COMPROBACIÓN DE DISEÑO Y SIMULACIÓN HIDRÁULICA DE UN CÁRCAMO PARA RECOLECCIÓN PLUVIAL, MEDIANTE EL USO DE OPENFOAM.

Autor: SANTIAGO SÁNCHEZ ÁLVAREZ



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE MEDIO AMBIENTE Y RECURSOS NATURALES TECNOLOGÍA EN SANEAMIENTO AMBIENTAL BOGOTÁ D.C.2021

COMPROBACIÓN DE DISEÑO Y SIMULACIÓN HIDRÁULICA DE UN CÁRCAMO PARA RECOLECCIÓN PLUVIAL, MEDIANTE EL USO DE OPENFOAM.

Presentado por: SANTIAGO SÁNCHEZ ÁLVAREZ

Código: 20181085030

PROYECTO DE GRADO EN MODALIDAD INVESTIGACIÓN-INNOVACIÓN COMO REQUISITO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE TECNÓLOGO EN SANEAMIENTO AMBIENTAL

Director: Profesor de Planta: JUAN SEBASTIÁN DE PLAZA SOLÓRZANO

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS FACULTAD DE MEDIO AMBIENTE Y RECURSOS NATURALES TECNOLOGÍA EN SANEAMIENTO AMBIENTAL BOGOTÁ D.C.2021

Resumen

El propósito de esta investigación es evaluar la sensibilidad del modelo matemático en OpenFoam, para la simulación de un flujos multifásico sobre un canal de recolección pluvial. Es por esto que, se realiza una práctica en el laboratorio de hidráulica de la sede el Porvenir en la universidad Distrital Francisco José De Caldas, donde se determina la formación de los perfiles S1, M1, S3, y M3 de flujo gradualmente variado, con la estimación de la pendiente crítica, del tirante normal y la altura crítica del flujo. Por Consiguiente, se construyen las geometrías representativas para cada perfil mencionado y se calibran los casos (Nombrados: M1, M3 , S1 y S3) con las medidas de velocidad tomadas en la práctica experimental. Así, se evalúa la generación de la malla computacional en función de la estabilidad y precisión en los modelos, dado el número de Courant y el término Alpha Water, donde, se demuestra la eficiencia de la simulación al emplear una malla refinada localmente. Por otro lado, se desarrollan dos casos de verificación para los respectivos perfiles S3 y M3, que emplean el modelo de turbulencia k-epsilon, con significativas diferencias en las líneas de flujo respecto a los casos base. Después, se contrastada cada caso estadísticamente con el correspondiente perfil que representa, siendo el único caso que no representó una diferencia estadísticamente significativa el modelo M1 simulado, en contraste, con el modelo M1 experimental, ello con una certeza del 90%. De esto se infiere que, se requiere una mayor profundización de los términos que componen la configuración en OpenFoam, a modo que se ensayen y propongan soluciones específicas en función de estos casos particulares. Además, se menciona que la incertidumbre que presentan herramientas como el limnímetro, empleado en la práctica experimental, conduce a errores en las mediciones y ,por ende, en los resultados. Finalmente, se ofrece el material de apoyo para futuras propuestas en el área de la mecánica de fluidos computacional, y se expone el potencial del software OpenFoam para representar el comportamiento de flujos multifásicos.

Palabras Clave: OpenFoam, Simulación, Malla Computacional, modelo de turbulencia, Flujo Gradualmente Variado, eficiencia, Mecánica de fluidos computacional.

Tabla de contenido

Resumen 3
Índice de Figuras 5
Índice de tablas 6
Introducción 7
Justificación y Antecedentes 8
Objetivos 8
General 8
Específicos 8
Marco Teórico y conceptos generales 9
Capítulo 1 9
Drenaje pluvial 9
1.1. Propiedades del canal de drenaje 9
1.2. Tipos de Flujo 9
1.2.1. Flujo permanente 10
Capítulo 2 12
2. Mecánica de fluidos computacional (CFD) 12
2.1. Turbulencia 12
2.1.1. Modelación de turbulencia 12
2.1.2. Modelo de turbulencia K-elipson 13
2.2. Modelos matemáticos 14
2.3 Modelos Numéricos 15
2.4. Modelos de Discretización 16
2.5. Propiedades 17
2.5.1. Conservación 17
2.5.2. Consistencia 17
2.5.3. Estabilidad 18
2.5.4. Convergencia 18
2.5.5. Precisión 18

2.6. OpenFOAM 18
Modelo experimental 19
Modelos Simulados 21
Resultados 23
Modelos Simulados 26
Malla Computacional 26
Casos en OpenFOAM 31
Comparación ambos modelos 37
Discusión de resultados 42
Conclusiones 43
Recomendaciones 44
Referencias 45
Anexos 48
Directorios de casos 48
Análisis estadísticos con R 48

Índice de Figuras

Figura 1. Puntos teóricos de inflexión en perfiles de flujo. (Pag 11)

Figura 2. Canal Hidrodinámico, en el laboratorio de hidráulica en la sede el Porvenir (Pag 20)

Figura 3. Ubicación de las abscisas a lo largo del canal. (Pag 20)

Figura 4. Metodología para el desarrollo de los modelos en CDF para los perfiles S1, M1, S3, M3, M3_RANS y S3_RANS de flujo gradualmente Variado. (Pag 22)

Figura 5. Geometría del canal para los casos M1, S1, M3, S3 . (Pag 23)

Figura 6. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1 y S1. (Pag 25)

Figura 7. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1 y S1. (Pag 25)

Figura 8. Verificación de los perfiles S1, M1, S3, M3 de flujo gradualmente Variado. (Pag 27)

Figura 9. Malla computacional de calibración, caso S1. (Pag 28)

Figura 10. Malla computacional de calibración, caso S2. (Pag 28)

Figura 11. Malla computacional de calibración, caso S3. (Pag 29)

Figura 12. Malla computacional de calibración, caso S4. (Pag 29)

Figura 13. Malla computacional de calibración, caso S5. (Pag 30)

Figura 14. Campos de Courant en función del tiempo, de los casos S1, S2, S3, S4. (Pag 31)

Figura 15. Campos de velocidad en función del tiempo, de los casos S1, S2, S3, S4. (Pag 31)

Figura 16. Alpha.Water para el perfil M1 a los 20 segundos de simulación. (Pag 32)

Figura 17. Alpha.Water para el perfil S1 a los 20 segundos de simulación. (Pag 33)

Figura 18. Alpha.Water para los perfiles M3 y M3_RANS a los 20 segundos de simulación. (Pag 33)

Figura 19. Alpha.Water para los perfiles S3 y S3_RANS a los 20 segundos de simulación. (Pag 34)

Figura 20. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M3(sim) y M3 RANS(sim). (Pag 34)

Figura 21. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1(sim) y S1 (sim) . (Pag 35)

Figura 22. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S3(sim) y S3 RANS (sim) . (Pag 36)

Figura 23. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad del perfil M1, a los 20 segundos de simulación. (Pag 36)

Figura 24. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad del perfil S1, a los 20 segundos de simulación. (Pag 37)

Figura 25. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad de los perfiles M3 y M3_RANS, a los 20 segundos de simulación. (Pag 37)

Figura 26. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad de los perfiles S3 y S3_RANS, a los 20 segundos de simulación. (Pag 38)

Figura 27. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S1(exp) y S1 (sim), Comparativa. (Pag 40)

Figura 28. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1(exp) y M1(sim), Comparativa. (Pag 40)

Figura 29. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S3(exp), S3(sim), S3 RANS(sim), Comparativa . (Pag 41)

Figura 30. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M3(exp), M3(sim), M3 RANS Comparativa. (Pag 42)

Índice de tablas

Tabla 1. Condiciones para la formación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos experimentales. (Pag 24)

Tabla 2. Cálculos para la determinación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos experimentales. (Pag 26)

Tabla 3.Contraste de tiempos y número de celdas en la malla computacional de los casos S1, S2, S3, S4. (Pag 30)

Tabla 4. Análisis estadístico de los casos M1(sim) y S1 (sim) . (Pag 35)

Tabla 5. Análisis estadístico comparativo de los casos experimentales y simulados. (Pag 38)

Tabla 6. Cálculos para la determinación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos Simulados. (Pag 42)

Introducción

"El capturar la dinámica de un sistema natural requiere la estrecha relación entre modelos y datos. De manera que, adecuados modelos aclaran el tipo y la cantidad de datos necesarios para probar una hipótesis; además, los datos de alta calidad y el contenido información relevante, permiten la validación de modelos más complejos y la generación de nuevas hipótesis"(Ghazizadeh & Abedini, 2017).

Dicho lo anterior, el estudio de la mecánica de fluidos computacional (CFD), requiere de un software capacitado, flexible y versátil que permita la implementación de complejos modelos sin sacrificar la eficiencia en la ejecución. Es así que, el uso de OpenFoam, un software de código libre escrito en C++ con el paradigma de orientación a objetos,(Jasak, 2009) en la práctica ingenieril y académica, para la investigación y desarrollo, representa un atractivo escenario de trabajo. No obstante, la falta de certificación de calidad, y consecuente de documentación y certificación, hacen inevitable un proceso de calibración, con el fin de verificar y validar los datos (Lysenko, D. 2013). De modo que, no se puede describir un sistema natural con total certeza, por ende, cuanto mayor sea el número de parámetros de ajuste, más veraz es el modelo. (Ghazizadeh & Abedini, 2017).

Acorde con ello, la implementación de OpenFoam en estudios como la validación y verificación de modelos numéricos y de turbulencia en flujos incompresibles, presentes en OpenFOAM, donde se investiga la escalabilidad y precisión del solucionador en tres casos con distintas condiciones y geometrías (Robertson, 2015). También, el refinamiento balanceado en mallas adaptativas en 2D y 3D, donde se implementa la técnica de mallas adaptativas refinadas, en un enfoque de eficiencia para computadores con arquitectura de memoria paralela y distribuida (Rettenmaier, et al. 2019). Y por último, la modelación

numérica de socavaciones locales causadas por chorros en pared sumergida, con el uso de una malla móvil (Yan, et al. 2020). Así, se Evidencia el esfuerzo de implementar modelos en CDF con alta eficiencia y precisión, en efecto, se hace sobre un marco donde se justifica que el requerimiento de equipos, instalaciones y materiales adecuados para el estudio de la mecánica de fluidos puede reemplazarse con un ordenador capacitado en los procesos necesarios del CFD. Por esto, la investigación tiene como objetivo general evaluar la sensibilidad del modelo numérico en OpenFoam para la simulación de un Cárcamo de recolección pluvial, con el desarrollo de un esquema que represente la formación de los perfiles: M1, S1, M3 y S3, de flujo gradualmente variado en un canal de recolección pluvial.

A fin de calibrar cada modelo, es necesario un análisis de sensibilidad en diferentes construcciones de la malla computacional, cuyo factor determinante se estima con la proporción del número celdas, en contraste, con tiempo de ejecución y la estabilidad de los datos en función del número de Courant y el término alpha Water , donde, se determina la eficacia en la simulación que representa el empleo de mallas localmente refinadas. También, bajo pruebas estadísticas se determinó que en un 86% de los casos obtuvo una diferencia estadísticamente significativa de los modelos en CDF frente a los modelos experimentales, siendo el caso M1 el único representativo. En conclusión, se requiere un análisis más profundo de los escenarios de solución y en cada término que pueda afectar la simulación de un caso bajo condiciones predefinidas y con factores de ajuste mayormente nutrido en información relevante y comparable.

Justificación y Antecedentes

La dinámica de fluidos computacional emerge como una herramienta de uso general para la práctica ingenieril, ocupa un importante lugar, junto al desarrollo experimental y la teoría matemática, en los nuevos descubrimientos de la ciencia. (Cita). Dicho esto, aparece OpenFoam como un instrumento, entre múltiples alternativas, que permite la representación de múltiples fenómenos, que componen la mecánica de fluidos, para su estudio y validación. Claro ejemplo, es el estudio de flujos en cavitación, con la implementación y reformulación de ecuaciones constitutivas viscoelásticas en OpenFoam (Habla et al., 2014), su simulación en determinada estructura con el método LES para grandes remolinos y VOF para flujos multifásicos e isotermos (Z. Wang et al., 2020). Además, la validación de modelos numéricos y de turbulencia para flujos incompresibles sobre cuerpos escarpados (Robertson, E., et al, 2015), entre otros. De esta manera, se exponen las capacidades del Software bajo distintas condiciones de manejo y solvencia, por esto, se ha llevado a extender sus términos, conforme a la implementación del algoritmo IDEAL propuesto por Deng, et al (2017) para el estudio de los flujos en un estado estacionario, o la reformulación de los mismos, dado el caso del método basado en SIMPLE expuesto por Aguerre, et al (2020), con el fin de dar razón de su accesibilidad al usuario y su competencia en análisis especializados en contraste con opciones como ANSYS FLUENT(Lysenko et al., 2013).

Por esta razón, se justifica el trabajo, al ofrecer material de apoyo y comparación de futuras propuestas para el modelamiento en CFD, además, expone el potencial del software como una alternativa para el estudio de la mecánica de fluidos.

Objetivos

General

Evaluar la sensibilidad de modelos CFD en OpenFoam, para la simulación de un Cárcamo de recolección pluvial.

Específicos

- Desarrollar el modelo CDF con OpenFoam para el Cárcamo de recolección pluvial.
- Calibrar los modelos en OpenFoam a partir de las medidas tomadas en el esquema físico experimental.
- Evaluar la sensibilidad de la malla localmente refinada para los casos de estudio.

Marco Teórico y conceptos generales

Capítulo 1

Drenaje pluvial

El sistema de drenaje pluvial urbano tiene como principal función la conducción y captación de aguas que escurren por calles, avenidas, entre otros, resultantes de la precipitación u desecho por actividades domésticas y/o industriales, esto, con el fin de evitar inundaciones, malos olores, plagas entre otros. Este sistema, Se constituye por redes de conductos e instalaciones complementarias como los canales de recolección pluvial y los sumideros; cuyo adecuado uso y revisión requiere de criterios en la hidráulica, como: los tipos de flujo, las ecuaciones de conservación de la masa, el movimiento, energía, perfiles, saltos hidráulicos y pérdida de carga (Acosta, 2016), para permitir asi establecer su óptima implementación. No obstante, hacen falta métodos efectivos para poner a prueba su utilidad (Sánchez, 2010), bajo

condiciones variables, en consecuencia, la formación de perfiles en el flujo, como los gradualmente variados, que en algunos casos generan turbulencia, desbordamientos u erosión (Yan et al., 2020), que, en otras palabras, pueden significar daños en el sistema de drenaje pluvial.

1.1. Propiedades del canal de drenaje

Los canales de drenaje pluvial son conductos abiertos donde circula agua resultante de la escorrentía superficial, bajo teorías hidráulicas preestablecidas. Estas, permiten el control del fluido para diseños con determinados requerimientos, como geometrías con secciones transversales invariables y pendientes del lecho constantes. En otras palabras, se expresan matemáticamente propiedades de la sección del canal, con términos como la profundidad del flujo o la velocidad de este. También, el flujo se ve afectado por otros aspectos como la posición variable en el tiempo y el espacio de este, que, a su vez, facilitan la presencia de factores como la presión atmosférica y la fricción a lo largo del canal, entre otras fuerzas, que generan resistencia al flujo (Te Chow, 2004), así, se establecen diferentes tipos de flujos con el fin de discriminar las características del canal para su diseño y posterior implementación.

1.2. Tipos de Flujo

Para definir los diferentes tipos de flujos, se puede emplear la profundidad de este en función del tiempo y el espacio, así, se clasifican en dos grupos de flujos, permanentes y no permanentes. De primera mano, los flujos permanentes, se caracterizan por mantener una profundidad constante del flujo, o un aumento gradual. En contraste, los flujos no permanentes se caracterizan por un cambio variado en la profundidad del flujo sobre la sección del canal (Te Chow, 2004).

1.2.1. Flujo permanente

1.2.1.1 Flujo Uniforme

El flujo uniforme es propiamente permanente, dadas las características que presenta, se implica una profundidad y caudal constantes en cada sección del canal. Por ende, la distribución de las velocidades se mantiene inalterable en el tramo, la línea de energía, superficie de agua y fondo del canal, deben ser paralelas y dar razón de que las pendientes mantienen la igualdad. Dicho lo anterior, para establecer un flujo uniforme la acción de la gravedad, sobre el flujo en dirección del movimiento, debe contrarrestar las resistencias que encuentra el agua a medida que fluye, y de esta forma, su magnitud depende en gran medida de la velocidad del flujo. Donde, un incremento gradual en las fuerzas gravitacionales y las resistencias hasta el punto de alcanzar un balance, que precisa la formación del flujo uniforme. Sin embargo, se requiere de un tramo, conocido como la zona de transición, para establecer este flujo (Te Chow, 2004).

1.2.1.2 Flujo Gradualmente variado

Se define como un flujo gradualmente variado, a aquel, cuya profundidad varía paulatinamente a lo largo del canal, en función del eje x que coincide con el fondo del mismo (Marbello, 2012). En conformidad, se establece que mantiene la distribución hidrostática de

presiones sobre la sección del canal; en otras palabras, las líneas de corriente son paralelas entre sí (Te Chow, 2004). De esta manera, se establece la ecuación general para la variación del perfil hidráulico para canales prismáticos, con una pendiente favorable y estado permanente (Ghazizadeh & Abedini, 2017):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - SS_f}{1 - F^2} \qquad \text{(Ec.1)}$$

Donde S_0 es la pendiente longitudinal del fondo del canal y S_f es la pendiente de la línea de energía y se calcula con la ecuación de Manning resuelta para S_f (Ghazizadeh & Abedini, 2017) :

$$S_f = \frac{Q^2 n^2 P^{\frac{4}{3}}}{A^{\frac{10}{3}}} \qquad \text{(Ec.2)}$$

n: coeficiente de rugosidad

Q: Caudal en m^3/s

A: Área mojada en la sección del flujo m^2

P: Perímetro mojado m

Donde F es el número de Froude y se calcula de la siguiente manera (Marbello, 2012):

$$F = \frac{v}{\sqrt{gD}} \qquad \text{(Ec.3)}$$

v: velocidad media del flujo en m/s

g: aceleración de la gravedad en m/s^2

Donde D es la profundidad hidráulica y se determina con la expresión:

$$D = \frac{A}{T} \qquad \text{(Ec.4)}$$

A: Área mojada en la sección transversal del flujo m^2

T: Ancho superficial del área mojada en m.

1.2.1.1.1 Clasificación de flujos gradualmente variados

Llegados a este punto, el flujo gradualmente variado se comprende para diversos casos como lo puede ser el grado de inclinación del canal o la altura donde se desarrolla el perfil. Por ende, se establece una clasificación en función de dichos términos. En primera instancia, se denota con siglas que en inglés describen la pendiente longitudinal del lecho, como S para steep, empinada en español, para un flujo supercrítico. Por otro lado, el sufijo es un número del 1 al 3 que da razón de la zona donde se desarrolla el flujo (Marbello, 2012).

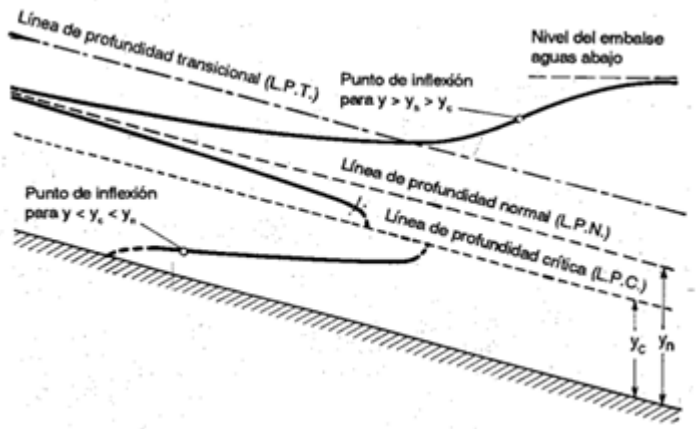


Figura 1. Puntos teóricos de inflexión en perfiles de flujo. Fuente: (Te Chow, 2004)

Zona 1: Espacio por encima de la línea L.P.N

Zona 2: Espacio entre las líneas L.P.N. y L.P.C.

Zona 3: espacio entre la línea L.P.C y el lecho del canal.

En resumen, se analiza el cambio de profundidad del flujo a lo largo del canal, o el cambio en el perfil hidráulico, en concreto, puede explicar una transición entre regiones del flujo rápidamente variado a un flujo uniforme. Entonces, puede ser resultado del paso de un flujo por un resalto u otra estructura hidráulicos que represente discontinuidades en el flujo gradualmente variado (Katopodes, 2019). De esta manera, es un flujo común en campo y consiguiente de importancia para su estudio en la ingeniería (Vatankhah, 2010).

1.2.2 Otros tipos de flujo

En primera instancia, se habla de flujos permanentes rápidamente variados, caracterizados por un cambio abrupto en la profundidad del flujo a distancias comparativamente cortas. De otra forma, puede interpretarse por sus pronunciadas curvaturas en las líneas de corriente, lo que desencadena altas turbulencias y discontinuidad en el perfil, en consecuencia, se habla de una distribución de presiones no hidrostática (Te Chow, 2004).

Por otro lado, los flujos no permanentes presentan cambios en la profundidad del flujo sobre la sección del canal, en un intervalo de tiempo. De esta manera, se clasifica en flujo gradualmente variado y rápidamente variado. Dichos flujos se diferencian por la curvatura del perfil de onda y la profundidad del flujo. Para el flujo gradualmente variado, la curvatura del perfil de onda es suave y mantiene un gradual cambio en la profundidad del flujo, en contraste, el flujo rápidamente variado la curvatura del perfil de onda es sumamente extensa, razón de una superficie discontinua (Te Chow, 2004).

Capítulo 2

2. Mecánica de fluidos computacional (CFD)

En aras de representar flujos o fenómenos relacionados, se emplean ecuaciones diferenciales, cuya solución analítica, no se considera factible, en el general de los casos. Por ende, para obtener unas soluciones aproximadas, de dichas ecuaciones, es necesario usar un método de discretización, para aproximar estas con ecuaciones algebraicas, las mismas que pueden resolverse con el uso de Software capacitado, en tal tarea. De esta forma, se plantea que el uso de la mecánica de fluidos computacional abarca campos de la ingeniería, para la automatización en procesos de diseño, y la ciencia en el estudio de la física de los fluidos, entre otras (Moukalled, Mangani, 2016).

Sin embargo, se ve limitado el uso de modelos numéricos en CDF dada la precisión con que se aproximan las soluciones de las ecuaciones de Navier Stokes, que describen el comportamiento del flujo, para números altos de Reynolds, como ejemplo. También, se señala una diferencia entre los datos calculados y la "realidad", a modo que en cada segmento surgen errores (Ferziger, Perić, et al. 2002).

Por esto, el CDF es una herramienta de suma importancia para complementar el trabajo realizado en el laboratorio con modelo prácticos experimentales o a falta de los mismos, cuando se ha calibrado adecuadamente con información proveniente de otras prácticas o prototipos (Moukalled, Mangani, 2016).

2.1. Turbulencia

Se plantea la turbulencia como uno de los grandes problemas en el estudio de la mecánica de fluidos, dada la complejidad que presenta su comportamiento. En detalle, sobre altos números de Reynolds la inercia supera las tensiones viscosas, y su flujo laminar se vuelve inestable, lo que genera altas velocidades, importantes fluctuaciones en la presión y el movimiento, inevitablemente tridimensional (Wilcox, 1998). En otras palabras, los flujos turbulentos son difusivos con variadas mezclas, que dependen del tiempo e involucran fluctuaciones de vorticidad tridimensional con amplios márgenes en escalas temporales y espaciales. En resumidas cuentas, la llamada irregularidad en el flujo acompañada de una aleatoria variación en el espacio tiempo. (Ferziger, Perić, et al. 2002).

2.1.1. Modelación de turbulencia

Se plantea la teoría de "cascada de energía", propuesta por Kolmogorov, para explicar que la turbulencia se compone de remolinos de diversos tamaños y determinadas cantidades de energía, cada uno, que depende de la dimensión de los mismos. Hecha esta salvedad, los remolinos más grandes se rompen y transfieren su energía a remolinos más pequeños, los cuales siguen el mismo proceso de ruptura, hasta alcanzar dimensiones tales que la viscosidad molecular disipa la energía cinética turbulenta en forma de calor. Según este planteamiento, se expone el esquema de simulación directa (DNS), para dar resolución a las ecuaciones de Navier-Stokes, este a su vez requiere de significativos costos computacionales por lo cual no

es comúnmente empleado. Por otro lado, dado que la naturaleza de la turbulencia es dependiente del tiempo en sus amplias escalas, se propone aplicar promedios estadísticos para aproximar las fluctuaciones aleatorias. No obstante, esto implica determinar correlaciones, generadas de los términos no lineales de las ecuaciones de momento. Dicho lo anterior, se plantea que para calcular el término tensor de Reynolds o viscosidad turbulenta, es necesario emplear modelos basados en la hipótesis de Boussinesq, la cual indica que para fluido Newtonianos los tensores de Reynolds son funciones lineales de los gradientes de velocidad, algunos de estos son (Moukalled, Mangani, 2016):

- Modelos de dos ecuaciones.
    - K-elipson
    - K-omega

2.1.2. Modelo de turbulencia K-elipson

Se argumenta que la no linealidad de las ecuaciones de Navier-Stokes, conduce a la aparición de flujos de momento que actúan como tensiones a lo largo del flujo. Dado el conocimiento de estos impulsos se plantean ecuaciones adicionales para determinarlos, entre estos se encuentra el modelo de dos ecuaciones $\kappa - \epsilon$ expresado así (Wilcox, 1998):

$$\frac{D}{Dt}(\rho\kappa) = \Delta\cdot(\rho D_{\kappa}\Delta\kappa) + P - \rho\epsilon \qquad \text{(Ec.7)}$$

$$\kappa: \ Energía\ turbulenta\ cinética\ \left[m^2 s^{-2}\right]$$

$$D_k: difusión\ efecto\ para\ \kappa$$

$$P: Tasa\ de\ producción\ de\ energía\ turbulenta\ \left[m^2 s^{-3}\right]$$

Donde, la tasa de disipación de energía turbulenta $\epsilon\ \left[m^2 s^{-3}\right]$:

$$\frac{D}{Dt}(\rho\epsilon) = \Delta\cdot\left(\rho D_{\epsilon}\Delta\epsilon\right) + \frac{C_i\epsilon}{\kappa}\left(P + C_3\frac{2}{3}\kappa\Delta\cdot u\right) - C_2\rho\frac{\epsilon^2}{\kappa} \qquad \text{(Ec.8)}$$

$$D_{\epsilon}: difusión\ efectiva\ para\ \epsilon$$

$$C_1: Modelo\ de\ coeficiente$$

$$C_2: Modelo\ de\ coeficiente$$

Respecto a su descripción, se ejemplifica la presencia de turbulencia en múltiples casos de interés para la ingeniería, que, a rasgos más simples, se ve presente en la interacción de fluidos como el agua y el aire, presentes en sistemas de canales a flujo libre.

2.2. Modelos matemáticos

2.2.1 Ecuaciones de Navier Stokes Promediadas de Reynolds (RANS)

La descripción más generalizada de un fluido se obtiene por el sistema completo de las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas, parten de las leyes de conservación de la masa para

expresar su naturaleza acoplada y se emplean para el estudio de flujos laminares y turbulentos, con términos constituidos que relacionan los esfuerzos cortantes con otras variables del flujo (Ferziger, Perić, et al. 2002).

Entonces, el método matemático de Navier-Stokes promediado de Reynolds (RANS) , basado, en el promedio temporal de Reynolds, es empleado para representar las ecuaciones tridimensionales gobernantes del flujo incompresible, y se expresan de a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \Delta \bullet (uu) = \quad - \Delta p + vu + \phi \qquad \text{(Ec.5)}$$

$$\Delta \bullet u = 0 \qquad \text{(Ec.6)}$$

La ecuación 6 representa la conservación de la masa para el flujo incompresible, mientras que, la ecuación 5 representa la conservación de momento lineal, ello se explica por el vínculo que genera las componentes de velocidad y el gradiente de presión,(Venier et al., 2017), donde p = (P/ρ), ρ es el campo de densidad de masa, P es la presión campo, u es el campo de velocidad, ν es la viscosidad cinemática y $\emptyset$ es un término fuente de momento. (Aguerre et al., 2020). De ello se determinan las mecánicas del movimiento de forma advectiva y la razón del mismo, en efecto, se representan las relaciones de flujo entrante y saliente en función del campo de velocidad sobre un área componente del volumen material. (Vargas et al, 2020). Por otro lado, en las ecuaciones se conserva la masa, el momento y la energía cinética en el límite del flujo viscoso e incompresible (Komen et al., 2020).

El enfoque de estas ecuaciones consiste en descomponer las variables de flujo en un componente de valor medio temporal y fluctuante, con la sustitución en las ecuaciones originales y su consiguiente promedio en el tiempo. Además, se plantean diferentes técnicas promediadas de Reynolds para determinar estos componentes, las cuales son (Moukalled, Mangani, 2016):

- Promedio espacial
- Promedio Temporal
- Promedio de conjunto
- Reglas de promediado

En resumen, dichas ecuaciones describen el comportamiento del fluido, que, en concreto, para esquemas de RANS, OpenFoam permite evaluar el término tensión de Reynolds en la ecuación de momento, para modelos de turbulencia. Razón de, emplear el estándar k-Elipson, donde k determina la energía cinética turbulenta y Epsilon la tasa de disipación de energía turbulenta.

2.2.2. Método volumen de fluido (VOF)

El método VOF (volumen de fluido) es empleado para capturar y representar interfaces que se mueven en 3D, como la simulación numérica de fluidos multifásicos y de superficie libre en fluidos inmiscibles (Kumar et al, 2021). En otras palabras, para un sistema de dos fluidos, se requiere la resolución de una ecuación de advección (Heyns & Oxtoby, 2014):

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \left(\alpha u_j\right)}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(Ec.9)}$$

Donde α, es el indicador de la fracción de volumen, que describe la evolución de la superficie libre, t es el tiempo, x_i y $u_j$las coordenadas espaciales. Acorde con ello, la ecuación de continuidad para flujos incompresibles es(Heyns & Oxtoby, 2014):

$$\frac{\partial \left(u_j\right)}{\partial x_i} = 0 \qquad \text{(Ec.10)}$$

Entonces, el método consiste en rastrear el volumen de fases líquidas en las celdas de la malla computacional, en vez, de la ubicación de la interfaz; en otras palabras, la función indicadora de VOF maneja valores comprendidos entre 0 y 1 para cada celda de la malla en un tiempo determinado, donde se representa la distribución del volumen de la fase líquida. Por lo tanto, para un flujo incompresible la función indicadora resulta en una cantidad escalar pasiva y conservada, que es transportada por el flujo. Por otro lado, como un método simplificado del modelo euleriano, se resuelve para la interacción de fases continua–continua, que implica la resolución de modelos para la conservación de la masa y momento, individualmente, en cada fase (Comminal et al, 2021).

2.3 Modelos Numéricos

2.3.1. Algoritmos de solución

OpenFoam ofrece tres esquemas de acoplamiento Presión-Velocidad para resolver las ecuaciones de Navier Stokes: PISO (Presión implícito con operador dividido), SIMPLE (Método semi - implícito para las ecuaciones ligadas a la presión), y PIMPLE (Híbrido entre el método SIMPLE y el PISO). (Komen et al., 2020).

2.3.2. Algoritmo SIMPLE

En primera instancia, el algoritmo SIMPLE (Método Semi Implícito para Ecuaciones Vinculadas a la Presión), comúnmente empleado para la corrección numérica en los cálculos que involucran el flujo de fluidos incompresibles, Consiste en deducir una presión tras haber sometido la ecuación de momento (Ec.5) a un balance de masas. Consiguiente, el campo de velocidad se actualiza en función de la ecuación de momento, enseguida, se incluyen los nuevos valores en el campo de la presión. Ello es un proceso iterativo que involucra bucles con el uso de factores de relajación para mejorar la estabilidad y convergencia. (Aguerre et al., 2020).

Acorde con ello, se hacen dos suposiciones, para el primer caso, la velocidad y la presión se asumen independientes, mientras que, las correcciones de la velocidad en la red vecina ignoran las resoluciones que rectifican la presión. Ello implica que se vea afectada la tasa de convergencia en los cálculos. (Deng et al., 2017).

2.3.3. Algoritmo PISO

En segunda instancia, el algoritmo PISO, se desarrolla en dos segmentos: la predicción y la corrección. En primera instancia, se calcula la velocidad con la ecuación de momento (Ec.5),

ya discretizada, y así mismo, se resuelva una vez (Tuković et al., 2018) con la presión, que se trata con los cálculos que describen el paso del tiempo. Tras ello, se resuelve una ecuación de presión, con el esquema para la conservación de la masa (Ec.6); Con los datos resultantes se corrige la predicción de la velocidad y se cumple con la condición de libre divergencia. Esta, denota la relación de densidad en un flujo, de acuerdo con un campo vectorial dado. Con dichos procesos de corrección, se espera reforzar el acoplamiento en los términos de presión y velocidad con el fin de minimizar el error inducido por la naturaleza segregada de la secuencia del algoritmo. (Venier et al., 2017).

2.3.4. Algoritmo PIMPLE

En última instancia, el algoritmo PIMPLE es asociado como una variación del algoritmo PISO, donde, se emplea una secuencia iterativa para él ya descrito, segmento de corrección. En otras palabras, un bucle en función del paso de tiempo, en contraste, con esquemas de sub - relajación, para dar mayor estabilidad. (Komen et al., 2020). En síntesis, la resolución que ofrece se inicia con la solución de las ecuaciones de momento (Ec.5), posteriormente las ecuaciones para las cuadrículas y finalmente las correspondientes para el fluido. (D. Wang et al., 2020).

2.4. Modelos de Discretización

2.4.1. Método de volumen Finito

El método de volumen finito es una técnica numérica que transforma ecuaciones diferenciales parciales, las cuales representan leyes de conservación en volúmenes diferenciales, en ecuaciones algebraicas discretas sobre volúmenes finitos. De ello se infiere que, el método es estrictamente conservador, esto se explica por el hecho de que la proporción de fluido que ingresa al dominio es la misma que sale del dominio adyacente (Moukalled et al ,2015).

Hecha esta salvedad, dada la naturaleza de las ecuaciones Navier Stokes, se hace necesario aproximar una solución numérica, con el uso del método de volumen finito, para sustituir el sistema continuo por uno finito de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales acopladas, en otras palabras, es el proceso de discretización de una relación de variables en común para un número finito de puntos en el dominio del problema, a su vez, estos se representan con elementos; de otra manera, el dominio para la solución de las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos, se subdivide en segmentos más reducidos y compuestos, como puede ser el caso de los tetraedros en 3D, de esta manera, se discretizan y resuelven dichas ecuaciones en cada subdivisión o subdominio. Estos subdominios, pueden ser triángulos o tetraedros para dos o tres dimensiones, con tamaños uniformes o no uniformes a lo largo del volumen de control, ello da razón del comportamiento análogo de las ecuaciones Navier Stokes. En consecuencia, se obtiene un sistema de ecuaciones cuya solución se asemeja a un conjunto de cantidades físicas como la velocidad o la presión (Shewchuk, 1999). También, dichas soluciones aproximadas en los subdominios o celdas pueden ser juntadas para dar así la imagen completa del comportamiento del flujo en todo el dominio.

2.4.2. Malla computacional

Se hace indispensable el establecer un marco de soporte geométrico para implementar método de volumen finito (MVF), una técnica de discretización basada en la formulación de un volumen de control. Ello hace referencia a la generación de mallas, un proceso donde se calcula la información geométrica relevante para diversos componentes de la misma, como los centroides del volumen de control, y se da razón de cómo se relacionan y ubican; en otras palabras, su topología. Ello provee de un dominio discreto formado por elementos no superpuestos o celdas delimitadas (Moukalled et al, 2015), los mismos son descritos en listas de caras, mientras, son listas de puntos etiquetados y recopilados en otra lista de ubicaciones para los ejes X, Y, Z, con el fin, de que sean almacenados como vectores (Jasak, 2009).

En contraste, se discriminan dos tipos de malla que según su información topológica son estructuradas o no estructuradas. De primera mano, la uniformidad topológica de las mallas estructuradas (Shewchuk, 1999) da razón de su conectividad respecto a las elementos o celdas vecinas entre sí, de manera que, se identifican por índices locales (i,j,k) en las direcciones X, Y ,Z; Por otro lado, las mallas no estructuradas carecen de uniformidad topológica, lo que explica, que su conectividad sea más compuesta que el solo empleo de índices, en otras palabras, es definir explícitamente la conectividad local dada en función de la secuencialidad de los elementos o celdas (Komen et al., 2020).

Dicho lo anterior, se menciona un problema común en lo que refiere al desarrollo de mallas en cuanto al costo de la eficiencia y precisión, respectivamente. Sobre esto, se presenta el esquema de mallas localmente refinadas, empleado para la reducción del costo computacional que implica el desarrollo de una simulación. Básicamente, consiste en concentrar sobre las regiones de interés una resolución de malla más alta, lo que reduce el número total de celdas, en contraste, con el tiempo de cálculo y de esta manera se capture con más precisión las características del fluido; Asimismo, el refinar una celda varía en función del enfoque, como es el caso de no alterar el número de celdas y ,en vez, distribuirlos, o el hecho de modificar la conectividad de la malla que ya implica cambiar o no el número de celdas, lo cual ,depende de la técnica empleada (Moukalled et al ,2015).

2.5. Propiedades

Al momento de analizar los métodos numéricos y de discretización se evalúan sus componentes o propiedades, con el fin de garantizar que el campo de solución sea efectivo, por lo cual se plantean, entre otros (Moukalled, Mangani, 2016. y Ferziger, Perić, et al. 2002.):

2.5.1. Conservación

Dada la naturaleza conservadora de algunas propiedades de transporte, es necesario que estas se conserven en el dominio de solución ya discretizado.

2.5.2. Consistencia

La solución de una ecuación algebraica próxima a una ecuación diferencial parcial es consistente. Ello se explica en el dominio de la solución, donde, la solución numérica se acerca a la solución exacta de la ecuación diferencial, cuando el paso del tiempo y el espaciado de la malla tienden a cero, es decir cuando el error de truncamiento se hace cero. Se le llama error de truncamiento a la diferencia de la ecuación algebraica discretizada y exacta.

2.5.3. Estabilidad

Se refiere al comportamiento que presentan las ecuaciones algebraicas discretizadas, al ser resueltas por un solucionador interactivo. De este modo, se indica si el sistema de ecuaciones algebraicas se puede resolver bajo unas condiciones iniciales y de contorno preestablecidas.

2.5.4. Convergencia

Según el método numérico empleado para la solución de las ecuaciones algebraicas, se dice que es convergente si la solución de las ecuaciones algebraicas no cambia significativamente a medida que avanza en cada iteración de la malla computacional.

2.5.5. Precisión

Se hace referencia a la proximidad de la solución numérica y la solución exacta, De manera que, el error de truncamiento se emplea como una medida de precisión.

2.6. OpenFOAM

OpenFoam (Open source Field Operation And Manipulation) es un Software de código abierto estructurado en código modular escrito con un riguroso enfoque orientado a objetos en C++, este, construye como una colección de aplicaciones creadas sobre bibliotecas de software, a su vez, empleadas en funciones específicas sobre el flujo de procesos que implican la resolución de esquemas matemáticos, empleados en la Dinámica de fluidos. (The OpenFOAM Foundation, 2016); por esta razón, utiliza el método de volumen finito para discretizar el espacio de estudio y representar ecuaciones que rigen sobre el flujo de fluidos con una significativa eficiencia y precisión (Robertson et al., 2015), bajo una lógica centrada en la célula de la malla computacional, donde, reiteradamente se buscan aproximaciones constantes para la velocidad y la presión. (Tsiolakis et al., 2020).

De esta manera, OpenFoam permite la manipulación y el manejo dinámico de mallas computacionales desde enfoques independientes en la discretización del espacio y el tiempo. Dicho lo anterior, se da una implementación en directorios distribuidos que proporcionan los direccionamientos y las métricas de las mallas, para su fácil empleo. En función de las denominadas clases básicas (Espacio tiempo, Variables de campo, Matriz Lineal, solucionador Lineal, método de Discretización, Biblioteca de modelado físico y Solucionador de física), que ofrece OpenFoam para el desarrollo de una simulación, se actúa en conjunto

como una herramienta numérica utilizada para asociar diversos solucionadores físicos. (Shewchuk, 1999).

Metodología

Para el desarrollo de la metodología se realizaron dos fases, correspondientes a la práctica experimental y al modelamiento en CDF, donde se determinó la formación de los perfiles S1, S3, M1, M3 y se contrastaron los resultados.

La práctica experimental se realiza en el laboratorio de hidráulica de la sede el Porvenir, bajo supervisión del docente director y la correspondiente delegada del recinto, el día x del mes x.

Por otro lado, para el desarrollo de los modelos en OpenFOAM, se empleó un equipo de computación con las siguientes características:

un Procesador Intel Core i7-720QM, con 4 núcleos y 8 hilos. Con una frecuencia básica de 1.6 Ghz y una frecuencia turbo máxima de 2.8 Ghz, soportadas en un cache de 6 MB. Cuenta con 6 Gb de memoria ram y 512 MB de memoria gráfica integrada. Además, cuenta con un disco duro HDD mecánico de 500 Gb de almacenamiento, distribuidas en dos particiones.

Emplea el sistema operativo Windows 10 home, para una arquitectura de 64 bits, donde se emplea el subsistema Linux, en la distribución de Ubuntu Versión 18.06 LTS, para el uso de OpenFOAM. En consecuencia, se establecen limitaciones en cuanto a los recursos que dispone el kernel linux para ejecutar las funciones de OpenFoam.

Modelo experimental

Se emplea la guía práctica de Marbello (2012), como material base para el desarrollo de la metodología, en cuanto al modelo experimental.

En primera instancia, se emplearon los siguientes materiales:

- Canal Hidrodinámico marca Dikon en vidrio, rectangular y de pendiente regulable, cuyas dimensiones son: 5 metros de largo, un ancho de 85 mm, altura de 250 mm.
- Vertedero de pared delgada.
- Tubería de alimentación, con válvula para regulación de caudales
- Reservorio para el abastecimiento de agua.
- 1 limnímetro.

De esta manera, se procedió a medir las dimensiones del canal, solo la sección en vidrio, posicionar la pared, que cumplirá la función de vertedero, y ubicar las correspondientes

abscisas a lo largo del canal, donde se toman las alturas del flujo en dirección positiva al eje x, partiendo desde el punto X0:

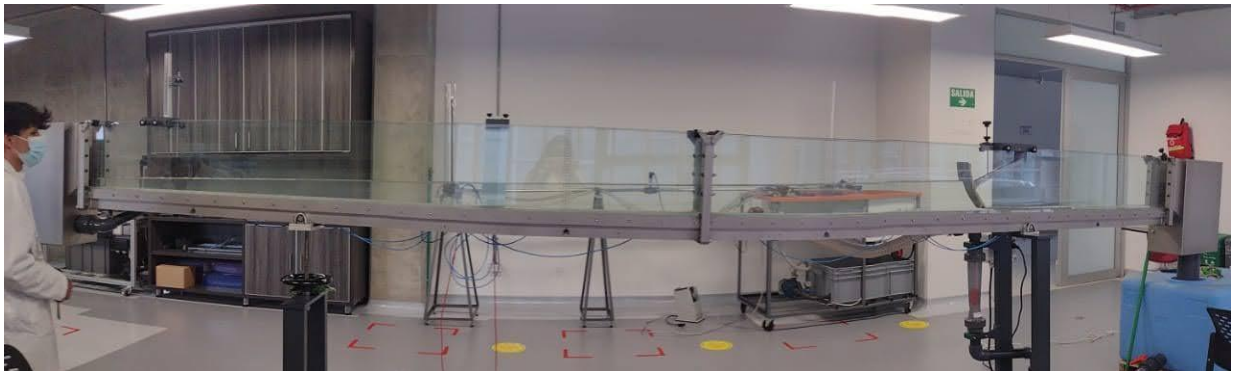


Figura 2. Canal Hidrodinámico, en el laboratorio de hidráulica en la sede el Porvenir. Fuente: Autor

Medidas en el laboratorio

Ancho: 0.08742 m

Grosor de pared: 0.01 m

Alto: 0.250 m

Largo: 5 m

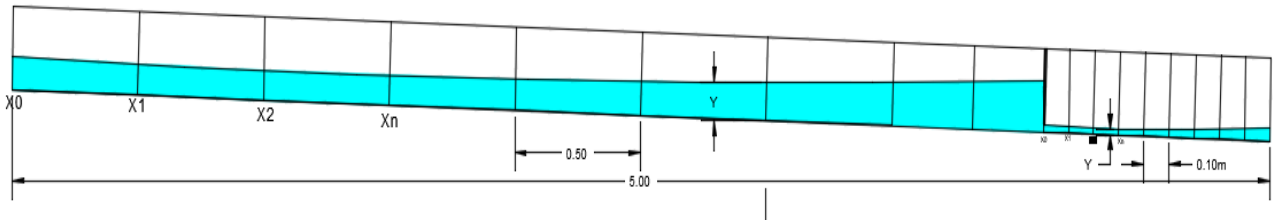


Figura 3. Ubicación de las abscisas a lo largo del canal. Fuente: Autor

Se establece una pendiente del 1% para los perfiles M y del 2.5% para los perfiles S, después, se manipula la válvula para regular el caudal que ingresa al canal y se espera a que el flujo atraviese todo el canal y comience a aumentar su profundidad, a medida que se disminuye la distancia del lecho con el extremo inferior de la pared sumergida. En fases tempranas se observan zonas de transición, donde aumenta rápidamente el nivel de la superficie mojada, y en dirección contraria al mismo se estabiliza progresivamente el flujo a lo largo del canal. Luego de transcurridos unos minutos, en general de cada perfil formado, tras determinar que no se presentarán cambios abruptos en el comportamiento del flujo, se procede a medir la profundidad del flujo con el limnímetro en cada abscisa planteada.

También, con el uso de un pie de rey se mide el tirante hidráulico en cada sección del canal, donde se toma la profundidad de flujo, con el propósito de identificar la variación en el

mismo, que en consecuencia pueda afectar el comportamiento del flujo y por lo tanto los cálculos empleados para analizarlo.

Modelos Simulados

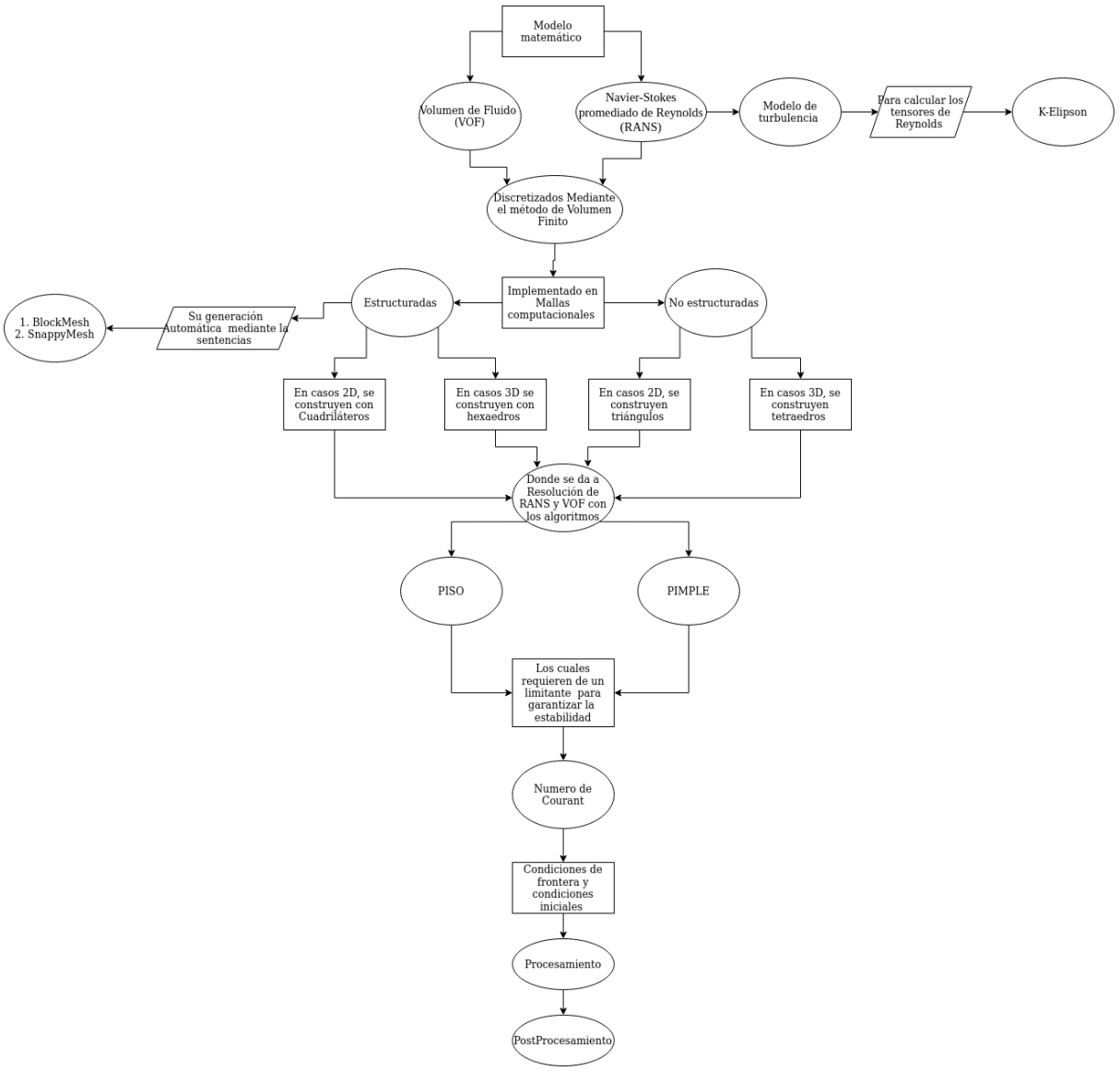


Figura 4. Metodología para el desarrollo de los modelos en CDF para los perfiles S1, M1, S3, M3, M3_RANS y S3_RANS de flujo gradualmente Variado. Fuente: Autor

Como se observa en la figura 4, se inicia la fase dos de la metodología con la escogencia del sistema natural a describir, ósea, en este caso es el flujo libre sobre el canal hidrodinámico. De esta forma, se construye una geometría con 4.3 metros de largo y un ancho, que se mantuvo para los perfiles formados en la zona 1 y zona 3, de 0.08742 metros con una pendiente longitudinal en dirección al flujo del 1% para los perfiles M, que a diferencia de los perfiles S tuvo una pendiente longitudinal del 2.5%

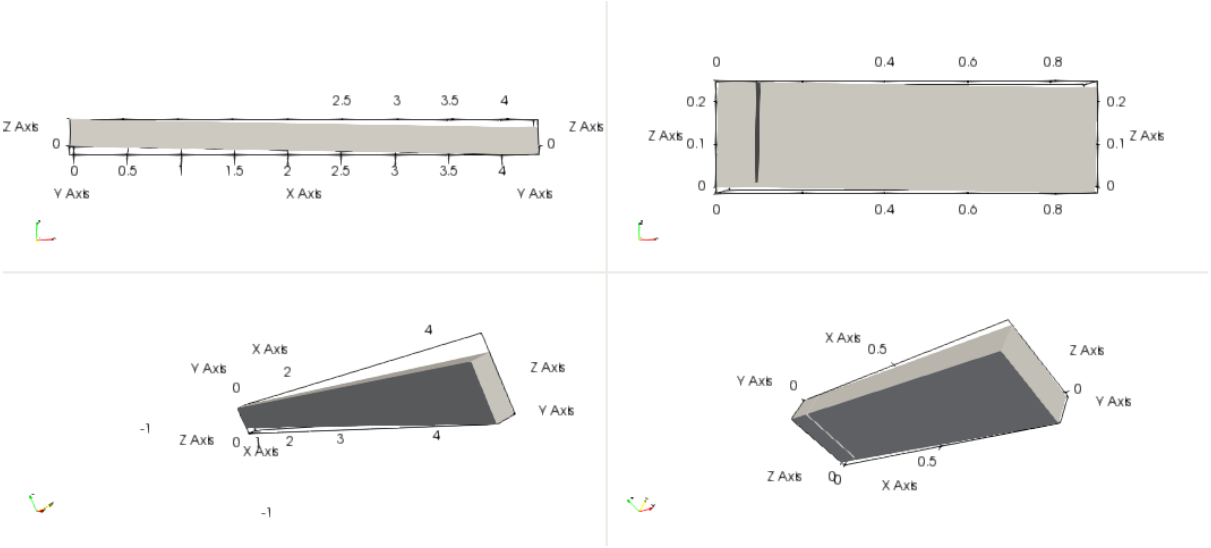


Figura 5. Geometría del canal para los casos M1, S1, M3, S3 . Fuente: Autor

Para la configuración de los casos se optó por construir cada geometría y malla computacional con la herramienta blockMesh, presente en OpenFOAM, por la razón de optimizar el tiempo de procesamiento.

Por lo tanto, la geometría para cada caso tiene variaciones, con el fin de representar de manera eficiente lo mostrado en la formación de los perfiles para flujo gradualmente variado. No obstante, se mantiene la misma semántica para la discriminación de las condiciones de borde en el canal, como se muestra a continuación:

- Inlet: representa la entrada de flujo de agua al canal.
- Outlet: representa la salida del flujo de agua del canal.
- Atmosphere: representa la entrada y salida del aire al canal.
- Container: representa las paredes y lecho del canal.

También, se da una configuración general para un flujo laminar con las mismas condiciones en los escenarios de solución, tiempo, condiciones de borde e iniciales, términos de difusión y convección y escenarios de discretización, de modo que, sólo la geometría y malla del caso son los factores diferenciales, a excepción de dos casos de verificación que se calibran con el modelo de turbulencia K-epsilon, esto se puede observar en el anexo 1.

Otro punto, es el uso del solucionador interFoam, presente por defecto en OpenFoam, acoplado con el algoritmo PIMPLE, este se configura con un solo paso de corrección, por ende, se debe aclarar que el algoritmo de solución a emplear, es el PISO. Por otro lado, se mantiene la unidad como máximo número de Courant junto con un deltaT de 0.001 segundos

(ajustable en tiempo de procesamiento), a fin de mantener la estabilidad en la simulación con un tiempo de 20 segundos. Finalmente, de las medidas de velocidad tomadas del modelo experimental se dan las condiciones iniciales en el diccionario U que representa el campo de velocidad en el caso, ello en función de dar el parámetro de ajuste, que conecte el modelo experimental con los modelos simulados.

Por otro lado, Se realiza un análisis estadístico para muestras pareadas paramétricas, donde se evalúan las siguientes hipótesis:

La hipótesis nula H0, indica que no existe una diferencia estadísticamente significativa en las alturas de los flujos, por consiguiente, en la hipótesis alternativa H1 se determina que existe una diferencia estadísticamente significativa en las mismas:

$$H0\colon\ (exp) \approx (sim)$$

Para dichos análisis estadísticos se emplea el software R, y se somete cada modelo bajo una significancia estadística del 90%, que es equivalente a la probabilidad mínima de rechazo de $p \leq 0.1$.(Gries, 2021).

Resultados

Tomadas las profundidades del flujo en cada abscisa planteada a lo largo del canal, para cada ensayo se determina:

Tabla 1. Condiciones para la formación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos experimentales. Fuente: Autor

#Ensayo	Tipo de Perfil	S(%)	Q(m^3/s)	V(m/s)
1	M1	1	0.000556	0.472584
2	S1	2.5	0.000556	0.638001
3	S3	2.5	0.001667	0.920022
4	M3	1	0.001750	0.676883

Se observa en la tabla 1 un cambio importante en el caudal de los casos S3 y M3, esto por razones prácticas en cuanto al uso del canal hidrodinámico, además, que la pendiente del mismo para los perfiles M se establece por encima de lo anteriormente propuesto y teorizado para la formación de dichos perfiles, en consecuencia, se alteran los resultados a momento de tomar las respectivas medidas de profundidad del flujo.

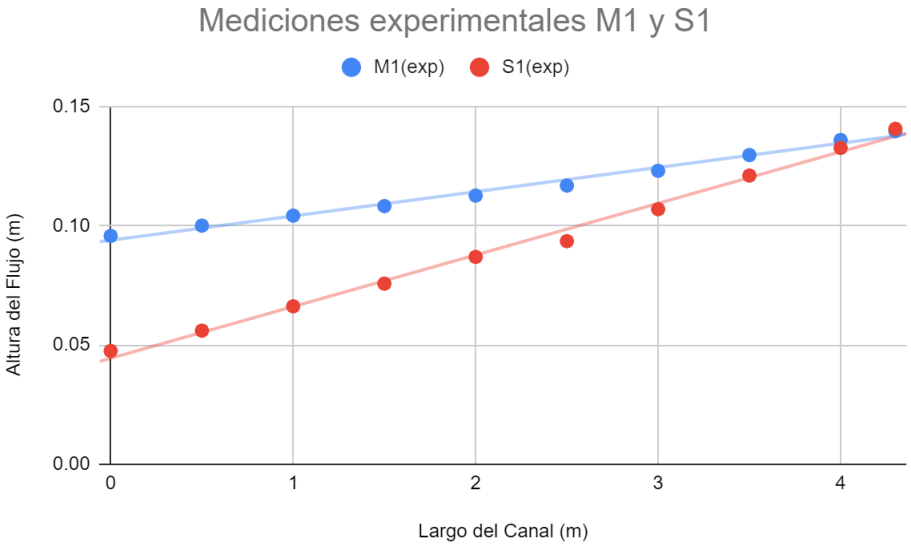


Figura 6. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1 y S1 . *Fuente:* Autor

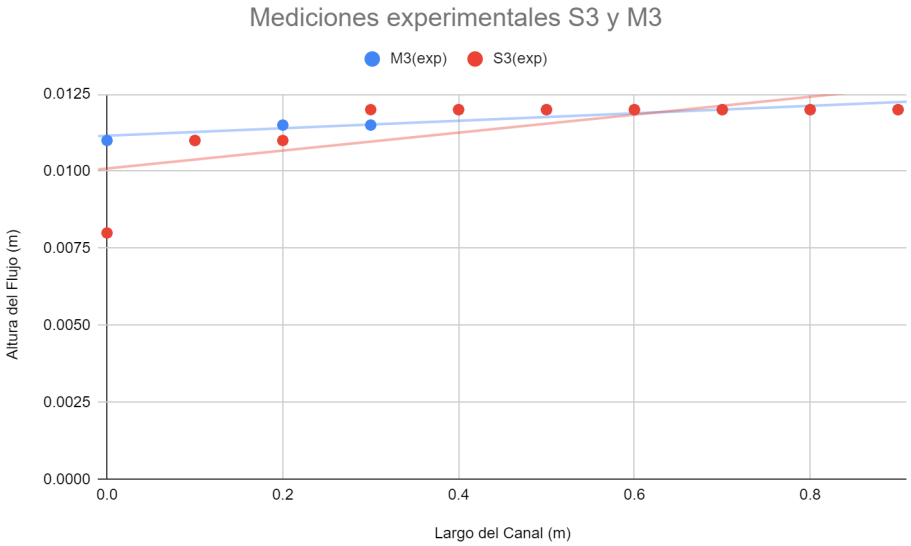


Figura 7. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1 y S1 . *Fuente:* Autor

Como se observa en las Figura 7, para los perfiles S1 y M1 se plantean abscisas cada 50 cm a lo largo del canal y para los perfiles S3 y M3 las abscisas se colocaron cada 10 cm, a modo que, se toma un total de las 10 muestras por cada perfil formado.

Por otro lado, como se evidencia en las Gráficas 1 y 2, hay un aumento progresivo y constante en el nivel del agua, razón de un flujo permanente propio de los perfiles gradualmente variados, de igual manera, se determina que con una mayor pendiente mayor es la velocidad del flujo en función del caudal. De modo que, se realizan los siguientes cálculos, con el fin, de verificar la efectiva formación de cada perfil:

Tabla 2. Cálculos para la determinación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos experimentales. Fuente: Autor.

Tipo de Perfil	Yc(m)	Yn(m)	Y(m)Prom	Fr	S0	Sc	Sf	Dy/Dx
M1	0.016030	0.01344	0.11656	0.41599	0.009999	0.005249	0.00003	0.01206
S1	0.016033	0.00996	0.09269	0.62977	0.024994	0.005247	0.00005	0.04139
S3	0.033349	0.02072	0.0186	2.02729	0.024994	0.005929	0.03059	0.00180
M3	0.034446	0.02957	0.0117	1.88060	0.009999	0.005988	0.13330	0.04860

La formación de los perfiles de flujo gradualmente variado se da al contrastar la altura normal del flujo frente a la altura crítica del mismo. En primera instancia, para los perfiles M deben mantener una altura crítica Yc menor a la altura normal Yn y una pendiente crítica Sc mayor a la pendiente S0 del Lecho, un flujo subcrítico para el perfil M1 y supercrítico para el M3, dado por el número de Froude, y por último un cambio positivo en la profundidad del flujo a lo largo del canal Dy/Dx,.(Marbello,2012, & Chow, 1994).

Por otro lado, los perfiles S, deben tener una altura crítica Yc mayor que la altura normal Yn, una pendiente del lecho S0 mayor que la pendiente crítica Sc, presentar un flujo subcrítico para el perfil S1 y supercrítico para el perfil S3 y ,por último, ambos deben tener un cambio en la profundidad del flujo a lo largo del canal Dy/Dx positivo.(Marbello,2012, & Chow, 1994). En cuanto al cálculo de la profundidad normal, se emplea el método explícito expuesto por Muñoz, & Calderón, (2015):

$$\beta_r = \frac{Qn}{b^{\frac{8}{3}}\sqrt{S}} \qquad \text{(Ec.11)}$$

$$\eta_n = \beta_r^{\frac{3}{5}}\left(1 + 2\beta_r^{\frac{3}{5}} + 1.712\beta_r^{\frac{6}{5}}\right)^{\frac{2}{5}} \qquad \text{(Ec.12)}$$

$$y_n = \eta_n b \qquad \text{(Ec.13)}$$

Donde, Q es el caudal en m³/s, S0 es la pendiente longitudinal del lecho y b es el ancho del canal. Dicho método ofrece la aproximación en tres pasos, no iterativos, del tirante normal.

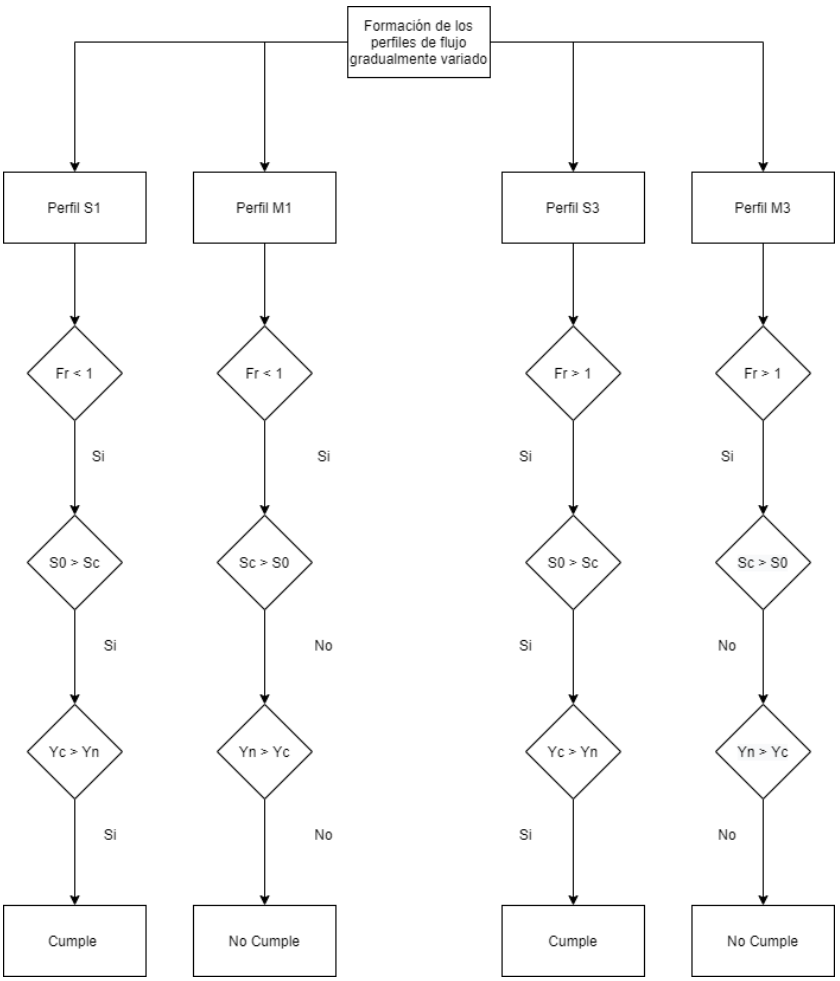


Figura 8. Verificación de los perfiles S1, M1, S3, M3 de flujo gradualmente Variado. Fuente: Autor

Como se observa en el diagrama 2, se determina que el perfil M1 y M3 no cumplen a cabalidad con todos los criterios mencionados, dada la inconsistencia que presentan en las alturas crítica y normal, y las pendientes crítica y longitudinal, caso contrario, los perfiles S que sí cumplen con cada criterio descrito. Consecuentemente, en la práctica solo el 50% de los casos fue efectivo en el comportamiento teorizado para cada caso.

Modelos Simulados

Malla Computacional

Para este apartado se construyen 5 casos con mallas computacionales independientes sobre una geometría con las mismas dimensiones, características y condiciones, con el fin de determinar la importancia de la misma en la estabilidad del caso, según el número de Courant, estas, se identifican como S1, S2, S3, S4, S5, respectivamente. Luego, se parte de la misma configuración de caso, en los escenarios de solución, de discretización y pasos de tiempo para todos los ensayos, esto, indica que la malla fue el único factor diferencial.

En primera instancia, el caso S1 fue construido con 1000 celdas hexaédricas, posicionadas y ordenadas sin razón de crecimiento con la herramienta BlockMesh, como se ve en la siguiente imagen:

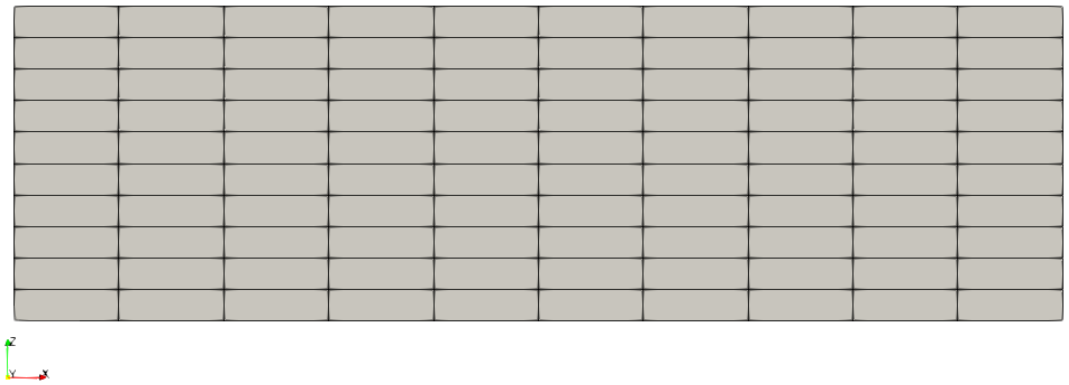


Figura 9. Malla computacional de calibración, caso S1. Fuente: Autor

Para el caso S2, se construyó una malla con 120000 celdas hexaédricas, sin razones de crecimiento, como se observa a continuación:

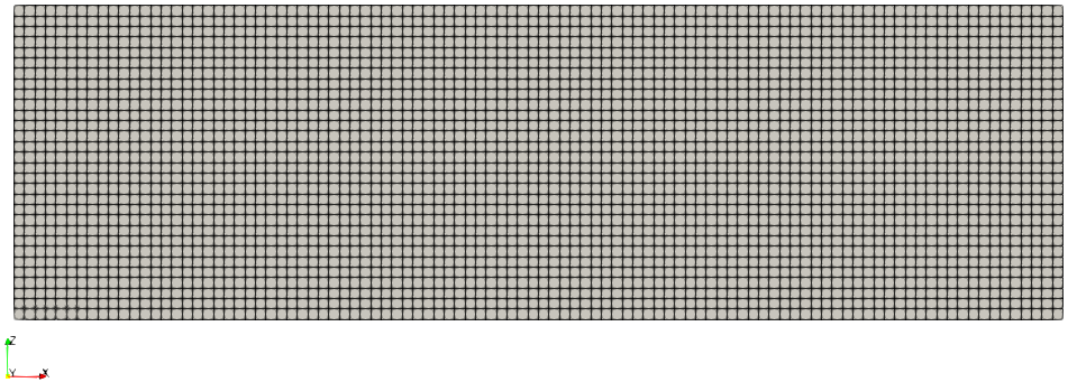


Figura 10. Malla computacional de calibración, caso S2. Fuente: Autor

En el caso S3 se construyó una malla computacional con el mismo número de celdas que el caso S2, con la diferencia de emplear 4 razones de crecimiento sobre los ejes x a lo largo del canal y sobre el eje z a lo alto del mismo, de manera que, de izquierda a derecha, para valores positivos de x, disminuye el número de celdas en contraste con su volumen y de la misma

forma se reorganizan las celdas de arriba hacia abajo.

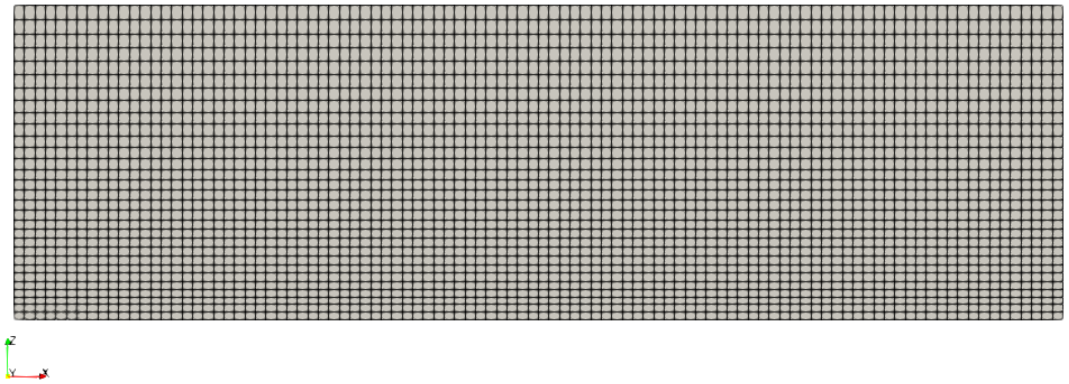


Figura 11. Malla computacional de calibración, caso S3. Fuente: Autor

Para el caso S4 se construyó una malla con 360000 celdas hexaédricas, con la diferencia de emplear razones de crecimiento, a modo que en dirección negativa al eje z disminuyan su tamaño, y se reubican más celdas en el lecho del canal donde están mayormente refinada la malla.

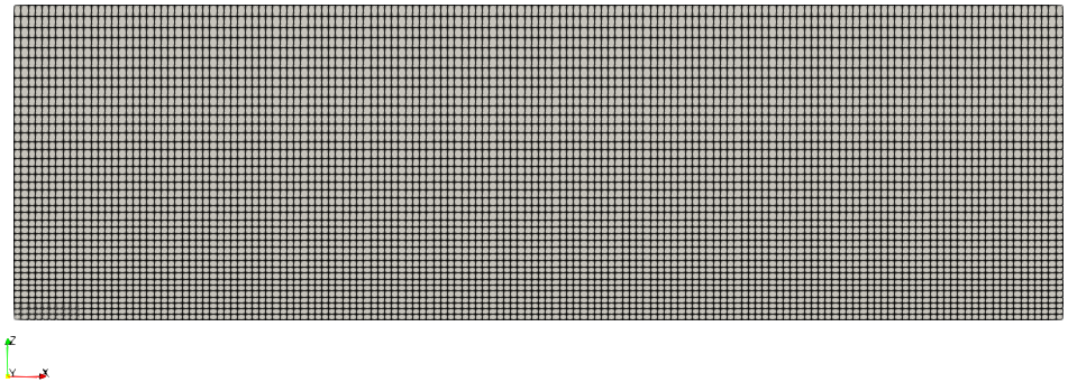


Figura 12. Malla computacional de calibración, caso S4. Fuente: Autor

Por último, se construye una malla no estructurada con el software Salome, que cuenta con 48399 celdas tetraédricas localmente refinadas hacia el lecho y costados de la estructura.

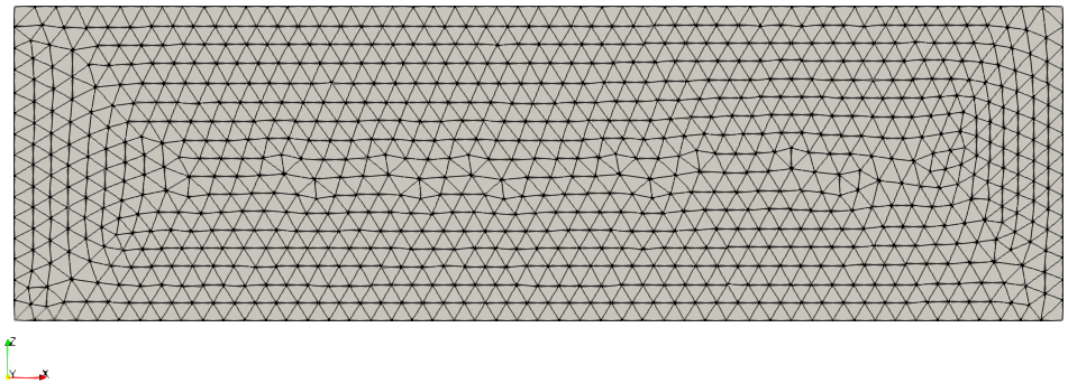


Figura 13. Malla computacional de calibración, caso S5. Fuente: Autor

Se presenta la comparación de las mallas, respecto a tres parámetros expuestos en la tabla 2, Además. se fijó como tiempo de simulación de 5 segundos y un delta t ajustable de 0.001 segundos con un valor máximo de Courant de 1, para cada caso:

Tabla 3. Contraste de tiempos y número de celdas en la malla computacional de los casos S1, S2, S3, S4. Fuente: Autor

Caso	Tiempo de Ejecución (s)	Tiempo a Reloj (s)	#Celdas
S1	19.77	35	1000
S2	1936.85	1967	120000
S3	1923.56	1940	120000
S4	10198.8	10225	360000
S5			48399

En la tabla 2 se identifica una relación y=x, donde a medida que aumenta el número de celdas incrementa tanto el tiempo de ejecución como el tiempo a reloj. Hecha esta salvedad, se evalúa la eficiencia del modelo con de campo de Courant sobre la salida del flujo (outlet), referenciado con la serie block=2, donde se muestran los siguientes resultados:

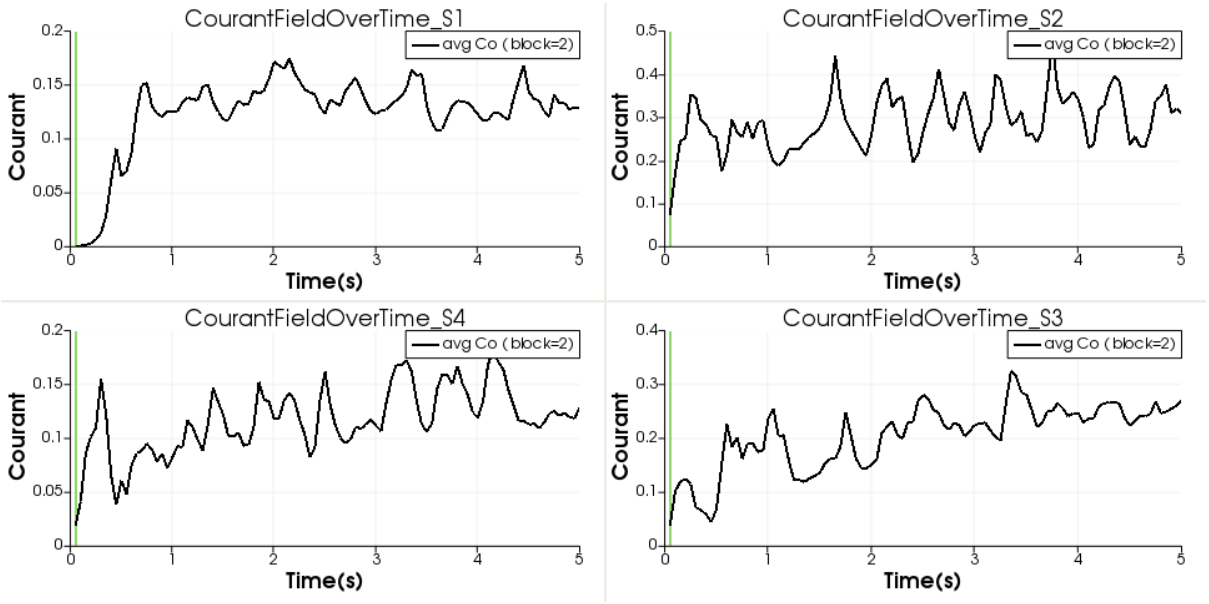


Figura 14. Campos de Courant en función del tiempo, de los casos S1, S2, S3, S4. Fuente: Autor

Se observa en la figura 14, la variación que presentan especialmente los casos S2 y S4 en la salida del flujo (outlet), como resultado, de una importante inestabilidad, en contraste, sobre los modelos S1 y S3 se muestra una mayor tendencia a la constancia. En consecuencia, de las soluciones que da el algoritmo PISO, se determina que, a fin de mantener estabilidad en la simulación de los casos, es fundamental la adecuada construcción de la malla, que el caso S3 demuestra, al ser refinadas las celdas en las áreas de mayor interés con las razones de crecimiento, lo cual, genera mayor eficiencia del modelo, en función del tiempo que tarda en procesar, el número de celdas y el campo de Courant.

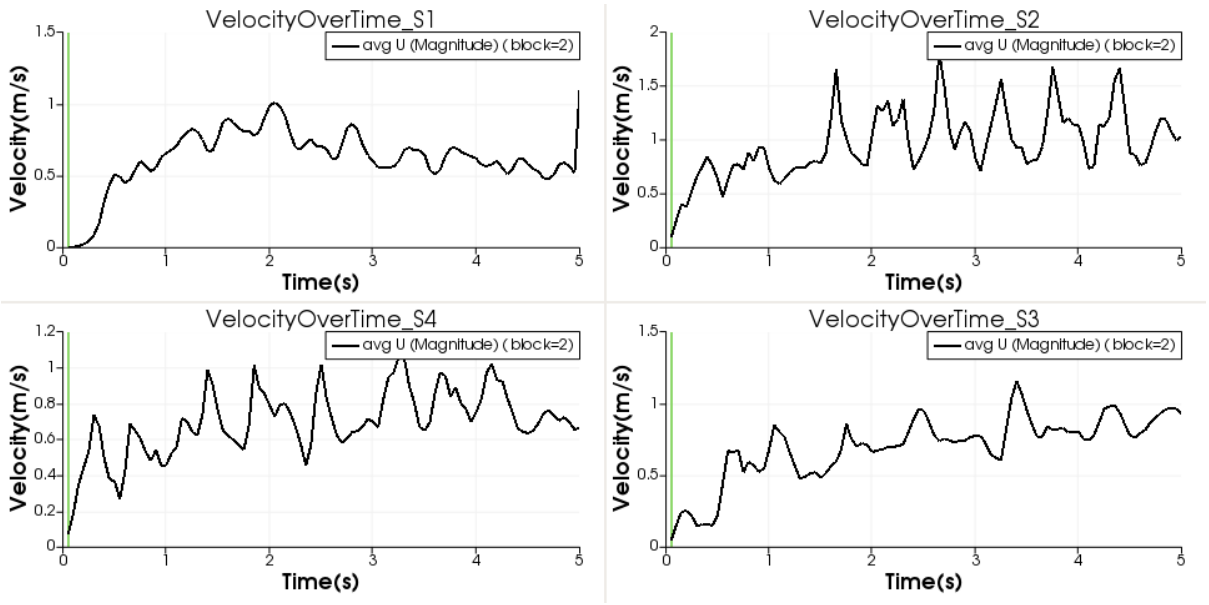


Figura 15. Campos de velocidad en función del tiempo, de los casos S1, S2, S3, S4. Fuente: Autor

Se observa en la figura 15, en el campo de velocidad para los cuatro primeros casos de malla computacional, se presenta un comportamiento similar al campo de Courant, esto por ser un término que compone la magnitud de este, de modo que a medida que aumenta la velocidad aumenta proporcionalmente el número de Courant, en un determinado paso de tiempo sobre un volumen de celda. Entonces se, evidencia importantes fluctuaciones de este campo en los casos S4 y S2 donde se ven más crecimientos y decrecimientos abruptos, que, en caso contrario, los casos S1 y S3 tienden a la constancia. No obstante, se menciona que a medida que aumenta el número de celdas se describe con más detalle la descripción del fluido en cuestión, por ende, el caso S1 se muestra como el menos representativo frente a los otros casos.

Casos en OpenFOAM

Tras procesar los datos, se emplea el parámetro Alpha.Water, que señala la proporción de agua en valores medidos de 0 a 1, modo tal que, al ser 1 la celda está totalmente llena de agua y caso contrario al ser 0 la celda contiene en su totalidad aire. Así es posible apreciar el comportamiento del flujo y medir las correspondientes profundidades del mismo a lo largo de las geometrías planteadas, esto, en secciones ya preestablecidas en el desarrollo de la fase experimental

un, relativo, desarrollo avanzado del perfil.

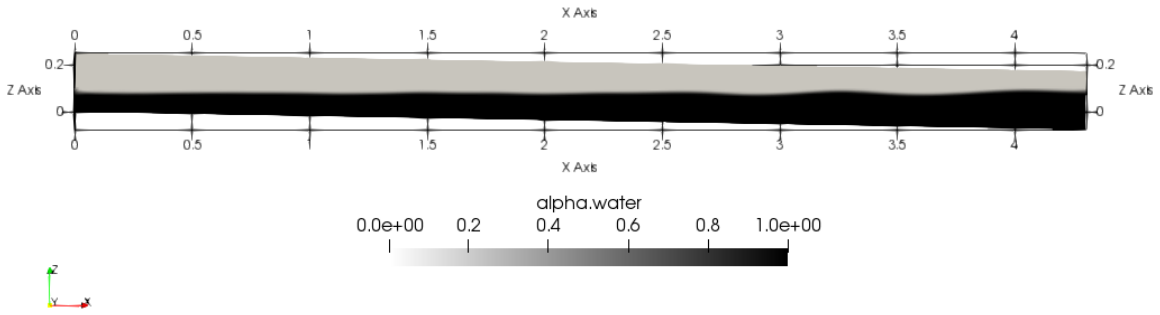


Figura 16. Alpha.Water para el perfil M1 a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

Como se observa en la figura 16, se presenta un tipo de flujo permanente gradualmente variado, el cual muestra un aumento progresivo en la profundidad del flujo aguas abajo aguas abajo, esto en un tiempo de simulación de 20 segundos indica un avanzado desarrollo del perfil, en términos relativos.

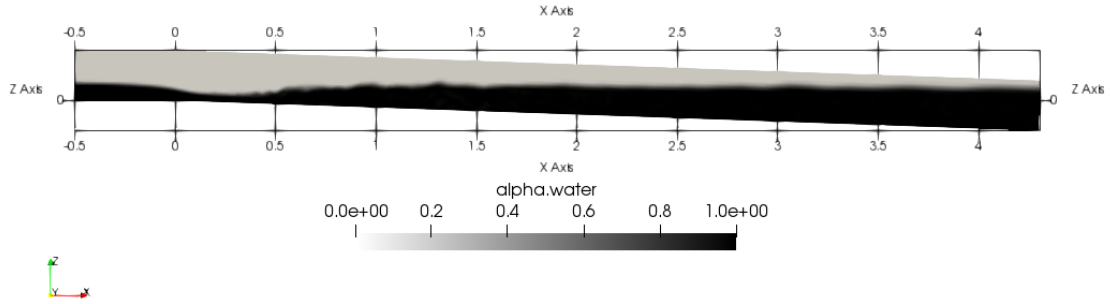


Figura 17. Alpha.Water para el perfil S1 a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

Para la figura 17, el flujo presenta importantes cambios en su profundidad, medido desde el punto 0 de la cuadricula sobre el eje x, hasta el punto 4 de la misma, y más allá, aguas abajo, ,esto, en razón de un temprano desarrollo del perfil.

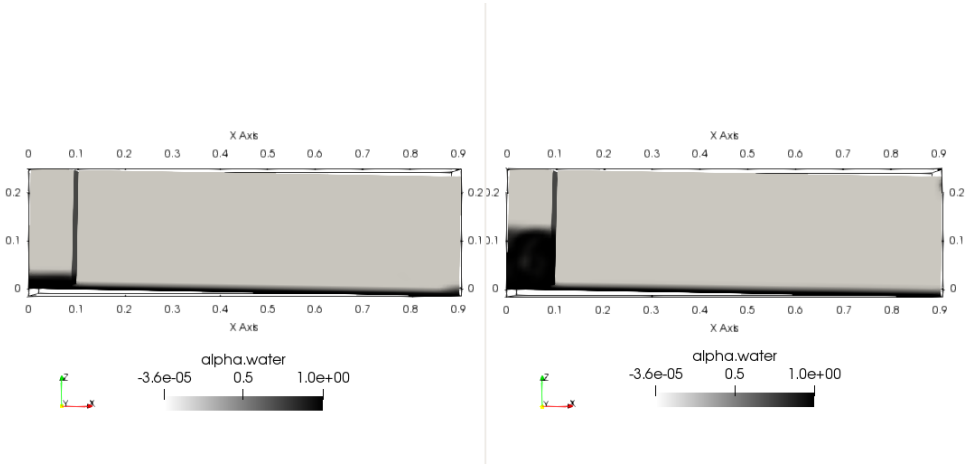


Figura 18. Alpha.Water para los perfiles M3 y M3_RANS a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

Se nota un comportamiento del término Alpha.Water, a la entrada del flujo, sumamente diferente en contraste de ambos casos, no obstante, después de la pared sumergida el flujo es aparentemente uniforme, con un ligero aumento al final de la sección en el caso M3.

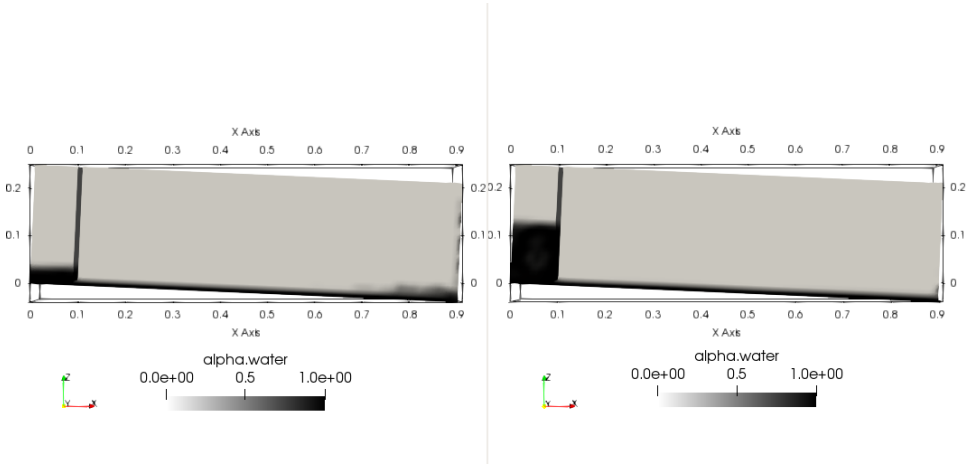


Figura 19. Alpha.Water para los perfiles S3 y S3_RANS a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

De la misma manera que en el perfil M3, se evidencia a la entrada del flujo una significativa diferencia en la profundidad del flujo, que al final de la sección del canal a menor escala es ciertamente marcada, de modo que en el caso S3 hacia la abscisa 0.8 en el eje x inicia un abrupto cambio en la misma.

Dicho lo anterior, el parámetro Alpha.Water se emplea para determinar la altura del flujo en cada abscisa del canal, partiendo desde la 0.1 en el eje x.

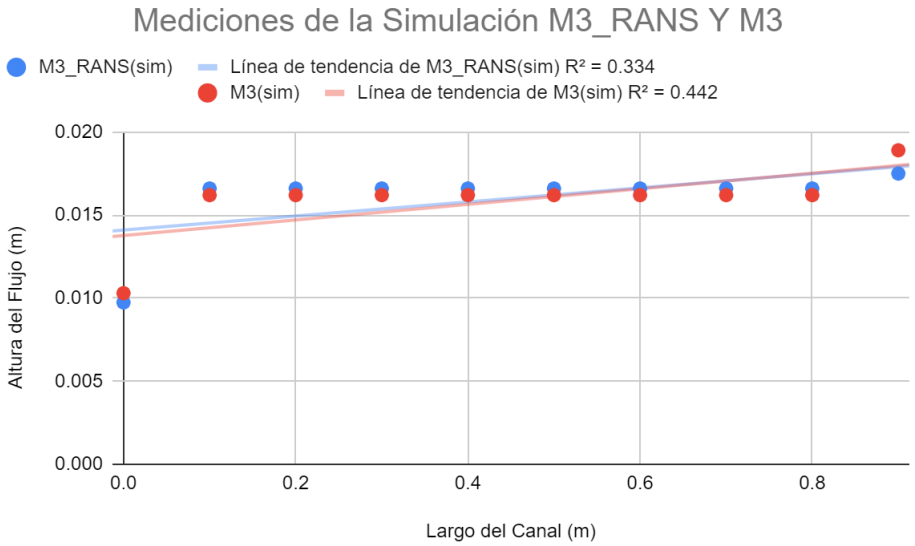


Figura 20. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M3(sim) y M3 RANS(sim) . Fuente: Autor

Se observa en la figura 19 un comportamiento, en la altura del flujo a lo largo del canal, significativamente dinámico, en ambos, dado su índice de correlación R^2, el cual, representa cuán variables son los datos respecto a la media, y se expresa con la línea de tendencia. En primera instancia, el modelo M3 con un valor del 44% en el R^2, presentó una mayor precisión

de los datos en contraste con el caso M3_RANS que mostró un 33% en el R^2. No obstante, presentan datos en la abscisa 0 sumamente diferentes respecto a los demás, ello influye en el cálculo de la media y genera un sesgo en los mismos.

Por otro lado, para los casos M1 (sim) y S1(sim) se obtuvieron los siguientes datos:

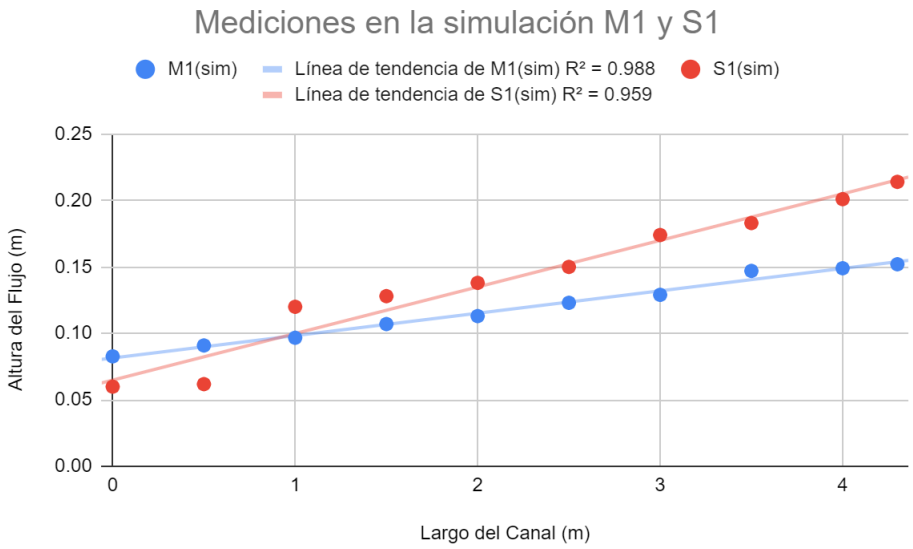


Figura 21. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1(sim) y S1 (sim) . Fuente: Autor

Se observa en la figura 20 un comportamiento del flujo progresivo y en incremento, con un constante desarrollo en busca de representar el comportamiento propio del flujo gradualmente variado. Además, se observa un R^2, que en ambos casos mantuvo una aproximación a la línea de tendencia, por encima del 90%, lo que finalmente da razón de la relativa formación avanzada del flujo permanente gradualmente variado en los modelos.

Tabla 4. Análisis estadístico de los casos M1(sim) y S1 (sim) . Fuente: Autor

	Varianza	Desviación Estándar	Promedio
M1(sim)	0.000630398	0.025107726	0.11903
S1(sim)	0.002810338	0.053012620	0.14297

Como se observa en la tabla 5 , en contraste de ambos modelos, la mayor precisión la presentó el modelo M1, lo cual, puede justificarse por la pendiente del 1% y consecuente velocidad del fluido y, por lo tanto, el comportamiento del mismo, resultaron en dicha diferencia.

Enseguida, se obtuvieron los siguientes resultados para las simulaciones del perfil S3:

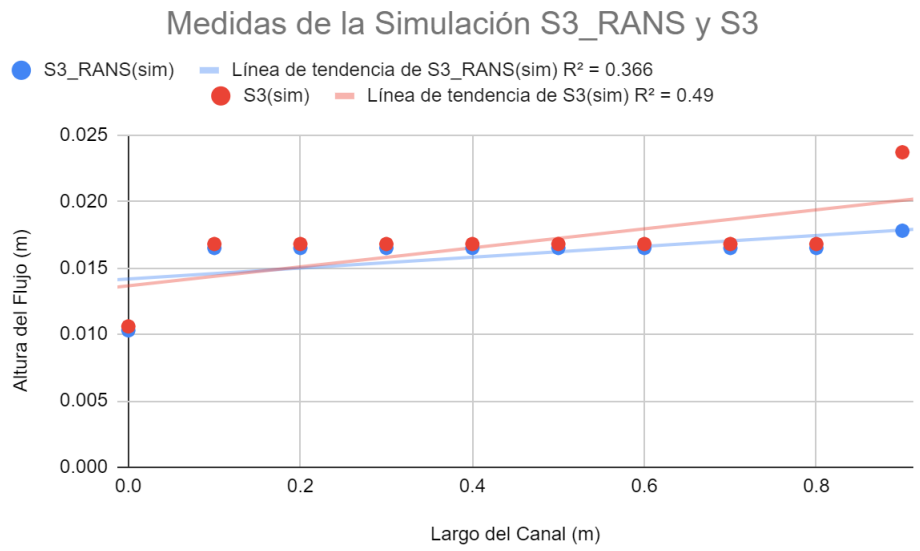


Figura 22. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S3(sim) y S3 RANS (sim) . Fuente: Autor

Se observa en la figura 21 un comportamiento en el flujo, para ambos casos, sumamente variables respecto a su media, por esto, no superó el 50% en el R^2, ello en gran medida por los datos en la abscisa 0 y la abscisa 9, donde, los mismos divergen en gran medida de la tendencia, de ahí que, se genera un error importante al momento de estimar el promedio. Así, en la tabla 3 se comparan los modelos S3(sim) y S3_RANS(sim) y se determina una importante desviación estándar en las diferencias, inclusive mayor al promedio de las mismas, lo que, resalta el error anteriormente mencionado.

Líneas de Flujo

Se trazan las líneas de flujo en magnitud de la velocidad, con el fin de observar el grado de desarrollo a los 20 segundos de los flujos gradualmente variados para los casos simulados.

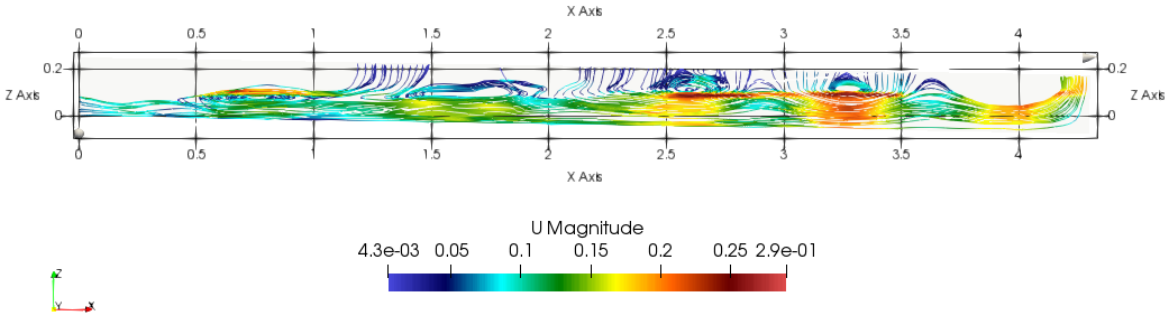


Figura 23. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad del perfil M1, a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.



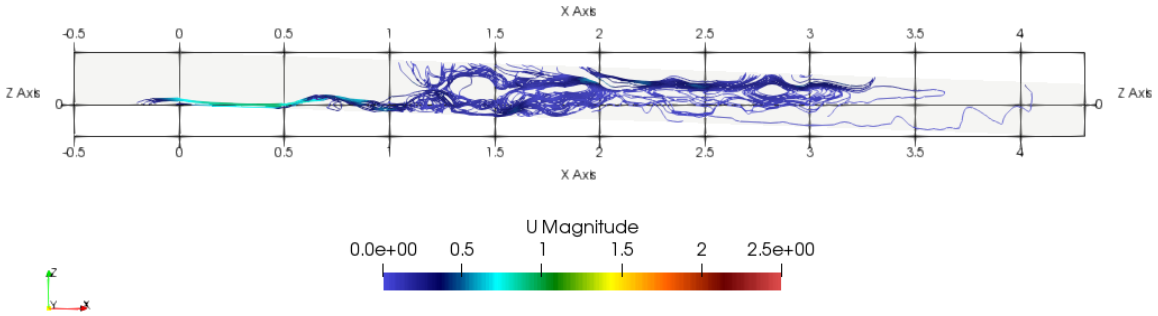


Figura 24. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad del perfil S1, a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.



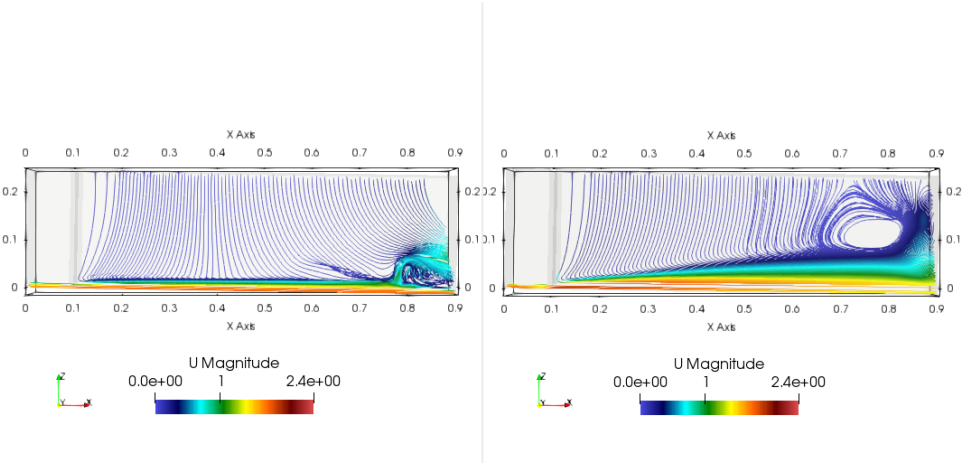


Figura 25. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad de los perfiles M3 y M3_RANS, a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

El la figura 23, se muestra que para el caso M3 muestra una difusa y aleatoria distribución de las líneas de flujo, que para el caso M3_RANS, se describe con vórtices claramente definidos, se explica por la turbulencia que presenta el flujo al final de la sección.

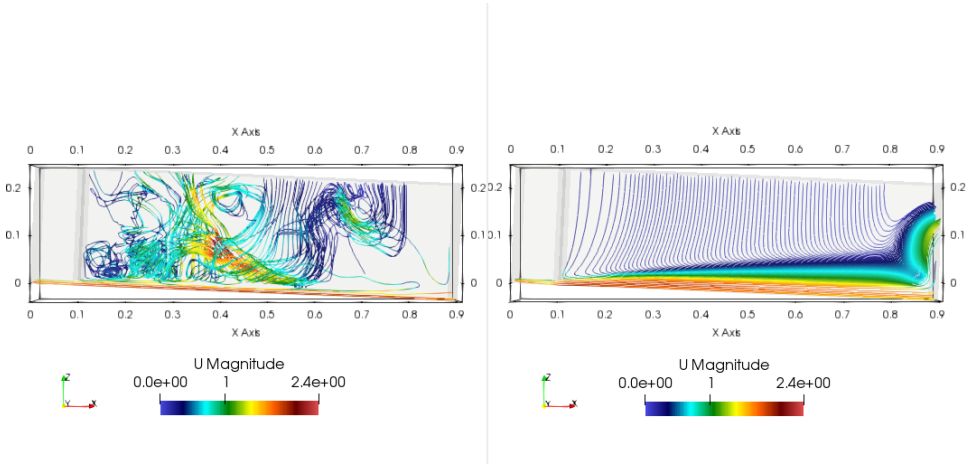


Figura 26. Líneas de flujo en magnitud de la velocidad de los perfiles S3 y S3_RANS, a los 20 segundos de simulación. Fuente: Autor.

En la figura 24, se notan importantes fluctuaciones en el perfil S3, al punto de presentar una distribución de las líneas de flujo anormal respecto a los casos anteriormente expuestos. Este fenómeno es causado dada la linealidad de las ecuaciones de Navier Stokes que, en función de altos números de Reynolds, se generan fluctuaciones o tensores viscosos, para los cuales se emplea en esquema de Promediado de Reynolds con el modelo de K-elipson para describir dichos tensores, de modo que al observar el caso M3_RANS, se evidencia una uniforme distribución de las líneas de flujos. Además, al final de la sección del canal se nota la formación de un vórtice que concuerda con la representación de la turbulencia que da la teoría de energía de cascada, la cual indica que esta se presenta como vórtices cargados de energía, esta a su vez depende del tamaño de los mismo.

Comparación ambos modelos

Se generó la siguiente tabla comparativa y general de los casos:

Tabla 6. Análisis estadístico comparativo de los casos experimentales y simulados. Fuente: Autor

Modelos en comparación	Diferencia Promedio (m)	Desviación Estándar (m)	Certeza %	p-value	Test de Varianzas (p-value)	Test Shapiro Wilk (p-value)	Prueba de rangos con Signo (p-value)	T Students
M3(sim)	0.00418	0.013218	90	0.100000	0.000045	0.000045	0.007208	
M3(exp)						0.001426		
M3_RANS (sim)	0.004304	0.013610	90	0.100000	0.000035	0.0000008	0.007208	

M3(exp)						0.001426		
M1(sim)	0.00247	0.007811	90	0.100000	0.148100	0.4779		0.4668
M1(exp)						0.7415		
S1(sim)	0.05028	0.158999	90	0.100000	1.000000	0.5057		0.0000691
S1(exp)						0.7727		
S3(sim)	0.00547	0.017298	90	0.100000	0.013750	0.00001821	0.004821	
S3(exp)						0.0002649		
S3_RANS (sim)	0.00461	0.014578	90	0.100000	0.167500	0.00000283	0.004821	
S3(exp)						0.00001821		

En la tabla 3, sobre las columnas Test de varianzas y Test de Shapiro Test, el color rojo indica el incumplimiento de la condición $p > 0.1$, y el color verde lo contrario. Del mismo modo, el color rojo sobre la columna de Prueba de rangos con Signo y t Students, indica incumplimiento de la condición mencionada, y el color verde el cumplimiento de esta.

Se observa en la tabla 3 la síntesis del análisis estadístico al que se someten los datos, de modo que, a cada modelo se da es mismo tratamiento y certeza, a fin de evaluar la calidad de los cálculos y de los datos. Dicho lo anterior, figuran dos poblaciones similares cuyo factor diferente radica en la práctica, donde un grupo de datos se tomaron en el laboratorio de hidráulica en la sede el Porvenir, y el otro dato fueron estimados con el modelo en CFD, desarrollado en una plataforma digital. de igual modo, un tercer grupo donde se emplearon modelos de turbulencia (K-elipson), en contraste, con los casos sin dichos modelos y de la misma manera con los casos experimentales. Así, se emplea el estadístico t Student (en un escenario crítico), funcional para muestras pequeñas y paramétricas (Kazmier, & Mata, 1999)) y el test de los rangos con signo de Wilcoxon, para muestras pareadas no paramétricas.(Gries, 2021)

En contexto, las pruebas estadísticas dependen de la naturaleza de su distribución, que para efectos prácticos se determina si es normal o no, lo que dependen de dos condiciones: la primera es en relación a la similitud de las varianzas de dos muestras iguales, cuya diferencia radica en la manera como se expresan, si es práctica experimental en el laboratorio o matemática computacional. La segunda se evalúa con la prueba de Shapiro-Wilk una prueba que evalúa la normalidad de la relación muestral. Se dice que, al cumplir con dichos criterios es paramétrica la relación, de lo contrario al no cumplir con alguno o los dos criterios no es paramétrica la relación, (Gries, 2021)

En cuanto a la distribución normal, esta se representa con una curva en el plano cartesiano en forma de campana, donde, coinciden en la punta y centro de la distribución, los valores de la media la mediana y la moda, de esta manera, se plantea que hacía cada extremo del eje central se deben presentar la misma proporción de valores, gráficamente hablando, esto

presenta una simetría en la curva normal partiendo de valor medio (Gries, 2021) y (Kazmier, & Mata, 1999)).

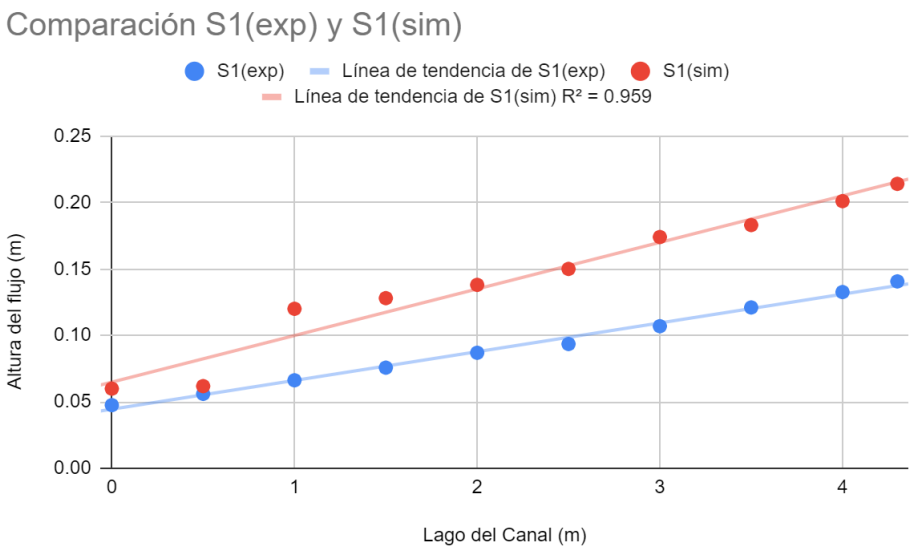


Figura 27. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S1(exp) y S1 (sim), Comparativa . Fuente: Autor

Se observa en la figura 25 una comparativa de los Casos S1 en la fase experimental y en la simulación, donde, es evidente una creciente diferencia a medida que se desarrolla el flujo a lo largo del canal, simultáneamente, crece la media de las diferencias y la desviación estándar de las mismas, lo que, al final deja un amplio margen de error, que lo lleva a un valor p, en el test t Stundets, menor al mínimo probabilístico de rechazo, consecuente, se descarta la hipótesis nula y se toma la hipótesis alternativa, que indica presentarse una significativa diferencia estadística.

Por otro lado, para la comparación de los perfiles M1 se obtuvo:

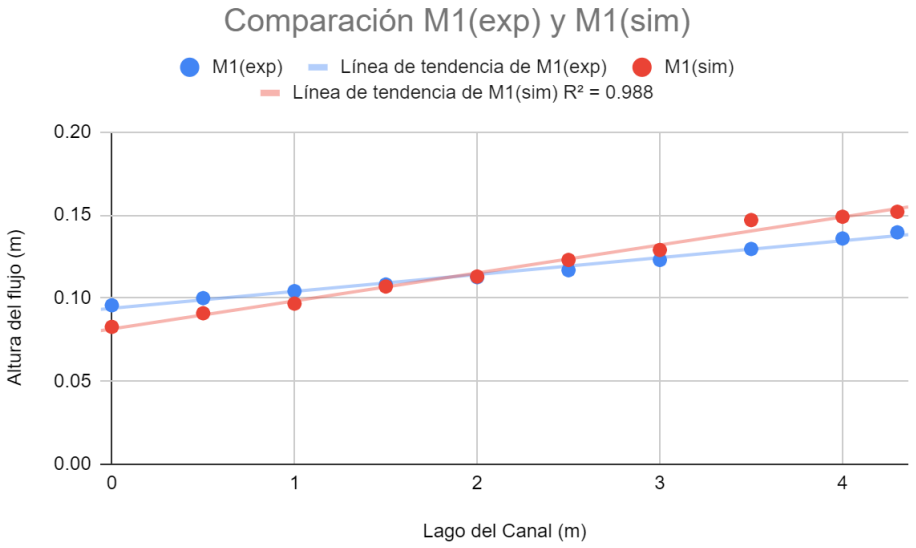


Figura 28. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M1(exp) y M1(sim), Comparativa. Fuente: Autor

Se observa en la figura 26 una comparativa de los casos M1 experimental y M1 simulación, donde la desviación estándar de sus diferencias representó menos del 6% del promedio de cada grupo de medidas, dando razón de su proximidad. A causa de ello, se muestra en la tabla 3 que su valor o en la prueba t Students fue mayo al mínimo de rechazo, y por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula y se argumenta que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre ambos modelos.

Respecto a los casos S3(sim), S3_RANS(sim) y S3(exp), se obtuvo:

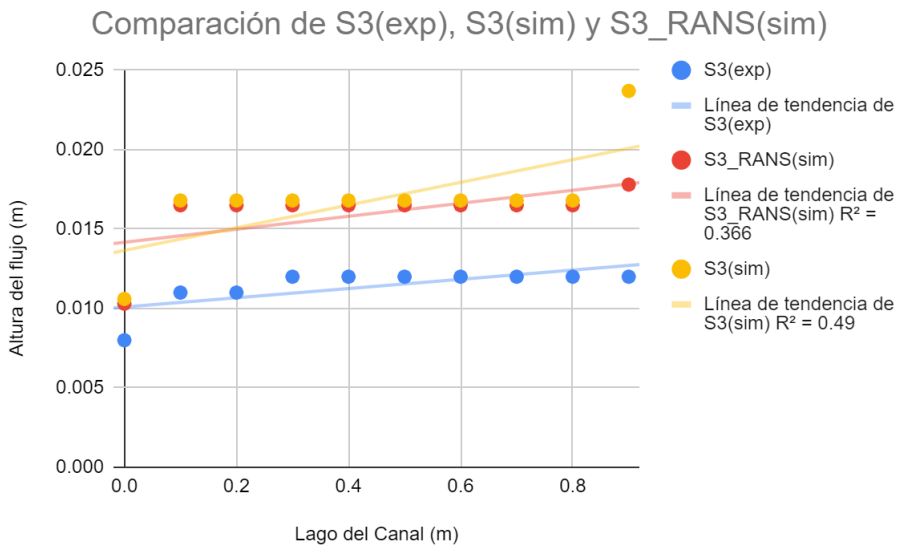


Figura 29. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles S3(exp), S3(sim), S3 RANS(sim), Comparativa . Fuente: Autor

En primera instancia, para los casos S3 experimental y S3_RANS se determinó una desviación estándar de las diferencias, menor al presentado en los casos S3 experimental y S3 simulación, como se observa en la tabla 3, lo que expresa una mayor proximidad, en dicho aspecto. Aunque, no cambia el hecho de presentar una diferencia significativa similar para los modelos simulados, frente al modelo experimental.

Del mismo modo, ambos casos simulados, según la tabla 3, obtuvieron valores de p, en la prueba de rangos y signos, menores al fijado de 0.1, es por esto que, ninguno de los perfiles S3 simulados presenta una proximidad estadísticamente significativa con el modelo experimental, Dada, por la aceptación de la hipótesis alternativa.

Después, para las comparativas de perfiles M3, se obtuvo:

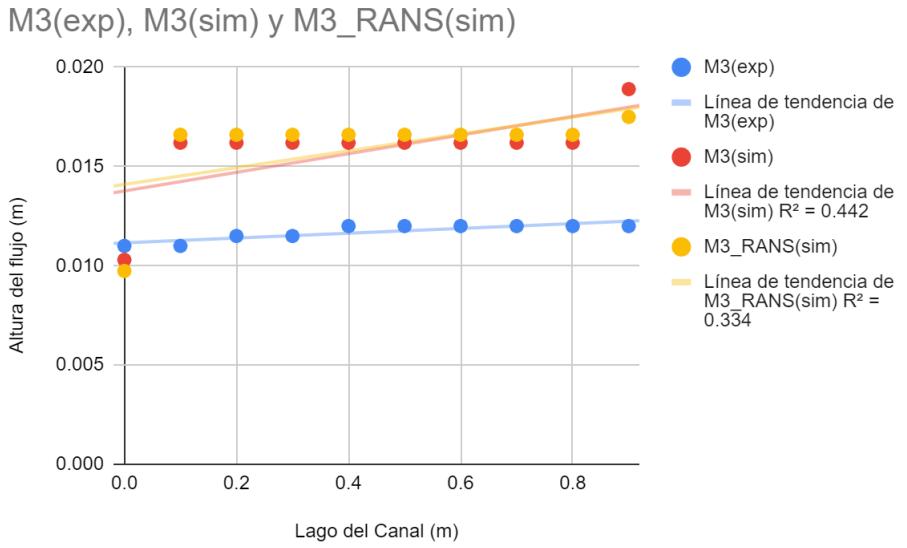


Figura 30. Medidas de Alturas del flujo a lo largo del canal, para los perfiles M3(exp), M3(sim), M3 RANS Comparativa. Fuente: Autor

Se observa en la Figura 27 la comparación de los casos M3 experimental, M3 Simulación y M3_RANS Simulación, donde se segmentan dos grupos de resultados. En el primer grupo de resultados, presenta una desviación estándar, de los modelos M3 Experimental y M3 Simulación, de menor magnitud en respecto a los modelos M3 experimental y M3_RANS Simulación, de ahí que, presenta una mayor proximidad. Sin embargo, como se ha dicho anteriormente, los modelos simulados mantienen un amplio margen de diferencia frente al modelo experimental, que, dados los valores en la tabla 3, muestran que, en ningún caso, para los perfiles M3, se acepta la hipótesis nula, en función de la prueba de rangos y signos.

También, se realizaron los cálculos para determinar formación de los perfiles de flujo gradualmente variado en las simulaciones, como se muestra a continuación:

Tabla 6. Cálculos para la determinación de los perfiles de flujo gradualmente variado, Casos Simulados. Fuente: Autor

Caso	Yc(m)	Yn(m)	Y(m)	Fr	S0	Sc	Sf	Dy/Dx
M1	0.016255	0.013635	0.11903	0.047491	0.009999	0.005254	0.000028	0.009995
S1	0.021403	0.013229	0.14297	0.054492	0.024994	0.005398	0.000042	0.025043
S3	0.031248	0.019378	0.01687	2.371607	0.024994	0.005825	0.033451	0.001828
M3	0.042226	0.036903	0.01588	4.080293	0.009999	0.006402	0.098641	0.005664
M3 RANS	0.042445	0.037115	0.016004	4.064455	0.009999	0.006414	0.097919	0.005665
S3 RANS	0.030177	0.018698	0.01601	2.434471	0.024994	0.005773	0.035130	0.002057

Se observa en la tabla 5 que el perfil S1, S3 y S3_RANS, como en el caso experimental, cumplen a cabalidad con todos los criterios, establecidos por Marbello (2012) y Te Chow (1994), para flujos gradualmente variados. De lo contrario, los perfiles M1, M3 y M3_RANS presentan una altura crítica Yc mayor que la altura normal Y, que deja en claro, el no

presentar un comportamiento teorizado propiamente para flujos gradualmente variados. En otras palabras, deja una proporción del 50% de los casos dentro de los parámetros teóricos.

Discusión de resultados

En un sistema natural, los factores que premeditan su comportamiento son en suma variados y significativos, de modo que, cada uno individualmente y en conjunto, influyen en los posibles efectos sobre alguna variación o estado estacionario que pueda presentar. Dicho lo anterior, se estructuran marcos complejos de teorización y análisis que dejan la labor representativa con una gran cantidad de parámetros a evaluar y proporcionalmente una creciente incertidumbre. En otras palabras, cuanto mayor sea el número de parámetros de ajuste, más incierto será el modelo, por ende, la labor se concentra en reducir la cantidad de datos y de la misma manera aumentar la cantidad de información. (Ghazizadeh & Abedini, 2017).

Sin embargo, se señala la incertidumbre que generan los instrumentos de medición en la práctica experimental, que, por diversos factores como la calidad y precisión de los mismos, que, entre otros, generan errores en los resultados obtenidos, de modo que, tanto en el sistema natural como en el esquema representativo son sumamente sensibles a las condiciones a las cuales sean sometidos. En consecuencia, se argumenta la falta de parámetros de ajuste que permitan, de manera más precisa, representar el sistema natural, puesto que solo fue empleado el caudal como único factor de relación entre ambos modelos, en efecto, no fue suficiente para la labor. Conforme a ello, se menciona la incidencia de las geometrías construidas, en los resultados, dado que estas alteran en gran medida el comportamiento del flujo, y por lo tanto, los resultados que arroja respecto al nivel de la lámina de agua. De igual modo, la rugosidad del canal y la presencia de sólidos disueltos en el agua, empleada para la práctica, son condiciones omitidas en la simulación.

Razón de que, en las pruebas estadísticas realizadas en la comparativa de los modelos experimentales y simulados, el único modelo que no presentó una diferencia estadísticamente representativa, fue el M1, a pesar de no dar los resultados esperados en cuanto a la formación del perfil gradualmente variado. Dicho lo anterior, se explica que la significativa diferencia, radicó, en el tiempo que tardó en establecerse cada perfil, que, para los casos hechos en el laboratorio, tomó cuestión de 4 a 7 minutos cada perfil, en contraste, con los 20 segundos de simulación en cada modelo matemático. Sobre esta dimensión temporal, no se tuvo en cuenta ningún parámetro de ajuste, lo que dejó un importante campo que abarcar.

Por otro lado, la malla computacional de todos los casos, se optó por emplear hexaedros para su construcción con la herramienta blockMesh, propia de OpenFoam, dado que la uniformidad de su topología hace más eficiente la resolución de los sistemas de ecuaciones, escritos por el método de volumen finito, y la paralelización en los cálculos que implica. Ello se debe a que, para determinar los nodos próximos se emplea un paso de adición dada la naturaleza del arreglo; en contraste, las mallas no estructuradas requieren el uso de punteros, con el fin de determinar un espacio en memoria que ocupan los nodos, de ahí que se necesitan

cálculos más complejos para identificar cada nodo, en conclusión, el tráfico en la memoria es mayor y así mismo el tiempo de procesamiento(Shewchuk, 1999).

También, el uso eficaz de los modelos de turbulencia está dado por la malla, más específicamente en las regiones cercanas a la pared, donde se requiere variar el tamaño de las celdas, con el fin, de resolver adecuadamente la subcapa viscosa del fluido, esto en función del número de Reynolds. Hecha esta salvedad, se argumenta que la turbulencia es generada por el gradiente de velocidad, el cual, puede conducir a errores en un mallado de mala calidad, consiguiente, se requiere compensar relativamente este efecto, mediante el empleo de esquemas limitados (The OpenFOAM Foundation, 2016).

Conclusiones

La sensibilidad de un modelo en OpenFoam, frente a un modelo experimental, depende de la calidad de los parámetros de ajuste y la adecuada calibración de los métodos matemáticos utilizados. En consecuencia, se determina que el uso de OpenFoam para representar sistemas naturales es potencialmente una alternativa para su estudio.

La calibración de los modelos en OpenFoam, para la representación de un flujo multifásico (interfaz de agua y aire), requiere de parámetros de ajuste con una significativa relevancia para la solución de los modelos matemáticos, por ende, se concluye que se necesita una mayor profundización, en el estudio de parámetros que conecten la las mediciones en un sistema natural y los resultados obtenidos de un modelo simulado.

Se determina, que la estabilidad y la convergencia de los métodos numéricos, que dan solución a las ecuaciones de Navier-Stokes en OpenFoam, dependen sustancialmente de la construcción adecuada de la malla computacional, de entre otros factores, dada la técnica de refinamiento empleada.

El uso del modelo de turbulencia k-elipson presenta un importante ajuste a la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes, para flujos turbulentos, lo cual, genera una descripción más acorde a la teorización de la turbulencia

Recomendaciones

Se recomienda evaluar otros términos en las condiciones de frontera, diferentes a los expuestos en el presente trabajo, para configurar los modelos en OpenFoam y así determinar los más óptimos para cada caso en particular.

Se recomienda, plantear un análisis del campo de velocidad en cada modelo dado que se pueda determinar una relación más significativa entre los mismos, y así validar un proceso efectivo de calibración.

El estudio de la turbulencia en flujos multifásicos, es una importante área que abarcar dada su complejidad y los requerimientos computacionales que implican. Por ende, se recomienda en estudio de la turbulencia para flujos multifásicos con enfoques diferentes a RANS, como los esquemas LES o DNS.

Se recomienda el estudio de diversas técnicas para el refinamiento de celdas hexaedros en la malla computacional.

Se recomienda evaluar la sensibilidad de una malla estructurada frente a una malla no estructurada, en razón de su topología.

Tras evidenciar las discrepancias que generan los diferentes campos temporales en la práctica experimental y los modelos simulados, se recomienda analizar la configuración de las condiciones iniciales para suplir dicha incertidumbre.

Referencias

1. Acosta, G. (2016). Factibilidad de una infraestructura hidráulica urbana sustentable de captación y conducción de agua pluvial. INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE OCCIDENTE. Tlaquepaque, México. Recuperado de: https://rei.iteso.mx/bitstream/handle/11117/4634/Factibilidad%20de%20una%20Infraestructura%20Hidr%c3%a1ulica%20Urbana%20Sustentable%20de%20Captaci%c3%b3n%20y%20Conducci%c3%b3n%20de%20Agua%20Pluvial...pdf?sequence=2&isAllowed=y.
2. Aguerre, H. J., Venier, C. M., Pairetti, C. I., Damián, S. M., & Nigro, N. M. (2020). A SIMPLE-based algorithm with enhanced velocity corrections: The COMPLEX method. Computers & Fluids, 198, 104396. doi:10.1016/j.compfluid.2019.104396.
3. Deng, Y., Sun, D., Liang, Y., Yu, B., & Wang, P. (2017). Implementation of the IDEAL algorithm for complex steady-state incompressible fluid flow problems in OpenFOAM. International Communications in Heat and Mass Transfer, 88, 63–73. doi:10.1016/j.icheatmasstransfer.2017.08.004.
4. García Hernández, Y. C., Montoya López, N. J., & Rodríguez Hernández, D. I. (2013). Diseño del sistema de drenaje pluvial para el casco urbano del municipio de La Concepción-Masaya (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua). Recuperado de: https://repositorio.unan.edu.ni/5008/1/94342.pdf.
5. x. Gradually Varied Flow modeling: How to choose a reach with maximum information content? Flow Measurement and Instrumentation, 56, 56–60. https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.05.001
6. Habla, F., Tan, M. W., Haßlberger, J., & Hinrichsen, O. (2014). Numerical simulation of the viscoelastic flow in a three-dimensional lid-driven cavity using the log-conformation reformulation in OpenFOAM®. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 212, 47–62. doi:10.1016/j.jnnfm.2014.08.005.
7. Jasak, H. (2009). OpenFOAM: Open source CFD in research and industry. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 1(2), 89–94. doi:10.2478/ijnaoe-2013-0011 Recuperado de: https://doi.org/10.2478/IJNAOE-2013-0011.
8. Katopodes, N. D. (2019). Gradually-Varied-Flow. In Free-Surface Flow: (pp. 464–517). Elsevier. https://doi.org/10.1016/b978-0-12-815487-8.00009-3
9.
10. Komen, E. M. J., Frederix, E. M. A., Coppen, T. H. J., D'Alessandro, V., & Kuerten, J. G. M. (2020). Analysis of the numerical dissipation rate of different Runge–Kutta and velocity interpolation methods in an unstructured collocated finite volume method

in OpenFOAM®. Computer Physics Communications, 107145. doi:10.1016/j.cpc.2020.107145.
11. Lysenko, D. A., Ertesvåg, I. S., & Rian, K. E. (2013). Modeling of turbulent separated flows using OpenFOAM. Computers & Fluids, 80, 408–422. doi:10.1016/j.compfluid.2012.01.015.
12. Marbello, R. (2012). Flujo gradualmente variado. Universidad Nacional de Colombia. Flujo Gradualmente Variado, páginas: 191–235.
13. Ministerio de vivienda, Ciudad y territorio. (8 de junio de 2017). Reglamento técnico para el sector de agua potable y saneamiento Básico. [Resolución 0330]. Recuperado de: https://www.minvivienda.gov.co/sites/default/files/documentos/0330-2017.pdf.
14. Moreno Vargas, J. S., & Victoria Muñoz, J. V.(2020) Estudio computacional del flujo alrededor de una figura geométrica en dos dimensiones de un fluido viscoso e incompresible a partir de las ecuaciones de Navier Stokes. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia, Bogotá D.C. Recuperado de: repository.udistrital.edu.co.
15. Moukalled, F., Mangani, L., & Darwish, M. (2015). The Finite Volume Mesh. Fluid Mechanics and Its Applications, 137–171.https://doi.org/10.1007/978-3-319-16874-6_6.
16. Rettenmaier, D., Deising, D., Ouedraogo, Y., Gjonaj, E., De Gersem, H., Bothe, D., … Marschall, H. (2019). Load balanced 2D and 3D adaptive mesh refinement in OpenFOAM. SoftwareX, 10, 100317. doi:10.1016/j.softx.2019.100317.
17. Robertson, E., Choudhury, V., Bhushan, S., & Walters, D. K. (2015). Validation of OpenFOAM numerical methods and turbulence models for incompressible bluff body flows. Computers & Fluids, 123, 122–145. doi:10.1016/j.compfluid.2015.09.010.
18. Román, L. A. S. (2010). Nueva herramienta para análisis de sistemas de drenaje pluvial urbano. Revista Científica de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, 31(1), 15-24. Recuperado de: https://riha.cujae.edu.cu/index.php/riha.
19. Shewchuk, J. R. (1999). Lecture notes on Delaunay mesh generation. Recuperado de: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download doi=10.1.1.102.3695&rep=rep1&type=pdf.
20. Te Chow, V. (1994). Chow _1994_ HIDRAULICA DE CANALES ABIERTOS. Editorial: McGraw-HILL. Bogotá, Colombia.
21. The OpenFOAM Foundation.(26/07/2016).OpenFOAM v7 User Guide. Recuperado de:https://cfd.direct/openfoam/user-guide-v7.
22. Tsiolakis, V., Giacomini, M., Sevilla, R., Othmer, C., & Huerta, A. (2020). Nonintrusive proper generalised decomposition for parametrised incompressible flow problems in OpenFOAM. Computer physics communications, 249, 107013.https://doi.org/10.1016/j.cpc.2019.107013.
23. Tuković, Ž., Perić, M., & Jasak, H. (2018). Consistent second-order time-accurate non-iterative PISO-algorithm. Computers & Fluids, 166, 78–85. doi:10.1016/j.compfluid.2018.01.041.
24. Vatankhah, A. R. (2010). Analytical integration of the equation of gradually varied flow for triangular channels. Flow Measurement and Instrumentation, 21(4), 546–549. https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2010.09.004.

25. Venier, C. M., Pairetti, C. I., Damian, S. M., & Nigro, N. M. (2017). On the stability analysis of the PISO algorithm on collocated grids. Computers & Fluids, 147, 25–40. doi:10.1016/j.compfluid.2017.01.017.
26. Wang, D., Dong, S., Ning, M., & Incecik, A. (2020). Extended variable-time-step Adams–Bashforth–Moulton method for strongly coupled fluid–structure interaction simulation. Ocean Engineering, 108335. doi:10.1016/j.oceaneng.2020.108335.
27. Wang, Z., Li, L., Cheng, H., & Ji, B. (2020). Numerical investigation of unsteady cloud cavitating flow around the Clark-Y hydrofoil with adaptive mesh refinement using OpenFOAM. Ocean Engineering, 206, 107349. doi:10.1016/j.oceaneng.2020.107349.
28. Yan, X., Mohammadian, A., & Rennie, C. D. (2020). Numerical modeling of local scour due to submerged wall jets using a strict vertex-based, terrain conformal, moving-mesh technique in OpenFOAM. International Journal of Sediment Research. doi:10.1016/j.ijsrc.2019.12.007.
29. Kumar, R., Cheng, L., Xiong, Y., Xie, B., Abgrall, R., & Xiao, F. (2021). THINC scaling method that bridges VOF and level set schemes. Journal of Computational Physics, 436, 110323. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2021.110323.
30. Comminal, R., & Spangenberg, J. (2021). Three-dimensional cellwise conservative unsplit geometric VOF schemes. Journal of Computational Physics, 110479. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2021.110479
31. Muñoz, M. R. P., & Calderón, W. R. (2015). NUEVAS ESTRATEGIAS DE CÁLCULO NUMÉRICO DE TIRANTES NORMALES EN CANALES RECTANGULARES.
32. Kazmier, L. J., & Mata, A. D. (1999). *Estadística aplicada a administración ya la economía* (No. HA29. K39 1993.). McGraw-Hill.
33. Gries, S. T. (2021). *Statistics for Linguistics with R*. De Gruyter Mouton. https://doi.org/10.1515/9783110718256.
34. Heyns, J. A., & Oxtoby, O. F. (2014, July). Modelling surface tension dominated multiphase flows using the VOF approach. In *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics* (pp. 7082-7090).
35. Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence modeling for CFD* (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: DCW industries.
36. Ferziger, J. H., Perić, M., & Street, R. L. (2002). *Computational methods for fluid dynamics* (Vol. 3, pp. 196-200). Berlin: springer.
37. Moukalled, F., Mangani, L., & Darwish, M. (2016). *The finite volume method in computational fluid dynamics* (Vol. 113, pp. 10-1007). Berlin, Germany:: Springer.
38.

Anexos

Directorios de casos

https://github.com/SSA1917/Flujo_Multifasico.

Análisis estadísticos con R

Se emplea el software R para el análisis comparativo de los modelos simulados y los modelos experimentales, de modo que se muestra el proceso para la creación de los DataFrames, que corresponden a los datos almacenados de manera ordenada y discriminada según los casos a evaluar. Así, se emplean dos casos de verificación que son para evaluar la similitud de los perfiles con y sin modelos de turbulencia. Por otro lado, se generan 4 DataFrames, para los perfiles S1,M1, M3 y S3, Como se muestra a continuación:

```
> Datos.m3sim.m3_RANSsim = data.frame(
+ M3sim = c(0.0103, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0189),
+ M3_RANSsim = c(0.00974, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0175))
> var.test(Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim, Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim and Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim
F = 0.92686, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.9118
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2302186 3.7315273
sample estimates:
ratio of variances
         0.9268586

> shapiro.test(Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim
W = 0.59265, p-value = 4.521e-05

> shapiro.test(Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim
W = 0.44724, p-value = 8.803e-07

> wilcox.test(Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim, Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3sim and Datos.m3sim.m3_RANSsim$M3_RANSsim
V = 19, p-value = 0.3876
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

```
> var.test(Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim, Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim and Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim
F = 2.2794, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.2355
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.5661807 9.1770130
sample estimates:
ratio of variances
           2.27944

> shapiro.test(Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim
W = 0.6568, p-value = 0.0002649

> shapiro.test(Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim
W = 0.49073, p-value = 2.832e-06

> wilcox.test(Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim, Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3sim and Datos.s3sim.s3_RANSsim$S3_RANSsim
V = 55, p-value = 0.003549
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

> Datos.s1exp.s1sim = data.frame(
+ S1exp = c(0.0475, 0.056, 0.0662, 0.0757, 0.0869, 0.0935, 0.1069, 0.121, 0.1326, 0.1406),
+ S1sim = c(0.0599, 0.0618, 0.12, 0.128, 0.138, 0.15, 0.174, 0.183, 0.201, 0.214))
> var.test(Datos.s1exp.s1sim$S1sim, Datos.s1exp.s1sim$S1sim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.s1exp.s1sim$S1sim and Datos.s1exp.s1sim$S1sim
F = 1, num df = 9, denom df = 9, p-value = 1
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.2483859 4.0259942
sample estimates:
ratio of variances
                 1

> shapiro.test(Datos.s1exp.s1sim$S1exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s1exp.s1sim$S1exp
W = 0.95885, p-value = 0.7727

> shapiro.test(Datos.s1exp.s1sim$S1sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s1exp.s1sim$S1sim
W = 0.93565, p-value = 0.5057

> t.test(Datos.s1exp.s1sim$S1sim, Datos.s1exp.s1sim$S1exp, paired = TRUE)

        Paired t-test

data:  Datos.s1exp.s1sim$S1sim and Datos.s1exp.s1sim$S1exp
t = 6.9193, df = 9, p-value = 6.917e-05
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.03384177 0.06671823
sample estimates:
mean of the differences
                0.05028
```

```
> Datos.m1exp.m1sim = data.frame(
+ M1exp = c(0.0827, 0.0909, 0.0967, 0.107, 0.113, 0.123, 0.129, 0.147, 0.149, 0.152),
+ M1sim = c(0.0957, 0.1, 0.1042, 0.1082, 0.1126, 0.1168, 0.123, 0.1296, 0.1359, 0.1396))
> fix(Datos.m1exp.m1sim)
> var.test(Datos.m1exp.m1sim$M1exp, Datos.m1exp.m1sim$M1sim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.m1exp.m1sim$M1exp and Datos.m1exp.m1sim$M1sim
F = 0.36382, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.1481
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.09036782 1.46473844
sample estimates:
ratio of variances
         0.3638203

> shapiro.test(Datos.m1exp.m1sim$M1exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m1exp.m1sim$M1exp
W = 0.95617, p-value = 0.7415

> shapiro.test(Datos.m1exp.m1sim$M1sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m1exp.m1sim$M1sim
W = 0.93299, p-value = 0.4779

> t.test(Datos.m1exp.m1sim$M1sim, Datos.m1exp.m1sim$M1exp, paired = TRUE)

        Paired t-test

data:  Datos.m1exp.m1sim$M1sim and Datos.m1exp.m1sim$M1exp
t = 0.75976, df = 9, p-value = 0.4668
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.004884315  0.009824315
sample estimates:
mean of the differences
                0.00247


> Datos.s3exp.s3_RANSsim = data.frame(
+ S3exp = c(0.008, 0.011, 0.011, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012),
+ S3_RANSsim = c(0.0103, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0165, 0.0178))
> var.test(Datos.s3exp.s3sim$S3exp, Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim)
Error in var.test(Datos.s3exp.s3sim$S3exp, Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim) :
  objeto 'Datos.s3exp.s3sim' no encontrado
> var.test(Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp, Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp and Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim
F = 0.38167, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.1675
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.09480125 1.53659826
sample estimates:
ratio of variances
         0.3816693

> shapiro.test(Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim
W = 0.49073, p-value = 2.832e-06

> shapiro.test(Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp
W = 0.55939, p-value = 1.821e-05

> wilcox.test(Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp, Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3exp and Datos.s3exp.s3_RANSsim$S3_RANSsim
V = 0, p-value = 0.004821
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

```
> Datos.s3exp.s3sim = data.frame(
+ S3exp = c(0.008, 0.011, 0.011, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012),
+ S3sim = c(0.0106, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0168, 0.0237))
> var.test(Datos.s3exp.s3sim$S3exp, Datos.s3exp.s3sim$S3sim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.s3exp.s3sim$S3exp and Datos.s3exp.s3sim$S3sim
F = 0.16744, num df = 9, denom df = 9, p-value = 0.01375
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.04158971 0.67411211
sample estimates:
ratio of variances
         0.1674399

> shapiro.test(Datos.s3exp.s3sim$S3exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3exp.s3sim$S3exp
W = 0.55939, p-value = 1.821e-05

> shapiro.test(Datos.s3exp.s3sim$S3sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.s3exp.s3sim$S3sim
W = 0.6568, p-value = 0.0002649


> wilcox.test(Datos.s3exp.s3sim$S3exp, Datos.s3exp.s3sim$S3sim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.s3exp.s3sim$S3exp and Datos.s3exp.s3sim$S3sim
V = 0, p-value = 0.004821
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

> Datos.m3exp.m3sim = data.frame(
+ M3sim = c(0.0103, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0162, 0.0189),
+ M3exp = c(0.011, 0.011, 0.0115, 0.0115, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012))
> var.test(Datos.m3exp.m3sim$M3exp, Datos.m3exp.m3sim$M3sim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.m3exp.m3sim$M3exp and Datos.m3exp.m3sim$M3sim
F = 0.038952, num df = 9, denom df = 9, p-value = 4.544e-05
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.009675172 0.156821274
sample estimates:
ratio of variances
        0.03895219

> shapiro.test(Datos.m3exp.m3sim$M3sim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3exp.m3sim$M3sim
W = 0.59265, p-value = 4.521e-05

> shapiro.test(Datos.m3exp.m3sim$M3exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3exp.m3sim$M3exp
W = 0.71724, p-value = 0.001426

> wilcox.test(Datos.m3exp.m3sim$M3exp, Datos.m3exp.m3sim$M3sim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.m3exp.m3sim$M3exp and Datos.m3exp.m3sim$M3sim
V = 1, p-value = 0.007208
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

```
> Datos.m3exp.m3_RANSsim = data.frame(
+ M3exp = c(0.011, 0.011, 0.0115, 0.0115, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012, 0.012),
+ M3_RANSsim = c(0.00974, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0166, 0.0175))
> var.test(Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp, Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim)

        F test to compare two variances

data:  Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp and Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim
F = 0.036103, num df = 9, denom df = 9, p-value = 3.294e-05
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.008967516 0.145351145
sample estimates:
ratio of variances
        0.03610317

> shapiro.test(Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim
W = 0.44724, p-value = 8.803e-07

> shapiro.test(Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp
W = 0.71724, p-value = 0.001426

> wilcox.test(Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp, Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim, paired = TRUE)

        Wilcoxon signed rank test with continuity correction

data:  Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3exp and Datos.m3exp.m3_RANSsim$M3_RANSsim
V = 1, p-value = 0.007208
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Se indica que para las pruebas del T Students y de rangos con signos de Wilcoxon, el Software muestra en pantalla, que no fue posible hacer los cálculos de cada test con exactitud.