Trayectorias reales del aprendizaje de visualización espacial, en niños en situación de discapacidad intelectual leve de grado sexto.

Fanny Marleny Porras Huertas

Maestría en Educación

Énfasis en Educación Matemática

Modalidad de Investigación

Facultad de Ciencias y Educación

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bogotá, 2017

Trayectorias reales del aprendizaje de visualización espacial, en niños en situación de discapacidad intelectual leve de grado sexto.

Fanny Marleny Porras Huertas

Directora

Dra. Olga Lucía León Corredor

Grupo de Investigación

GIIPLyM

Maestría en Educación

Énfasis en Educación Matemática

Modalidad de Investigación

Facultad de Ciencias y Educación

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bogotá, 2017

DEDICATORIA

Este trabajo es dedicado a la personita que me enseño con su existir el verdadero sentido del amor, a mi hija Laura Valentina Gasca Porras, quien es mi motor y que me regalo parte de su tiempo para que este fuera hoy una realidad,

te amo princesa.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por brindarme sabiduría, fortaleza y protección para continuar día a día con este camino, a él le doy gracias por la presencia de mis padres porque siempre han estado conmigo, apoyando mis decisiones y comprendiendo mis equivocaciones. Agradezco a mi esposito Pedro José Gasca por su ayuda y disposición. Agradezco muy especialmente a la doctora Olga Lucia León Corredor por su apoyo, orientación, colaboración y paciencia en este proceso, muchas gracias teacher. También agradezco el trabajo en equipo logrado con mis compañeros William Suarez y Gloria Sicuamia, quienes con sus aportes y experiencias pedagógicas fortalecieron y apoyaron mi investigación. Finalmente, agradezco a los profesores de la maestría quienes hicieron parte y aportaron para el buen desarrollo de esta investigación. Mil y mil gracias a todos.

Tabla de contenido

Introducción **11**

CAPÍTULO 1: Contextualización de la investigación **13**

1.1 Pregunta Orientadora 15

1.2 Objetivos de la investigación 15

1.2.1 Objetivo general 15

1.2.2 Objetivos específicos 16

2 CAPÍTULO 2: Discapacidad intelectual y visualización espacial **17**

2.1 Discapacidad intelectual 17

2.1.1 Discapacidad intelectual y las matemáticas 21

2.2 Pensamiento espacial 22

2.2.1 Visualización en matemáticas 23

2.3 Discapacidad intelectual y pensamiento espacial 24

2.4 Trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA) 25

2.4.1 Trayectoria hipoteticas de Aprendizaje para la visualización 28

2.5 Procesos que desarrolla la visualización espacial 29

2.5.1 Deslizar 30

2.5.2 Girar 31

2.5.3 Voltear 32

2.5.4 Movilizar 33

3 CAPÍTULO 3: Diseño metodológico **34**

3.1 Experimento de enseñanza 35

3.1.1 Diseño de la THA en la visualización espacial 36

3.1.1.1 Hipótesis de meta 36

3.1.1.2 Hipótesis de población 37

3.1.1.3 Descriptores, hipótesis, indicadores, actividades y procesos asociados de cada uno de los niveles para la investigación 37

3.1.1.4 Elaboración de instrumentos. 41
3.1.1.4.1 Instrumentos para el diseño de actividades 41
3.1.1.4.2 Instrumentos para la recogida de información 41
3.1.1.4.3 Instrumentos para el análisis a-posteriori 43
3.1.2 Experimentación en el aula 43
3.1.2.1 Caracterización de los escenarios educativos 43
3.1.2.2 Descripción de los actores educativos 44
3.1.2.3 Aplicación de las actividades de la THA 44
3.1.2.4 Seguimiento de aprendizaje y desarrollo de niveles 44
4 CAPÍTULO 4: Resultados y discusión 46
4.1 Análisis de progresión de aprendizaje de los estudiantes por procesos 46
4.1.1 Estudiante 1 47
4.1.1.1 Deslizar 47
4.1.1.2 Girar 48
4.1.1.3 Voltear 50
4.1.1.4 Movilizar 51
4.1.2 Estudiante 2 51
4.1.2.1 Deslizar 51
4.1.2.2 Girar 53
4.1.2.3 Voltear 54
4.1.2.4 Movilizar 55
4.1.3 Estudiante 3: 56
4.1.3.1 Deslizar 56
4.1.3.2 Girar 58
4.1.3.3 Voltear 58
4.1.3.4 Movilizar 59
4.2 Resultados de las Trayectorias Reales de Aprendizaje 60
4.3 Verificación de hipótesis por niveles. 60
4.3.1 Nivel 1 61
4.3.2 Nivel 2 64
4.3.3 Nivel 3 68
4.3.4 Nivel 4 72

4.3.5 Nivel 5 75
4.3.6 Nivel 6 77
5 CAPÍTULO 5: Conclusiones y reflexiones 80
5.1 Conclusiones 80
5.2 Reflexiones 83
6 CAPÍTULO 6: Logros alcanzados durante la investigación 84
7 Referencias bibliográficas 85

Listado de tablas

Tabla 1 *Características y necesidades generales de los estudiantes con Discapacidad Intelectual leve Tomado de (Consejería de educación, Dirección General de Participación e Innovación Educativa, 2008, págs. 19-20).* *20*
Tabla 2 *Descripción de los niveles de la trayectoria: imágenes y visualización espacial.* *28*
Tabla 3 *Hipótesis para la investigación nivel 1.* *38*
Tabla 4 *Hipótesis para la investigación nivel 2.* *38*
Tabla 5 *Hipótesis para la investigación nivel 3.* *39*
Tabla 6 *Hipótesis para la investigación nivel 4.* *39*
Tabla 7 *Hipótesis para la investigación nivel 5.* *40*
Tabla 8 *Hipótesis para la investigación nivel 6.* *40*
Tabla 9 *Rejillas de la progresión en el desarrollo por procesos, niveles y estudiante.* *46*
Tabla 10 *Verificación de hipótesis nivel 1.* *61*
Tabla 11 *Verificación de hipótesis nivel 2.* *64*
Tabla 12 *Verificación de hipótesis nivel 3.* *68*
Tabla 13 *Verificación de hipótesis nivel 4.* *72*
Tabla 14 *Verificación de hipótesis nivel 5.* *75*
Tabla 15 *Verificación de hipótesis nivel 6.* *77*

Tabla de ilustraciones

Ilustración 1 *Ciclo de la enseñanza de la matemáticas abreviado (Simon, 1995, p. 136)* _____*27*
Ilustración 2 *Traslación de un punto P.*_____*31*
Ilustración 3 *Rotación de un punto P.* _____*32*
Ilustración 4 *Reflexión axial de un punto P.* _____*33*
Ilustración 5 *Adaptación de Molina et al. (2011)* _____*34*
Ilustración 6 *Tomado de (González Velasco, 2016)* _____*35*
Ilustración 7 *Diseño de la THA. Fuente propia* _____*36*
Ilustración 8 *Estructura para la elaboración de los instrumentos en cada uno de los niveles. Fuente propia.* ____*41*
Ilustración 9 *Presentación del ELAN* _____*42*
Ilustración 10 *Rejilla para la selección de las evidencias de acuerdo a los procesos vinculados.* _____*43*
Ilustración 11 *Rejillas del desarrollo por niveles y estudiante* _____*44*
Ilustración 12 *Resultados de las Trayectorias Reales de Aprendizaje* _____*60*
Ilustración 14 *Relación de la disposición del movimiento*_____*67*

Resumen

Este trabajo, presenta una estructura de investigación sobre las trayectorias reales de aprendizaje (TRA) de la visualización espacial de un grupo de niños de grado sexto, diagnosticados con "déficit cognoscitivo leve"[1], en un colegio de integración del Distrito Capital; a partir de una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) para la visualización, diseñada, teniendo como referencia las THA tomadas de Clements y Sarama (2015).

El enfoque teórico abordado fue la investigación en diseño que con el experimento de enseñanza, permitió el análisis de la información obtenida identificando un desarrollo y progresión del aprendizaje en la visualización espacial y reconociendo las Trayectorias Reales de los estudiantes, y las características que tienen las THA de la visualización, para que no marginen niños en situación de discapacidad intelectual leve.

Palabras claves:

Trayectoria de aprendizaje, discapacidad intelectual, diseños didácticos, pensamiento espacial, visualización.

[1] Categoría diagnóstica de la Deficiencia o Retardo Mental, utilizada aún por algunas entidades especializadas en éstos diagnósticos; pese a que desde hace algunos años éste término está siendo remplazado por "Discapacidad Intelectual" (sustentado en el marco teórico), que es como se asumirá en el transcurso del proyecto.

Introducción

El presente trabajo titulado: “Trayectorias reales del aprendizaje de visualización espacial, en niños en situación de Discapacidad intelectual leve de grado sexto” surge de un proceso investigativo relacionado a las Líneas de investigación: Lenguaje y Construcción de Conocimiento Matemático y la de formación de profesores de matemáticas en y para la diversidad, en el marco del programa AIDETC (Programa Nacional Colciencias código 1419-6614- 44765), vinculado al proyecto Desarrollo didáctico y tecnológico en escenarios didácticos para la formación de profesores que acogen la diversidad: factores para su implementación y su validación en la UDFJC, cuyo proyecto está inmerso en AIDETC; y al proyecto internacional ACACIA: Centros de Cooperación para el Fomento, Fortalecimiento y Transferencia de Buenas Prácticas que Apoyan, Cultivan, Adaptan, Comunican, Innovan y Acogen a la comunidad universitaria (código 561754-EPP- 1-2015- 1-COEPPKA2- CBHE-JP) cofinanciado por el Programa Erasmus+ de la Unión Europea; llevado a cabo en un periodo de aproximadamente de dos años en el Grupo de Investigación Interdisciplinaria en Pedagogía del Lenguaje y las Matemáticas –GIIPLyM–, en el cual se realizaron actividades propias de la investigación.

La organización dada en el desarrollo de la investigación se muestra en cinco capítulos.

En el capítulo uno, se presenta una contextualización y planteamiento del problema que permite evidenciar la necesidad de abordar el proyecto, al igual que la pregunta orientadora, el objetivo general y los objetivos específicos de la investigación.

En el capítulo dos, se toman algunos referentes teóricos sobre la discapacidad intelectual y el pensamiento espacial, además de abordar las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA) de

Clements y Sarama (2009, 2015) para determinar los procesos que desarrollan la habilidad de visualización espacial.

En el capítulo tres, se presenta el proceso metodológico abordado, a partir de la investigación en diseño con el experimento de enseñanza, develando las fases de la investigación realizadas.

El cuarto capítulo, presenta los resultados y discusiones a partir de la investigación, se evidencia la Trayectoria Real de Aprendizaje (TRA) de los estudiantes en situación de discapacidad intelectual leve para el desarrollo de la visualización espacial, en tanto no son marginados por su situación.

El quinto y último capítulo, son conclusiones y reflexiones a partir de lo evidenciado en la investigación.

CAPÍTULO 1: Contextualización de la investigación

La educación integral en Colombia es un derecho que busca garantizar "el respeto a la diversidad de su etnia, género, opción sexual, discapacidad, excepcionalidad, edad, credo […] y generar condiciones de atención especial a las poblaciones que lo requieran." (Ministerio de Educación Nacional , 2005, pág. 4); desde hace ya algunos años, el sistema educativo ha venido trabajando en aulas de inclusión, que pretenden acoger además de estudiantes regulares, estudiantes de necesidades educativas especiales (NEE); sin contar, en muchos casos con el apoyo suficiente para el trabajo con ellos en aula regular; de allí surge el reto de atender oportuna y adecuadamente todos los estudiantes que ingresen a las aulas regulares y hacerlos parte del proceso a nivel matemático sin que este hecho se salga de las manos de los maestros y por ende de las institución.

> La educación inclusiva da la posibilidad de acoger en la institución educativa a todos los estudiantes, independientemente de sus características personales o culturales. Parte de la premisa según la cual todos pueden aprender, siempre y cuando su entorno educativo ofrezca condiciones y provea experiencias de aprendizaje significativas; en otras palabras, que todos los niños y niñas de una comunidad determinada puedan estudiar juntos. (Ministerio de Educación Nacional Educación para todos, 2007, pág. 4)

Teniendo como base esa premisa y la experiencia laboral de cinco años con grupos de grado sexto de un colegio distrital en la ciudad de Bogotá, en donde se cuenta en el aula de clase regular con dos o tres estudiantes diagnosticados con "déficit cognoscitivo leve", nace el desafío, de atender con eficacia, pertinencia e igualdad a todas y cada una de las necesidades comunes y especificas presentes en las aulas, para lograr así una educación más accesible diseñando ambientes de aprendizaje partiendo de trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA).

> La THA es un camino, una ruta que sigue un estudiante para resolver una tarea planteada; así mismo, le proporciona al docente criterios para seleccionar o incluso elaborar un diseño instruccional particular que ayudarán a que el profesor tome decisiones de enseñanza basado en la mejor conjetura acerca de cómo va a proceder el aprendizaje. (Simon, 1995, pág. 132)

La THA permite al profesor organizar su plan de enseñanza, con objetivos y actividades, teniendo en cuenta la población con la que se trabaja, y las diferentes maneras de abordar las tareas planteadas.

En esta dirección, Clements y Sarama (2015), afirman que las THA permiten que los estudiantes desarrollen su pensamiento de forma natural, a la vez que los profesores construyen las matemáticas en los estudiantes, sabiendo que todas las metas y actividades que se propongan están dentro de las capacidades del desarrollo de los estudiantes (pág. 10)

> La construcción de trayectorias de aprendizaje de los niños es uno de los desafíos más urgentes a los que se enfrenta actualmente la educación matemática. Es también uno de los problemas más apasionantes porque es allí donde podemos construir nuestra comprensión de las matemáticas de los niños y cómo nosotros, como profesores, podemos influir en esas matemáticas. (Steffe, 2004, pág. 130)

Para fundamentar el valor del objeto matemático a trabajar en esta investigación, no podemos ignorar los Lineamientos curriculares de matemáticas, en donde se observa que uno de los pensamientos a trabajar es el pensamiento espacial, definido como:

> El conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales constituye un componente indispensable del pensamiento matemático, hace referencia a la percepción, intuitiva o racional, del entorno propio y de los objetos que hay en él. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 37).

Dado que el desarrollo del pensamiento espacial se realiza a partir de dos habilidades principales; la orientación espacial y la visualización espacial (A. J. Bishop, 1980; Harris, 1981; McGee, 1979). Se hace pertinente el trabajo particular de cada una de estas, como aporte en dicho pensamiento; reconociendo que en las dos últimas décadas se ha producido un resurgimiento de la investigación sobre la visualización (Arcavi, 2003; Battista, 1990, 2007; Bishop, 983, Clements, 1983; Gutiérrez, 1991, 1996a; Hershkowitz, Parzysz y van Dormolen, 1996; Lean y Clements (1981); Presmeg, 1989, 1991, 2006a, 2008; Zimmerman y Cunningham, 1991), en esta investigación se abordó lo referente a las imágenes y la visualización espacial.

1.1 Pregunta Orientadora

Teniendo en cuenta que, Clements & Sarama (2015), proponen la trayectoria de aprendizaje de imágenes y visualización espacial como parte fundamental en el desarrollo del pensamiento espacial, se plantea la siguiente pregunta de investigación: **¿Qué características tienen las trayectorias hipotéticas de aprendizaje de la visualización, para que no marginen niños en situación de discapacidad intelectual leve?**

1.2 Objetivos de la investigación

1.2.1 Objetivo general

- Desarrollar aprendizajes del espacio en niños en situación de Discapacidad Intelectual leve, a partir de trayectorias hipotéticas de la visualización.

1.2.2 Objetivos específicos

- Valorar de la trayectoria hipotética de aprendizaje de Clements y Sarama para la visualización en niños en situación de Discapacidad Intelectual leve.
- Identificar trayectorias reales de aprendizaje en niños en situación de Discapacidad Intelectual leve.
- Caracterizar trayectorias reales de aprendizaje para la visualización.
- Valorar el cumplimiento de las hipótesis agregadas a la trayectoria hipotética de Clements y Sarama.

CAPÍTULO 2: Discapacidad intelectual y visualización espacial

2.1 Discapacidad intelectual

> Desde las épocas más remotas de la humanidad se tiene constancia de la existencia de patologías en el ser humano, siendo las primeras explicaciones de este fenómeno las provenientes del mundo espiritual, donde se creía que la existencia de alguna anormalidad era debida a la presencia de algún espíritu que entraba en el cuerpo y tomaba posesión de los sentidos, el lenguaje y las acciones de la persona. Marcel Sedrail (Citado en Falla, 2015, pág 26).

"Las personas con discapacidad intelectual, tal y como se les conoce actualmente, han existido desde los inicios de la humanidad, sin embargo, han sufrido numerosas denominaciones y tratos a lo largo de la historia" Antonio Aguado (citado en Falla, 2015, pág 25). En la época griega y romana ellos experimentaron un profundo rechazo e incluso eran abandonados y asesinados, en la edad media eran únicamente asistidos desde la caridad. Situación que evolucionó a través del tiempo.

En 1876 se fundó la Asociación de Oficiales Médicos de Instituciones Americanas para Personas Débiles Mentales e Idiotas. En 1906 pasó a llamarse Asociación Americana para el estudio de los Débiles Mentales y en 1987 se denominó Asociación Americana para el Retraso Mental (AAMR, 1992). En la actualidad, se le conoce como Asociación Americana de Discapacidades Intelectuales y del Desarrollo (AAIDD, 2010).

Así mismo, los dos términos históricamente utilizados con mayor frecuencia para nombrar la condición han sido deficiencia mental (1908-1958) y retraso mental (1959-2009) en el ámbito internacional.

La AAIDD, recoge en su 11ª edición (2010) la siguiente definición de discapacidad intelectual sustituyendo definitivamente el concepto de retraso mental:

> "La discapacidad intelectual se caracteriza por limitaciones significativas tanto
>
> en funcionamiento intelectual como en conducta adaptativa, tal y como se ha manifestado en habilidades adaptativas, conceptuales, sociales y prácticas. Esta discapacidad aparece antes de los 18 años" (Schalock, 2010, pág. 1)

Discapacidad intelectual es el término preferido porque:

- Evidencia el constructo socio-ecológico de discapacidad
- Se alinea mejor con las prácticas profesionales actuales que se centran en conductas funcionales y factores contextuales
- Proporciona una base lógica para proporcionar apoyos individualizados debido a que se basa en un marco de referencia ecológico-social
- Es menos ofensivo para las personas con esa discapacidad
- Es más consistente con la terminología internacional, incluyendo los títulos de revistas científicas, investigación publicada y nombres de las organizaciones. (Verdugo, 2010, pág. 9)

La discapacidad intelectual no es una enfermedad; es la limitación intelectual, que hace que el desarrollo del estudiante tenga más dificultad que el desarrollo normal de otro estudiante con su misma edad "El niño con Discapacidad Intelectual (DI) se desarrolla como cualquier otro niño, pero tiene unas características evolutivas y dificultades cognitivas que se diferencian y definen según el deterioro" (Pérez & Tomás, Aspectos evolutivos del niño con discapacidad intelectual, 2002, pág. 53).

El nivel de afectación intelectual que presente el individuo permite hacer una categorización, teniendo en cuenta el funcionamiento intelectual, también llamado coeficiente de inteligencia, o "IQ", que se mide mediante una prueba de "coeficiente de inteligencia" con un promedio de 100; y se cree que las personas que en esta prueba obtiene menos de 70 a 75, presentan DI; además, de medir la conducta adaptativa de los individuos; para esto, los profesionales estudian lo que el niño puede hacer en comparación a otros niños de su edad.

Para efectos de la investigación, la categoría que se tuvo en cuenta es la discapacidad intelectual leve (IQ 50-69), en donde se cuenta con estudiantes que aunque presentan un retraso en el desarrollo, son educables y se cree pueden alcanzar los objetivos mínimos correspondientes a la educación básica primaria.

Algunas de las características generales para esta población se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 1 ***Características y necesidades generales de los estudiantes con Discapacidad Intelectual leve*** *Tomado de (Consejería de educación, Dirección General de Participación e Innovación Educativa, 2008, págs. 19-20).*

DISCAPACIDAD INTELECTUAL LEVE	
CARACTERÍSTICAS	**NECESIDADES Y AYUDAS**
Corporales y motrices	
✓Ligeros déficits sensoriales y / o motores.	✓ Por lo general no precisan atención especial en estos aspectos.
Autonomía, aspectos personales y sociales	
✓ En general, aunque de forma más lenta, llegan a alcanzar completa autonomía para el cuidado personal y en actividades de la vida diaria. ✓ Se implican de forma efectiva en tareas adecuadas a sus posibilidades. ✓ A menudo, la historia personal supone un cúmulo de fracasos, con baja autoestima y posibles actitudes de ansiedad. ✓ Suele darse, en mayor o menor grado, falta de iniciativa y dependencia del adulto para asumir responsabilidades, realizar tareas... ✓ El campo de relaciones sociales suele ser restringido y puede darse el sometimiento para conseguir aceptación. ✓ En situaciones no controladas puede darse inadaptación emocional y respuestas impulsivas o disruptivas.	✓ Programas específicos, cuando sea preciso, para el aprendizaje de habilidades concretas. ✓ Propiciar las condiciones adecuadas en ambientes, situaciones y actividades en las que participen para que puedan asumirlas con garantías de éxito. ✓ Evitar la sobreprotección, dar sólo el grado preciso de ayuda. Nivel adecuado de exigencia. Posibilitar experiencias que favorezcan la autodeterminación. ✓ Búsqueda expresa de entornos sociales adecuados en los que se consiga una participación efectiva. ✓ Mediación del adulto y concienciación de los iguales para conseguir una adecuada dinámica de grupo en los ámbitos en los que se integran.
Cognitivas	
✓ Dificultades para discriminar los aspectos relevantes de la información. ✓ Dificultades de simbolización y abstracción. ✓ Dificultades para extraer principios y generalizar los aprendizajes. ✓ Dificultades en habilidades metacognitivas (estrategias de resolución de problemas y de adquisición de aprendizajes).	✓ Realizar los ajustes precisos del currículo ordinario (contenidos, actividades, formas de evaluación, metodología...) y, cuando sea preciso, la adaptación curricular correspondiente. ✓ Facilitar la discriminación y el acceso a los núcleos de aprendizaje (instrucciones sencillas, vocabulario accesible, apoyo simbólico y visual...). ✓ Partir de lo concreto (aspectos funcionales y significativos, enfatizar el qué y el cómo antes que el porqué). ✓ Asegurar el éxito en las tareas, dar al alumno las ayudas que necesite y administrarlas de forma eficaz.
Comunicación y Lenguaje	
✓ Desarrollo del lenguaje oral siguiendo las pautas evolutivas generales, aunque con retraso en su adquisición. ✓ Lentitud en el desarrollo de habilidades lingüísticas relacionadas con el discurso y de habilidades pragmáticas avanzadas o conversacionales (tener en cuenta a la otra persona, considerar la información que se posee, adecuación al contexto...) ✓ Dificultades en comprensión y expresión de estructuras morfosintácticas complejas y del lenguaje figurativo (expresiones literarias, metáforas). ✓ Posibles dificultades en los procesos de análisis y síntesis de adquisición de la lectoescritura y, más frecuentemente, en la comprensión de textos complejos...	✓ Utilizar mecanismos de ajuste (empleo de lenguaje correcto, sencillo, frases cortas, énfasis en la entonación...) adecuados al nivel de desarrollo. ✓ Empleo, en situaciones funcionales, de estrategias que favorezcan el desarrollo lingüístico (extensión, expansión, feed back correctivo...) ✓ Sistemas de facilitación, como apoyos gráficos o gestuales... ✓ Práctica y aplicación sistemática de giros, construcciones... que ofrezcan dificultad. ✓ Trabajar, independientemente del método de lectura que se emplee (global o fonético), los procesos de análisis / síntesis. Primar el enfoque comprensivo frente al mecánico, desde el inicio del aprendizaje de la lectoescritura.

2.1.1 Discapacidad intelectual y las matemáticas

> Muchos autores han tratado de describir y diagnosticar las habilidades y las dificultades matemáticas de personas con NEE, pero pocos han investigado cómo debe ser el aprendizaje matemático de estas personas. Indica Magne (2003) que hay pocas publicaciones de proyectos de aprendizaje de NEE en matemáticas que sirvan como prototipos para estudios futuros (Bruno & Noda, 2010, pág. 147).

Es importante reconocer los diferentes estudios e investigaciones que se han realizado con relación a las necesidades educativas especiales (NEE) y más específicamente a la discapacidad intelectual en el área de matemáticas.

> Magne (2003) presenta una revisión de bibliografía de 5000 trabajos, aproximadamente, relativos a educación matemática y NEE, publicados entre 1886 y 2001. Hace una clasificación de estudios atendiendo al principal foco de la investigación, lo que ayuda a ver los intereses y déficits de la investigación en este terreno. (Bruno & Noda, 2010, pág. 145)

La mayoría de las investigaciones realizadas están enfocadas en contenidos específicos, temas neurológicos o neuropsicológicos, afecto, motivación, diagnóstico de los estudiantes y deficiencias mentales.

> Kilpatrick, Swafford y Findell (2001) subrayan que la investigación realizada sobre la enseñanza de matemáticas para alumnos con NEE ha puesto de manifiesto que éstos deben aprender con los mismos principios de enseñanza que el resto del alumnado. En concreto:

- Aprender con comprensión implica conectar u organizar el conocimiento.
- El aprendizaje se construye sobre lo que ya se conoce.
- La instrucción formal de la escuela debe construirse a partir del conocimiento matemático informal. (Bruno & Noda, 2010, pág. 147)

De aquí, que se hace necesario trabajar con esta población, buscando siempre aportar en el desarrollo del pensamiento matemático, haciendo uso de diferentes herramientas y estrategias que nos permitan dicho desarrollo.

2.2 Pensamiento espacial

El desarrollo del pensamiento espacial ha sido fundamental para el hombre desde sus orígenes; considerándolo como ″el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos , sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones mentales" (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 56). Está asociado a la interpretación y comprensión del mundo físico constituyendo un componente esencial del pensamiento matemático.

> Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, puesto que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. (Hoyos & Aristizabal, 2012, pág. 2)

Según Clements y Sarama (2015), la habilidad espacial es importante para el aprendizaje de muchos temas matemáticos. Sin embargo, el papel que tiene esta habilidad es difícil de alcanzar, e incluso se vuelve complejo en cuanto a la geometría. Las dos habilidades principales son: La orientación espacial y la visualización espacial (A. J. Bishop, 1980; Harris, 1981; McGee, 1979). (pág. 174)

La orientación espacial es asociada con el conocimiento del lugar donde nos encontramos y la comprensión de las relaciones entre las diferentes posiciones en el espacio, se podría decir que se

inicia con entender y comprender la posición propia, con sus diferentes movimientos, hasta llegar a algo más abstracto como mapas y coordenadas. La orientación espacial es una habilidad útil para moverse y situarse dentro del espacio, por lo que es muy importante, brindarles las herramientas a los estudiantes, desde pequeños, para que desarrollen esta habilidad.

En cuanto a la visualización espacial, que también puede ser vista como un conjunto de habilidades relacionadas con el pensamiento espacial, que nos llevan ver y reflexionar sobre los objetos y los espacios; sus representaciones y sus relaciones, desarrollando ideas hasta llegar a su comprensión, para examinar sus posibles transformaciones.

2.2.1 Visualización en matemáticas

Se reconoce que desde hace más de dos décadas, diferentes autores han abordado la visualización como tema en la investigación matemática, sobre todo enfocados en la geometría; (Bishop, 1989; Clement y Battista, 1992; Hershkowitz, Parzysz y Van Dormolen, 1996; Gutiérrez, 1996).

> A pesar de que los estudios cognitivos corroboran que los expertos hacen un uso amplio del razonamiento visual en su proceso creativo y de que los educadores matemáticos parecen reconocer el potencial de ese tipo de razonamiento, su implementación en el campo educacional está siendo lenta. Esto se debe a varios factores (Dreyfus, 1991, pág. 42-43): el primero de ellos es la tendencia de los estudiantes a evitar el razonamiento visual, el segundo se debe a que, aunque el razonamiento visual esté contemplado en los currículos, los profesores lo presentan como un argumento auxiliar, como un accesorio o le dan un carácter introductorio, sin asignarle el valor y el estatus que debería tener. Como consecuencia, esas creencias son transmitidas a sus alumnos que asumen que no se trata de un tipo de argumento básico en su formación. La tercera razón de que el cambio educacional sea lento se debe a las propias dificultades del razonamiento

> visual ya que este necesita de un duro y reflexivo trabajo. En muchas ocasiones un trabajo irreflexivo, descuidado y demasiado rápido de las representaciones visuales motiva un fracaso en el uso de tal razonamiento. (Fernández, 2011, pág. 34)

Pero es desde el año 2000 en adelante en donde se ve la necesidad de dar consistencia a teorías que puedan unificar todo el campo de la visualización dentro de la educación matemática.

Visualización es la capacidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso y reflexión sobre figuras, imágenes, diagramas, en nuestra mente, sobre el papel o con herramientas tecnológicas con el propósito de representar y comunicar información pensar y desarrollar ideas y avanzar la comprensión (Arcavi, 2003, pág. 217)

El desarrollo de la visualización espacial requiere un dinamismo en las imágenes mentales, pues como lo afirman Clements y Sarama (2015): “únicamente las imágenes dinámicas permiten a los niños “mover” la imagen de una forma mentalmente a otro lugar o mover mentalmente (deslizar) y voltear la imagen de una forma para compararla con otra” (pág. 179).

2.3 Discapacidad intelectual y pensamiento espacial

No se encontraron sustentos suficientes de investigaciones que privilegien la relación del desarrollo del pensamiento espacial con estudiantes en situación de discapacidad intelectual; se podría decir que la única investigación encontrada en este sentido es la presentada Osorno (2014), quien realizó una investigación titulada “propuesta integradora para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes con discapacidad intelectual”; esta investigación nos presenta la siguiente conclusión.

> Las características de los avances de los estudiantes con DI, después de aplicada la secuencia didáctica, tienen su énfasis en la interacción con material concreto, con objetos

> reales cotidianos y con la socialización; debido a que en la interacción con grupos de pares van demostrándose a ellos mismos y a sus compañeros, que con esfuerzos pueden comenzar a desarrollar algunas habilidades específicas que les permiten avanzar en el desarrollo de su pensamiento geométrico (Osorno, 2014, pág. 80).

Osorno (2014) deja además, una recomendación abierta para los profesores y demás profesionales interesados en el desarrollo del pensamiento espacial con estudiantes en situación de DI, inicialmente leve, como lo expresa al inicio de su proyecto.

> Continuar investigando sobre las estrategias integradoras […] hasta lograr prácticas exitosas que hagan que todos los actores participantes en el proceso educativo, se sientan partícipes de la construcción de su conocimiento y aptos para desenvolverse en contextos sociales que impliquen competencias geométricas (pág 83).

> Lo que hace pensar que se está haciendo un llamado a las investigaciones que desarrollen el pensamiento geométrico, pero que a su vez, no excluyan a ninguna población, buscando así mejorar los procesos educativos.

2.4 Trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA)

Las trayectorias de aprendizaje son una herramienta que permite tanto a docentes como estudiantes abordar diferentes actividades, enfocadas a un objetivo general; sin que esta se convierta en un camino único a seguir, debemos tener claro que éstas pueden ser modificadas en su desarrollo.

Las trayectorias de aprendizaje tienen tres partes:

(a) una meta matemática,

(b) un ruta de desarrollo a lo largo del cual los niños progresan para alcanzar dicha meta, y

(c) un conjunto de actividades instructivas, o tareas, propias de cada uno de los niveles de pensamiento de la ruta, que ayudan a los niños a desarrollar niveles de pensamiento cada vez más avanzados (Clements & Sarama, 2015, pág. 10)

La expresión THA es utilizada para hacer referencia a las predicciones que hace el profesor en relación a la posible ruta que pueda seguir un estudiante en su aprendizaje; son hipotéticas al tratarse de una ruta supuesta, ya que las trayectorias reales de aprendizaje estarán dadas por el camino llevado por cada uno de los individuos, dentro de las actividades planteadas. "Las THA proporcionan al profesor un criterio racional para decidir el diseño que él considera la mejor conjetura de cómo puede avanzar el aprendizaje". (León & Díaz, 2014, pág. 97)

Simon (1995) propuso: "reconstruir la pedagogía de las matemáticas desde una perspectiva constructivista", a través de un ciclo de enseñanza, donde claramente la noción de THA hacia parte de fundamental de éste buscando a partir de unos objetivos claros, el diseño de tareas que permitieran conseguirlos.

Las THA (Simon, 1995) se fundamentan en los siguientes criterios:

- La construcción de una trayectoria de aprendizaje se basa en la comprensión del conocimiento de los estudiantes que recibirán la instrucción.
- Una trayectoria de aprendizaje es el vehículo para planificar el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos.
- Las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción.

- Dada la naturaleza hipotética e inherentemente incierta de este proceso, el profesor se verá obligado a modificar sistemáticamente cada aspecto de la trayectoria hipotética de aprendizaje
- En el siguiente esquema, se presenta los principales elementos del ciclo de enseñanza de las matemáticas, incluyendo aquellos que componen la trayectoria hipotética de aprendizaje (pág,136)

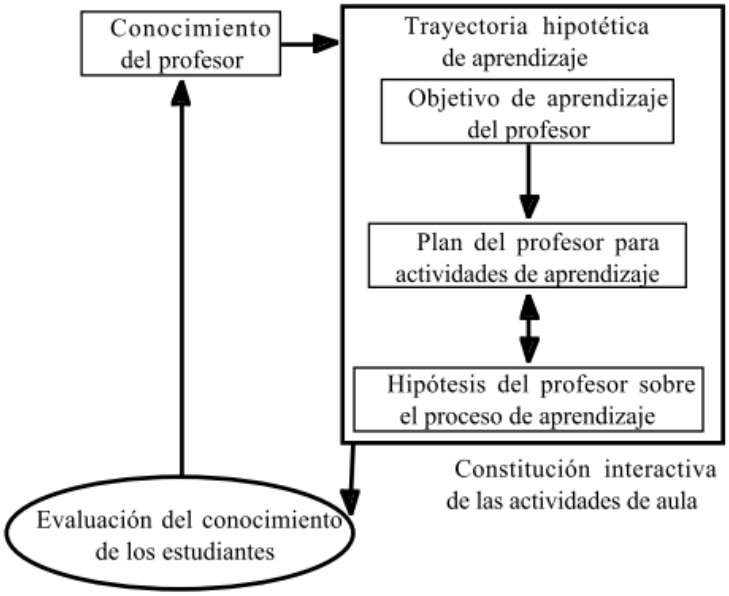


Ilustración 1 Ciclo de la enseñanza de la matemáticas abreviado (Simon, 1995, pág. 136)

En este ciclo, se identifican las principales características de una THA; evidenciando las tres partes que la componen ó mejor aun que orientan esta ruta a seguir por los estudiantes; partiendo de los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las actividades o tareas que se usaran para promover dicho aprendizaje y las hipótesis del profesor sobre el proceso ó ruta seguida.

Las THA no son un camino estático a seguir éstas nos permiten que puedan ser modificadas por el profesor de acuerdo al proceso que se esté dando en ésta.

2.4.1 Trayectoria hipoteticas de Aprendizaje para la visualización

Clements y Sarama (2015) presentan unas trayectorias de aprendizaje para el pensamiento espacial en donde claramente se pone en juego el trabajo desde la orientación espacial (mapas y coordenadas) y visualización espacial e imágenes. Las tareas de enseñanza en esta THA no tienden a ser actividades específicas, sino sugerencias globales (pág190 - 197).

De las dos trayectorias propuestas por Clements y Sarama (2015) para el pensamiento espacial, se toma para esta investigación la de Imágenes y Visualización Espacial.

Tabla 2 *Descripción de los niveles de la trayectoria: imágenes y visualización espacial. (Clements & Sarama, 2015)*

EDAD (Años)	NIVEL	NOMBRE DEL NIVEL	DESCRIPCIÓN DEL NIVEL
0-3	1	Deslizador Simple	Puede mover figuras hacia cierta ubicación.
4	2	Girador Simple	Voltea objetos mentalmente en tareas fáciles Si se le da una figura con la parte superior marcada con cierto color, identifica correctamente cuál de las tres formas revelaría si fuese volteada “de esta forma” (demostrado para giros de 90°) antes que la figura sea físicamente movida.
5	3	Deslizador, Girador, Volteador Principiante	Usa los movimientos correctos, pero no en todas las ocasiones; lo hace con las direcciones y cantidades precisas Sabe cuándo una figura debe ser volteada para igualar otra, pero la voltea en la dirección equivocada
6	4	Deslizador, Girador, Volteador	Efectúa deslizamientos y cambios de dirección, frecuentemente de manera horizontal y vertical exclusivamente, mediante el uso de manipuladores. Efectúa giros de 45, 90, y 180 grados. Sabe que una figura debe ser girada 90° hacia la derecha para encajar en un rompecabezas.

7	5	Movilizador (el que mueve en) Diagonal	Efectúa deslizamientos y cambios de dirección diagonales. Sabe que una figura debe ser girada y volteada al revés sobre una línea oblicua (45° de orientación) para encajar en un rompecabezas.
8+	6	Movilizador (el que mueve) Mentalmente	Predice los resultados del movimiento de las figuras mediante el uso de de imágenes mentales.

2.5 Procesos que desarrolla la visualización espacial

McGee (1979) describe la visualización como un tipo de capacidad espacial, que recoge: "la capacidad para manipular, rotar, retorcer o invertir mentalmente un objeto bi o tridimensional presentado gráficamente" (pág. 896-897), además de describir cuatro habilidades propias para la visualización espacial, que presenta como resultado de algunas investigaciones previas:

- Habilidad para imaginar la rotación de un objeto, la representación de un objeto, el desarrollo de un sólido, y de cambios relativos de posición de objetos en el espacio.
- Habilidad para visualizar una configuración en la cual hay un movimiento entre sus partes.
- Habilidad para comprender movimientos imaginarios en tres dimensiones, y para manipular objetos en la imaginación.
- Habilidad para manipular o transformar la imagen de un patrón espacial en otra disposición (pág. 891)

Teniendo en cuenta lo anterior, y partiendo de la descripción del cada uno de los niveles propuestos por Clements y Sarama (2015), además de tener cuenta a Fernández (2011) quien afirma que: "Proyectar cuerpos en el espacio, seccionar, rotar, simetrizar, trasladar, deslizar son operaciones básicas que se consideran visuales" (pág142), se asume para el desarrollo de la

visualización en esta investigación como procesos el deslizar, girar, voltear y movilizar, tomándolos como movimientos primarios del cuerpo que posibilitan una génesis de las transformaciones geométricas.

2.5.1 Deslizar

Si nos referimos al significado como tal de la palabra, el diccionario de la real lengua española, define el deslizar como "arrastrar algo con suavidad por una superficie"; en geometría, cuando se nos pide deslizar, realmente hacemos referencia a la transformación de trasladar pues cuando trasladamos algo, solo lo hacemos moviéndolo, no lo alteramos de ninguna manera; se mantienen sus propiedades y características.

La noción de traslación corresponde a la idea natural de cambio de una posición a otra de una figura en una dirección, sentido y magnitud determinados conservando la forma y medidas de la figura. Es un movimiento directo de una figura geométrica, transforma una recta en otra recta paralela. Desliza la figura a lo largo de una trayectoria recta, moviendo cada punto la misma distancia en la misma dirección.

> Matemáticamente se define la traslación de un punto P en R^2 con respecto a una distancia fija d, mediante la función φ_d: $R^2 \rightarrow R^2$ tal que $\varphi_d\,(P) = P'$ si y solo si la distancia de P a P' es d, para todo P que pertenece a R^2. Es decir que dada una recta l, una distancia d y un punto P, la función φd traslada el punto P a un punto P' de tal manera que se verifiquen las siguientes propiedades:

- El segmento PP' es de longitud d. Esto es $PP' = d$.
- El segmento PP' es paralelo a la recta l. (Montes, 2012, pág. 12)

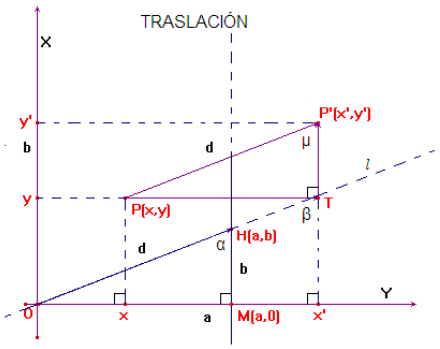


Ilustración 2 Traslación de un punto P.
Tomado de (Montes, 2012, pág. 13)

2.5.2 Girar

Rotar alrededor de un punto es la definición más básica de este movimiento, que también hace parte de las transformaciones geométricas, vista como la rotación. En geometría, se dice que una figura tiene rotación cuando gira alrededor de un punto fijo, rotando cada punto el mismo número de grados, para ello se tiene en cuenta un punto de referencia al que se conoce con el nombre de punto de rotación.

> Matemáticamente se define la rotación de un punto P en R^2 con respecto a un punto C en R^2 y a un ángulo orientado $\measuredangle\beta$, mediante la función $_{,}:^2 \rightarrow R^2$ tal que $\varphi_{C,\beta}(P) = P'$ si y solo la distancia del punto C al punto P es igual a la distancia de C al punto P' y el ángulo $\measuredangle PCP' = \measuredangle\beta$, para todo P que pertenece a R^2. Lo anterior se puede entender de la siguiente manera: teniendo al punto C como el centro de rotación, $\measuredangle\beta$ como ángulo de la rotación, P un punto del plano y P' su correspondiente imagen, se debe cumplir que en la circunferencia de centro C y radio CP, el segmento CP' es también radio de dicha circunferencia y el ángulo formado por el radio CP y el radio CP' es de igual medida que el ángulo $\measuredangle\beta$ dado para la rotación. (Montes, 2012, pág. 14)

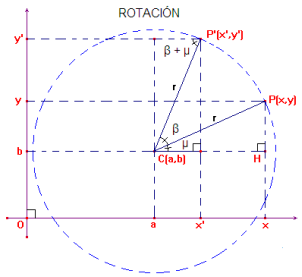


Ilustración 3 Rotación de un punto P.
Tomado de (Montes, 2012, pág. 15)

2.5.3 Voltear

Dar la vuelta a algo; aunque parezca un significado simple, este es el dado al término como tal; sin embargo, para referirnos al proceso matemático, es necesario hablar de las reflexiones o simetrías axiales, pues realmente el proceso inicial de estas, está dado por el voltear. La simetría es una transformación que lleva una de las partes y la refleja frente a sí misma, sin cambiar su forma ni sus dimensiones.

> Matemáticamente se define la reflexión axial de un punto P en R^2 con respecto a una recta l, mediante la función φ_l: $R^2 \rightarrow R^2$ tal que $\varphi_l\,(P) = P'$ si y solo si la recta l es mediatriz del segmento PP'; es decir que el segmento $PP' \perp l$ y la distancia de P a l es igual a la distancia de l a P', para todo P que pertenece a R^2. Dada una recta l y un punto P, la función φl transforma el punto P en un punto P' de tal manera que se verifican las siguientes propiedades:

- Si P pertenece al eje de simetría l se tiene que $\varphi_l\,(P) = P$.
- Si P no pertenece al eje de simetría l se tiene que l es la mediatriz del segmento PP'. (Montes, 2012, pág. 17)

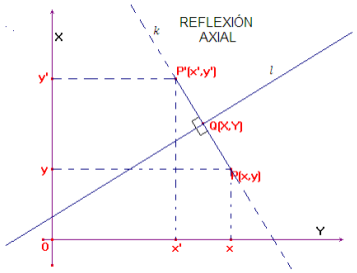


Ilustración 4 Reflexión axial de un punto P.
Tomado de (Montes, 2012, pág. 18)

2.5.4 Movilizar

Composición de dos de las transformaciones anteriores.

CAPÍTULO 3: Diseño metodológico

Para el desarrollo de este trabajo, se llevó a cabo la investigación de diseño, como enfoque metodológico, el cual, según lo afirman Molina, Castro, Molina y Castro (2011) se centra en los experimentos de enseñanza.

De acuerdo con Molina et al. (2011) la investigación de diseño es un enfoque o paradigma de investigación, de naturaleza cualitativa desarrollado en el campo de las "Ciencias del aprendizaje". La investigación de diseño "persigue comprender y mejorar la realidad educativa a través de la consideración de contextos naturales en toda su complejidad, y del desarrollo y análisis paralelo de un diseño instruccional específico" (pág.75). Según estos investigadores, su objetivo es: "Analizar el aprendizaje en contexto mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, estrategias y herramientas de enseñanza, de una forma sensible a la naturaleza sistémica del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación" (pág. 76).

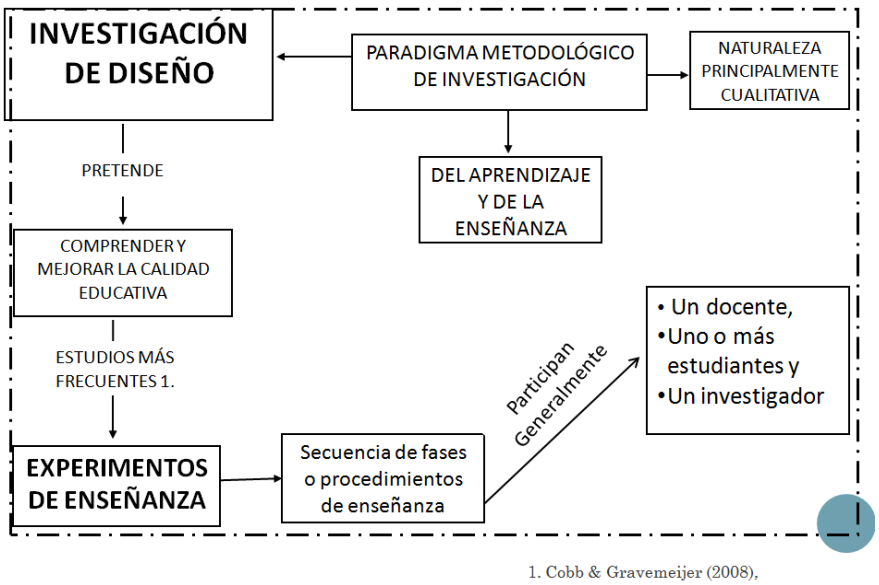


Ilustración 5 Adaptación de Molina et al. (2011)

4.1 Experimento de enseñanza

La metodología de los experimentos de enseñanza se ha originado con la intención de comprender el desarrollo de los conceptos en los estudiantes, en áreas particulares de la matemática (Simon, 2000). De forma general, un experimento de enseñanza consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los participantes son normalmente un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores (Steffe y Thompson, 2000, citados en Molina *et al.*, 2011). En palabras de Molina (2011): "los experimentos de enseñanza se hacen para testar y generar hipótesis, durante el experimento, en general, o durante cada uno de los episodios" (pág. 7).

Para el desarrollo metodológico del experimento de enseñanza del presente trabajo de investigación se tuvo en cuenta el siguiente esquema, en donde se evidencian tres fases importantes:

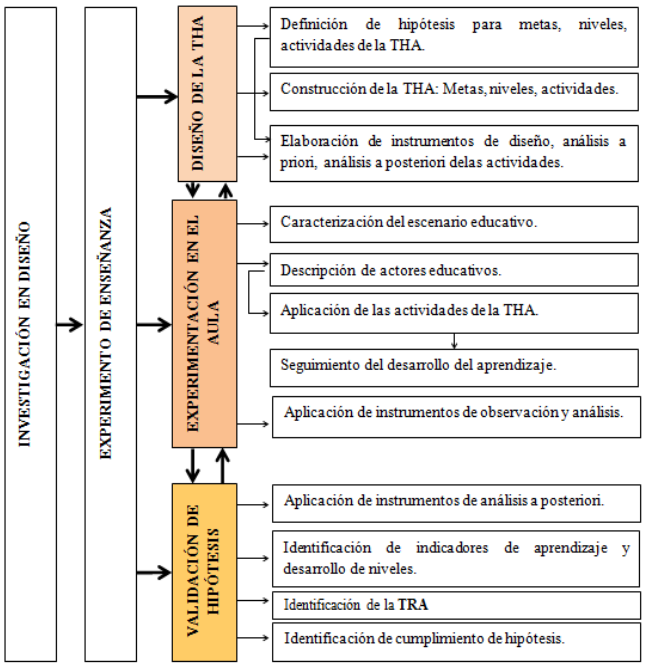


Ilustración 6 Tomado de (González Velasco, 2016)

4.1.1 Diseño de la THA en la visualización espacial

Las THA "describen las metas del aprendizaje, los procesos de pensamiento y aprendizaje de los niños en los distintos niveles, y las actividades de aprendizaje en las cuales ellos podrían participar" (Clements et al., 2009, pág. 5).

Tomando esta definición, en esta primera etapa, se diseña la THA de visualización para estudiantes en condición de discapacidad intelectual leve de grado sexto, teniendo como referencia las THA tomadas de Clements y Sarama (2015).

En primer lugar se definen las hipótesis tanto de meta, de población como de nivel que van a enmarcar el diseño de la investigación, aclarando que la gran meta de la trayectoria es desarrollar habilidades de la visualización espacial. Posteriormente y a partir de las hipótesis se definen los indicadores para cada nivel y sus respectivas actividades.

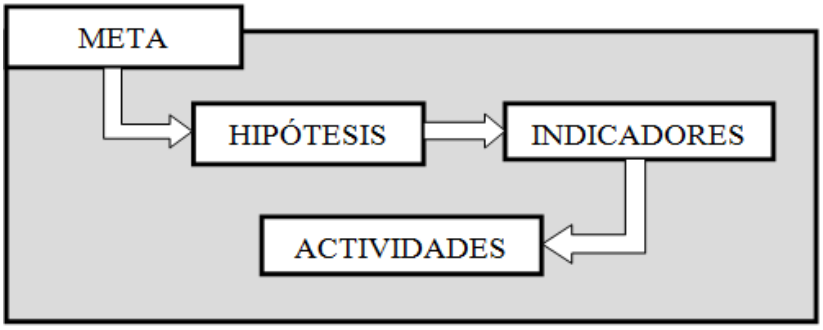


Ilustración 7 Diseño de la THA. Fuente propia

4.1.1.1 Hipótesis de meta

- Desarrollar la visualización del alumno es un objetivo de la enseñanza, por lo que se entiende como una habilidad que se puede desarrollar (Del Grande, 1990; Gardner, 2001; Gutiérrez, 2006).

- Es necesario modelar la visualización, estimulando que los alumnos generen representaciones visuales, las manipulen y las transformen para poder razonar y argumentar sobre ellas. Tal como muestran los autores (Clements y Battista, 1992; Guillén, 2010; Gutiérrez, 1996; Presmeg, 1992; Treffers, 1987; Wheatley, 1998; entre otros)
- La visualización es una componente fundamental para el razonamiento, especialmente para el geométrico, y percibimos en los investigadores que es necesario diseñar acciones docentes que la desarrollen. (Ramírez, 2012, pág. 49)

4.1.1.2 Hipótesis de población

- El uso de la visualización y la preferencia por métodos visuales puede estar condicionado por dificultades culturales, cognitivas y sociológicas (Arcavi, 2003; Eisenberg y Dreyfus, 1991).
- La visualización es importante en las tareas matemáticas y no parece ser necesariamente una componente del talento matemático, una mejora del uso de sus cualidades visuales podría enriquecer dicho talento y superar errores y posibles dificultades. (Ramírez, 2012, pág. 7)

4.1.1.3 Descriptores, hipótesis, indicadores, actividades y procesos asociados de cada uno de los niveles para la investigación

Es importante aclarar, que los términos descriptor, hipótesis e indicadores utilizados en esta investigación, son elementos técnicos de la metodología. A continuación me permito realizar su caracterización correspondiente.

- **Descriptor de la meta:** Hace referencia a las acciones que debe realizar el estudiante para evidenciar la progresión del desarrollo en cada uno de los niveles.
- **Hipótesis:** Son conjeturas sobre los procesos que permiten desarrollar la visualización espacial. Estas son tomadas desde varios autores, incluyendo a Clements y Sarama, sin desconocer que existen muchas más.
- **Indicadores:** Manifestaciones que permiten verificar las hipótesis.

Tabla 3 *Hipótesis para la investigación nivel 1.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 0 A 3 AÑOS DE EDAD Nivel 1: Deslizador Simple	
Descriptor de la meta	Puede mover figuras hacia cierta ubicación (Clements & Sarama, 2015, pág. 195)
Hipótesis	▪ Las imágenes iniciales de los niños son estáticas y no dinámicas. (Clements & Sarama, 2015, pág. 179) ▪ Con el cuerpo hay un deslizamiento primario. Las habilidades y destrezas básicas constituyen el soporte de la motricidad humana, pues cualquier otro movimiento resulta del desarrollo y la combinación de las habilidades y destrezas básicas. (Rico & Quevedo, 2013, pág. 1)
Indicadores	▪ Puede deslizar cuerpos en el espacio hasta cierta ubicación ▪ Puede deslizar formas planas sobre superficies hasta cierta ubicación. ▪ Puede deslizar formas dejando un rastro del deslizamiento hasta cierta ubicación.
Actividades	▪ ¡Organizando el aula! ▪ Construyendo siluetas con imaginación. ▪ El recorrido del orden ▪ Camino a casa
Procesos	▪ Deslizar

Tabla 4 *Hipótesis para la investigación nivel 2.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 4 AÑOS DE EDAD Nivel 2: Girador Simple	
Descriptor de la meta	Voltea objetos mentalmente en tareas fáciles (Clements & Sarama, 2015, pág. 195)
Hipótesis	▪ Las actividades que involucran los movimientos geométricos – deslizamientos y giros – ya sea haciendo rompecabezas o logo, mejoran la percepción espacial (Clements & Sarama, 2015, pág. 187) ▪ Los receptores visuales están situados en la retina del ojo y nos proporcionan información acerca de las superficies de los objetos, principalmente de sus características de forma y tamaño. (Berruezo, 2000, pág. 23) ▪ El sujeto construye sus conocimientos espaciales desde que nace, pero es necesaria la acción de la pedagogía para que estos conocimientos se estructuren.

	(Pérez, 2011)
Indicadores	▪ Arma rompecabezas simples. ▪ Replica patrones de bloques. ▪ Puede presentar sus construcciones. ▪ Anticipa mentalmente los movimientos.
Actividades	▪ Pentóminos ▪ Tangram (con tablet) ▪ Match
Proceso	▪ Girar

Tabla 5 *Hipótesis para la investigación nivel 3.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 5 AÑOS DE EDAD Nivel 3: Deslizador, Girador, Volteador Principiante	
Descriptor de la meta	Sabe cuándo una figura debe ser volteada para igualar otra, pero no siempre lo hace en la dirección adecuada. (Clements & Sarama, 2015, pág. 196).
Hipótesis	▪ Los niños pueden crear una imagen mental de una figura, mantener esa imagen y luego buscar esa misma forma, quizás oculta dentro de una figura más compleja (Clements & Sarama, 2015, pág. 179). ▪ Aunque de forma más lenta los niños con DI leve llegan alacanzar completa autonomia para el cuidado personal y en actividades de la vida diaria (Consejería de educación, 2008, pág. 19-20). ▪ Los niños con discapacidades tienen básicamente las mismas características, intereses y necesidades que los otros niños y además algunas necesidades especificas derivadas de sus deficiencias (Garcia, 1987).
Indicadores	▪ Usa los movimientos correctos, pero no en todas las ocasiones lo hace con las direcciones y cantidades precisas. ▪ Gira, desliza y voltea las fichas cambiándolas de posición.
Actividades	▪ Logimax ▪ Limpiar, doblar y barrer
Procesos	▪ Deslizar, girar, voltear

Tabla 6 *Hipótesis para la investigación nivel 4.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 6 AÑOS DE EDAD Nivel 4: Deslizador, Girador, Volteador	
Descriptor de la meta	Sabe que una figura debe ser girada 45°, 90° y/o 180° hacia la derecha para encajar. (Clements & Sarama, 2015, pág. 196).
Hipótesis	▪ Construir formas a partir de partes con múltiples medios ayuda a elaborar imágenes así como los conceptos geométricos (Clements & Sarama, 2015, pág. 187)
Indicadores	▪ Efectúa deslizamientos y cambios de dirección, frecuentemente de manera horizontal y vertical exclusivamente, mediante el uso de manipuladores. ▪ Efectúa giros de 45, 90, y 180 grados. ▪ Gira, desliza y voltea objetos, de acuerdo a las indicaciones dadas y teniendo claro el objetivo a alcanzar.
Actividades	▪ Origami ▪ Teselado ▪ Cubo-soma
Procesos	▪ Desliar, girar, voltear.

Tabla 7 *Hipótesis para la investigación nivel 5.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 7 AÑOS DE EDAD **Nivel 5: Movilizador (el que mueve en) Diagonal**	
Descriptor de la meta	▪ Sabe que una figura debe ser girada y volteada al revés sobre una línea oblicua (45° de orientación) para encajar en un rompecabezas. (Clements & Sarama, 2015, pág. 197).
Hipótesis	▪ los estudiantes describen, analizan, comparan y clasifican las figuras bi-dimensionales por sus lados y ángulos, y conecta estos atributos a las definiciones de las formas (Clements & Sarama, 2015, pág. 190). ▪ Según Verdugo y Canal (1995), algunas investigaciones han encontrado que los DI tienen mayores dificultades en el procesamiento forzado (recuerdo de ítems), pero son eficaces en procesamiento automático (localización espacial) (Pérez & Tomás, 2002, pág. 58) ▪ Las personas con DI son capaces de evolucionar positivamente mediante la intervención, porque se puede analizar los procesos que utiliza cada niño e introducir los correctores necesarios para mejorar su desarrollo (Pérez & Tomás, 2002, pág. 57).
Indicadores	▪ Efectúa deslizamientos y cambios de dirección diagonales. ▪ Memoriza la configuración de fichas, y las reproduce moviéndolas hasta la determinada posición.
Actividades	▪ Reflejos ▪ Mosaicos geométricos ▪ Ángulos del reloj.
Procesos	▪ Movilizar

Tabla 8 *Hipótesis para la investigación nivel 6.*

DESARROLLO POR FORTALECER DE 8+ AÑOS DE EDAD **Nivel 6: Movilizador (el que mueve) Mentalmente**	
Descriptor de la meta	A través de la comparación de objetos o de su representación, identifica que al ser girada o volteada ese objeto o su representación serían exactamente como tener otro objeto u otra representación.
Hipótesis	▪ Mediante la construcción, el dibujo y el análisis de las figuras bi-dimensionales, los estudiantes comprenden los atributos y propiedades para resolver problemas. (Clements & Sarama, 2015, pág. 190). ▪ Hacer que los niños utilicen muchos medios diferentes para representar sus recuerdos e ideas con los "cientos de idiomas de los niños" (Edwards, Gandini, & Forman, 1993) les ayudará a construir la visualización espacial y las imágenes. ▪ Una de las características que puede encontrarse en sujetos con DI, es la dificultad de organizar el pensamiento para encontrar la respuesta que se espera de él. Esta dificultad comenzó cuando el niño no pudo, o no supo, asimilar experiencias del entorno, por propia disfunción o porque no dispuso de los mediadores adecuados. (Pérez & Tomás, 2002, pág. 56) ▪ Los niños con DI faltan tanto en la repetición espontánea para retener la información como en la agrupación y elaboración, sin embargo el entrenamiento de estas estrategias dan resultados positivos. (Pérez & Tomás, 2002, pág. 60)
Indicadores	▪ Predice los resultados del movimiento de las figuras mediante el uso de de imágenes mentales.
Actividades	▪ Los engranajes ▪ Razonamiento abstracto ▪ Que ficha le falta al rompecabezas
Procesos	▪ Movilizador.

4.1.1.4 Elaboración de instrumentos.

4.1.1.4.1 Instrumentos para el diseño de actividades

Se desarrollaron dieciocho actividades, distribuidas en los seis niveles de la trayectoria; cada una fue pensada teniendo en cuenta el descriptor e indicadores de cada uno de los niveles, además de los procesos asociados a estos (deslizar, girar, voltear y movilizar).

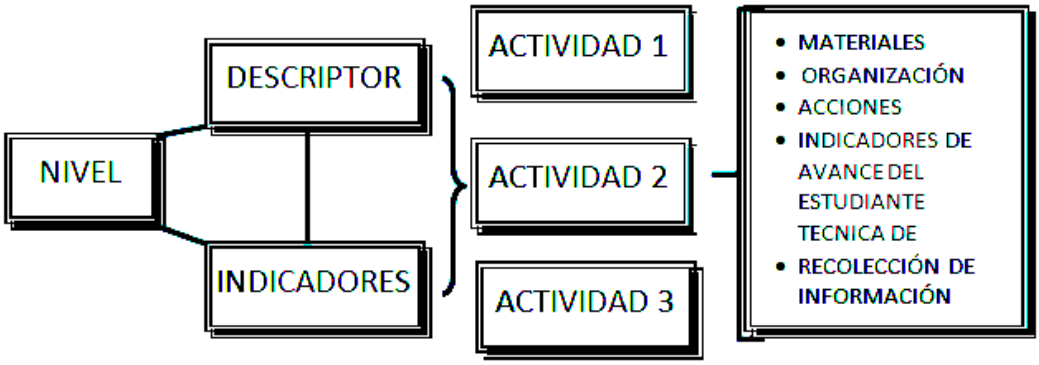


Ilustración 8 Estructura para la elaboración de los instrumentos en cada uno de los niveles. Fuente propia.

4.1.1.4.2 Instrumentos para la recogida de información

Para la recolección de la información, estuvo presente la técnica de observación, tomada como el registro audio visual y posteriormente escrito, de lo que ocurre durante cada una de las actividades en las sesiones de trabajo.

Todas las sesiones fueron grabadas y en algunos casos se recogió evidencias escritas dependiendo de las actividades.

Las grabaciones se realizaron simultáneamente con dos cámaras, una que permanecía inmóvil durante toda la sesión y que nos permitió observar las interacciones del grupo en general en la realización de las actividades; dándonos elementos en el trabajo individual y grupal. Con la otra cámara (móvil), se buscó que además de tener una imagen más cercana de lo trabajado por cada

uno de los estudiantes, obtuviéramos el audio de sus intervenciones y preguntas, pues estas podrían aportar para el posterior análisis.

Para la organización de los videos, se trabajó con el ELAN (Programa de edición de videos), en donde se creó una carpeta para cada estudiante, identificando las evidencias presentadas en cada uno de los procesos asociados para los niveles y las actividades propuestas.

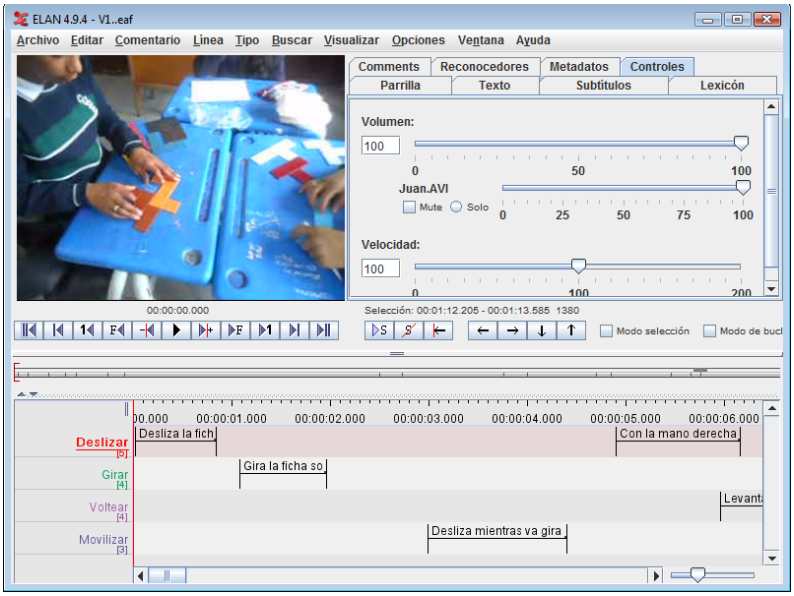


Ilustración 9 Presentación del ELAN

El ELAN es una herramienta para la creación de anotaciones en video y audio con ELAN, se puede agregar un número ilimitado de anotaciones a secuencias de video. Una anotación puede ser una frase, palabra, un comentario. Las anotaciones se pueden crear en niveles. Los niveles pueden estar jerárquicamente interconectados. Lo que permite que esta sea una muy buena herramienta para la organización de la trayectoria de cada uno de los estudiantes.

4.1.1.4.3 Instrumentos para el análisis a-posteriori

Después de registrar la información de cada nivel y actividad, para cada estudiante en el ELAN, se procedió a realizar un análisis a posteriori, mediante una rejilla, en donde se realizó una transcripción de las acciones realizadas por cada estudiante, teniendo en cuenta los indicadores y descriptores propuestos en cada una de estas; además, de los procesos asociados. Dicha rejilla también nos permitió adicionar evidencias visuales tomadas desde los videos.

SISTEMATIZACION TRAYECTORIA

DE VISUALIZACION

NIVEL 1

EDAD 0-3 Años

DESCRIPTOR DEL NIVEL Puede mover figuras hasta cierta ubicación.

INDICADORES

- Puede deslizar cuerpos en el espacio hasta cierta ubicación
- Puede deslizar formas planas sobre superficies hasta cierta ubicación.
- Puede deslizar formas dejando un rastro del deslizamiento hasta cierta ubicación.

ESTUDIANTE

ARTEFACTO Videos

ACTIVIDADES / PROCESOS / CATEGORIAS	ORGANIZANDO EL AULA	CONSTRUYENDO SILUETAS CON IMAGINACION	EL RECORRIDO DEL ORDEN	CAMINO A CASA
DESLIZAR				
GIRAR				
VOLTEAR				
MOVILIZAR				

Ilustración 10 Rejilla para la selección de las evidencias de acuerdo a los procesos vinculados.

4.1.2 Experimentación en el aula

4.1.2.1 Caracterización de los escenarios educativos

Este trabajo de investigación se desarrolló en una Institución Educativa Distrital, con estudiantes de grado sexto en la localidad 19 de Ciudad Bolívar en Bogotá, dado que ésta institución maneja el programa de inclusión de NEE.

4.1.2.2 Descripción de los actores educativos

En el grupo elegido para el desarrollo de la investigación, contamos con veintiocho (28) estudiantes, de los cuales tres presentan diagnóstico de "Discapacidad Intelectual Leve", por lo que dichos estudiantes fueron mi población base para la investigación; sin desconocer que las actividades fueron realizadas para todo el grupo, dado que lo que se busca con esta investigación, es contar con trayectorias hipotéticas de aprendizaje que no marginen.

4.1.2.3 Aplicación de las actividades de la THA

Las actividades diseñadas fueron trabajadas por los estudiantes en sesiones de dos horas semanales.

4.1.2.4 Seguimiento de aprendizaje y desarrollo de niveles

La rejilla de la ilustración 10 es una herramienta base que nos permitió identificar los caminos reales de apropiación que tiene cada uno de los estudiantes. A partir de ésta, se diligenció una nueva rejilla, que nos dejó observar de manera más general los niveles y procesos asociados a la trayectoria presentados por cada uno de los estudiantes.

ESTUDIANTE 1	NIVEL 1				NIVEL 2				NIVEL 3				NIVEL 4				NIVEL 5				NIVEL 6			
ACTIVIDAD	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV
ACTIVI 1																								
ACTIVI 2																								
ACTIVI 3																								
ACTIVI 4																								

Ilustración 11 Rejillas del desarrollo por niveles y estudiante

Se señaló la presencia de los procesos por parte de los estudiantes en cada nivel, actividad y proceso. De aquí, se procedió a la identificación de las manifestaciones de los procesos según

niveles y actividades en la trayectoria de aprendizaje de cada uno de los estudiantes de mi población. Para ello, se realizó una nueva tabla.

CAPÍTULO 4: Resultados y discusión

5.1 Análisis de progresión de aprendizaje de los estudiantes por procesos

En la siguiente tabla se identifica los caminos reales de apropiación que tiene cada uno de los estudiantes.

Tabla 9 Rejillas de la progresión en el desarrollo por procesos, niveles y estudiante.



ESTUDIANTE 1	NIVEL 1				NIVEL 2				NIVEL 3				NIVEL 4				NIVEL 5				NIVEL 6			
ACTIVIDAD	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV
ACTIVI 1																								
ACTIVI 2																								
ACTIVI 3																								
ACTIVI 4																								

ESTUDIANTE 2	NIVEL 1				NIVEL 2				NIVEL 3				NIVEL 4				NIVEL 5				NIVEL 6			
ACTIVIDAD	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV
ACTIVI 1																								
ACTIVI 2																								
ACTIVI 3																								
ACTIVI 4																								

ESTUDIANTE 3	NIVEL 1				NIVEL 2				NIVEL 3				NIVEL 4				NIVEL 5				NIVEL 6			
ACTIVIDAD	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV	DES	GIR	VOL	MOV
ACTIVI 1																								
ACTIVI 2																								
ACTIVI 3																								
ACTIVI 4																								

A continuación se presenta la progresión en el desarrollo de aprendizaje de cada uno de los procesos de los estudiantes. Aclarando que para los tres estudiantes se cuenta con la autorización para la realización y publicación de imágenes y videos, firmados por el respectivo acudiente; documento que hace parte de los anexos.

5.1.1 Estudiante 1

5.1.1.1 Deslizar

Como podemos observar en la tabla, el estudiante 1 realiza movimientos de deslizamiento en todas y cada una de las actividades desarrolladas durante la trayectoria. Observando cómo los deslizamientos realizados por el estudiante se producen de manera espontánea, teniendo en cuenta la instrucción dada en cada una de las actividades.

Deslizar es un movimiento primario al principio, debido a la misma espontaneidad de este. El estudiante utiliza el deslizamiento como una herramienta para el cumplimiento de la tarea asignada.



Arrastra la mesa trayéndola hacia él para lograr una mejor postura.

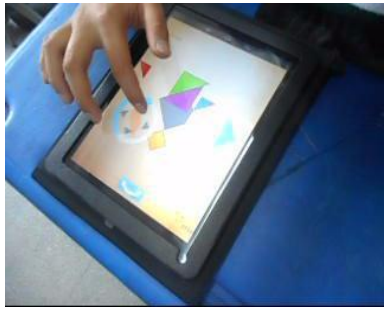
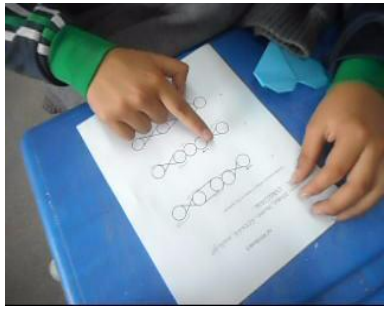


Desliza la mesa teniendo en cuenta un punto de referencia de llegada.



Desliza la ficha sobre la mesa, buscando armar una figura.

A través de las actividades y niveles, se evidencian diferentes estrategias y elementos en los deslizamientos, tales como los dedos, las manos e inclusive el cuerpo. Elementos que se fueron dando a través de la trayectoria a partir de cada una de las actividades propuestas.

			
Abre su mano y desliza sobre la mesa la figura realizada por su compañero.	Con su dedo índice, desliza una ficha hasta dentro de la figura.	Desliza el dedo índice y pulgar de la mano izquierda sobre los dobles realizados para marcarlo bien.	Desliza el dedo sobre la hoja para señalar la dirección de la flecha.

5.1.1.2 Girar

En la tabla se puede evidenciar que aunque este proceso fue asociado desde el segundo nivel, en el caso del estudiante 1, mostró evidencias de este desde el nivel uno, en donde los giros realizados fueron realizados desde el movimiento de su cuerpo y la necesidad de organizar un objeto en un lugar determinado.



Gira su cuerpo usando como eje de rotación sus piernas.



Arrastra la mesa, haciéndola girar hasta obtener un lugar indicado para esta.



Gira la ficha, buscando ubicarla en un lugar específico.

Las actividades del nivel dos permitieron potenciar el proceso de girar, sobre todo la actividad del Match, pues se observa como el estudiante realiza giros desde su corporalidad, pero a su vez, desarrollados desde el contexto, por el tipo de actividades planteadas; en este nivel se puede evidenciar diferentes maneras como el estudiante realiza el giro.



Gira la muñeca derecha para rodar la pirinola. Realizando el giro con los dedos.



Gira su mano derecha, envolviendo la pita en el dedo índice, para posteriormente lanzar el trompo. El giro es realizado con la muñeca



Mientras camina, gira sobre sus dedos índice y corazón de la mano derecha un aro. El giro lo realiza los dedos.

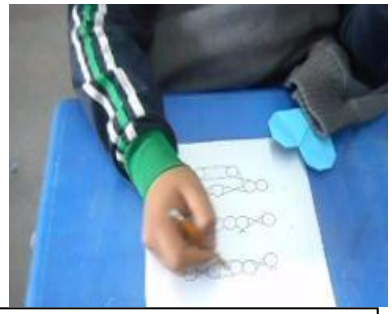


Gira su cuerpo sobre la colchoneta

En los siguientes niveles, se evidenció como el estudiante continúa con diferentes tipos de giros, en la mayoría de casos se evidenció como estos movimientos eran trabajados con una sola de sus manos, mientras la otra permanecía inmóvil.



Gira las fichas en su mano, mara ubicarlas dentro de la caja.



Dirige el lápiz sobre la figura realizando pequeños giros para indicar el movimiento de los engranajes.



Gira la chaqueta doblada y la ubica en el extremo izquierdo de la mesa.



Realiza movimientos circulares con la muñeca de su mano derecha.

5.1.1.3 Voltear

Este proceso fue evidenciado en el estudiante, notando cómo para poder realizarlo era necesario cambiar de plano, para luego volver al plano inicial.



Toma la ficha, observa la figura y voltea la ficha tratando de encontrar su posición adecuada.



Levanta y voltea la ficha apoyado en la mesa, buscando una posición.



Levanta y voltea la ficha en el aire, para luego nuevamente ponerla en la mesa y encajarla a otra.



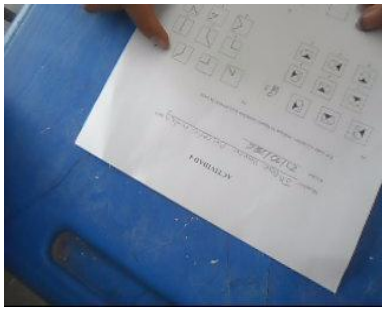
Dobla una parte de la hoja, la levanta y la voltea en el aire, para luego dejarla nuevamente sobre la mesa y seguir con las indicaciones.

5.1.1.4 Movilizar

El estudiante evidencia análisis de las actividades planteadas, al dar respuesta de manera coherente de los movimientos presentes, predice los resultados del movimiento, dando evidencias del nivel.



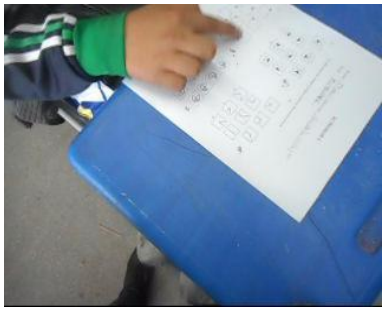
Observa su reloj, para extraer el ángulo que se le pide al darle una hora establecida.



Señala con un dedo los posibles movimientos llevados por la figura para lograr una ubicación final.



Predice los movimientos que puede realizar un sistema de engranajes a través del grafico dado. Se detiene unos segundos después de indicar el movimiento de alguno para poder indicar el siguiente.



Con el dedo, trata de dibujar los movimientos llevados por la figura.

5.1.2 Estudiante 2

5.1.2.1 Deslizar

Se puede evidenciar como este proceso estuvo presente durante la trayectoria de aprendizaje del estudiante, haciéndose más evidente en los primeros niveles de esta, las primeras actividades le permitieron realizar deslizamientos utilizando estrategias tales como el uso de sus manos de manera simultánea, el uso de su cuerpo, la exactitud en los deslizamientos.



Toma al mismo tiempo en cada mano un par de fichas y las desliza sobre la mesa.



Señala el camino dibujado deslizando el lápiz sostenido en la mano derecha, pero sin tocar la hoja.



Desliza la ficha hacia adentro de la figura, haciendo uso de su dedo índice.



Desliza su brazo señalando la dirección y el camino recorrido de su casa al colegio.

Se observa deslizamientos firmes, intencionados y muy “minuciosos”, al realizarse buscando exactitud en las tareas realizadas durante la progresión de la trayectoria. Este estudiante mantiene la articulación mano-ojo de manera constante al realizar el movimiento de objetos.



Desliza las fichas sobre el tablero para ubicarlas.



Desliza sus manos sobre los dobles realizados.



Desliza la ficha, ubicándola junto a las demás y buscando que encajen.



Desliza la figura sobre la hoja ubicándola en el lugar para continuar la teselación.

5.1.2.2 Girar

Se observan en principio giros con apoyo en una superficie.



Gira dos fichas en sentido contrario haciéndolas encontrar



Gira con un dedo la ficha sobre la pantalla, buscando la posición correcta.



Levanta la ficha, la gira en el aire, nuevamente la pone en la mesa y continúa girándola para encontrar la posición.



Levanta la hoja y la gira, realizando el doblez en el aire,

En el transcurrir de la trayectoria, se evidencia como el estudiante va realizando diferentes tipos de giros con el brazo, la muñeca, los dedos, entre otros, evidenciando además que logra hacer los giros cambiando de plano.



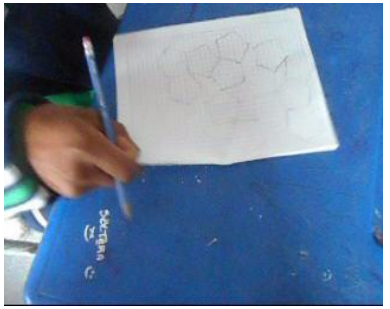
Gira la escoba con una de sus manos, mientras la otra le sirve de apoyo.



Realiza giros rápidos con su mano derecha, mientras limpia la mesa.



En sus dedos gira la ficha para luego introducirla en la caja.



Toma la hoja con sus dedos, por una de sus esquinas y la gira para buscar trabajar mejor. El brazo realiza el giro..

5.1.2.3 Voltear

Este estudiante evidencia el análisis de los movimientos a realizar, se observa la relación existente entre el ojo y el movimiento de la mano.



Levanta y voltea la ficha, mientras observa el lugar donde va a encajarla.



Voltea la ficha haciendo uso de la herramienta de la aplicación.



Levanta y voltea la ficha para colocarla nuevamente sobre el tablero



Dobla el saco por mitad y lo voltea sobre la mesa

A través de las actividades de la trayectoria el estudiante va ganando mayor destreza en sus movimientos, hasta llegar a verbalizarlos.



Voltea el papel y luego lo deja sobre la mesa



Toma la caja, la levanta, la voltea en su mano y finalmente la vuelve a dejar en la mesa, pero en otro lugar.



Al hablar de su desempeño en la actividad, mueve sus manos realizando giros y haciendo referencia al voltear la ficha.

5.1.2.4 Movilizar

El estudiante realiza la composición de varios movimientos, evidenciando la progresión en el proceso.



Levanta la ficha, realiza un pequeño giro y la lleva hasta otra posición en donde encaja adecuadamente



Levanta y mueve la ficha de manera diagonal, cambiándola de lugar, luego toma la caja, la levanta, la voltea rápidamente y la vuelve a su posición inicial, para cambiarla de lugar.



Colorea con el lápiz el mosaico de forma diagonal, replicando el modelo presentado

Logra verbalizar el análisis realizado en las actividades, reconociendo la elaboración de imágenes mentales.



Observa las fichas mostradas y escoge la que considera hace parte del rompecabezas



Observa, selecciona y señala la parte que tuvo en cuenta para decidir la ficha faltante del rompecabezas



Desliza, gira, vuelve a deslizar y enrolla sus brazos, al referirse a lo realizado en la actividad

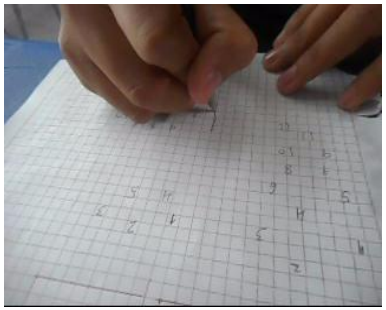
5.1.3 Estudiante 3:

5.1.3.1 Deslizar

Se puede evidenciar como el estudiante a través de su trayectoria presenta evidencias de este proceso, observando cómo los deslizamientos realizados por el estudiante en un principio se observan “inseguros”, mostrando duda en su realización.



Toma con una mano la mesa de su compañero de atrás y la desliza, verificando si queda alineada dentro de la fila.



Desliza el esfero realizando segmentos pero no de manera continua, se detiene en cada uno de los números.



Desliza la mano sobre el aire, para referirse a las casas que están al frente del colegio y las que están en la vuelta.

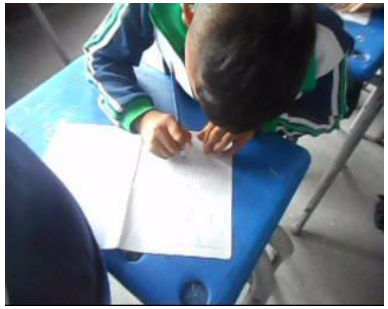


Desliza las fichas sobre la mesa, buscando realizar la figura.

En el transcurrir de la trayectoria se hace evidente como el estudiante va ganando habilidad en los deslizamientos, al realizarlos de manera más natural, realiza el movimiento como una herramienta para resolver la actividad.



Desliza los dedos de sus manos por el pliegue siempre de adentro hacia fuera.



Desliza la ficha sobre la hoja para marcar la figura.



Desliza el lápiz sobre la hoja para trazar diagonales

5.1.3.2 Girar

Los giros realizados por este estudiante son de diferentes tipos, tales como los giros cambiando de plano, los realizados sobre una superficie y los realizados con sus dedos, presentando evidencias del proceso.



Toma una de las fichas, la levanta y la gira en el aire.



Entre sus dedos toma una de las fichas y la gira para buscar su ubicación.



Toma la hoja desde dos de sus lados y la gira buscando una mejor posición para trabajar.



Gira la hoja sobre la mesa para realizar el dobles.

5.1.3.3 Voltear

Usualmente antes de voltear un objeto, el estudiante recurre a los movimientos de deslizar y/o girar, develando así la trayectoria llevada en su proceso.



Toma una de las fichas, la levanta, la gira y luego la voltea, buscando la ubicación dentro de la figura.



Levanta y voltea la ficha, buscando bloquear la jugada de su compañero.



Toma el saco de la mesa y lo voltea para disponerse a doblarlo.



Voltea la figura realizada en el aire y vuelve a ponerla en la mesa.

5.1.3.4 Movilizar

A través de comparaciones de objetos identifica que una ficha ha sido girada, evidenciando progresión en el nivel.



Escoge una de las opciones dadas como ficha faltante del rompecabezas mostrado. (da la respuesta verbal y adicionalmente la marca con los dedos).



Observa y selecciona una opción de las presentadas como ficha faltante del rompecabezas; nuevamente lo verbaliza y al tiempo que muestra la respuesta en sus dedos

5.2 Resultados de las Trayectorias Reales de Aprendizaje

La progresión de los procesos de cada uno de los estudiantes se presenta en la ilustración.

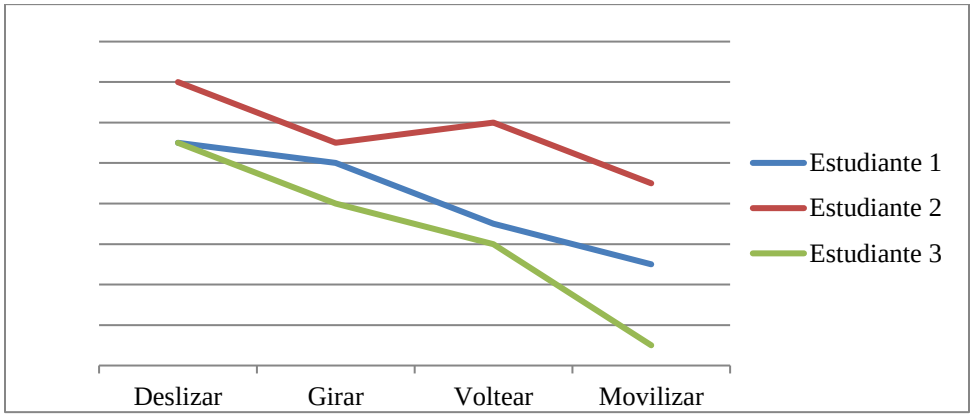


Ilustración 12 Resultados de las Trayectorias Reales de Aprendizaje

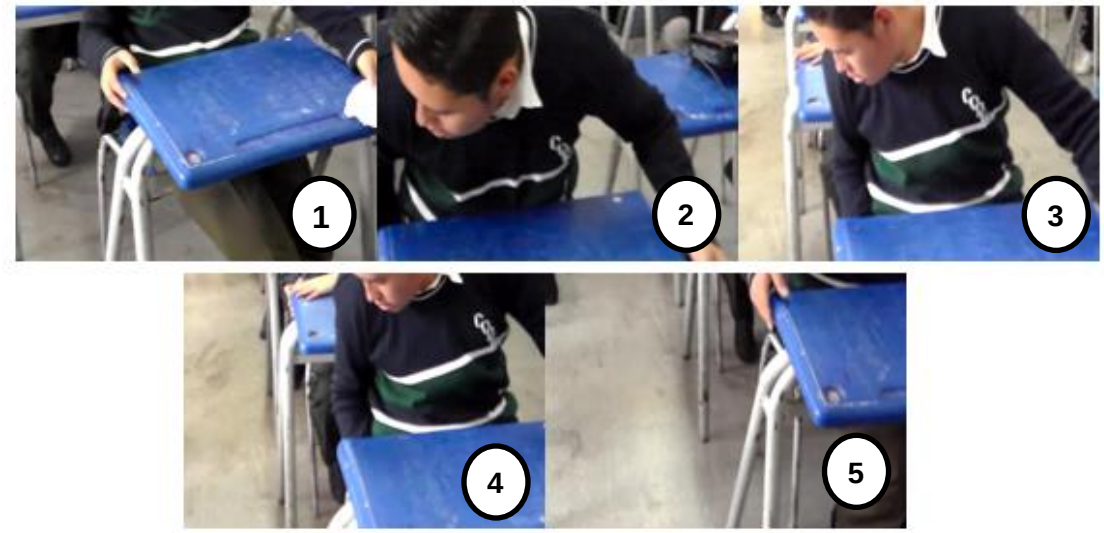
5.3 Verificación de hipótesis por niveles.

Se presentan las hipótesis para cada uno de los niveles de la trayectoria, junto con los indicadores y la descripción de cada una de las actividades allí implementadas realizando en cada nivel la verificación de las hipótesis, a partir de las evidencias obtenidas y analizando el proceder de los estudiantes.

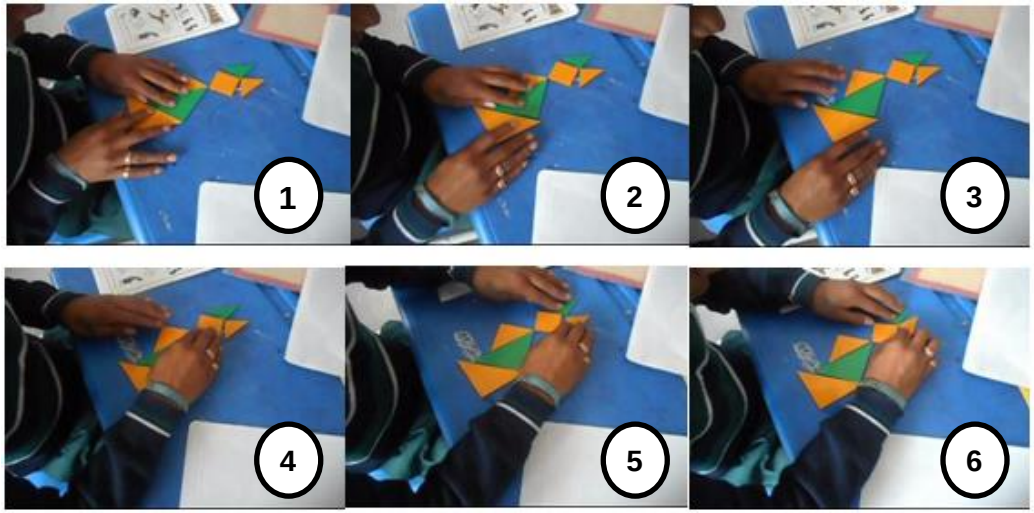
5.3.1 Nivel 1

Tabla 10 Verificación de hipótesis nivel 1.

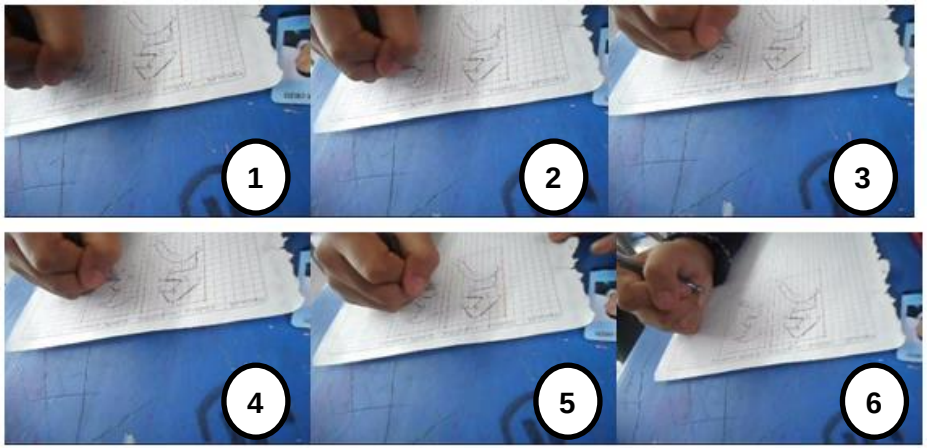
<table>
<tr><th colspan="2">Nivel 1: Deslizador Simple</th></tr>
<tr><td colspan="2">Hipótesis

• Con el cuerpo hay un deslizamiento primario. Las habilidades y destrezas básicas constituyen el soporte de la motricidad humana, pues cualquier otro movimiento resulta del desarrollo y la combinación de las habilidades y destrezas básicas. (Rico & Quevedo, 2013, pág. 1)
• Las imágenes iniciales de los niños son estáticas y no dinámicas. (Clements & Sarama, 2015, pág. 179)</td></tr>
<tr><th>Indicadores</th><th>Evidencias de presencia de indicadores en las actividades</th></tr>
<tr><td>• Puede deslizar cuerpos en el espacio hasta cierta ubicación
• Puede deslizar formas planas sobre superficies hasta cierta ubicación.
• Puede deslizar formas dejando un rastro del deslizamiento hasta cierta ubicación.</td><td>¡Organizando el aula! : Los estudiantes debían organizar el aula de clases para dar inicio a la sesión.

</td></tr>
</table>

Construyendo siluetas con imaginación: Haciendo uso del tangram, se les pedía que realizaran una figura y a partir de esta, construyeran una familia de siluetas, realizando pequeños cambios a la figura inicial.



El recorrido del orden: En una hoja, se les pedía que unieran unos números dados de manera ascendente sin levantar la mano de la hoja y sin cruzar las líneas.



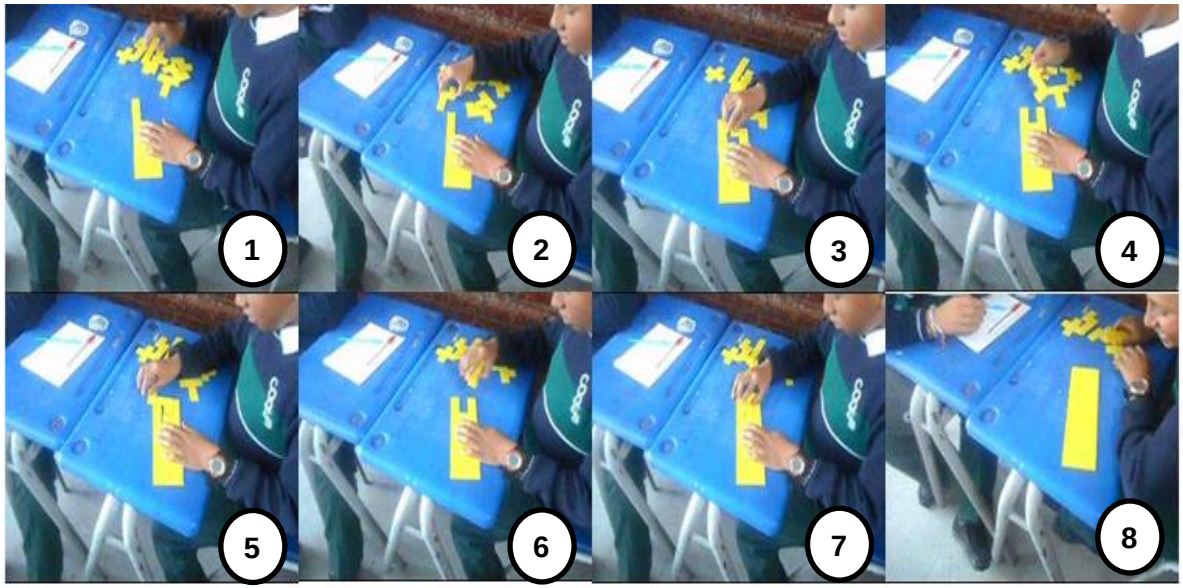
	Camino a casa: En una hoja debían realizar el recorrido desde el colegio hasta su casa y luego se pedía que nos contaran lo que habían plasmado en la hoja. 

De lo anterior podemos concluir que los estudiantes usaron su cuerpo en los procesos de deslizamientos primarios (mover un objeto hasta una ubicación determinada), en los registro de los estudiantes se ve una articulación mano-ojo, al realizar desplazamientos de objetos; en unos casos el ojo identificaba el punto de llegada (**¡Organizando el aula!**) y en otros casos era la mano la que lo definía (**Camino a casa**); volviéndose esta un objeto de representación del mismo estudiante en otro contexto

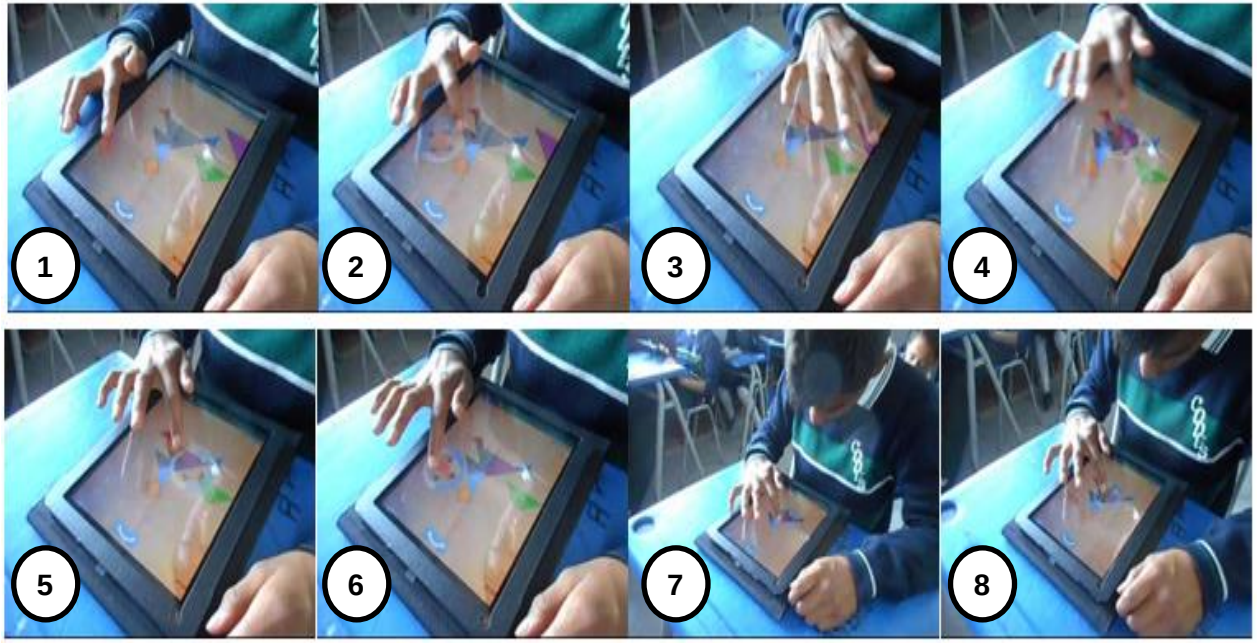
En los registros realizados en la actividad dos no hay presencia de movimientos.(**Construyendo siluetas con imaginación**, **El recorrido del orden** y **Camino a casa**)

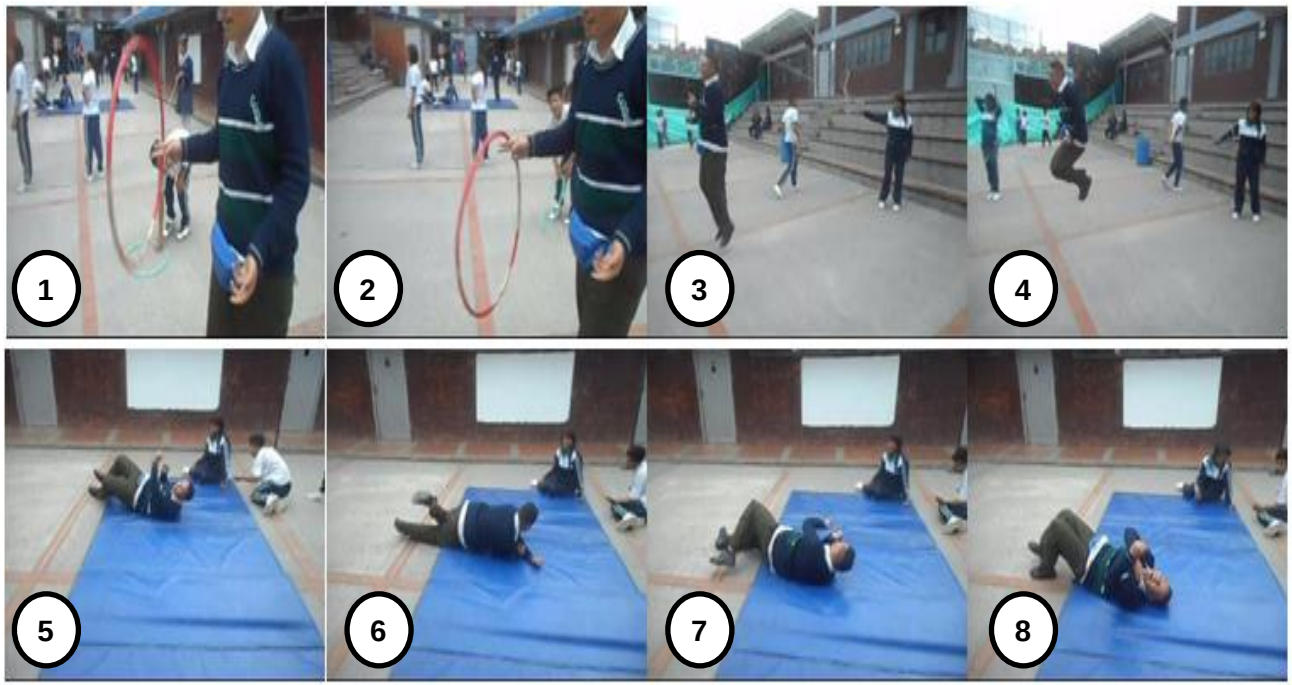
5.3.2 Nivel 2

Tabla 11 Verificación de hipótesis nivel 2.

<table>
<tr><th colspan="2">Nivel 2: Girador Simple</th></tr>
<tr><td colspan="2">Hipótesis
• Los receptores visuales están situados en la retina del ojo y nos proporcionan información acerca de las superficies de los objetos, principalmente de sus características de forma y tamaño. (Berruezo, 2000, pág. 23)
• Las actividades que involucran los movimientos geométricos – deslizamientos y giros – ya sea haciendo rompecabezas o logo, mejoran la percepción espacial (Clements & Sarama, 2015, pág. 187)
• El sujeto construye sus conocimientos espaciales desde que nace, pero es necesaria la acción de la pedagogía para que estos conocimientos se estructuren. (Pérez, 2011)</td></tr>
<tr><th>Indicadores</th><th>Evidencias de presencia de indicadores en las actividades</th></tr>
<tr><td>▪ Arma rompecabezas simples.
▪ Replica patrones de bloques.
▪ Puede presentar sus construcciones.
▪ Anticipa mentalmente los movimientos.</td><td>Pentóminos: Por parejas, se pide que construyan la mayor cantidad de rectángulos, sin importar el número de fichas que necesiten.

</td></tr>
</table>

Tangram (con tablet): Haciendo uso de una aplicación de “Tangram” en la tablet, los estudiantes desarrollan de manera libre la mayor cantidad de modelos que se le presentan en la aplicación.



	Match: En el patio, se organizaran seis estaciones (trompos, pirinolas, frisby, lazo, aros y colchoneta (rollos)); por grupos de cuatro estudiantes irán rotando por éstas cada diez minutos. 

Dado los resultados presentados a través de las tres actividades, podemos concluir que los estudiantes miran y siguen los objetos buscando características como bordes, espacios y formas como lo podemos observar en la secuencia de los **pentominos**; específicamente en las fotos 4, 5 y 6, corroborando que los ojos ayudan al cerebro a reconocer el tamaño y la forma de los objetos (**pentominos** y **Tangram (con tablet)**, además podemos ver como las manos también juegan un papel fundamental para el desarrollo de la

percepción espacial, se observa como los estudiantes hacen uso de estas disponiéndolas de acuerdo al movimiento que desea realizar, como se evidencian en las fotos 2, 5 y 7 de los **pentominós** y en las 1, 3 y 6 del **Tangram (con tablet)**; para el reconocimiento de los objetos (**pentominós**), pero además para identificar el espacio donde va a realizar el deslizamiento, no se realiza la misma disposición en las tres actividades, se observa como en cada una de las actividades existe una relación entre las dimensiones y extensión del espacio que se puede representar mediante la ilustración 14.

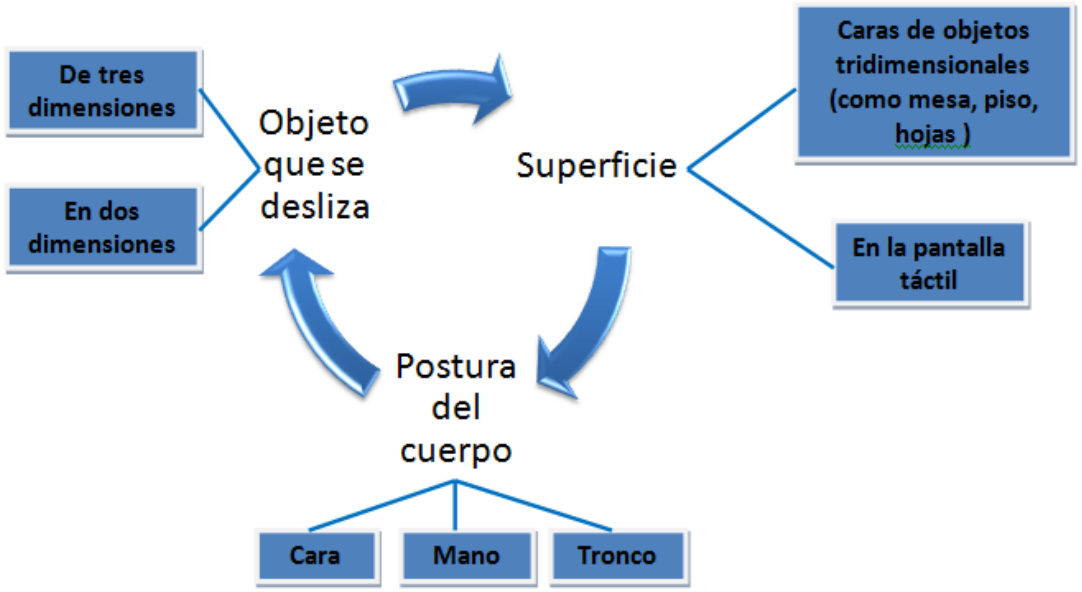


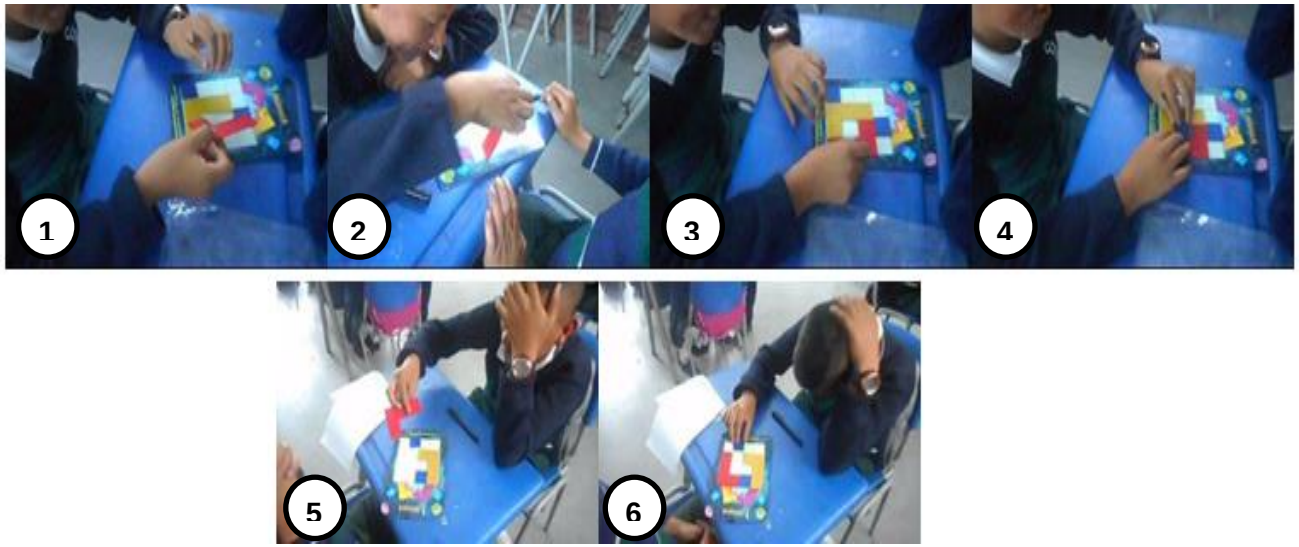
Ilustración 13 Relación de la disposición del movimiento

En los **pentominós**, se reconoce la mesa como el espacio para realizar el deslizamiento lo que nos permite observar la postura de sus manos y su cuerpo; en el **Tangram (con tablet**, el espacio se reduce a la pantalla de la Tablet, por lo que se evidencia que los desplazamientos son realizados únicamente utilizando su dedo índice, reconociendo que el espacio es reducido y en el caso del **Match**, se evidencia el manejo del espacio al reconocer que es amplio al tratarse de un desplazamiento en toda la colchoneta.

5.3.3 Nivel 3

Tabla 12 Verificación de hipótesis nivel 3.

Nivel 3: Deslizador, Girador, Volteador Principiante
Hipótesis • Los niños pueden crear una imagen mental de una figura, mantener esa imagen y luego buscar esa misma forma, quizás oculta dentro de una figura más compleja (Clements & Sarama, 2015, pág. 179). • Aunque de forma más lenta los niños con DI leve llegan alacanzar completa autonomia para el cuidado personal y en actividades de la vida diaria (Consejería de educación, 2008, pág. 19-20). • Los niños con discapacidades comparten intereses y necesidades de aprendizaje con otros niños y además manifiestan necesidades específicas derivadas de su situación de discapacidad (García, 1987).

Indicadores	Evidencias de presencia de indicadores en las actividades
• Usa los movimientos correctos, pero no en todas las ocasiones lo hace con las direcciones y cantidades precisas. ▪ Gira, desliza y voltea las fichas cambiándolas de posición.	**Logimax:** Es un juego de visualización espacial, creado por el psicólogo Europeo Edward de Bono, en el que se pone a prueba el ingenio y estrategia de dos participantes. 

	Limpiar, doblar y barrer: Los estudiantes debian doblar su saco, limpiar su mesa y mostrarnos como barren en un espacio del salon. 

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos evidenciar cómo los estudiantes hacen uso de movimientos (girar, deslizar y voltear), para cambiar los objetos de posición (**Logimax**), al igual que para realizar tareas de su vida cotidiana (**Limpiar, doblar y barrer**). Siendo evidente como los estudiantes comunican a través de lenguaje corporal, por medio de los gestos y el movimiento. Los estudiantes

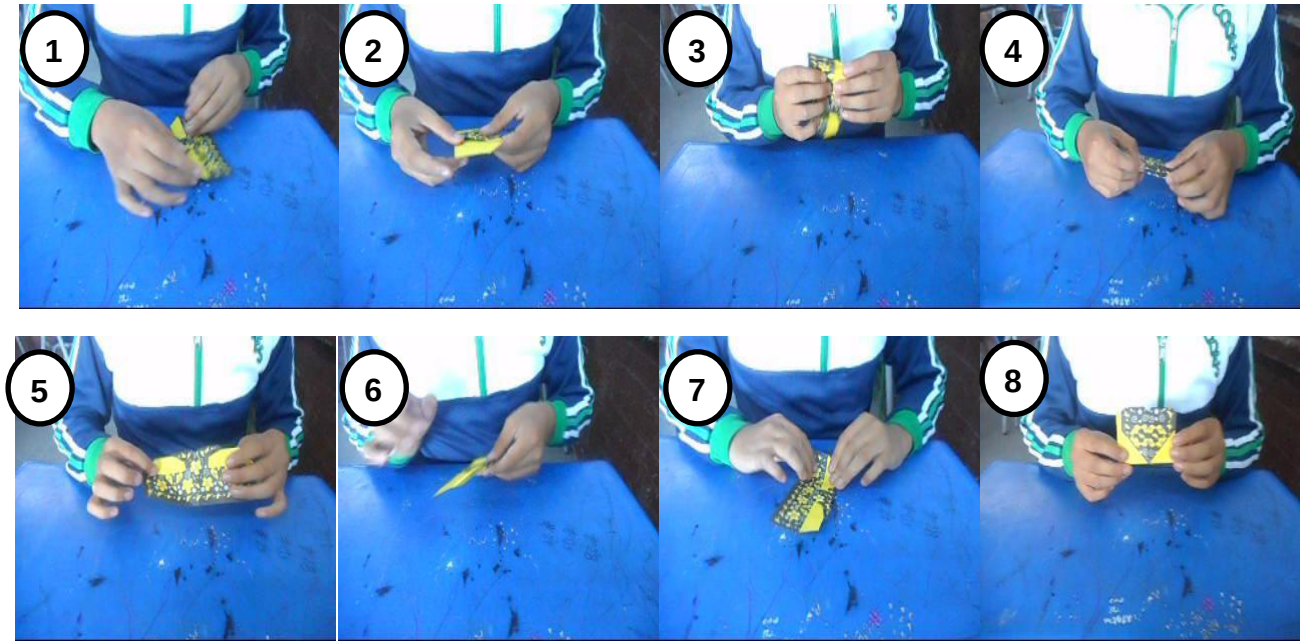
reflejan mensajes a través de su cuerpo, fundamentalmente de las manos, notando que existe una relación entre los movimientos realizados con las manos y los gestos de los estudiantes.

Se evidencia además, cómo el movimiento de cada una de las manos depende de la función que esté realizando; en la primera actividad se evidencia cómo la mano derecha es la "protagonista", pues es la que está realizando la función principal, mientras que la izquierda permanece de apoyo; en el caso de la segunda actividad, en las cuatro primeras fotos observamos que no existe jerarquías en los movimientos de las manos a diferencia de las cuatro últimas, en donde una permanece de apoyo, mientras con la otra se realizan los movimientos.

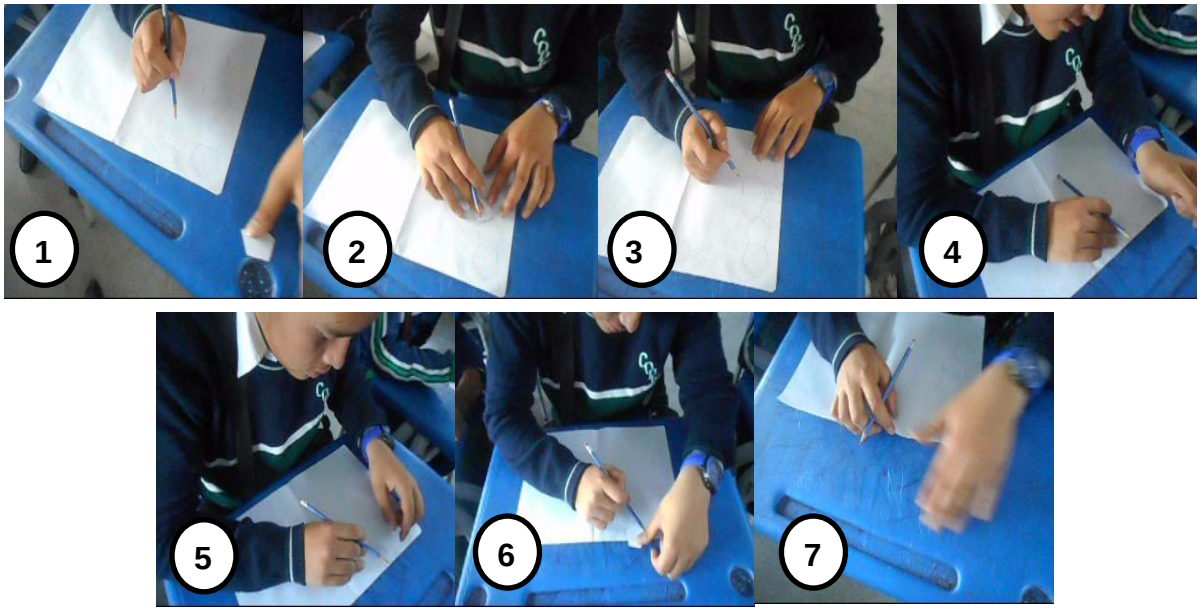
Se ve claramente que los estudiantes con DI tienen la capacidad para atender tareas cotidianas, de cuidado personal como el organizar de su ropa como se evidencia en **Limpiar, doblar y barrer** fotos 1,2,3 y 4, además de tareas específicas del hogar como el barrer y el limpiar observadas en las fotos 5,6,7 y 8.

5.3.4 Nivel 4

Tabla 13 Verificación de hipótesis nivel 4.

<table>
<tr><th colspan="2">Nivel 4: Deslizador, Girador, Volteador</th></tr>
<tr><td colspan="2">Hipótesis
• Construir formas a partir de partes con múltiples medios ayuda a elaborar imágenes así como los conceptos geométricos (Clements & Sarama, 2015, pág. 187)</td></tr>
<tr><th>Indicadores</th><th>Evidencias de presencia de indicadores en las actividades</th></tr>
<tr><td>• Efectúa deslizamientos y cambios de dirección, frecuentemente de manera horizontal y vertical exclusivamente, mediante el uso de manipuladores.
• Efectúa giros de 45, 90, y 180 grados.
▪ Gira, desliza y voltea objetos, de acuerdo a las indicaciones dadas y teniendo claro el objetivo a alcanzar.</td><td>Origami: Cada estudiante realiza un corazón en papel, con las indicaciones paso a paso, dadas por la docente.

</td></tr>
</table>

Teselado: Haciendo uso de un pentágono regular, los estudiantes realizaran un teselado en una hoja, siguiendo un modelo dado.



Cubo-soma: El Cubo Soma es un rompecabezas sólido inventado por Piet Hein. Son siete piezas hechas de cubos unitarios que deben ser montadas en un cubo de 3x3x3. Los estudiantes debían armarlo y posteriormente en plenaria contar lo experimentado en el ejercicio.





De lo anterior podemos concluir que los estudiantes pueden construir formas realizando diferentes movimientos de manera frecuente y con uso de material manipulable, (**Origami**, **Teselado** y **Cubo-soma**), pero además, esto también se hace explícito en el discurso con el movimiento de sus manos, donde se observa claramente que existe una intención en estas acciones; las manos articulan los movimientos para explicar las acciones de manera rápida; existe relación entre el tipo de tarea y la exigencia de la tarea, al establecer las propiedades de las figuras de manera experimental con su manipulación; reconociendo la elaboración de imágenes mentales en los estudiantes. (**Cubo-soma** foto 5,6,7 y 8).

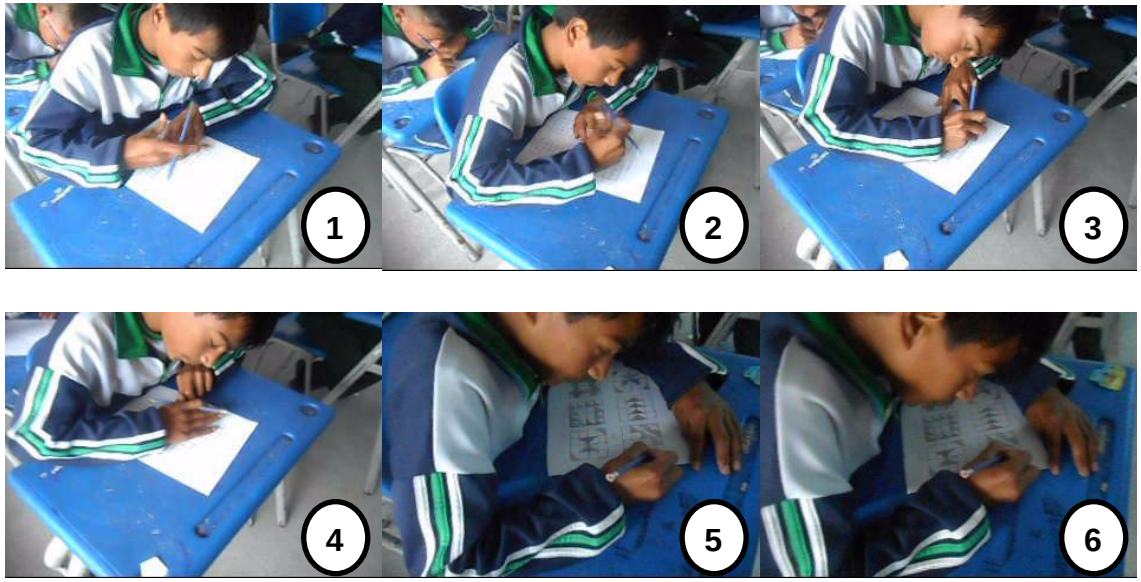
5.3.5 Nivel 5

Tabla 14 Verificación de hipótesis nivel 5.

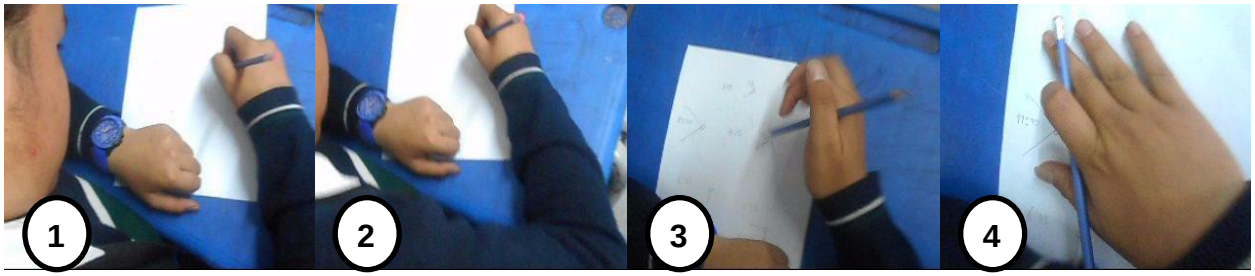
<table>
<tr><th colspan="2">Nivel 5: Movilizador (el que mueve en) Diagonal</th></tr>
<tr><td colspan="2">Hipótesis
los estudiantes describen, analizan, comparan y clasifican las figuras bi-dimensionales por sus lados y ángulos, y conecta estos atributos a las definiciones de las formas (Clements & Sarama, 2015, pág.190).
Según Verdugo y Canal (1995), algunas investigaciones han encontrado que los estudiantes con DI tienen mayores dificultades en el procesamiento forzado (recuerdo de ítems), pero son eficaces en procesamiento automático (localización espacial) (Pérez & Olivares, 2002, pág. 58)
Las personas con DI son capaces de evolucionar positivamente mediante la intervención, porque se puede analizar los procesos que utiliza cada niño e introducir los correctores necesarios para mejorar su desarrollo (Pérez & Tomás, 2002, pág. 57).</td></tr>
<tr><th>Indicadores</th><th>Evidencias de presencia de indicadores en las actividades</th></tr>
<tr><td>Efectúa deslizamientos y cambios de dirección diagonales.
Memoriza la configuración de fichas, y las reproduce moviéndolas hasta la determinada posición.</td><td>Reflejos: Cada estudiante memoriza la orientación de las fichas del tangram, posteriormente se taparán estas fichas y el estudiante deberá recrear la orientación que memorizó con otro juego de fichas. Luego se realizara en plenaria la socialización de la actividad realizada.

</td></tr>
</table>

Mosaicos geométricos: Se le hace entrega de una fotocopia con seis cuadrados divididos en dieciséis cuadradritos cada uno. Por medio de una presentación de diapositivas, se muestra a los estudiantes un mosaico geométrico por un tiempo aproximado de dos minutosy se pide que reproduzcan lo visto en uno de los cuadrados de la fotocopia entregada.



Ángulos del reloj: Los estudiantes deberán representar determinadas horas dadas por la docente a manera de reloj analógico, trazando las líneas del horario y minutero (ángulos).



Se evidencia como el estudiante logra verbalizar imágenes y formas existentes en su interior, a partir de las actividades realizadas, exterioriza aquello que tiene en su cabeza, para darlo a conocer a través de lo verbal (**Reflejos**), pero a su vez, haciendo uso de sus manos, nuevamente se observa como estas comunican de acuerdo al movimiento que está realizando; actúan dependiendo la función que tengan dentro del movimiento.

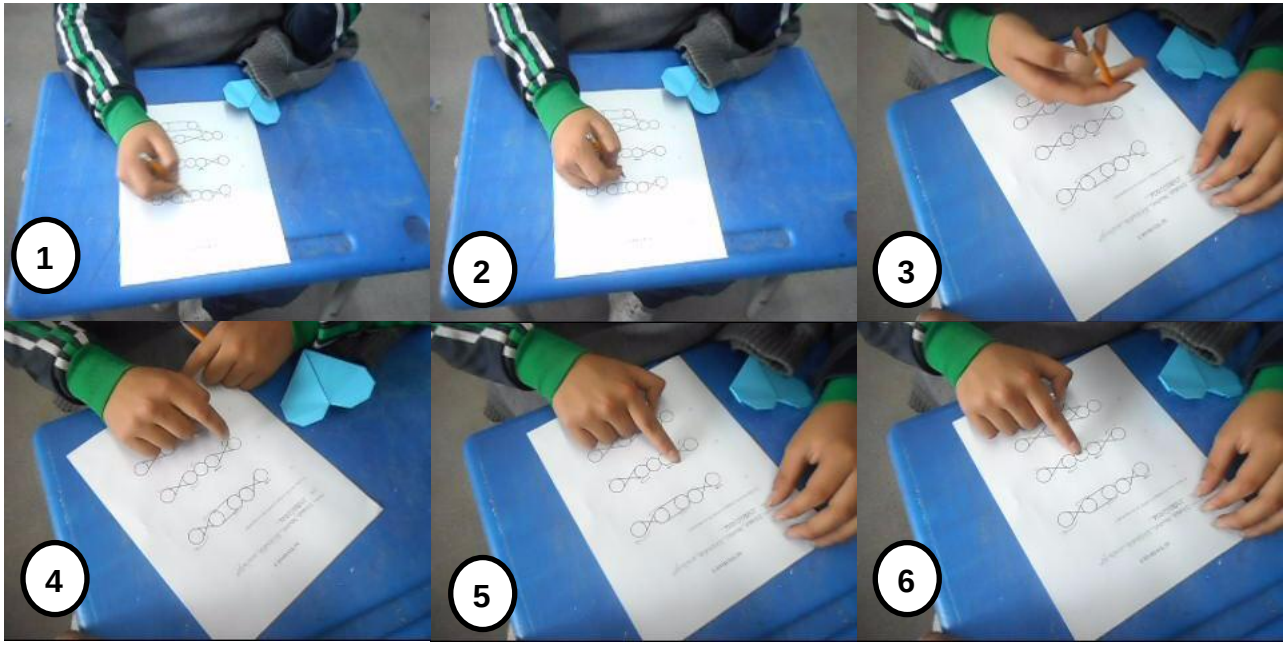
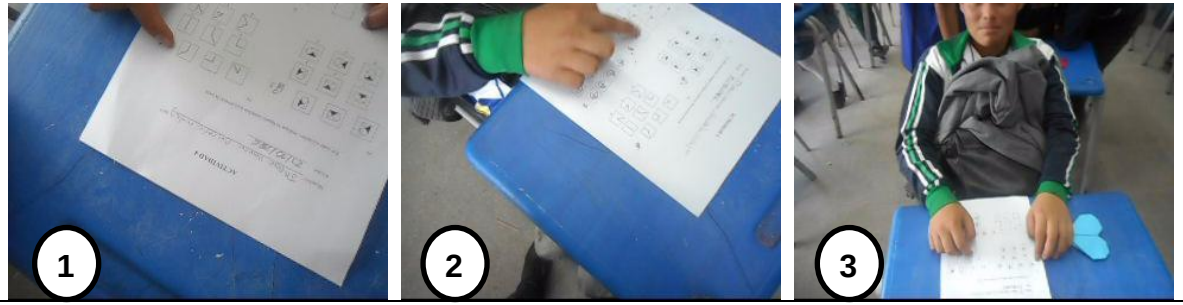
De acuerdo a las evidencias, se concluye que los estudiantes con DI, pueden reconocer las características de forma y ubicación de objetos y fichas desde lo visual (**Reflejos**, **Mosaicos geométricos:** y **Ángulos del reloj**), aun cuando las indicaciones sean dadas de manera verbal (**Ángulos del reloj**), ellos recurren a lo material, lo visible (foto 1 y 2).

Se observa el camino llevado a través de la trayectoria, la progresión que se va dando en el desarrollo de los procesos.

5.3.6 Nivel 6

Tabla 15 Verificación de hipótesis nivel 6.

Nivel 6: Movilizador (el que mueve) Mentalmente
Hipótesis • Mediante la construcción, el dibujo y el análisis de las figuras bi-dimensionales, los estudiantes comprenden los atributos y propiedades para resolver problemas. (Clements & Sarama, 2015, pág. 190). • Hacer que los niños utilicen muchos medios diferentes para representar sus recuerdos e ideas con los "cientos de idiomas de los niños" (Edwards, Gandini, & Forman, 1993) les ayudará a construir la visualización espacial y las imágenes. • Una de las características que puede encontrarse en personas con DI, es la dificultad de organizar el pensamiento para encontrar la respuesta que se espera de él. Esta dificultad comenzó cuando el niño no pudo, o no supo, asimilar experiencias del entorno, por propia disfunción o porque no dispuso de los mediadores adecuados. (Pérez & Tomás, 2002, pág. 56) • Los niños con DI faltan tanto en la repetición espontánea para retener la información como en la agrupación y elaboración, sin embargo el entrenamiento de estas estrategias dan resultados positivos. (Pérez & Tomás, 2002, pág. 60)

Indicadores	Evidencias de presencia de indicadores en las actividades
▪ Predice los resultados del movimiento de las figuras mediante el uso de de imágenes mentales.	**Los engranajes:** A cada estudiante se le hace entrega de una hoja de trabajo donde se presenta situaciones relacionadas con el sentido y giro de los engranajes; se les pide que identifiquen el sentido de los engranajes.  **Razonamiento abstracto:** A cada estudiante se le hace entrega de una hoja de trabajo donde se presenta situaciones relacionadas con el sentido y giro figuras de acuerdo a una serie; se les pide que identifiquen el movimiento de la figura o las partes constitutivas de esta, implicadas en la serie. 

	Que ficha le falta al rompecabezas: Se muestra por unos minutos un rompecabezas en donde hace falta una de las fichas, se tapa y se le pide al estudiante que identifique la ficha faltante dándole algunas opciones. 

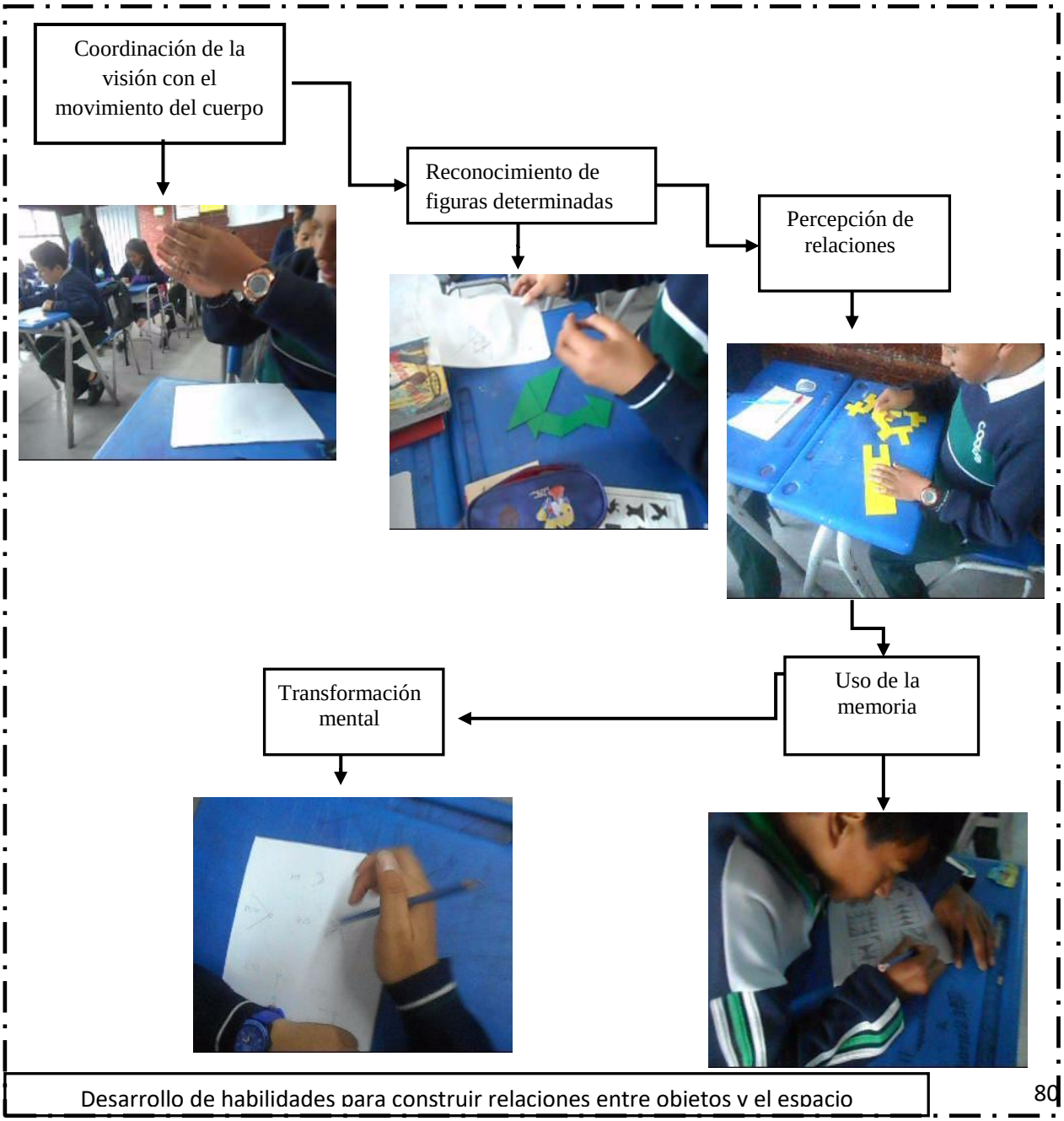
Se evidencia cómo los estudiantes logran señalar los posibles movimientos de las figuras desde lo perceptivo con lo cual podemos evidenciar que las actividades planteadas permitieron que el nivel se diera.

En este nivel, el diseño de las actividades presentó salto evidente con relación al trabajo dinámico que se había llevado en los demás niveles, para introducir el trabajo en la mente lo que ocasionó un poco de desinterés en su realización. Es necesario recordar que una de las sugerencias que se tienen para los estudiantes en situación de DI es trabajar con material manipulable, en donde ellos tengan la posibilidad de experimentar es necesario ponerles metas asequibles para que puedan lograr experiencias exitosas.

CAPÍTULO 5: Conclusiones y reflexiones

6.1 Conclusiones

- En la verificación de las hipótesis obtenidas desde el diseño de la trayectoria de aprendizaje para el desarrollo de la visualización espacial, se evidencia que el diseño necesita los siguientes elementos



- Se puede además evidenciar cómo las manos muestran la existencia de un desarrollo cognitivo, así:
    - El cuerpo tiene que mover objetos; si el cuerpo mueve objetos ganamos acción introyectiva, relacionarnos con el mundo que es un pensamiento.
    - Las manos acompañan el cuerpo, que empieza a expresar conceptos (longitud) movió objetos y estudiante ya está hablando a través de un lenguaje, realiza representaciones, registros de representación semióticos propios de las matemáticas. (se alargaba, acostado).
- Clements y Sarama (2015) nos presenta una Trayectoria de Aprendizaje de la Visualización Espacial e Imágenes en donde se parte de una hipótesis de meta para el aprendizaje, que da cuenta del desarrollo de las habilidades de la visualización espacial, a partir de esta hacen referencia a los seis niveles en la trayectoria, contando con hipótesis para cada uno de estos; estos niveles parten del deslizamiento como el proceso primario para el desarrollo de la visualización espacial, siguiendo con la rotación y el voltear; llegando al movilizar, visto como la relación de varios movimientos primarios. Trayectoria base del diseño de la THA para el desarrollo de la visualización espacial en estudiantes diagnosticados en situación de discapacidad leve.
- Tomando investigaciones y trabajos de diferentes autores, se aborda metas de aprendizaje para la visualización espacial en personas en situación de discapacidad intelectual, clasificando las hipótesis de meta y las hipótesis de niveles; hipótesis que describen las habilidades en cuanto a la visualización espacial que puedan presentar los estudiantes en condición de discapacidad intelectual al realizar tareas específicas para que promuevan su

aprendizaje y desarrollo; permitiéndonos así el diseño de actividades que no excluya a dicha población.

- Se consolidó una trayectoria hipotética de aprendizaje para el desarrollo y aprendizaje de la visualización espacial para estudiantes en situación de discapacidad intelectual leve, a partir de las hipótesis planteadas teniendo en cuenta la visualización espacial, la condición de discapacidad intelectual leve y las propuesta por Clements y Sarama (2015), para los seis niveles de la trayectoria de visualización e imágenes.
- A través de las evidencias presentadas por los estudiantes en cada una de las actividades y niveles, se logró identificar la trayectoria de aprendizaje de cada uno de ellos.
- El Ministerio de Educación Nacional sigue buscando un modelo de inclusión, donde los estudiantes con discapacidad tengan las mismas garantías que el resto de los estudiantes; desarrollando y articulando iniciativas para mejorar la calidad y la cobertura de la educación para todos y cada uno de los colombianos; como se puede corroborar en el decreto 1421 de Agosto 29 de 2017.

6.2 Reflexiones

- Las actividades del diseño didáctico claramente están hechas para seres con manos; notando como estas fueron protagonistas durante su desarrollo; lo que nos permite cuestionarnos acerca de si las matemáticas desde su naturaleza está excluyendo a aquellos que no tienen manos.
- Si deslizar, girar y voltear son movimientos primarios del cuerpo que posibilitan una génesis de las transformaciones geométricas, el profesor debe garantizar a los estudiantes el desarrollo de estos procesos para la consecución de dicho aprendizaje.
- Nuestras prácticas pedagógicas deberían estar siempre propuestas desde las capacidades de los estudiantes con los que contamos en nuestras aulas.
- Las THA posibilitan trabajar las matemáticas de acuerdo a las necesidades y características de los estudiantes, lo que permite que el profesor se convierta en un facilitador, un apoyo para el estudiante en su aprendizaje. Respetando las diferencias individuales de cada uno y reconociendo que el aprendizaje es personal.
- Existe temor por parte de los profesores a trabajar en el aula regular con estudiantes en situación de discapacidad; temor que es producto del desconocimiento de una educación inclusiva, que permita el trabajo pedagógico y didáctico partiendo de estos estudiantes potenciando sus capacidades y haciéndolos visibles en el aula de clases.

CAPÍTULO 6: Logros alcanzados durante la investigación

- Poster “Cartografía de programas de formación de profesores de matemáticas en Colombia”, en el Primer Congreso de Investigación e Innovación en Educación. Realizado en las instalaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia) los días 19, 20 y 21 de noviembre de 2015.
- Coautora de la comunicación breve “Diseños didácticos para el desarrollo del pensamiento espacial, desde un enfoque de Trayectorias de aprendizaje, en y para la diversidad”. En el II Congreso de Investigación e Innovación en Educación. Realizado en las instalaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia) los días 17, 18 y 19 de mayo de 2017.
- Coautora de la conferencia “Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje de la Geometría con Poblaciones Diversas”. En el Segundo Congreso Internacional de la Comunidad Matemática de la Costa Caribe Nicaragüense. Realizado en las instalaciones de la Universidad de las Regiones Autónomas de la Costa Caribe Nicaragüense (Nueva Guinea-Nicaragua) los días 15 y 16 de junio de 2017.
- Coautora del taller “Investigación sobre Trayectorias de aprendizaje del pensamiento espacial en una Educación geométrica inicial” en el 23 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Realizado en las instalaciones de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá-Colombia) los días 21, 22 y 23 de junio de 2017.
- Coautora del taller de formación “Elementos para la investigación sobre trayectorias de aprendizaje del pensamiento espacial” En el Tercer Encuentro de Investigación en Educación Matemática. Realizado en las instalaciones de la Universidad de Atlántico (Barranquilla - Colombia) los días 24 y 25 de agosto de 2017.

Referencias bibliográficas

Aguado, A. (1995). *Historia de las deficiencias.* (F. ONCE, Ed.) Madrid: Libre Editorial.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *52*(3), 215-224.

Berruezo, P. P. (2000). *El contenido de la Psicomotricidad.* Madrid.

Bressan, A. (s.f.). *ROMPECABEZAS GEOMÉTRICOS.* Obtenido de http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2015/08/ideas_rompeca_geom_actividades.pdf

Bruno, A., & Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas: el caso de personas con sındrome de Down. *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM*, 141–162.

Clements, D., & Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad. El enfoque de las Trayectorias de aprendizaje.* (O. León, A. Lange, M. León, & A. Toquica, Trads.) Learning Tools LLC.

Falla, D. (2015). *Enseñanza de habilidades de toma de perspectiva viso-espacial en personas con Discapacidad Intelectual: una aproximación desde el estudio de las discriminaciones condicionales.* Córdoba : Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Fernández, M. T. (2011). *Una aproximación ontosemiótica a la visualización y el razonamiento espacialL.* Tesis doctoral, Universidad de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela.

Hoyos, E., & Aristizabal, J. (2012). *Representación de objetos tridimensionales utilizando multicubos. Software: multicubos, geoespacio, explorando el espacio 3D.* Universidad del Quindio.

León, O., & Díaz, F. M. (2014). Diseños didácticos con incorporaciones tecnológicas para el aprendizaje de las formas geométricas, en primeros grados de escolaridad de estudiantes sordos. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 91-104.

McGee, M. G. (septiembre de 1979). Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889-918.

Ministerio de Educación Nacional . (2005). *Lineamientos sobre poblaciones vulnerables.* Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie Lineamientos curriculares en matemáticas.* Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional Educación para todos. (septiembre - Diciembre de 2007). *Al tablero*. Recuperado el Noviembre de 2015, de Al tablero N° 43: http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-141881.html

Montes. (2012). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego pac-man.* Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

Osorno, C. (2014). *PROPUESTA INTEGRADORA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD INTELECTUAL.* Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y

Pérez, J., & Tomás, V. (2002). Aspectos evolutivos del niño con descapacidad intelectual. En J. Galve, *Discapacidad Intelectual. Desarrollo, comunicación e intervención.* Madrid: Colección propuestas curriculares. (págs. 53-69). Madrid: CEPE.

Pérez, J., & Tomás, V. (2002). Aspectos evolutivos del niño con discapacidad intelectual. En J. Galve, *Discapacidad Intelectual* (págs. 53-69). Madrid: CEPE.

Ramírez, R. (2012). *HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN DE LOS ALUMNOS CON TALENTO MATEMÁTICO.* UNIVERSIDAD DE GRANADA, DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA . Granada: UNIVERSIDAD DE GRANADA.

Rico, E., & Quevedo, C. (Enero de 2013). La locomoción en la etapa infantil. *EFDeportes.com, Revista Digital. Buenos Aires, Año 17, Nº 176, Enero de 2013, 17*(176). Obtenido de EFDeportes.com, Revista Digital. Buenos Aires: http://www.efdeportes.com/efd176/la-locomocion-en-la-etapa-infantil.htm

Schalock, R. B.-D.-D. (2010). *Intellectual disability. Definition, classification and systems of supports* (11 ed.). Washington.

Sedrail, M. (1983). *Historia cultural de la enfermedad.* Madrid: Espasa-Calpe.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, págs. 114-145.

Steffe, L. (2004). Steffe, L. *Mathematical Thinking and Learning*, 129-162.

Verdugo, M. (2010). Últimos avances en el enfoque y concepción de las personas con discapacidad intelectual. *Siglo Cero . Revista española sobre discapacidad Intelectual, 41*(236), 7-21.