CONECTANDO PUNTOS: UNA PROPUESTA GRÁFICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES EN EDUCACIÓN POR CICLOS

Yomix Ximena Hueso Pimienta

Sara Catalina Riaño López

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C., Colombia

2026

CONECTANDO PUNTOS: UNA PROPUESTA GRÁFICA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES EN EDUCACIÓN POR CICLOS

Yomix Ximena Hueso Pimienta

Código: 20201245105

Sara Catalina Riaño López

Código: 20192245055

Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de:

Licenciado en Matemáticas

Director:

Doctor José Torres Duarte

Evaluadores:

Docente Nelson Alfonso Salamanca Barón

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Matemáticas

Bogotá D.C., Colombia

2026

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN 7
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 8
2.1. Justificación 8
2.2. Pregunta problema 9
3. OBJETIVOS 10
3.1. Objetivo general 10
3.2. Objetivos específicos 10
4. MARCO TEORICO 11
4.1. Reconocimiento de la población 11
4.1.1. Sobre La Institución 11
4.1.2. Localidad Rafael Uribe Uribe 11
4.1.3. Modalidad de Educación por Ciclos 12
4.2. Orientación Curricular 13
4.2.1. Estrategias pedagógicas 13
4.2.2. Evaluación 13
4.2.3. Conceptualización Abordada 14
4.3. Marco Legal 16
5. PLAN DE TRABAJO 18
5.1. Población 18
5.1.1. Perfil Sociodemográfico y Contexto Local 18
5.1.2. Condición de Extra-edad y Trayectoria Educativa 18
5.1.3. Perfil Cognitivo y Relación con las Matemáticas 18
5.2. Metodología 19
5.3. Cronograma 20
5.3.1. Cronograma individual Yomix Hueso 21
5.3.2. Cronograma individual Sara Riaño 22
6. RESULTADOS Y ANÁLISIS 23
6.1. Resultados Frente A Los Objetivos Planteados 23
6.1.1. Caracterización de los ciclos trabajados 23
6.1.2. Diseño e implementación de la propuesta didáctica contextualizada 28
6.1.2.1. Principio 1: Del registro gráfico al registro analítico 29

6.1.2.2. Principio 2: Contextualización permanente 31
6.1.2.3. Principio 3: Aprendizaje colaborativo y valoración de saberes previos 31
6.2. Índices De Aprobación 32
6.3. Aspectos Favorables y Contribuciones 34
6.3.1. Validación del enfoque desde el gráfico hacia lo analítico. 34
6.3.2. Reducción de la ansiedad matemática 35
6.3.3. Valoración y movilización de saberes previos 36
6.3.4. Aprendizaje colaborativo intergeneracional 36
6.4. Tensiones Y Aspectos Por Mejorar 37
6.4.1. Inasistencia recurrente y deserción. 37
6.4.2. Limitaciones del tiempo por sesión 38
6.4.3. Heterogeneidad de ritmos de aprendizaje. 38
6.4.4. Insuficiencia de trabajo extraclase. 39
6.4.5. Dificultades para la evaluación diferenciada 40
6.4.1. Aspectos a mejorar en futuras intervenciones. 40
7. CONCLUSIONES 42
7.1. Reflexiones. 43
8. BIBLOGRAFÍA 44

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Primeros abordajes del ciclo 3.2 ____ 24
Figura 2. Primeros abordajes del ciclo 4.1 ____ 25
*Figura 3. Trabajos con el Ciclo 4.1*____ 25
Figura 4. Abordajes con el curso 4.2 ____ 26
*Figura 5. Abordajes con el ciclo 5*____ 28
Figura 6.Tangram CIII ____ 29
*Figura 7. Transportador de papel CV*____ 29
Figura 8. Abordaje CV ____ 29
*Figura 9. Abordaje CIV*____ 29
*Figura 10. Abordaje CIV*____ 30
Figura 11. Trabajo simultaneo CIV ____ 30
Figura 12. Trabajo simultaneo CIV ____ 30
Figura 13. Trabajo simultaneo CIV ____ 30
Figura 14. Problemas abordados CIII ____ 31

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Horario Académico ____ 20
Tabla 2. Cronograma Yomix Hueso ____ 21
Tabla 3. Cronograma Sara Riaño ____ 22
Tabla 4. Estadísticas ciclo 3 ____ 32
Tabla 5. Estadísticas ciclo 4.1 ____ 33
Tabla 6. Estadísticas ciclo 4.2 ____ 34
Tabla 7. Estadísticas ciclo 5 ____ 34

1. INTRODUCCIÓN

Este escrito presentó un trabajo de grado desarrollado bajo la modalidad de pasantía, el cual sistematiza una experiencia pedagógica llevada a cabo en el IED Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño. La intervención se sitúa en la jornada nocturna de dicha institución, un entorno educativo que implementa el modelo de educación por ciclos para atender específicamente una población en condición de extraedad que busca completar sus estudios básicos y medios.

La problemática central se aborda en la resistencia y "enemistad" que comúnmente manifiestan los individuos hacia las matemáticas, debido a que suelen ser percibidas como un saber abstracto de alta complejidad y difícil solución. Como respuesta, la propuesta plantea una transición desde los modelos de enseñanza tradicionales hacia una metodología didáctica que privilegia la construcción visual y la manipulación de objetos geométricos. Esta estrategia se enfoca en priorizar el pensamiento métrico y espacial, permitiendo que la comprensión matemática emerja de la integración de los saberes previos que los estudiantes han desarrollado en su vida cotidiana y laboral fuera del aula.

En cuanto a su organización, el documento se compone diversos apartados que estructuran la investigación y la práctica realizada. Inicia con el planteamiento del problema, su justificación y los objetivos que orientaron la intervención, seguidos por un marco teórico que fundamenta el recorrido de la población, la modalidad de los ciclos y la orientación curricular. Posteriormente se detalla el plan de trabajo con la descripción de la población y metodología de codependencia empleada. Finalmente el texto expone los resultados y el análisis de la experiencia, analizando los alcances frente a los objetivos y las tensiones identificadas, para cerrar con las conclusiones y reflexiones derivadas de este proceso formativo.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1. Justificación

La enseñanza de las matemáticas en los ciclos de estudiantes extra-edades, madres comunitarias y adultos mayores, se lleva a cabo una propuesta educativa relevante, la cual se justifica desde diferentes aspectos pedagógicos, sociales y cognitivos. Este proyecto responde a la necesidad de proporcionar a la población las herramientas matemáticas necesarias para desenvolverse con autonomía y seguridad en su vida cotidiana y laboral, se fundamenta en la normatividad colombiana vigente sobre Educación de Personas Jóvenes y Adultas (EPJA) y en los principios pedagógicos que orientan los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

De esa manera, la educación se basa en principios que rigen su implementación y que reconocen que el joven o el adulto tiene saberes, conocimientos, habilidades y prácticas que hacen parte de su formación, en la que deben ser valorados que dichos principios orientarán que las condiciones pedagógicas y administrativas se adecuen al desarrollo físico y psicológico del educando, así como también a sus condiciones culturales, sociales y laborales, que permitirá fomentar en el alumno la autonomía y responsabilidad (Roble, 2022).

Retoman sentido cuando se habla de la enseñanza de las matemáticas, una de las áreas que terror y rechazo ha provocado en los estudiantes. El Modelo Educativo Flexible está reconocido por el Ministerio de Educación Nacional como una propuesta pedagógica, metodológica, logística y administrativa especialmente para la atención educativa de la población joven y adulta, valorando el reconocimiento de los saberes previos, diálogo y la participación, el trabajo individual y grupal.

Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (1998) y Estándares Básicos de Competencias (2006) establecen marcos conceptuales que orientan la enseñanza de esta área, relacionan el aprendizaje por competencias con teorías como el aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Gowin, la significatividad del aprendizaje no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia.

La investigación educativa ha demostrado la importancia de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas, como señalan diversos estudios en donde muchas instituciones orientan las clases de formas teóricas dejando aparte la contextualización de los conocimientos y se basan solo en el uso de conceptos, cuando la mejor forma de propiciar un aprendizaje significativo es explicar los contenidos aterrizados a la realidad, aplicándolos al contexto cotidiano (Córdoba, 2022).

2.2. Pregunta problema

¿De qué manera la construcción y manipulación de figuras geométricas y espacios métricos facilita la transición hacia la modelación de funciones y nociones analíticas en los estudiantes de los cursos 3.2, 4.1, 4.2 y 5 de la jornada nocturna del colegio Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño I.E.D.?

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

Desarrollar un conjunto de estrategias didácticas para la enseñanza de las matemáticas en la modalidad de educación por ciclos para los grados desde 7° a 10° de bachillerato en el Colegio Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño, de modo que integren y aborden contenidos propios de los pensamientos numérico y variacional desde la perspectiva de los pensamientos métrico y espacial.

3.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar los ciclos 3.2, 4.1, 4.2 y 5 del Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño, teniendo en cuenta las particularidades de la población estudiantil, el enfoque de educación por ciclos, el tiempo dedicado a cada lección y las condiciones institucionales en las que se desarrolló la pasantía.
2. Diseñar una propuesta didáctica contextualizada, apoyada en los pensamientos espacial y métrico, que permita abordar conceptos matemáticos relacionados con magnitudes, proporcionalidad, funciones y nociones iniciales de cambio, acordes con los ciclos efectivamente trabajados.
3. Implementar estrategias pedagógicas que promuevan la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos a través de actividades prácticas y significativas, considerando los saberes previos, los ritmos de aprendizaje y las experiencias de vida de las estudiantes de los ciclos abordados.

4. MARCO TEORICO

4.1. Reconocimiento de la población

4.1.1. Sobre La Institución

El Colegio Liceo Femenino De Cundinamarca Mercedes Nariño fue fundado el 5 de octubre del año 1916 como el "Sindicato de la Aguja, Artes y Oficios para señoritas", trasladado a la Av. Cra 14 Nº 23-24 sur, localidad Rafael Uribe Uribe, Bogotá D.C. en 1941 y renombrado como "Mercedes Nariño" en el año 1960. Es una institución educativa distrital acreditada de alta calidad educativa por su nivel superior en la prueba de estado del Instituto Colombiano Para La Evaluación y La Educación (ICFES), primera institución pública en Bogotá perteneciente al programa del Diploma de Bachillerato Internacional IB, ganadora del premio a la excelencia en 2012 y mejor institución distrital en 2014. Dentro de sus modalidades se encuentran las jornadas diurnas: mañana y tarde, en las cuales la población estudiantil es exclusivamente femenina y las jornadas mixtas de aceleración nocturna (de lunes a viernes) y los sábados en los que se encuentran estudiantes mixtos entre hombres y mujeres de 15 años en adelante.

Asimismo, según la *Secretaría de Educación del Distrito (2022)*, esta institución educativa se posiciona hoy como uno de los colegios públicos más emblemáticos de la capital del país, dedicándose principalmente a la formación académica de las mujeres desde hace más de un siglo, tiempo en el que se ha transformado desde la educación en artes y oficios, hasta la excelencia que prioriza el progreso integral de la mujer en los espacios científicos, artísticos y papeles de liderazgo humanista fomentando así, desde sus aulas, valores como la autonomía y la transformación social en manos de mujeres y niñas de distintos contextos.

Por otra parte, lo estipulado por la institución en su Proyecto Educativo Institucional (PEI), el modelo que implementa busca llevar un paso más allá la educación y la enseñanza tradicional a través de bases sólidas del aprendizaje significativo y colaborativo para así crear estrategias que estimulen y fomenten el pensamiento crítico y creativo, así como el bilingüismo, lo que en el año 2023, llevó al colegio a ser reconocido con el sello LabelFrancÉducation, según el *Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño (2023),* la institución se integró en la red de colegios oficiales que están autorizados para implementar en su modelo, el programa de Bachillerato Internacional que empezaría a impartirse desde el año 2024 para elevar sus estándares pedagógicos a nivel global.

4.1.2. Localidad Rafael Uribe Uribe

La localidad Rafael Uribe Uribe, se ubica en el suroriente de Bogotá, se caracteriza por una alta densidad poblacional en la zona y una compleja estructura social. Según la Secretaría de Integración Social (2025), el crecimiento demográfico en la localidad alcanzó un aproximado de 391.588 habitantes. Sus zonas residenciales abarcan los estratos 1, 2 y 3, además, posee sectores de alta actividad comercial.

Por otra parte, la localidad se enfrenta a distintos retos socioeconómicos, entre ellos, la pobreza y la vulnerabilidad social. Para la *Alcaldía Local Rafael Uribe Uribe (2024) y la Junta Administradora Local (2024)*, alrededor del 50.7% de la población de la zona se encuentra

censada en los niveles del Sisben A y B; sin embargo, pese a estos desafíos, el Plan de Desarrollo Local que comprende los años desde el 2025 hasta el 2028, se pretende fortalecer aspectos como la seguridad, la infraestructura social y la inclusión a nivel productivo, promoviendo el reconocimiento de la juventud como agente de la transformación territorial.

En relación con el ámbito educativo en la localidad Rafael Uribe Uribe, según la *Secretaría de Educación del Distrito (2024)*, la zona posee una cobertura superior al 112%, lo que quiere decir que la localidad acoge estudiantes de otros sectores de la ciudad; sin embargo, según reportes emitidos por el *Sistema Multidimensional de Evaluación para la Calidad Educativa (2024)*, aún existen brechas con relación a la calidad educativa, además, pese a que la deserción disminuyó alrededor del 3,1% el puntaje obtenido por en la evaluación de las pruebas de Estado, el promedio sigue permaneciendo por debajo del promedio distrital, lo cual ha llevado a los agentes educativos a implementar estrategias pedagógicas que sean flexibilizadas al contexto de la localidad y enfocadas en las necesidades de la población del territorio.

4.1.3. Modalidad de Educación por Ciclos

En Bogotá, el modelo de educación por ciclos fue formalizado por la Reorganización de Enseñanza por Ciclos como una apuesta pedagógica que pretende agrupar los grados en seis etapas para el desarrollo y formación académica. Según la *Secretaría de Educación del Distrito (2024)*, esta modalidad educativa apunta a reconocer que el proceso educativo no es lineal, por el contrario, pretende responder a las necesidades principalmente cognitivas, socioafectivas y físicas de los individuos, todo esto contextualizado a su edad biológica y capacidades mentales. Con esto se busca flexibilizar el currículo y fortalecer la formación por competencias respetando el proceso individual sin dividir el conocimiento de manera perjudicial.

Asimismo, este modelo reorganiza al sistema educativo en seis ciclos, de la siguiente manera: el primero comprende los cursos que regularmente se asisten en la primera infancia (de preescolar a tercer); el segundo ciclo abarca de cuarto a quinto grado; el tercero de grado sexto a séptimo; el cuarto acoge los grados octavo y noveno; el quinto solo es el grado décimo y para el finalizar el sexto ciclo el grado undécimo. Para *IEDigital (2025)* esta organización permite que quienes ejercen la docencia se enfoquen en el trabajo de metas comunes de aprendizaje que les optimice el seguimiento más profundo del proceso y desarrollo formativo de cada individuo y fomenta la evaluación formativa.

Así mismo, en el caso de la educación para jóvenes y adultos, el modelo se ejecuta mediante “Ciclos Lectivos Especiales Integrados” (CLEI), de esta forma se permite una flexibilización del aprendizaje y se ajusta a quienes han estado por fuera del sistema académico y se optimiza la nivelación de sus estudios en el menor tiempo posible. Para *Sapiencia (2024)*, los CLEI hacen uso de módulos para integrar diferentes áreas de la educación integral, favoreciendo la permanencia de los individuos en el ámbito escolar, ya que apuntan a la adaptación de los contenidos curriculares a la realidad de los estudiantes y la vinculación de proyectos académicos y productivos a nivel superior.

4.2. Orientación Curricular

4.2.1. Estrategias pedagógicas

En el área de matemáticas, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) se interpreta directamente como la interacción activa de los estudiantes con el conocimiento, pues en este modelo la finalidad del problema no recae en simplemente solucionarlo, sino que este se ve representado más como una herramienta o camino que promueve el aprendizaje significativo durante la adquisición de nuevos conceptos, ya que al resolver los desafíos planteados, el alumno está construyendo una red de significados que vinculan la praxis con la teoría, de modo que a su vez estará fortaleciendo su pensamiento crítico y autonomía (Sánchez-Ruiz & Torres, 2022). Mientras que según *Peralta et al. (2023)*, el ABP permite que, a través de situaciones caóticas, mal estructuradas o ejercicios imposibles que requieren de modelación matemática, el estudiante desarrolle competencias de orden superior.

Siguiendo una línea constructivista, el Diseño Inverso (Backward Design), propuesto originalmente por Wiggins y McTighe, nos invita a planificar considerando los posibles resultados pues se fundamenta en la premisa "con el fin en mente", organizando el currículo en tres diferentes etapas: identificar los resultados deseados, en la que se pretende realizar una comprensión profunda respecto a los posibles resultados, determinar las evidencias de aprendizaje a través de métodos evaluativos; y, finalmente, realizar la planificación de las experiencias de instrucción. *García-Sanz (2022)* destaca que este método prioriza grandes ideas sobre temas aislados y evita lo que denomina la "tiranía del contenido". En matemáticas, permite establecer una meta de transferencia a la que alinea actividades, lo que garantiza la aplicabilidad de lo aprendido en contextos fuera del aula (López y Navarro, 2021).

Teniendo en consideración que según *Martínez y López (2024)*, los adultos alcanzan una mayor comprensión de los contenidos cuando perciben que este será útil para resolver problemáticas de su vida diaria, en ambientes mayormente horizontales y colaborativos, por lo que la enseñanza de las matemáticas en estos contextos debe tratarse desde un enfoque Andragógico que reconozca la necesidad de aplicación inmediata del conocimiento y la experiencia previa de los estudiantes, pues los objetos matemáticos dejan de ser un conjunto de reglas y hechos abstractos y se convierten en herramientas para su empoderamiento económico y social, permitiendo que cada sujeto comience a interpretar cuantitativamente su realidad (Ruíz-González, 2020).

4.2.2. Evaluación

Según *Anijovich y Cappelletti (2020)*, La evaluación formativa es un proceso de recolección de evidencia continuo sobre el progreso académico del estudiante de modo que sea posible ajustar los procesos o planeaciones para que permitan promover el aprendizaje significativo en tiempo real, sin embargo, no se limita a realizar un juicio con los resultados obtenidos, sino que a su vez se considera la retroalimentación descriptiva y orientadora al alumno respecto a su proceso de modo que esta reconozca no solo la brecha entre el estado del estudiante y la meta de aprendizaje, sino que también contemple los aspectos favorables que se han obtenido en el proceso cursado, lo que permite además reduce la ansiedad matemática y promueve la

actitud reflexiva, iniciativa y autodeterminación para culminar el proceso de aprendizaje mediado por la resolución del problema favorablemente.

Mientras que la evaluación sumativa ya no trascurre durante el proceso de aprendizaje, sino que se presenta de modo que contiene una rúbrica, por lo que los componentes a evaluar son más específicos, se trata de una síntesis justa de competencias desarrolladas en las que sea posible validar el esfuerzo del estudiante. *Moreno (2021)* sostiene que en matemáticas es crucial que el modelo evaluativo integre tareas auténticas que demuestren la aplicación de los conceptos, es decir, trabajar con problemas abiertos que inviten y permitan que el estudiante explore durante la resolución de estos.

En el enfoque andragógico, el proceso evaluativo debe fomentar la autorregulación y la metacognición, ya que, debido a la diversidad en sus experiencias previas, la autoevaluación y coevaluación se toman como procesos con mayor rigurosidad, lo que además los invita a ser críticos respecto a su propio proceso de aprendizaje. Por esto, involucrar al estudiante en los criterios de evaluación, mediando espacios de trabajo colaborativo, ayuda a que cada uno tome el control de su propio proceso formativo, convirtiendo la evaluación en un mecanismo de autoconocimiento donde el éxito académico se percibe como una meta personal a su alcance mediante el monitoreo del propio desempeño (Fraile et al., 2021).

Así mismo, la evaluación por observación del docente permite reconocer el razonamiento lógico-matemático que realiza el estudiante y cómo interactúa con conceptos abstractos, mientras es documentada a partir de listas de cotejo, escalas de rango y diarios de campo, en contraste con una evaluación escrita, que se limita únicamente a dar fe respecto a la capacidad del alumno de realizar procedimientos (Brookhart, 2020).

4.2.3. Conceptualización Abordada

Según Duval, citado posteriormente por *Gamboa et al. (2021)*, la enseñanza de las matemáticas está fundamentada en la teoría de registros de representación semiótica, en donde el aprendizaje significativo se ve reflejado cuando el estudiante es capaz de realizar conversiones entre el registro gráfico y analítico; es decir, no es suficiente con desarrollar una ecuación si este no se encuentra en aptitud para realizar el vínculo con su representación en el plano cartesiano.

El éxito didáctico reside en que el alumno visualice e interiorice cómo, al cambiar signos, operaciones o coeficientes en la expresión, se altera la morfología, sentido, dirección y ubicación de la función, lo que permite una transición fluida entre el rigor simbólico y la capacidad de realizar una predicción espacial (Hernández & Martínez, 2023).

La geometría plana por su parte es una rama de las matemáticas que estudia las relaciones de las figuras en el plano bidimensional, por lo que abordar didácticamente conceptos propios de esta en clases permite explorar más abiertamente con estrategias como la papiroflexia facilita una conexión entre las representaciones físicas de la amplitud de los ángulos, paralelismo y perpendicularidad, perímetro y área junto con otras; con las propiedades formales y analíticas como lo son los hechos geométricos, formulaciones y clasificación de las figuras (Castro & Morales, 2021), pues a través del plegado del papel, la superposición y las transformaciones que pueda sufrir este, actúa como laboratorio geométrico donde el estudiante es capaz de llegar

a dichos conceptos a partir de deducciones sin la mediación del uso de pantallas (Santa y Jaramillo, 2020).

Así mismo, según *Gómez-Arboleda, (2022) el dibujo a mano alzada refuerza y complementa el proceso en el que el estudiante se ve obligado a representar mentalmente los invariantes de las figuras, mejora su capacidad de estimación y coordinación visomotriz, internaliza relaciones espaciales,* comprensión de las relaciones espaciales y desarrolla la capacidad de abstracción necesaria para representar conceptos en el plano (González & Ruiz, 2023). Este enfoque manual o artesanal garantiza que el concepto matemático nazca de la experiencia sensorial, se convierta en una imagen mental sólida y de este modo facilita la transición hacia el rigor del cálculo en la resolución de problemas de carácter métrico (Castañeda, 2022).

Dentro de algunas de las dificultades didácticas se encuentra la confusión entre perímetro y área debido a sus caracteres dimensionales, en los estudios de *Torres et al. (2020)* se propone que para realizar un abordaje de estos temas de modo que el cálculo de los mismos deje de ser una sustitución numérica mecánica para convertirse en un análisis de la extensión espacial de los objetos, el mejor método para su introducción en el aula puede ser la descomposición de figuras irregulares en polígonos conocidos, vinculando la fórmula analítica del área de la última con la visualización de cuántas unidades recubren la superficie marcada.

Las fracciones son expresiones matemáticas que determinan una división, por lo que es propio decir que pertenecen a una de las múltiples representaciones de los números racionales, por lo que la didáctica que más podría facilitar su uso sería idónea decir que contempla su transformación visual haciendo uso de sus distintos tipos de representación, tanto decimal, porcentual, en la recta numérica y gráfica, para la cual la última se hace indispensable en especial cuando se da inicio a las operaciones de carácter aditivo, pues permite que el estudiante sea capaz de evidenciar por qué es necesario que el denominador sea común (Rodríguez-Cano, 2023). Al realizar la conexión de la relación parte-todo con el algoritmo analítico del mínimo común múltiplo, se demuestra el sentido de la operación, evitando producir esa falsa percepción de fracciones como números sobre números en los estudiantes (García & López, 2021)

El plano cartesiano por su parte se puede determinar como la herramienta "puente" entre el álgebra y la geometría, en el que los puntos ya no son solo intersecciones o vértices, sino coordenadas con abscisa y ordenada, que además se busca contemplar la relación de distancia entre ellos mediante la aplicación de conceptos de norma como la fórmula de distancia $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ y demostrarse como la aplicación directa del teorema de Pitágoras en el plano, lo que permite que el estudiante asocie la longitud de un segmento visual con una operación algebraica de diferencias y raíces.

Para el abordaje didáctico del álgebra lineal, es necesario en mayor medida hacer específico su carácter equivalente, es decir, hacer énfasis en la reconceptualización del igual como determinante de una igualdad y no un resultado, la introducción del uso de la parte literal como un valor incógnito y finalizar con su representación gráfica, pues esta dualidad visual-analítica facilita la interpretación de cada parte de la expresión como condicional del espacio que ocupa cada función, su pendiente, puntos de corte con los ejes y si su inclinación es ascendente o

descendente. De este modo al continuar con los sistemas de ecuaciones 2×2 a investigación sugiere continuar este método gráfico para que el estudiante comprenda que la solución no es solo un par de números que determinan una coordenada, sino un punto de intersección que comparten ambas rectas o si es un sistema sin solución (Ramírez & Soto, 2022).

Finalmente para la enseñanza de la trigonometría es necesario partir desde el registro gráfico y simbólico de lo que es un triángulo, sus características y clasificaciones, por ello según investigaciones recientes el dibujo a mano alzada de estas figuras actúa como potente andamiaje cognitivo que supera la automatización de los Softwares de Geometría Dinámica (SGD) pues con el trazo y medida manual es posible desarrollar el procesamiento activo de las relaciones de proporcionalidad y amplitud (García-Vargas, 2022). Este ejercicio de graficación permite que las funciones trigonométricas sean percibidas como razones geométricas con un sentido, y no como simples formulaciones analíticas abstractas, lo que a su vez fortalece el razonamiento espacial y la memoria procedimental (Torres, 2024).

4.3. Marco Legal

La educación en Colombia se adjudica por la ley 115 de 1994, la cual establece en los artículos 50 a 54 que los adultos pueden ser integrantes del sistema educativo y tiene como objetivo extinguir la alfabetización, donde a su vez se actualicen los conocimientos. Por tanto, para la educación de las matemáticas la ley da funcionamiento a los Estándares Básicos de competencia (EBC) en donde organiza el conocimiento en cinco partes: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medida, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Dentro del proyecto se fundamentan esencialmente tres pensamientos, desde el aspecto de la geometría y medición de ángulo, triángulos, áreas y perímetros se lleva a cabo desde el pensamiento espacial y métrico, ya que en los EBC se establece que los estudiantes del Ciclo III deben clasificar polígonos y representar ángulos, y según los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), donde se espera que el educando prediga y explique relaciones entre área y perímetro de figuras planas (MEN, 2022).

Para abordar los números racionales, se parte del pensamiento numérico en el cual se propone el uso de fracciones diferentes contextos; como parte-todo, cociente o razón para el Ciclo II y III, con base en la *Secretaría de Educación del Distrito –SED- (2024)* se enfatiza en la importancia de transitar de la representación pictórica a la analítica, asegurando que las operaciones aritméticas tengan un sentido lógico, de tal manera que utilice fracciones para resolver problemas en la vida cotidiana.

En el estudio de las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones pertenece al pensamiento variacional, de acuerdo con el MEN del Ciclo IV, el estudiante debe modelar situaciones de cambio mediante funciones. La norma técnica exige conectar la representación gráfica en el plano cartesiano con la solución analítica del sistema, de acuerdo con la SED se incorpora el uso de coordenadas y distancias en los planes de fortalecimiento para que el estudiante pueda entender fenómenos sociales y económicos representados algebraicamente.

La trigonometría se introduce formalmente en los Ciclos V y VI en base al pensamiento espacial y sistemas geométricos, donde se estípula que el estudiante debe aplicar la Ley de Seno y Coseno para resolver triángulos no rectángulos en problemas de ingeniería o astronomía (MEN 2022). Dentro del SED se impulsa que estas funciones se visualicen mediante la circunferencia unitaria, conectando la oscilación periódica con el lenguaje analítico.

Por otro lado, el *Ministerio de Educación Nacional –MEN- (2015)* en la cual indica que el Estado debe garantizar programas flexibles que permitan que las poblaciones con extra-edad, madres comunitarias y adultos mayores, puedan acceder a completar su formación básica y media, de tal forma que se garantice la inclusión y el derecho permanente al aprendizaje. Así mismo, a nivel distrital la Resolución 1729 de 2019 y circulares posteriores emitidas entre 2020 y 2024 establecieron lineamientos para estructurar la jornada escolar y el uso de modelos adaptados a las necesidades temporales de los estudiantes en Bogotá.

El modelo educativo de educación por ciclos se regula principalmente por el *Decreto 3011 de 1997*, establece que los ciclos lectivos especiales integrados (CLEI) se estructuran como un conjunto de procesos y acciones curriculares organizados de modo tal que integren áreas del conocimiento y proyectos pedagógicos, de duración menor a la dispuesta para los ciclos regulares del servicio público educativo.

Los ciclos están organizados en seis, que abarcan desde la educación básica primaria hasta la educación media: Ciclo I (grados 1, 2 y 3), Ciclo II (grados 4 y 5), Ciclo III (grados 6 y 7), Ciclo IV (grados 8 y 9), Ciclo V (grado 10) y Ciclo VI (grado 11). Esta estructura permite que estudiantes puedan completar su formación académica en tiempos adaptados a sus necesidades y contextos particulares, de tal manera que la SED (2024) promueve la Reorganización Curricular por Ciclos (RCC), bajo la normativa los colegios distritales tienen la autonomía para implementar estrategias de nivelación y promoción, siempre que se certifique el cumplimiento de los logros académicos.

Retomando lo anterior, este marco es reglamento por el *Decreto 1075 de 2015*, en el cual se compilan normativas del sector y define las condiciones para la prestación del servicio, en donde se estipula que, para acceder a la educación básica secundaria en la noche, el aspirante debe tener 15 años o más, o haber estado fuera del sistema educativo formal por al menos dos años y para la educación media la edad mínima es de 18 años.

5. PLAN DE TRABAJO

5.1. Población

La presente caracterización se fundamenta en la observación directa y el análisis de los perfiles académicos de los estudiantes vinculados a los ciclos 3.2, 4.1, 4.2, y 5 de la jornada nocturna del I.E.D. Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño

5.1.1. Perfil Sociodemográfico y Contexto Local

Los estudiantes pertenecen mayoritariamente a la localidad de Rafael Uribe Uribe, residiendo en barrios de estratos 1 y 2, sin embargo, comprendemos que el colegio al ser de carácter departamental y encontrarse en una ubicación estratégicamente ubicada muy cerca de varios paraderos y estaciones de transporte público, contempla estudiantes de diferentes zonas de la ciudad. Se identifica una población mixta diversa, que incluye desde mujeres a cargo de sus hogares, jóvenes con problemas convivenciales o académicos en instituciones regulares anteriores y personas que trabajan durante el día y horas de la tarde, lo que implica una gestión del tiempo limitada para el trabajo extra-clase y una necesidad de que el aprendizaje sea inmediatamente significativo, por ello todos se encuentran retomando sus estudios bajo la modalidad por ciclos.

5.1.2. Condición de Extra-edad y Trayectoria Educativa

La población se caracteriza por estar en situación de extra-edad, lo que significa que existe un desfase entre su edad cronológica y el grado escolar que cursan. Esta condición suele ser el resultado de trayectorias educativas interrumpidas por factores económicos, familiares o de vulnerabilidad social. En los ciclos abordados de los grados de 7° a 10° se observa:

- **Ciclo 3.2:** El grupo estaba compuesto por siete estudiantes, de los cuales comprendían entre 15 y 65 años aproximadamente, de los cuales eran mayormente mujeres madres y trabajadoras mayores de 30 años.
- **Ciclo 4.1:** Este grupo constaba de once estudiantes, los cuales se encontraban en las edades de 16 a 70 años, con 5 adultos mayores de 30 años y 6 jóvenes menores de 25, población que comprendía madres cabeza de hogar, dos personas mayores de 50 años, un estudiante extranjero de origen venezolano y madres solteras.
- **Ciclo 4.2:** Para este grupo de once personas el rango de edades se encontraba entre los 16 y 25 años, mayormente adolescentes que desertaron de colegios regulares o fueron expulsados por problemas relacionados a factores económicos, familiares y sociales.
- **Ciclo 5:** Finalmente el grado 10° estaba conformado por 15 estudiantes entre los 17 y 50 años, mayormente jóvenes con problemas relacionados a factores económicos, familiares y sociales, entre ellos madres trabajadoras y estudiantes extranjeras de origen venezolano.

5.1.3. Perfil Cognitivo y Relación con las Matemáticas

En el ámbito académico se evidencia una marcada ansiedad matemática, producto de experiencias previas de fracaso con modelos tradicionales abstractos y/o por abandono de su ejercitación con lapsos de tiempo extensos. Los estudiantes muestran:

- Saberes previos heterogéneos: Brechas en el pensamiento numérico básico pero una gran capacidad de razonamiento basado en experoencias propias de la vida cotidiana.
- Preferencias por el aprendizaje visual y táctil: Mayor disposición ahacia actividades que involucren representaciones gráficas, dibujo manual y aplicaciones métricas relacionadas con su entorno, a pesar de que se presentaron casos en los que fueron necesarios ejercicios de motricidad fina.
- Ritmos de aprendizaje: Requieren demostraciones claras que conecten las representaciones gráficas con los procesos analíticos, con el fin de validar la importancia de la representación y medición a mano alzada para la fijación de conceptos.

5.2. Metodología

La intervención pedagógica se fundamentó en un modelo de co-docencia o enseñanza en equipo, donde como pasantes, junto con el profesor titular, ha sido asumida la responsabilidad de forma horizontal en la dirección en el aula, esta dinámica permitió que, así como la explicación magistral, el seguimiento y la retroalimentación individual no dependieran de una sola figura, sino de la rotación espontánea basada en las necesidades del grupo. Según Rodríguez y Arreaza, (2022), la co-docencia no solo mejora la relación numérica docente-estudiante, sino que fomenta una planificación colaborativa donde las decisiones sobre el avance temático se toman mediante un diálogo reflexivo constante, permitiendo una mayor agilidad pedagógica y una respuesta inmediata a los ritmos de aprendizaje de los estudiantes.

El proceso evaluativo se centró en la evaluación formativa por observación sistemática, facilitada por la presencia simultánea de los tres profesores en el aula, mientras los estudiantes abordaban los problemas diseñados en conjunto, los docentes rotaban entre los puestos de trabajo para monitorear los procesos individuales y grupales. Este enfoque permite capturar el razonamiento matemático en tiempo real, proporcionando una retroalimentación dialógica que ayuda al estudiante a identificar sus aciertos y errores en el momento exacto de la ejecución (Anijovich & Cappelletti, 2020). La ausencia de un orden estipulado en la dirección facilitó que la evaluación fuera un flujo constante de interacciones, donde cada docente aporta una perspectiva distinta el proceso de orientación y revisión de los ejercicios propuestos

Además de esto en algunos grupos se implementó una estrategia de superficies de escritura no tradicionales, utilizando las ventanas del aula como espacios de trabajos simultáneos. Esta técnica se alinea con la propuesta de "Aulas que Piensan", la cual sostiene que el uso de las superficies verticales fomenta una mayor participación, reduce la ansiedad y el error, ya que la visibilidad de los procesos permite una co-construcción del conocimiento (Liljedahl, 2020). Al escribir en las ventanas, múltiples estudiantes pudieron realizar ejercicios de forma paralela, permitiendo que los tres profesores realizaran una intervención de manera quirúrgica en los procesos analíticos de cada uno, conectando así la representación gráfica manual con la resolución simbólica de una manera dinámica y colectiva

5.3. Cronograma

Durante el transcurso del año 2025, específicamente entre los meses de marzo y agosto, se llevó a cabo el proceso de gestión administrativa, papeleo y elaboración de la documentación requerida para dar inicio a la pasantía pedagógica. Este periodo fue necesario para cumplir con los diferentes requisitos exigidos tanto por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas como por el Colegio Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño.

Una vez finalizada esta etapa, la pasantía dio inicio formal el día 23 de septiembre de 2025, fecha en la cual se realizó la primera reunión con el docente acompañante de la institución, con el propósito de acordar y organizar el plan de trabajo a desarrollar en los ciclos asignados, de acuerdo con su horario académico.

HORA	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
6:00 – 7:15		4.2	5	4.1	4.2
7:15 – 8:00		4.2		4.1	4.2
8:30 – 9:15		4.1	3.2	3.2	5
9:15 – 10:00		4.1	3.2	3.2	5

Tabla 1. Horario Académico

A partir de esta fecha, se establecieron reuniones periódicas de seguimiento cada miércoles, en las cuales, junto con el docente evaluador, se socializaban y evaluaban las actividades desarrolladas en las sesiones, así como aquellas que se proyectaban implementar. La pasantía tuvo una duración de nueve semanas, durante las cuales se asistió a la institución cuatro días a la semana, cumpliendo jornada completa de cuatro horas diarias, lo que permitió consolidar un total de ciento veinte (120) horas de trabajo pedagógico.

5.3.1. Cronograma individual Yomix Hueso

SEPTIEMBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIERCOLES		JUEVES		VIERNES		SABADO		DOMINGO	
Semana 1	22		23	Reunion: docente evaluador con pasantes	24	Clase Ciclo 5: caraterización del triángulo Clase Ciclo 3.2: mcm y MCD	25	Reunion adminsitrativa de docentes Clase Ciclo 3.2: mcm y MCD	26	Clase Ciclo 4.2: pendiente Clase Ciclo 5: Construcción de alturas	27		28	
Semana 2	29		30	Clase Ciclo 4.2: punto de corte (interceptos) Clase Ciclo 4.1: áreas y perimetros de figuras irregulares									

OCTUBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES		SÁBADO		DOMINGO	
Semana 2					1	Clase Ciclo 5: construcción de triángulo Clase Ciclo 3.2: Interpretación de la fracción	2	Clase Ciclo 4.1: áreas y perimetros de figuras irregulares en el plano cartesiano Clase Ciclo 3.2: Números racionales	3	Clase Ciclo 4.2: ángulos - paralelismos Clase Ciclo 5: perímetro y unidades	4		5	
	6		7		8		9		10		11		12	
	RECESO ESCOLAR													
Semana 3	13		14	Clase Ciclo 4.2: longitudes y distancias Clase Ciclo 4.1: Teoremas	15	Clase Ciclo 5: área y unidades Clase Ciclo 3.2: conversiones entre números racionales	16	Clase Ciclo 4.1: distancias Clase Ciclo 3.2: operaciones con fraccionarios	17	Clase Ciclo 4.2: ecuación general Clase Ciclo 5: Quiz de triángulos (composiciones) parte 1	18		19	
Semana 4	20		21	Clase Ciclo 4.2: plano cartesiano y medidas Clase Ciclo 4.1: operaciones con números racional	22	Clase Ciclo 5: Quiz de triángulos (composiciones) parte 2 Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	23	Clase Ciclo 4.1: ecuaciones en el plano cartesiano Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	24	Clase Ciclo 4.2: plano cartesiano y medidas Clase Ciclo 5: Identidades trigonometricas	25		26	
Semana 5	27		28	Clase Ciclo 4.2: Sistema de ecuaciones 2X2 (eliminación y sustitución) Clase Ciclo 4.1: Quiz de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano parte 1	29	Clase Ciclo 5: apropiación de identidades trigonométricas Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	30	Clase Ciclo 4.1: Quiz de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano parte 2 Clase Ciclo 3.2: presupuesto y compra	31	Clase Ciclo 4.2: Sistema de ecuaciones 2X2 (igualación y matrices) Clase Ciclo 5: ley del seno (comprobación)				

NOVIEMBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES		SÁBADO		DOMINGO	
											1		2	
Semana 6	3		4	Clase Ciclo 4.2: Quiz Sistema de ecuaciones 2X2 parte 1 Clase Ciclo 4.1: Socialización de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano	5	Clase Ciclo 5: ley del coseno (comprobación) Clase Ciclo 3.2: porcentajes - regla de tres simple	6	Clase Ciclo 4.1: incógnita e igualdades Clase Ciclo 3.2: reglas de tres y medidas	7	Clase Ciclo 4.2: Quiz Sistema de ecuaciones 2X2 parte 2 Clase Ciclo 5: Evaluación del triángulo y sus identidades	8		9	
Semana 7	10		11	Clase Ciclo 4.2: ecuaciones Clase Ciclo 4.1: ecuaciones en primer grado	12	Clase Ciclo 5: socialización del triángulo Clase Ciclo 3.2: número enteros	13	NO PIDIERON NO ASISTIR	14	REUNIONES ADMINISTRATIVAS	15		16	
Semana 8	17		18	Clase Ciclo 4.2: ecuaciones y plano cartesiano Clase Ciclo 4.1: ecuaciones (evaluación escrita)	19	Clase Ciclo 5: Circunferencia unitaria Clase Ciclo 3.2: operación con números enteros	20	Clase Ciclo 4.1: ecuaciones (socialización de evaluación) Clase Ciclo 3.2: resolución de problemas valores negativos	21	Clase Ciclo 4.2: socialización de la evaluación Clase Ciclo 5: Construcción de ángulos notables	22		23	
Semana 9	24		25		26		27		28		29		30	
	Refuerzo y recuperación de matemáticas de todos Ciclos Socialización de nota y evaluación													

Tabla 2. Cronograma Yomix Hueso

5.3.2. Cronograma individual Sara Riaño

SEPTIEMBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIERCOLES		JUEVES		VIERNES		SABADO		DOMINGO	
Semana 1	22		23	Reunion: docente evaluador con pasantes	24	Clase Ciclo 5: caraterización del triángulo Clase Ciclo 3.2: mcm y MCD	25	Reunion adminsitrativa de docentes Clase Ciclo 3.2: mcm y MCD	26	Clase Ciclo 4.2: pendiente Clase Ciclo 5: Construcción de alturas	27		28	
Semana 2	29		30	Clase Ciclo 4.2: punto de corte (interceptos) Clase Ciclo 4.1: áreas y perimetros de figuras irregulares									

OCTUBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES		SÁBADO		DOMINGO	
Semana 2					1	Clase Ciclo 5: construcción de triángulo Clase Ciclo 3.2: Interpretación de la fracción	2	Clase Ciclo 4.1: áreas y perímetros de figuras irregulares en el plano cartesiano Clase Ciclo 3.2: Números racionales	3	Clase Ciclo 4.2: ángulos - paralelismos Clase Ciclo 5: perímetro y unidades	4		5	
	6		7		8		9		10		11		12	
	RECESO ESCOLAR													
Semana 3	13		14	Clase Ciclo 4.2: longitudes y distancias Clase Ciclo 4.1: Teoremas	15	Clase Ciclo 5: área y unidades Clase Ciclo 3.2: conversiones entre números racionales	16	Clase Ciclo 4.1: distancias Clase Ciclo 3.2: operaciones con fraccionarios	17	Clase Ciclo 4.2: ecuación general Clase Ciclo 5: Quiz de triángulos (composiciones) parte 1	18		19	
Semana 4	20		21	Clase Ciclo 4.2: plano cartesiano y medidas Clase Ciclo 4.1: operaciones con números racional	22	Clase Ciclo 5: Quiz de triángulos (composiciones) parte 2 Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	23	Clase Ciclo 4.1: ecuaciones en el plano cartesiano Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	24	Clase Ciclo 4.2: plano cartesiano y medidas Clase Ciclo 5: Identidades trigonometricas	25		26	
Semana 5	27		28	Clase Ciclo 4.2: Sistema de ecuaciones 2X2 (eliminación y sustitución) Clase Ciclo 4.1: Quiz de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano parte 1	29	Clase Ciclo 5: apropiación de identidades trigonométricas Clase Ciclo 3.2: situaciones problema trabajo números racionales	30	Clase Ciclo 4.1: Quiz de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano parte 2 Clase Ciclo 3.2: presupuesto y compra	31	Clase Ciclo 4.2: Sistema de ecuaciones 2X2 (igualación y matrices) Clase Ciclo 5: ley del seno (comprobación)				

NOVIEMBRE														
No.	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES		SÁBADO		DOMINGO	
											1		2	
Semana 6	3		4	Clase Ciclo 4.2: Quiz Sistema de ecuaciones 2X2 parte 1 Clase Ciclo 4.1: Socialización de composición de figuras irregulares en el plano cartesiano	5	Clase Ciclo 5: ley del coseno (comprobación) Clase Ciclo 3.2: porcentajes - regla de tres simple	6	Clase Ciclo 4.1: incógnita e igualdades Clase Ciclo 3.2: reglas de tres y medidas	7	Clase Ciclo 4.2: Quiz Sistema de ecuaciones 2X2 parte 2 Clase Ciclo 5: Evaluación del triángulo y sus identidades	8		9	
Semana 7	10		11	Clase Ciclo 4.2: ecuaciones Clase Ciclo 4.1: ecuaciones en primer grado	12	Clase Ciclo 5: socialización del triángulo Clase Ciclo 3.2: número enteros	13	NO PIDIERON NO ASISTIR	14	REUNIONES ADMINISTRATIVAS	15		16	
Semana 8	17		18	Clase Ciclo 4.2: ecuaciones y plano cartesiano Clase Ciclo 4.1: ecuaciones (evaluación escrita)	19	Clase Ciclo 5: Circunferencia unitaria Clase Ciclo 3.2: operación con números enteros	20	Clase Ciclo 4.1: ecuaciones (socialización de evaluación) Clase Ciclo 3.2: resolución de problemas valores negativos	21	Clase Ciclo 4.2: socialización de la evaluación Clase Ciclo 5: Construcción de ángulos notables	22		23	
Semana 9	24		25	Refuerzo y recuperación de matemáticas de todos Ciclos Socialización de nota y evaluación	26		27		28		29		30	

Tabla 3. Cronograma Sara Riaño

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

6.1. Resultados Frente A Los Objetivos Planteados

Los resultados obtenidos durante la pasantía se presentan organizados según los tres objetivos específicos presentados anteriormente, analizando el alcance logrado en cada uno de los ciclos trabajados durante el periodo comprendido entre septiembre y noviembre. La implementación de esta propuesta permitió establecer estrategias de aprendizaje entre pensamientos, materializando la hipótesis central de que la construcción y manipulación de figuras geométricas facilita la transición hacia conceptos analíticos más abstractos.

6.1.1. Caracterización de los ciclos trabajados

Se consiguió identificar componentes singulares de cada ciclo que influyeron en el diseño y la ejecución de las estrategias didácticas. A continuación, se ofrece una explicación detallada de cada grupo y de los conceptos matemáticos tratados, mostrando cómo la propuesta se ajustó a las especificidades de cada población.

En el grupo del ciclo 3.2, el cual como se mencionó anteriormente presentó mayor heterogeneidad en sus edades puesto que redondean entre 15 y 65 años en comparación con los otros ciclos. De igual manera, se evidenció una predominancia de mujeres adultas mayores de 30 años, donde la mayoría son madres cabezas de hogar que trabajan, teniendo responsabilidades diurnas que limitaban su tiempo para las actividades extracurriculares, una de las principales causas por las que se presentó deserción en este grupo.

Además, las condiciones institucionales para este grupo incluyeron sesiones de 45 minutos los martes y jueves, lo que representó un desafío para mantener la atención y energía de estudiantes que llegaban después de extensas jornadas laborales. Sin embargo, se presentó alta motivación para conectar el aprendizaje matemático con situaciones cotidianas como compras y distribuciones.

Con el ciclo se trabajó intensivamente con fracciones desde una perspectiva visual, se utilizaron representaciones rectangulares y triangulares como se puede observar en la primera figura para comprender la relación parte-todo, y se conectó con situaciones de medición donde las unidades completas resultaban insuficientes. Ahora bien, al momento de abordar las operaciones entre fracciones se introdujeron mediante el modelo gráfico y diferentes procesos de solución numérica, por ejemplo, para la adición entre fracciones se enfatizando la necesidad de dividir las regiones en partes iguales (común denominador) antes de realizar las operaciones.

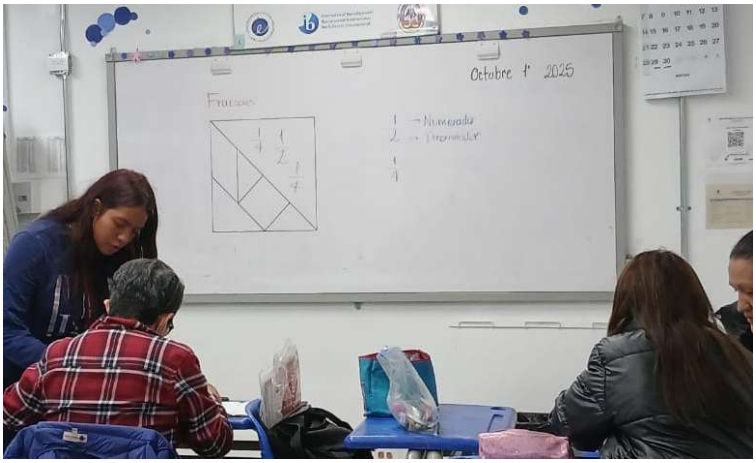


Figura 1. Primeros abordajes del ciclo 3.2

El trabajo con este ciclo evidenció que, pese a las limitaciones de tiempo por sesión, la constancia en el uso de materiales manipulativos y la contextualización permanente permitió superar parcialmente las barreras de ansiedad matemática. Sin embargo, se identificó la necesidad de sesiones más extensas para consolidar los procedimientos algorítmicos tras la comprensión conceptual.

Por otro lado, en el ciclo 4.1 los cuales se conformaron por once estudiantes entre las edades de 16 y 70 años, donde presentó la mayor diversidad en cuanto a la procedencia y situación socioeconómica. Al igual que sus habilidades eran muy heterogéneas, mientras algunos jóvenes mostraban facilidad para el cálculo mental, los adultos mayores demostraron mayor capacidad de análisis reflexivo y perseverancia ante problemas complejos, las dificultades específicas identificadas, referentes a confusión entre conceptos de perímetro y área, operaciones con números racionales (especialmente fracciones) y ubicación en el plano cartesiano.

Este ciclo inicialmente aborda el reconocimiento de área y perímetro de figuras irregulares, las cuales permiten que el estudiante desarrolle la distribución específica entre triángulos y rectángulos o cuadrados, para facilitar los cálculos. Teniendo estructurados los triángulos se empezaron a hacer los primeros abordajes del teorema de Pitágoras, en el que el estudiante reconocía los catetos para así encontrar el lado desconocido (hipotenusa). A su vez se fundamentó el teorema de Pitágoras mediante construcciones físicas de triángulos rectángulos y la demostración visual mediante cuadrados construidos sobre los catetos y la hipotenusa. Los estudiantes recortaron y superpusieron las áreas para verificar empíricamente la relación $a^2 + b^2 = c^2$.

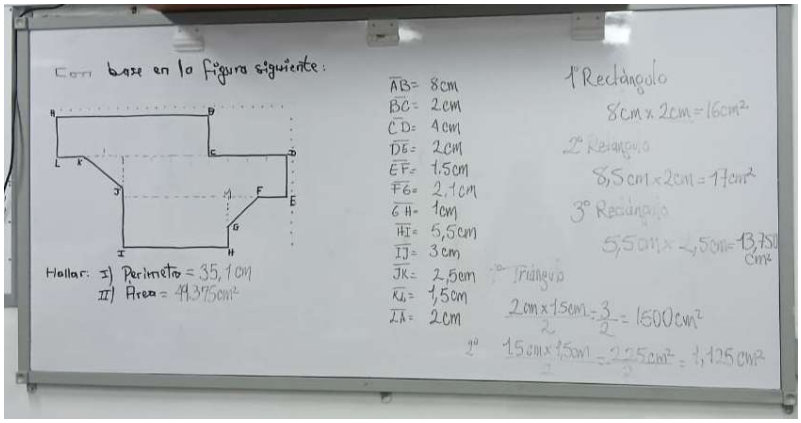


Figura 2. Primeros abordajes del ciclo 4.1

Posteriormente, este concepto se trasladó al plano cartesiano, donde los estudiantes descubrieron que la fórmula de distancia entre dos puntos es, en esencia, una aplicación del teorema de Pitágoras. Además, al momento de aplicar la figura en el plano cartesiano, se encontraron los estudiantes con ubicaciones no solo números enteros, sino también de números racionales, donde se profundizó en las cuatro operaciones con fracciones o números decimales, siempre partiendo de la representación gráfica y avanzando hacia el algoritmo, siendo así que la división de fracciones, típicamente uno de los temas más abstractos y difíciles.



Figura 3. Trabajos con el Ciclo 4.1

Por último, con el ciclo 4.1 se plantearon situaciones problema que requerían encontrar valores desconocidos, utilizando el modelo de balanza para comprender el concepto de equivalencia. Se enfatizó que el signo "=" no representa un resultado sino una igualdad que debe mantenerse. Este fue uno de los conceptos más desafiantes para el grupo, especialmente porque implicaba un cambio de paradigma respecto a la aritmética tradicional.

La diversidad generacional de este grupo generó dinámicas de aprendizaje colaborativo muy ricas, donde los jóvenes apoyaban en el manejo de herramientas de medición y los adultos aportaban estrategias de resolución basadas en experiencias prácticas. Sin embargo, también

se evidenció la necesidad de diferenciación en el ritmo de trabajo, especialmente en actividades que requerían motricidad fina para el dibujo técnico.

Por otra parte, el ciclo 4.2 conformado por once estudiantes donde sus edades oscilan entre 16 y 25 años, los cuales, por trayectorias educativas interrumpidas en instituciones regulares, la población predominantemente joven que manifestó experiencias negativas previas con las matemáticas, asociadas a métodos tradicionales centrados en la memorización de fórmulas. En cuanto, a los saberes previos relativamente más sólidos en álgebra básica comparados con otros ciclos, aunque con dificultades significativas en su interpretación gráfica.

El Ciclo 4.2 representó un momento crucial en la propuesta, pues aquí se materializó con mayor claridad la transición del pensamiento geométrico al pensamiento variacional, donde el abordaje inició con el dibujo manual de rectas en el plano cartesiano, variando intencionalmente su inclinación y posición. Los estudiantes observaron patrones y comenzaron a preguntarse qué determinaba que una recta fuera "más empinada" o "más acostada".

A partir de estas exploraciones visuales, se introdujo el concepto de pendiente como razón de cambio. Un estudiante de 19 años comentó: "Es como cuando subo la loma para llegar a mi casa, entre más empinada, más me canso porque el cambio de altura es mayor". La ecuación y = mx + b no se presentó como una fórmula a memorizar, sino como la codificación algebraica de lo que ya habían observado gráficamente: m controla la inclinación referente a la pendiente de la recta y b determina dónde la recta corta el eje y, este enfoque invirtió la lógica tradicional (donde se presenta primero la ecuación y luego su gráfica o a la inversa) y resultó mucho más significativo para los estudiantes.

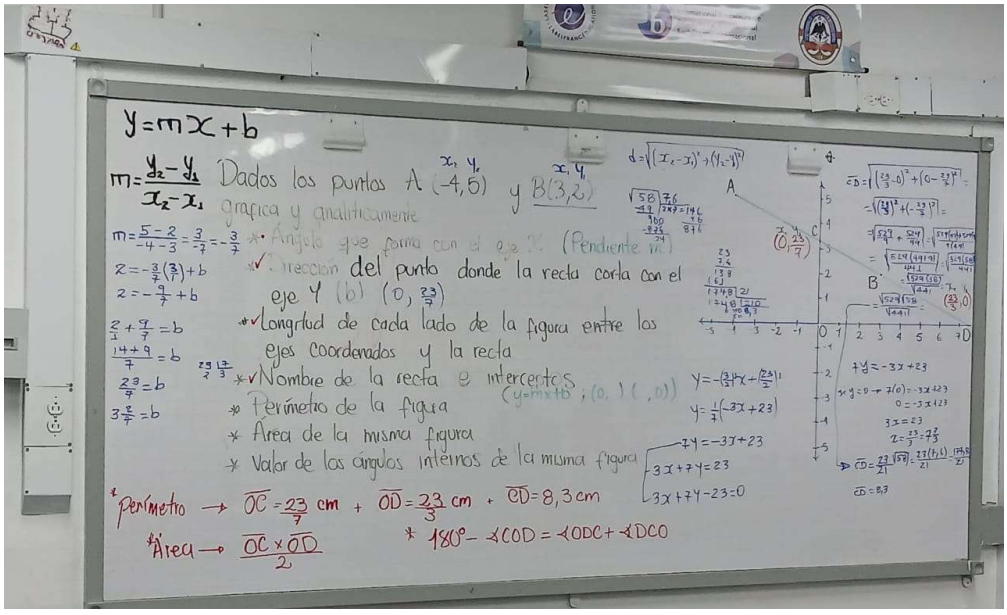


Figura 4. Abordajes con el curso 4.2

Se trabajó la interpretación gráfica de sistemas como el punto de intersección de dos rectas. Los estudiantes dibujaron pares de rectas y determinaron visualmente sus puntos de intersección antes de resolver algebraicamente los sistemas. Esto les permitió comprender que

un sistema sin solución corresponde a rectas paralelas y que un sistema con infinitas soluciones representa la misma recta expresada de dos formas diferentes.

Se plantearon problemas contextualizados que requerían modelar situaciones con dos variables, como el cálculo de costos de planes de telefonía celular o la distribución de presupuestos familiares. Una estudiante de 22 años utilizó los sistemas de ecuaciones para determinar en qué momento le convenía cambiar de plan de datos móviles, demostrando la aplicabilidad inmediata del concepto.

Aunque no se profundizó extensamente debido a limitaciones de tiempo, se introdujo la función cuadrática mediante el trazado de parábolas punto por punto. Los estudiantes completaron tablas de valores para funciones como $y = x^2$, $y = -x^2$, $y = x^2 + 2$, observando cómo los cambios en la expresión algebraica modificaban la apertura, dirección y posición de la parábola. Este primer acercamiento sentó las bases para un tratamiento más riguroso en el siguiente ciclo.

El trabajo con este ciclo evidenció una tensión interesante: los estudiantes jóvenes mostraban mayor resistencia inicial a las actividades manuales y manipulativas, percibiéndolas como "infantiles" o "innecesarias cuando hay calculadoras". Sin embargo, tras varias sesiones, reconocieron que el proceso de construcción manual les permitía comprender el "por qué" detrás de las fórmulas, reduciendo significativamente su dependencia de la memorización mecánica.

Por otro lado, en el ciclo 5 fue el grupo más numeroso con quince estudiantes entre 17 y 50 años, incluyendo dos estudiantes de origen venezolano, donde su perfil estaba mayormente compuesto por jóvenes trabajadores y madres cabeza de familia con necesidades de certificación académica para acceso laboral o educación superior. Dentro del grupo, las expectativas fueron elevadas respecto a la aplicabilidad inmediata de los contenidos, demandando constantemente ejemplos contextualizados, por lo que se presentó un nivel de ansiedad matemática variable: mientras algunos estudiantes demostraban seguridad en procedimientos algebraicos, otros evidenciaban bloqueos significativos frente a representaciones gráficas.

Este ciclo representó el nivel más avanzado de la propuesta, en la que se afianzaron y profundizaron los conceptos trabajados en los ciclos anteriores, enfatizando la modelación matemática en situaciones reales desde un enfoque geométrico y analítico, ir afianzando a la trigonometría. Se trabajó inicialmente en la caracterización de la función reconociendo la conversión entre registros de representación semiótica, tal como lo plantea Duval. Los estudiantes analizaron gráficas identificando dominio, rango, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, y posteriormente expresaban estas características mediante lenguaje algebraico y simbólico.

Luego de ello se abarcó toda la caracterización correspondiente al triángulo, partiendo de. Todos aquellos fundamentos que complementan el triángulo reconociendo analíticamente geométricamente las construcciones del triángulo como por ejemplo sus alturas. Es una vez que se consideró que el estudiante ya tiene el conocimiento base para llevar a cabo la

profundización que se necesita en las aplicaciones de trigonometría, incluyendo la ley de seno y la ley de coseno para resolver triángulos no rectángulos. Los estudiantes trabajaron problemas contextualizados como cálculo de distancias inaccesibles, navegación y topografía básica.

Un aspecto innovador fue la introducción de la circunferencia unitaria como herramienta para visualizar las funciones trigonométricas periódicas. Aunque este es un concepto típicamente asociado a niveles de educación superior, se abordó de forma intuitiva mediante construcciones manuales y observación de patrones. Los estudiantes construyeron circunferencias en cartón y marcaron puntos correspondientes a diferentes ángulos, midiendo las proyecciones sobre los ejes y descubriendo empíricamente las funciones seno y coseno.

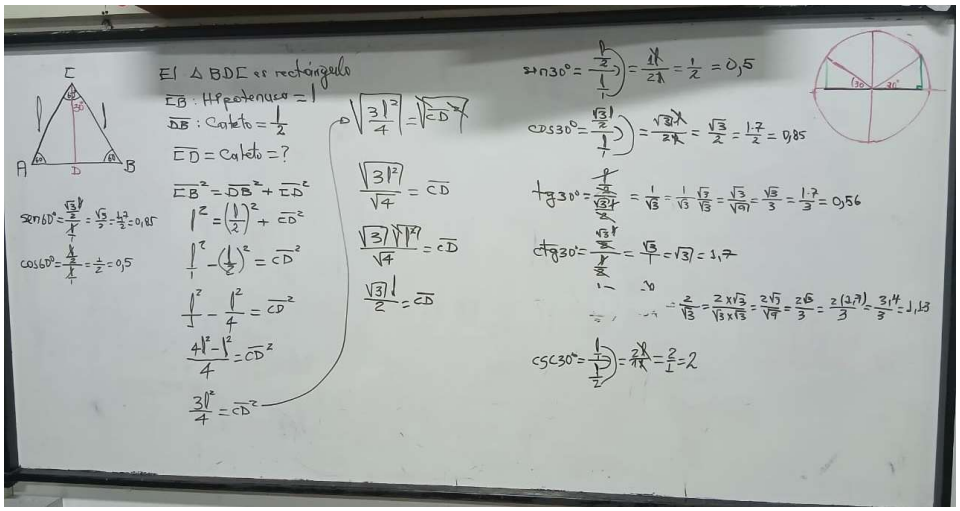


Figura 5. Abordajes con el ciclo 5

Durante todo el ciclo se plantearon situaciones problema que requerían la movilización de múltiples conceptos simultáneamente. Por ejemplo, problemas que involucraban calcular áreas de figuras delimitadas por funciones, determinar trayectorias óptimas utilizando geometría analítica y trigonometría, o modelar fenómenos de crecimiento mediante funciones exponenciales.

El trabajo con el Ciclo 5 evidenció que los estudiantes con mayor madurez y experiencia laboral lograban establecer conexiones más profundas entre los diferentes contenidos matemáticos y sus aplicaciones prácticas. Sin embargo, también se identificó que algunos estudiantes jóvenes con escolaridad previa más reciente mostraban mayor facilidad para la manipulación algebraica formal, aunque menor capacidad para contextualizar y aplicar los conceptos.

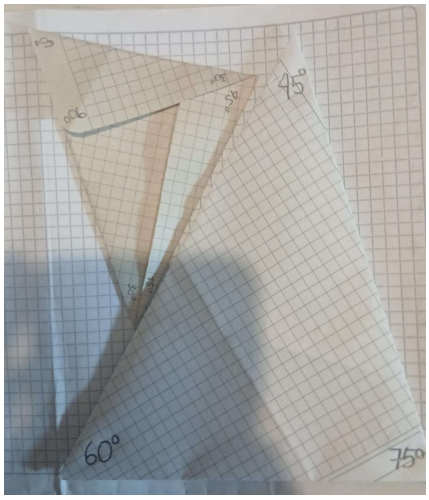
6.1.2. Diseño e implementación de la propuesta didáctica contextualizada

En cumplimiento del segundo objetivo específico, se diseñó una propuesta didáctica que articuló los pensamientos espacial y métrico como ejes vertebradores para abordar conceptos de magnitudes, proporcionalidad, funciones y nociones de cambio. El diseño se fundamentó en tres principios pedagógicos centrales:

6.1.2.1. Principio 1: Del registro gráfico al registro analítico

Siguiendo la teoría de registros de representación semiótica de Duval, la propuesta priorizó sistemáticamente el inicio desde representaciones visuales y manipulativas, avanzando progresivamente hacia la formalización simbólica y algebraica. Este principio se materializó en la secuencia didáctica implementada en todos los ciclos:

1. Exploración sensorial y manipulativa: Construcción física de figuras geométricas, medición manual, plegado de papel, uso de instrumentos de dibujo.



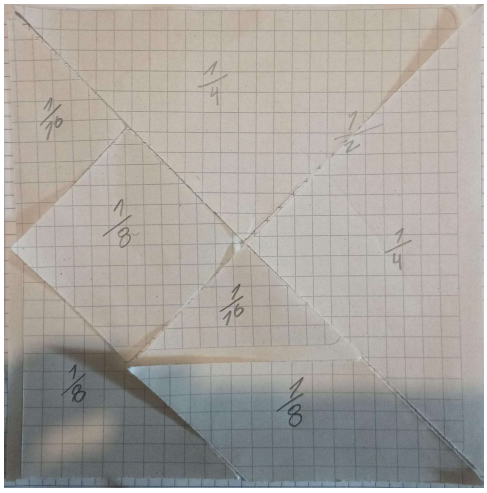
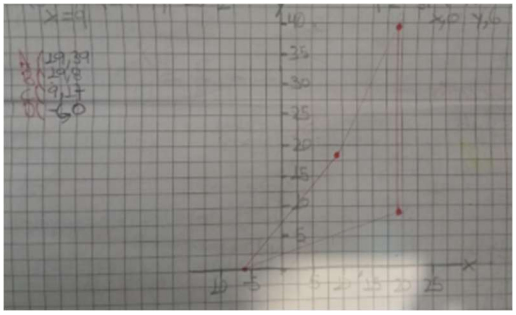


Figura 6.Tangram CIII

Figura 7. Transportador de papel CV

2. Visualización y representación gráfica: Dibujo a mano alzada, ubicación en el plano cartesiano, trazado de gráficas punto por punto.



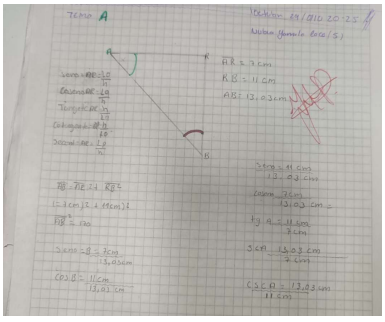


Figura 8. Abordaje CV

Figura 9. Abordaje CIV

3. Identificación de patrones y relaciones: Observación de regularidades, formulación de conjeturas, discusión grupal de hallazgos.

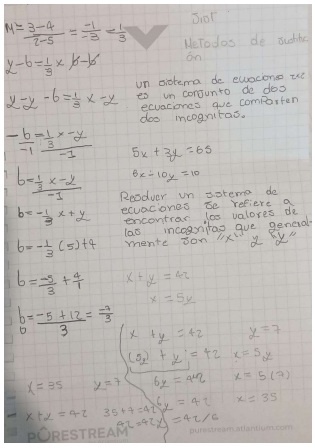
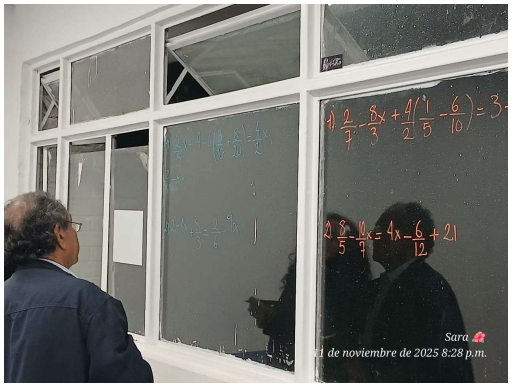
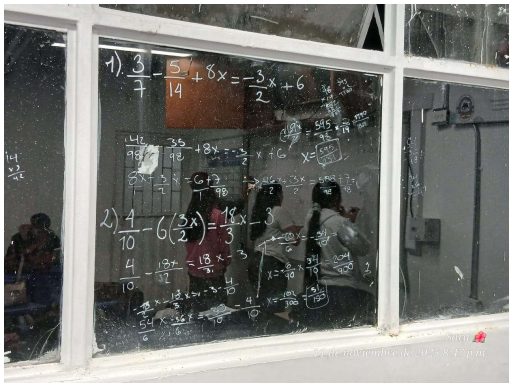


Figura 10. Abordaje CIV

4. Formalización algebraica: Expresión simbólica de las relaciones identificadas, uso de variables y ecuaciones.





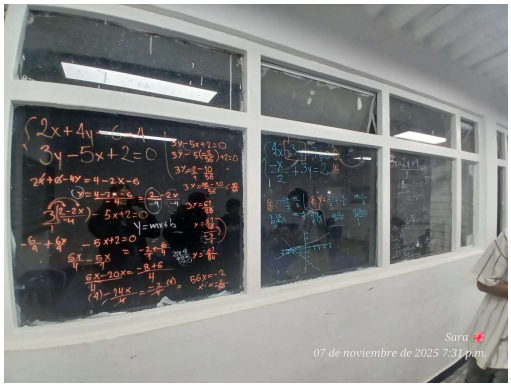


Figura 11. Trabajo simultaneo CIV

Figura 12. Trabajo simultaneo CIV

Figura 13. Trabajo simultaneo CIV

5. Aplicación y transferencia: Resolución de problemas contextualizados que requieren transitar fluidamente entre registros.

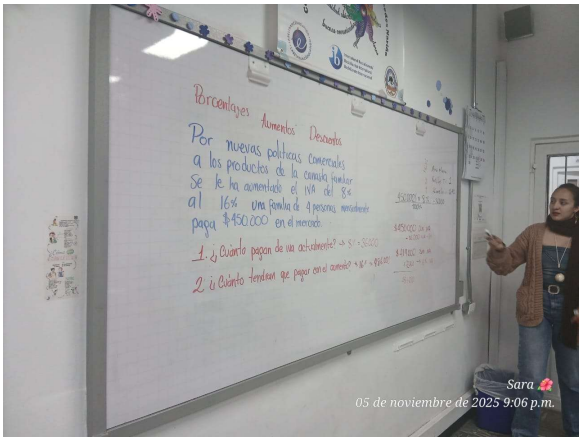


Figura 14. Problemas abordados CIII

Esta secuencia se adaptó a los diferentes niveles de complejidad de cada ciclo, pero mantuvo su estructura fundamental en todos los casos.

6.1.2.2. Principio 2: Contextualización permanente

Reconociendo que la población de educación por ciclos valora especialmente la aplicabilidad inmediata del conocimiento, todos los contenidos se contextualizaron en situaciones cercanas a la realidad de los estudiantes. Las contextualizaciones se diseñaron considerando tres ámbitos principales:

- Contexto doméstico: Cálculo de áreas para remodelaciones, distribución de presupuestos familiares, medición de espacios, preparación de recetas (fracciones y proporcionalidad).
- Contexto laboral: Problemas relacionados con oficios específicos de los estudiantes (construcción, comercio, confección, cuidado infantil, transporte).
- Contexto ciudadano: Interpretación de facturas de servicios públicos, análisis de gráficas de medios de comunicación, comprensión de mapas y escalas.

Cada sesión iniciaba con una situación problema contextualizada que motivaba la exploración del concepto matemático correspondiente. Por ejemplo, en el Ciclo 4.2, la introducción a sistemas de ecuaciones partió del análisis de planes de telefonía celular; en el Ciclo 5, el estudio de funciones exponenciales se vinculó con el crecimiento de una inversión bajo interés compuesto.

6.1.2.3. Principio 3: Aprendizaje colaborativo y valoración de saberes previos

El diseño contempló espacios sistemáticos para el trabajo en pequeños grupos heterogéneos, donde estudiantes con diferentes fortalezas se apoyaban mutuamente. Esta estrategia resultó especialmente efectiva dado que:

- Los adultos mayores aportaban estrategias empíricas y experiencias prácticas.
- Los jóvenes facilitaban el uso de herramientas tecnológicas y cálculos mentales rápidos.

- Las madres comunitarias conectaban contenidos con situaciones de cuidado y educación infantil.
- Los estudiantes con experiencia laboral en construcción o comercio enriquecían las discusiones con aplicaciones reales.

Al inicio de cada tema, se implementaron actividades diagnósticas que no solo evaluaban conocimientos previos, sino que validaban los saberes experienciales de los estudiantes. Por ejemplo, antes de formalizar el concepto de proporcionalidad, se solicitó a los estudiantes que compartieran situaciones de su vida donde hubieran tenido que "calcular algo guardando la proporción" (preparar comida para más personas, ampliar un patrón de costura, calcular rendimientos de materiales de construcción).

6.2. Índices De Aprobación

El análisis global muestra un índice de aprobación del 46.7%, una cifra que analizada desde la perspectiva de la educación para adultos, revela la resiliencia de los estudiantes frente a entornos altamente exigentes. Mientras que el 53.3% restante categorizado como reprobación o riesgo de deserción, guarda una relación intrínseca con factores extrínsecos a la capacidad intelectual de los alumnos, la inasistencia severa que llega al 100% en varios casos puede ser el resultado de barreras socioeconómicas, responsabilidades de cuidado y/o jornadas laborales extensas que dificultan la continuidad del aula.

- **Ciclo 3.2 (7°):** En este ciclo de 7 estudiantes del 42.9% logró aprobar satisfactoriamente su proceso académico, mientras que el índice de reprobación de 57.1% está drásticamente marcado por ausencias totales que distorsionan el promedio grupal. Situaciones que suelen responder a crisis de vida fortuitas propias de la adultez, más que desinterés disciplinar, además de ello es posible resaltar que los estudiantes presentes lograron conectar con los contenidos de forma efectiva, lo que subraya la importancia de seguir flexibles en el modelo pedagógico para abrazar a aquellas personas que enfrentan las presiones externas más severas.

ESTUDIANTES	NOTA FINAL	CONSOLIDADO INASISTENCIAS (H)	PORCENTAJE ASISTENCIA
Estudiante 1	1.8	18.00	30.77%
Estudiante 2	3.7	0.00	100.00%
Estudiante 3	3.8	2.00	92.31%
Estudiante 4	2.5	10.00	61.54%
Estudiante 5	1.0	26.00	0.00%
Estudiante 6	5.0	0.00	100.00%
Estudiante 7	1.0	26.00	0.00%

Tabla 4. Estadísticas ciclo 3

- **Ciclo 4.1 (8°):** En este grupo se registró que nada más trae 12 estudiantes. El índice de aprobación alcanzó el 50%, con sus estudiantes superando la nota mínima, mientras que el 50% restante reprobó la asignatura con calificaciones entre 1.0 y 2.1. Dentro de

estos se identificó un caso de abandono, pues presentó un 0% de asistencia y la nota más baja (1.0), así mismo dos estudiantes mostraron un índice de inasistencias del 53.85%, situándolos en una zona de alta vulnerabilidad académica a medida que avanzaba el periodo lectivo.

ESTUDIANTES	NOTA FINAL	CONSOLIDADO INASISTENCIAS (H)	PORCENTAJE ASISTENCIA
Estudiante 1	4.7	2.00	84.62%
Estudiante 2	2.1	10.00	53.85%
Estudiante 3	3.6	6.00	69.23%
Estudiante 4	3.1	2.00	84.62%
Estudiante 5	4.5	2.00	84.62%
Estudiante 6	2.1	10.00	53.85%
Estudiante 7	3.0	8.00	61.54%
Estudiante 8	2.0	12.00	46.15%
Estudiante 9	1.9	12.00	46.15%
Estudiante 10	1.6	10.00	53.85%
Estudiante 11	4.1	0.00	92.31%
Estudiante 12	1.0	24.00	0.00%

Tabla 5. Estadísticas ciclo 4.1

- **Ciclo 4.2 (9°):** Contó con la participación de 11 estudiantes, los resultados arrojan un índice de aprobación del 54,5%, frente a un 45.5% de reprobación. El mayor índice de deserción y abandono del proceso se evidenció en dos estudiantes con apenas un 15.38% y 30.77% de asistencia. lo cual dificultó la consecución de los objetivos pedagógicos, confirmando la relación directa entre la permanencia del éxito escolar

ESTUDIANTES	NOTA FINAL	CONSOLIDADO INASISTENCIAS (H)	PORCENTAJE ASISTENCIA
Estudiante 1	2.1	10.00	53.85%
Estudiante 2	1.5	16.00	30.77%
Estudiante 3	3.3	8.00	61.54%
Estudiante 4	2.3	10.00	53.85%
Estudiante 5	3.0	10.00	53.85%
Estudiante 6	3.0	6.00	69.23%
Estudiante 7	3.0	6.00	69.23%
Estudiante 8	3.0	4.00	76.92%
Estudiante 9	1.4	18.00	15.38%
Estudiante 10	1.8	10.00	53.85%
Estudiante 11	3.4	8.00	61.54%

Tabla 6. Estadísticas ciclo 4.2

- **Ciclo 5 (10°):** Se realizó una población de 15 estudiantes, este grupo registró un índice de aprobación del 40%, mientras que el 60% no alcanzó los logros mínimos. Los casos más severos de deserción se localizaron en tres estudiantes, dos de ellos sin siquiera una asistencia y un tercero en un riesgo inminente con solo el 15.38% de asistencia, evidenciando que la falta de continuidad en este nivel de educación media impacta severamente el rendimiento en matemáticas.

ESTUDIANTES	NOTA FINAL	CONSOLIDADO INASISTENCIAS (H)	CONSOLIDADO ASISTENCIA
Estudiante 1	2.5	0.00	92.31%
Estudiante 2	1.0	26.00	0.00%
Estudiante 3	1.0	26.00	0.00%
Estudiante 4	3.1	0.00	92.31%
Estudiante 5	2.2	8.00	61.54%
Estudiante 6	3.1	6.00	69.23%
Estudiante 7	2.4	2.00	84.62%
Estudiante 8	3.7	2.00	84.62%
Estudiante 9	3.4	0.00	92.31%
Estudiante 10	3.5	0.00	92.31%
Estudiante 11	2.8	4.00	76.92%
Estudiante 12	2.2	12.00	46.15%
Estudiante 13	4.0	0.00	92.31%
Estudiante 14	1.1	22.00	15.38%
Estudiante 15	2.2	8.00	61.54%

Tabla 7. Estadísticas ciclo 5

6.3. Aspectos Favorables y Contribuciones

La implementación de la propuesta didáctica en los cuatro ciclos de educación nocturna del Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño reveló múltiples aspectos favorables que contribuyeron significativamente tanto al aprendizaje de los estudiantes como al desarrollo profesional de las pasantes. A continuación, se presentan los hallazgos más relevantes organizados en dimensiones pedagógicas, didácticas y de impacto social.

6.3.1. Validación del enfoque desde el gráfico hacia lo analítico.

El principio pedagógico central de la propuesta partir del registro gráfico y manipulativo para transitar hacia la formalización analítica demostró ser altamente efectivo en los cuatro ciclos trabajados. Los estudiantes manifestaron de manera reiterada que ahora sí entienden por qué funciona la fórmula, evidenciando una comprensión conceptual que trasciende la memorización mecánica.

En el Ciclo 3.2, la representación visual de fracciones mediante figuras geométricas permitió que estudiantes adultas mayores, quienes manifestaban ansiedad matemática severa al inicio de la pasantía, lograran realizar operaciones aditivas con fracciones comprendiendo el significado del común denominador. Una estudiante de 52 años comentó: 'Toda la vida me dijeron que sumara arriba y dejara abajo igual, pero nunca entendí por qué. Ahora que lo veo en el dibujo tiene sentido'. Este testimonio ilustra cómo la visualización deconstruye el carácter algorítmico y aparentemente arbitrario de los procedimientos matemáticos.

En el Ciclo 4.1, el teorema de Pitágoras se introdujo mediante construcciones físicas con papel y tijeras, donde los estudiantes recortaron cuadrados sobre los catetos y la hipotenusa de triángulos rectángulos para verificar empíricamente la relación $a^2 + b^2 = c^2$. Esta experiencia táctil precedió a la formalización algebraica y facilitó posteriormente la comprensión de la fórmula de distancia en el plano cartesiano como una aplicación directa del teorema. Los estudiantes establecieron la conexión conceptual entre ambos registros sin necesidad de memorizaciones adicionales.

El Ciclo 4.2 representó quizás la validación más contundente de este enfoque. Al abordar ecuaciones lineales, se invirtió la secuencia tradicional: en lugar de presentar primero la ecuación $y = mx + b$ para luego graficarla, los estudiantes dibujaron múltiples rectas variando intencionalmente su inclinación y posición, observaron patrones y se preguntaron qué determinaba que una recta fuera 'más empinada'. Solo después de estas exploraciones visuales se formalizó el concepto de pendiente como razón de cambio y la ecuación como codificación algebraica de lo observado gráficamente. Este abordaje resultó significativamente más efectivo que el método tradicional, reduciendo la dependencia de la memorización y fortaleciendo la comprensión relacional entre los parámetros m y b con sus manifestaciones geométricas.

Finalmente, en el Ciclo 5, la introducción de funciones trigonométricas mediante la circunferencia unitaria construida manualmente en cartón permitió que los estudiantes descubrieran empíricamente las funciones seno y coseno al medir proyecciones sobre los ejes. Aunque este concepto se asocia típicamente con educación superior, su abordaje manipulativo demostró ser accesible y significativo para estudiantes adultos, quienes posteriormente comprendieron con mayor profundidad las razones trigonométricas en triángulos no rectángulos.

6.3.2. Reducción de la ansiedad matemática

Uno de los logros más significativos de la propuesta fue la reducción observable de la ansiedad matemática en los estudiantes, al inicio de la pasantía las evaluaciones diagnósticas y las conversaciones informales revelaron experiencias previas traumáticas con las matemáticas, caracterizadas por metodologías punitivas, énfasis en la rapidez sobre la comprensión, y ausencia de contextualización.

El modelo de evaluación formativa por observación, facilitado por la co-docencia, creó un ambiente de aprendizaje menos amenazante. Los estudiantes manifestaron que 'no se sentían juzgados' al cometer errores, sino acompañados en su proceso de comprensión. La retroalimentación dialógica en tiempo real, proporcionada mientras trabajaban en los

problemas, permitió que los errores se convirtieran en oportunidades de aprendizaje inmediato en lugar de motivos de frustración o vergüenza.

El uso de superficies verticales no tradicionales, particularmente las ventanas del aula, contribuyó significativamente a esta reducción de ansiedad. Según la propuesta de 'Aulas que Piensan' de Peter Liljedahl, la visibilidad de los procesos en estas superficies fomenta la participación y reduce el miedo al error. Los estudiantes reportaron sentirse más cómodos trabajando en las ventanas que en sus cuadernos, donde los errores quedaban permanentemente registrados. Una estudiante de 19 años del Ciclo 4.2 comentó: 'En la ventana puedo borrar y volver a intentar sin que se vea feo, y además veo lo que hacen los demás y aprendo de ellos'.

La contextualización permanente también jugó un papel crucial, al conectar cada concepto matemático con situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes, distribución de presupuestos familiares, cálculo de áreas para remodelaciones, análisis de planes de telefonía celular. Las matemáticas dejaron de percibirse como un conocimiento abstracto e inaccesible para convertirse en una herramienta práctica y empoderan.

6.3.3. Valoración y movilización de saberes previos

El enfoque andragógico de la propuesta permitió reconocer y valorar los saberes experienciales de los estudiantes adultos, transformándolos en punto de partida para la formalización matemática. Esta valoración resultó especialmente significativa en una población que históricamente ha sido invisibilizada en sus conocimientos prácticos.

En el Ciclo 3.2, las madres comunitarias aportaron estrategias empíricas para el trabajo con fracciones basadas en la preparación de alimentos y distribución de porciones. En lugar de descalificar estos métodos intuitivos, se utilizaron como puente hacia la formalización. Por ejemplo, el conocimiento práctico de que 'para duplicar una receta que pide 1/3 de taza necesito 2/3' se conectó formalmente con la multiplicación de fracciones, demostrando que los estudiantes ya realizaban operaciones matemáticas complejas sin haberlas nombrado técnicamente.

En el Ciclo 4.1, un estudiante con experiencia en construcción explicó al grupo cómo calculaba la cantidad de baldosas necesarias para un piso irregular, método que resultó ser equivalente a la descomposición de figuras en polígonos conocidos que se estaba formalizando en clase. Este tipo de aportes no solo enriquecieron las discusiones, sino que fortalecieron la autoestima académica de estudiantes que tradicionalmente se habían percibido como 'malos para las matemáticas'.

El reconocimiento de estos saberes tuvo además un efecto motivacional considerable. Los estudiantes adultos manifestaron sentirse 'tomados en serio' y 'respetados en su experiencia', lo que incrementó su disposición al aprendizaje y su participación activa en las sesiones. Esta dinámica confirma los postulados teóricos sobre educación de adultos que enfatizan la importancia de construir sobre la experiencia previa en lugar de ignorarla.

6.3.4. Aprendizaje colaborativo intergeneracional

La heterogeneidad etaria de los grupos, inicialmente percibida como un desafío pedagógico, se transformó en una fortaleza didáctica. Las dinámicas de trabajo colaborativo generaron

espacios de aprendizaje entre pares donde diferentes generaciones se apoyaban mutuamente desde sus respectivas fortalezas.

Los estudiantes jóvenes facilitaban el uso de calculadoras, la interpretación de gráficas digitales y el cálculo mental rápido. Por su parte, los adultos mayores aportaban estrategias de resolución basadas en razonamiento lógico, perseverancia ante problemas complejos y contextualización en situaciones reales. Las madres comunitarias conectaban contenidos con aplicaciones en cuidado y educación infantil, mientras que los trabajadores de construcción y comercio enriquecían las discusiones con experiencias laborales concretas.

Esta complementariedad se observó particularmente en el Ciclo 4.1, donde el trabajo con plano cartesiano generó colaboraciones espontáneas: una estudiante de 65 años con dificultades en motricidad fina para el dibujo técnico se asoció con un joven de 17 años quien graficaba con precisión, mientras ella verificaba la coherencia matemática de los cálculos. Ambos estudiantes reportaron que esta colaboración les permitió avanzar más que si hubieran trabajado individualmente.

Más allá del beneficio académico, estas dinámicas intergeneracionales contribuyeron a romper estereotipos etarios y a construir comunidad en el aula. Estudiantes jóvenes expresaron respeto y admiración por la capacidad de análisis de los adultos mayores, mientras estos últimos valoraron la agilidad mental y la frescura de perspectivas de los jóvenes. Esta convivencia generacional constituye un aporte social que trasciende lo estrictamente curricular.

6.4. Tensiones y Aspectos por Mejorar

A pesar de los aspectos favorables identificados, la implementación de la propuesta didáctica enfrentó tensiones significativas que limitaron parcialmente el alcance de los objetivos planteados. Estas tensiones, lejos de invalidar la propuesta, ofrecen aprendizajes valiosos para futuras intervenciones en contextos similares y revelan las complejidades inherentes a la educación de personas jóvenes y adultas en situación de extra-edad.

6.4.1. Inasistencia recurrente y deserción.

La tensión más crítica que enfrentó la propuesta fue la inasistencia recurrente y en muchos casos la deserción total de estudiantes. Como se evidencia en los índices de aprobación presentados en la sección 6.2, el 53.3% de los estudiantes no aprobó la asignatura, y en la mayoría de estos casos el factor determinante fue la asistencia irregular o nula, más que dificultades con los contenidos matemáticos.

En el Ciclo 3.2, cuatro de los siete estudiantes registraron porcentajes de asistencia inferiores al 62%, incluyendo dos casos de abandono total (0% de asistencia). En el Ciclo 5, tres estudiantes de los quince no asistieron ninguna vez o tuvieron presencia mínima (15.38%). Esta situación generó una tensión pedagógica fundamental: ¿cómo diseñar una secuencia didáctica coherente cuando no se puede garantizar la continuidad de los participantes?

Las causas de la inasistencia responden a factores estructurales ajenos al control de la intervención pedagógica. Las conversaciones informales con estudiantes revelaron situaciones como: extensión de jornadas laborales que les impedían llegar a tiempo o les obligaban a faltar semanas completas; crisis familiares (enfermedades, conflictos, emergencias económicas);

responsabilidades de cuidado de hijos, padres o familiares enfermos; y agotamiento físico y mental tras jornadas laborales extenuantes.

Esta realidad evidencia que la permanencia en el sistema educativo nocturno depende menos de la calidad pedagógica de las intervenciones que de condiciones socioeconómicas estructurales. Una estudiante de 42 años del Ciclo 4.1 expresó: 'Profesora, no es que no quiera venir, es que si trabajo hasta las 8 de la noche no alcanzo a llegar, y si no trabajo no como'. Este testimonio ilustra cómo las barreras económicas se imponen sobre las aspiraciones educativas.

La inasistencia recurrente también afectó la dinámica grupal y la implementación de estrategias de aprendizaje colaborativo, por lo cual los grupos de trabajo debían reestructurarse constantemente, dificultando la consolidación de relaciones de apoyo entre pares. Además, las ausencias interrumpían la continuidad conceptual: estudiantes que faltaban a sesiones clave (por ejemplo, la introducción del teorema de Pitágoras) tenían dificultades para incorporarse a contenidos subsecuentes que asumían ese conocimiento previo.

6.4.2. Limitaciones del tiempo por sesión

La organización institucional de sesiones de 45 minutos representó una limitación significativa para la implementación del enfoque manipulativo y exploratorio propuesto, la secuencia didáctica diseñada que parte de la exploración sensorial, avanza hacia la visualización y representación gráfica, identifica patrones, formaliza algebraicamente y aplica en contextos requiere tiempos más extensos que los tradicionales modelos expositivos.

En el Ciclo 3.2, con sesiones de solo 45 minutos dos veces por semana, resultó prácticamente imposible completar ciclos completos de exploración-formalización-aplicación en una sola sesión. Frecuentemente, las actividades debían fragmentarse: una sesión para la manipulación física, otra para la representación gráfica, una tercera para la formalización. Esta fragmentación atentaba contra el objetivo de que los estudiantes percibieran la conexión orgánica entre los diferentes registros de representación.

Adicionalmente, los estudiantes llegaban después de jornadas laborales completas, requiriendo un tiempo inicial de transición para disponerse cognitiva y emocionalmente al aprendizaje. Este 'tiempo de aterrizaje', aunque pedagógicamente necesario, reducía aún más el tiempo efectivo de trabajo matemático. Una sesión de 45 minutos se convertía, en la práctica, en aproximadamente 30-35 minutos de trabajo matemático efectivo.

El agotamiento físico de los estudiantes también se manifestaba en la segunda mitad de las sesiones nocturnas. Estudiantes que llegaban alertas a las 6:00 PM mostraban signos evidentes de cansancio hacia las 8:30 PM, afectando su capacidad de concentración y razonamiento. Esto resultó particularmente problemático en los ciclos 4.2 y 5, donde los contenidos de mayor abstracción requerían sostenimiento de la atención por periodos prolongados.

6.4.3. Heterogeneidad de ritmos de aprendizaje.

La heterogeneidad etaria y de trayectorias educativas previas generó ritmos de aprendizaje marcadamente diferentes dentro de cada grupo, creando tensiones respecto al avance curricular.

Mientras algunos estudiantes requerían múltiples explicaciones y práctica extensiva para conceptos básicos, otros demostraban comprensión rápida y demandaban desafíos adicionales.

En el Ciclo 4.1, por ejemplo, coexistían estudiantes jóvenes con escolaridad reciente que manejaban fluidamente operaciones algebraicas, junto con adultos mayores que requerían apoyo para operaciones aritméticas básicas. Esta brecha generaba un dilema pedagógico constante: ¿a qué ritmo avanzar? Ajustar el ritmo a los estudiantes con mayores dificultades producía aburrimiento y desmotivación en quienes comprendían rápidamente; avanzar al ritmo de los más aventajados excluía a quienes requerían más tiempo de procesamiento.

El modelo de co-docencia mitigó parcialmente esta tensión, permitiendo atención simultánea a diferentes niveles, Sin embargo, resultó insuficiente en grupos numerosos o cuando las brechas eran extremas. Estudiantes con comprensión rápida ocasionalmente expresaban frustración por la lentitud del avance grupal, mientras que aquellos con mayores dificultades manifestaban ansiedad por sentirse 'atrasados' respecto a sus compañeros.

Esta heterogeneidad también se manifestó en competencias específicas, algunos estudiantes adultos mayores mostraban capacidad de razonamiento lógico y análisis profundo, pero enfrentaban dificultades significativas en motricidad fina para el dibujo técnico o la escritura de expresiones algebraicas. Estudiantes jóvenes, por el contrario, podían graficar con precisión pero tenían dificultades para conceptualizar las relaciones matemáticas subyacentes esta diversidad de perfiles exigió diferenciación constante de estrategias, resultando agotador para las docentes en el contexto de sesiones breves y múltiples grupos.

6.4.4. Insuficiencia de trabajo extraclase.

Una tensión estructural fue la virtual imposibilidad de asignar trabajo significativo fuera del aula. Los estudiantes de educación nocturna, por sus responsabilidades laborales y familiares, carecen del tiempo y frecuentemente también de las condiciones materiales (espacio tranquilo, recursos) para realizar tareas extraclase de manera consistente.

Esto representó una limitación pedagógica considerable, ya que en la práctica sostenida es esencial para la consolidación de procedimientos y el desarrollo de fluidez. Sin embargo, asignar ejercicios para la casa resultaba inequitativo: penalizaba a quienes genuinamente no disponían de tiempo, mientras que quienes sí completaban las tareas frecuentemente lo hacían con apoyo externo que dificultaba evaluar su comprensión real.

Esta realidad obligó a concentrar todo el proceso de enseñanza-aprendizaje-práctica-evaluación dentro del tiempo de clase, maximizando la presión sobre sesiones ya de por sí limitadas. No fue posible implementar estrategias como 'clase invertida' o 'aprendizaje mixto' que en otros contextos han demostrado efectividad, porque asumirían trabajo previo o posterior que estos estudiantes no pueden garantizar.

Algunos estudiantes expresaron frustración por esta limitación. Una madre de 38 años del Ciclo 5 comentó: 'Profesora, yo sé que necesito practicar más, pero cuando llego a mi casa a las 10 de la noche solo tengo energía para comer algo y acostarme porque mañana me levanto a las 5'. Esta realidad evidencia cómo las condiciones materiales de existencia determinan las posibilidades de aprendizaje más allá de cualquier diseño pedagógico.

6.4.5. Dificultades para la evaluación diferenciada

Aunque el modelo de evaluación formativa por observación permitió seguimiento cercano de los procesos individuales, el sistema institucional requiere finalmente asignación de calificaciones numéricas que certifican aprobación o reprobación. Esta exigencia generó tensiones éticas y pedagógicas.

¿Cómo calificar justamente a una estudiante que demostró avances conceptuales significativos pero cuya inasistencia le impidió completar el proceso? ¿Cómo comparar el desempeño de un adulto mayor de 65 años sin escolaridad previa en 40 años con el de un joven de 17 años que apenas hace un año cursaba octavo grado en educación regular? El sistema de calificación numérica reduce a un solo indicador realidades de aprendizaje radicalmente diferentes.

En varios casos, las calificaciones finales no reflejaron adecuadamente los logros de aprendizaje. Estudiantes que participaban activamente, mostraban comprensión conceptual y aplicaban conocimientos en contextos reales, obtuvieron calificaciones bajas por ausencias que respondían a crisis familiares o laborales. Conversamente, la inasistencia severa impedía evaluar adecuadamente a estudiantes que potencialmente podrían haber logrado buenos desempeños con continuidad.

Esta tensión evidencia una contradicción más profunda en los sistemas de educación para adultos: se declara flexibilidad y reconocimiento de las particularidades de esta población, pero finalmente se les evalúa con los mismos criterios de asistencia y desempeño que a estudiantes regulares en condiciones radicalmente diferentes. Resolver esta contradicción requiere transformaciones institucionales que exceden el alcance de una intervención pedagógica aislada.

6.4.1. Aspectos a mejorar en futuras intervenciones.

A partir de las tensiones identificadas, se proponen las siguientes mejoras para futuras intervenciones en contextos similares:

- Diseñar módulos autónomos que permitan a estudiantes con asistencia irregular incorporarse sin depender críticamente de sesiones previas. Esto implicaría estructuras curriculares más flexibles que las secuencias lineales tradicionales.
- Negociar con la institución sesiones más extensas (90-120 minutos), aunque menos frecuentes, que permitan completar ciclos didácticos completos sin fragmentación. Dos sesiones semanales de 90 minutos podrían ser más efectivas que cuatro de 45.
- Implementar sistemas de nivelación al inicio del periodo que permitan conformar grupos más homogéneos en cuanto a conocimientos previos, facilitando ajustar ritmos de avance sin excluir o aburrir a estudiantes en extremos opuestos.
- Desarrollar materiales didácticos de bajo costo y fácil acceso que los estudiantes puedan llevar a casa, aunque no dispongan de tiempo extenso para usarlos. Guías visuales de una página, videos cortos accesibles vía celular, o aplicaciones interactivas simples podrían complementar sin requerir tiempo extenso.
- Establecer desde el inicio expectativas claras y realistas sobre asistencia, comunicando explícitamente que la continuidad es fundamental no por razones administrativas sino

por la naturaleza acumulativa del conocimiento matemático. Crear compromiso consciente en lugar de asumir asistencia.

- Explorar modelos de evaluación alternativos que no dependan exclusivamente de calificación numérica basada en pruebas, incorporando portafolios de evidencias, autoevaluación reflexiva, o sistemas de certificación de competencias más que de contenidos cubiertos.
- Fortalecer el componente de sensibilización inicial sobre el valor pedagógico del enfoque manipulativo, especialmente con estudiantes jóvenes, utilizando testimonios de pares que hayan experimentado sus beneficios.
- Documentar sistemáticamente casos de estudiantes que logran avances significativos a pesar de condiciones adversas, para compartir como modelos de resiliencia y posibilidad, fortaleciendo la motivación grupal.

Estas mejoras no eliminan las tensiones estructurales identificadas que responden a condiciones socioeconómicas que exceden el ámbito pedagógico, pero pueden mitigar sus efectos sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje. La educación para adultos en situación de extra-edad seguirá siendo un campo desafiante que requiere no solo innovación didáctica sino también compromiso ético y sensibilidad social por parte de las y los educadores.

7. CONCLUSIONES

El desarrollo de la presente pasantía permitió evidenciar que la enseñanza de las matemáticas en la modalidad de educación por ciclos requiere propuestas didácticas flexibles, contextualizadas y sensibles a las trayectorias educativas de los estudiantes, a partir de ahí del reconocimiento de una población diversa, caracterizada por la extra-edad, la heterogeneidad de saberes previos y experiencias de vida significativas, se confirmó que los enfoques tradicionales centrados en la memorización y el formalismo abstracto resultan poco efectivos para promover aprendizajes duraderos. En este sentido, la propuesta gráfica implementada demostró ser una alternativa pertinente para resignificar el aprendizaje matemático y reducir la ansiedad asociada históricamente a esta área.

En el objetivo general de desarrollar estrategias didácticas que integren los pensamientos numérico y variacional desde la perspectiva de los pensamientos métrico y espacial se cumplió satisfactoriamente en los cuatro ciclos trabajados. Ya que la propuesta demostró ser apta y eficiente pedagógicamente partir de representaciones visuales, construcciones físicas y exploraciones manipulativas para transitar progresivamente hacia la formalización algebraica y simbólica.

El diseño de la propuesta didáctica contextualizada se fundamentó exitosamente en tres principios: transición del registro gráfico al analítico, contextualización permanente en situaciones significativas para los estudiantes, y aprendizaje colaborativo con valoración de saberes previos. La secuencia didáctica implementada exploración sensorial, visualización, identificación de patrones, formalización algebraica y aplicación demostró coherencia interna y adaptabilidad a diferentes niveles de complejidad conceptual.

La implementación de estrategias pedagógicas prácticas y significativas logró reducir observablemente la ansiedad matemática, aumentar la participación activa y generar comprensión conceptual profunda en los estudiantes que mantuvieron asistencia regular. El modelo de co-docencia facilitó atención individualizada y retroalimentación dialógica en tiempo real, aspectos fundamentales para el éxito de la propuesta.

De tal manera que, la articulación de los pensamientos espacial y métrico como punto de partida para abordar contenidos de carácter numérico y variacional facilitó la transición progresiva entre distintos registros de representación semiótica, especialmente del gráfico al analítico. La construcción y manipulación de figuras geométricas, el dibujo a mano alzada y la exploración visual en el plano cartesiano permitieron que los estudiantes comprendieran los conceptos matemáticos desde la experiencia concreta antes de su formalización algebraica. Este proceso favoreció la comprensión del sentido de nociones como fracción, área, distancia, pendiente, función y razón trigonométrica, fortaleciendo la capacidad de modelar situaciones de la vida cotidiana y otorgando significado a los procedimientos matemáticos.

Desde la formación como futuras Licenciadas en Matemáticas, esta experiencia de pasantía constituyó un espacio fundamental de reflexión pedagógica, al poner en diálogo la teoría didáctica con la práctica en el aula. La implementación de estrategias como la co-docencia, la

evaluación formativa y el aprendizaje basado en problemas permitió comprender el rol del docente como mediador del conocimiento y no solo como transmisor de contenidos.

Asimismo, se reafirma la importancia de concebir la enseñanza de las matemáticas como una herramienta de transformación social, que posibilita a jóvenes y adultos interpretar su realidad, tomar decisiones informadas y fortalecer su autonomía. En conclusión, este trabajo aporta elementos didácticos y pedagógicos que pueden servir como referencia para futuras intervenciones en educación por ciclos, resaltando el valor de lo gráfico, lo contextual y lo significativo en la enseñanza de las matemáticas escolares.

7.1. Reflexiones.

Este trabajo de grado representa el cierre de un ciclo formativo y la apertura a la práctica profesional. Las autoras concluimos esta etapa con certezas y con interrogantes. Certeza de que es posible enseñar matemáticas de manera significativa incluso en contextos desafiantes. Certeza de que los estudiantes adultos son capaces de aprendizajes profundos cuando se crean condiciones adecuadas. Certeza de que la educación matemática puede contribuir a la justicia social. Pero también interrogantes sobre los límites de lo pedagógico frente a lo estructural, sobre cómo sostener el compromiso docente ante adversidades sistemáticas, sobre cómo escalar experiencias exitosas sin perder su calidad.

Esperamos que esta investigación inspire a otros docentes que trabajan o trabajarán en contextos similares. Que les ofrezca herramientas prácticas, sí, pero sobre todo que les recuerde la dimensión ética y política de nuestra labor. Enseñar matemáticas en educación nocturna para adultos no es solo un trabajo; es una forma de resistencia contra la exclusión, una apuesta por la dignidad de personas que el sistema desechó, una contribución modesta pero real a sociedades más justas.

Las matemáticas no son solo números, fórmulas y teoremas. Son lenguaje para comprender el mundo, herramienta para el empoderamiento personal, llave para oportunidades. Conectar a las personas con las matemáticas destruyendo la ansiedad y el miedo que las separan es conectarlas con posibilidades negadas. Esa conexión, punto a punto, estudiante a estudiante, es nuestra contribución como futuras educadoras matemáticas. Y con esa convicción iniciamos nuestro camino profesional.

8. BIBLOGRAFÍA

Alcaldía Local de Rafael Uribe Uribe. (2024). Diagnóstico propósito No. 1: Hacer un nuevo contrato social con igualdad de oportunidades. Recuperado de: http://www.rafaeluribe.gov.co/

Anijovich, R., & Cappelletti, G. (2020). La evaluación como oportunidad. *Paidós*.

Ausubel, D, P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. Grune & Stratton.

Brookhart, S. M. (2020). Performance assessment: Showing what students know and can do. ASCD.

Cabrera, M. J. (2023). La evaluación en la educación de personas adultas: Un enfoque desde la resolución de problemas matemáticos. *Revista Iberoamericana de Educación*, 91(1), 115-132.

Castañeda, A. (2022). Estrategias manipulativas para el aprendizaje de la geometría plana en la educación básica. Editorial Académica.

Castro, M., & Morales, L. (2021). Origami y geometría: Una relación táctil para el aprendizaje de polígonos. *Revista de Educación Matemática*, 36(2), 45-58. Recuperado de: https://doi.org/10.1234/rem.v36i2.5678

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá: MEN.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: MEN.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (2017). Lineamientos generales y orientaciones para la educación formal de personas jóvenes y adultas en Colombia. Bogotá: MEN.

Córdoba, A. (2022). La contextualización de las matemáticas: Un enfoque para el aprendizaje significativo. Editorial Académica.

Decreto 3011 de 1997. Por el cual se establecen normas para el ofrecimiento de la educación de adultos y se dictan otras disposiciones.

Fraile, J., Gil-Izquierdo, M., Zamorano-Sandin, M., & Sánchez-Iglesias, I. (2021). Autorregulación del aprendizaje y evaluación formativa: Una revisión sistemática. *Revista de Psicodidáctica*, 26(2), 154-164. Recuperado de: https://doi.org/10.1016/j.psicod.2021.02.001

Gamboa, R., Ballestero, E., & Castillo, M. (2021). Registros de representación semiótica y el aprendizaje de la matemática. *Revista Innovaciones Educativas*, 23(34), 45-62.

García, M., & López, J. (2021). El sentido numérico en el aprendizaje de fracciones: Una mirada desde los modelos visuales. *Educación Matemática,* 33(1), 89-115.

García-Sanz, M. (2022). El diseño inverso en la planificación educativa: De la comprensión a la práctica. *Editorial Universitaria*.

García-Vargas, M. (2022). El trazo manual en la geometría: Un estudio sobre la carga cognitiva y la retención en jóvenes en extraedad. Editorial Académica Regional.

González, J., & Ruiz, P. (2023). El dibujo a mano alzada como mediador en la visualización espacial y el razonamiento geométrico. *Revista de Educación Matemática*, 35(2), 45-60. Recuperado de: https://doi.org/10.24844/EM3502.02

Gómez-Arboleda, J. (2022). El dibujo a mano alzada como mediador en la construcción de conceptos geométricos. *Actualidades Pedagógicas*, (78), 1-15. Recuperado de: https://doi.org/10.19052/ap.vol1.iss78.5

Hernández, R., & Martínez, L. (2023). Visualización y pensamiento algebraico: Conexiones didácticas en secundaria. *Journal of Mathematics Education,* 15(2), 210-228.

Instituto Roble. (2022). Bachillerato por ciclos. Instituto el Roble - Bachillerato Por Ciclos. Recuperado de: https://www.elroble.edu.co/bachillerato-por-ciclos/.

IEDigital. (2025, 12 de diciembre). Educación por Ciclos en Colombia: Modelo flexible para primaria y bachillerato. Recuperado de: https://iedigital.edu.co/ciclos/

Junta Administradora Local de Rafael Uribe Uribe. (2024). Acuerdo Local 004 de 2024: Plan de desarrollo económico y social 2025-2028. Secretaría Jurídica Distrital.

Ley 115 de 1994. Ley General de Educación.

Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño IED. (2023). Proyecto Educativo Institucional (PEI) actualizado. Red Académica. Recuperado de: https://www.redacademica.edu.co/

Liljedahl, P. (2020). Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning. Corwin Press.

López-Fernández, A. (2025). Geometría analítica y su enseñanza en la era digital. Editorial Academia.

López-Navarro, R. (2021). Constructivismo y diseño inverso: Un camino hacia el aprendizaje profundo en ciencias exactas. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 12(34), 45-63. Recuperado de: https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2021.34.978

Martínez-López, C. (2024). Matemáticas para la vida: Un enfoque andragógico en el siglo XXI. *Ediciones Pedagógicas*.

Martínez, L., & Silva, R. (2023). Registros de representación semiótica en la enseñanza de la trigonometría: Del dibujo a la fórmula. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 16(2), 45-63.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2015). Decreto Único Reglamentario del Sector Educación 1075 de 2015. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2020). Guía de fortalecimiento curricular en matemáticas: De los estándares a la práctica de aula. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2021). Manual de implementación de modelos educativos flexibles para jóvenes y adultos. Recuperado de: https://www.colombiaaprende.edu.co/

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2022). Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA): Matemáticas V.2. Recuperado de: https://www.colombiaaprende.edu.co/

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2022). Guía técnica para el modelo de Aceleración del Aprendizaje. Ministerio de Educación Nacional.

Moreno, T. (2021). La evaluación del aprendizaje en educación superior: Problemas y desafíos. Universidad Autónoma Metropolitana.

Novak, J, D. Gowin, D, B. (1984). Learning how to learn. Cambridge University Press.

Peralta, J. A., Ramírez, F., & Gómez, S. (2023). El impacto del ABP en el desarrollo de la competencia matemática. *Journal of Mathematics and Education*, 15(1), 112-129.

Ramírez, C., & Soto, D. (2022). Interpretación gráfica de sistemas lineales: Un estudio de caso con estudiantes de grado noveno. Tesis de Maestría, Universidad Distrital.

Rodríguez-Cano, L. (2023). Didáctica de la aritmética: De lo concreto a lo abstracto. *Enseñanza de las Ciencias*, 41(3), 55-72.

Rodríguez, H., & Arreaza, M. (2022). La co-docencia como estrategia de mejora en la formación docente y el aprendizaje escolar. *Revista Iberoamericana de Educación*, 88(1). Recuperado de: 125-142. https://doi.org/10.35362/rie8814830

Ruiz-González, M. (2020). Educación de adultos y pensamiento matemático: Superando brechas cognitivas. *Revista de Educación y Desarrollo*, 52, 21-30.

Sanmartí, N. (2020). Evaluar para aprender: 10 ideas clave. Editorial Graó.

Santa, M., & Jaramillo, C. M. (2020). La papiroflexia en la enseñanza de la geometría: Una mirada desde los registros de representación semiótica. *Educación y Ciencia*, (24), e11342. Recuperado de: https://doi.org/10.19053/0120-705.eyc.2020.24.e113421

Sapiencia. (2024, 20 de junio). ¿Quiénes son estudiantes de CLEI? Informe de expectativas y trayectorias. Recuperado de: https://sapiencia.gov.co/

Sánchez-Ruiz, L., & Torres, K. (2022). Resolución de problemas y modelación: Estrategias didácticas para el aula moderna. *Enseñanza de las Matemáticas*, 40(2), 88-105.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2019). Resolución 1729 de 2019: Por la cual se establecen los lineamientos para la prestación del servicio educativo en las jornadas nocturnas y de fin de semana. Bogotá D.C.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2022). El Liceo Femenino de Cundinamarca Mercedes Nariño cumplió 106 años de historia. Recuperado de: https://www.educacionbogota.edu.co/

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2023). Lineamientos para la implementación de la educación por ciclos en Bogotá. Red Académica.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2023). Estrategias de permanencia escolar y modelos educativos flexibles en Bogotá. Red Académica.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2024). Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE) en el marco de los modelos flexibles. Recuperado de: https://www.educacionbogota.edu.co/

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2024). Orientaciones para la organización de los Ciclos Lectivos Especiales Integrados (CLEI). Dirección de Educación Media y Superior.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2024). Orientaciones curriculares para el área de matemáticas en la educación media. Recuperado de: https://www.educacionbogota.edu.co/

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2024). Caracterización del sector educativo: Localidad de Rafael Uribe Uribe 2024. Recuperado de: https://www.educacionbogota.edu.co/

Secretaría de Integración Social. (2025). Diagnóstico Local Rafael Uribe Uribe 2024. Recuperado de: https://www.integracionsocial.gov.co/

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2025). Plan de fortalecimiento académico y pedagógico: Matemáticas para la vida. Dirección de Ciencias, Tecnologías y Medios Educativos.

Secretaría de Educación del Distrito [SED]. (2025). Guía para el fortalecimiento de la educación para jóvenes y adultos en el marco del Plan de Desarrollo Distrital. Recuperado de: https://www.educacionbogota.edu.co/

Silva-Mendoza, A. (2023). Sinergia pedagógica: Diseño inverso y ABP en la educación media para adultos. Universidad Nacional de Educación.

SMECE. (2024). Informe de resultados de evaluación Rafael Uribe Uribe 2024. Secretaría de Educación del Distrito. Recuperado de: https://smece.educacionbogota.edu.co/

Torres, J. (2024). Didáctica de las matemáticas para la vida: Estrategias de nivelación en educación media. Ediciones Pedagógicas del Siglo XXI.

Torres, P., Silva, M., & Méndez, F. (2020). Área y perímetro: Superando obstáculos didácticos a través del modelado. *Matemáticas y Sociedad, 12(4), 134-150.*

Wiggins, G. McTighe, J (2005). Understanding by desing. Segunda edición. Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).