UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Procesos de Matematización vinculados a la influencia de la contaminación del Río Bogotá en el Río Magdalena y su relevancia en la formación de los profesores de Matemáticas.

Autores
Joel Ibarra Jiménez
Andrés Felipe Patiño Martínez

Tutor
Alberto Forero Poveda

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ, D.C.
JULIO DE 2023

Tabla de contenido

1. Antecedentes y Justificación 3
1.1. Antecedentes 3
1.2. Justificación 5
2. Problema 7
3. Objetivos 9
3.1. Objetivo General 9
3.2. Objetivo Específicos 9
4. Marco Teórico Conceptual 10
5. Metodología 15
6. Desarrollo de la propuesta 19
7. Conclusiones y Recomendaciones 36
8. Referencias Bibliográficas 39

1. Antecedentes y Justificación

1.1. Antecedentes

La educación es un ámbito del cual la sociedad tiene la mayor expectativa de su propio desarrollo. Es por eso que al poner aspectos de la educación como tema de discusión el debate está abierto en cuanto a lo que se enseña, cómo se enseña y, sobre todo, si lo que se estudia y aprende realmente contribuye de manera significativa a la sociedad. Es por lo anterior, que relacionar, involucrar o asociar la realidad con las matemáticas resulta fundamental ya que estas como actividad humana constituyen formas de construcción y análisis del mundo que nos rodea, por lo que pensar en una educación dirigida a las problemáticas de entornos sociales debería ser algo que se implementara en todas las instituciones, sin importar el grado de escolaridad.

En los aportes que ha realizado Maza (1996) se señala que "la reforma educativa en matemáticas alienta la utilización de problemas históricamente no matemáticos en origen y que reciben una progresiva matematización" (p.89). De esto, lo que se podría inferir, es la importancia de hacer uso de procesos de matematización, en los cuales se pueda destacar la relevancia de contextualizar las matemáticas en fenómenos extra matemáticos, generando una perspectiva alterna dirigida hacia la utilidad de los conceptos matemáticos adquiridos. Siendo así, se considera que la matematización podría ser una de las herramientas más sobresalientes para comprender, proponer y posteriormente solucionar las problemáticas que aparecen implícita o explícitamente en el entorno que nos rodea. De igual forma, resalta que "la forma de aprendizaje que el profesor debe fomentar entre sus alumnos de matemáticas es un proceso constructivo del conocimiento matemático basado en todas las características que el enfoque actual de la historia señala" (Maza, 1996, p.90), es de este modo, que, si se consideraba que las matemáticas eran ajenas a nuestra realidad, era una concepción errónea y más aún si de la enseñanza de las matemáticas se trata.

En este mismo sentido, las problemáticas actuales en el mundo implican, entre otros aspectos, la importancia del cuidado del ambiente. Es decir, los aspectos ambientales, debido a que en las últimas décadas este ámbito ha tomado mucha relevancia, dado que, según expertos, el cuidado del ambiente es fundamental para la conservación de la especie humana, por lo que ha sido vital implementar estrategias en las cuales se constituye la importancia de

generar conciencia y fomentar comportamientos responsables del cuidado ambiental por medio de la educación. Con base en lo anterior, el (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2005), indica que los procesos educativo-ambientales promueven la aplicación del conocimiento para la comprensión y transformación de las realidades de los estudiantes y contribuyen al fortalecimiento de las competencias científicas y ciudadanas, lo que favorece la pertinencia de los Proyectos Educativos Institucionales y, por ende, la calidad de la educación; desde este referente, en lo que compete al área de matemáticas, es necesario contemplar la idea de poder trabajar problemáticas ambientales mediante procesos de matematización que permitan contribuir a la comprensión y aplicación de las matemáticas.

Desde luego, la importancia de la educación que se recibe en las instituciones educativas, independientemente del grado de escolaridad y el carácter por el cual se rijan (privado o público), se torna inexcusable no tomarse con seriedad la idea de pensar en una educación dirigida o por lo menos involucrada hacia el medio ambiente y los diversos procesos de matematización que se ven inmersos en estos. Por tanto, con la finalidad de reflexionar, pensar y actuar siempre en beneficio de la sociedad es necesario rescatar que

> Uno de los aportes del proceso de matematización, asociado con la dimensión activa de la conciencia ambiental, es el establecimiento y posterior análisis de las estrategias ambientales por parte de los participantes de las experiencias, en donde los estudiantes, aparte de analizar y comprender el fenómeno, pueden plantear estrategias y hacer uso de diversos esquemas para estudiar su viabilidad y posible impacto en la realidad (Macías et al. 2022, p.137).

Ahora bien, una de las problemáticas que está inmersa en nuestro contexto social es la contaminación del río Bogotá, la cual no es algo novedoso para la sociedad, ya que, de acuerdo con la Información Ambiental para la Gestión Integral de la Cuenca Hídrica del Río Bogotá, para la década de los años 90, el río Bogotá ya estaba en la lista de los diez más contaminados del mundo, según el Banco Mundial, en donde a partir de planteamientos históricos hechos por la (Corporación Autónoma y Regional de Cundinamarca [CAR], 2014) la intensificación de esta problemática está ligada al crecimiento exponencial de la ciudad y pueblos aledaños al río Bogotá, lo cual tiene factores influyentes, que agravan la situación, como por ejemplo, la generación de grandes industrias (principales vertientes de desechos al

río Bogotá) y el crecimiento poblacional, ligado a los desplazamientos forzados y la violencia desatada en distintas regiones del país.

La repercusión de esta problemática, no solo afecta a las comunidades que se benefician de la utilidad de la fluidez hídrica del río Bogotá, dado que éste al desembocar en el río magdalena, genera una contaminación directa, lo que conlleva a que esta complejidad se extienda a todo el país. La gravedad de esta problemática ha tenido tanta relevancia que llevó al Tribunal Administrativo de Cundinamarca a determinar la Sentencia 479 DE 2004, *"*La cual declara responsables a los habitantes e industrias de la cuenca por la contaminación del río y sus afluentes. También se declaran responsables las autoridades que no han tomado medidas para descontaminarlo y prevenir su contaminación*"*, tomando fuerza la importancia del cuidado y la necesidad de mejorar la contaminación del río Bogotá.

1.2.Justificación

En nuestro proceso de formación como futuros docentes de matemáticas hemos sido testigos de la relevancia que se le debe dar a esta área en la vida cotidiana y aún más si esta se visualiza como un catálogo de herramientas que nos contribuyen a brindar soluciones a las problemáticas que nos atañen como sociedad, como lo afirma Boyer (1995) "la influencia e importancia de las matemáticas en la sociedad ha ido en constante crecimiento, en buena parte debido al espectacular aumento de sus aplicaciones puede decirse que todo se matematiza*"*, he aquí la importancia que debe cobrar el profesor de matemáticas como el individuo que destaca sobre la sociedad en cuanto al interés de analizar y tomar decisiones sobre un fenómeno de impacto actual, y de igual manera ser el promotor de sembrar este tipo de pensamientos en el aula de clase en pro de que cobren sentido y significado las matemáticas, no es concebible la innovación tecnológica, en el sentido actual de investigación y desarrollo, sin la presencia preeminente de las matemáticas y sus métodos.

De igual manera siendo miembros de una institución pública, sentimos el compromiso social de reconocer en nuestra diversidad, conocimientos, valores y básicamente en nuestras prácticas educativas, cómo aquellas habilidades apropiadas en el transcurso de nuestro proceso de formación, pueden estar dirigidas en pro de construir una mejor sociedad, en la cual podamos contribuir a la comprensión y fundamentación de significados que permitan

aportar al mejoramiento de entornos individuales, sociales, culturales y en este caso, sobre todo, medio-ambientales, en donde a partir de los conceptos, contenidos y competencias adquiridas en el espacio académico: *matematización de problemas medioambientales*, se tomó la iniciativa de abordar una problemática socio-ambiental que perjudica e involucra directamente a dos comunidades, siendo evidente la importancia de cómo a partir del proceso de matematización, se establece un uso y significado de las matemáticas en la perspectiva realista, tal como se ha planteado

> Hacer matemática (matematizar) es más importante que aprenderla como producto terminado. El énfasis no está en aprender algoritmos, sino en el proceso de algoritmización, no en el álgebra sino en la actividad de algebrizar, no en las abstracciones sino en la acción de abstraer, no en la forma y la estructura sino en formalizar y estructurar (Freudenthal, p.2 1991, citado por Bressan s.f).

De este modo, la matemática, en la perspectiva realista, toma un valor educativo en la medida en que posibilita la comprensión y participación en los distintos espacios del entorno social y natural. "En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles" (MEN, p.80).

Como se mencionó en los antecedentes, la educación ambiental ha tomado mucha importancia en la actualidad por su impacto en la conservación del planeta y la especie humana, de manera que desde un enfoque en la enseñanza de las matemáticas, la implementación por parte del docente, en procesos de matematización de problemáticas medioambientales en el aula de clase, permite comprender, analizar y estudiar con más rigurosidad dicha problemática, dejando en evidencia la relevancia de las matemáticas y transformando la forma de comprender las problemáticas medio ambientales.

> Entendiendo así que entre las actividades asociadas al proceso de matematización de los fenómenos ambientales, la experimentación, la recolección de información y la caracterización de las magnitudes y unidades de medida que intervienen, se manifiestan como una necesidad, en diferentes momentos o etapas, para comprender y analizar perspectivas asociadas a las realidades emergentes de las problemáticas ambientales. (Macías et al. 2022, p.131)

En ese orden de ideas, al indagar sobre una problemática medioambiental actual se pudo identificar que para la CAR (1993) “El río Bogotá vierte anualmente al Magdalena 28 toneladas de cromo, 28 toneladas de plomo, 7.503 toneladas de hierro, más de 1.898 toneladas de detergentes y 537 mil toneladas de sólidos en suspensión, lo cual demuestra el alto grado de corrosión de sus aguas y la enorme dificultad que representa”. Es por esto, que surgió la iniciativa e interés de identificar cuál es la influencia de la contaminación del río Bogotá, sobre el río Magdalena, para que así, como estudiantes en formación para profesores de matemáticas, encontremos formas de intervención y análisis en los procesos que permitan ampliar la comprensión y generar conciencia ambiental sobre problemáticas de afectación vigente a toda la sociedad, en la medida de lo posible. En este sentido, cuando todo el proceso de la matematización se haya efectuado, este le permite mostrar la relevancia de dichos procesos, siendo un aspecto importante en la educación donde se pueda visualizar y asimismo asegurar la importancia de las matemáticas en relación con aspectos acerca de ámbitos reales, que exponen la gravedad de los eventos que repercuten sobre la comunidad, como también, siendo un aporte valioso e importante a nuevas formas de poder abordar la educación en la sociedad, en la cual se asocian problemáticas reales con el trabajo que se desarrolla dentro de las aulas de clase.

2. Problema

Luego de haber abordado en los apartados de antecedentes y justificación sobre la relevancia de los procesos de matematización en la educación matemática, una de las problemáticas que se evidencia, es que los docentes de matemáticas no se preocupan por relacionar los contenidos matemáticos que se muestran en el aula de clase, con acontecimientos que son trascendentes para el contexto social en el que se desenvuelven

> Debido a que, el docente utiliza ejemplos en sus clases de aplicación a sociedades que nada tienen que ver con la realidad del país donde se inserta el estudiante y sobre cuya sociedad está llamado a actuar para transformar. En ocasiones, incluso se utilizan libros de textos y materiales pedagógicos portadores de esos ejemplos ajenos a la realidad que vive o para la que se debe preparar el estudiante (Ruiz, 2008, p.4)

Lo cual ocasiona que el docente al momento de dirigir su proceso de enseñanza, únicamente se refiera a los problemas típicos matemáticos (situaciones problemas -comunes- que aparecen en los libros de textos que en cierta forma están siendo obsoletos) por lo que no fomenta la implementación de los procesos de matematización como estrategias para el abordaje, análisis y concientización de los fenómenos que se deberían trabajar en el aula, dejando como consecuencia que los estudiantes no logren percibir el objeto matemático como algo productivo**,** por lo que su interés y motivación para aprender matemáticas no será algo significativo.

Teniendo en cuenta la relevancia de la implementación de situaciones que generen un impacto actual, en este caso específico de conciencia ambiental, se tiene que, dada las problemáticas actuales que acarrea nuestro país Colombia y debido a los altos índices de corrupción que se presentan, nos remontamos a las comunidades aledañas al río Magdalena, las cuales en su mayoría han sufrido fuertemente el abandono económico por parte del estado colombiano, perjudicándolos en diversos ámbitos, uno de ellos y en el cual se hará énfasis en esta monografía, es el relacionado a la afectación directa del río Bogotá al río Magdalena, lo anterior, básicamente por no hacer un adecuado tratamiento de los desechos, provocando así que las comunidades costeras se vean perjudicadas por el consumo de agua no potable, debido a que la recogen tal cual llega al río y hacen uso de esta para sus actividades diarias sin hacer algún proceso de descontaminación o purificación.

> La problemática de contaminación que presenta el río Bogotá ha sido objeto de estudios desde hace años en busca de soluciones para recuperar su calidad hídrica, con el fin de mejorar aspectos ambientales a lo largo y ancho de la cuenca, así como las condiciones de descarga en su desembocadura al río Magdalena, que se ha visto afectada por problemáticas ambientales tales como la alteración en el ciclo natural de los peces, olores ofensivos y problemas de salud en los habitantes aledaños a este sector (Castro & Ortiz, 2015, p.16)

En relación con ello, la Procuraduría General de la Nación señala que las malas aguas generan un impacto negativo en la salud pública, que, según cálculos recientes asciende aproximadamente a 1,96 billones de pesos al año, de los cuales el 70% corresponde al impacto de la morbilidad y mortalidad por enfermedades diarreicas y el 30% restante al gasto en prevención. Dicha situación es aún más grave en las zonas rurales y de población dispersa

del país; según cálculos del Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial (2002), del 56% de la población rural que tiene alguna forma de abastecimiento de agua, solamente el 6% cuenta con agua a la que se le da algún tratamiento para desinfectarla, ocasionando que muchas comunidades se vean en la deplorable situación de conformarse y tener un comportamiento dócil ante una situación tan compleja. Además, se plantea que en el área rural se calcula que solo el 12% (que equivale a 1,47 millones de personas) reciben agua tratada. Cabe señalar que para el tratamiento de los datos que se mostrarán es importante tener claridad de algunos conceptos que serán fundamentales a lo largo del trabajo realizado, siendo referentes constantes de nuestra problemática.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

- Desarrollar procesos de matematización vinculados a la problemática del río Bogotá en el río Magdalena en pro de la concientización del fenómeno y el aporte que los profesores de matemáticas pueden brindar a la fenomenología de la situación.

3.2. Objetivo Específicos

- Interpretar procesos vinculados a la concientización del fenómeno analizado desde la perspectiva de la matematización.
- Estudiar y analizar la presunta influencia de la contaminación del río Bogotá en el río Magdalena mediante esquemas estocásticos y deterministas.
- Caracterizar la importancia de la relación entre la formación de profesores de matemáticas con situaciones que conllevan problemáticas medioambientales.

4. Marco Teórico Conceptual

Como lo plantea la (Comisión estatal de servicios públicos Tijuana México [CESPT], 2018) “El agua es el elemento más importante para la vida. Es de una importancia vital para el ser humano, así como para el resto de animales y seres vivos que nos acompañan en el planeta Tierra”, por lo que su protección y cuidado es indispensable, dado que este recurso usualmente tiene diversas utilidades en actividades diarias, ya sea para la industria, el tratamiento de materiales, el consumo humano o la limpieza etc.

Entendiendo así, que es imprescindible que el agua destinada para el consumo humano cuente con las condiciones mínimamente necesarias que la vuelvan apta para tal fin (agua potable). En este caso, el agua es utilizada para beber, preparar alimentos, higiene personal, o algún propósito doméstico. Por lo que indudablemente el agua potable debe tener unas características específicas que permitan darle el debido uso, algunas de estas son, estar limpia, insípida, inodora, incolora y libre de contaminantes, aunque debe contener sustancias disueltas que sean beneficiosas para el organismo. Claramente en Colombia estos parámetros que regulan la calidad del agua están establecidos bajo la normativa del Sistema para la Protección y Control de la Calidad del Agua para Consumo Humano, ya que, en el decreto 1575 de 2007 se describe, que el agua potable o agua para consumo humano, es aquella que por cumplir las características físicas, químicas y microbiológicas, reglamentadas en las normas establecidas, se considera si es apta o no para el consumo humano, en donde el ministerio de protección social y de ambiente, vivienda y desarrollo territorial especifican dichos parámetros mediante intervalos de calidad (los cuales se harán referencia más adelante), que se deben cumplir a cabalidad para salvaguardar la salud de las personas.

Con base a lo expresado en el párrafo anterior, se reitera que el consumo de agua sin ningún tratamiento puede generar afecciones graves para la salud de los humanos que la consumen, ya que a partir de los distintos factores que perjudican la calidad del agua, se resalta aquel que contienen diversos materiales que suelen ser nocivos para la salud, por lo que es oportuno traer a colación el estudio realizado por García (2004), el cual analiza la presencia de metales pesados tóxicos en el agua, donde la acumulación y exposición de dichos metales, acarrea entre ellas las afecciones causadas por plomo, mercurio, cromo y cadmio, lo que significa que la presencia de estos metales en el agua derivan en el deterioro

de la salud humana dado por su consumo o su utilidad. Por lo que teniendo en cuenta nuestro contexto, es válido poner en tela de juicio sí el río Bogotá cumple con las normatividades actuales y técnicas, en las que se resaltan las implicaciones, en cuanto a la salud se trata y más aún, si dicha contaminación de este río deriva en una problemática no solo local dada por su confluencia con otros ríos, entre ellos el del Magdalena.

Es así que, dado el crecimiento poblacional que ha tenido Bogotá, y factores como su industrialización, uno de los ríos más perjudicados ha sido el de dicha ciudad, ya que, como lo plantea Muños & Stancich (2005)

> Las aguas continentales (ríos, lagunas, humedales, aguas subterráneas) están entre los más importantes recursos del planeta. Hoy se encuentran amenazadas por la urbanización descontrolada, el desarrollo industrial, la deforestación, la conversión de ecosistemas para uso agrícola y ganadero, por el uso excesivo y por la contaminación (p.2).

Es por esto que, si se genera un recorrido a las a riberas del río Bogotá, según la Corporación Autónoma Regional (CAR) se pueden identificar diferentes problemáticas que aportan a su contaminación, como lo es, los vertimientos industriales de las curtiembres de Villapinzón Cundinamarca ubicadas a cinco kilómetros del nacimiento, el depósito de residuos domésticos e industriales que llegan directamente al rio etc. lo cual indiscutiblemente produce problemas de salud pública y aumentan la contaminación de suelos y bioacumulación de las especies cultivadas en esta zona.

Lo anterior, ya está dejando impactos negativos y muy probablemente puede escalar a futuro a un daño irreparable en cuanto al medio ambiente y la salud se trata, ya que no podrían ser contrarrestados si se siguen descuidando como ha venido pasando hasta el momento, dado que — como lo afirma Castro y Ortiz (2015) — en su estudio “ El río Bogotá aporta grandes cargas contaminantes al río Magdalena, producto de los vertimientos industriales, domésticos, agrícolas, entre otros, que recibe a lo largo de su cuenca*”* (p. 41). Es por ello que, si el estado de la calidad del agua en este río es crítico, sin duda alguna su desembocadura en el río Magdalena será una amenaza, en donde la situación empeora dado que no se realiza algún tipo de tratamiento.

Aludiendo a la problemática expuesta anteriormente, sobre la influencia de la contaminación del río Bogotá sobre el río Magdalena, es válido considerar la importancia de fomentar desde una postura de la educación centrada en la formación del docente, el poder abordar dichas problemáticas desde ámbitos específicos (problemática medio ambiental), es decir, desde la área de las metamatemáticas se debe priorizar la opción de desarrollar estrategias que permitan a los estudiantes dar un debido abordaje, analizando a fondo el alcance de ello, dotando de uso y significado los conceptos matemáticos adquiridos, mediante la implementación de matematización de problemas medio ambientales, siendo esto, una posible alternativa de captar el interés de los estudiantes, ya que comprender el mundo es una tarea compleja, habrá quienes le den la razón de detenerse a pensar sobre esto y también habrá aquellos que no lo hagan, pero por ahora para no ir tan lejos, comprender el entorno en el que nos rodeamos y específicamente, en esta oportunidad, conocer cómo la calidad del agua del río Bogotá afecta al río Magdalena dada su confluencia, permite ejemplificar una situación para que cada profesor, con sus estudiantes, pueda asumir una postura de abordar problemáticas ambientales y así puedan encontrar otros significados asociados a la matematización constructora de mundo ya que si el profesor no tiene claro qué es lo que quiere construir y/o desarrollar con sus estudiantes se encontrará divagando en lo que se supone desea alcanzar, y posiblemente esto se deba a que la formación del profesor no tuvo un enfoque especifico que priorizara dichos procesos, fomentado bajo una educación tradicional y cuadriculada, en donde seguramente él siga ese modelo pedagógico con sus estudiantes.

Estada et al (2004) citado por Zaldívar et al (2017) expresa que “la formación docente es considerada uno de los elementos más débiles del sistema educativo, puesto que en su mayoría contempla programas obsoletos y el empleo de métodos de enseñanza rutinarios” (p. 6). Es por eso que, es válido resaltar la importancia de implementar estrategias innovadoras para los profesores de matemáticas que permitan generar en los estudiantes un aprendizaje significativo, a partir de la comprensión de lo que sucede en nuestro entorno.

Así pues, retomando nuevamente lo mencionado en cuanto a la formación del profesor de matemáticas, dado que se debe observar minuciosamente, es decir, no puede ser tomado como un asunto que no sea trascendental y pase desapercibido ante una sociedad que notablemente se ve necesitada de educadores que sean protagonistas en la construcción de

una mejor sociedad, es conveniente señalar lo expuesto en la siguiente perspectiva en donde se manifiesta que

> El docente actual, debe estar consciente de que pertenece a una sociedad del conocimiento que exige una cantidad de competencias a desarrollar con los estudiantes para poder ampliar las clases y actividades, logrando cambios precisos, como tener claro que son un ejemplo a seguir, por lo que el trabajar y crear ambientes de aprendizajes significativos augura un involucramiento y desarrollo de competencias dentro y fuera de la escuela (Gaitán Morales, 2018).

Del fragmento anterior se puede inferir que el discurso docente, la disposición, la gestión y en general su rol como tal, son esenciales para que los estudiantes se sientan cómodos en un ambiente de aprendizaje que les brinde posibilidades y herramientas que, junto a un óptimo acompañamiento por parte del profesor, puedan proponer y generar ideas que faciliten la resolución de problemas. Que no vean la escuela y lo que aprenden en ella, algo que está totalmente desvinculado de su realidad, sino por el contrario, tengan la posibilidad de expandir su panorama y mirar desde varias perspectivas una problemática de un fenómeno y su impacto actual, para así plantear ya sea de forma individual o colectiva, una serie de estrategias que ayuden en primera instancia a comprenderlo para posteriormente abarcarlo y finalmente solucionarlo desde una perspectiva de la concientización y la toma de decisiones.

De acuerdo con lo que se ha venido mencionando, desde el ámbito de las matemáticas, una de las actividades fundamentales que debe realizar el profesor, es identificar contextos que afecten directamente a la población con la que se está trabajando, y que dichas problemáticas puedan matematizarse, comprendiendo las matemáticas como una actividad humana que ayuda a descifrar y analizar fenómenos reales, con la finalidad de dotar de forma significativa el aprendizaje de las matemáticas. Entendiendo lo anterior desde la perspectiva Freudenthal (1991) el cual plantea que el proceso de matematización se da de forma horizontal de modo que el mundo real es traducido al mundo matemático y que se da de forma vertical cuando dicha traducción es aplicada a conceptos y destrezas matemática, sin embargo se resalta que esta perspectiva de matematización es tomada de forma general, dado que más allá de su estructura, vemos las matematización como una forma de interpretar y comprender el mundo para tomar decisiones y generar conciencia sobre éste.

Partiendo desde el enfoque establecido de las problemáticas medioambientales y fenomenológicas, según Trigueros (2009) una forma de lograr la contextualización del conocimiento es la presentación de situaciones problemáticas reales que sean factibles de representarse mediante modelos matemáticos y que permitan responder preguntas específicas en situaciones concretas, cuando se requiere tomar decisiones o cuando es imperativo hacer predicciones relacionadas con fenómenos naturales y sociales.

Es por ello que, a la hora de identificar una problemática, lo que se hace de forma intuitiva es querer encontrar una solución inmediata para solventarla, pero para eso, se debe tener presente que existe un proceso el cual se debe seguir para establecer una ruta que permita llegar a tal propósito. Reconocer la problemática y sus factores es el punto de partida, luego es necesario presenciar todos los posibles panoramas para no caer en un bucle de errores, posterior a ello es necesario reducir las posibilidades de soluciones a las más acertadas, para finalmente plantear un modelo que permita comprender la problemática y a su vez brindar una solución que esté totalmente asociada y acorde para el cual fue establecido.

Siendo así que la implementación de modelos matemáticos que permiten comprender a fondo un problema, es una de las apuestas que indiscutiblemente se debe implementar en las instituciones dado que uno de los argumentos que sustentan la importancia de la modelación en las aulas escolares colombianas está dada por el MEN (1998) donde este plantea que

> La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles (p. 80).

Teniendo en cuenta la idea principal del fragmento anterior, es conveniente resaltar que el concepto de la modelación la consideraremos como un aspecto posible dentro del proceso de matematización, en el cual, el estudiante propone un conjunto de modelos que según su criterio le pueden ser útiles para solucionar un problema, sin embargo, se dará cuenta en un momento, que para profundizar más sobre la situación es necesario involucrar procesos de matematización, ya que este implica aspectos más generales que son relevantes

para el trabajo, como lo son los esquemas deterministas y estocásticos, que aportan de gran manera al análisis, reflexión y concientización de fenómenos reales.

Es así que, cuando la matemática funciona como medio o herramienta para conseguir lo que se busca y no como disciplina escolar y campo del conocimiento, existe la gran posibilidad de que las oportunidades se extiendan, para que así los estudiantes aprendan a matematizar en el eje vertical, lo que significa, que ellos mismos tendrán las habilidades y competencias necesarias para operar dentro del ámbito mismo de las matemáticas, en donde tomen el rol activo y construyan conocimiento a partir de las estrategias que implementen para buscar una solución. Es por lo mencionado hasta este punto, que, en el proceso de matematización, el profesor en un principio es el responsable de establecerlo u adaptarlo y con la labor que desempeñen junto a sus estudiantes con el pasar del tiempo, tendrán el deber de orientarlo y guiarlo a un escenario el cual presente necesidades o problemáticas que deban ser atendidas.

5. Metodología

La presente monografía expone la importancia de la implementación de procesos de matematización para el análisis y la comprensión de fenómenos reales, desde el estudio de las matemáticas, en este caso específico, uno asociado hacia una problemática medio-ambiental que involucra dos ecosistemas acuáticos (Rio Bogotá – Rio Magdalena), con el fin de resaltar su importancia en la formación de profesores de matemáticas.

Para el desarrollo de la metodología se elaboró el siguiente plan de trabajo el cual tiene como finalidad generar el cumplimiento de la monografía denotada con el nombre “Procesos de Matematización vinculados a la influencia de la contaminación del río Bogotá en el río Magdalena y su relevancia en la formación de los profesores de Matemáticas”. Para esto, en primera instancia, se construyó todo el marco teórico conceptual con el cual se van a tomar los cimientos que sustentan el trabajo realizado y la importancia de ello, en donde se enfoca la relevancia de la formación de los docentes y la concientización de problemáticas reales a través de procesos matemáticos. En segunda instancia, se recolectarán y analizarán los datos encontrados, que permitan comprender con mayor precisión la problemática expuesta (influencia de la contaminación del rio Bogotá en el rio magdalena), llegando así a que se pueda hacer una estimación y predicción de la misma. Finalmente, en tercera

instancia, se resaltará la trascendencia del trabajo en la formación del profesor de matemáticas, acompañado de las conclusiones y recomendaciones que se mencionaran con base a la construcción de todo el trabajo presentado.

Para esto se presenta el siguiente recuadro, el cual contiene de forma detallada, la propuesta de trabajo que se realizó en el transcurso del tiempo.

Mes	Actividad a realizar
Octubre - noviembre	Entrega de Anteproyecto ante el consejo curricular
	Diferenciación entre modelación y matematización
	Fundamento de la matematización hacia la problemática expuesta
Diciembre – Enero	Recolección y clasificación de datos sobre la problemática a partir de la matematización horizontal
	Planteamiento de la metodología
	Indagación de esquemas estocásticos y deterministas
	Verificación de la problemática mediante el análisis de los datos
Febrero – Abril	Estimación de los datos a partir de la información recolectada y previamente analizada
	Predicción de los datos a partir de la información recolectada y previamente analizada
	Posibles soluciones a la problemática desde una óptica de concientización
	Relevancia del trabajo realizado en pro de la formación docente
Mayo	Sustentación del trabajo realizado ante el tutor y evaluador

Como se ha venido mencionado en el desarrollo de este documento, la problemática expuesta sobre la contaminación ambiental entre el Rio Bogotá y el Rio Magdalena es una realidad que está ocurriendo en el presente y que posiblemente debido a la desinformación, poco conocimiento o simplemente desinterés del asunto, esta se siga manteniendo en un futuro, porque es común escuchar o tener la idea errónea, que solamente se verán afectadas las personas que se encuentran alrededores de ambos ríos y el resto de la sociedad saldrá bien librada, lo cual se aleja mucho de la realidad, dado al sin fin de utilidades que tienen ambos ríos en el desarrollo del país, por lo que es conveniente traer a colación lo mencionado por Castro y Ortiz (2015) donde señalan que

> La falta de educación es un grave problema que afecta a la sociedad, muchas veces las personas no sienten interés en temas como este, la problemática de contaminación del río Bogotá, porque no comprenden algunos términos, piensan que sus actividades diarias no afectan en nada a la fuente y que es responsabilidad solo de las entidades competentes en el tema (p.88).

En cuanto a los factores que son causantes de la situación expuesta, hay diversos, no obstante, se hará alusión principalmente a dos, debido a que son en los cuales se basa en esencia esta monografía. El primero se refiere a la contaminación de los ríos, principalmente causada por la poca conciencia ambiental de todos los habitantes a nivel nacional y sobre todo aquellas comunidades que habitan alrededores de dichos ecosistemas acuáticos, ya que, la contaminación por químicos, desechos y desperdicios aparecen desde la cuenca alta del rio Bogotá, lo que significa que el daño ocasionado proviene desde mucho antes, por no decir desde su inicio, es una trayectoria muy corta en la que el rio es puro o se considera adecuado para el consumo humano sin ninguna intervención para purificar el agua y el segundo se refiere a la formación de profesores en matemáticas, especialmente aquellos que no tienen claro el para qué se enseñan los contenidos de esta área a los estudiantes, dando la impresión de que la realidad está totalmente desligada a lo que se aprenda en la escuela, incurriendo en el error más común, el cual es mostrar las matemáticas como un conjunto de acertijos que no la mayoría o muy pocos pueden razonar, comprender, solucionar y quizás lo más importante, usar para entender el mundo en el que nos encontramos, en otras palabras, considerar las matemáticas como el mayor problema de la humanidad y no como realmente debería creerse, la herramienta más factible para solucionar los verdaderos inconvenientes que nos rodean en la cotidianidad.

Para el análisis de la situación planteada se considera necesario contemplar dos tipos de esquemas: el primero, los esquemas deterministas que emplean las entidades respectivas que proveen los datos (CAR), dado que estas presentarán variables que precisan los indicadores de la calidad del agua, los cuales posteriormente serán analizados a partir del segundo tipo de esquemas, que son los estocásticos, debido a que permitirán detallar por medio de predicciones y estimaciones la situación actual y de igual forma la situación futura de dicha problemática, de tal manera que los objetos matemáticos implicados implícitamente se doten de sentido, comprendiendo y analizando más afondo la problemática real.

En este sentido, la monografía se dirige a exteriorizar cómo el proceso de la matematización de una problemática medio ambiental tiene un impacto favorable en la formación de profesores de matemáticas, destacando la importancia de la resolución de problemas en el proceso de análisis y comprensión de los fenómenos reales que acontecen, como de igual forma a las prácticas matemáticas significativas en los procesos de formación de profesores en la actualidad.

Teniendo en cuenta lo descrito anteriormente, cabe señalar que esta monografía se encuentra enmarcada dentro de la investigación cualitativa, dado que, como lo expresa Forero (2020) citando a Morse (2005) indica que "los métodos cualitativos, como un tipo de investigación, constituyen un modo particular de acercamiento a la indagación; una forma de ver y una forma de conceptualizar"(p.68), lo cual permite inferir una estrecha relación con el trabajo a desarrollar, siendo que esta va más allá que un conjunto de estrategias técnicas que deben ser cumplidas estrictamente a cabalidad. Frente a esto, autores como Valisachis (2006) expresan que:

> Es vital tener presente que la investigadora y el investigador cualitativo se aproximan a situaciones, acciones, procesos, problemáticas, acontecimientos reales concretos y/o interacciones espontáneas que ya sean preexistentes o en su parte tuvieron lugar, o en su defecto se desarrollan durante su presencia en el campo y pueden continuar en su ausencia (p.82).

Permitiendo ampliar el panorama de desarrollo dejando de lado estrictamente una normatividad en la cual basarse, dado que reconociendo lo mencionado por Durán (2012) citando a Gurdián (2010), "la principal característica de la investigación cualitativa es su interés por captar la realidad a través de los ojos de los sujetos actuantes, a partir de la

percepción que ellos y ellas tienen de su propio contexto" (p.123), en consecuencia a partir de nuestro objetivo general *Desarrollar procesos de matematización vinculados a la problemática del río Bogotá en el río Magdalena en pro de la concientización del fenómeno y el aporte que los profesores de matemáticas pueden brindar a la fenomenología de la situación*, podemos vincular la estructura de nuestro trabajo conjunto al propósito de la investigación cualitativa, permitiendo dar un aporte positivo a la formación de docentes en el área de matemáticas, desde una realidad humana y praxeológica con un sentido transformador, que permita descubrir las necesidades y propiciar espacios de reflexión y cambio, con estrategias de mejoramiento sin esperar que al final de la investigación se dé una solución definitiva a dicha problemática.

6. Desarrollo de la propuesta

En el desarrollo del presente trabajo se ha venido señalando la relevancia que debe tener para los docentes de matemáticas, el abordar situaciones problemas medio-ambientales que sean importantes para el contexto social de los estudiantes a partir de la matematización, con la finalidad de implementar nuevas estrategias que permitan ver las matemáticas de forma significativa, es decir, ampliar las perspectivas que permitan a los estudiantes complejizar los significados asociados a los procesos y objetos matemáticos en diversos contextos. Siendo que, es necesario resaltar el rol que toma el docente en dicho proceso, dado que es el responsable de orientar de forma correcta los posibles caminos que se tomen para entender la problemática y más aún, proponer de manera acertada, posibles estrategias que permitan mediante las matemáticas afirmar o solucionar una problemática específica. Por lo cual, a partir de la presentación de nuestra problemática "La influencia de la contaminación del rio Bogotá sobre el rio Magdalena" se formulara una estructura general enfocada en mostrar como a partir de la matematización, se pueden proponer estrategias que permitan comprender y analizar diversas perspectivas vinculadas al análisis de problemáticas medio ambientales, y así dotar de uso y significado los procesos matemáticos que se implementan en dicha solución, esto, como una alternativa diferente en la enseñanza aprendizaje de las matemática.

Siendo así que, para la explicación de la problemática medioambiental se considera pertinente, comenzar aludiendo a los datos expuestos por la Corporación Regional de Cundinamarca (CAR), en donde en primera instancia, se establecen parámetros los cuales son útiles para medir la calidad del agua superficial, mediante la integración de variables que categorizan los valores tomados, para luego establecer el estado de la calidad del agua y así finalmente determinar señales que alerten sobre las condiciones generales en la que se encuentra el agua que se consume en ciertas zonas, especialmente en las aledañas al Río Bogotá y al Río Magdalena.

Tabla 2 Descriptores de Calidad del ICA

Categorías de valores que puede tomar el indicador	Calificación de la calidad del agua	Señal de alerta
0,00 – 0,25	Muy mala	Rojo
0,26 – 0,50	Mala	Naranja
0,51 – 0,70	Regular	Amarillo
0,71 – 0,90	Aceptable	Verde
0,91 – 1,00	Buena	Azul

Fuente: IDEAM – 2011

Teniendo en cuenta la información mostrada en la tabla anterior, es pertinente aclarar que los datos están categorizados en intervalos, los cuales son medidos sobre porcentajes, por lo que permite interpretar que:

- Si los valores encontrados se establecen dentro de los intervalos 0,00 - 0,25 la clasificación del agua es muy mala y se marca con el color rojo.
- Si los valores encontrados se establecen dentro de los intervalos 0,26 - 0,50 la clasificación del agua es mala y se marca con el color naranja.
- Si los valores encontrados se establecen dentro de los intervalos 0,51 - 0,70 la clasificación del agua es regular y se marca con el color amarrillo.
- Si los valores encontrados se establecen dentro de los intervalos 0,71 - 0,90 la clasificación del agua es aceptable y se marca con el color verde.
- Si los valores encontrados se establecen dentro de los intervalos 0,91 - 1,00 la clasificación del agua es buena y se marca con el color azul.

Ahora bien, es importante reconocer que los diferentes factores contaminantes que se miden para indicar el estado de la calidad del agua, se basan en valores que se estiman

mediante siete variables, que a partir de los cálculos establecidos por el instituto colombiano agropecuario ICA, la establecen como “peso de importancia”, y se expresan como una frecuencia relativa, mostrados en la siguiente tabla:

Tabla 1 Variables Involucradas en el Cálculo del ICA

Variable	Expresada como	Peso de Importancia
Oxígeno Disuelto (OD)	% Saturación	0.16
Sólidos en Suspensión	mg/l	0.14
Demanda Química de Oxígeno (DQO)	mg/l	0.14
Conductividad Eléctrica	μS/cm	0.14
Relación N total/ P total	(mg/l)/(mg/l)	0.14
pH	Unidades de pH	0.14
Coliformes Fecales	NMP/100ml	0.14

Fuente: IDEAM – 2013

La información suministrada a continuación es recuperada de la página oficial de la CAR, en donde hacen referencia a las correspondientes variables mostradas anteriormente con su respectiva descripción, de igual manera los pesos que se establecen son dictaminados por la normativa de la institución, siendo que es importante mencionar, que a dichas variables se les asigna un valor de importancia en la medición general de la calidad del agua:

- Oxígeno disuelto (% saturación): Esta variable tiene el papel biológico fundamental de definir la presencia o ausencia potencial de especies acuáticas. Peso de importancia 0.16.

- Sólidos suspendidos totales (mg/l): La presencia de sólidos en suspensión en los cuerpos de agua indica cambio en el estado de las condiciones hidrológicas de la corriente. Dicha presencia puede estar relacionada con procesos erosivos, vertimientos industriales, extracción de materiales y disposición de escombros. Tiene una relación directa con la turbiedad. Peso de importancia 0.14.

- Demanda química de oxígeno (mg/l): Refleja la presencia de sustancias químicas susceptibles de ser oxidadas en condiciones fuertemente ácidas y alta temperatura, como la materia orgánica, ya sea biodegradable o no, y la materia inorgánica. Peso de importancia. Peso de importancia 0.14.

- Conductividad eléctrica (μS/cm): Está íntimamente relacionada con la suma de cationes y aniones determinada en forma química, refleja la mineralización. Peso de importancia 0.14.

- Relación Nitrógeno Total/Fósforo Total (mg/l)/(mg/l): Mide la degradación por intervención antrópica, es una forma de aplicar el concepto de saprobiedad empleado para cuerpos de agua lénticos (ciénagas, lagos, etc.) como la posibilidad de la fuente de asimilar carga orgánica; es una relación que indica el balance de nutrientes para la productividad acuícola de las zonas inundables en los ríos neotropicales. Peso de importancia 0.14.

- Potencial de Hidrogeniones (pH): Mide la acidez, valores extremos pueden afectar la flora y fauna acuáticas. Peso de importancia 0.14.

- Coliformes fecales (Niveles maximos en miligramos por litro NMP/100ml): Representa la contaminación por materia orgánica procedente de actividades antrópicas. Peso de importancia 0.14.

Una vez identificadas las variables causantes del problema con sus respectivos valores cuantitativos, se procede a mencionar los métodos que se van a ejecutar para llevar a cabo nuestro planteamiento desde la perspectiva de la matematización. En primer momento se empleará el modelo de regresión lineal múltiple, el cual nos permitirá establecer una relación directa entre las variables independientes (Afluente Río Bogotá y confluencia Río Sumapaz con el río Magdalena, antes del aporte del río Bogotá), con la variable dependiente (Confluencia río Bogotá al río Magdalena).

Las muestras corresponden específicamente en la desembocadura del río Bogotá en el río Magdalena cuenca baja del río Bogotá (muestra 1), la siguiente, la corriente principal del rio Magdalena antes del aporte del rio Bogotá (muestra 2) y la confluencia entre ambos ríos (muestra 3), Como se observa en la imagen a continuación:



Fuente: Google Earth

Luego de estos tres puntos estratégicos se procede hacer la respectiva recolección de datos, para así realizar una serie de tiempo, puntualmente en el intervalo que inicia desde el año 2014 y finaliza en el año 2021 (Datos suministrados por la CAR).

Analizando los datos encontrados, se evidencia que para obtener los valores de la calidad del agua de la muestra 2 (corriente principal del rio Magdalena, antes del aporte del rio Bogotá) hay que tener en cuenta el afluente del rio Sumapaz, ya que los puntos de medición establecidos por la CAR, lo involucran directamente. Siendo así que, a partir de los puntos más cercanos de medición de la calidad del agua, se calcula una media ponderada, entre la confluencia del rio Sumapaz con la corriente principal del rio Magdalena, para así poder encontrar los datos de la muestra 2. Cabe aclarar que fue necesario tener en cuenta los puntos donde se generaron las mediciones, los cuales vienen dados por coordenadas, como se representa en la siguiente imagen:



Fuente: Google Earth

Para calcular la media ponderada se estimaron distancias desde los puntos de medición, hasta la confluencia de ambos ríos, siendo así que mediante la siguiente fórmula matemática se completaron los datos de la tabla obtenida.

Estimación de las distancias respecto a la confluencia de ambos rios expresado en (m)	
Punto de Medición 2	Punto de Medición 1
921,93	432,74

Fuente: Elaboración Propia

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i}}$$

Donde:

m_i: *Es la calidad del agua en dicho punto de medición.*

d_i: *Es la estimación de la distancia respecto a dicho punto.*

Debido a que los datos recolectados para realizar la serie de tiempo, en algunos años eran obtenidos en una periodicidad semestral y en otros años en una periodicidad anual, se procedió a calcular un promedio anual de la confluencia del rio Sumapaz y el rio Magdalena, antes del aporte del rio Bogotá. A continuación, se muestra la tabla donde se encuentra consignada la información antes descrita:

Año	Puente Variante	Río Sumapaz	Medio Ponderada	Promedio confluencia Río Sumapaz y Río Magdalena, antes del aporte del Río Bogotá
2014 - I	0,46	0,54	0,51	0,55
2014 - II	0,56	0,6	0,59	
2015 - I	0,59	0,71	0,67	0,61
2015 - II	0,48	0,59	0,55	
2016 - I	0,47	0,46	0,46	0,46
2016 - II				
2017 - I	0,47	0,48	0,48	0,57
2017 - II	0,65	0,67	0,66	
2018 - I	0,53	0,56	0,55	0,49
2018 - II	0,41	0,43	0,42	
2019 - I	0,33	0,58	0,5	0,57
2019 - II	0,68	0,8	0,76	
2020 - I	0,74	0,59	0,64	0,64
2020 - II				
2021 - I	0,64	0,55	0,58	0,58
2021 - II				

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta la información presentada en la tabla anterior y con la finalidad de construir otra tabla en la que se comprendieran mejor los datos mostrados, y manteniendo entre todos una misma periocidad de medición, se presenta la siguiente tabla, en la cual se especifica los valores correspondientes a los datos a estudiar. Muestra 1, promedio afluente rio Bogotá, Muestra 2, promedio confluencia rio Sumapaz y río Magdalena, antes del aporte del rio Bogotá. Muestra 3, promedio confluencia río Bogotá río Magdalena. Como se muestra a continuación:

Año	Promedio Confluencia Río Bogotá Río Magdalena	Promedio afluente Río Bogotá	Promedio confluencia Río Sumapaz y Río Magdalena, antes del aporte del Río Bogotá
2014	0,42	0,35	0,55
2015	0,5	0,21	0,61
2016	0,32	0,22	0,46
2017	0,46	0,31	0,57
2018	0,46	0,35	0,49
2019	0,43	0,41	0,57
2020	0,61	0,45	0,64
2021	0,53	0,43	0,68

Fuente: Elaboración Propia

Ahora sí, organizando en la tabla los datos recolectados y manteniendo un mismo periodo de tiempo en las tres variables, se procede a realizar un modelo de regresión lineal múltiple, el cual nos permitirá identificar la relación de dichos datos a partir del planteamiento de las hipótesis como se muestra a continuación:

Hipótesis nula H_0***:*** No existe relación entre las tres variables contempladas (confluencia río Sumapaz y río Magdalena, afluente río Bogotá, confluencia río Bogotá y río Magdalena).

Hipótesis alternativa H_1***:*** Existe relación entre las tres variables contempladas (confluencia río Sumapaz y río Magdalena, afluente río Bogotá, confluencia río Bogotá y río Magdalena).

Ya establecidas las hipótesis en las cuales se basará el análisis y teniendo presente el modelo del cual nos apoyaremos, se procedió a utilizar la herramienta digital Excel, para llevar a cabo dicho modelo, donde al momento de digitar los datos se obtuvieron los siguientes resultados de la regresión.

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple	0,871992108
Coeficiente de determinación R^2	0,760370237
R^2 ajustado	0,664518332
Error típico	0,049626554
Observaciones	8

Fuente: Elaboración Propia

De acuerdo a la base de datos presentada anteriormente y realizado en ella la correlación lineal múltiple, se cree pertinente describir que significan cada uno de los valores que se muestra en la estadística de la regresión; el coeficiente de correlación múltiple (0, 87199) indica que tanto se asocian las variables independientes con la dependiente, por lo que el valor calculado debe estar dentro del rango 0 hasta 1, es decir, $0 < R < 1$, cuando el valor se acerque al 1 existirá una mayor relación entre las variables y entre más este se aleje al 1 la relación disminuirá; el coeficiente de determinación R^2 (0,760370) en este caso no se considera relevante, debido a que su exactitud es más precisa en el análisis de regresión lineal simple, por lo cual al estar trabajando con un modelo de regresión lineal múltiple se considera más apropiado recurrir al R^2 ajustado (0,664518) el cual nos indicara el porcentaje de confiabilidad de dicho modelo planteado, simplemente por el hecho de que este se ajusta con mayor precisión a la varianza de los datos sin importar la cantidad de variables que se añadan, normalmente los dos valores descritos anteriormente se denotan en porcentajes; el error típico (0,0496265) señala que tanto se desvían los datos con respecto al promedio y finalmente las observaciones (8) se refieren a la cantidad de los valores que se tomaron para hacer el análisis. Aclarado esto, ahora si se deduce que las variables seleccionadas tienen un 87% de correlación múltiple entre ellas, el cual es un considerable porcentaje para decir que hay una evidente relación entre estas, por otro lado el coeficiente de determinación se encuentra en un 76% y el ajustado en 66%, lo que indica que existe una relación entre las tres variables (confluencia río Sumapaz y río Magdalena, afluente río Bogotá, confluencia río Bogotá y río Magdalena), es decir, en tal caso que variaran las variables independientes, automáticamente la variable dependiente lo hará de igual manera.

	Coeficientes
Intercepción	-0,196899903
Variable X 1	0,285606653
Variable X 2	1,007962161

Fuente: Elaboración Propia

Teniendo en cuenta el R^2 obtenido de la estadística de regresión, el cual tendrá un 66% de confiabilidad, siendo aceptable, se puede establecer el siguiente modelo a partir de los coeficientes

$$\overline{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \cdots + b_n \cdot x_n$$

Donde b_0 es reemplazado por el valor de la intercepción, el coeficiente b_1 por el valor de la variable x_1 y el coeficiente b_2 por el valor de la variable x_2, obteniendo así que el modelo que describe el análisis realizado es el siguiente:

$$\overline{y} = -0{,}196899 + 0{,}285606 \cdot x_1 + 1{,}007962 \cdot x_2$$

F crítico	5,786135043

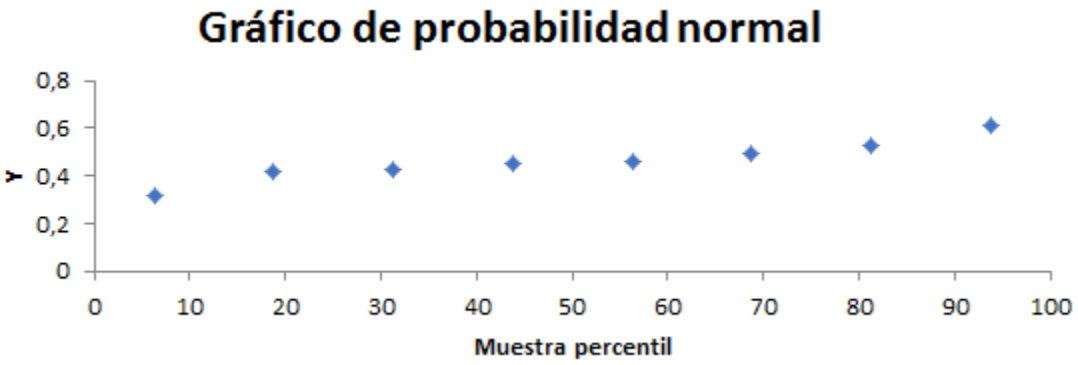
F	*Valor crítico de F*
7,932760816	0,028109421

Fuente: Elaboración Propia

Según los resultados obtenidos:

F Calculado > F crítico: se rechaza la hipótesis nula.

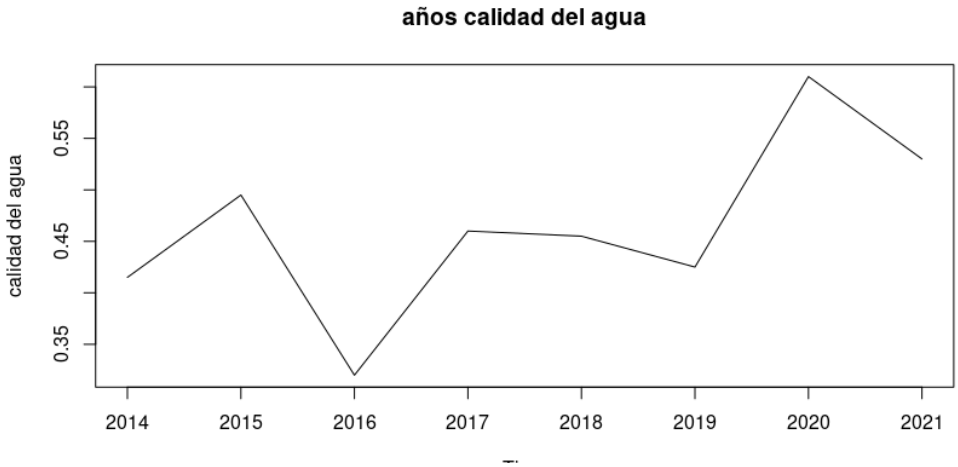
Por lo cual, con la muestra tomada y con un 95% de confiabilidad se rechaza la hipótesis nula, es decir existe relación entre las tres variables contempladas (confluencia río Sumapaz y río magdalena, afluente río Bogotá, confluencia río Bogotá y río Magdalena).



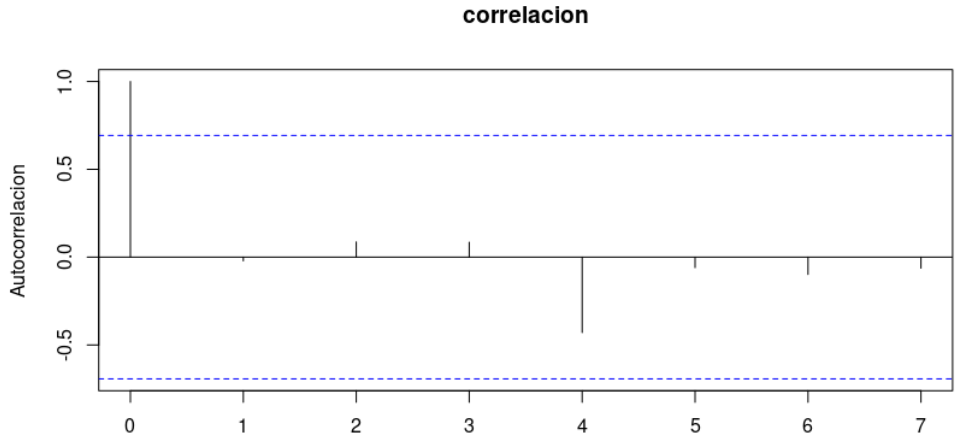
Fuente: Elaboración Propia

En el gráfico anterior, se puede observar cómo se relacionan las tres variables en la serie de tiempo establecida y como está con el transcurso de los años ha tenido un crecimiento leve y limitado en cuanto a la calidad del agua, sin embargo, no deja de ser alarmante que en ninguno de los años se vea alguna mejora, por el contrario, hay un aumento en la contaminación de los tres puntos seleccionados estratégicamente, los cuales son claves para evidenciar la afectación de la desembocadura del río Bogotá al río Magdalena.

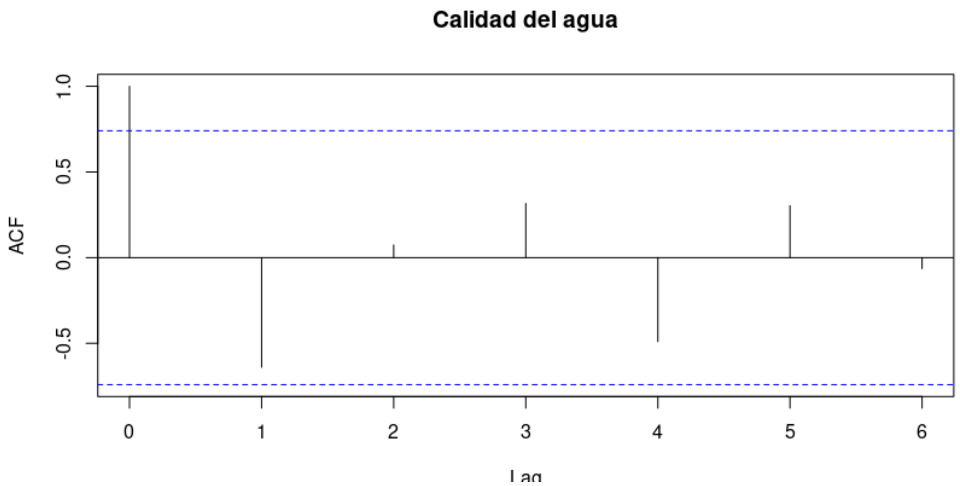
Ahora bien, teniendo en cuenta las tendencias que se han venido presentando en dichos años, se hará uso del modelo Arima, el cual permitirá hacer una predicción con base a los datos con los que ya se cuentan, es decir desde el año 2014 - 2021, para luego así, dar un diagnóstico de cómo se encontrará la calidad del agua para los siguientes años. A continuación, se muestra el grafico que representa los índices de la calidad del agua en la periocidad establecida:



Por lo cual apoyándonos en la herramienta digital R-studio, se generarán las predicciones de la calidad del agua para los próximos dos años de la confluencia del río Bogotá y el río Magdalena, siendo así que, en primera instancia es importante realizar un análisis general de los datos, donde se evidencie si estos se acoplan al modelo planteado, por lo que a partir del grafico de correlación que se muestra a continuación se puede decir que:



El coeficiente de correlación (r) , mide el grado de asociación lineal que existe entre dos o más variables, siendo que para el análisis e interpretación de la correlación en primer lugar se deben tomar datos de por lo menos dos variables, la variable que se va a predecir (y) y la variable que se utilizará como entrada (x) de la ecuación de regresión. Cabe señalar que el valor de r puede estar entre -1 y 1, sin embargo, cuando el valor de r = 0 , se afirma que no existe correlación entre las variables y cuando se acerca a -1 ó 1 se afirma que existe una relación inversa o directa entre las variables. Teniendo así que, en este caso, la variable independiente (Años), nos ayuda a predecir el comportamiento de la variable dependiente (Calidad del agua), en donde la gráfica de auto correlación sobre la calidad del agua, indica que hay solamente 1 barra que supera significativamente el rango estimado, pues la única barra que lo sobrepasa es la primera, pero no es una diferencia considerable, en comparación con el resto de las barras que si se encuentran dentro del rango estimado.



Por otro lado, el ACF es una herramienta útil al momento de observar el comportamiento de una serie de tiempo, ya que permite medir si los valores previos contienen mucha relación acerca del próximo valor. Se observa que en un principio no hay estacionalidad, pues el primer dato sobresale del rango (-0.7 - 0.7), lo cual indica que dicha estacionalidad no es tan probable, como a partir de la segunda barra, no obstante, a pesar de que las barras estén dentro del rango, no se puede establecer con claridad y exactitud una similitud entre sus longitudes, por lo que no es viable hasta el momento mencionar una predicción.

En este orden de ideas, se considera pertinente identificar si los valores son estacionarios para poder realizar la predicción en el modelo Arima, es decir, determinar una

estacionalidad entre los datos. Por lo cual, se procede a ejecutar el test de Box-Ljung el cual permite analizar si en dichos datos se establece estacionalidad o no, a partir del condicional denominado “ruido blanco” siendo que este, dados sus intervalos permite establecer a partir del P-value obtenido del test, si hay o no estacionalidad, donde si es mayor a 0,05 hay ruido blanco, por ende, existe estacionalidad, si por el contrario es menor a 0,05 no hay ruido blanco, lo cual describe que no hay estacionalidad.

Hipótesis nula H_0***:*** Ruido blanco

Hipótesis alternativa H_1:No hay ruido blanco

```
        Box-Ljung test

data:  residuals(modelo1)
X-squared = 0.00075176, df = 1,
p-value = 0.9781
```

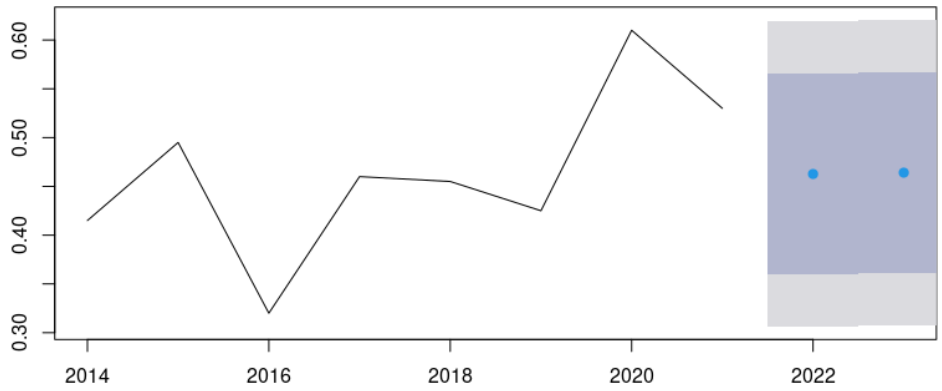
Ya que los resultados obtenidos por el programa evidencian que el p-value > 0.05, no se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto, al presentarse estacionalidad entre los datos, se procede a dictaminar un pronóstico para los siguientes dos años sobre los índices de la calidad del agua:

```
data:  residuals(modelo1)
X-squared = 0.00075176, df = 1, p-value = 0.9781

     Point Forecast     Lo 80     Hi 80     Lo 95     Hi 95
2022      0.4626826 0.3600239 0.5653414 0.3056796 0.6196857
2023      0.4640428 0.3613406 0.5667449 0.3069734 0.6211121
```

Fuente: Elaboración Propia

Se resalta que los valores obtenidos hacen referencia a los intervalos propuestos en la tabla de descriptores de la calidad del agua (Fuente: IDEAM - 2011), siendo así que al haber realizado la predicción aplicando el Modelo Arima, se tiene la siguiente gráfica:



Donde con un 95% de confianza la calidad del agua en la confluencia del río Magdalena y el río Bogotá para el año 2022 estarán entre un valor de 0,3056 - 0,6196, (Intervalo regular y mala calidad del agua) y para el año 2023 se encontrará entre un valor de 0,3069 - 0,6211 , (Intervalo regular y mala calidad del agua) respectivamente.

De igual manera, con un 80% de confianza la calidad del agua en la confluencia del río Magdalena y el río Bogotá para el año 2022 estarán entre un valor de 0,3600- 0,5653, (Intervalo regular y mala calidad del agua) y para el año 2023 se encontrará entre un valor de 0,3613 - 0,5667, (Intervalo regular y mala calidad del agua) respectivamente.

Es decir que la calidad del agua para los próximos años si se mantiene esta tendencia, sería mala o regular, siendo esto un aspecto importante a observar, dado que esta predicción nos permite identificar el alcance de dicha problemática para los próximos años, haciendo evidente la necesidad de implementar acciones que promuevan e incentiven la pronta mejora de la calidad del agua y por consiguiente el comportamiento del fenómeno.

Por otro lado es acertado poner en consideración un análisis de datos de un caso en específico donde se pueda identificar la relación que existe entre la mala calidad del agua y las enfermedades que esta genera, como una consideración influyente y acertada en todo el proceso que se ha venido realizando, ya que involucra directamente la calidad del agua y la salud de los seres humanos, lo que permite tomar conciencia de la importancia de la problemática abordada, y por ende fomentar implícitamente un aprendizaje significativo de las matemáticas.

Para este punto se tomará en cuenta el estudio realizado por el Instituto Nacional de Salud sobre "Relación de la calidad del agua para consumo humano con la incidencia de enfermedad diarreica aguda en Colombia, 2017". Donde a partir de tablas de datos, se establecieron mediante percentiles, relaciones entre la calidad del agua en diferentes municipios de Colombia y la incidencia de enfermedades diarreicas agudas registradas en dichos municipios. Siendo así que a partir de dicho estudio se pudo establecer que:

Tabla 1. Relación IRCA e incidencia EDA, Región Andina, Colombia, 2017.

SIVIGILA - Incidencia casos de Enfermedad Diarreica Aguda x 100.000 Hab — Percentiles	SIVICAP - Índice de Riesgo de la calidad de Agua para Consumo - IRCA				
	Sin riesgo	Bajo	Medio	Alto	Inviable
100	Antioquia (26), Boyacá (3), Caquetá (1), Cundinamarca (15), Quindío (1), Risaralda (3), Santander (8), Tolima (6)	Antioquia (2), Boyacá (4), Caquetá (1), Cundinamarca (6), Norte de Santander (5), Quindío (2), Santander (9), Tolima (2)	Antioquia (2), Boyacá (13), Caldas (3), Caquetá (1), Cundinarmca (8), Huila (2), Norte de Santander (4), Risaralda (1), Santander (2), Tolima (2)	Boyacá (11), Caldas (4), Caquetá (1), Huila (7), Norte de Santander (1), Santander (1), Tolima (2)	
75	Antioquia (24), Boyacá (1), Cundinamarca (12), Quindío (2), Risaralda (3), Santander (6), Tolima (2)	Antioquia (3), Boyacá (4), Caquetá (2), Cundinamarca (8), Norte de Santander (1), Quindío (2), Santander (7), Tolima (2)	Antioquia (2), Boyacá (11), Caquetá (2), Cundinamarca (9), Huila (1), Norte de Santander (8), Tolima (3)	Boyacá (14), Caldas (5), Huila (8), Norte de Santander (1), Santander (1), Tolima (4)	
50	Antioquia (26), Boyacá (4), Cundinamarca (11), Norte de Santander (1), Quindío (1), Risaralda (3), Santander (7), Tolima (2)	Antioquia (3), Boyacá (2), Caquetá (3), Cundinamarca (5), Norte de Santander (2), Quindío (1), Santander (7), Tolima (2)	Antioquia (1), Boyacá (12), Caquetá (1), Cundinamarca (12), Norte de Santander (5), Santander (6), Tolima (4)	Antioquia (1), Boyacá (13), Caldas (8), Cundinamarca (1), Huila (10), Norte de Santander (3), Santander (1), Tolima (5)	
25	Antioquia (22), Boyacá (4), Cundinamarca (7), Quindío (1), Risaralda (4), Santander (6),	Antioquia (5), Boyacá (8), Caquetá (1), Cundinamarca (9), Quindío (1), Santander (7), Tolima (4)	Antioquia (3), Boyacá (8), Caldas (1), Caquetá (2),Cundinamarca (13), Huila (2), Norte de Santander (7), Quindío (1), Santander (6), Tolima (5)	Antioquia (1), Boyacá (11), Caldas (6), Caquetá (1), Cundinamarca (1), Huila (7), Norte de Santander (2), Santander (1), Tolima (3)	

Fuente: Instituto Nacional de Salud (2017)

Cabe resaltar, que los parámetros que se utilizan para medir la calidad del agua en dicho estudio; son los mismos en los cuales se basa nuestro análisis, por lo cual, es viable considerar que a partir de la información suministrada en la tabla anterior, y teniendo en cuenta en este caso específico los municipios que superaron el 50% del percentil, en incidencia de casos de enfermedades diarreicas agudas por 100.000 habitantes, es decir en los municipios donde fue más reiterativa esta enfermedad, se procederá a realizar una prueba Chi-cuadrado, en la cual se pueda identificar si existe una presunta relación de dependencia entre estas dos variables (Municipios que superaron el percentil – Mala calidad del agua). Esto con la finalidad de evidenciar, si la mala calidad del agua posiblemente sea un factor causante de enfermedades, dando relevancia a la necesidad de un cuidado y mejora del agua en pro del bienestar y la salud humana.

Para esto se utiliza la herramienta R-Studio, la cual a partir de la base de datos construida con la información recopilada de los municipios que superaron el percentil con su respectivo indicador de calidad del agua, permite generar los respectivos cálculos. A continuación, se muestra un pequeño fragmento de dicha base, en total se encuentran consignados 633 datos los cuales se refieren a los diferentes departamentos:

	Departamento	Calidad del agua
1	Antioquia	Sin riesgo
2	Antioquia	Sin riesgo
3	Antioquia	Sin riesgo
4	Antioquia	Sin riesgo
5	Antioquia	Sin riesgo
6	Antioquia	Sin riesgo
7	Antioquia	Sin riesgo
8	Antioquia	Sin riesgo
9	Antioquia	Sin riesgo
10	Antioquia	Sin riesgo
11	Antioquia	Sin riesgo
12	Antioquia	Sin riesgo

Fuente: Elaboración Propia

Posterior a eso se prosigue a establecer las hipótesis de la prueba que se realizará, en donde existirán dos hipótesis que se describen a continuación

Hipótesis nula H_0: Los municipios que superaron el percentil en incidencia de enfermedades diarreicas agudas son independientes de la calidad del agua.

Hipótesis alternativa H_1: Los municipios que superaron el percentil en incidencia de enfermedades diarreicas agudas, son dependientes de la calidad del agua.

Establecidas las hipótesis se ejecuta el comando (script) de la prueba Chi-cuadrado, en la herramienta R-Studio, en donde se obtuvieron los siguientes resultados:

```
        Pearson's Chi-squared test

data:  Departamento and Calidad del agua
X-squared = 256.68, df = 33, p-value < 2.2e-16
```

Fuente: Elaboración Propia

Antes de dar la justificación de los resultados, es necesario mencionar que los grados de libertad en este caso son 33 de acuerdo a la cantidad de columnas y filas con las que cuenta la base de datos y el valor de significación establecido en $\alpha = 0.05$ lo cual quiere decir que el riesgo que se estima de que la prueba de las dos variables ya mencionadas no sean independientes es del 5%. Como se puede observar en los resultados obtenidos por el programa, el P-value (2.2e-16) es un valor inferior al establecido en alpha (0.05), P-value < 0.05, lo cual cuenta con lo necesario para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, es decir, los municipios que superaron el percentil en incidencia de enfermedades diarreicas agudas, son dependientes de la calidad del agua.

Con lo anterior es válido volver a resaltar la importancia trascendental que tiene el desarrollo de dicho trabajo, y mostrarse a la vez como una de las tantas razones en las cuales se transmite el mensaje de la necesidad de promover actividades de impacto que puedan contribuir en la formación de los estudiantes, en relación con las matemáticas.

En este orden de ideas, es conveniente resaltar que a partir del desarrollo de este documento, nos pudimos percatar que, el rol del profesor de matemáticas en la sociedad es fundamental, ya que, con el presente trabajo se puede observar cómo a partir de la enseñanza de las matemáticas se presenta una alternativa que ofrece distintas maneras de poder comprender el mundo que habitamos y/o el entorno que nos rodea, enfatizando en problemáticas reales que sean significativas para la sociedad, y que tenga un impacto positivo o negativo directo, como lo son en este caso específico, una situación problema relacionada con el medioambiente, debido a que estas problemáticas en la actualidad están tomando un enfoque importante por su necesidad de mejora. Dicho lo anterior, se señala que todo lo mencionado parte desde nuestra perspectiva, como un resultado de nuestra experiencia de formación como futuros docentes de matemáticas, siendo un aporte enfocado en mejorar dicha formación a partir de la relevancia que puede tomar la implementación de procesos de matematización constructora de mundo en la enseñanza de las matemáticas.

De modo que a partir de una problemática se puedan relacionar las matemáticas y la realidad, permitiendo analizar y comprender desde una mirada más amplia y enfocada un contexto determinado, implicando el uso y significado de las matemáticas en ello, a través de un proceso arduo. Por lo que se considera oportuno proponerlo como una propuesta innovadora para la educación actual, como un proceso de enseñanza y aprendizaje significativo, un ejemplo de eso, puede ser la elaboración de este trabajo, en donde dos estudiantes para profesores de matemáticas tuvieron una inquietud sobre cómo las matemáticas podrían ayudar y servir como herramienta que permitiera comprender de forma más acertada y objetiva lo que acontece según una problemática de la actualidad, en este caso, como la contaminación del río Bogotá influye directamente en la contaminación del río Magdalena dada su desembocadura, en donde posterior a ello debido a la recolección de información de diferentes fuentes que se especializaban en el tema y a partir del uso y la aplicación de modelos estocásticos y deterministas se verificó que la problemática era real y se afirmaron las especulaciones en las que se originó todo.

7. Conclusiones y Recomendaciones

Recopilando todo el trabajo realizado, se puede observar como a partir de la matematización, se analizó de forma detallada una problemática de impacto actual, la cual en específico está relacionada con el medio ambiente y sus consecuencias, por lo que, gracias a los modelos deterministas y estocásticos implementados (Análisis de regresión lineal, Modelo Arima, Prueba Chi-cuadrado etc.), se verifico mediante esquemas vinculados a la matematización del fenómeno, la existencia de dicha problemática y algunas consecuencias en cuanto a la salud se trata, esto debido al porcentaje de confiabilidad que se concluyeron en cada uno de los modelos planteados, lo cual desde una postura de la enseñanza, permite evidenciar como a partir de las matemáticas se puede comprender y analizar una problemática que involucra un contexto social determinado, dotando implícitamente de uso y significado el aprendizaje de las matemáticas. Consecuente a ello, en nuestro caso específico, se pudo identificar que a partir de los esquemas deterministas y estocásticos, fue posible realizar un estudio del fenómeno, en donde se observó e identificó características en las cuales mediante la estructura de los modelo implementados, se puede ver plasmada la relación que tiene cada uno de ellos con el mundo real, en otras palabras, es la incorporación

de las matemáticas en el plano de lo real, en donde cada elemento que aparece en el modelo tiene un significado al momento de efectuarlo, es por esto que dichos modelos fueron herramientas útiles que permitieron señalar la existencia de la relación entre la contaminación del rio Bogotá y el río Magdalena, es decir, al estar relacionadas las variables, el incremento de la contaminación del primer río, indudablemente genera un impacto negativo directo en el estado del otro, denotando la necesidad de mejorar de forma rápida y acertada esta problemática, ya que no solo afecta a un contexto social local, sino que se extiende a muchos lugares.

Siendo que, la contaminación en los ecosistemas acuáticos colombianos es una realidad que no se desconoce ante la sociedad, sin embargo, no se da la importancia que se merece, como tampoco el hecho del impacto negativo que genera el mal uso que los seres humanos les dan a sus propios entornos, quienes se llegan a ver afectados directamente como se expuso en apartados anteriores. Una realidad que genera mucha preocupación dado que parece no tener importancia en la actualidad. Lo anterior, se aborda específicamente en dos ríos, los cuales se consideran como algunos de los más importantes en Colombia según diferentes fuentes que lo aseguran como institutos nacionales (CAR, IDEAM, ICA, etc). Donde establecen, que dichos ríos son fuentes hídricas primordiales del territorio nacional, debido a lo que ofrecen en cuanto al abastecimiento por la confluencia con otros ríos secundarios, lo que muestra que a pesar de su aporte tan relevante y esencial para los colombianos, a la vista de la mayoría de sus habitantes, no se evidencia el respectivo cuidado que se le debe dar, dado que en su mayoría de veces, muchos desechos bien sea por desconocimiento o por falta de interés, van a parar a estos ecosistemas, generando una contaminación directa sin importar si se afecta la calidad de vida de las demás personas e incluso la de uno mismo.

En este caso, las comunidades que viven aledañas al río Magdalena, son quienes directamente se ven más perjudicadas, debido a la negligencia de la situación expuesta, pero basándose en los resultados obtenidos en las diferentes pruebas ejecutadas, se podría señalar que si el comportamiento sigue igual con el pasar del tiempo muchas más poblaciones estarán en esa posición, es por ello que se cree indispensable proponer estrategias y alternativas desde el ámbito de la educación, en donde se planteen situaciones de impacto medioambiental actual, que relacionen problemáticas con fenómenos que se identifiquen en

un determinado entorno de la comunidad, para así generar conciencia de algunas problemáticas y construir una base en pro del cuidado del medio ambiente.

En cuanto a lo discutido acerca de la formación del profesor de matemáticas, a partir de la postura del trabajo desarrollado y de igual manera desde nuestra propia experiencia, es inevitable detenerse a pensar sobre la dirección y/o ruta que debería tener el proceso de formación del docente, en donde sean cuestionables todos sus diversos enfoques, los cuales se podrán entender como los sistemas en los que se basa cada uno de los profesores para abordar prácticas y labores académicas que permitan alcanzar los objetivos propuestos desde un inicio con sus estudiantes, dejando claro su punto de partida y hasta donde espera llegar con ellos, para que así entre estos mismos, se pueda evidenciar una relación de competencias, habilidades y aptitudes que los individuos que conformen especialmente esta comunidad adquieran y puedan ser usados en pro del bien común de la sociedad, en otras palabras, que el profesor cuente con las capacidades necesarias para convertirse en el sujeto encargado de orientar y guiar a sus semejantes en el camino del desarrollo y el progreso en la construcción de una mejor sociedad, pero para eso, antes que nada, el docente debe ser quien en primera instancia sea consciente de su protagonismo, para poder así presentarse ante los demás como aquel ser social que puede proponer un cambio con base a los cimientos del futuro y el éxito, que se centran a todos los ámbitos relacionados en la educación.

Por tal razón realizar estos procesos de matematización que involucren situaciones problemas medios-ambientales de impacto actual desde la enseñanza de las matemáticas o la resolución de problemas, se podría considerar como una postura acorde y viable por parte de los docentes, debido que, dichos procesos permiten construir una perspectiva más amplia de la estrecha relación que tiene las matemáticas con el mundo real. Por lo cual, la formación del docente es crucial para superar la idea de modelación, para llegar a trabajar sobre la matematización constructora de mundo, que conlleve a encontrar significado a la matemática como actividad en el análisis de fenómenos y la manera como permite analizar diversas perspectivas de ello.

Desde nuestra postura como estudiantes del proyecto curricular Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, nos percatamos en el transcurso del desarrollo del presente documento, que el enfoque de la matematización permite comprender y posteriormente brindar soluciones a situaciones problemas que se

presentan en la cotidianidad, siempre y cuando se trace una ruta de trabajo en el cual se involucren todos los elementos necesarios y que a su vez haya una relación entre estos, es por lo anterior, que consideramos que el cambio o la transformación de la educación es un tema el cual debe ser priorizado y de igual forma se deben tomar decisiones inmediatas que estén dirigidas en pro de esta. La ideología sobre el cambio a la educación ha empezado, pero aún falta mucho camino por recorrer y ejecutar, posiblemente a largo plazo se vea reflejado lo que se manifiesta en este apartado, pero desde nuestra perspectiva mencionamos que el punto de partida se encuentra en generar significativos aportes al proceso de formación de profesores, para que desde un comienzo esta comunidad sea consciente de la responsabilidad que tendrá y el protagonismo en la sociedad de la cual es participe, de tal manera que la educación que reciban los estudiantes sea optima y de calidad, útil para entender y contribuir al desarrollo desde los diversos ámbitos.

8. Referencias Bibliográficas

BOYER, C. B. (1995): *Historia de las matemáticas*. México: Alianza editorial.

CAR. (2022). Base de datos de la CAR. *Boletines de Calidad Hídrica*. https://www.car.gov.co/vercontenido/2314

Durán, M. M. (2012). *El estudio de caso en la investigación cualitativa*. Revista Nacional de Administración

Zaldivar-Roja, D. J., Quiros-Rivera, A. S. y Medína-Ramírez, G. (2017). *La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes.* IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, vol. 8, núm. 15, 2017

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures.* Kluwer Academic Publishers

Forero Poveda, A. (2020). Procesos de modelación matemática en formación de profesores de matemáticas. *Revista de la Facultad de Ciencias*, *9*(2), 66–79. https://doi.org/10.15446/rev.fac.cienc.v9n2.86884

Macias-Becerra, E. D., Ordóñez-Hernández, L. S. y Forero-Poveda, A. (2022). *Matematización en procesos de generación de conciencia ambiental: un estudio en formación de profesores de matemáticas*. Revista Científica,43(1), 124-140. https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/17663

Castro Cifuentes, S. L., & Ortiz Lizarazo, J. P. (2015). Análisis ambiental en la zona de mezcla de la desembocadura del río Bogotá al río Magdalena

MEN. (2022). *Educación Ambiental Construir educación y país - Ministerio de Educación Nacional de Colombia::* (s/f). Gov.co. https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-90891.html

Procuraduría. (17 de octubre de 2013). Río Magdalena: Informe Social, Económico y Ambiental. *Procuraduría General de la Nación*. https://apps.procuraduria.gov.co/portal/Procuraduria-General_de_la_Nacion_presenta_informe_social__econ_mico_y_ambiental_del_r_o_Magdalena_en_Barranquilla__Atlantico_.news

Redacción El Tiempo. (23 de septiembre de 1993). El rio Bogotá envenena diariamente al Magdalena. *El Tiempo*. https://www.eltiempo.com/archivo/documento/MAM-228242

Ruiz, J. M. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, *47*(3), 1-8.

Muños Alberto, & Stanich Elba. (2005). *Condiciones para sustentabilidad del agua.* Rosario Argentina

Trigueros, M. (2009). *El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas*. Innovación Educativa.

Gaitán Morales Saraí de los Ángeles. (2018, 1 junio). nexos. Educación nexos. https://educacion.nexos.com.mx/importancia-de-la-formacion-docente-en-la-actualidad/

Vasilachis de Gialdino, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona, España: EditorialGedisa, S.A.

CARDOSO ESPINOSA, E. O. CERECEDO MERCADO, M. T. (s. f.). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Funes*. http://funes.uniandes.edu.co/25538/1/Cardoso2008El.pdf

Bentancor Biagas, J. G. (2017). *"La matematización: una mirada a las prácticas de enseñanza y evaluación de los docentes del Ciclo Básico de una zona Metropolitana de Montevideo*. Sisbibliotecas. https://sisbibliotecas.ort.edu.uy/file/4208

García Botero, T. (2004). *IMPACTO DE LA CALIDAD DEL AGUA DEL RÍO BOGOTÁ SOBRE EL RÍO MAGDALENA*. Repositorio Uniandes. https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/21302/u250709.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Maza Gómez, C. (1996). *El dibujo del embaldosado: Un ejemplo de matematización*. Redined. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/12917/089-096.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Instituto Nacional de Salud. (s/f). *Relación de la calidad del agua para consumo humanocon la incidencia de enfermedad diarreica aguda en Colombia, 2017*. Gov.co. Recuperado el 21 de abril de 2023, de https://www.ins.gov.co/sivicap/Documentacin%20SIVICAP/Enfermedades%20vehiculizadas%20por%20agua%202017.pdf#search=enfermedades%20por%20consumo%20de%20agua

El agua potable y el saneamiento básico en los planes de desarrollo. (s. f.). [Sitio web]. En *El estado del agua, el alcantarillado y los residuos sólidos en los municipios*. Procuraduría General de la Nación. https://www.procuraduria.gov.co/portal/media/file/parte3_agua.pdf

Andes, U. D. L. (2016, 2 febrero). *La cuenca del Magdalena-Cauca tiene una enfermedad crónica*. Universidad de los Andes - Colombia - Sitio oficial.

S. (2021, 17 diciembre). *¿Cómo está el río Bogotá a lo largo de su cuenca?* Semana.com Últimas Noticias de Colombia y el Mundo.