinado a la educación musical, de igual manera se orientó la definición de partitura y los elementos que la caracterizan, posteriormente a esto, se da la indicación mediante las preguntas formuladas anteriormente (¿Qué observamos? ¿Qué identificamos? ¿Qué reconocemos? ¿Qué intuimos?) al observar las partituras, y esto se debía responder señalando lo que reconocen e identifican directamente sobre ellas.

Imagen 33, resultado del grupo uno



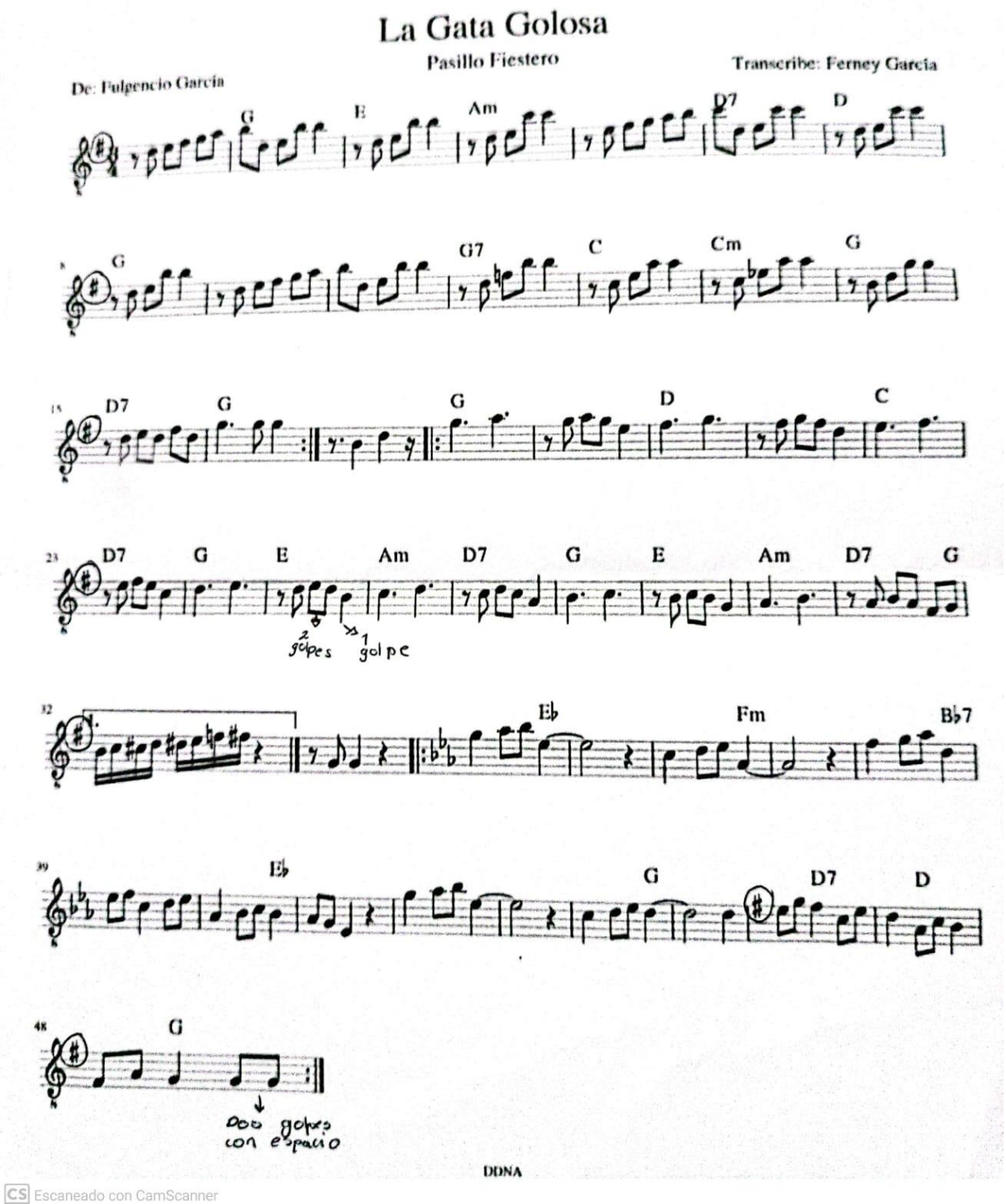
Fuente: Escaner

Imagen 34, resultado del grupo dos



Fuente: Escaner

Imagen 35, Resultado del grupo tres



CS Escaneado con CamScanner

Fuente: Escaner

Imagen 36, Resultado grupo cuatro



Fuente: Escaner

Con estos resultados identificamos que los estudiantes no reconocen gran parte de los elementos de las figuras musicales, lo que plantea un desafío para desarrollar la propuesta didáctica. Uno de los requisitos para su correcta aplicabilidad es que los estudiantes tengan conocimientos previos tanto de música como de matemáticas, lo cual no se cumple en su mayoría.

Consecuente a esto, continúe con la siguiente actividad propuesta en la metodología, la cual consistía en que los estudiantes, de forma grupal, definieron los términos dentro de los globos: 1. Pentagrama, 2. Notas musicales, 3. Claves musicales, 4. Tono y semitono, 5. Escala diatónica, 6. Armaduras, 7. Plano cartesiano, 8. Geometría, 9. Geometría del taxista, 10. Geometría euclidiana, y 11. Distancia. Sin embargo, al avanzar con los términos, noté que, salvo los relacionados con la parte de geometría, los estudiantes no podían definirlos, ya que no comprenden los conceptos musicales mencionados. Ante esta situación, decidí no profundizar en la parte matemática y enfocarme en aclarar correctamente las características fundamentales de la gramática musical.

Imagen 37, Primera sesión.



Al observar que los estudiantes no tenían conocimientos bases en la música opte por definir detalladamente cada uno de los conceptos musicales dichos anteriormente de forma integral con los estudiantes, para cada una de las sesiones lleve el teclado musical lo que ayudó a la relación entre la gramática y la creación musical.

Imagen 38, Primera sesión.



1.2. Reconociendo el Pentagrama Cartesiano

En el segundo momento propuesto, los estudiantes mostraron un alto nivel de participación al interactuar con la herramienta didáctica. Tras explicar los usos del “Pentagrama Cartesiano”y sus dos funciones principales —como pentagrama musical y como plano cartesiano— se les otorgó un tiempo para explorar y manipular tanto las fichas como el tablero, lo que fomento una interacción activa y un mayor interés en la actividad.

Imagen 39, Primera sesión.



Al finalizar con los ejercicios de reconocimiento y juego con la herramienta se les dio espacio para la exploración con el teclado, ya que esta era la primera vez que la mayoría de los estudiantes tenían la oportunidad de observar e interactuar con uno.

1.3. Escalera media y entera

El enfoque visual y geométrico de la herramienta permitió que los estudiantes observarán las distancias entre ciertas notas (Do-Re, Re-Mi, Fa-Sol, Sol-La, La-Si), y notaron que entre Mi y Fa, y entre Si y Do, esa distancia no es la misma para con las otras notas, se rompe. Esta observación les llevó a formular preguntas clave, tal como se había anticipado: "¿Por qué no hay la misma medida entre todas las notas?" y "¿Qué tiene de especial Mi y Fa, Si y Do?"

La intervención que realice en este punto fue crucial para guiar a los estudiantes hacia la explicación de los tonos y semitonos. Al introducir el concepto de semitono como una distancia menor entre las notas, los estudiantes pudieron reflexionar sobre la existencia de notas

intermedias que completan la escala. Con la ayuda del teclado, donde la disposición de tonos y semitonos es visualmente clara, los estudiantes lograron identificar que entre un tono existe siempre un semitono, lo que les permitió construir la escala de do natural.

Al completar la actividad y añadir las fichas faltantes en el "Pentagrama Cartesiano", los estudiantes consiguieron formar la escala de las doce notas, comprendiendo la distribución de tonos y semitonos en una octava. Esta construcción les brindó una comprensión más profunda de la escala cromática, no sólo en términos de la notación musical en partituras, sino también en su relación con el teclado, donde los tonos y semitonos se hacen más evidentes, lo que reafirma la importancia de que en nuestra herramienta esté integrado 3 octavas de un teclado.

En resumen, la actividad cumplió con los objetivos planteados. Los estudiantes pudieron construir la escala cromática, comprender la diferencia entre tono y semitono, y relacionar estos conceptos con la disposición de las notas en el teclado, lo que refuerza tanto el conocimiento teórico como el práctico. La herramienta del "Pentagrama cartesiano" demostró ser efectiva para visualizar la estructura de la escala y facilitar el entendimiento de las relaciones entre las notas.

1.4. ¿Rombo, cuadrado o círculo?

El objetivo principal de la actividad era introducir a los estudiantes al concepto del círculo de quintas mediante la aplicación de la geometría del taxista, con el fin de proporcionar una comprensión de distancia geométrica y musical que facilitara la organización de escalas, acordes, intervalos y tonalidades. Se esperaba que, a través de esta herramienta didáctica, los estudiantes pudieran visualizar las relaciones entre las notas musicales como puntos equidistantes en una circunferencia geometría no convencional.

Durante el desarrollo de la actividad, los estudiantes tuvieron algunas dificultades al comprender el término del camino musical más corto para hallar la quinta justa, pero tras varios ejercicios de aplicación con las coordenadas para crear el "Círculo" mediante la geometría del taxista se pudo llegar al entendimiento del concepto; partiendo de la nota Do y avanzando a través de otras notas utilizando el "Pentagrama Cartesiano" solo como plano cartesiano. A partir de esta dinámica, los estudiantes fueron capaces de encontrar sucesivamente las notas Do, Sol, Re, La, Mi, Si, Fa#, Do#, Sol#, Re#, La#, y Fa, completando la secuencia esperada.

Uno de los aspectos más importantes del ejercicio fue que los estudiantes lograron identificar y construir la secuencia geométrica de estas notas en el plano, observando que los puntos generaban una figura geométrica que inicialmente hacía referencia con la figura de un rombo o un cuadrado. Esta observación nos llevó a un diálogo entre docente y estudiante hacia la comprensión de que la figura es a su vez una circunferencia en el sentido de la geometría del taxista, donde todos los puntos equidistan de un centro común tienen la misma medida y distancia.

El uso de la geometría del taxista, una metodología distinta de la geometría euclidiana tradicional, permitió que los estudiantes visualizarán la estructura del círculo de quintas de una manera novedosa. Esta representación matemática y geométrica no sólo facilitó la comprensión del círculo de quintas, sino que también generó una reflexión sobre las distancias y relaciones entre las notas musicales.

En términos de resultados metodológicos, la actividad cumplió con los objetivos planteados. Los estudiantes lograron:

- Identificar las notas musicales dentro de la escala cromática y su disposición en el círculo

de quintas.

- Aplicar el concepto de lugar geométrico a través de la geometría del taxista para crear una representación visual del círculo de quintas.
- Iniciar una discusión significativa sobre las relaciones geométricas y musicales involucradas, lo cual facilitó el proceso de institucionalización del conocimiento, en términos de Brousseau.

La herramienta “Pentagrama Cartesiano”, junto con el uso de la geometría del taxista, resultó eficaz para facilitar una comprensión interdisciplinaria, conectando las matemáticas y la música. Los estudiantes aunque en un principio tuvieron dificultad para realizar el camino musical a lo largo del ejercicio fueron capaces de construir el círculo de quintas, además que también participaron activamente en la ayuda a los compañeros que pasaron al tablero para apoyarse en la creación del mismo, logrando una mejor organización y visualización de la teoría musical. En resumen, la actividad permitió desarrollar tanto el conocimiento musical como matemático, cumpliendo con las expectativas planteadas en la planificación inicial.

Imagen 40, Segunda sesión.



1.5 ¿Dónde va el hashtag?

El objetivo principal de esta actividad fue guiar a los estudiantes en la comprensión de las escalas mayores de Sol, Re, La, Mi y Si, utilizando el Pentagrama Cartesiano que tiene inmerso el teclado, para que pudieran identificar el orden de aparición de los sostenidos y entender el cambio de tonos y semitonos al cambiar la tónica. Esta sesión buscaba afianzar la relación entre los grados de una escala y su alteración (sostenidos) mediante la comparación con la escala de Do mayor, siendo esta la escala de referencia.

Durante la actividad, los estudiantes comenzaron analizando la escala de Do mayor, donde se les explicó el sistema de grados utilizando números romanos (I, II, III, etc.) y se establecieron las distancias de tonos y semitonos (T, T, ST, T, T, T, ST). Esto permitió a los estudiantes visualizar claramente las relaciones tonales entre las notas en la escala natural. Usando tanto el pentagrama como el teclado, los estudiantes tuvieron dificultad en identificar que entre las diferentes escalas había patrones predecibles de distancias, esto ya que constantemente se generan inquietudes emergentes dentro del ejercicio y estas eran preguntas resultantes de los huecos teóricos que tienen al no tener conocimientos previos de la gramática musical, esto hizo que se alargará un poco mas esta sesión y que el desarrollo del ejercicio fuera considerablemente más pausado.

El siguiente paso fue trasladar este conocimiento a la escala de Sol mayor. Aquí, los estudiantes notaron que el cambio de la tónica de Do a Sol alteraba la disposición de tonos y semitonos. En lugar de seguir el patrón de la escala de Do, en Sol mayor se producía un cambio en el orden de los semitonos, lo cual introducía la necesidad de una alteración en la nota Fa para convertirla en Fa#, armonizando así la escala de Sol. Este proceso fue facilitado por el uso del

teclado y del pentagrama, lo que ayudó a los estudiantes a visualizar el cambio de los intervalos.

El propósito de comparar la escala de Do con la escala de Sol mayor y observar cómo el sostenido en Fa permite que la escala mantenga el patrón tonal (T, T, ST, T, T, T, ST), fue cumplido con éxito. Los estudiantes comprendieron que la adición del sostenido (Fa#) se debe a la necesidad de mantener la coherencia en los tonos y semitonos, lo cual fue visualizado claramente en el teclado y en el Pentagrama Cartesiano.

Una vez consolidada esta comprensión, los estudiantes aplicaron el mismo razonamiento para las escalas de Re, La, Mi y Si mayor, encontrando los sostenidos adicionales correspondientes según el círculo de quintas. El uso del círculo de quintas creado en la sesión anterior fue esencial como guía para que los estudiantes pudieran organizar las escalas de forma más rápida, entendiendo el aumento en el número de sostenidos a medida que se avanza en el círculo.

En términos generales, la actividad cumplió con los objetivos planteados. Los estudiantes fueron capaces de:

1. Comprender la disposición de tonos y semitonos en la escala de Do mayor.
2. Aplicar este conocimiento al analizar la escala de Sol mayor y observar el cambio en la disposición de tonos y semitonos.
3. Utilizar tanto el teclado como el Pentagrama Cartesiano para visualizar y consolidar su entendimiento de las alteraciones en las escalas.

El desarrollo de la actividad fue exitoso para generar una comprensión clara y visual de la importancia de los sostenidos y las alteraciones al cambiar la tónica, cumpliendo con las

expectativas del planteamiento original.

Imagen 41, Tercera sesión.



1.6. Armemos el rompecabezas, evaluacion y validacion

El objetivo de esta actividad fue evaluar el progreso de los estudiantes mediante dos enfoques: la revisión de las partituras entregadas al inicio del proceso y un juego interactivo en equipos para armar el círculo de quintas. La intención era que los estudiantes demostrarán los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones, especialmente sobre las escalas, los sostenidos y el círculo de quintas.

En la primera parte, los estudiantes se organizaron nuevamente en los mismos grupos de la primera sesión, bajo las preguntas claves que se dieron antes: ¿Qué observamos? ¿Qué identificamos? ¿Qué reconocemos? ¿Qué intuimos? Este ejercicio buscaba observar si sus respuestas actuales han cambiado a las iniciales, para evaluar si habían desarrollado un entendimiento más profundo de los elementos musicales estudiados.

Los estudiantes mostraron una mejora notable en su capacidad identificar elementos claves de las partituras, en comparación con la primera sesión, fueron capaces de identificar y reconocer elementos musicales de una forma más precisa, como los grados de las notas, las alteraciones y la estructura tonal. Las preguntas planteadas fomentaron una reflexión más crítica y detallada sobre las partituras, lo que permitió evidenciar que los conocimientos sobre los tonos, semitonos y el uso de sostenidos en las escalas habían sido interiorizados.

En general, la mayoría de los grupos fue capaz de reconocer patrones en las partituras que anteriormente no habían notado, lo que indica una comprensión más sólida de los conceptos musicales. Aunque algunos grupos necesitaron más orientación del docente, el resultado general mostró que el proceso de aprendizaje fue efectivo, y los estudiantes lograron relacionar los conceptos trabajados con las partituras de manera significativa.

La segunda parte consistió en un juego en equipos donde los estudiantes debían armar el círculo de quintas, lo cual reflejaba su comprensión del orden de aparición de las quintas y los sostenidos correspondientes a cada escala.

El juego fue muy exitoso en términos de participación y aplicación del conocimiento. Los estudiantes lograron, en su mayoría, armar correctamente el círculo de quintas, además que generó en ellos la necesidad de ver quien era el que armaba el rompecabezas más rápido aunque al tiempo se evidencio el reconociendo por parte de los estudiantes de las relaciones entre las notas y el orden de aparición de los sostenidos en las escalas mayores. A medida que avanzaban en el juego, los equipos demostraron una buena comprensión del sistema de quintas, especialmente los sostenidos.

El hecho de que los estudiantes pudieran construir el círculo de quintas de forma colaborativa y competitiva evidenció su comprensión y consolidó el aprendizaje de una manera dinámica por medio del juego. Algunos equipos presentaron dificultades iniciales en el orden correcto de los sostenidos, pero a medida que avanzaban, corrigieron sus errores con la guía del profesor y sus compañeros.

Ambas partes de la actividad final cumplieron con los objetivos planteados. La revisión de las partituras permitió evaluar el progreso individual y grupal de los estudiantes, mientras que el juego del círculo de quintas facilitó la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos. Los resultados mostraron que los estudiantes no solo comprendieron los conceptos de escalas, sostenidos y quintas, sino que también fueron capaces de aplicar este conocimiento en contextos musicales y lúdicos.

Imagen 42, Tercera sesión.



Conclusiones

Quiero iniciar mis reflexiones resaltando que el deber docente implica un compromiso constante de reinventar y adaptar las formas en que transmitimos el conocimiento. Este compromiso debe estar profundamente ligado a la necesidad de enseñar de manera pedagógica y lúdica, empleando estrategias que no solo faciliten el aprendizaje, sino que lo hagan significativo e innovador para los estudiantes. En este sentido, la enseñanza debe ser un proceso dinámico, donde la creatividad del docente juegue un papel esencial en la construcción de experiencias educativas que sean accesibles y atractivas para los estudiantes.

Partiendo de la premisa anterior, la herramienta pedagógica del pentagrama cartesiano ha demostrado ser un recurso valioso para el aprendizaje de conceptos musicales como el círculo de quintas y la gestión de distancias entre notas musicales. Su enfoque interdisciplinar, que combina elementos de la música y la geometría, ha facilitado la comprensión de relaciones entre notas de una manera visual y práctica. Los estudiantes han logrado no solo entender la estructura musical al interactuar con ella, sino también relacionar este conocimiento con el espacio geométrico, lo que demuestra que refuerza el aprendizaje desde distintas perspectivas cognitivas.

Es importante destacar, sin embargo, que la implementación de esta herramienta pedagógica puede requerir una extensión de clases. Esto se debe a que el grado de conocimiento previo del grupo influye significativamente en su capacidad de interactuar con el pentagrama cartesiano de manera efectiva y trascendente. Para aquellos estudiantes con menos conocimientos previos, puede ser necesario dedicar más tiempo a reforzar conceptos básicos antes de avanzar en la construcción del círculo de quintas, sea en geometría o sea en música.

En una crítica personal a mi trabajo, considero que una de las áreas de mejora radica en el tamaño de la herramienta pedagógica. Para fomentar una interacción más versátil y dinámica dentro del aula, sería recomendable ajustar las dimensiones del pentagrama cartesiano, de modo que permita un mayor grado de manipulación y participación activa por parte de los estudiantes. Esto contribuiría a enriquecer la experiencia educativa, haciendo que la herramienta sea más accesible y funcional en diversos entornos de aprendizaje y con grupos considerablemente grandes como lo fue en esta ocasión.

Por último, espero que mi propuesta sirva como un incentivo para la creación de más herramientas pedagógicas interdisciplinarias por parte de futuros docentes de la licenciatura en artes. La enseñanza de la música y otras disciplinas artísticas pueden beneficiarse enormemente de enfoques innovadores que integren otras áreas del conocimiento, como las matemáticas, la ciencia y la tecnología. Este tipo de iniciativas no sólo fortalecerán el aprendizaje de los estudiantes, sino que promueven una visión más amplia y conectada del mundo, donde las distintas disciplinas se complementan y se enriquecen mutuamente.

Imagen 43, 11B



Referencias

Acosta, M., Fiallo, J. (2017) Enseñando geometría con tecnología digital: Una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas. Bogotá, Colombia. https://www.researchgate.net/publication/318445667_Ensenando_geometria_con_tecnologia_digital_una_propuesta_desde_la_Teoria_de_las_Situaciones_Didacticas

Benward, B., & Saker, M. N. (2009). Music in Theory and Practice (8th ed.). McGraw-Hill.

Círculo de quintas | Musicca. (s. f.-b). Musicca. https://www.musicca.com/es/circulo-de-quintas

Clemens, S. (1989). Geometría con aplicaciones y solución de problemas. Georgia, Estados Unidos: Addison Wesley Longman. http://www.colegiomanzanares.edu.co/archivos/jasonoro/Geometria-Clemens.pdf

Emmer, M. (2005). The Visual Mind II. MIT Press.

Ministerio de Educación Nacional. (2011). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!, EDUTEKA. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional (s.f). Lineamientos curriculares de educación artística. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf2.pdf

Musescore. (2024a, mayo 14). Colombia tierra querida. Musescore.com. https://musescore.com/user/20717476/scores/3999786

Musescore. (2024, 14 mayo). La gata golosa. Musescore.com. https://musescore.com/user/6431211/scores/1712636

Musescore. (2024a, mayo 14)El pescador - Cumbia Colombiana – Totó la Momposina el pescador. Musescore.com. https://musescore.com/user/55198380/scores/10894222

Laitz, S. G. (2016). The Complete Musician: An Integrated Approach to Tonal Theory, Analysis, and Listening

Laitz, S. G. (2016). The Complete Musician: An Integrated Approach to Tonal Theory, Analysis, and Listening (4th ed.). Oxford University Press.

Pérez,C (2013). Educación, música y matemáticas: un triángulo afinado en armonía. España. https://nanopdf.com/download/tfg-b236pdf_pdf

Rincón, G. (2012). Los proyectos de aula y la enseñanza y el aprendizaje del lenguaje escrito. Bogotá, Colombia. ISBN: 978-958-99370-7-5. https://www.academia.edu/28512567/Tejer_la_RED_3_Los_proyectos_de_aula_y_la_ense%C3%B1anza_y_el_aprendizaje_del_lenguaje_escrito

Blog EOM, (2014). Intervalos musicales: guia paso a paso con todo lo que necesitas saber. https://escuelaonlinedemusica.com/lenguaje-musical/intervalos-musicales-guia-paso-a-paso/

Mendez, Maria. Blog “Aula del lenguaje musical”. https://auladelenguajemusical.wordpress.com/