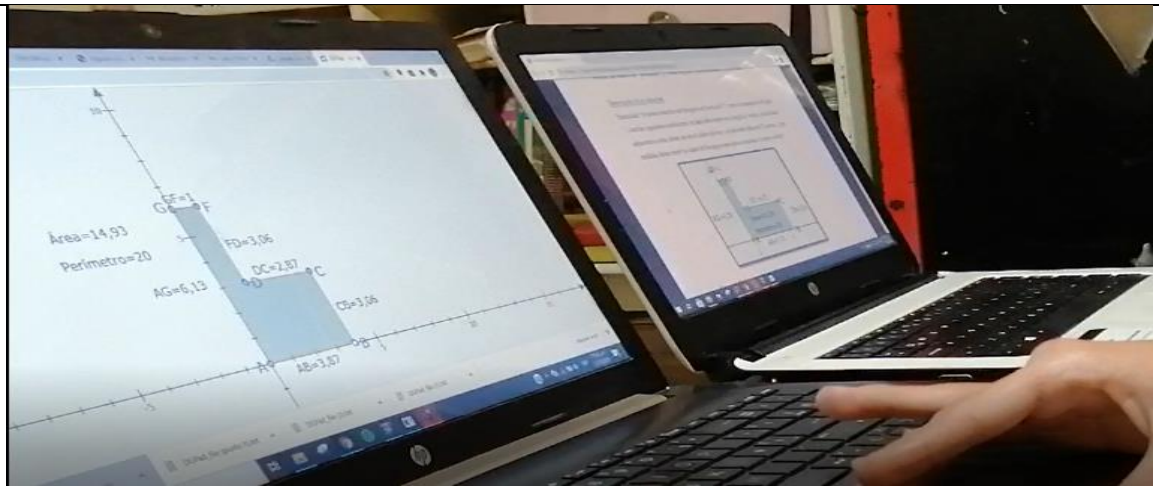
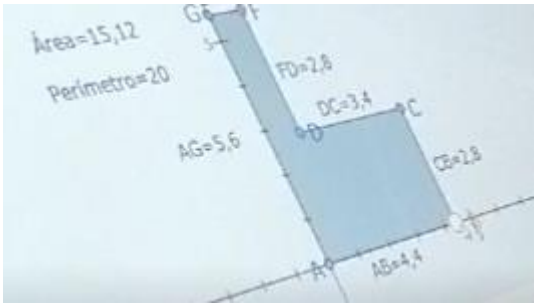
ANEXOS

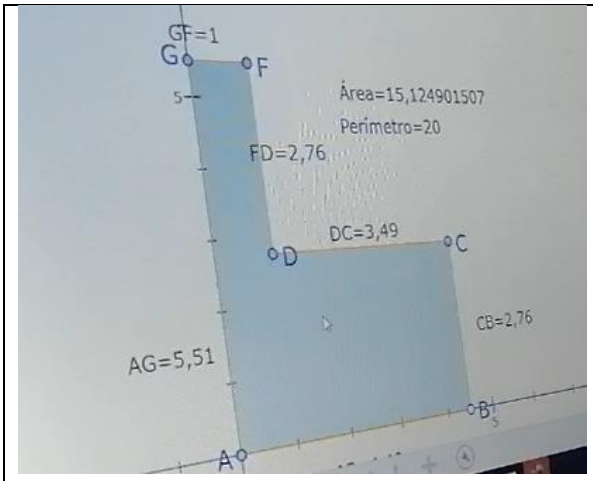
PILOTAJE 2

Actividad 1

1.	P: A continuación, se va trabajar la situación del hexágono, se muestra el enunciado de la situación que va acompañada de la construcción en DGPad. Por favor puede leer la situación.
2.	E2: Vale: Se desea construir un hexágono en forma de "L" como se muestra en la figura 1, con las siguientes condiciones: un lado debe tener como longitud 1 metro, los dos lados adyacentes a éste deben ser uno el doble del otro y el perímetro debe ser 20 metros. ¿Qué medidas deben tener los lados del hexágono para que su área sea la mayor posible?
3.	P: Para responder la pregunta ustedes cuentan con la construcción, lo primero que deberían hacer es verificar si las condiciones del enunciado del problema se cumplen dentro de la construcción, entonces si quieren pueden explorar moviendo los puntos de la construcción.
4.	E1: Las condiciones son las siguientes: Un lado debe tener como longitud un metro.
5.	P: En este caso ¿Qué lado tiene como longitud un metro?
6.	E2: el lado GF
7.	P: El lado GF listo
8.	E2: la figura se mueve y cambia los lados menos el DF, pero solo se mueve el punto B. (Los estudiantes intentan mover los puntos del hexágono, pero notan que el único punto que se puede arrastrar es el punto B)
9.	P: Qué otras condiciones deben cumplir la construcción
10.	E1: Que los dos lados adyacentes a este deben ser uno del doble del otro.
11.	P: Cuando nos dicen lados adyacentes ¿Cuáles serían en este caso?
12.	E2: Los lados adyacentes, serían AG y DF
13.	P: ¿Y cumplen la condición que es este caso sea uno del doble del otro?
14.	E2: Sí, siempre que se mueve la figura DF está en la mitad y AG es el doble.

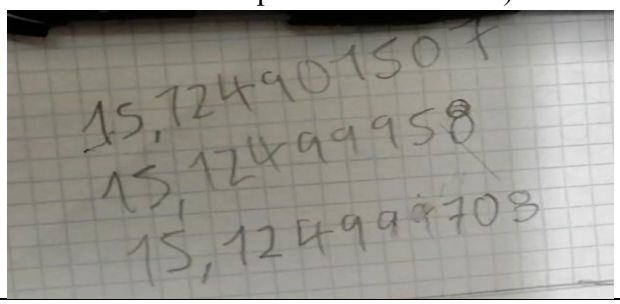
	 Los las condiciones planteadas en el enunciado
15.	P: ¿Dan alguna otra condición?
16.	E1: El perímetro debe ser de 20 metros sin importar que se mueva, el perímetro no tiene ningún tipo de cambio
17.	E2: siempre está igual
18.	P: Y ¿el área si va a cambiar cierto?
19.	E1, E2: Sí, el área va a cambiar
Los estudiantes al arrastrar todos los puntos del hexágono, concluyen a partir de las retroacciones del software que el único punto que se mueve es B y que siempre se cumplen las condiciones del enunciado.	
20.	P: Entonces, teniendo en cuenta esto y ya para responder a la pregunta, ¿Cuál es la pregunta del enunciado?
21.	E2: ¿Qué medidas debe tener los lados del hexágono para que su área sea la mayor posible?
22.	P: Listo entonces como ustedes se dan cuenta en la construcción ¿Qué se da? el área y el perímetro, cierto.
23.	E2: Sí.
24.	P: Entonces qué harían para responder la pregunta, es decir, que el área sea la mayor posible.
25.	E2: lo que podríamos hacer es mover el punto B y ver cómo varía el área y dónde está el punto máximo.
26.	P: Ok y en este caso, para ustedes ¿Cuál es el punto máximo?
27.	E2: Sería este que da 15,12 (como se muestra en la imagen)

28.	(Los estudiantes arrastran el punto B, hasta encontrar el valor más grande en el área 15,12)
29.	E2: Sería este que da 15,12 (como se muestra en la imagen
30.	(Los estudiantes arrastran el punto B, hasta encontrar el valor más grande en el área 15,12) 
31.	E1: No creo. Aumenta hasta 24 mira
32.	(Los estudiantes mueven el punto B)
33.	E2: 15.124, un poquito más hacia la derecha, creo que ahora, sí sería
34.	E1: Creo que ahí
35.	P: ¿Esa sería la mayor posible?
36.	E1 y E2: Sí
(Se observa que los estudiantes intentan encontrar perceptivamente la mayor área arrastrando el punto B y piensan haberla encontrado).	
37.	P: ¿Y si pudiéramos agrandar la figura? en ese sentido si le hacemos zoom que es cogiendo el cursor y entre los dos dedos expande la construcción. Si quieren anoten esa medida, que es la que consideran hasta el momento más grande del área
38.	E1: 15,124901507
EL estudiante mediante la acción del medio arrastra el punto B hasta obtener el valor descrito anteriormente como se muestra en la siguiente imagen,	

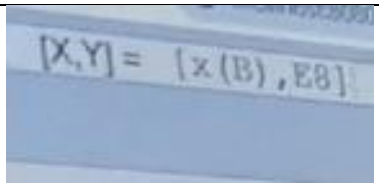


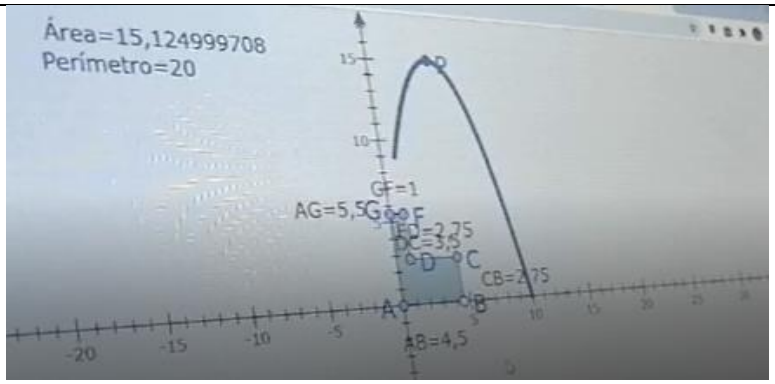
39.	P: Van a mirar si pueden encontrar una más grande ya que se le hizo zoom a la construcción, entonces si quieren deslicen el punto y realicen zoom Se encuentra una mayor ¿cierto.?
40.	E2: más o menos por acá
41.	E1: ahí ya disminuyó a 123
42.	E2:si lo movemos un poquito más seria este (Los estudiantes hacen referencia al número 15,12499958)
43.	E1: sí, ese sería el mayor posible
44.	P: ¿si le hiciéramos más zoom será que se puede encontrar una mayor?
45.	E2: sí probablemente
46.	E1: ¿ahí o más?
47.	P: si quieren anoten la medida que tienen ahorita y la comparan con la que encuentren E1: 15,12499958
(Los estudiantes buscan perceptivamente una medida mayor, arrastrando el punto B).	
48.	E2: no hay otra mayor
(El profesor induce al estudiante a una validación para que el estudiante cambie la acción de acomodar el punto B y encontré los valores aproximados)	
49.	P: ¿Si hacemos más zoom? Cuando haga zoom hay que seleccionar la flecha para poder mover la construcción y cuando no aparezca seleccionada. Por ejemplo, ahí sí miramos el valor del área

	 Los estudiantes hacen zoom
50.	E1: ahí disminuyó, no aparece la que teníamos
(Los estudiantes encuentran el valor de 15,124942014 al seguir arrastrando el punto B y al seguir haciendo zoom a la figura)	
51.	P: ¿Este valor que tienen ahorita es mayor a la que tienen ahorita?
52.	E1:no, es menor
53.	P: Se supone que esta fue la que copiamos ahorita y ustedes dicen esta medida con respecto a la que copiaron anteriormente es menor.
54.	E2:sí esta es menor y la que tenemos anotada es mayor.
55.	P: Sí ustedes miran la cantidad de decimales con respecto con la que están mostrando ahora tiene menos decimales
56.	E1: Si la nueva tiene un decimal más, esta tiene 8 y la de allá tiene 9
57.	P: Entonces en ese orden de ideas ¿Cuál es mayor?
58.	E1: La de acá [Haciendo referencia a la que apuntaron en el cuaderno]
59.	P: Sí hiciéramos zoom ¿se hallaría una más grande?
60.	E2: sí se encontró esta 15,124999708
(El profesor invita a verificar lo dicho por los estudiantes. Les pide retomar la tarea haciendo acciones como lo es realizando zoom y encontrar una mayor)	
61.	P: ¿si seguimos haciendo zoom ustedes creen que encontraríamos una más grande? ¿ustedes que creen?
(El profesor intenta que los estudiantes anticipen un suceso y así validar o invalidar creencias que estén forjando)	
62.	E2: Sí, se encontraría una más grande, sería como un bucle infinito entre más zoom se haga, más grande se puede encontrar un punto más exacto.
63.	P: Exacto, siempre vamos a poder encontrar una más grande.

(El profesor interviene validando lo dicho por los estudiantes.) 	
64.	P: Listo, entonces como ya miramos que siempre vamos a poder encontrar una medida del área más grande, vamos a proponer otra estrategia para encontrar el área mayor. vamos a crear un punto: este punto lo vamos a llamar punto P, si quieren puede reducir el zoom, como lo tenían antes, si se acuerdan cómo crear un punto
(Los estudiantes aumentaron los decimales e hicieron zoom para encontrar el área mayor de la figura, e invalidaron la estrategia utilizada en la fila 33 al darse cuenta que iban a encontrar un área mayor. A las registradas).	
65.	E1: si, le damos acá
(El estudiante le da clic izquierdo para crear el punto)	
66.	P: ¿se acuerdan cómo nombrar el punto?
67.	E1: sí, le damos acá y le ponemos la letra.
(Los estudiantes buscan en la barra de herramientas la A mayúscula  y lo nombran)	
68.	P: Toca cerrar la ventana para que no marque más
69.	P: Vamos abrir la calculadora del punto, ¿Cuál es el fin? relacionar el segmento que podemos mover ¿Cuál segmento podemos mover?
70.	E1: Como así
71.	P: Si movemos la construcción, o sea si movemos el punto B el segmento AB se mueve ¿Verdad?, entonces la idea es relacionar la longitud de ese segmento con el valor del área, entonces como ustedes se dieron cuenta, ¿Qué pasa a medida que yo arrastro la longitud de AB que pasa?
72.	E2: el área varía
73.	P: El punto me va ayudar a relacionar las dos cosas la longitud del lado AB con el valor del área

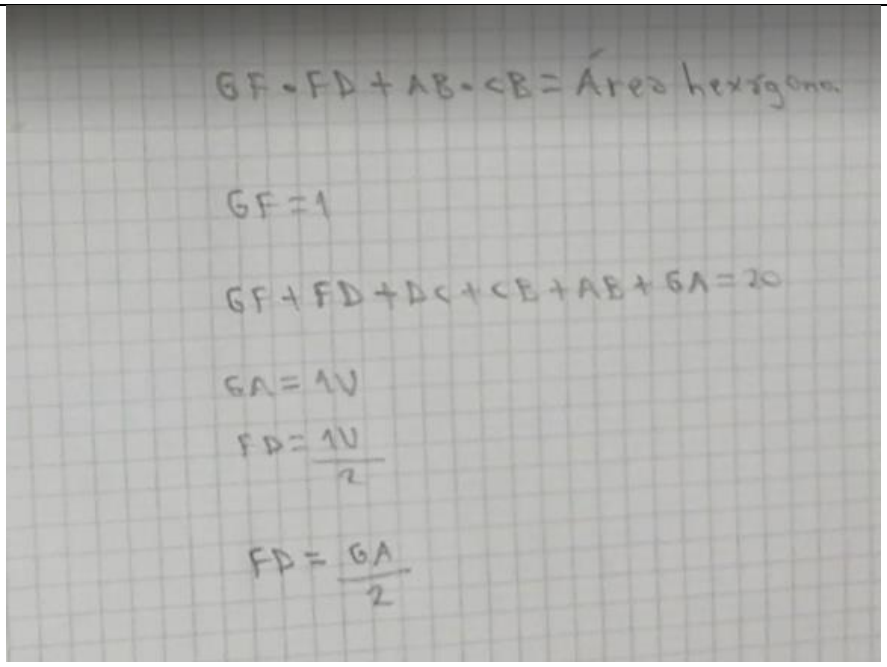
	Entonces para construir el punto en el programa, se utilizan los paréntesis cuadrados, entonces ¿Qué coordenadas tiene este punto hasta el momento?
74.	E2: x,y
75.	P: x, y, cierto, entonces en x. Ese va a ser el valor de la abscisa, entonces para hacer que el punto relacione al área del hexágono con el segmento AB, el punto P va tener la misma abscisa del punto x(B), (del punto que podemos arrastrar el cual es B). Entonces para esto si quieren borremos la parte que está antes de la y, para que el programa nos identifique que solo queremos mover la abscisa del punto B; ponemos x(B), que eso hace referencia que se va a mover en x con respecto al punto x(B), entonces ¿la ordenada quién va a ser?
76.	E2: sería punto P
77.	P: ¿Por qué P?
78.	E2: es la que se relaciona con la coordenada que se mueve
79.	P: ¿Qué estamos queriendo relacionar?
80.	E2: El área con el movimiento de B
81.	P: exacto, relacionar el área con el movimiento de B. Entonces, si la abscisa tiene las coordenadas de x(B), entonces la ordenada, que es (y), ¿a quién va a relacionar, si estamos haciendo la relación segmento de AB con el área?
82.	E1: P
83.	P: necesitamos relacionar dos cosas, la longitud del segmento AB, pero como yo puedo mover, como ven en la construcción, yo puedo mover solo B, entonces vamos a decir x(B) significa la abscisa de ese punto que la vamos a relacionar con el área del hexágono, entonces para esa relación ya tenemos x(B) ¿Nos faltaría relacionar qué? ¿Qué es lo queremos relacionar?
84.	E2: el área
85.	P: exacto, entonces a quién no hace falta relacionar
86.	E2: el área
87.	P: entonces, si quiere borramos lo que está después de la coma, y seleccionamos ahí donde dice área, ubicamos la flecha sobre el Check list de color verde, le damos clic y ocultamos la calculadora, allá en la flecha de seleccionar, eliminas el punto que creaste adicional al punto P. Dónde consideran que nos botó el punto, ¿Cómo encontraría el punto que crearon?

	
88.	E1: (reduce el zoom con el fin de encontrar el punto P que se creó)
89.	E1: P quedo arriba
90.	P: si estamos diciendo que relaciona el movimiento de x(B) con respecto al área, entonces ¿Qué pasa cuando movemos B?
91.	E2: también se movería P
92.	P: ¿Sí?
93.	E2: sí
94.	(Los estudiantes mueven el punto B para verificar que el punto P también se mueve)
95.	P: si quieren muevan bien la figura, para que vean el movimiento que está haciendo P al arrastrar B
96.	E1: se mueve como un tipo de círculo
97.	E2: no, se mueve como una parábola
98.	E2: sería como una función
(El estudiante E2 al ver que el movimiento del punto P tiene forma de parábola lo relaciona como una función)	
99.	P: El comportamiento del punto P es como si fuera una parábola, entonces ese punto ¿Qué es lo que relaciona?
100.	E2: el área con el movimiento que hace B
101.	P: entonces si yo quiero encontrar el área que es más alta
102.	E2: es el punto más alto donde este P
103.	P: ¿Sería el punto más alto?
104.	E1: si sería el punto más alto [Señalan P] P: ¿Cuál creen que sería el punto más alto?
105.	E2: más o menos por acá
(los estudiantes mueven el punto B para ubicar el punto P en la parte más alta de su recorrido, concluyendo que el área mayor va a estar cuando el punto P este en la parte más alta)	
106.	P: ¿Se podría saber a simple vista que ese puede ser el punto más alto?

107.	E2: a simple vista se podría decir que es el punto más alto
108.	E1: podría ser una aproximación
109.	P: entonces para tener presente el movimiento de P. Vamos a activar la función de traza, entonces para activar la herramienta de traza: le dan sobre el punto P, ahí de nuevo en el engranaje (configuración), ahí abajo dice la opción que dice activar la traza, ahora cierren esa ventana de configuración. Ahora muevan el punto B
110.	(Los estudiantes van realizando las acciones en las pantallas de ellos, mientras los profesores mencionan las instrucciones. (Los estudiantes mueven el punto B y observa la traza que deja el movimiento de P)
111.	P: ¿Ahora si teniendo la muestra del recorrido del punto P se puede establecer más fácil el punto más alto donde va a estar P?
112.	E2: sería una aproximación más cercana
113.	(Los estudiantes ponen P en el punto más alto que ellos consideran, con ayuda de la traza del punto P)
114.	P: ¿Siguen diciendo que el movimiento de P forma una parábola?
115.	E1: sí
116.	 Ubicación del punto P a partir de la traza
117.	P: si le hiciéramos zoom a la figura ¿Qué pasaría?
118.	E2: se desaparece la traza y el punto P
119.	(Los estudiantes vuelven a mover el punto P y vuelven a ubicar a P en el punto más alto de la traza)
120.	P: se les pide a los estudiantes que pongan las coordenadas del punto P con la opción de medida

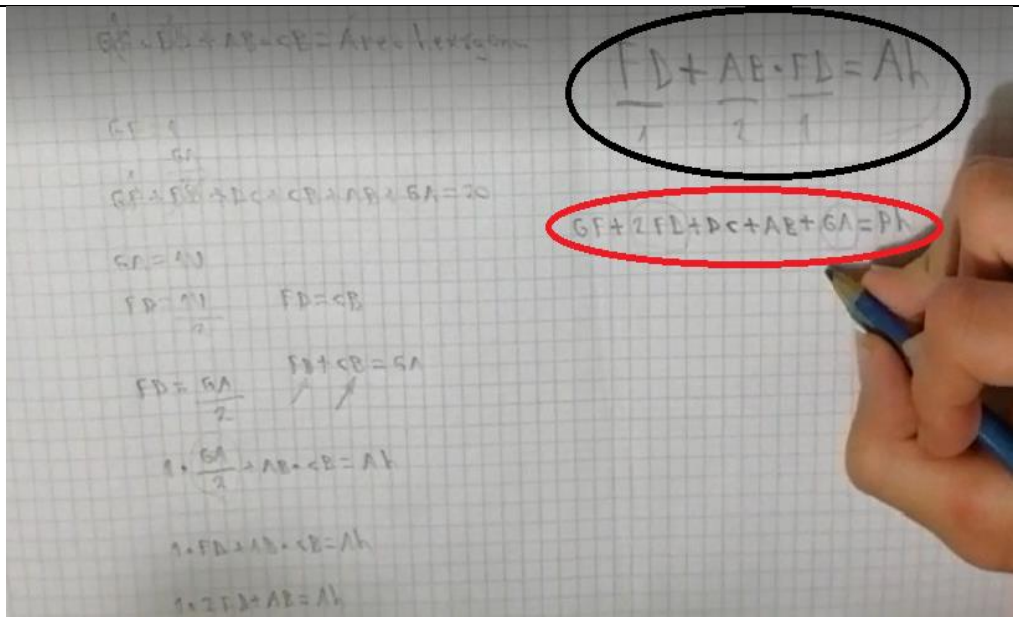
(Los estudiantes comparan la posición del punto P con la medida de las coordenadas y la medida que tenían anotada en el cuaderno. De igual manera, activan la opción de medida del punto P, para mirar el valor que tiene con 6 decimales)	
121.	P: hagan de nuevo zoom a la figura ¿Qué pasa al hacerles zoom?
122.	E1: cada vez que se le hace zoom desaparece la traza y el punto P se pierde...
Cuando la traza desaparece le impide al estudiante reconocer perceptivamente si el punto P es el más alto, por lo cual el profesor hacer la intervención y propone la estrategia matemática de construir la gráfica de la función.	
123.	P: Para que no se pierda la traza necesitamos una representación, para que cada vez que se haga zoom no se desaparezca la traza ¿Cómo propondrían generar esa representación que se mantenga estática y no se pierda cada vez que se mueve?
124.	E2: hacer un punto extra en el cual se cree que es el que va a estar más alto
125.	(El profesor solicita al estudiante una estrategia, para poder encontrar una traza que no se borre. Esta será una nueva tarea para el estudiante, cuando el estudiante asume esa tarea como suya se convierte en una intención para el estudiante)
126.	P: al hacer zoom se desaparece la traza, pero cuál es la idea ahorita, sería más fácil si esa traza se quedara quieta. La idea es construir esa traza, si quieres mueve el punto B, la traza ¿Qué forma tiene?
127.	E1: parábola
128.	P: si tuvieras esa parábola, de tal manera que al hacer zoom no desaparezca nos ayudará a encontrar el punto P más alto, para esto, vamos a encontrar el área del hexágono, ¿Qué ideas tendrían para encontrar el área del hexágono? es decir lo que está en verde ¿Cómo lo haría?
129.	E2: se podría dividir la figura en dos cuadriláteros, se sacaría el área de un cuadrilátero y luego la del otro y se suman las dos áreas.
130.	P: ¿Cuáles serían esos cuadriláteros en el cual lo dividirán?
131.	E2: FD hasta un punto imaginario y hasta D
132.	E1: El punto imaginario sería la mitad del segmento AG, para formar el cuadrilátero nuevo. El otro podría ser CBA y el imaginario
133.	(Los estudiantes dividen el hexágono en dos cuadriláteros)

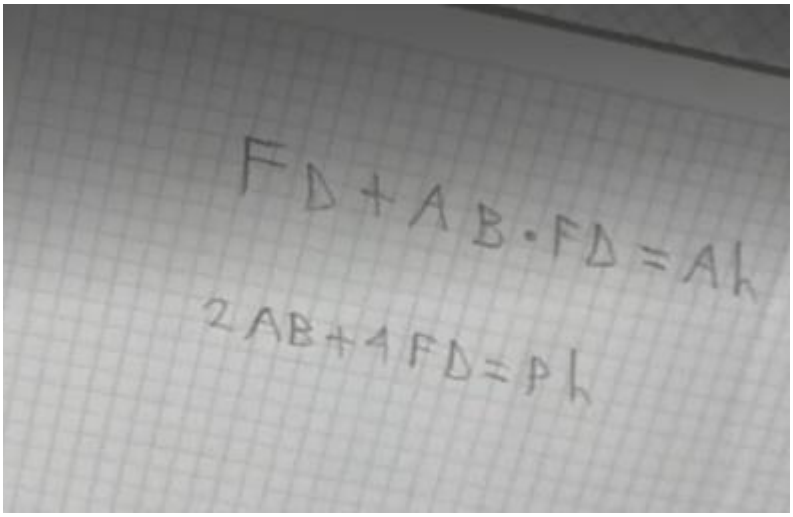
134.	P: Se acuerdan ¿Cómo construir un punto medio? crear el punto donde se quiera
135.	(Los estudiantes intentan crear el punto medio, pero no lo logran)
136.	P: para crear el punto medio: le das sobre el punto G, ahí aparece la opción de punto medio, dale sobre el punto G mantén oprimido en el punto medio y lo arrastras hasta A. Nombren el punto
137.	(Los estudiantes nombran el punto medio como Z)
138.	P: la notación de los puntos debe ser en mayúscula ¿Cuál es la estrategia que propusieron?
139.	E1: dividir en hexágono en dos figuras, en donde el hexágono se puede dividir en dos cuadriláteros sacar el área de cada uno y luego sumarlas.
140.	(Los estudiantes empiezan a hacer los cálculos para sacar el área)
141.	E1: se debe multiplicar 4,34 por 2,83 para obtener el área del cuadrilátero inferior y acá arriba 1 por 2,83 y se sumarian esas dos.
142.	P: ¿Qué pasaría si le aumentan los decimales a cada uno de los lados?
143.	E2: ¿Por qué aumentaremos los decimales?
144.	P: Estamos buscando un área que sea exacta y mayor a la que encontraron ¿cierto? Entonces si lo tenemos con dos decimales, pues solo estaríamos haciendo una aproximación.
145.	E2: Si aumentamos los decimales sería mejor la aproximación
146.	P: Listo, se encuentra el área del cuadrado pequeño, ¿Para el cuadrado grande como se haría?
147.	E2: Sería la misma fórmula de base por altura, que sería AB 4,34 por 2,83, con la ayuda de la calculadora
148.	(Los estudiantes empiezan a poner las medidas que tiene los lados en la calculadora que tienen en físico para calcular la medida del área y dicen que el área es 12, 3+ 2,83 y dicen que el área es 15,1, toman las medidas que aparecen visibles de los lados sin aumentar los decimales, pero es más exacta la que aparece en el software ya que tiene más decimales)
149.	P: ¿Cómo se expresaría esa estrategia si en vez de darle valores específicos a los lados ponemos el nombre del segmento?, es decir, no ponemos 1 sino el nombre GF por FE por ejemplo, con el fin de no basarnos sólo con las medidas de ahí, pues si bien notaron, no son las medidas exactas que se están manejando.

	¿Cómo quedaría expresado en términos de segmentos?
150.	E1: Sería básicamente FD por GF más AB por CB
151.	(Los profesores les pide a los estudiantes que escriban eso en las hojas: Los estudiantes empiezan a poner el nombre de los segmentos en vez de utilizar los valores)
152.	E2: GF por FD + AB por CB y esto es igual al área
153.	P: ¿Es igual a cuál área?
154.	E1: Al área del hexágono
155.	P: Pasamos a tener las consideraciones que nos da el problema ¿Si se acuerdan? ¿Cuáles son?
156.	E2: Que siempre va haber un lado que mide uno, que en los lados adyacentes uno debe tener un lado el doble que el otro, el otro consecuentemente sería la mitad de este (señalan al lado AG)
157.	P: Ustedes saben que en este orden de ideas FG=1
158.	E1: Otra condición es que el perímetro es igual a 20
159.	P: Ok, teniendo en cuenta las condiciones ¿Cómo se puede reducir eso a términos?
160.	E2: GF =1
161.	E1: GF+FD+DC+CB+AB+GA=20 y tendríamos que GA sería igual a una unidad. mientras que FD sería esa misma unidad dividida entre 2
162.	
163.	P: ¿Por qué FD es igual a la unidad dividida entre dos?

164.	E2: Porque es la mitad de GA, la unidad puede tener valor en metros y FD sería la mitad
165.	P: Y si expresamos FD= GA/2 ¿Sería lo mismo?
166.	E2: Sí también serviría
167.	P: a listo, entonces podríamos dejarlo expresado así.
168.	P: Ahora cogiendo esas condiciones ¿Cómo las podríamos utilizar dentro de la fórmula
169.	(Los estudiantes guardan silencio)
170.	P: ¿qué hicieron originalmente en el área del hexágono?
171.	(Los estudiantes guardan silencio)
172.	P: ustedes saben que FG es igual a 1 eso ¿En que nos ayudaría en la expresión que tienen arriba? por ejemplo, a qué pueden reemplazar
173.	E1: Podemos reemplazar FG por 1, que es equivalente
174.	P: entonces donde dice FG sería siempre 1
175.	(Los estudiantes lo reemplaza por uno en la ecuación que ellos formularon)
176.	P: Reescribiendo la formula del área ¿Cómo quedaría?
177.	E2: FD es igual a GA/2
178.	(Los estudiantes escriben la fórmula del área con los datos que sacaron)
179.	P: ¿Qué relación tienen FD y CB?
180.	E2: que ambas miden lo mismo
181.	P: ¿Por qué lo dice?
182.	E2: FD+CB =GA ambas corresponden a una mitad de GA
183.	P: Entonces si sabemos que FD=CB ¿Cómo podríamos reducir la expresión del área?
184.	(Los estudiantes se cuestionan entre ellos)
185.	E2: entonces, CB también es igual a GA/2 y por ende también es igual a FD
186.	E1: se puede reducir más

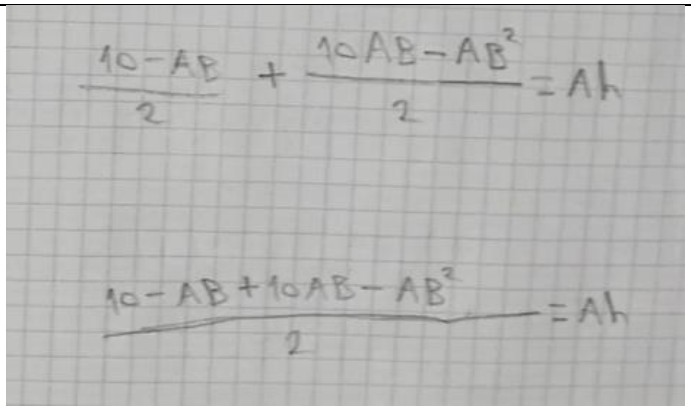
187.	P: cuando ustedes producen una expresión ¿Qué hacen para reducir los términos semejantes? Si sabemos que FD = CB y FD = GA/2, entonces la idea es dejar todo en los mismos términos, para tener facilidad en la reducción.
188.	E2: ya se me ocurre una idea
189.	(Al estudiante se le ocurrió poner la siguiente expresión) (1*2FD+AB=Área del hexágono)
190.	P: ¿por qué 2FD?
191.	E2: porque corresponde a la medida completa de GA
192.	P: Pero no quedaría diferente, o sea ¿Esta que establecieron no es diferente?
193.	E2: Creo que no
194.	P: ¿Al multiplicar 1 por FD es lo mismo que multiplicar 1 por 2FD?
195.	E2:no
196.	P: Entonces retomemos la que tenían inicialmente, teniendo en cuenta que FD es igual CB y CB es igual a GA/2, entonces pueden decir el cómo relacionar esta propiedad que ya establecieron en la expresión. Si se dan cuenta FD es igual a CB que fue lo que ustedes dijeron, entonces si este CB lo cambió por FD ¿cambiaría la expresión?
197.	E1: Seguiría igual
198.	P: sería más conveniente ¿cierto?
199.	E2: podría ser
200.	(Los estudiantes generan la siguiente expresión, la cual dicen que es el área del hexágono. Dicen que ya no es necesario de poner el 1)
201.	E2: estoy seguro de que esta sería el área
202.	P: entonces la última expresión que hicieron ¿Cuántas variables tiene para encontrar el área?
203.	E1: estas tenían dos variables
204.	P: ¿Cuáles serían?
205.	E2: la primera sería FD y la otra sería AB
206.	P: pero necesitamos dejar todo en términos de una sola variable porque, ¿Cuál lado puede variar?
207.	E1: El lado AB

208.	P: para esto, ustedes pueden recordar la otra condición que es la del perímetro, y que era una estrategia que ustedes estaban poniendo.
209.	E2: el de la suma de todos los lados ¿cierto?
210.	P: sí, entonces la idea es reducir términos
211.	E2: o sea también se podría poner 2FD
212.	P: sí entonces ¿Cómo quedaría expresada el perímetro?, ya tenemos expresado el área. Ahora expresemos el perímetro con la misma estrategia
213.	(Los estudiantes crean la siguiente expresión:)
214.	 EL ovalo negro representa la igualdad propuesta por los estudiantes para encontrar el área y el ovalo rojo para el perímetro
215.	P: por ejemplo, ¿el segmento GF, a qué es igual?
216.	E2: GF= 1 también que FD +DC =AB

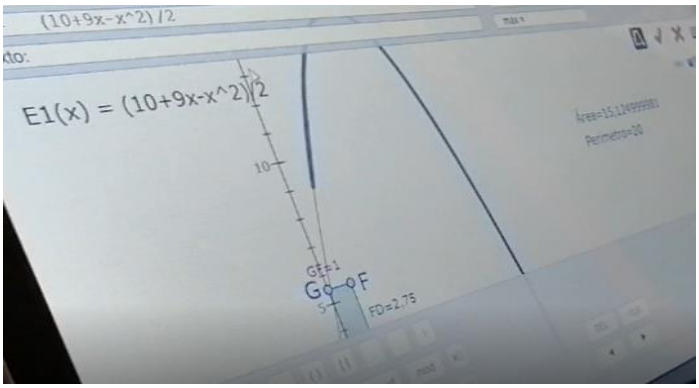
217.	(Los estudiantes pasan la ecuación del área y del perímetro en una hoja en limpio) 
218.	P: Esta es la forma de encontrar el área y el perímetro, entonces al tener ya esas dos expresiones. ¿Qué necesitamos hacer?, ¿Qué queremos encontrar el área o el perímetro?
219.	E1: el área
220.	P: vemos que las dos expresiones tienen variables similares, entonces en ese orden de ideas ¿se podría encontrar una expresión en la cual se pueda expresar FD en función del movimiento de AB?
221.	(Los estudiantes guardan silencio)
222.	(Se les recuerda a los estudiantes que el perímetro es constante y tiene un valor de 20)
223.	P: Queremos encontrar una expresión, una forma de expresar FD en términos de AB; cuando decimos que queremos expresarla es que quede todo en términos de FD. sí tenemos la ecuación del perímetro ¿a qué sería igual a FD?
224.	E2: FD sería igual a (20-AB)/2
225.	P: Algebraicamente ¿Qué podríamos hacer para que no quede 4FD sino solo FD? para llegar a la expresión que tienes ¿Qué hiciste con el 4?
226.	E2: fue como si yo tuviera 4 FD , ahí tengo 4 partecitas entonces el AB también lo parto en 4 partes y para reducirlo en una sola parte, el AB también lo reduzco en una sola parte.
227.	P: ¿en este caso FD=AB? en longitud
228.	E1: no
229.	P: ¿entonces esa estrategia se podría aplicar?
230.	E2: no

231.	P: si queremos dejar todo en términos de FD ¿Qué pasaría con este 4? ¿Qué está haciendo este 4 acá? multiplicando a FD
232.	E1: multiplicando a FD
233.	P: Al hacer el despeje algebraicamente ¿Qué se podría hacer en la equivalencia?
234.	E2: el 4 pasaría a dividir
235.	P: entonces ¿Cómo quedaría la expresión?
236.	E2: no estoy seguro, tal vez pasa a dividir entre 20.
237.	(Los estudiantes pasan a dividir a 20 sobre 4. Es notorio que los estudiantes presentan errores y dificultades al momento de desarrollar un proceso algebraico conllevando a los profesores a intervenir más seguido)
238.	P: O sea que 4 solo divide a 20 ¿y al 2AB no?
239.	E1: a los dos
240.	P: Dices que pasas a dividir, no lo dividas aún sino solo déjalo expresado. Antes de seguir es importante recordar que, en este caso, si queremos despejar el 4, como tenemos una equivalencia, ¿Qué quiere decir una equivalencia? que en la parte izquierda del igual es la misma que la parte derecha del igual, entonces, si queremos simplificar el 4, lo multiplicamos con 1/4 que es el inverso multiplicativo, ¿Qué pasa si multiplica por 1/4 a la derecha y a la izquierda?
241.	E1: O sea ¿Las dos partes multiplicadas por ¼?
242.	P: Recordemos que, en una equivalencia, lo que pasa en una parte se debe hacer también en la otra, y multiplicamos por 1/4 podríamos eliminar ese 4 que multiplica a FD que es lo mismo de cuando dices que lo pasarías a dividir.
243.	(El estudiante realiza el procedimiento y las respectivas operaciones al poner 1/4 en las dos partes de la ecuación, el cual se le dice que de esa manera al utilizar el inverso multiplicativo puede reducir el término en la parte izquierda. De igual manera, se le indica al estudiante que, para una adecuada manipulación de los términos los ponga entre paréntesis.
244.	P: Cómo lo relacionamos con la expresión del área, sin embargo ¿Se podría reducir o simplificar un poco más la expresión?
245.	E1: Si se podría simplificar
246.	(El estudiante realiza la simplificación)
247.	P: Esa expresión sería sólo con la de perímetro, pero si vamos al área vemos que también está FD, entonces si ya sabemos a qué es igual FD

	¿Qué podemos hacer con la expresión del área? Que es la que nos interesa saber.?
248.	E2: Se podría simplificar (La expresión que establecieron del perímetro)
249.	P: ¿Qué se podría simplificar?
250.	(Los estudiantes realizan la simplificación, ahora intentan relacionar la expresión del perímetro con el área)
251.	P: recuerden que, al principio, ustedes dijeron que en el área ¿Cuántas variables había?
252.	E1: Dos
253.	P: ¿cuáles?
254.	E2: FD y AB
255.	P: necesitamos dejar una variable y sabemos quién es FD
256.	E1: podemos reemplazar la FD en la del área
257.	(Los estudiantes empiezan a reemplazar lo que equivale FD, de la expresión que obtuvieron en la del área, como se muestra a continuación)
258.	P: Al obtener eso ¿Podríamos operar? los términos que están multiplicando ¿Se podrían operar?, ponle paréntesis para que puedas operar más fácil.
259.	E1: Sí
260.	(Los estudiantes realizan la manipulación algebraica para operar, pero presentan confusiones)
261.	P: En este caso, ¿Cómo se multiplican fracciones?
262.	E1: se hace de manera directa
263.	P: dale, entonces inténtalo.
264.	E2: no me acuerdo muy bien
265.	P: se acuerdan de la propiedad distributiva respecto a la resta, si multiplicamos a AB por 10 como queda
266.	E2: 10 AB
267.	P: ya sabiendo eso continúen
268.	P: AB*AB ¿Cuánto da?
269.	E2: AB
270.	P: ¿AB normal?
271.	E1: no es 2 AB
272.	P: A*A ¿Cuánto es?
273.	E2: 2ª

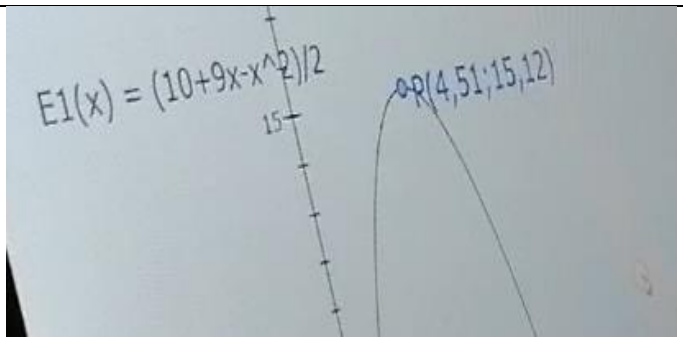
274.	P: 2A y A+A ¿Cuánto es?
275.	E1: 2ª
276.	P: o sea que A*A
277.	E1: A*A es A al cuadrado
278.	P: En este caso AB*AB ¿Cuánto es?
279.	E2: AB al cuadrado
280.	(Una vez aclarado la manera en que se realizaban las operaciones, los estudiantes se disponen a operar los términos y se les pregunta si la expresión que tiene se puede simplificar un poco más agrupando términos semejantes)
281.	P: Todo esto ¿Para qué lo hicimos? se acuerdan ¿Para qué era?
282.	E1: sí, para dejar todo en una sola variable
283.	P: AB lo podemos expresar como (x) para que quede en función, sin embargo, utilizamos el (x) para que sea más familiarizado para ustedes, entonces si reemplazamos el segmento AB por x ¿Cómo quedaría?
284.	E2: quedaría como una expresión cuadrática
285.	P: ya lo pueden relacionar con la función cuadrática ¿cierto?
286.	E1: así queda más sencillo, por lo que estamos acostumbrados a relacionarlas con x
287.	
288.	P: ya tenemos la función generada, que es x que representa lo mismo a AB por lo que ya vimos. O sea que ahí ¿A quién están relacionando?
289.	E1: está relacionando el área con respecto al movimiento de AB
290.	P: si vemos allá la gráfica. O sea que si la graficamos (La función) en DGPad ¿Cuál sería la representación que obtendremos?
291.	E1: de una parábola
292.	P: entonces si quieres como ya tenemos la función, podemos graficarla en DGPad. En este punto vamos a utilizar la herramienta graficadora, que es la calculadora, se abre

	la opción que tiene la imagen de calculadora, y ahí lo único que hacemos es insertar la función que nos dio acá, hay que tener en cuenta los paréntesis del numerador y del denominador.
293.	(Los estudiantes preguntan cosas relacionadas con cómo se eleva al cuadrado, y la ubicación de los paréntesis imagen)
294.	P: ok, no la graficó ¿verdad?, entonces, le damos clic encima de la función que generamos. Acá es importante tener en cuenta los paréntesis, si quieren, a todo el numerador lo ingresamos dentro de un paréntesis.
295.	(los estudiantes siguen la indicación e ingresan el numerador dentro de un paréntesis)
296.	P: Para graficarla allá en la herramienta, que aparece como una función, le damos clic. Vemos que la función no es graficada, y preguntamos a los estudiantes si están seguros de la función que se generó. Se les pide a los estudiantes que verifiquen una vez más el procedimiento que hicieron para generar la función.
297.	(Los estudiantes empiezan a visualizar el procedimiento y a ver si hay algún error en el proceso que hicieron)
298.	P: Como los estudiantes no determinan el error que tienen, se les pide que observen los signos puestos en la función generada, por lo cual, los estudiantes empiezan a ver los signos y corroborar si están bien con la función que escribieron en el cuaderno, sin embargo, los estudiantes no logran determinar los signos
299.	E1: 10AB
300.	P: pero ese 10 AB ¿Es positivo o negativo?
301.	E2: 10AB está positivo
302.	P: AB está negativo, o sea que prácticamente le está restando a 10AB positivo. Entonces al hacer esa operación queda positivo o negativo.
303.	E1 y E2: queda negativo
304.	P: ¿Por qué negativo?
305.	E2: no, queda es positivo porque al mayor se le está restando uno menor.
306.	(Los estudiantes corrigen la función que tienen)
307.	P: hacemos la corrección que pusimos, en la calculadora de DGPad
308.	(Los estudiantes ya visualizan la función que se generó y le dan clic en la herramienta crear función. Ahora ya que tenemos la función, hacemos zoom, y si quieren movemos el segmento AB a ver qué trayectoria va hacer.

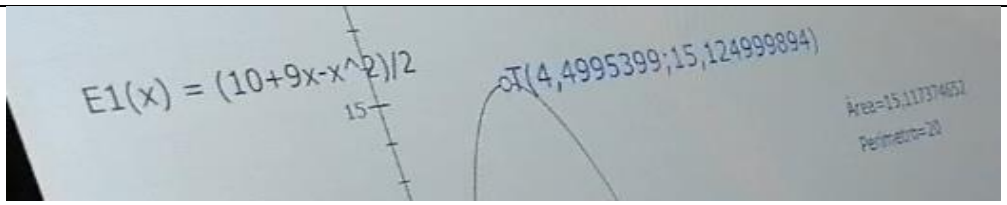
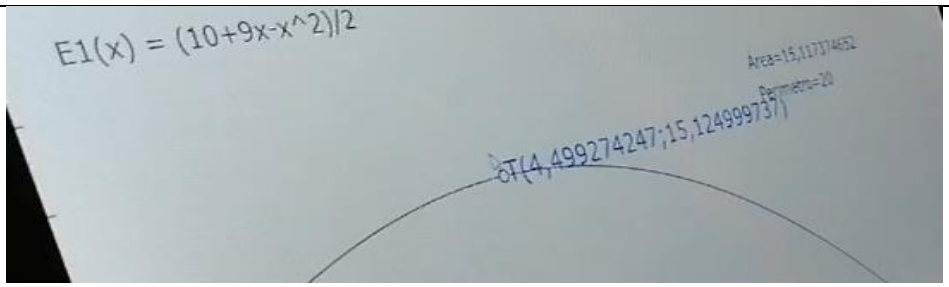
	los estudiantes hacen zoom y mueven el segmento AB)
309.	P: ¿Qué pueden observar?, ¿Qué trayectoria describe P?
310.	E1: sigue el mismo trayecto, para verificar el movimiento de B con el área
311.	P: ¿o sea que corresponde a la gráfica que se creó?
312.	E2: sí
313.	P: ¿Por qué la traza no describe toda la gráfica?
314.	E1: porque describe la traza que hace la figura hasta dónde llega.
315.	P: ¿Hasta dónde llega quién o qué elemento?
316.	E1: hasta dónde puede llegar el movimiento máximo de la figura o sea el más grande que puede ser el lado (Haciendo referencia a AB), o sea hasta dónde puede llegar estar el área, digamos si se mueve hacia la izquierda puede llegar hasta acá. y si se mueve a la derecha puede llegar hasta acá, que es el punto más bajo. (Los estudiantes hacen referencia a los extremos (máximo y mínimo) del arrastre de B como se muestra en la imagen) 
317.	P: ustedes recuerdan dentro del plano cartesiano ¿Cuáles son los cuadrantes?
318.	(los estudiantes muestran con la flecha cuál es el cuadrante positivo)
319.	P: Entonces ¿Qué pasaría si lo tomáramos en un cuadrante diferente del positivo-positivo? ¿Qué pasa si tomamos un punto de la gráfica en un cuadrante diferente al primero?
320.	(Se les señala a los estudiantes como está distribuido los cuadrantes, por ejemplo, si la tomamos en el tercer cuadrante)
321.	E2: acá abajo no corresponde ningún valor. (Cuadrante 4)
322.	P: ¿Por qué?

323.	E2: porque la gráfica solo se puede mover hasta acá (los estudiantes mueven el punto B para mostrar que los valores no van a sobrepasar los que ya muestra la traza, con el fin de explicar que el punto P no va a llegar hasta el cuadrante negativo).
324.	E:2 por lo cual, no va a tener valores negativos.
325.	P: ¿por qué creen que AB no puede ser más pequeño que uno?
326.	E1: el mínimo que tiene es uno
327.	P: ¿Por qué ese es el mínimo y no puede haber uno más pequeño?
328.	E1: porque el primer requisito es que uno de los lados siempre iba hacer uno
329.	P: a listo es por la condición dada inicialmente ¿y en este caso el mayor cuál va hacer?
330.	E1: el máximo valor que va a tener es 10
331.	P: otra pregunta es ¿el área puede ser negativa? Ustedes cuando desliza AB notan que el área varía cierto, pero solo toma valores positivos, en ese orden de ideas ¿Puede llegar a ser negativa?
332.	E2: yo creo que podría ser negativo si se graficara en los ejes negativos o si se proyectara en el otro eje
333.	P: listo, entonces ustedes cuando mencionan el área ¿A qué hacen referencia?
334.	E1: a todo el espacio que encierra la figura
335.	P: en ese orden de ideas, ¿Un espacio que tiene una figura puede ser negativo?
336.	E2: no, yo creería que no, pero sí puede estar ubicado en un eje negativo, pero creo que el espacio no va a ser negativo.
337.	P: o sea, ¿El área puede ser o no en algún momento negativa?
338.	E1: yo creo que sí puede llegar a ser negativa
339.	P: por ejemplo, si vemos la hoja, la hoja tiene un área, si fuera negativa que significaba que fuera negativa
340.	E1: que hace falta o sea que no está
341.	P: ¿o sea que hay o no áreas negativas?
342.	E1: sería más como una figura que hace falta
343.	P: ¿y como tal eso podría tener representación dentro del programa?
344.	E1: sí, en el plano cartesiano si
345.	P: ¿y para la parte puntual del hexágono ¿podría ser negativa?
346.	E2: si, pero tendría que estar la figura en el otro lado del eje
347.	P: si tenemos la figura en el otro lado del eje, la medida de los lados sería negativa

348.	E1: no, tendría que proyectarse hacia el lado izquierdo para que el eje x pase a -x
349.	P: si ustedes hacen un segmento en el cuadrante negativo, el valor de la medida de ese segmento ¿es negativo o positivo?
350.	E1: sería negativo; bueno la medida si sería positiva
351.	P: si la medida de los lados es positiva el área podría ser negativa
352.	E1: yo creo que sí
353.	P: ¿aun sabiendo que los lados son positivos?
354.	E2: seguiría siendo positiva
355.	E1: también creería que los lados, el perímetro y el área serán positivas
356.	P: así este metido en el cuadrante negativo ¿cierto?
357.	E1 y E2: sí
358.	P: Teniendo en cuenta lo que hemos hablado ¿Puede el hexágono tener un lado negativo?
359.	E2: no creo que sea negativo, o sea todos sus lados tendrán un valor positivo
360.	P: Comprendiendo el comportamiento de la gráfica en este caso, el rastro azul indica cómo varía el segmento AB con respecto al área, ustedes se acuerdan ¿Cuál fue la necesidad o por qué decidimos encontrar la ecuación de la gráfica?
361.	E1: sí, se quería saber el mayor valor posible que podría obtener el área
362.	P: digamos, en este caso, una vez encontrada la gráfica, ¿en que nos podría ayudar para encontrar el punto más alto?
363.	E1: que nos señala el punto más alto en si
364.	P: en este caso ¿Cómo lo haría?
365.	E2: se mueve el segmento AB
(Los estudiantes reconocen el dominio de la función, en la cual la gráfica tiene validez para el problema. De igual forma visualizan que no es necesario tener la traza ya teniendo la gráfica y que no se desaparece, concluyendo que el estudiante le da sentido a la estrategia de crear la gráfica. Dando paso a la etapa 4).	
366.	P: ¿Cuál sería el punto más alto para ustedes?
367.	(los estudiantes mueven el punto hasta intentar ubicarlo visualmente en la parte más alta)
368.	E1: Con el zoom que se tiene, podría ser este valor el más aproximado.

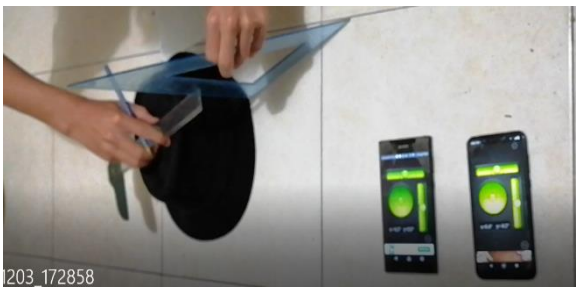
369.	P: Entonces vamos hacer una cosa, le vamos a poner coordenadas al punto P, en este caso, los estudiantes le dan clic sobre el punto y en herramientas selecciona la opción que aparece con la figura de regla, le dan clic y aparece la medida.
370.	E1: esas son las coordenadas que pertenece al eje de las abscisas (x) y el de las ordenadas (y)
371.	 Los estudiantes ubican el punto que visualmente consideran más alto, para luego aumentar los valores de la ordenada y la abscisa.
372.	P: entonces, si quieren, el punto lo nombramos como T para diferenciarlo del punto P que teníamos anteriormente
373.	(los estudiantes recuerdan como poner el nombre, por lo cual, cambian el nombre de P a T, sin embargo, se le hace más fácil borrar el punto P y crear un nuevo punto llamado T, una vez creado el punto T lo mueven para verificar si efectivamente está sobre la gráfica)
374.	P: ¿Cuál es la diferencia entre P y T?
375.	E2: que el punto T no depende del movimiento que tiene B
376.	P: entonces, ¿con solo T podríamos encontrar el valor más alto?
377.	E2: no, porque ya no está relacionado con el área
378.	P: pero esa gráfica salió ¿De la relación de quién con quién?
379.	E1: de la relación que tenía el área con B
380.	P: ósea, que si ponemos un punto ahí ¿no estaríamos relacionando lo mismo, pero ya sin necesidad del movimiento AB?
381.	E2: sí, porque ya estaría relacionado dentro de la gráfica
382.	E1: si, pero se tendría un valor menos preciso. sería más difícil hallar el valor más alto ya no aparece el área
383.	P: ¿Y si le ponemos medidas (Coordenadas) como le pusimos al punto P?

384.	(los estudiantes le ponen las coordenadas al punto T) P: ¿Qué medidas tiene?
385.	E2: 4,43 y15,12
386.	P: esas medidas ¿a quién hacen referencia?
387.	E1: a las coordenadas
388.	P: de las coordenadas que aparecen ahí ¿Cuál corresponde al área?
389.	E1: ninguna
390.	P: ¿Seguros?
391.	E2: el 15
392.	P: ¿Por qué?
393.	E2: es el más alto
394.	E1: pero ahí no hay ninguna área para representar
395.	P: ¿la gráfica de dónde salió?
396.	E1: de una figura y de la relación del movimiento de AB y el área
397.	P: si sabemos que es la representación de la relación del área con el movimiento de AB. Si ponemos un punto ahí, que en este caso es T, la ordenada a quien hace referencia
398.	E1: la (y) hace referencia a la altura que tiene
399.	P: ¿y esa altura sería?
400.	E1: al área creo
401.	E2: sí, sería al área
402.	P: exacto, porque si se acuerdan cuando pusimos el punto P, en sus coordenadas a quienes relacionaban, si se acuerdan que en el eje de las abscisas era el movimiento de AB y en las ordenadas era el área. Ahora, teniendo en cuenta esas coordenadas ¿Cuál es la medida más alta del punto T?
403.	(Los estudiantes intentan ubicar a T en la parte más alta de la gráfica, por lo cual termina diciendo que la medida mayor es 15,12)
404.	P: se parecen a unas de las medidas que ustedes dijeron que era mayor al principio
405.	¿se acuerdan?
406.	E1: sí P: pongamos los decimales a la medida
407.	(Los estudiantes se acuerdan del proceso para aumentar los decimales, optando a ponerle todos los decimales a las coordenadas)

408.	P: ahora sí, ¿Cuál sería la mayor?
409.	(una vez los estudiantes buscan poner la medida más alta)
410.	
411.	P: se les pide a los estudiantes, que anoten el número el cual consideran el más alto, ahora haciendo zoom ¿se puede encontrar uno más alto?
412.	(Los estudiantes hacen zoom a la figura y dicen que encuentran uno más alto)
413.	P: ¿Se puede encontrar uno más alto si se sigue haciendo zoom?
414.	E1 y E2: sí, se puede
415.	(Los estudiantes observan que efectivamente cada vez que se haga zoom se va a encontrar uno mayor)
416.	
417.	P: ¿ustedes creen que utilizando esa estrategia van a encontrar el punto más alto del área mayor o siempre se va a encontrar uno mayor?
418.	E2: siempre se va a encontrar un punto más alto o pueda variar
419.	P: ¿consideran esta estrategia pertinente para encontrar el punto más alto?
420.	E1: yo creo que ninguna estrategia sirve para encontrar el punto más alto, porque los decimales pueden llegar ser infinitos entonces cada vez puede llegar hacer más preciso
421.	P: ya teniendo en cuenta que siempre vamos a encontrar un punto con un decimal más grande vamos, a pasar a una segunda tarea.
Los estudiantes invalidan la estrategia perceptiva de poner un punto en la parte más alta de la gráfica para encontrar el área mayor, justificando mediante las retroacciones de software, diciendo que siempre van a encontrar un área mayor	

.

ACTIVIDAD 2

1.	En la actividad se va a medir la altura de cada uno de los objetos, por ende, cada estudiante va a medir la altura y la anotará sin que el compañero la vea. Por lo cual, se les tuvo que explicar a los estudiantes cómo funcionaban el nivel de burbuja y cómo se utilizaría al momento de medir la altura del balón de fútbol y del sombrero. (La forma que se explico fue que los estudiantes pusieran el nivel en varios objetos y que ellos mismos interpretaran como referenciaba la aplicación cuando un objeto estaba nivelado.)
2.	(Los estudiantes ponen una escuadra en forma vertical al lado del balón y con la regla la pone en forma horizontal sobre el balón y señala la medida que aparece en la escuadra de la misma forma lo hacen con el sombrero) 
3.	(Primero se les pidió a los estudiantes que midieran la altura máxima sin los niveles, para que luego pudieran comparar, una vez utilizaran los niveles.) 
4.	P: ¿Cuáles fueron las medidas del balón para E1?
5.	E1: mis medidas fueron; balón 21,5 cm
6.	E2: 55, cm
7.	P: ¿Por qué 55cm?
8.	E2: creo que confundí el 5 con el 2 y puede que sea 25cm
9.	P: si quiere vuélvalo a medir.
10.	E2: lo vuelve a medir, dando una altura del balón de 23,7 cm
11.	P: ¿Y la medida del sombrero?
12.	E2: 13,3 cm
13.	E1: 14,2 cm

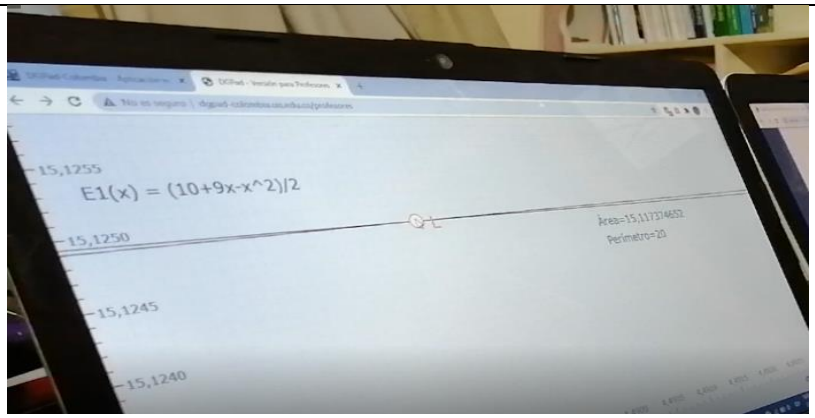
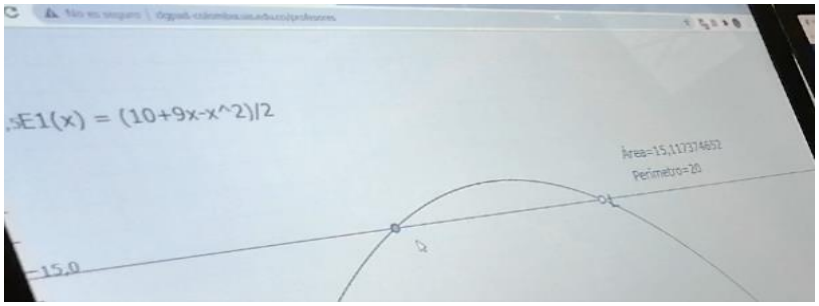
14.	P: ahora, Al medir el mismo objeto ¿por qué cree que varían tanto las medidas?
15.	E1: porque es difícil ya que es esférico y no es fijo que se quede quieto, entonces los instrumentos de medición se van moviendo por lo cual no es fácil, el sombrero también es difícil porque la textura va cambiando.
Se observa que los estudiantes inician aplicando de una vez la estrategia dos para encontrar la altura de los objetos, luego al comparar los valores obtenidos entre ellos se dan cuenta que son diferentes, porque no pueden establecer una altura exacta en objetos esféricos, por lo cual ellos pasan a la estrategia 3	
16.	P: ¿Qué estrategia creen que se puede utilizar para medir con mayor precisión? por ejemplo, el balón
17.	E1: yo creo que sería que estuviera en un área donde se mantenga quieto el balón, y ya poner dos escuadras y la regla,
18.	P: Ok ¿Por qué en este caso los dos pusieron la regla de manera horizontal?
19.	E1: para ver de manera más precisa más o menos la medida, como que formará un ángulo de 90 grados, donde se logre ver la medida.
20.	P: como condiciones, vemos que debe haber una regla donde sea perpendicular al piso y otra que sea paralela al piso. P: ahora vamos a utilizar los niveles, ¿En qué nos podría ayudar los niveles?
21.	E1: para ver la inclinación del piso
22.	P: y digamos para la regla que se pone arriba, ¿Nos podría ayudar en algo?
23.	E2: sí, para ver la inclinación de la regla, y que se pueda acomodar a la altura del balón y que no quede desnivelada.
24.	P: si se apoya el balón contra la pared ¿No quedaría más fácil? (Entre los dos estudiantes empieza a medir la altura del balón utilizando los niveles de burbujas, la escuadra y las reglas)
Los estudiantes utilizan la estrategia 3 para apoyar los objetos contra la pared de manera que no se muevan, sin embargo, proponen al mismo tiempo colocar el nivel sobre la regla horizontal que esta encima del objeto para que no se mueva, con esto se da paso a la estrategia 4.	
25.	P: ¿Cuántos grados debe dar la burbuja o el nivel?
26.	E1: En cero
27.	P: Exacto
28.	E1 y E2: El balón mide 21,2 cm
29.	(Ahora los estudiantes empiezan a medir el sombrero)

30.	E1 y E2: mide aproximadamente 15 cm
31.	P: con respecto a las anteriores medidas ¿cambia?
32.	E1: sí, cambia mucho.
33.	P: entonces ¿Qué se debe hacer para tener una mejor precisión
34.	E2: tener algo que mida el nivel del ángulo de la regla para poder garantizar las alturas de los objetos el cual debe tener un ángulo de 90 grados
35.	P: listo debe ser perpendicular entre la escuadra y la regla. Entonces va haber una escuadra que va a ser perpendicular al piso, y la regla que va encima del sombrero ¿Esa es perpendicular o paralela al piso?
36.	E1: paralela al piso
37.	P: entonces para que la regla esté en la mejor ubicación para medir la altura ¿Qué debe tener con respecto al piso?
38.	E2: que sea una paralela y otra perpendicular al piso
39.	P: Como conclusión, decimos que debe existir para que sea la altura máxima una regla paralela al piso y perpendicular al piso.
Se concluye que los estudiantes no vieron necesidad de utilizar la estrategia 5, ya que lograron que perceptivamente el nivel que estaba horizontal estuviera en cero, asumiendo que la regla estaba paralela al piso y perpendicular a la escuadra, estableciendo la altura exacta de los objetos. No viendo la necesidad de utilizar el nivel en la escuadra, al asumir la perpendicularidad al piso.	

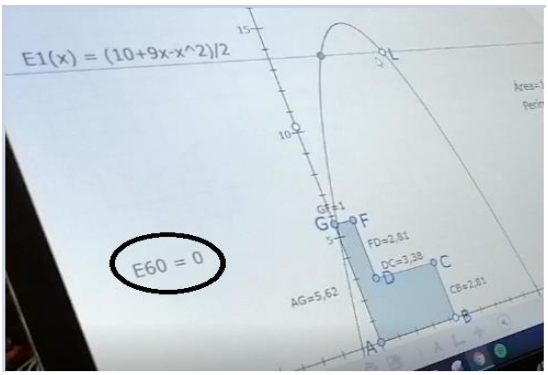
ACTIVIDAD 3

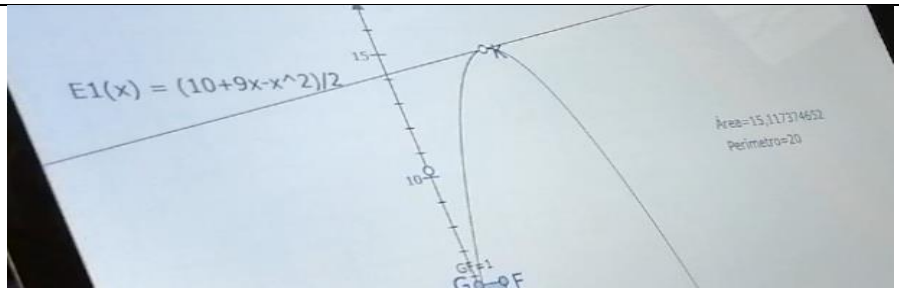
1.	P: Listo, ahora, quitemos el zoom a la figura. Volvemos a retomar la situación para encontrar el área máxima del hexágono. Según lo que acabaron de hacer, con la medición de los objetos ¿Qué necesitan para poder establecer el área máxima en la gráfica?
2.	E1: Se necesitaría una medición paralela a la base.
3.	P: En este caso, se necesitaría como una regla para medir el punto más alto en la parábola ¿Verdad?
4.	E2 y E1: Sí
5.	P: Entonces, borramos el punto T y construimos otro punto que lo llamaremos L.
6.	E2: ¿Acá mismo? (Refiriéndose a la construcción)
7.	P: Sí

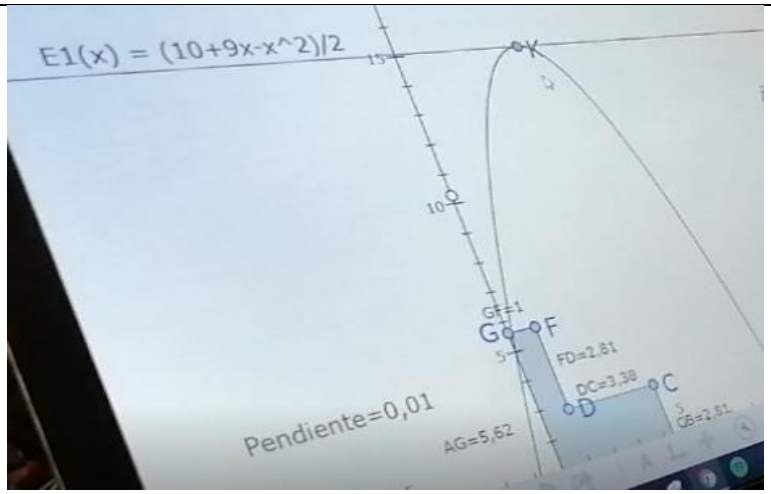
8.	(El estudiante crea un punto y lo nombra como L)
9.	P: Como ustedes indicaron, se necesita una herramienta que nos cree una recta paralela al eje de las abscisas. Entonces, hay una herramienta en DGPad que nos permite generar ese paralelismo. El nombre de la herramienta es "Paralelismo", nos permite generar una recta paralela al eje de a las abscisas que pase por el punto L. Para crearla: Se señala el eje x, selecciona la herramienta paralelismo y lo arrastra hasta el punto L.
Los estudiantes dan sentido a la aplicación de la actividad dos, ya que afirman que es necesario construir una "regla" horizontal para medir la altura de la parábola, por lo cual el profesor hace la intervención de que se puede construir una recta horizontal con la herramienta del software.	
10.	E1: Listo
11.	P: ¿Qué pasa cuando lo mueve el punto L?
12.	E2: La recta paralela se mueve también con el punto L
13.	P: Para encontrar la mayor altura posible ¿Qué características debe cumplir esa recta paralela en la gráfica?
14.	E1: Que no toque dos veces a la función ¿Podría ser? Que toque solamente el punto más alto.
15.	P: ¿Concuerda E2 con lo que dice E1?
16.	E2: Concuerdo
17.	P: Listo, entonces nosotros utilizando una herramienta podríamos saber si corta en uno o dos puntos. primero hagamos zoom y verificamos si toca en uno o dos puntos.
18.	(El estudiante hace zoom a la gráfica para verificar si la recta que es perpendicular al eje x y que pasa por L, corta en uno o dos puntos la gráfica)
19.	E2: Sí, corta en dos puntos. (Luego vuelve a ubicar el punto en la parte más alta "visualmente" de la gráfica)

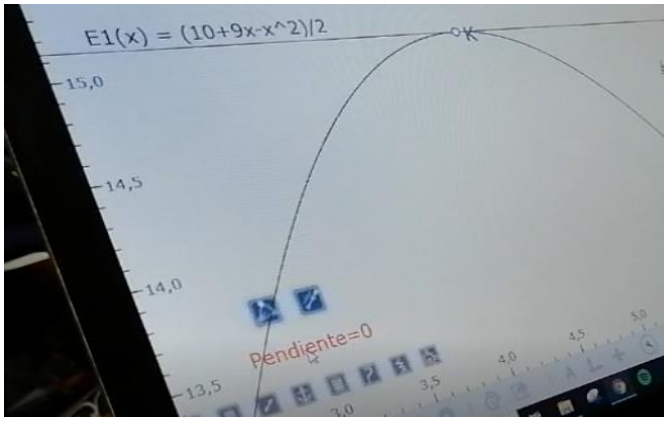
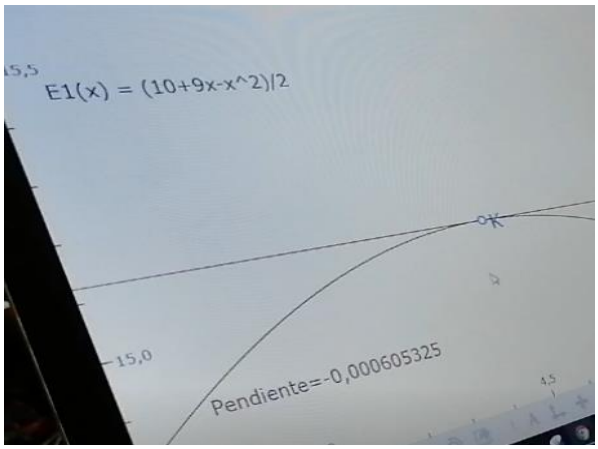
	 (Los estudiantes intentan ubicar el punto L, para que la recta que es paralela al eje de las abscisas solo toque un punto.)
20.	P: ¿Y si seguimos haciendo zoom?
21.	(Siguen el proceso de hacer zoom y acomodando el punto)
22.	P: Listo, entonces para no tener que hacer tanto zoom. Vamos a utilizar una herramienta que se llama "Intersección". Vayan a la parte que parecen dos herramientas y seleccionen la que se llama intersección. Luego se señala el punto (L) y luego la recta.
23.	(El estudiante utiliza la macro intersección (Para utilizar la macro primero se selecciona la herramienta macro  una vez seleccionada la herramienta en el nuevo cuadro que se despliega aparece la opción intersección, en el cual se le debe dar clic.))  Macro intersección
24.	P: Se genera otro punto de corte ¿Verdad? Ahora vuelve a buscar el punto más alto
25.	E1: Es hasta que se unen ambos puntos.
26.	P: Ahora le damos zoom, e intentamos hacer que un punto esté encima del otro. ¿Qué pueden notar a medida que le damos zoom?
27.	E1: Que los puntos se alejan un poco. Es decir que no está precisamente encima del otro.

28.	P: Entonces, ¿sería tangente o no?
29.	E1: No sería tangente
30.	P: ¿Qué entienden por tangencia?
31.	E2: Sinceramente no tengo idea que significa
32.	P: En este caso, se había dicho que la recta tenía que cumplir dos condiciones: Tocar en solo punto y sea paralela. Entonces cuando la recta es tangente a la parábola, es porque la recta toca a la gráfica solo en un punto. Cuando la recta toca en dos puntos la gráfica se llama secante.
33.	E1 y E2: Listo
34.	P: Entonces para tocar el punto máximo necesitamos que la recta sea ¿Qué?
35.	E2: Que la recta tenga una longitud un metro y que dos lados sean adyacentes.
36.	P: Teniendo en cuenta las condiciones de la actividad 2 sobre medir los objetos, ¿Cuáles fueron las conclusiones?
37.	E2: Que se buscará un punto donde fuera paralelo al piso, donde se encontrará más alto al objeto. Y teniendo en cuenta esta actividad, lo ideal sería que tocara solo un punto del objeto. Y que no toque más puntos del objeto.
38.	P: Listo, ¿la recta paralela que acabaron de hacer cumple con la condición que mencionaron?
39.	E2: Podría ser, pero entre más zoom se le haga, se podría llegar a encontrar que no tiene mucha precisión. Pero por ahora, se ve visualmente que si cumple con las condiciones. (Haciendo referencia que entre más se le haga zoom a la figura, se puede ver que hay intersección)
Los estudiantes invalidan la estrategia de poner el punto L en la parte más alta. Debido a las retroacciones del software, al hacer zoom observan que la recta siempre va a cortar en dos puntos, invalidando lo que perceptivamente parecía tangente.	
40.	P: Ok, Cuando ustedes median el objeto, ponían una regla paralela al piso y ponían encima el nivel de burbuja. ¿Cierto?
41.	E1 y E2: Sí
42.	P: ¿Cuántos grados tenía que tener el nivel de burbuja? Para que la regla quedara paralela al piso o lo más aproximado.
43.	E1 y E2: Lo más cercano a cero, o cero.
44.	P: En este caso, la recta que pasa por el punto L. ¿Qué inclinación debe tener?
45.	E1: De 180 grados

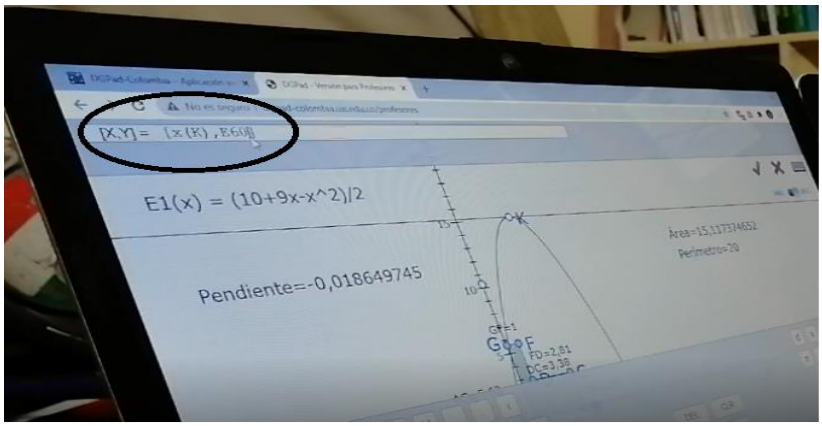
46.	P: ¿Por qué 180 grados?
47.	E1: Para que quede recta. Ah no, sería 0 grados para que quede recta
48.	P: Listo, ahora vamos a reducir el zoom y entonces como necesitamos que la recta. Tenga: 0 grados de inclinación y que corte en un solo punto. Vamos a usar una herramienta que nos mostrará, que tan inclinada esta la recta que pasa por el punto L.
49.	P: En este orden de ideas, vamos de nuevo a las macros. Y ahí aparece pendiente, señala la recta y señala la gráfica.
50.	E1: Acá aparecen los grados
51.	P: Sí, aparece la inclinación que tiene la recta.  Inclinación de la recta que pasa por el punto L
52.	P: Mueve el punto L, Listo, ¿qué condición cumple de las que mencionaron?
53.	E1: Paralelo al eje x
54.	P: Listo, ¿tiene inclinación?
55.	E2: No, no tiene inclinación
56.	P: Listo, ¿qué condición le haría falta para poder determinar la altura máxima de la gráfica?
57.	E1: Ah, tendría que tocar un solo punto de la función
58.	P: Ok, entonces, ya garantizamos una condición (Paralelismo), faltaría garantizar que la recta solo toque un punto de la gráfica. Entonces, a continuación, borrar el punto L. Crea un nuevo punto el cual vamos a nombrar como K. Ahora vamos hacer uso de la herramienta de tangencia, selecciona la macro "Tangente", luego selecciona el punto y la gráfica.
59.	E2: Ok

	
60.	P: Listo, ahora vamos a comprobar si cumple las condiciones que habíamos dicho
61.	E1: Listo, la condiciones que debe cumplir es que esta línea (La recta tangente a la curva que pasa por K) sea completamente paralela al eje x.
62.	P: ¿Y es paralela?
63.	E1: si está en el punto máximo, sí.
64.	P: ¿Se acuerda que herramienta nos permite saber si es paralela o no?
65.	E2: La del paralelismo
66.	P: ¿seguro?
67.	E1: La de los dos puntos de corte. (Los estudiantes tratan de recordar)
68.	P: La que utilizamos ahorita ¿Se acuerdan? La de la inclinación
69.	E2: Ah sí
70.	P: ¿La macro de intersección que nos permite?
71.	E2: Mirar el punto máximo
72.	P: ¿El punto máximo?
73.	E1: Mirar si toca uno o más punto
74.	P: Exacto, ¿y en este caso la otra macro que nos permite? (Haciendo referencia a la macro de pendiente)
75.	E1: Ver si tiene una inclinación
76.	P: Exacto
77.	(Los estudiantes hacen uso de la macro para saber la pendiente que tiene la recta que pasa por K)
78.	P: Listo, en la calculadora vamos a colocar "Pendiente=" (Para nombrar ese valor) y cierra la calculadora ¿Ahí está la pendiente que nos está dando?
79.	E1: Si hay inclinación o no
80.	P: ¿Y hay inclinación?
81.	E1: Sí

	
82.	P: Listo, ¿qué condiciones debe cumplir para poder determinar la altura máxima?
83.	E1: Que haya una inclinación con pendiente igual a cero y tendría que tocar un solo punto de la función.
84.	P: Okey, si movemos el punto K, ¿cómo se comporta la pendiente?
85.	E1 y E2: Se inclina y se muestra que hay dos puntos tocando la función. Entonces lo que podría hacer es zoom y ponerlo para que solo toque un punto y el valor sea cero.
86.	P: ¿En este caso en cuantos puntos toca la recta a la parábola?
87.	E1: En solo un punto (En K)
88.	P: ¿Cómo podemos asegurar eso?
89.	E2: Haciendo zoom (Los estudiantes hacen zoom a la figura para comprobar que solo toque en el punto K)
90.	P: ¿Ok, eso lo garantizamos en el momento que se utiliza la herramienta de tangencia, ¿si se acuerdan?
91.	E1 y E2: Ah sí
92.	P: ¿Que garantizamos usando esa herramienta?
93.	E1: Si la recta está tocando uno o más puntos Y acá solo toca en un punto En cambio, la línea que es paralela solo se mueve de abajo hacia arriba. (Los estudiantes hacen referencia a la recta que pasa por el punto L y que exploraron anteriormente)
94.	P: en este caso, la recta que pasa K ¿si cambia de inclinación?
95.	E1: Sí

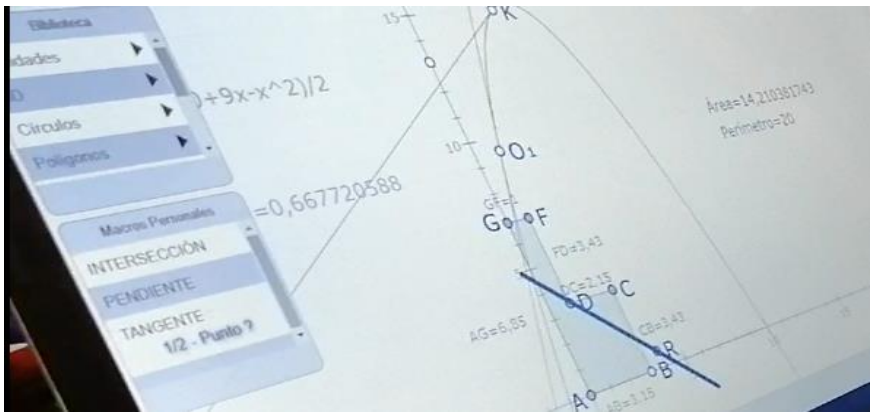
96.	P: ¿Al parecer la inclinación aquí que valor nos da?
97.	E2: Cero
98.	P: ¿Ósea que se podría decir qué?
99.	E1: Este es el punto máximo  Los estudiantes acomodan el punto K, para que la pendiente de la recta sea cero.
100.	P: ¿Qué pasa si le aumentamos el número de decimales al valor de la pendiente?
101.	E1: Tendríamos un valor más preciso (Los estudiantes le aumentan los decimales al valor de la pendiente e intentan acomodarla para que quede con pendiente de cero)  Valor de la pendiente más aproximado a cero (Ubicado por los estudiantes)
102.	P: Si se dan cuenta, en la recta anterior (haciendo referencia a la recta paralela al eje de las abscisas) garantizamos que la inclinación fuera cero. ¿Y en esta recta que garantizamos?
103.	E1: Que la inclinación varia
104.	P: ¿Y que solo toque en un punto verdad?
105.	E2: Sí en esta se garantiza que solo toque en un punto de la función.

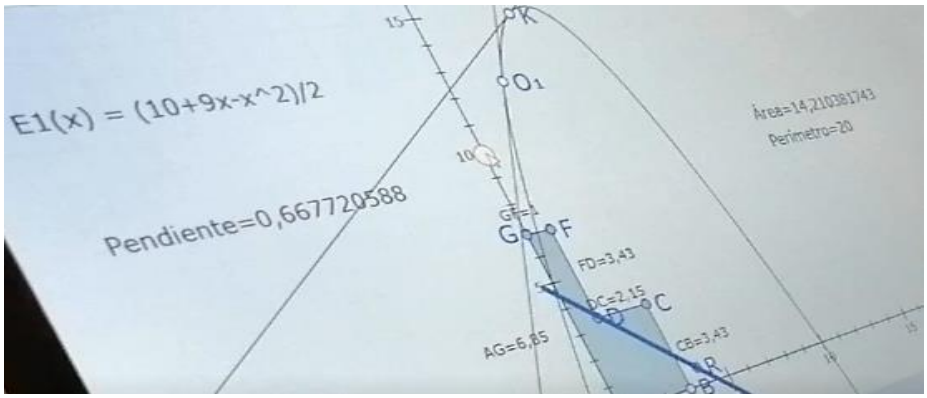
106.	P: ¿Que nos faltaría garantizar? ¿Que la inclinación qué?
107.	E1: Que la inclinación siempre este en cero
108.	P: ¿Listo, en este caso, para resolver el problema necesitamos encontrar una recta que tenga las dos condiciones que ya se dijeron, cierto?
109.	E1: Si claro, que sea paralela y que solo toque un punto
110.	P: Exacto, entonces esas siempre van a ser las dos condiciones, ¿en este caso cual no cumple?
111.	E1: Que no sea paralela
El estudiante a invalidado su estrategia perceptiva, dándose cuenta que necesita construir una recta paralela al eje de las abscisas, que a su vez toque en un solo punto; por lo cual el profesor debe intervenir para la construcción de una estrategia matemática para construir la recta que cumpla esas condiciones.	
112.	P: Entonces necesitamos encontrar el punto específico en donde la inclinación es cero.
113.	E2: ¿Pero cero en el caso de que solo un valor sea cero o que todos den cero? (El estudiante hace referencia al valor de los decimales, preguntándose si solo el primero debe dar cero o si todo el valor de la pendiente debe estar en cero)
114.	P: Que todo sea cero
115.	E2: ¿Pero es posible?
116.	E1: Si claro, debería ser posible, que tenga solo el cero
117.	E2: ¿Pero no sería haciendo zoom, o como se lograría?
118.	E1: Pues yo creo que debe haber otra herramienta
119.	P: Cuando un valor es exacto, por más que se le haga zoom o se le agreguen valores decimales siempre será cero. Entonces en este caso, la recta toca en un punto, pero la pendiente no es cero. Al mover K que pasa con el valor de la pendiente.
120.	E1: Varia
121.	P: Necesitamos encontrar el lugar específico en donde la recta tiene pendiente cero y es paralela al eje x. Entonces para esto vamos a calcular el valor de todas las pendientes de todas las rectas tangentes que pasan por la parábola.
122.	E1: Todas
123.	P: Para esto: Vamos a construir un punto R
124.	E2: ¿En cualquier parte?
125.	P: sí

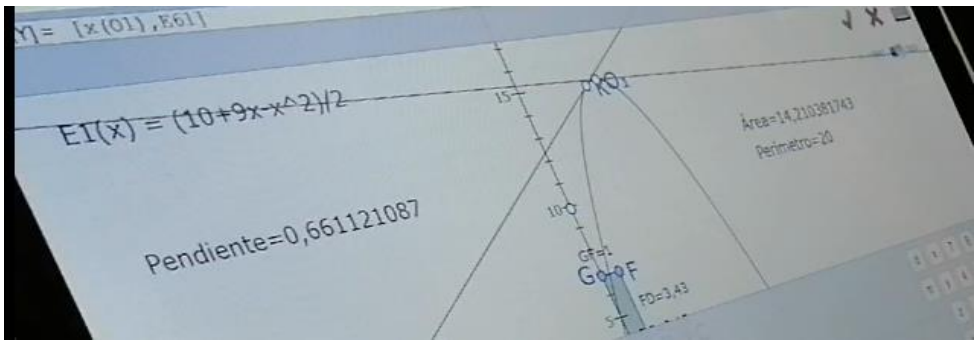
126.	E2: Listo
127.	P: En ese punto R, se va a relacionar la abscisa del punto K. ¿Qué herramienta nos permite comenzar a relacionar?
128.	E1: No me acuerdo
129.	P: ¿Si te acuerdas de la relaciona del punto P, de la abscisa con el área? En la calculadora
130.	E1: Sí
131.	P: Entonces si vamos a relacionar la abscisa del punto K con la pendiente de la recta tangente que pasa por K. Entonces ¿Qué coordenadas debe tener ese punto R?
132.	E1: La misma coordenada de K
133.	P: Pero en las abscisas ¿Verdad?
134.	E2: Sí en las abscisas
135.	P: Entonces para representar eso, primero ponemos los paréntesis cuadrados. Ponemos x(K) en las abscisas Ahora en la ordenada ¿Qué iría ahí en la ordenada? Teniendo en cuenta que se quiere relacionar con la pendiente
136.	E1: Tendría que ir (y)
137.	P: Ya relacionamos el punto R para que sea igual al movimiento del punto K pero en la abscisa. Ahora nos falta relacionar es el valor de la pendiente. Entonces para esto seleccionamos en la calculadora el valor de la pendiente (En la ordenada del punto R)
138.	(Los estudiantes establecen la relación en la calculadora para el punto R) 
139.	P: Ya relacionamos el punto R para que sea igual al movimiento del punto K pero en la abscisa. Ahora nos falta relacionar el valor de la pendiente. Entonces para

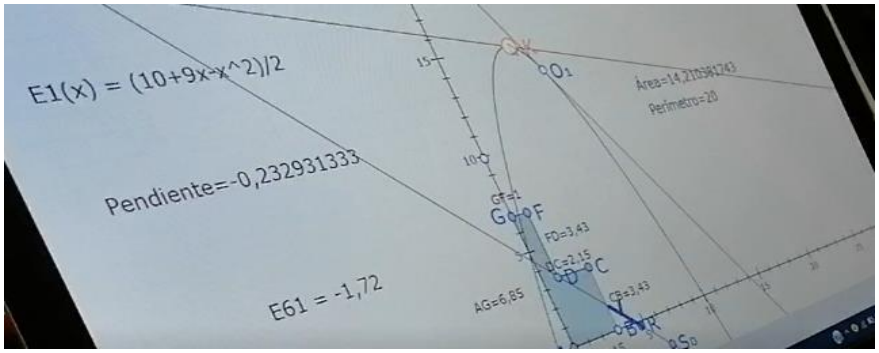
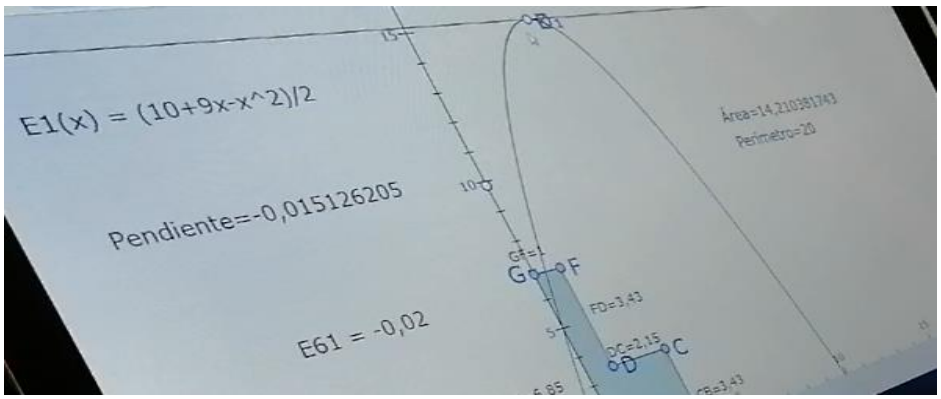
	esto seleccionamos en la calculadora el valor de la pendiente (En la ordenada del punto R)
140.	(Los estudiantes establecen la relación en la calculadora para el punto R)
141.	P: Listo, ¿se puede mover R?
142.	E2: no
143.	P: ¿Por qué no?
144.	E1: Porque está relacionado dónde está el otro punto (El estudiante reconoce la dependencia que hay porque al momento de mover el punto K se mueve el punto R ya que tienen la misma abscisa.
145.	P: Ok, ahora movamos el punto K. ¿Hay relación?
146.	E1 y E2: Si es el movimiento de R R siempre acompaña al punto K en el eje x
147.	P: En y(R), ¿con qué lo pueden relacionar?
148.	E1: Ah, es una función decreciente. Sí, es una línea recta.
149.	P: Si se dan cuenta, el valor de K en (x) es el mismo en R en (x). ¿Pero es el mismo en (y)?
150.	E2 y E1: No
151.	P: ¿Qué comportamiento tiene y(R), con que valores lo pueden relacionar? Tengan en cuenta lo que varía en la construcción
152.	E1: La pendiente
153.	P: Ahora activa la traza del punto R. ¿Esa traza que está representando?
154.	E1: No se me ocurre nada, ósea sé que está relacionada con K en (x). Ah me di cuenta que si K se va hacia la derecha R disminuye. Si K aumenta en (x) entonces R disminuye en (y)
155.	P: ¿Qué más pueden notar del movimiento del comportamiento?
156.	(Los estudiantes se preguntan entre ellos que forma está marcando la traza azul)
157.	P: Listo, entonces vamos a mover el punto K y miramos cómo varía el punto K, el punto R y el valor de la pendiente. ¿Qué relación tiene el valor de la pendiente con los puntos K y R?
158.	E1: Cuando ambas aumentan en el valor de (x), la pendiente se inclina más.
159.	P: Recordemos el objetivo del problema, (Buscar el punto donde la pendiente de la recta K es cero) ¿Cómo se comporta R?
160.	E1: Se ubica sobre (x)

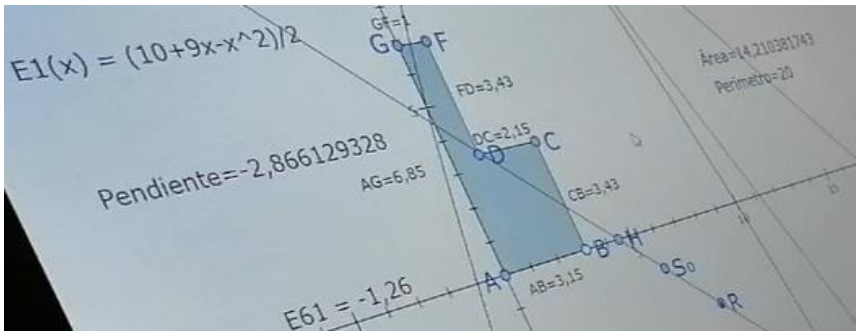
161.	P: Exacto, el rastro azul nos relaciona en la parte (x) el movimiento del punto K, y en (y) el valor de la pendiente. Entonces, cuando aparentemente encontramos el punto más alto, el punto R se ubica en el eje (x)
162.	E1 y E2: Sí
163.	P: Listo, entonces ahora necesitamos saber cuál es el valor de ese punto en el que se va a ubicar R (Cuando toca a (x)).
164.	E1: Sí, yo creo que cuando R está fuera del eje (x), entonces K ya no está en el punto más alto.
165.	P: Listo
166.	E2: Ósea si se encuentra en un cuadrante fuera del eje x, no está en el punto más alto.
167.	P: Listo, ustedes dijeron algo que el punto R debe estar sobre el eje (x) de las abscisas, ¿cierto?
168.	E1 y E2: Sí
169.	P: listo, a partir de ese movimiento pueden determinar ¿en qué momento R corta el eje de las abscisas?
170.	E1: R corta en las abscisas cuando K está en el punto más alto posible
171.	P: Listo, entonces para cortar ese punto de corte. ¿Qué podríamos hacer? Porque aparentemente corta en el eje (x) pero si le damos zoom ¿Qué pasa?
172.	E1: Pues K tendría que tener la pendiente en cero (Haciendo referencia a la recta que pasa por K)
173.	P: Sí, y si le damos zoom a la construcción que tenemos ¿Qué pasa Para encontrar el punto de corte en R?
174.	E2: Se pierde la traza (Los estudiantes al hacer zoom se dan cuenta que el punto R no está exactamente sobre el eje (x), está más abajo o más arriba y además se pierde la traza)
Los estudiantes concluyen que cuando la traza corta el eje x se va a encontrar el punto más alto de la curva, al relacionar que el punto R representa todas las pendientes de las rectas tangentes a la parábola, indicando que el punto R al estar sobre el eje x la pendiente de la recta será cero.	
175.	P: ¿Entonces qué podemos hacer para que se mantenga la traza fija al mover R?
176.	E1: Otra función
177.	P: ¿Otra función?
178.	E2: Creo que sí, podría ser

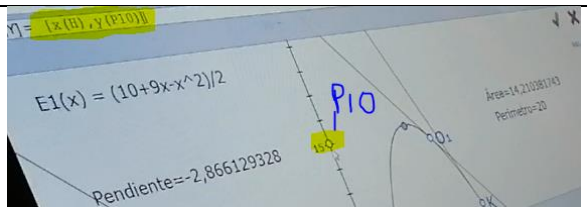
179.	P: ¿Se acuerdan que hicimos con la parábola? En donde al momento de hacer zoom se perdía la traza. ¿Que hicimos en este caso?
180.	E1: Se hacían ecuaciones para reducirla en una sola variable y colocarla acá.
181.	P: ¿Y en este caso podríamos hacer lo mismo?
182.	E1: Creo que si
183.	P: Listo, entonces como necesitamos es encontrar es esa recta (Traza azul) ¿Para construir una recta que necesitamos?
184.	E2: Necesitamos puntos de corte
185.	P: ¿Con un punto se puede construir una recta o necesitamos más puntos?
186.	P: a partir de ese punto se acuerdan ¿Cómo construimos el punto R? se acuerdan que relacionamos con que en la calculadora.
187.	E1: sí, el punto R lo relacionamos con K en el eje x,
188.	P: ¿con qué más se relacionó en la parte del (y)?
189.	E2: espera miro el movimiento, también se relaciona con K
190.	P: si quiere miremos en la calculadora con quien se relaciona el punto R (los estudiantes revisan la calculadora para acordarse con quién es que se relacionaba)
191.	P: se acuerdan que en (y) se puso E60. ¿se acuerdan qué es E60?
192.	E1: ah, eso es la pendiente
193.	P: exacto, entonces en ese nuevo punto ¿a quién debemos relacionar para generar el nuevo punto sobre esa traza?
194.	E1: listo, entonces se debería relacionar también con R
195.	P: ¿por qué?
196.	E1: no, se debe relacionar con K para que quede a la altura 

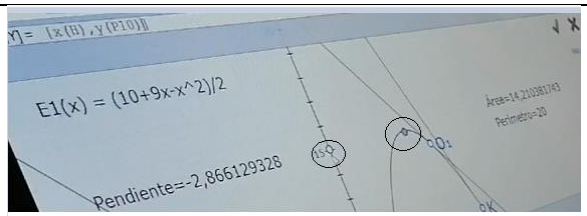
197.	P: listo, ahora necesitamos crear un nuevo punto que esté en esa misma traza, pero diferente a R y ahora ya ustedes crearon un punto cualquiera, entonces ¿Qué debemos relacionar teniendo el nuevo punto dentro de sus coordenadas? El punto R lo relacionamos a partir del punto K, ahora vamos a crear un punto que lo relacionemos a partir del punto O, pero ¿Qué le hace falta a O para que tenga las mismas características de K?
198.	E2: le hace falta una recta
199.	P: ¿se acuerdan cómo crear esa recta? (los estudiantes crean la recta, para esto recuerdan cómo generarla a partir de la macro de tangencia generando la tangente que pasa por O) 
200.	P: ¿Qué más le hace falta para que tenga lo mismo que K?
201.	E1: le hace falta estar relacionado con un punto
202.	P: exacto, entonces creamos un punto (los estudiantes crean un nuevo punto sobre la gráfica)
203.	P: ahora ¿Qué más nos hace falta saber de esa recta tangente a la curva que se creó?
204.	E1: la pendiente (El estudiante E1 pregunta a E2 si se acuerda como poner la pendiente)
205.	E2: utilizan la macro pendiente y le da clic encima de la nueva tangente, para que les genere el valor de la pendiente
206.	P: ahora movamos el punto O (Los estudiantes movieron O para verificar que la pendiente varía y que la tangente se mueve con el punto)
207.	P: ahora creen el nuevo punto que va a estar sobre el rastro (los estudiantes crean un punto cualquiera)
208.	P: selecciona el punto, abra la calculadora y nombra el punto
209.	E2: ¿Cómo lo nombramos?

210.	P: Como S (los estudiantes ponen las coordenadas que creen a partir de las relaciones de los objetos que crearon) (Fue necesario recordarles a los estudiantes sobre la notación, por ejemplo, que en las coordenadas del punto cuando en las abscisas se quiere relacionar la abscisa de algún punto de debe poner x (minúscula)
211.	P: ¿Falta relacionar algo?
212.	E2: recuerdas el este que creamos (Haciendo referencia al valor de pendiente)
213.	E1: acá se relaciona con la pendiente
214.	P: ¿Cuál pendiente?
215.	E1: muestra la pendiente que va en las ordenadas, siendo la pendiente de la recta tangente que pasa por O
216.	P: listo ahora al mover a O ¿Qué pasa?
217.	E2: es como si fuera otra vez R 
218.	P: ahora con lo que tienen ahí, ¿se acuerdan de la condición que ustedes dijeron que se necesita para construir una recta?
219.	E1: Que la pendiente toque un punto
220.	P: no, para construir una recta normal ¿Qué condiciones necesita?
221.	E1: que haya mínimo dos puntos
222.	P: ¿Cumple con la condición para crear la recta o nos faltaría un punto?
223.	E1: ya tenemos los dos puntos
224.	P: ¿Cuáles son?
225.	E1: son S y R
226.	P: ahí hay una herramienta que nos permite crear la recta, dale sobre uno de los dos puntos, ahí aparece un cuadrito con un dibujo de una recta con dos puntos, dale sobre un punto y le dejas oprimido hasta arrastrarlo al otro punto.

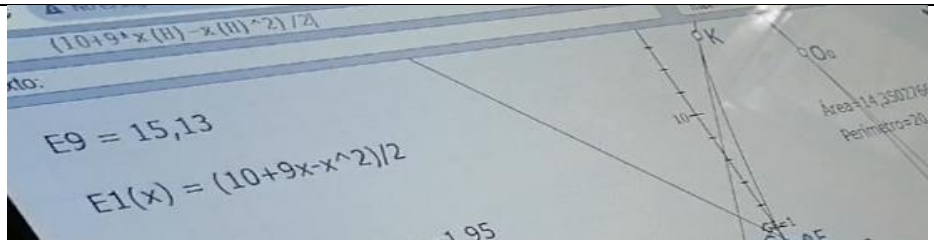
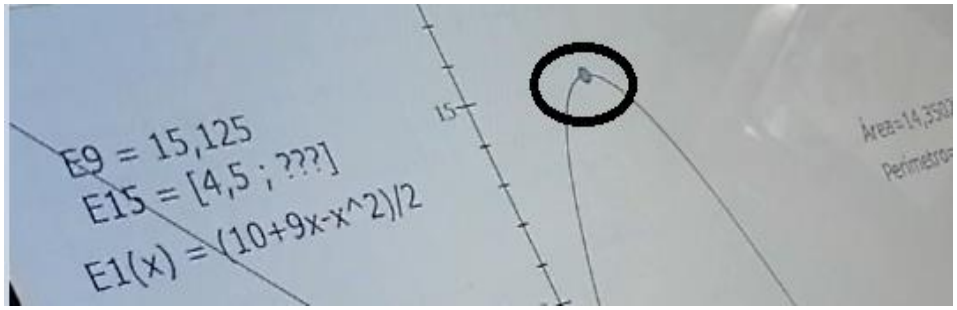
	(los estudiantes crean la recta que pasa por R y S) 
227.	P: ¿Para qué construimos esa recta cuál fue el fin?
228.	E2: el fin de construir la recta era poder llegar al valor.
229.	E1: era para saber el movimiento que hace R
230.	P: listo, sin embargo, tú viste unas características que tenía R ¿cierto? ¿se acuerdan las características que mencionaste?
231.	E1: que va a estar en una recta, que cada uno se relaciona con un punto de la función, que ambas se tenían que encontrar en el eje (x) para que los puntos que se relacionan con ella están en la parte más alta.
232.	P: entonces teniendo esas características y esa recta, ¿podríamos saber ahora si el punto de corte entre la recta que creamos y el eje x? que se supone que ahí debe estar R
233.	E2: si se le hace zoom, sí (los estudiantes hacen zoom para ubicar de forma visual el punto sobre el eje x, sin embargo, ven que no está sobre el eje x al intentar mover el punto K, los estudiantes observan que al poner un punto encima del otro la recta desaparece)
234.	E2: se tendría que dejar uno que marque la recta  Los estudiantes observan que cuando las rectas tangentes a la curva están superpuestas, la recta RS desaparece

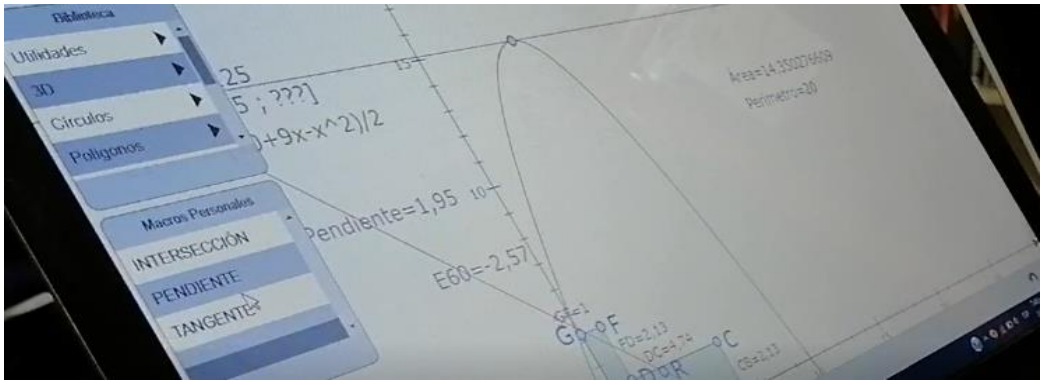
235.	P: entonces, para hacer eso podemos utilizar la herramienta intersección, ¿Qué nos va a permitir esta herramienta? la recta que creamos, que haga intersección la recta RS con el eje x ese punto va hacer el que necesitamos. se muestra la herramienta a los estudiantes, logrando hacer la intersección entre la recta RS y el eje x, los estudiantes mueven a R para verificar si efectivamente el punto se creó en la intersección
236.	P: ¿Ese es el punto que estábamos buscando o no?
237.	E1: sí
Los estudiantes concluyen que el punto H es el punto de intersección que estaban buscando entre el eje x y la recta RS	
238.	P: listo, entonces vamos a llamar a ese punto H (los estudiantes se acuerdan de cómo poner el nombre, logrando nombrar el punto H)  Los estudiantes crean el punto H
239.	P: ahora, teniendo ese punto que es la intersección entre la recta RS y el eje x podemos ya calcular el punto máximo del área de la figura
240.	E1: sí
241.	P: ¿Cómo?
242.	E1: sería poner otro punto en esta función relacionarlo con H y ya quedaría en el punto más alto (los estudiantes intentan hacer el punto y relacionarlo con H)
243.	P: listo, ya tiene el H ¿Qué faltaría?
244.	E2: ¿y cómo es que se relacionaba?
245.	E1: no sé, no me acuerdo
246.	P: ¿Cuál es la pendiente? se acuerdan ¿Cuál es el valor de la pendiente cuando cortaba con el eje x?
247.	E2: 0

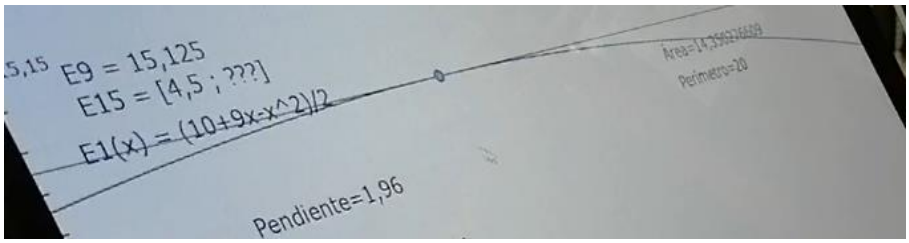
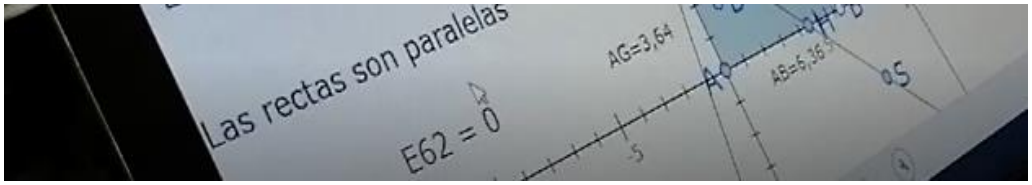
248.	P: entonces ahí se le pone la coma para poner la ordenada y ¿Qué valor se le pone?
249.	E1: 0
250.	P: si, entonces es x(H), 0 y paréntesis
251.	E1: no quedó el punto 
252.	P: miren, si se dan cuenta, tiene coordenadas en y de 0, entonces ¿Dónde va a quedar si tiene la misma abscisa en x(H) pero en (y) de cero? ¿Cuántas unidades sube en (y) si tiene cero?
253.	E2: queda encima de H
254.	P: necesitamos que quede en la parte más alta ¿Qué altura le pondría? Ya sabemos una cosa, que en (x) debe tener el valor de H, ahora nos hace falta ver cuál es el valor de (y) para encontrar el punto, ¿Cómo podríamos encontrar el valor de y? si ya tenemos a (x). (los estudiantes se preguntan entre si a quién deben poner en la ordenada)
255.	E1: ese punto también se podría relacionar con este (con el punto que está sobre el eje y el cual no tiene nombre. (Los estudiantes tienen la idea de que el punto más alto es de 15, y como le hace falta la ordenada consideran que al ubicar el punto en (y) sobre lo que consideran el punto más alto, será la medida que deben relacionar en el eje de las ordenadas, por lo tanto, el punto creado lo consideran como el más alto)
256.	 El punto subrayado en amarillo hace referencia al punto P10

	
257.	P: listo ¿y si le hacemos zoom?
258.	E1: no es la altura máxima pero ya es la más cercana (los estudiantes visualizan sin necesidad de hacer zoom que el punto que crearon no está sobre la gráfica)
259.	P: en (x) sabemos que siempre va a estar igual
260.	E2: faltaría cuadrarlo en y
261.	P: y si tenemos en cuenta, ¿se acuerdan de dónde salió esa ecuación E1? ¿Qué me relacionaba esa ecuación?
262.	E1: toda esta función (señalan la gráfica)
263.	P: se acuerdan ¿Quién era (x) antes de convertirla en x? ahí en la hoja donde hicieron el proceso
264.	E2: era un lado, era AB el lado de la figura
265.	P: si ponemos e l punto B encima de H, (los estudiantes ponen a B encima de H) P: ¿Qué valores nos da en el área?
266.	E2: 15,2 aunque este como tal es un valor aproximado del más alto
267.	P: nosotros en la ecuación que relacionamos, el lado de AB ¿con quién?
268.	E1: con el área
269.	P: si yo reemplazo en x que me va a dar
270.	E1: sí reemplazo en x me va a dar la altura máxima
271.	P: sí ya tenemos el (x) ¿Qué tenemos que hacer?
272.	E2: nos faltaría el (y)
273.	P: sí ya tenemos el (x) ¿Quién es (x)?
274.	E1: x seria x(H)
275.	P: tenemos ya la ecuación que nos relaciona el movimiento de AB con respecto al área, entonces quien sería ese (x)
276.	E1: entonces este podría ser H
277.	P: ¿sí?
278.	E1 y E2: sí

279.	P: y si reemplazamos por el valor de la abscisa de H que nos van a dar al reemplazar todo eso, ¿qué necesitamos del H el (x) o el (y)?
280.	E2: necesitamos el (y)
281.	P: ¿seguros? en (y) qué valores toma el H
282.	E2: toma 0
283.	P: listo entonces el ¿x(H) cuánto es?
284.	E1: el x(H) es la intersección
285.	P: para denotar solo el x(H) ponemos x(H) para hacer referencia a solo la abscisa del punto H, pero acuérdate ¿Qué se quería hacer anteriormente relacionarlo con quién?
286.	E2: lo íbamos a relacionar con este (el estudiante muestra con el dedo a la función que tiene escrita como aquel con el que se debe relacionar)
287.	P: x(H) ¿Quién va hacer?
288.	P: pero H es un punto ¿Quién nos sirve la coordenada en (x) o en (y)?
289.	E2: la coordenada en y
290.	P: ¿en (y)?
291.	E2: perdón en x
292.	P: Exacto, entonces para poner la coordenada en x ponemos x(H) con eso estamos dando la indicación que solo tome el valor de x del punto H (los estudiantes ponen en la coordenada de y toda la función que aparece ahí y observan que las relaciones que pusieron en (y) no funciona para crear el punto que se quiere)
293.	E2: no está calculando nada
294.	E1: no sé qué más hacer
295.	P: listo si quieren abran de nuevo la calculadora, como ustedes ya dijeron que el valor que nos sirve es la abscisa de H, entonces ¿donde reemplazamos este valor?
296.	E1: ese valor lo tenemos que reemplazarlo en la ecuación principal de x
297.	P: pero si la reemplazamos ahí, como esa es nuestra gráfica se nos alteraría la gráfica
298.	E2: entonces creamos una expresión aparte ¿cierto?
299.	P: sí
300.	(Los estudiantes generan una nueva expresión para poner la función en las ordenadas y poder generar el punto que se quiere).

	 forma utilizada por los estudiantes para hallar la ordenada del punto más alto
301.	P: ese valor que nos dio ¿Qué vendría siendo?
302.	E1: sería el valor más alto
303.	P: entonces si ese es el punto más alto ¿ahora sí podría crear el punto?
304.	E1: ¿será que si es el punto más alto?
305.	E2: creo que sí (El estudiante le aumenta los decimales para verificar y mira que el valor es 15,125, por lo cual, los profesores hacen mención de que por más que se le aumente los decimales no van a aumentar si es un valor fijo y concluyen que el valor corresponde a la ordenada del punto)
306.	P: ¿Quién es nuestro x e y?
307.	E2: nuestro x es x(H) y nuestro (y) es el valor que acabamos de obtener. (los estudiantes empiezan a crear el punto y crean el punto en la parte más alta de la gráfica)  punto máximo generado por los estudiantes para solucionar la situación
308.	P: ¿Ese punto a que corresponde? si quieren ocultemos todo anteriormente en la herramienta ocultar
309.	E1: ya tenemos la altura máxima, el área mayor que puede tener el hexágono
310.	P: ¿Cumple con las condiciones de lo que se requiere cuando hiciste la actividad de medición? se acuerdan que mediamos los objetos y ustedes dijeron que debía cumplir dos condiciones.
311.	E2: debería estar tocando en un solo punto de esa función
312.	E1: que tiene que estar paralelo al eje x

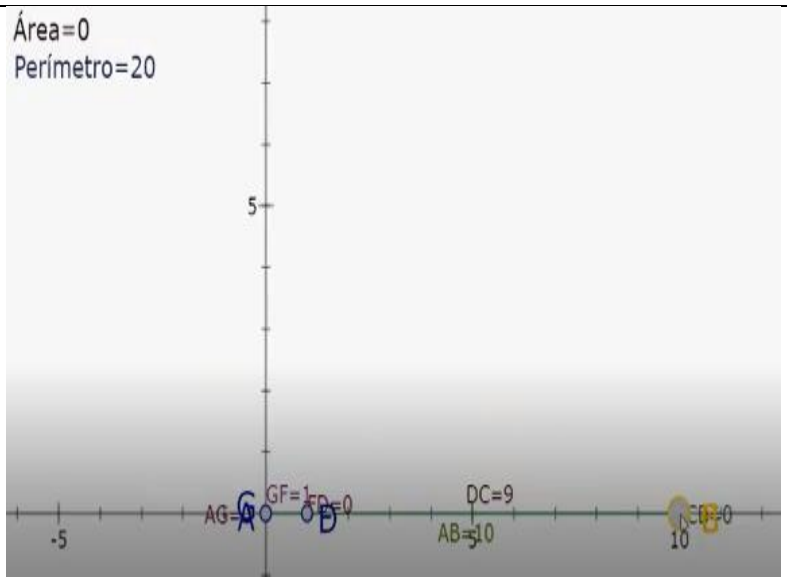
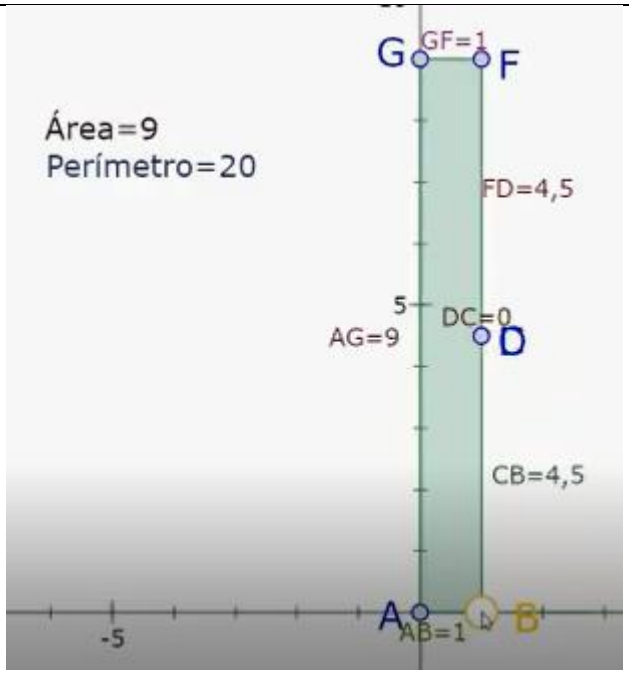
313.	P: entonces, tracemos la recta tangente que pasa por ese punto con la macro  verificación por los estudiantes de la estrategia de la intersección y la tangente que pasa por el punto creado
314.	P: ¿Qué más requería?
315.	E1: que la pendiente no tenga inclinación podemos verificar la pendiente
316.	E2: sí (Los estudiantes utilizan la herramienta macro pendiente para saber si tiene inclinación, este caso la pendiente es llamada E=62 y le aumentan los decimales verificando que siempre va hacer cero y que no tiene inclinación.)  Verificación con la macro pendiente, luego los estudiantes aumentan los decimales para verificar que se va a mantener en cero la pendiente
317.	P: ¿Qué más hace falta?
318.	E1: que toque en un punto
319.	P: ¿se acuerdan de la herramienta que utilizamos para verificar que solo toca un punto? los estudiantes vuelven a la macro y le dan en intersección para verificar

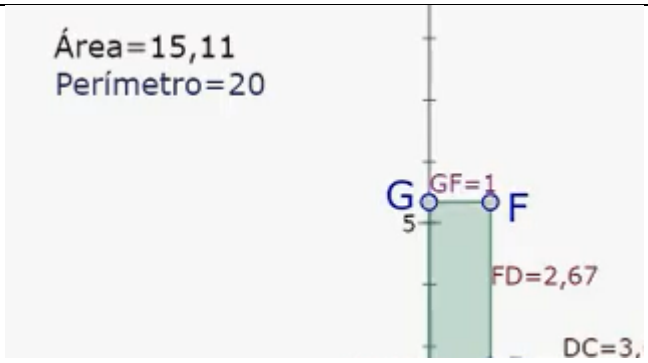
320.	P: ¿será que si hacemos zoom podemos ver que creó otro punto? o siempre va hacer el mismo punto
321.	E2: siempre va hacer el mismo punto no cambia por más que se le haga zoom (Los estudiantes le dan zoom para verificar) 
322.	P: también podemos utilizar una herramienta que se llama test de paralelismo, para comprobar si la recta que se trazó es paralela ¿a quién?
323.	E1: al eje (x)
324.	P: vamos a la macro, le damos en la herramienta paralelismo, seleccionamos la recta que creamos y la recta que se creó en el eje x de A a B
325.	E1: las rectas son paralelas,
326.	P: ya como conclusión ¿Qué características cumplió?
327.	E2: la primera que tocara un solo punto, que tocara una sola vez la función, que fuera paralelo a las abscisas y que la pendiente fuera cero 
328.	P: ya con esto damos por resuelto el problema.
Los estudiantes validan el resultado utilizando el test de paralelismo, calculando la pendiente de la recta tangente que pasa por el punto I, aumentando los decimales y haciendo zoom a la construcción, de esta manera concluyen que el problema queda solucionado.	

PILOTAJE 2

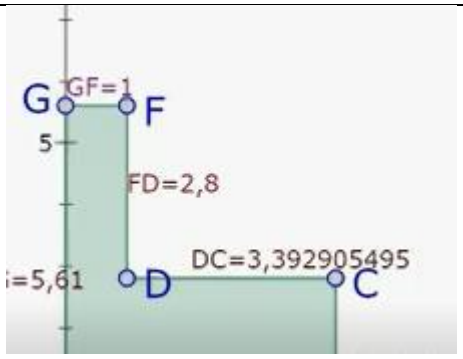
ACTIVIDAD 1

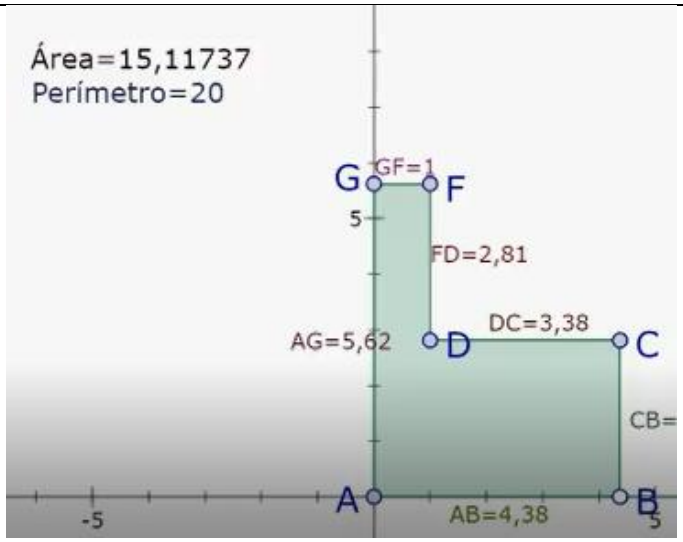
1.	P: Buenas tardes, esta es la situación que vamos a trabajar inicialmente.
2.	E1: (Lee el enunciado planteado en la situación)
3.	P: Este es el enunciado, ya le hacemos llegar la construcción de la situación que leyeron.
4.	(los estudiantes descargan la construcción enviada por el profesor).
5.	P: ¿Cuál es la pregunta que nos pide el enunciado?
6.	E2: ¿Qué medidas debe tener los lados del hexágono para que sean la mayor posible?
7.	P: Ustedes observan que la construcción representa la situación del hexágono que leyeron, entonces lo primero que vamos a hacer es verificar si esa construcción cumple con las condiciones que nos da el enunciado del problema. ¿Recuerdan cuáles son las condiciones? Podemos volver a poner el enunciado en pantalla y miramos cuáles son las condiciones que se dan.
8.	E1: Un lado debe tener de longitud un metro
9.	E2: (El estudiante señala las medidas de los lados de acuerdo a la descripción de la situación con el cursor)
10.	P: ¿Qué otras condiciones se dan?
11.	E2: El perímetro debe ser 20 metros
12.	P: ¿Y sí tiene perímetro los 20 metros?
13.	E1: Sí, sí tiene los 20 metros
14.	P: ¿Qué otra condición debe tener?
15.	Antes de resolver el problema como tal, ¿qué puntos se pueden mover en la construcción y cuáles no?
16.	(Los estudiantes señalan el punto B y dicen que es el único que se puede mover)
17.	P: Y si yo sigo moviendo ese punto ¿se siguen cumpliendo las condiciones del enunciado?

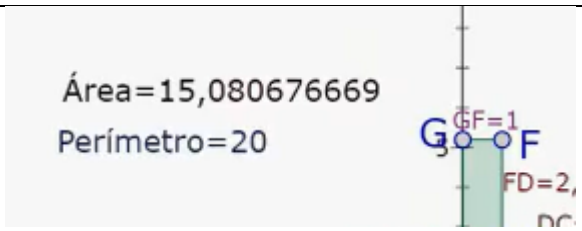
18.	E1: No, se cambia
19.	P: ¿Qué varía cuando se mueve el punto B?
20.	E1: Lo que varía viene siendo los dos lados adyacentes al GF, estaría variando el punto CB y el AG, pero el AG es el adyacente
21.	P: Van a mover el punto B hasta lo máximo y mínimo que se pueda
22.	E1 y E2: Se puede mover hasta 10 en x
23.	
24.	P: ¿Y lo mínimo?
25.	E2: 1 en x
26.	

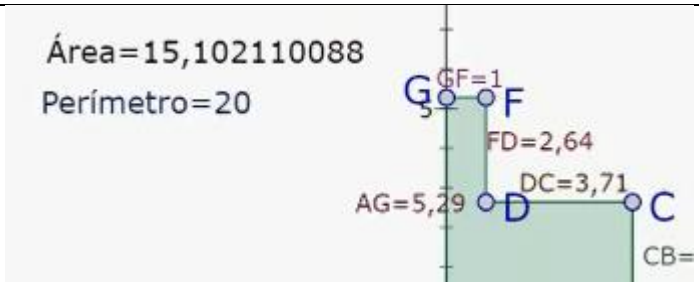
27.	P: Teniendo en cuenta esos movimientos y valores, entonces ¿con eso ustedes pueden dar respuesta a la pregunta que dan en el enunciado? En este caso ¿cómo se comporta el área cuando se mueve el punto B?
28.	E1: El área aumenta o disminuye cada vez que se mueve el punto B
29.	E2: Siempre disminuye cuando se mueve el punto
30.	P: ¿Siempre disminuye cuando se mueve el punto?
31.	(Los estudiantes mueven el punto para corroborar si el área disminuye cada vez que se mueve el punto B).
32.	E1: Si aumenta el x se reduce (y) si se aumenta en (y) queda en 9
33.	E2: Si aumenta en x el área se reduce a 0
34.	E2: Y si se reduce en x (y) se aumenta y el área queda en 9
35.	E1: Pero lo que veo, que donde tiene mayor área es más o menos 15,1
36.	(los estudiantes siguen moviendo el Punto B para intentar establecer la mayor área posible)
37.	P: Según ustedes, con la variación del área, ¿cuál sería el área mayor?
38.	E2: 15,1
39.	E1: 15,11
40.	
41.	P: ¿Será que podemos hallar una mayor?
42.	E1: Sí hay mayor
43.	E2: Creo que el máximo es 15,12

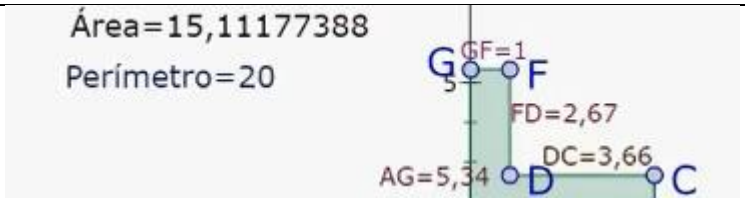
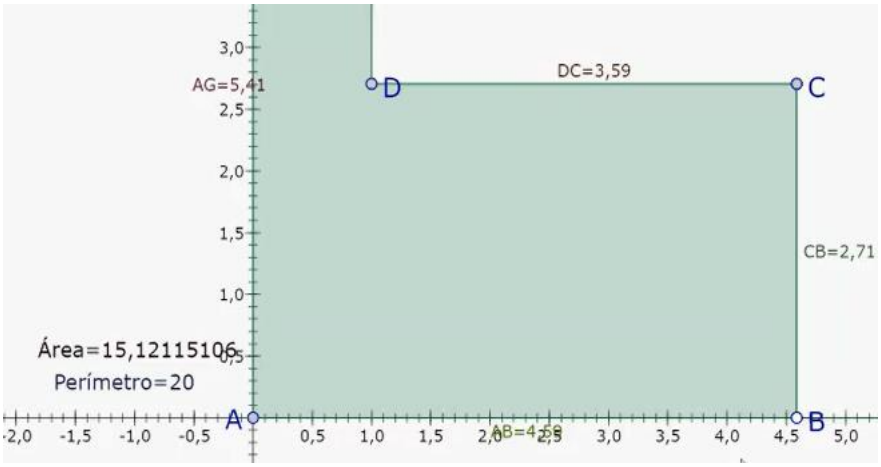
44.	Donde el lado adyacente FD es igual a 2,8 y el lado AG quedaría 5,61, el lado DC quedaría en 3,39 el CB quedaría en 2,8 disminuyendo y el AB disminuyó a 4,39
45.	P: ¿E1 estaría de acuerdo con lo que dice E2?
46.	E2: Sí estoy de acuerdo
47.	P: Ustedes que considerarían: si de pronto hubiera la posibilidad de que se aumentaran los decimales, ¿seguiría igual o cambiaría?
48.	E2: Cambiaría
49.	E1: Sí, y sería más exacta en los números
50.	E2: No sé, sería igual, tal vez cambiaría la exactitud, pero no la cantidad de la medida.
51.	P: ¿A qué se refiere con exactitud, pero no la cantidad?
52.	E2: Lo que quiero decir, si tenemos un área de 4,39 y le aumentamos los decimales, únicamente cambiaría en sí la exactitud, pero siempre se tendría la medida en sí exacta de ese lado, solo varía los decimales, o sea si un lado mide 5, esa es la medida exacta, pero si se aumentan los decimales realmente se está ampliando la exactitud que se está teniendo, pero sigue teniendo el mismo resultado si se opera de la misma manera.
53.	(Los estudiantes toman conciencia de la variación de los valores que aparecen en la pantalla cuando desplazan el punto B. encuentra un valor del área que perceptivamente es el mayor. El profesor pregunta si esa área seguirá siendo la mayor al mostrar más decimales. Las respuestas de los estudiantes son ambiguas: parecen decir que al aumentar el número de decimales la precisión aumenta, pero no es claro si piensan que el valor máximo será diferente.) De acuerdo con lo previsto en el análisis a priori, el profesor debe mostrar como aumentar el numero de decimales del valor mostrado en la pantalla como hacer zoom con el fin de que los estudiantes invaliden la estrategia de arrastrar B hasta tener el valor más alto del área.
54.	P: Si ampliamos el número de decimales, se obtiene la misma medida, pero con mayor precisión, ¿a eso se refieren cierto?
55.	E1 y E2: Sí señor

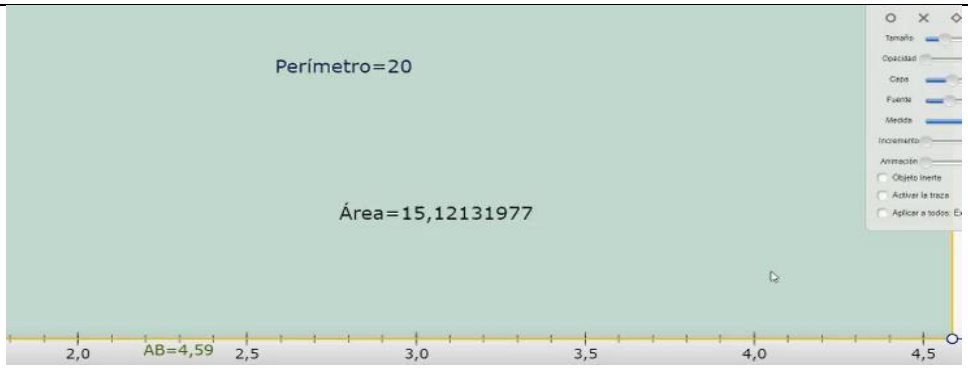
56.	E1: No sé si los decimales afecten, porque no es lo mismo sumar 5 + (5 a 5,76), tal vez aumentaría las medidas de cada lado.
57.	P: Entonces vamos a resolver esa pregunta, aumentando el número de decimales, a los lados y al área.
58.	[Los profesores explican cómo aumentar los decimales a uno de los lados]
59.	(Los estudiantes aumentan los decimales del área y de los lados.)
60.	E1: ¿Lo hago en todos lados o solo en ese?
61.	
62.	P: ¿Consideran que es necesario hacerlo por todos lados?
63.	E2: No
64.	P: ¿Por qué? Ahí aumentan los decimales del lado DC, si yo muevo el punto B ¿va a cambiar el área, o va a seguir siendo la misma?
65.	E2: Sí cambian los decimales
66.	E1: Aunque se coloquen más decimales, el área sigue siendo la misma, no cambia, solo cambia si movemos el punto B.
67.	E2: Solo se aumenta la precisión, pero no el resultado
68.	E1: Pero el área sigue estable.
69.	P: Entonces lo que ustedes acaban de hacer fue aumentarle los decimales en un lado, pero notan que cuando aumentan los decimales de DC, como tal el área sigue siendo la misma 5,12. Entonces ¿si aumentamos los decimales donde dice área?
70.	(Los estudiantes aumentan los decimales al valor del área)

71.	E2: Pasa lo mismo, se aumenta los decimales, aumentando la precisión, pero no cambia la exactitud.
72.	P: ¿En la anterior ustedes habían dicho que el área máxima era 15,12 cierto?
73.	E2: Sí señor
74.	P: ¿Con más decimales puedo encontrar un área más grande de 15,12?
75.	E1: Solo cambia la precisión
76.	P: ¿Ahora para ustedes cuál sería el área mayor?
77.	E2: El área mayor con decimales seria este
78.	
79.	P: ¿Seguro? Si quiere muevan de nuevo el punto B y observamos cómo se comporta el área ya que tenemos más decimales (Los estudiantes arrastran el punto B hasta los extremos.)
80.	E2: Lo que siempre veo es que no aparecen decimales cuando se mueve B hasta diez en x y cuando se mueve en uno en x queda con un área exacta de 9 nueve sin decimales
81.	P: Ustedes dicen, por ejemplo, el 9 siempre se va a mantener si le aumentamos o no los decimales, siempre va a ser 9.
82.	E1: Sí señor
83.	P: Esa es una buena observación para tenerla en cuenta, porque cuando se tiene una medida exacta por más que se le aumente los decimales, no cambiaría, en

	este caso el área al ser 9 sin importar de que se aumenten los decimales va a seguir siendo 9. Ahora si vuelvo a la pregunta del enunciado, ¿cuál sería la mayor área?
84.	E1: La mayor área sería 15, sin tener en cuenta los demás decimales
85.	P: ¿Para ti sería mejor no poner los decimales, para estipular el área mayor?
86.	E1: Sí señor
87.	P: En este caso, ¿cómo sería con mayor precisión la medida exacta del área?, ¿con decimales o sin decimales?
88.	E1: Si quiero operar más fácil diría, que, sin decimales, pero si se le quiere tener la medida exacta con más decimales.
89.	P: Exacto, en este caso queremos que sea la más exacta.
90.	(Los estudiantes empiezan a mover de nuevo el punto B para estipular el área mayor)
91.	E2: Para tener la cantidad exacta de la mayor área sería esta:
92.	
93.	P: ¿Podemos hallar una mayor a esa o será que no podríamos? Si quieren anoten la que tienen, e intenten encontrar una mayor. Si arrastramos el punto B ¿será que no podemos encontrar una mayor a esa?
94.	E2: Diría que no porque entre más aumentamos, le aumentamos por el lado derecho de x, lo cual muestra que se va reduciendo el número del área.
95.	E1: Se reduce a cero. Para buscar la mayor área toca aumenta por el lado izquierdo, y el más acercado al mayor es el 15,1
96.	P: Colócalo en 15,1
97.	E2: Ya
98.	P: Si le agranda los decimales ¿qué pasaría?
99.	E1: Se vuelve más preciso

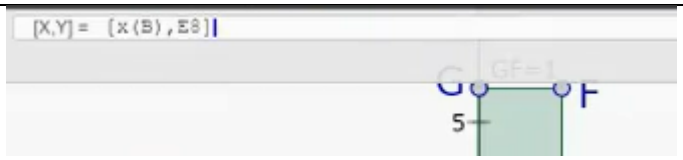
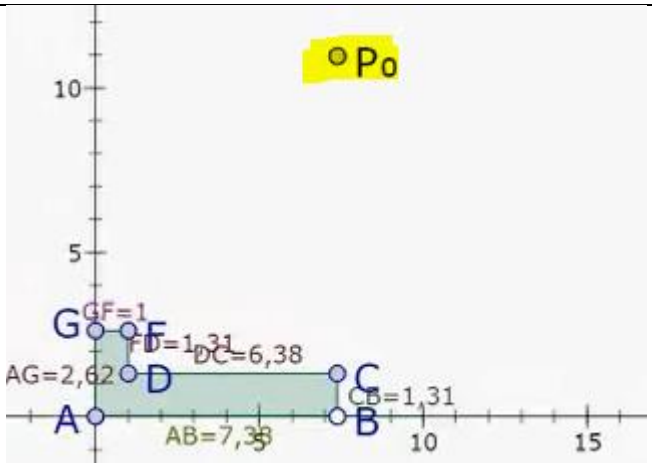
100.	P: ¿Esa medida es mayor o menor a la que anotaron?
101.	(Los estudiantes mueven el punto B y pierden la medida por la que pregunto el profesor).
102.	P: ¿Espera ahora esa medida es mayor o menor a la que anotaron antes?
103.	E2: Esta medida es:
104.	
105.	P: ¿Esa sería menor o mayor a la que anotaron?
106.	E2: Mayor
107.	E1: Es mayor, aunque no sé por qué
108.	E2: ¿Será que teníamos el área diferente a la de ahora?
109.	(Los estudiantes mueven de nuevo el punto B para mirar de nuevo cómo varía el área).
110.	E2: Los decimales aumentan la medida
111.	P: Sabemos que si le aumentamos los decimales pueden encontrar una medida mayor ¿cierto?
112.	E2: Si
113.	P: ¿Qué nos pide el enunciado del problema?
114.	E1: Cual es el área mayor
115.	P: De ser así ¿nos conviene aumentar los decimales? Entonces, ¿cuál es la mayor medida que tiene anotada?
116.	E2: La mayor medida sería:

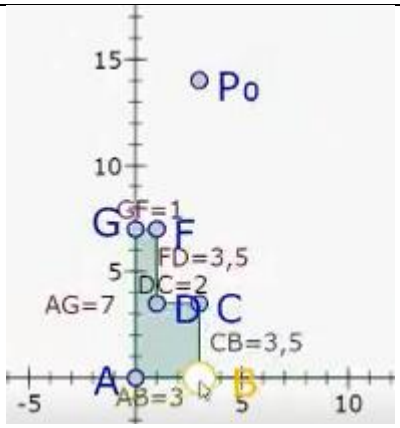
	
117.	P: La anotan de nuevo por favor. A continuación, le vamos a hacer zoom, vamos a mover de nuevo B y observar si hay una medida más grande en el área.
118.	(Los estudiantes hacen zoom y mueven el punto B para buscar la mayor área, anotando la siguiente medida) 
119.	P: Esa es la medida que ustedes dicen que es la mayor ¿cierto?
120.	E1: Sí
121.	P: Si quiere la anotan de nuevo por favor. Vamos a seguir haciendo lo mismo, sigamos haciendo zoom a la figura e intentamos encontrar una más grande
122.	E2: ¿Cuál es la mayor que podría ser?
123.	E1: No sabría, sigamos haciendo zoom y moviendo el punto B.
124.	(Los estudiantes vuelven a hacer zoom en la figura y vuelven a buscar una medida mayor, mostrando la siguiente medida)
125.	E2: Si buscamos la mayor debe empezar en 12.

126.	
127.	P: ¿Esa medida es mayor a la que ya tenían anotada?
128.	E1: La primera que tuvimos fue 15,080676769 y de esa hicimos 6 veces zoom buscando una mayor, y la mayor es la que tenemos en pantalla que es la de 15,12131977
129.	P: ¿Ustedes consideran que, si de pronto se pudiera hacer más zoom, será que encontraríamos una mayor?
130.	E1: Sí
131.	E2: Sí señor
132.	(se ve cómo la estrategia perceptiva usada por la estudiante queda invalidada al encontrar un valor mayor después de hacer zoom y arrastrar el vértice B, y concluyen que cada vez que hagan zoom van a encontrar una mayor, no logrando solucionar el problema. Por lo cual, se da paso a la etapa 1) Retroacciones
133.	P: Ahora teniendo eso en cuenta ¿podríamos resolver el problema, de hallar una medida exacta, la cual sea la mayor?
134.	E2: No
135.	E1: Sería como un número infinito porque siempre vamos a encontrar una mayor
136.	P: En este caso la estrategia que estamos utilizando ¿nos servirá o no?
137.	E2: No, nos sirve
138.	P: Ahora bien, como dicen que esa estrategia no nos sirve, entonces vamos a proponer otra estrategia para encontrar el área mayor.
139.	Vamos a crear un punto, pero antes reduzca el zoom de la figura.

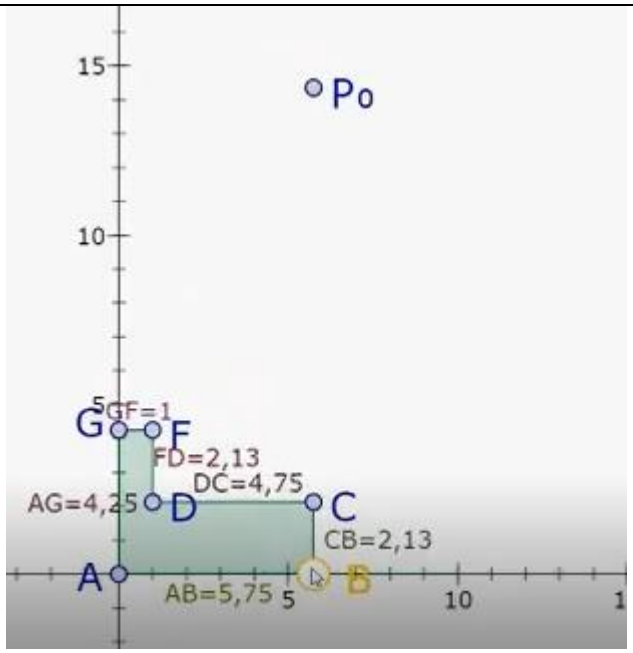
140.	E2: ¿En qué parte creo que punto?
141.	Los estudiantes crean el punto, y lo nombran P
142.	
143.	E2: ¿Por qué aparece P_ 0?
144.	P: Aparece así porque en algún momento ya se creó el punto P, pero como es el único P lo vamos a dejar así nombrado, entonces cuando nos refiramos al punto P es el punto P_0
145.	P: Ya como está creado el punto P, entonces vamos abrir la calculadora del punto, ¿cuál es el fin de abrir la calculadora del punto?
146.	E2: Encontrar la ubicación
147.	P: La idea de esto es que relacionen el segmento con algo más, pero lo que hemos hecho hasta ahora es crear el punto P en la pantalla, entonces lo que queremos hacer con el punto P es relacionar dos cosas. Cuando ustedes movían el punto B cambiaba el lado AB, además de eso ¿Qué más cambiaba el área o el perímetro?
148.	E2: El área
149.	P: Entonces este punto P nos va a relacionar cómo varía el lado AB con respecto al área total de la figura, entonces vamos a darle unas coordenadas al punto P para encontrar esa relación, ¿si se entiende la idea que se quiere realizar con el punto P?
150.	E1E2: Si
151.	P: En este caso en la calculadora van a poner en la medida del valor de x, la coordenada que a consideración de ustedes ¿Quién iría? Ustedes deben tener en cuenta dos cosas, que son: cómo varía el lado AB y el área P: Vamos a establecer esa relación, entonces yo quiero mirar el lado AB y el área, ¿se les ocurre algo dentro de la coordenada que van a poner ahí?

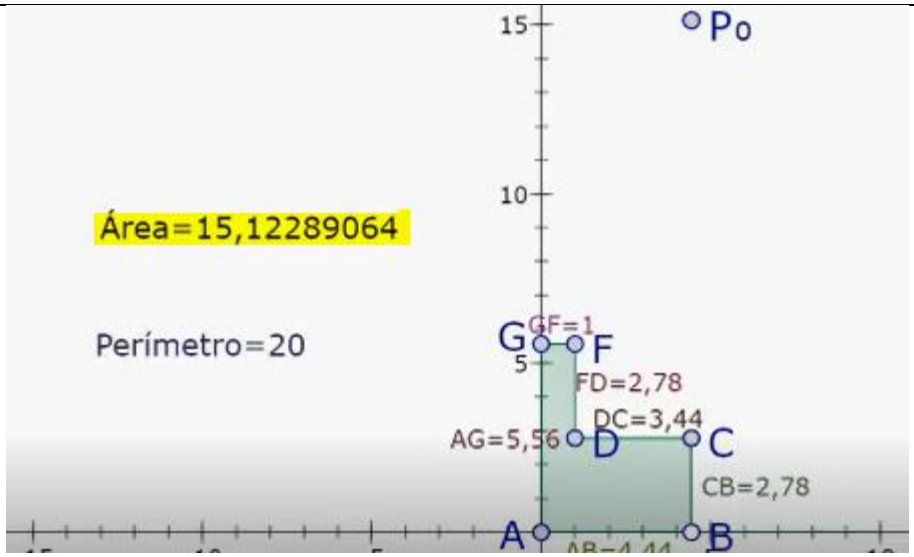
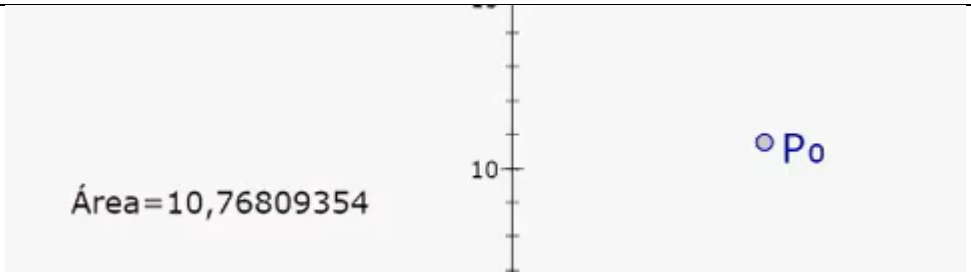
152.	E2: Tal vez colocar un número que esté dentro de la gráfica, colocar un número tal vez 4.
153.	P: ¿El punto que estamos construyendo que nos va ayudar a relacionar?
154.	E1: El punto P nos va ayudar a relacionar …. cuando varié, si movemos el punto B qué cambios hay del movimiento de B al punto A y como cambia el valor del segmento.
155.	P: ¿Es decir nos va ayudar a relacionar el movimiento de B, eso fue lo que les entendí?
156.	E1: Si
157.	P ¿Con respecto con quién nos va ayudar a relacionar?
158.	E2: Con el área
159.	P: Exacto, entonces en ese orden de ideas ¿El área va a depender del movimiento de B?
160.	E2: Si
161.	P: En ese orden de ideas ¿En una coordenada que tenemos? en x y (y) ¿Qué vamos a poner teniendo en cuenta la relaciones que se han mencionado?
162.	E1: En una coordenada tenemos que en x se va a poner la coordenada del punto AB
163.	P: ¿Y en (y) quien se pone?
164.	E2: Sería el punto G
165.	P: Ok se dice que cuando se mueve el punto B ¿Quién va variar?
166.	E2: El área
167.	P: Listo, entonces tú me dices que en x se pone el movimiento que va a tener AB, ahora, sí estamos poniendo en x ese movimiento y se está relacionado con el área. En este orden de ideas, hemos dicho que el punto P nos va a permitir relacionar el lado del hexágono AB, ya que es el lado que varía a partir del movimiento de B, esa relación se va hacer con el área; esas dos cosas hay que tenerlas presentes para poder establecer el punto P, eso nos va a permitir construir el punto P, ya sabemos que en x a va ir el punto B que representa la

	distancia de AB, y ¿En (y) que iría? teniendo en cuenta los dos elementos que vamos a relacionar?
168.	E2: El área
169.	E1: También digo que es el área
170.	P: Listo para denotar la variación que va a tener el punto B, que representa la longitud de AB, entonces escribimos en la calculadora x(B) eso hace referencia al punto, notan que cuando escriben x(B) la posición de x del punto B queda igual a la posición del punto P o sea el punto P está igual en x que el punto B
171.	E2: Si
172.	P: Borramos ese número que aparecen en la coordenada de (y) y le damos clic encima del área que es lo que queremos relacionar y le damos chulito.
173.	
174.	
175.	P: Por favor, quita la calculadora y el zoom para buscar el punto P.
176.	
177.	P: Reduce el zoom para que podamos ver todo el movimiento del punto P
178.	E1, E2: Los estudiantes reducen Zoom

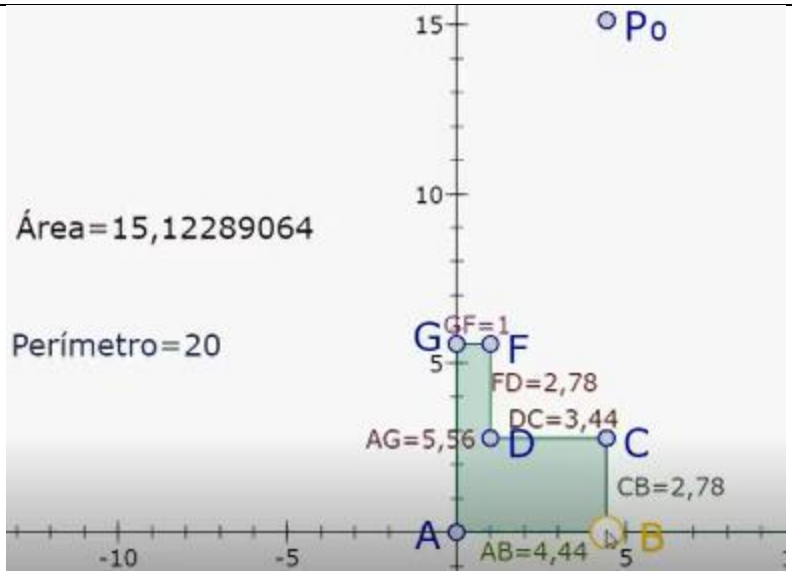
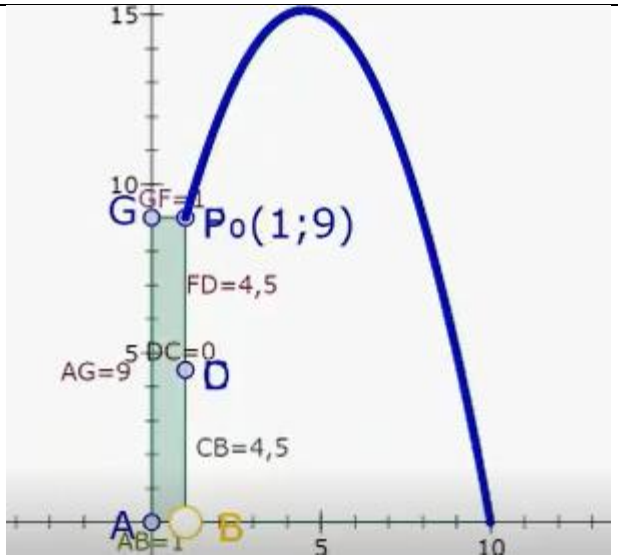
179.	
180.	(Los estudiantes empiezan a arrastrar el punto B) E1: Mira ese movimiento
181.	E2: Parece semi-parabólico
182.	P: Eso lo vamos a tener en cuenta movimiento semi-parabólico. Cuando ustedes mueven el punto B ¿Qué pasa con el punto P? Volviendo con la pregunta, cuando mueven el punto B ¿que pueden notar?
183.	Los estudiantes guardan silencio.
184.	P: ¿Qué relación hay del punto B, P y del área?
185.	E1: Que inicia del punto F
186.	E2: La relación es que el punto P va a estar dependiendo de la medida que tenga AB
187.	(En esta parte el estudiante tiene en cuenta la dependencia funcional que se establece para crear el punto P)
188.	P: En este caso el punto B va a representar toda la longitud del segmento AB. Entonces para facilitar los términos decimos que del punto B. Ahora ustedes dicen que una relación que hay es que el punto P depende del punto B, ahora nos pueden decir ¿porque nos dicen eso?
189.	E1: Porque al momento de reducir o aumentar en x el punto P va a estar moviéndose
190.	E2: Va a estar cambiando de lugar dependiendo como se mueve el punto B
191.	P: ¿El valor de x del punto B y el x del punto P es el mismo?
192.	E1: No

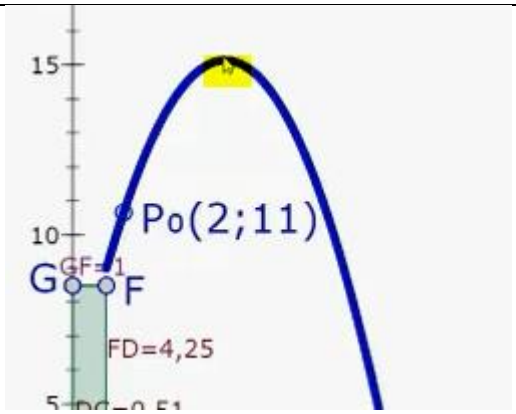
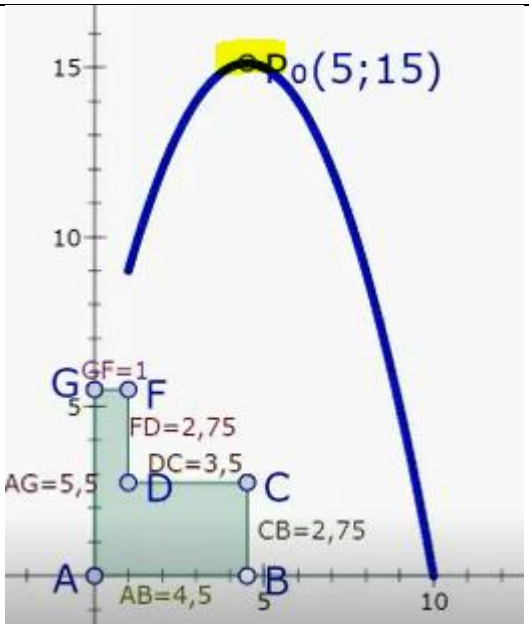
193.	P: ¿Qué opina E2?
194.	E2: Si es el mismo
195.	E1: Si es el mismo solo cambia en (y) Según lo que observo acá, por x queda exactamente igual que el punto x(B), en (y) si cambia por que al mover el punto B va a estar subiendo y bajando
196.	P: Teniendo en cuenta estas relaciones, ¿Qué relación hay entre el área y el punto P?, ya sabemos que una relación que hay es que P que es el mismo x de B, pero ahora ¿Qué relación tiene el punto P con el área?
197.	E2: Que el punto P se va a mover según la medida, es decir; la medida en (y) va a depender según la medida del área.
198.	(En esta parte, se cumple lo esperado que es: el estudiante puede encontrarle sentido a la estrategia propuesta por el profesor, al tener en cuenta que la ordenada del punto construido corresponde al área del hexágono, cuando $\boldsymbol{AB}$ varía, o al concluir que "entre más alto esté el punto P más grande es el área".)
199.	P: Exacto, (y) de P se va a comportar igual que el área Ya entendiendo las relaciones que se dijo ¿para ustedes donde estaría la mayor área?
200.	(Los estudiantes buscan la mayor área, no utilizan el punto P para buscarla, sino la medida que aparece en el área.)
201.	P: En este caso, como están buscando el área más grande, tengan en cuenta el punto P, en este caso el punto P ¿para qué nos serviría? Ustedes están tomando la mayor área con respecto a los decimales ¿ciertos?
202.	E1: Si
203.	P: En este caso si se quisieran contemplar con el movimiento de P, ¿ustedes que figura dijeron que estaba haciendo P?
204.	E2: Parabólico
205.	P: En ese movimiento parabólico que ustedes están diciendo, al ubicar el área máxima con respecto al movimiento, ¿Dónde se ubicaría P? ¿En qué parte de esa parábola? (Los estudiantes se quedan en silencio)

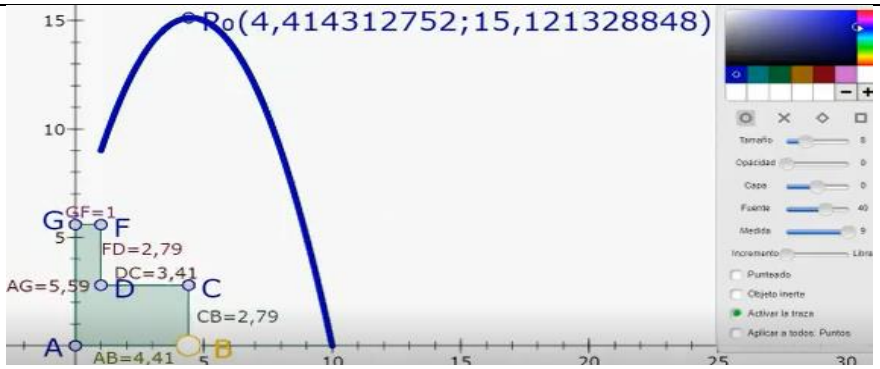
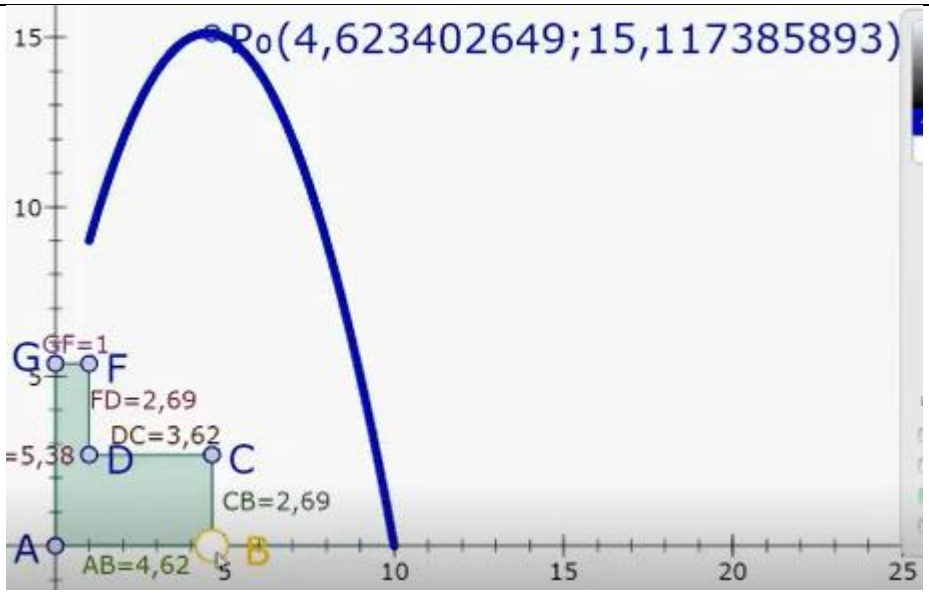
206.	P: O sea ustedes dijeron que P está relacionado con el área, entonces si yo aumento el área qué pasa con P, ¿si me hago entender?, si muevo B para que el área sea más grande cómo se comporta P.
207.	E1: P sube
208.	E2: Y después de un punto empieza a bajar
209.	
210.	P: Entonces si queremos encontrar el área más grande, donde se supone que va a estar el punto P ubicado. (Lo de verde decirlo acá)
211.	E2: El punto va a estar donde no baje ni suba.
212.	E1: Ya lo dijimos varias veces y en una nos puso 15,12452874 y en este nos muestra:

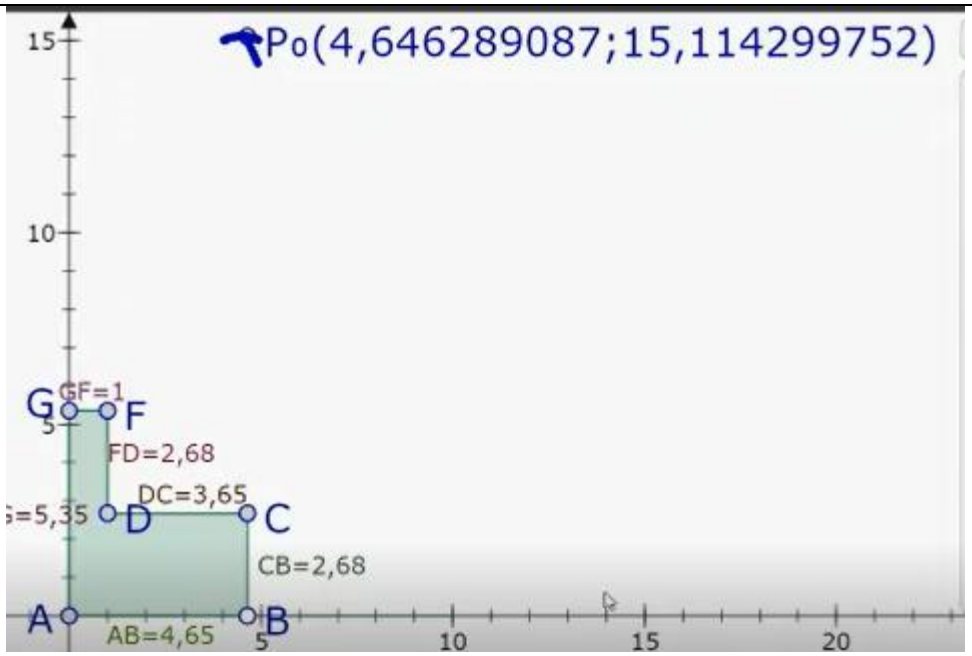
213.	
214.	P: Ustedes dijeron que era un movimiento parabólico
215.	E1: Si
216.	[Los estudiantes arrastran a B para mirar una vez más el movimiento de P]
217.	P: Dejen el punto P ahí:
218.	
219.	P: ¿Ahora esa área es mayor o no?
220.	E2: No, es mayor
221.	P: En ese orden de ideas, cuando ustedes ubican el área mayor que pasa con el punto P ¿se baja o sube? (Sugerencia para la representación gráfica y no en la numérica)
222.	E1: Sube
223.	P: En ese orden de ideas, ¿dónde se está considerando el área mayor, en que parte se va a encontrar el punto P en esa parábola?
224.	(Los estudiantes guardan silencio)

225.	P: La idea que queremos decir es lo siguiente: como vemos que el punto P va a tener un comportamiento donde sube o baja, dependiendo el valor del área, ¿si yo dejo la mayor donde va a estar el punto P ubicado en la parábola que ustedes dicen?
226.	E2: En 15 en (y)
227.	E1: Y quedaría ubicado en 4,44
228.	(Los estudiantes lo asumen por la posición del punto B en x)
229.	P: Recuerden que esa no es el área mayor, no sabemos cuál es el área mayor, pero tal vez si supiéramos cuál es el área mayor, ¿dónde quedaría el punto P?
230.	E2: Estaría en la parte más alta
231.	P: Exacto. Ahora observando el punto P, no basándonos en los valores del área, ya que vimos que podemos encontrar una más grande. Solo mirando el punto P ¿puedo saber cuál es la parte más alta?
232.	E1: Si, según lo que vemos sería el valor en (y), o sea que sería como el valor 15
233.	P: ¿Puedo encontrar una parte más alta para el punto P?
234.	E1: No se podría.
235.	P: Visualmente se podría decir, ¿P está en el lugar más alto?
236.	E1: Si
237.	P: ¿Y cómo podríamos probar que sea el lugar más alto?
238.	E2: Se haría moviendo B
239.	E1: Se supone que la parte más alta quedaría acá.
240.	(Los estudiantes concluyen que visualmente se podría decir que: el punto P está en la parte mas alta pero no tienen como argumentarlo, simplemente se guían por la visualización. En esta parte se pasa a la Etapa 2. Utilizar la traza para observar las distintas posiciones del punto P)

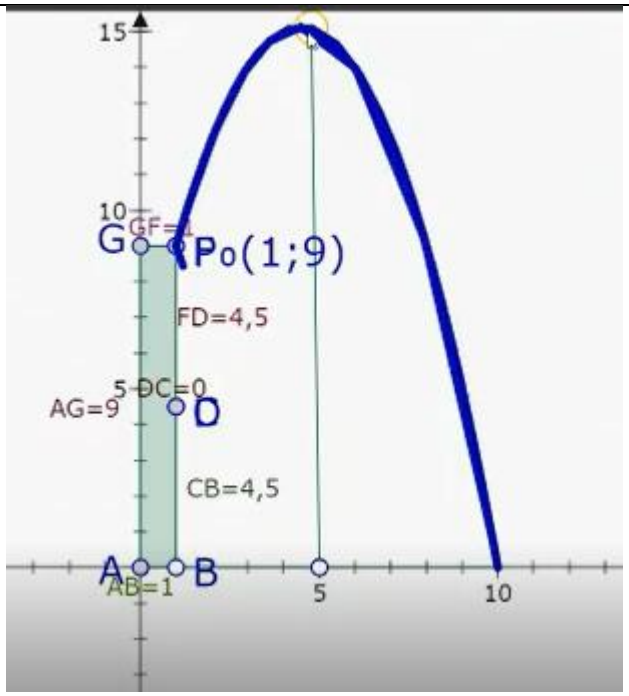
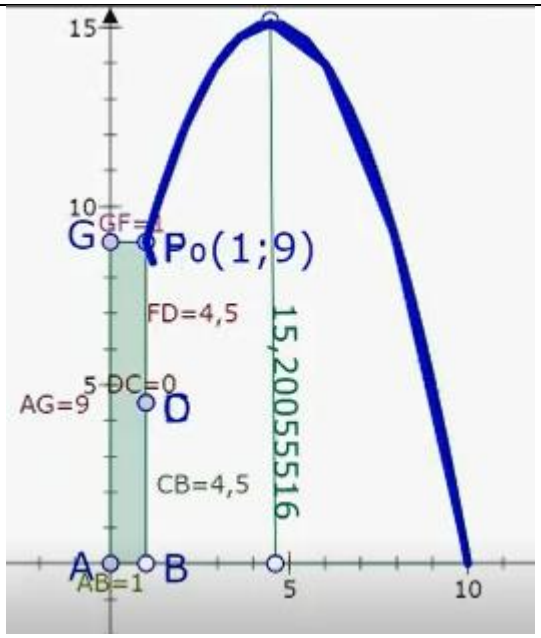
241.	
242.	P: Para poder tener una mejor apreciación del movimiento que está haciendo P vamos a utilizar una herramienta, la cual tiene como función activar una traza, entonces le oprimen encima del punto P para sacar las herramientas, dale en el engranaje y le das activar la traza. Ahora mueve el punto B
243.	E1, E2: Mueve el punto B
244.	
245.	P: Teniendo la traza del recorrido del punto P ¿podríamos ubicar el punto más alto del punto?
246.	E1: Si
247.	E2: Este sería el punto más alto

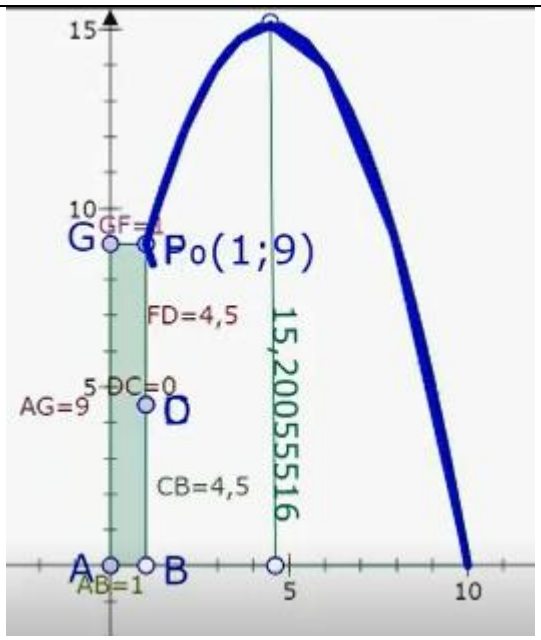
248.	
249.	E1, E2: (Los estudiantes señalan el punto más alto con la flecha del cursor)
250.	P: Pon el punto P en el punto donde la están señalando.
251.	E1, E2: Este es el punto más alto
252.	
253.	P: ¿Si es el punto más alto? ¿entonces también va hacer el área mayor?
254.	Cómo verificamos que efectivamente es el punto más alto
255.	E2: Yo diría, aunque no está la opción, lo que pienso es oprimir en el P y aumentar los decimales.
256.	P: Exacto entonces por ejemplo ustedes pueden aumentar los decimales dándole sobre el punto y en medida.
257.	(Los estudiantes aumentan los decimales")

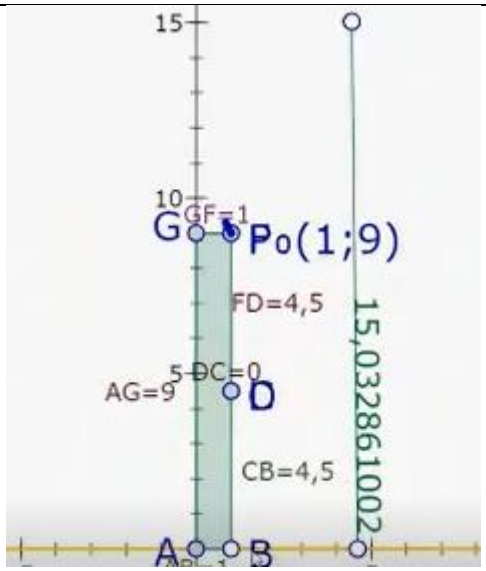
258.	
259.	P: ¿Y ese es el punto más alto?
260.	E2: Sí
261.	P: Movamos el punto P y miremos si podemos encontrar un punto más alto
262.	E1: No
263.	E2: Este sería tal vez el punto más alto.
264.	
265.	**P:** Por favor anoten las coordenadas. Cuando las tengan anotadas vuelvan a mover la figura, para ver si podemos encontrar un punto más alto y medida más alta, pero en este caso haciendo zoom a la figura.
266.	(Los estudiantes determinan que para conocer el punto más alto necesitan de las coordenadas del punto P y obvian la traza realizada por el punto P, ya que solo con las coordenadas es suficiente para determinar si es el mayor o no)

	(Los estudiantes antes se hacer zoom buscan una medida mayor a la que anotaron)
267.	
268.	P: Vuelven anotar el valor y miramos si podemos encontrar una mayor
269.	E1, E2: (Los estudiantes hacen zoom y buscan una mayor, asimismo para verificar que es mayor cuenta los decimales, para verificar que tienen la misma cantidad de decimales de los valores que han anotado.)
270.	P: ¿Qué pasa cada vez que se aumenta el zoom?
271.	E1: Se aumentan los decimales.
272.	P: ¿Qué más sucede?
273.	E2: Desaparece la traza
274.	P: Entonces para que no se pierda la traza necesitamos otro tipo de representación ¿cierto?
275.	E2: Si
276.	P: Pero antes, ¿si yo le sigo dando zoom y ubicando el punto P a partir de la medida, siempre vamos a encontrar un valor más grande?
277.	E1, E2: Si

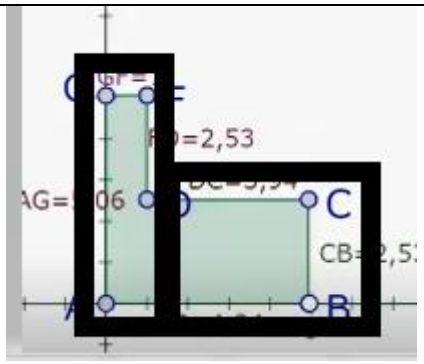
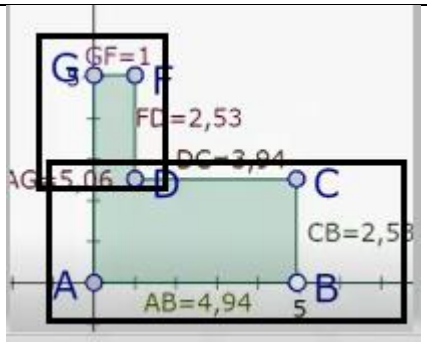
278.	P: ¿En este sentido la estrategia que se está realizando sirve?
279.	E1, E2: No
280.	P: Cuando movemos el punto B nos damos cuenta que se genera una traza; entonces si trato ubicar P en la parte más alta de la traza y le hago zoom la traza se desaparece, eso como conclusiones por el momento de lo que ustedes han dicho.
281.	(Los estudiantes observan que, al hacer zoom para verificar, la traza desaparece, luego vuelven a mover el punto B para tratar que el punto P quede en la posición más alta de la traza; nuevamente, al hacer zoom la traza desaparece impidiendo reconocer perceptivamente si el punto P es el más alto, solo lo determinan a partir de los valores de las coordenadas, viendo la necesidad de tener otra representación que no desaparezca)
282.	P: ¿Si la traza se quedará fija nos ayudaría o no?
283.	E2: Si
284.	P: ¿Si la parábola que tenemos ahí estuviera fija nos ayudaría a resolver el problema?
285.	E1: Tal vez no, porque dependiendo del movimiento que tenga B en x va a depender si sube o no, necesitamos saber las variaciones que tenga esa traza
286.	E2: Para un movimiento no creo, pero si se mantiene ahí estática para que al momento de hacer zoom no desaparezca y poder ver la variación del área si serviría.
287.	P: Entonces para que no se pierda la traza necesitamos una nueva representación, para que cada vez que se haga zoom no desaparezca la traza y tengamos una mejor visualización del movimiento del punto B, entonces cómo podríamos generar esa representación que se mantenga estática y no se pierda cada vez que se hace zoom, ¿cómo pensarían que se podría generar esa representación?,
288.	E2: No sé
289.	E1: Si tuviéramos el punto (y) y el x, pero como varia no funcionaria.

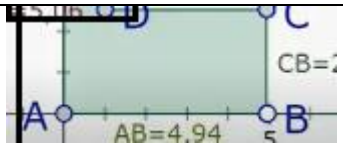
290.	E2: Sería como hacer algún segmento, por ejemplo, del punto:
291.	
292.	E1: Pero esta torcido, usted que haría
293.	E2: Volverla recta, pero no funcionaria.
294.	E1: Yo estaba pensando colocar las medidas del segmento:
295.	
296.	E2: Esa sería mi idea, que es poner un segmento desde el punto más alto de P hasta el punto x, que es el punto central.

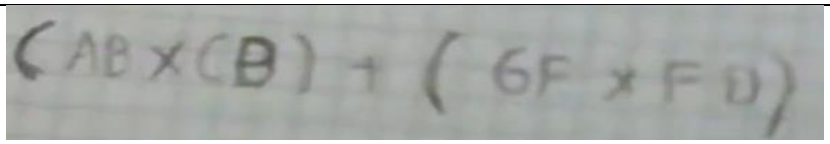
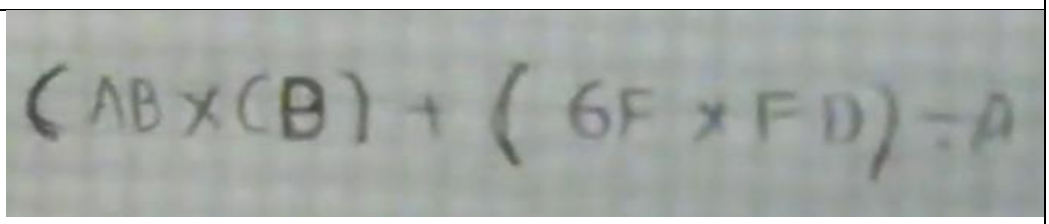
297.	P: Analicemos esa idea que están proponiendo. Digamos que ese es el punto más alto, por lo tanto, sería el área mayor, pero si le hacemos zoom a la figura, verificamos que sea el punto más alto.
298.	E2: No cambia.
299.	E1: Yo diría que si se mantuviera fijo no cambiaría, para mi será la respuesta
300.	 (Los estudiantes piensan que al tener una representación semejante a la de una mediatriz, puede ser la posible representación de la función que se está buscando, no teniendo en cuenta que al hacer zoom o al mover el punto de la parte superior del segmento, va a cambiar su posición y sus valores, generando la intervención del profesor)
301.	P: Hagamos zoom enfocándonos en la parte de arriba, o sea que en el punto que crearon...
302.	E1, E2: [Los estudiantes mueven el punto B para mirar la traza]
303.	P: ¿El punto que crearon está sobre la traza o está por fuera de la traza? o ¿está más alto o está más bajo?
304.	E2: Está por fuera un poco.
305.	P: Con la traza del punto dicen que posiblemente puede pertenecer a la traza ¿cierto?
306.	E2: Si

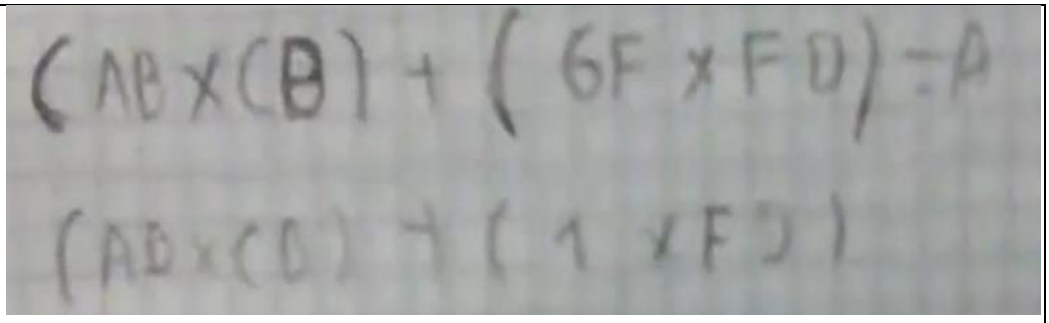
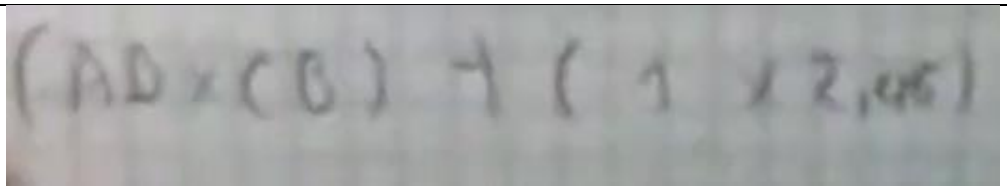
307.	P: Haz un poco de zoom
308.	E1: Listo
309.	P: ¿Qué pasó?
310.	E1: Desapareció la traza
311.	
312.	P: Si se desaparece la traza, no podemos estipular bien si ese punto está sobre la traza que se hace ¿cierto?
313.	E2: Si
314.	P: Sería más fácil si la traza se quedara quieta y no desapareciera al hacer zoom. Cuál sería la idea, la idea sería construir esa traza de tal forma que no desaparezca. entonces ¿la traza que forma tiene?
315.	E1: Parabólico.
316.	P: Si tuvieras esa parábola que al hacer zoom no desaparezca nos ayudaría a encontrar más fácil el punto más alto y que no desaparezca.
317.	E2: Sería borrar ese punto porque no podemos hacer nada con eso
318.	E1: Seguro
319.	E2: Si
320.	(Borran el segmento y el punto que crearon, invalidando la estrategia que propusieron, por lo cual se pasa a la etapa 3)

321.	P: Retomando, ¿la estrategia que acaban de proponer por qué no sirvió para encontrar el punto más alto?
322.	E1: Porque al darle zoom desaparece la traza.
323.	P: Exacto, entonces qué características tiene la clase, ¿qué tipo de función pueden asociar a la traza?
324.	E2: A una cuadrática
325.	P: Recordemos que esa función la obtuvimos al relacionar el segmento AB y el valor del área, entonces para encontrar esa función cuadrática, necesitamos el área de la función del hexágono sin fijarnos en el valor que aparece ahí, ¿cómo la podrían calcular? E1: El área es igual a...
326.	E2: Si lo vemos así sería multiplicar la base por altura.
327.	P: En este caso ¿Qué multiplicaría? ¿Qué segmentos con qué segmentos?
328.	E2: El valor de AB que es 4,4 y relacionarlo con el valor del área
329.	P: Si no conocieran ese valor, ¿cómo encontraría el área teniendo solo la figura y los lados sin medida?
330.	E1: Sería multiplicando 4,94*5,06
331.	E2: Seria 4,99, *2,34
332.	P: ¿Daría el área?
333.	E2: Si
334.	E2: Se supone que para encontrar en área se multiplica base por altura, entonces la base seria 4,94 y la altura seria 5,06 que es el valor que tiene la altura y eso da 21,64
335.	P: En este caso ¿estaría bien?
336.	E2: Si lo relacionamos con el valor del área no sería el mismo
337.	P: Recuerden que, cuando ustedes tienen un rectángulo y quieren encontrar el área multiplica la base por altura, ¿pero en este caso que figura es?
338.	E1: Un hexágono

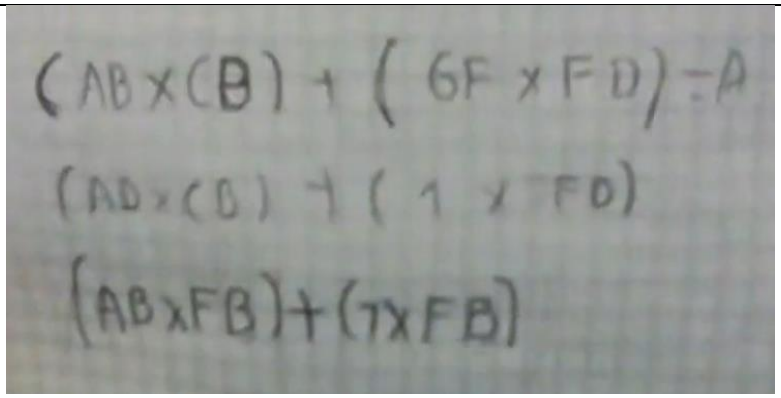
339.	P: Siendo así que otra estrategia podrían utilizar.
340.	E1: La otra sería encontrar el valor que hay de acá (Los estudiantes seleccionan los rectángulos del hexágono)
341.	
342.	P: ¿Será que ustedes no conocen esa medida que están diciendo?
343.	E2: ¿Dice que hacer un punto de D al segmento AB)
344.	P: ¿Si ustedes trazan ese segmento sabrían la medida?
345.	E1: Si se mira así no, no se podría
346.	P: ¿Ese segmento a quien se parecería de los que ya hay con medida?
347.	E1: Al 2,53 que sería CB
348.	P: Ok o sea si tiene la medida que está diciendo.
349.	E2: El problema sería en el segmento AB
350.	P: Según lo que tú estás haciendo es una partición de dos rectángulos, esa partición no nos ayuda para solucionar, que otra partición podrían hacer entonces, ¿en el que ustedes puedan conocer más fácil las medidas?
351.	E2: Sería unir este acá y ya tendríamos el valor que hay acá como muestra en la imagen
352.	

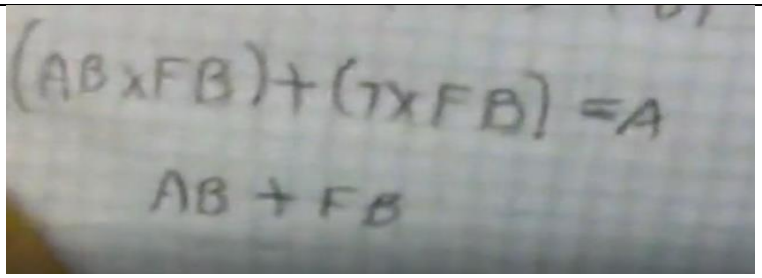
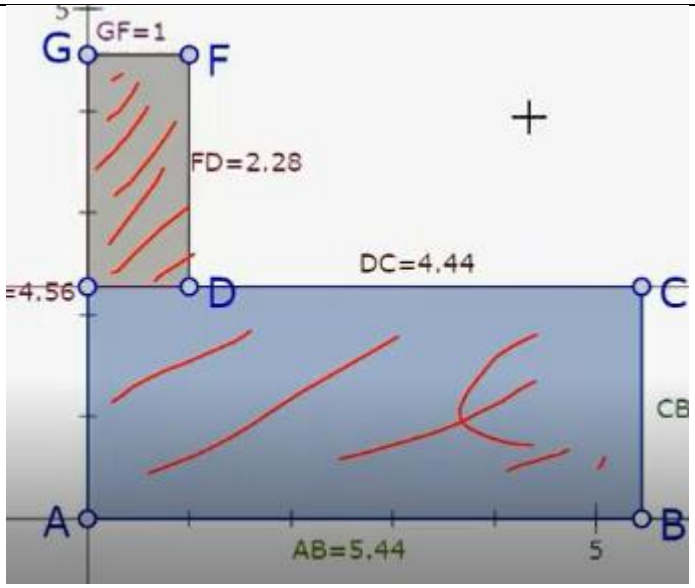
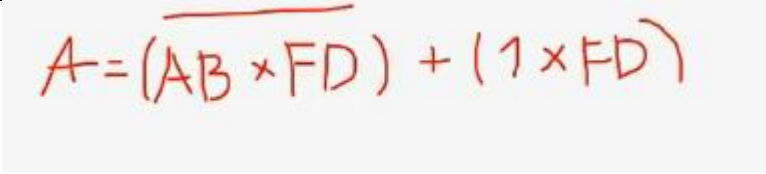
353.	E1: y ya tendríamos el valor, sería multiplicar 2,53, por 4,94 y ya tendríamos ese rectángulo
354.	
355.	P: Ya tendríamos el primer rectángulo, ¿ahora cuál sería el segundo?
356.	E1: A con razón, en el primer rectángulo que tendríamos como el más grande tendríamos que multiplicar 4,94 por 2,53 y eso daría 12,4982.
357.	En el más pequeño sería multiplicar 1 por 2,53.
358.	P: Listo, ustedes están haciendo las operaciones con la parte numérica, ¿qué pasaría si le agregamos más decimales, sería igual de fácil las operaciones o ya se complicaría?
359.	E2: Se complicaría más
360.	P: ¿Cómo se expresaría la estrategia que ustedes están utilizando, pero en vez de darle el valor que ustedes están utilizando, utilizamos el nombre de los segmentos?
361.	Intenta hacerlo en su cuaderno y nos muestra cómo les quedó.
362.	E1, E2: (Realizan la operación en el cuaderno).
363.	Sería multiplicar a AB por CB y el otro pequeño sería multiplicar GF por FD.
364.	P: Si hacemos esas multiplicaciones, la primera que mencionas nos daría el área del rectángulo grande, y si multiplicamos GF por FD, recordemos que queremos hallar el área total.
365.	E2: Sería sumar las dos áreas
366.	P: ¿Cómo quedaría la expresión?
367.	E1: Sería (AB*CB) + (GF*FD)
368.	P: Ok, de esa forma podemos hallar el área de la figura, es decir el área es igual a (AB*CB) +(GF*FD), Antes de seguir nos puede mostrar las expresiones que hicieron en el cuaderno.

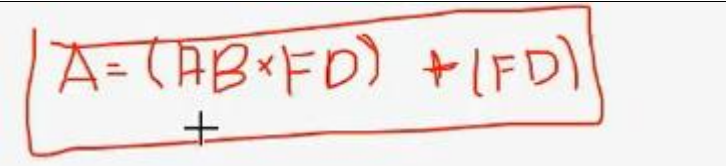
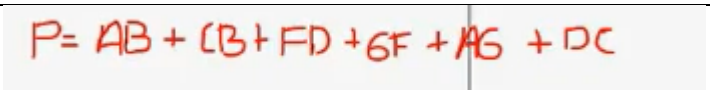
369.	
370.	P: ¿Eso a que es igual?
371.	E2: Al área total
372.	P: Listo entonces ahí ponen que es igual a área
373.	
374.	P: Con esa expresión que acaban de establecer, podemos facilitar su manipulación , teniendo en cuenta las condiciones que nos da el problema, es decir, en este caso recuerdan las condiciones del problema (Los estudiantes realizan lo esperado del análisis a priori y parten el hexágono en dos rectángulos: ABCG y DEFG y calculan el área de cada rectángulo)
375.	E2: Si, debía tener un lado que midiera un metro, un lado adyacente que mide el doble que el otro, y el perímetro de 20, metros
376.	P: ¿En este caso cual es el lado que mide un metro?
377.	E1: GF
378.	P: ¿Listo lo podemos reemplazar?
379.	E2: Si
380.	P: En la expresión que tenemos ¿podemos reemplazar GF por el valor que ya conocemos?
381.	E2: Si
382.	P: ¿Cómo quedaría?
383.	E2: ¿Con todos los valores?
384.	P: No, porque todos los valores cambian cuando se mueve el punto P, pero el GF es el único que no varía y el que siempre va valer uno,
385.	E1, E2: (Realizan el reemplazo en el cuaderno y lo muestran a la cámara.)

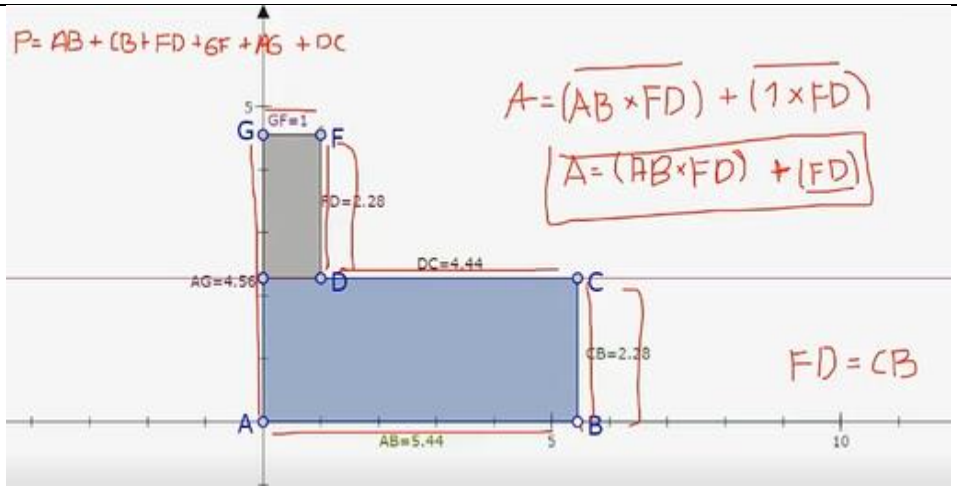
386.	
387.	P: ¿Ahora teniendo en cuenta la condición del enunciado que más se podría reemplazar?
388.	E1: Los lados adyacentes, sería reemplazar …, no tendríamos un lado que sería el AG, pero podríamos reemplazar el FD a 2,46. (Los estudiantes lo reemplazan con el valor que dijeron)
389.	
390.	P: Si le estamos dando valores numéricos, estaríamos haciendo lo que se estaba haciendo anteriormente, que es remplazar por los valores que vemos en la figura sin tener en cuenta su variación. Si quieren vuelvan a leer el enunciado.
391.	E1, E2: (vuelven a leer el enunciado de la situación)
392.	P: Listo, según lo que leyeron ¿cuál es el doble del otro?, de acuerdo a la figura del hexágono.
393.	E2: 4,92
394.	E1: FD y AG
395.	P: ¿Quién es el doble de quién?
396.	E2: El doble de FD es AG
397.	P: Según como lo tenemos en la ecuación ¿cómo se podría escribir ahora?,
398.	E1; Si, seria 1*2,46
399.	P: En este caso cuando nos referimos a reemplazar no es a darle valores numéricos, como se dijo anteriormente: el uno se puso, porque sabemos que ese valor siempre va hacer uno, y ese si lo podemos reemplazar, pero si le asignamos al valor de un segmento 2,3 ese valor no se podría porque si muevo

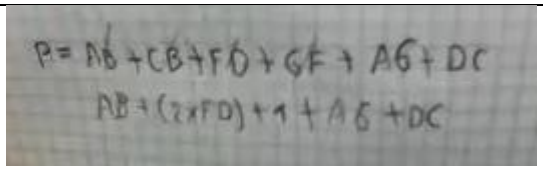
	el punto B este valor va a cambiar, o sea no se pueden poner valores específicos porque si muevo el punto B van a variar.
400.	P: Entonces basándonos en la segunda condición.
401.	E2: Los dos lados adyacentes deben ser el doble del otro. Se supone que FD y AG debe ser el doble.
402.	E1: Entonces el AG es el doble del FD
403.	P: Okay. ¿Dentro de la ecuación podemos tener en cuenta esa condición?
404.	E1: No
405.	E2: No o... (Los estudiantes piensan en cómo quedaría la ecuación si se reemplaza a partir de la segunda condición.)
406.	E2: Tocaría cambiar la fórmula
407.	E1: Sí también creo lo mismo
408.	P: Espera hasta donde vamos, vamos bien, ahora tengan en cuenta otra condición, por ejemplo ¿qué diferencia hay del lado BC al lado FD?
409.	E2: Que miden igual
410.	P: Entonces si miden lo mismo cómo se podría minimizar esa expresión, si miden igual
411.	E2: FD+CB o sería FD al cuadrado o CB al cuadrado
412.	P: Por ejemplo, si ustedes tienen una manzana y después consiguen otra, ¿Cuántas tiene en total?
413.	E1: 2
414.	P: Ahora hagan de cuenta que esas manzanas son los segmento, el cual una es CB y otra FD ya que miden lo mismo, entonces FD es igual a BC, ¿si uno es igual a otro se podría reemplazar de la misma manera?
415.	E1: No se puede sumar, ya que son letras diferentes.
416.	P: Ustedes dicen que CB es igual a FD, entonces si a FD lo cambiáramos por CB sería lo mismo ¿cierto?
417.	E2: Si

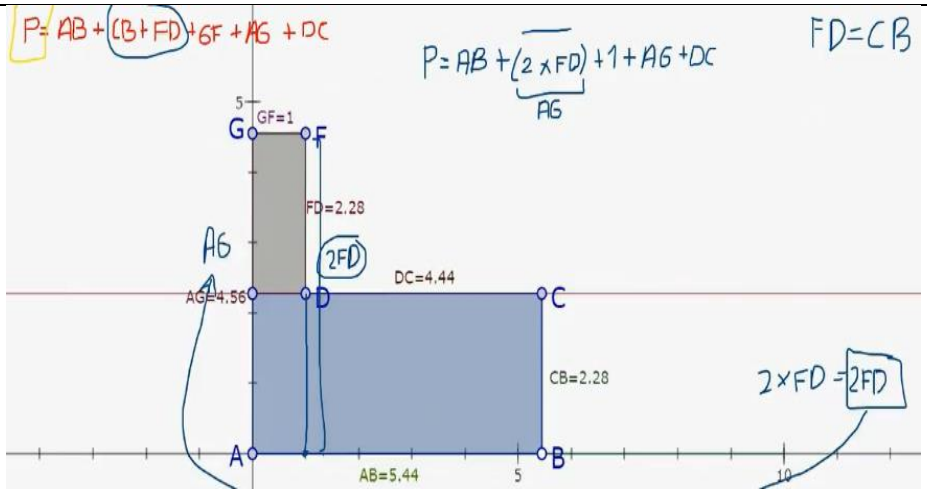
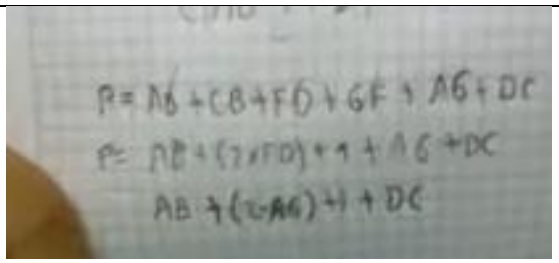
418.	P: Si lo hacemos escrito como quedaría.
419.	E1: CB es igual a FD
420.	P: Si yo les dicto la expresión AB*FD+1*FD ¿Esa expresión es igual a la expresión que ustedes habían dicho?
421.	E1: Si
422.	P: ¿Por qué?
423.	E1: Porque reemplazamos el CB y CB es igual a FD
424.	P: Nos podría mostrar los apuntes que llevan
425.	
426.	P: A que es igual
427.	E2: Al área
428.	P: ¿Se puede simplificar u operar algo a simple vista? o ¿ya queda así?
429.	E2: Tal vez si
430.	E1: Sería eliminado los dos FB
431.	P: Si yo multiplico uno por cualquier número, ¿cuánto da?, en este caso FD *1 ¿cuánto da?
432.	E1: Seria FD
433.	P: ¿Cómo quedaría ahora expresado?

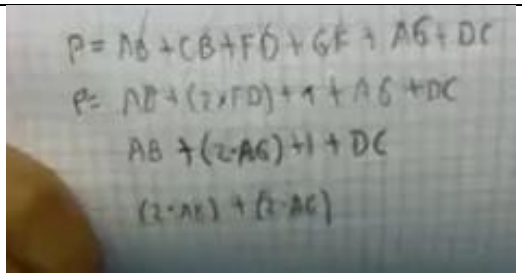
434.	
435.	Los estudiantes corrigen y escriben FD en vez de FB
436.	P: Listo ahora ¿se acuerdan de la propiedad distributiva?
437.	E1, E2: No muy bien
438.	(El profesor comparte pantalla para dar un ejemplo de la propiedad distributiva.)
439.	P: Retomando rápidamente ustedes hicieron la división para encontrar el área total del hexágono. Para encontrar el área total de la figura ustedes dicen que si cojo el área del rectángulo azul y le sumo el área el otro obtengo el área total
440.	
441.	En este caso el área sería igual a:
442.	
443.	Por lo que hemos dicho anteriormente
444.	P: Ahora como queremos reducir la expresión, decimos que el área va hacer igual a

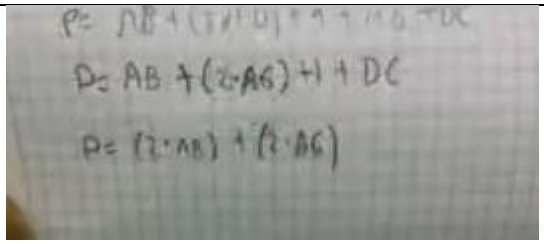
445.	
446.	Ya teniendo esa expresión ¿se puede reducir más?
447.	E2: Si
448.	P: ¿Cómo?
449.	E2: Si FD es igual a 1 y se multiplica por 1sería AB+FD
450.	P: ¿Pero FD sería igual a 1? miren la figura y ahí nos dice cuánto vale FD
451.	E2: Sí profe, no contemple eso
452.	P: Hasta el momento no se puede reducir más entonces como tenemos dos variables ¿cuáles serían las variables de la ecuación?
453.	E1: AB
454.	E2: FD
455.	P: Necesitamos encontrar una sola variable, pero como no se puede simplificar más tenemos en cuenta la otra condición, ¿Que cual sería?
456.	E2: Que el perímetro sea igual a 20
457.	P: ¿Y se acuerdan cómo encontrar el perímetro de una figura?
458.	E1: Seria base por ancho y la altura
459.	P: ¿Se acuerdan que es el perímetro?
460.	E2: La suma de todos los lados.
461.	E1: Si ya me acordé un poco, si es así
462.	P: Exacto, entonces si es la suma de todos los lados ¿cómo encontramos el perímetro de la figura?
463.	E1: Sumando el valor de AB+CB+CD+FD+GF+AG
464.	

465.	(Los estudiantes dicen la fórmula P=AB+ CB+FB+GF+AG al profesor, quien la va anotando en la construcción. Dicha fórmula sirve para hallar el perímetro de la figura)
466.	P: ¿Quedaría así?
467.	E1: Sí señor
468.	P: Entonces AB, ósea este segmento, más FB, más GF, mas AG, (señalando segmento por segmento) ¿No faltaría ninguno?
469.	E1: [El estudiante repite para sí mismo la fórmula] Yo diría que no. Es DC
470.	P: ¿DC?
471.	E2: Sí señor
472.	P: Listo [El profesor adiciona DC a la fórmula]. Listo entonces ustedes dicen, tomamos el AB que sería este, le sumamos CB, que sería este, le sumamos FD que sería este, le sumamos GF que sería este, le sumamos AG que sería todo este y le sumamos DC que sería este. ¿Ahí si estarían todos los lados verdad?
473.	E1: Sí señor
474.	P: Listo. Ya teniendo eso, ¿Cómo podríamos simplificar la expresión que equivale al perímetro?
475.	
476.	E1: Simplificar.
477.	P: Si quieren háganla en el cuaderno y nos la muestran. Por ejemplo, pueden tener en cuenta la condición que tenemos acá, que este lado FD es igual a CB, también que GF es igual a (Los estudiantes empiezan a analizar la pregunta y

	copiar los datos en sus cuadernos. Luego de un minuto prenden la cámara y muestran su respuesta que es)
478.	E2: ¿Así?
479.	P: Ahí dice que AB más 2 FD más 1 mas Y más DC entonces es igual a perímetro ¿Verdad?
480.	E1: Sí señor
481.	
482.	P: Listo, entonces confirmo AB+(2xFD) +1+AG+DC ¿Verdad?
483.	E1: Sí señor
484.	P: El área quedó expresada así (A= (AB*FD) + (FD)) para que lo tengan en cuenta de dónde lo sacó. ¿La anotaron?
485.	E2: Sí señor
486.	P: Listo, ahora estamos mirando el perímetro, lo voy a poner en azul. Entonces ustedes dicen que el perímetro es igual a [El profesor escribe y va diciendo la fórmula]
487.	P= AB+ (2xFD) +1+AG+DC) ¿Está así expresada?
488.	E1: Sí señor
489.	P: Listo, entonces aquí lo que ustedes hicieron fue decir que FD es igual a CB ¿Cierto? y cambiaron CB por FD
490.	E2: Sí señor
491.	P: Si yo tengo dos veces FD, o sea si tengo este segmento FD y si lo duplicó acá, eso ¿A qué sería igual?
492.	E2: Eso sería igual a AG
493.	P: Sería igual a AG ¿Verdad?
494.	E1: Sí señor
495.	P: Entonces, esta parte la podemos pasar por AG, ¿Cómo quedaría?

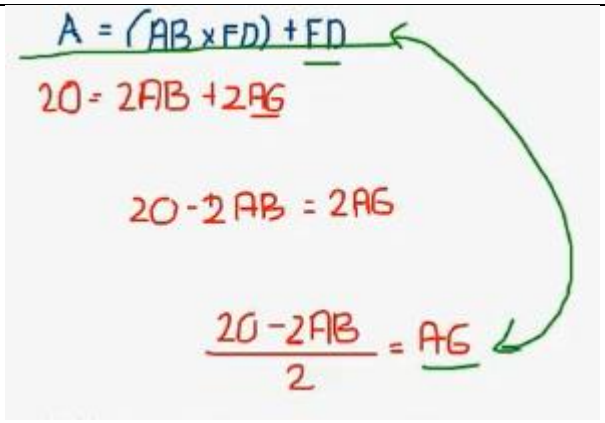
496.	E1: ¿Cómo quedaría qué? Perdón
497.	P: Sabemos que AG que es todo esto (El profesor señala con el cursor el segmento) es igual a 2 veces FD ¿Verdad? este es FD.
498.	E1: Sí señor
499.	P: Pero si yo lo duplicó sería todo esto. Este segmento, entonces 2FD es igual a AG. en ese orden de ideas ¿Cómo quedaría la nueva expresión?
500.	Recuerden que si yo tengo aquí lo que está en paréntesis 2 por FD esto es lo mismo que tener 2FD, se omite el signo de multiplicación, pero es lo mismo. Entonces si yo tengo aquí 2FD y digo que es igual a AG. ¿Cómo quedaría?
501.	
502.	(Los estudiantes comienzan a escribir la fórmula que solicita el profesor en su cuaderno y posteriormente la muestra con la cámara)
503.	
504.	P: Si, estaría bien. Entonces ¿Me la dictas por favor?
505.	[Los estudiantes leen la fórmula para que el profesor la anote P= AB+ (2AG) +1+DC]
506.	P: Listo, ¿Podríamos reducir más la expresión?
507.	E2: No señor
508.	P: Y ese 1 ¿A quién hace referencia?

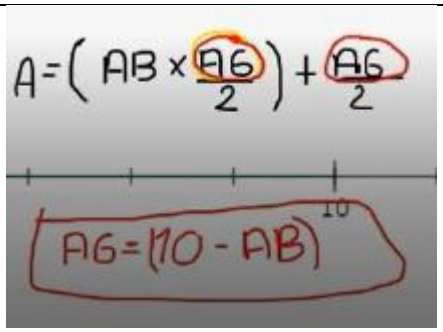
509.	E1: GF
510.	P: GF, si ustedes sumarán esos dos segmentos ¿A qué segmento sería igual?
511.	E1: ¡Ah! si señor
512.	P: ¿A qué segmento sería igual?
513.	E1: Sería igual a AB
514.	P: Listo, sería igual a AB. Entonces ¿Lo podemos sustituir el 1 + DC por el AB?
515.	E2: Sí señor
516.	P: Listo, entonces ¿Cómo quedaría la nueva expresión que se va a generar?
517.	(Los estudiantes escriben la nueva expresión en sus cuadernos y posteriormente la muestra con la cámara)
518.	
519.	E1: ¿Se alcanzan a ver?
520.	P: Si se alcanza a ver. Listo, entonces quedaría 2 AB más paréntesis 2 AG ¿Verdad?
521.	[El profesor escribe la nueva expresión de la siguiente manera P=AB (2xAB) +(2xAG)]
522.	E1: Sí señor
523.	P: Así quedaría expresado el perímetro hasta el momento. ¿Se podría simplificar más? o ya dejamos hasta ahí
524.	E2: No se puede simplificar más
525.	(Los estudiantes muestran nuevamente sus apuntes en el cuaderno P=(2xAB) +(2xAG) la cual es leída por el profesor)

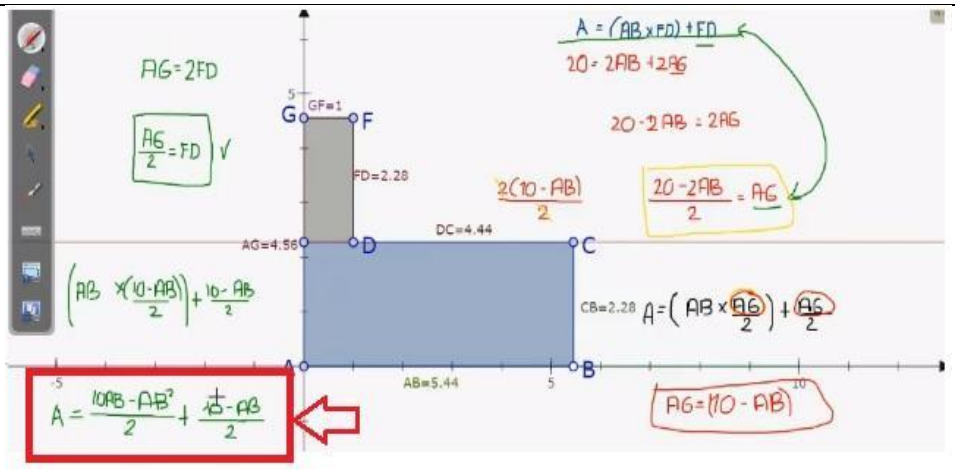
526.	
527.	P: Listo, entonces vamos hasta ahí. Qué es lo que hemos hecho, establecer el área y el perímetro de la figura ¿Verdad?
528.	Entonces ahora lo que sigue es cómo establecer la relación
529.	El profesor propone un receso de 10 minutos para luego continuar con la actividad.
530.	P: Entonces, retomando tenemos que A= (AB x FD) + FD y P= 2AB+2AG. ¿Se acuerdan para qué estamos haciendo todo esto?
531.	E2: Para calcular el área mayor del hexágono
532.	P: Listo, además de eso que es lo que queremos generar con esas expresiones. Graficar ¿qué?
533.	E2: ¿P? Graficar P
534.	P: Graficar P, si ¿Pero se acuerdan la traza que generaba P?
535.	E2: ¡Ah! si señor
536.	P: ¿Cuál era?
537.	E1: ¿La traza?
538.	P: Si
539.	P: Listo, entonces lo que estamos haciendo acá es intentar generar esa expresión o esa función que sería la parábola ¿Si?
540.	E2: Sí señor
541.	P: Listo, entonces ante estas dos expresiones ¿Cómo se podría resolver para generar esa expresión? para sacar la parábola
542.	E2: La parábola. Yo creería que el perímetro es igual a x y la A sería igual a (y). Entonces ahí tendríamos la ubicación, tal vez, ese punto más alto ¿Si?
543.	P: Si, pero en este caso como ya establecimos dos ecuaciones que fueron la ecuación del área y la ecuación del perímetro, lo que hacemos es reemplazar

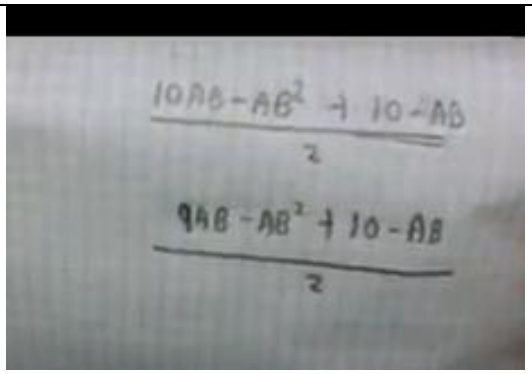
	una ecuación en la otra para que solo quede una variable. Entonces, para que entiendan un poco mejor la idea ¿Sabemos cuál es el perímetro?
544.	E2: El perímetro es 20.
545.	P: O, entonces esto yo lo puedo reemplazar acá ¿No? (el profesor borra la P que representa el perímetro dentro de la ecuación y ubica su valor que equivale a 20) en la ecuación que ya teníamos 20 es el perímetro, ¿Lo mismo pasa con el área, no lo que no lo podría hacer porque no sabemos cuál es el área, si ya supiéramos cuál es el área máxima, pues ya resolveremos el problema. Pero no sabemos porque el área varía.
546.	Entonces tenemos dos variables AB que sería este segmento y FD ¿Qué variables hay en común del área y del perímetro ¿Cuál variable hay en común?
547.	E1: AB
548.	P: AB ¿Verdad?
549.	E1: Sí señor
550.	P: Lo que se tendría que hacer acá, sería despejar AG
551.	E2: AG se mandaría a restar al lado izquierdo. ¡Ah! no ahí está la resta
552.	P: Si queremos despejar AG ¿Cómo quedaría?
553.	E1: ¿Sería mandarlo a dividir a 20? o a restar, perdón. O sea que quede menos 2 AG
554.	P: Pero ahí estaría despejando AB, tenemos que despejar es AG.
555.	E2: Entonces sería dividir, ponerlo a dividir. No, no señor no sabemos
556.	P: Okay. Listo en este caso como queremos despejar AG. Lo que hacemos es restar en ambos lados, es decir ¿Cómo quedaría? Quedaría 20-2AB=2AB ¿Ahí estaría bien, o no?
557.	E1: Sí señor
558.	(El profesor anota la fórmula como le indican los estudiantes que sería 20-2AB/2 = AG)
559.	P: Listo, entonces ¿Para qué hicimos este despeje? E2: relacionar AG como ya sabemos cuánto vale, con la ecuación del área.

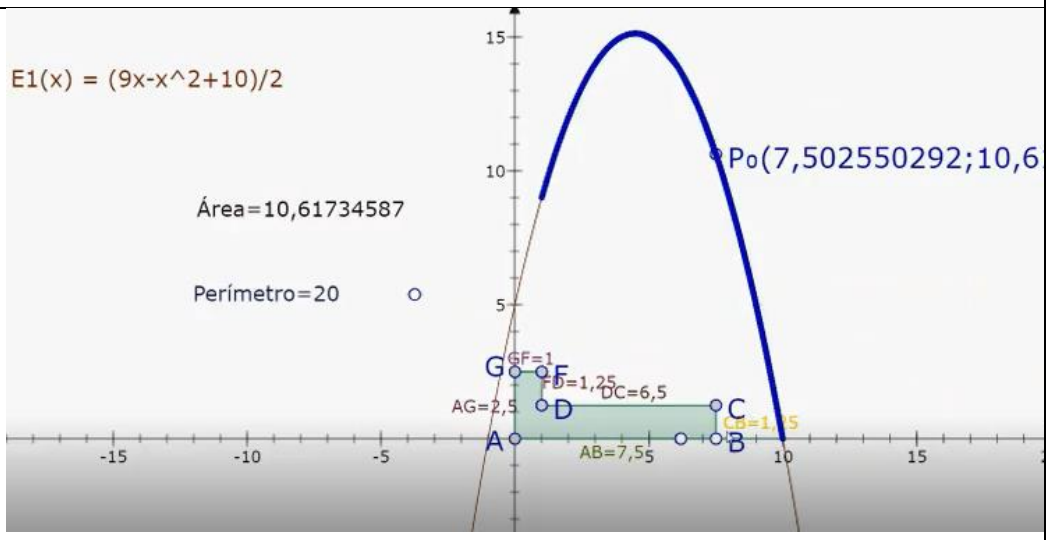
	P: Como no tenemos AG en términos del área, si ustedes se dan cuenta dentro del área no está AG, entonces ¿Qué se hace? E2: Relacionar el FD, el segmento FD con el AG. P: ¿Qué relación hay entre el segmento FD y AG?
560.	E1: Que el AG es el doble
561.	P: Bien, eso se puede escribir como AG es igual a dos veces, ¿Dos veces quién?
562.	E2: FD
563.	P: ¿Y si tiene sentido, cierto? Porque si el segmento FD lo duplico, o sea lo alargo otra vez, vendría siendo igual ¿A qué segmento? E2: al AG, P: Entonces, si quiero despejar acá FD ¿A qué sería igual?
564.	E2: ¿Señor?
565.	P: Si quiero despejar acá AG ¿Cómo lo haría?
566.	E1: Sería colocar AG-2
567.	P: ¿Menos 2?
568.	E1: ¡Ah! AG dividido en 2
569.	P: Exacto, si
570.	E1: Dividido en FD
571.	P: Sería así ¿Cierto? (AG/2=FD)
572.	E1: Si señor igual a FD
573.	P: Esta relación me va a permitir pasar de AG, o sea dejar todo en término de AG ¿Cómo lo haría?

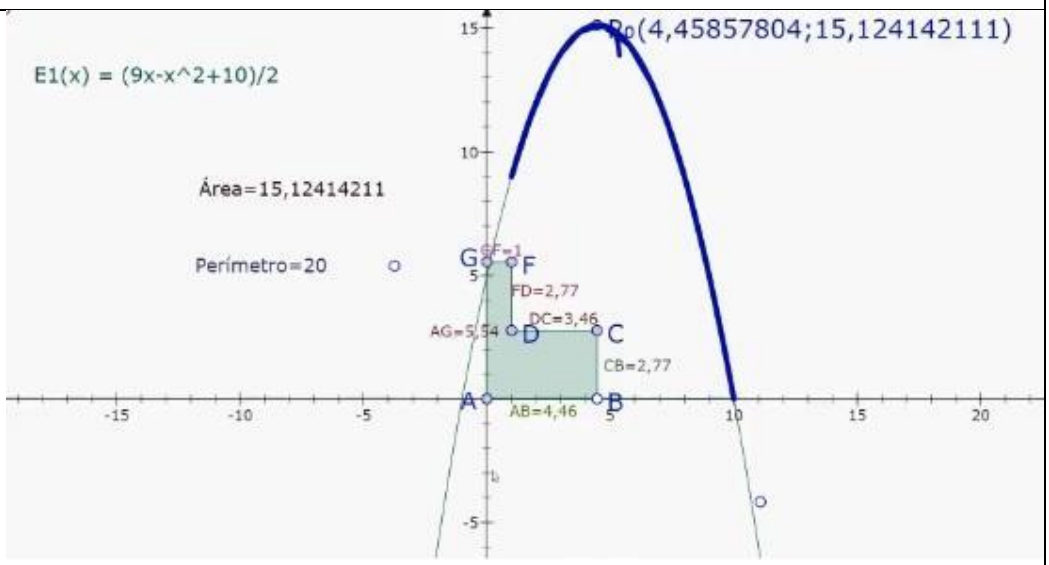
574.	
575.	P: Ya sabemos quién es FD ¿Cierto?
576.	E2: Sí señor
577.	P: FD es esto (señalando la fórmula AG/2=FD) Si reemplazamos este FD acá en la ecuación del área ¿Cómo nos queda?
578.	E2: ¿AG dividido 2? O sea, paréntesis AG dividido 2
579.	P: O sea quedaría (El profesor con ayuda del estudiante escribe la fórmula (AB*AG/2)+AG/2)
580.	Listo ahora, tenemos acá dos variables ¿Cierto? ¿Cuáles son?
581.	E1: AB y AG
582.	P: ¿Y ya sabemos cuánto vale AG?
583.	E1: FD
584.	E1: Sí señor
585.	P: Listo, entonces ahora ya teniendo eso ¿Que pasaremos a hacer?
586.	E2: ¿A operar?
587.	P: A operar, entonces si AG equivale a 20-2*AB/2 lo único que se hace para operar más fácil sería reemplazar. Listo entonces si quieren hacerlo en su cuaderno. Antes de que reemplacen una cosita rápida, esta expresión que está acá ¿Se puede simplificar más?
588.	E1: Sí señor
589.	Listo la propiedad distributiva, 2 multiplica el 10 y el 2 multiplica el AB.

590.	P: Entonces, ¿Esto lo puedo simplificar más?
591.	E2: Yo diría que no
592.	P: ¿Y esto sí se puede hacer? simplificar el 2 de acá por el 2 de acá (señalando los 2 de la operación 2(10-AB/2))
593.	E1: Sí señor
594.	P: Porque está multiplicando ¿Listo? Entonces todo esto ¿Para qué? para concluir que AG es igual a 10 menos AB [El profesor escribe la ecuación AG=10-AB] Lo voy a escribir acá otra vez abajo. Y así nos queda más fácil sustituirla
595.	Ese AG lo que vamos a hacer es sustituirla en la ecuación [señalando la ecuación del área A= (AB x AG/2) +AG/2 Listo, aquí rápidamente en rojo. Aquí teníamos que AG es igual a 10 menos AB. Entonces este 10 menos AB lo reemplazan en donde dice AG, acá y acá [señalando los lugares de la ecuación a reemplazar]
596.	
597.	E1: ¡Ah! listo, si señor
598.	[Los estudiantes posteriormente muestran de nuevo la fórmula, la cual quedó A=(ABx10-AB/2) +10-AB/2]
599.	P: Listo entonces quedó así. Ahí está bien, ahora pregunta ¿Ahora esto se puede seguir operando? ¿si se acuerdan cuando las fracciones tienen el mismo denominador?

600.	
601.	E2: Sí señor, mantienen el mismo denominador
602.	P: Exacto, en este caso quedan dos. ¿Y cómo queda la parte de arriba? Es una suma, recuerden que es una suma
603.	(El profesor va escribiendo la fórmula en el tablero)
604.	P: Ésta es la parte de arriba, quedaría 10AB menos AB cuadrado, más diez, menos AB (10AB-AB²+10-AB) Ahora, miramos términos semejantes. ¿Cuáles hay ahí semejantes? por ejemplo 10AB menos AB ¿Cuánto nos da?
605.	E2: 9AB
606.	P: Exacto, quedaría entonces 9 AB menos AB cuadrado más diez, todo esto entre dos. Ahora si ¿Nos podrían por favor compartir hasta donde lo solucionaron?
607.	(Los estudiantes prenden la cámara y muestran la operación)
608.	P: Diez AB menos AB cuadrado, más diez AB ¿Cierto?
609.	E1: Sí señor
610.	P: No, pero ahí son más diez, menos AB. La parte final, diez menos AB ¿Cierto?
611.	E1: Sí señor
612.	P: Listo, ¿se puede seguir simplificando ahí cómo está? Recuerden lo último que les dije, cuánto da diez AB menos AB. Los términos semejantes
613.	E1: 9AB

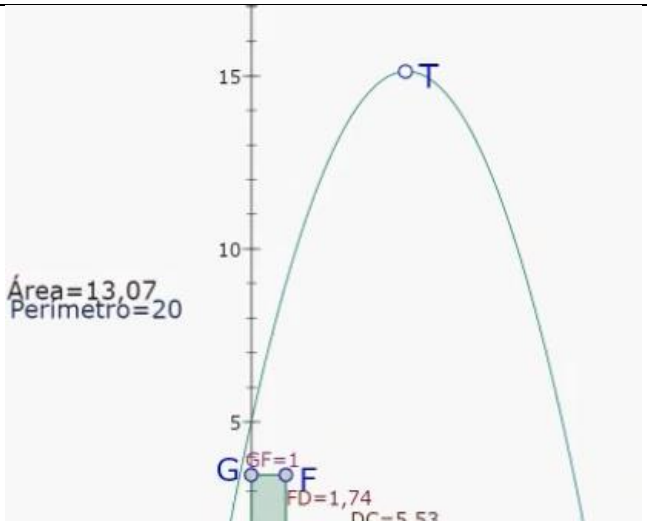
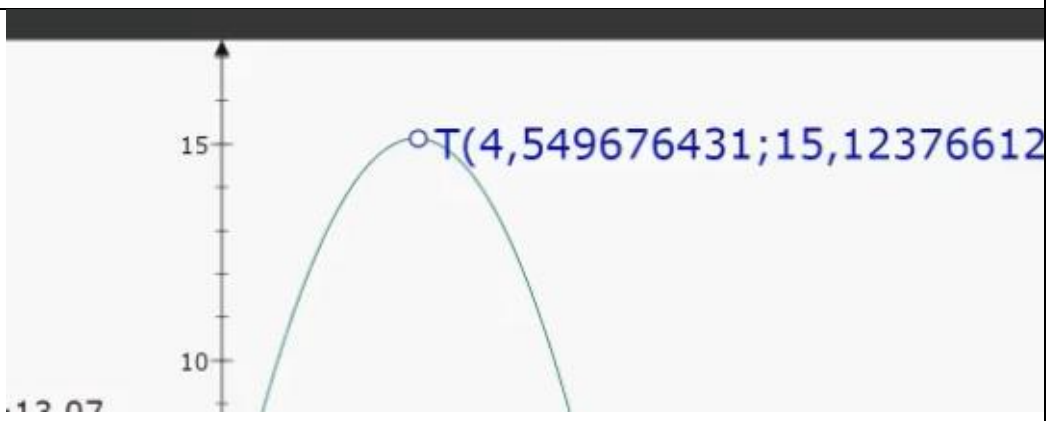
614.	[Los estudiantes corrigen en su cuaderno]
615.	
616.	P: Listo, entonces como esa ya es la expresión que tenemos, si quieres entonces para que sea más comprensible y más familiarizada entonces ese AB lo podemos expresar como una (x) ¿Si me hago entender?
617.	E1: Sí señor
618.	P: Para que quede como una función, así como las conocemos normalmente. Para que sea más familiarizado
619.	E2: ¡Ah! ya con eso la puedo graficar
620.	P: Exacto
621.	E2: El intercepto es diez y la pendiente es 9x. Si lo podríamos llamar así
622.	P: Espera, ¿Una parábola tiene pendiente?
623.	E2: ¡Ah! no señor, sigamos
624.	P: Listo, entonces si quiere exprese ese AB como x y me muestra como quedó por favor
625.	[Los estudiantes hacen el cambio solicitado y muestran la fórmula $A= 9x-x^2+10/2$]
626.	P: Listo, entonces ya tenemos la expresión, ahora volvamos a la figura. ¿Puedes compartir pantalla, por favor?
627.	E2: ¿Se ve?
628.	P: Si se ve. Listo entonces ya tenemos la expresión, como ya se dijo que era una forma diferente de representar la traza que generaba el punto P, entonces si quieres para graficarla abre la calculadora y escribimos la expresión que les dio

629.	E1: ¿Es para graficar el punto P?
630.	P: No, para graficar la función, la traza ¿Se acuerdan? Entonces la escriben normal. Se abren paréntesis normales
631.	E1: Nueve AB menos…
632.	P: Recuerden que el AB lo reemplazaron por x.
633.	
634.	P: Listo ¿Que graficó?
635.	E1: Una función cuadrática
636.	P: Y esa función ¿Qué me representa?
637.	[los estudiantes mueven el punto B]
638.	E2: Listo, me muestra el punto P
639.	P: Muestra el recorrido que hace el punto P ¿Verdad?
640.	E2: Sí señor
641.	P: Exacto ¿Eso era lo que estábamos buscando o no?
642.	E1: Sí señor
643.	P: Entonces recordando después de estos procesos algebraicos, todo esto se hizo ¿Para qué?
644.	E1: Para hallar el área más grande

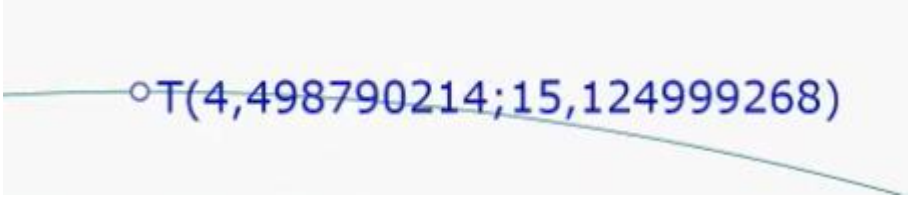
645.	P: Para poder encontrar el área más grande ¿Cierto? es decir encontrar el punto más alto de esa función. Listo, entonces ¿El problema ya está solucionado o no? ¿Ya sabemos cuál es el punto más alto, o no?
646.	E1: Todavía no
647.	P: Entonces, ya tenemos la gráfica, si quieren pueden mover el punto B para que se vea todo el recorrido. Listo, entonces aquí ¿Por qué la traza no escribe toda la gráfica, o sea por qué la parte azul no está en toda la gráfica?
648.	
649.	E2: Porque está cortando en GF. O porque comienza en GF a graficar
650.	P: Si. No puede ser menor a GF, en cuanto a x
651.	E2: Sí señor
652.	P: Entonces ¿Sabemos cuál es el área mínima? el mínimo área
653.	E1: No
654.	P: ¿Seguros?
655.	E1: Cero
656.	P: Exacto. ¿Por qué el segmento AB no puede ser más pequeño que uno? E2: Porque si fuera más corto no estaría mostrando, o no empezaría desde GF
657.	P: Exacto, ¿Se acuerdan de la condición de GF?
658.	E1: Sí señor, solamente puede valer un metro

659.	P: Vale, entonces ahora ¿Qué pasa si se toma un punto sobre la gráfica en un cuadrante diferente al primero?
660.	E2: No cumpliría la primera condición
661.	P: ¿Cuál sería?
662.	E2: Que solo puede valer un metro
663.	P: Listo, ¿Algo más por lo que no se pueda o que pasaría?
664.	E2: ¿Podría llegar a cambiar el perímetro?
665.	P: Podría llegar a cambiar el perímetro, ¿Por qué? Por ejemplo, si eso se hiciera en un cuadrante negativo, el perímetro que valor sería ¿Positivo o negativo?
666.	E2: Negativo
667.	P: ¿Y el perímetro es negativo?
668.	E1: No señor
669.	P: Listo, esa sería otra de las razones. Otra pregunta que nos podemos hacer es: ¿Puede eso tener un lado negativo?
670.	E1: Yo diría que no porque estamos buscando, lo mayor no lo menor
671.	P: Si, ¿Qué pasaría si un lado fuera negativo?
672.	E1: Cambiaría el sentido, no sería creciente sino decreciente
673.	P: ¿Sería decreciente la función? ¿La gráfica?
674.	E1: Si cambiáramos el signo si, sería creciente en ese caso ¿No?
675.	P: Listo, si quiere movamos el punto B y con eso finalizamos. Coja un segmento cualquiera, por ejemplo, el AG ¿Ese segmento podría ser negativo?
676.	E2: AG, si
677.	P: ¿Sí podría ser negativo? ¿Tomar valores negativos? ¿Por qué?
678.	E1: El AG podría tomar valores negativos, pero, el AG cambiaría, pero cambiaría según el lugar en donde esté. O sea, comenzaría en este valor positivo a tener negativo y cambiar su forma secante

679.	P: Listo ¿Si cambia a negativo, el perímetro y el área cómo sería? ¿Positivo o negativo?
680.	E1: Negativo
681.	P: ¿Y hay áreas y perímetros negativos? creo que ustedes ya dijeron la respuesta ¿No?
682.	E2: Si, no hay, no hay perímetros negativos (Los estudiantes comprenden que si se cambia de cuadrante, o si un segmento fuera negativo no podría existir perímetro, ya que el perímetro corresponde a un lugar en el espacio, por lo que siempre va a tener valores positivos. Con estas aclaraciones se da paso a la Etapa 4)
683.	P: Listo, esa grafica que está ahí, está representando todos los movimientos del punto P, ¿cierto? En este caso, ¿ustedes creen que es necesario utilizar solo el punto P? O si colocamos un punto cualquiera sobre la gráfica, es como si se estuviese representando el mismo P, pero sin el movimiento de B.
684.	E1: Ósea que la gráfica prácticamente muestra el recorrido del punto P, pero al tener la gráfica ya tenemos todo el recorrido, pero ya está. ¿Cierto?
685.	(Los estudiantes colocan un punto cualquiera sobre la gráfica)
686.	P: ¿Ese punto cualquiera que colocaron, representa también los mismos movimientos del punto P?
687.	E2: Si señor
688.	P: Listo, entonces coloquémosle un nombre al punto que esta sobre la gráfica, podría ser llamado punto T.
689.	¿si queremos encontrar la mayor área, en donde debería estar ubicado el punto T?
690.	E1: (Los estudiantes arrastran el punto T hacia la parte más alta de la gráfica)

691.	
692.	P: Listo, ustedes están intentando ubicar el punto T en la parte más alta de la gráfica, ¿verdad?
693.	E2: Sí, señor.
694.	P: Ok, entonces vamos a colocar medida a ese punto para saber si es la parte más alta.
695.	E2: ¿Qué medida la máxima? (Haciendo referencia a la cantidad de decimales)
696.	P: La que consideren necesaria
697.	E1: Esa (E2 señala que la medida que tiene el mayor número de decimales)
698.	P: En este caso, ¿a qué medida de área corresponde ese punto T? (donde está ubicado)
699.	E2: Según eso, es 15,123766126
700.	
701.	

702.	P: Exacto, si se supone que está en la parte más alta esa debería ser la medida más grande. Ahora les pregunto, ¿pueden encontrar una medida más alta?
703.	E1 y E2: Hacen un intento para encontrar una medida más alta, hacen zoom y ubican el punto. (en donde creen que es la medida más alta)
704.	
705.	E2: Tal vez sea, pero no hay más.
706.	P: ¿Esa medida que ustedes pusieron ahí se parece a una de las medidas que ustedes dijeron que eran mayores al principio?
707.	E1: (Los estudiantes miran las medidas registradas al principio)
708.	P: ¿Esa es mayor o menor a la que tenían anotada?
709.	E1: Es mayor
710.	
711.	P: Listo, ¿ustedes consideran que se puede encontrar un número mayor?
712.	E1: Tal vez sería si hacemos zoom, pero sería como un número infinito, entre más haga zoom tal vez podría encontrarse un número más grande.
713.	P: Si quieren probemos haciéndole algunas veces, para ver si es verdad.
714.	E1 y E2: (Los estudiantes empiezan a registrar las medidas del área que van encontrando en el punto T y las van registrando, para luego irlas comparando, luego hacen el proceso de aumentar el zoom y acomodar el punto T nuevamente, y así sucesivamente)
715.	E2: Creo que se movió el punto (Lo acomodan nuevamente en la parte que visualmente se ve más alta)

716.	
717.	Esta es mayor
718.	(Los estudiantes empiezan a notar que la diferencia entre el valor del área más alta que van encontrando, solo varían en algunos números decimales, por lo cual, empiezan a comparar decimal por decimal para ver qué medida es más grande)
719.	E2: creo que este
720.	P: Ese es el más grade que han encontrado hasta el momento. ¿Ustedes creen que al utilizar esta estrategia van a encontrar el punto más alta del área?
721.	E1: (El estudiante hace zoom a la figura y nota que disminuye)
722.	Entre más se le hace zoom más disminuye
723.	
724.	P: ¿Y si intenta mover otra vez l punto para ubicar un área mayor?
725.	E1 y E2: Acá ya cambió, aumentó
726.	
727.	P: ¿Si hacemos el proceso otra vez, de hacer zoom y mover el punto para encontrar uno más alto, creen que vamos a seguir encontrando uno más alto cada vez que hagamos esto?

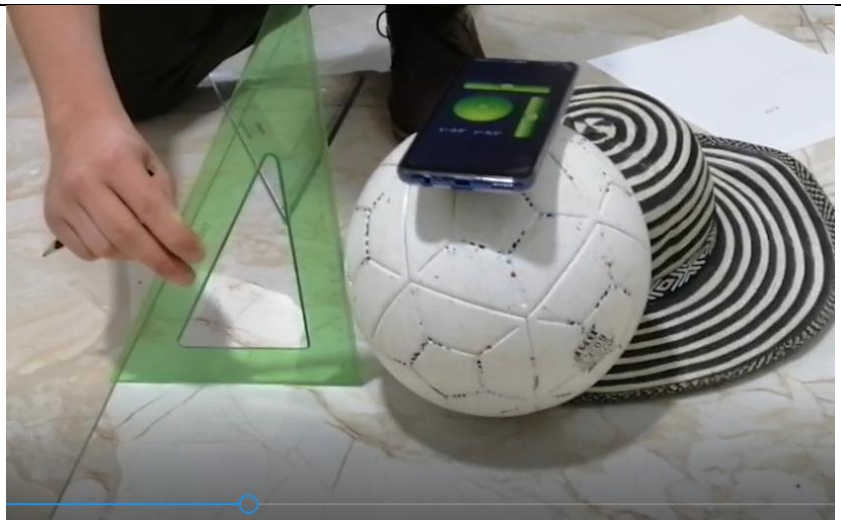
728.	E1: Si señor
729.	E2: No vamos a poder encontrar un punto más alto
730.	P: Es importante tener en cuenta esta conclusión, siempre que hacen zoom van a poder encontrar un punto más alto por lo tanto un valor más grande y no van a poder solucionar el problema de esta manera.
731.	(Los estudiantes vuelven a invalidar la estrategia porque siempre están encontrando un valor mayor en el área al hacer zoom, por lo cual se da paso a la segunda actividad).

ACTIVIDAD 2

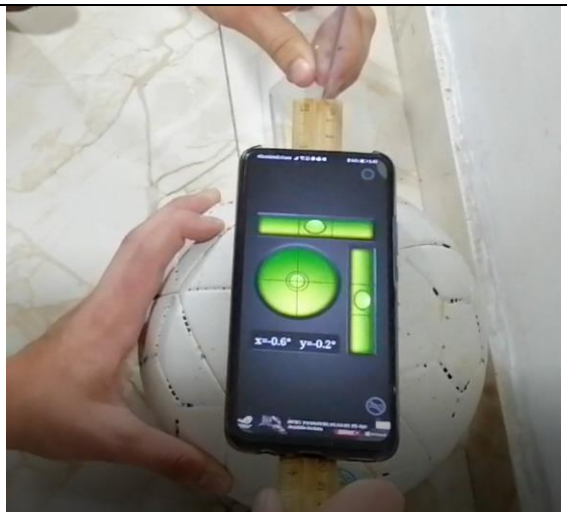
1.	P: Listo, entonces, la idea de la actividad 2 es hacer la medición de unos objetos con unos instrumentos. Esta actividad nos va a dar unos parámetros para poder solucionar la situación que estamos trabajando. ¿Si se acuerdan cual es, cierto?
2.	E1: Sí
3.	P: Encontrar el punto más alto en la gráfica. Entonces para ello se tienen 2 objetos, un balón y un sombrero. La idea es que cada uno de ustedes busque cual es la altura máxima de los dos objetos, entonces, cada uno encuentre la altura máxima del balón y el sombrero y lo anota en una hoja, sin mirarse los datos uno al otro, para luego comparar los datos que a cada uno registró. Pueden empezar a medir la altura del balón
4.	E1: (Empieza a tomar las medidas del balón y el sombrero, luego las escribe en una hoja)
5.	E2: (También calcula la altura máxima de los objetos y registra las medidas)
6.	P: Lo más precisos que puedan en la medida. ¿Entonces qué medida le dio a usted la altura del balón?
7.	E1: 19,5 cm
8.	E2: 18,7 cm
9.	P: ¿Y el sombrero?
10.	E1: 11,1 cm

11.	E2: 11 cm
12.	P: Bueno, la altura que más varia es la del balón ¿Por qué creen que dio medidas distintas? Si están midiendo el mismo objeto
13.	E2: Tal vez al momento de medirlo se dobló o no se sostuvo bien la regla y por eso dio diferente
14.	P: ¿Será que si lo miden de nuevo van a obtener medidas más parecidas?
15.	E1: Es que ninguno de los dos objetos son planos, tal vez no hay una medida exacta porque hay una curva
16.	P: Ah, porque son curvos los objetos, listo. Entonces, ahora entre los dos van a intentar medir de nuevo la altura de los dos objetos, pero esta vez utilizando las aplicaciones que tienen en el celular. Ya los dos pueden ayudarse a medir el mismo objeto y utilizando la aplicación.
17.	E1: ¿Utilizamos los dos niveles?
18.	P: Como consideren, si hay que utilizar dos niveles o solo uno.
19.	E2: Listo
20.	E1 y E2: (Empiezan a medir de nuevo la altura del sombrero y el balón, esta vez utilizando el nivel)
21.	
22.	E2: ¿Cómo usamos el nivel para hallar la altura?
23.	(Los estudiantes proponen una acción, en este caso, posicionan el nivel de manera horizontal sobre el balón)
24.	P: Listo, al usar el nivel de esa forma, ¿les ayudaría a encontrar la altura?
25.	E1: No

26.	P: ¿En qué nos podría ayudar el nivel?
27.	E2: Tal vez en mirar que tan plano esta (hacen referencia al celular ubicado horizontalmente en el balón). Pero no se puede porque se mueve mucho el balón y los valores del nivel se mueven demasiado.
28.	¿Se puede hacer algo para que se quede quieto el balón?
29.	P: Claro, lo pueden apoyar o hacer lo que quieran. Si se apoya el balón contra la pared sería más fácil que se quede quieto, ¿no?
30.	E1 y E2: (Apoyan el balón sobre la pared y colocan el celular sobre el balón de forma horizontal). Pero es que el celular se inclina
31.	P:El celular se inclina, ¿cierto?
32.	
33.	Logran dejar el celular (nivel) estable sobre la altura del balón)
34.	P: ¿Y ahí cual es la altura? Pueden utilizar las reglas para medir, y el nivel, todos los instrumentos que necesiten.
35.	E1: Seria como formar un triángulo recto y hay ya nos mostraría la altura. (El estudiante señala como quedaría el triángulo para hallar la altura máxima del balón) y ahí ya tocaría mirar los grados para ver qué tan inclinado esta.

36.	
37.	P: Entonces para hacer lo que usted dice, con las herramientas que tiene ¿Cual le permitiría hacer eso?
38.	P: ¿Cómo armaría ese triángulo rectángulo que mencionó?
39.	E1: (Intentan poner una regla al lado del balón)
40.	P: ¿Y no sería mejor poner el balón apoyado en la pared para que no se mueva?
41.	¿Cómo estaban midiendo la primera vez la altura?
42.	E2: La primera vez con las reglas.
43.	P: Listo, ¿cómo lo estaban haciendo?
44.	
45.	E1: Estábamos colocando la escuadra al nivel del suelo y después se mira con la otra regla
46.	P: Listo, para poder establecer la altura máxima que condiciones tienen que cumplir las reglas para que usted diga que es el punto máximo.

47.	E2: Primero una regla tiene que estar sobre el balón, que este como acostada, pero en lo plano, que no esté inclinada para que mantenga la altura exacta. (Hacen referencia a ideas intuitivas de la condición de horizontalidad)
48.	P: Listo, usted está diciendo que tiene que estar nivelada. ¿Cómo haría para asegurar con las herramientas que tiene que este nivelada?
49.	E1: ¿Con la herramienta?
50.	P: Si, y con las reglas. Seria utilizar la forma que lo hicieron en la estrategia anterior, pero en este caso apoyándose con la herramienta del nivel
51.	E2: Es que no se si el x seria como el lado adyacente y el otro seria como el lado opuesto, no. El x seria como el lado opuesto y el y como el lado adyacente. Entonces no sé si funcione, tenemos acá un triángulo. (El estudiante propone una idea, pero luego la invalida porque se da cuenta que no se puede aplicar para medir la altura máxima).
52.	P: Ok, entonces utilizando la primera estrategia. ¿Qué fue lo que hicieron con las reglas para medir el balón? Los dos hicieron la misma estrategia
53.	E2: Si, fue colocar la regla acá (El estudiante ubica una regla perpendicular al piso)
54.	Y con la otra regla mirar que no tocará ninguna curva (Haciendo referencia a que no debía estar inclinada, es decir asegurar la horizontalidad con el piso)
55.	
56.	P: Listo, ya tiene esa estrategia. Y además E1 menciono que para que fuera la altura máxima la regla apoyada sobre el balón no debía tener inclinación, ¿cierto?
57.	Entonces si quieren vuelvan a poner las reglas como las tenían ubicadas
58.	Listo, ¿con que herramienta puede saber si está inclinado o no?

59.	E2: (El estudiante coloca el nivel horizontalmente, pero esta vez apoyado sobre la regla, para verificar que no esté inclinada).
60.	
61.	P: ¿Y ahí cual es la altura?
62.	(Los estudiantes sostienen las reglas de tal manera que la regla que está apoyada sobre el balón tenga una inclinación de cero grados o muy aproximada a cero grados).
63.	P: Listo en y ya está prácticamente en cero grados, tocaría que lo cuadraran en x un poco mejor. (La aplicación del nivel muestra los grados de inclinación tanto en x como en y). Igual no tiene que ser exacto (el valor de cero grados), lo más aproximado posible.
64.	E1 y E2: La altura seria 19,6cm
65.	P: ¿Y cuál fue la medida que tenia del balón anteriormente?
66.	E1 y E2: 19,5 cm y 18,7 cm

67.	P: Entonces tenemos una mejor aproximación utilizando el nivel. Ahora sería hacer lo mismo con el sombrero. 
68.	E1, E2: 10,7 cm es la altura
69.	P: ¿Qué medidas les habían dado inicialmente?
70.	E1: 11,1 cm
71.	E2: 11 cm
72.	P: ¿Cuál fue la medida que más vario, la del balón o la del sombrero?
73.	E1, E2: La del balón
74.	P: ¿Qué características vieron en relación de cómo se ubicaba la escuadra respecto a la regla?
75.	E2: Con una podíamos mediar la altura porque estaba al lado del balón (haciendo referencia a la escuadra) y con la regla medir exactamente cuánto era la parte más alta
76.	P: Ósea necesitaron dos reglas para saber la altura del objeto.?
77.	E1: Sí
78.	P: Que más conclusiones pueden sacar. Por ejemplo, ¿para qué les sirvió el uso del nivel?
79.	E2: Como los objetos son curvos se tiene una mayor precisión

80.	P: Listo, entonces para sacar las conclusiones de la actividad, ¿si se acuerdan de los conceptos de perpendicularidad y paralelismo? ¿De pronto los han escuchado alguna vez?
81.	E1: La perpendicularidad es cuando las rectas chocan entre sí, ósea, que se cruzan y la paralela es cuando no.
82.	P: ¿Qué otra característica tiene la recta perpendicular? ¿Digamos en este caso cual sería perpendicular?
83.	E2: La perpendicular es cuando, por ejemplo, choca la regla con la escuadra para medir la altura máxima. Y la paralela seria como el celular con la regla, tal vez.
84.	P: ¿La regla a quien es paralela?
85.	E1: A la escuadra
86.	E2: No, prácticamente las reglas son como dos líneas, entonces si dice que chocan perpendicular.
87.	P: Listo, ¿ahora quien es paralela a quién? ¿La regla que está ubicada sobre el sobrero a quien es paralela?
88.	E1: Yo diría que la única seria el celular, en si la dos reglas no podrían ser paralelas.
89.	P: Listo, puedes dibujar en la hoja el sobrero y las reglas.
90.	E2: Ah, seria paralelo con el suelo
91.	P: Exacto, ¿entonces la relación de paralela es el suelo con quién?
92.	E1: con la regla.
93.	P: Entonces el nivel en que nos ayudaba en esa relación de paralelismo.
94.	E1: A que la regla estuviera igual de plana que el suelo
95.	P: Para concluir, ¿si quiero saber la altura máxima de un objeto que tiene que haber?
96.	E2: Tiene que esta igualados los grados del suelo con la regla.
97.	P: Listo, ustedes ya mencionaron dos características, ¿la primera la ubicación entre las dos reglas que como era?

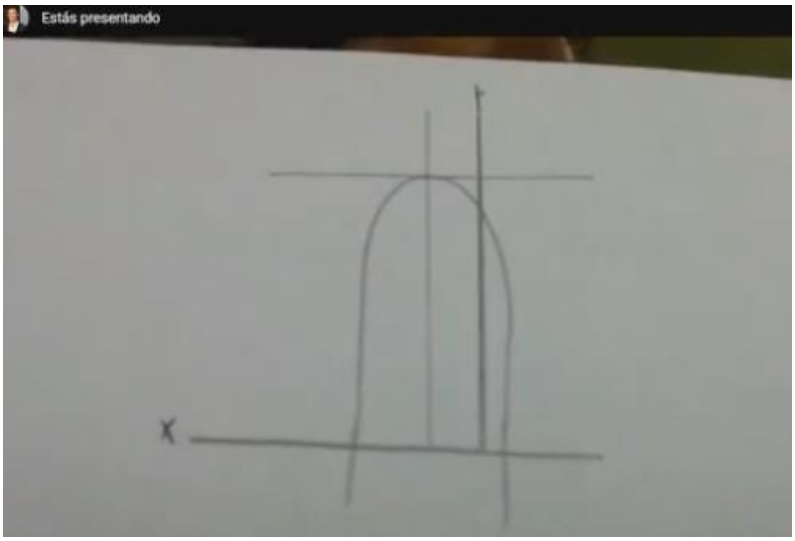
98.	E1: Perpendicular
99.	P: Listo y la otra conclusión es la paralela de la regla con el suelo.
100.	Ahora, cuando apoyaban la regla sobre el objeto ¿cuántos puntos tocaba la regla al objeto?
101.	E2: Solo un punto
102.	P: Listo, solo debe tener un punto para que sea la altura, no pueden tocar más.

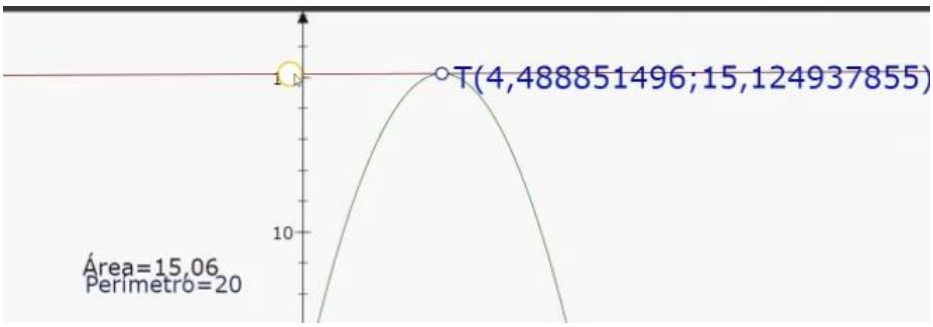
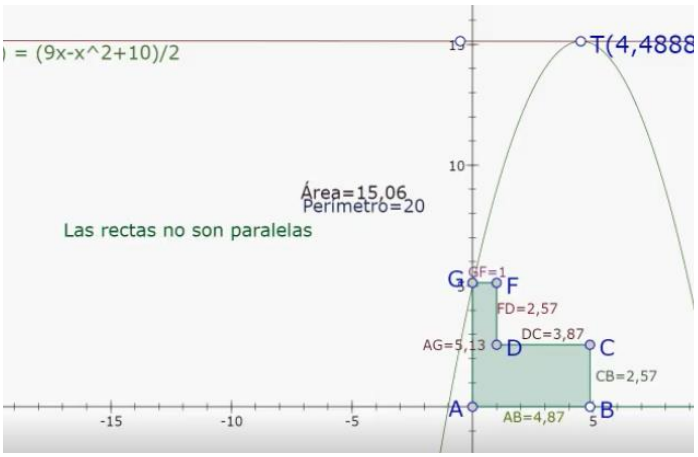
ACTIVIDAD 3

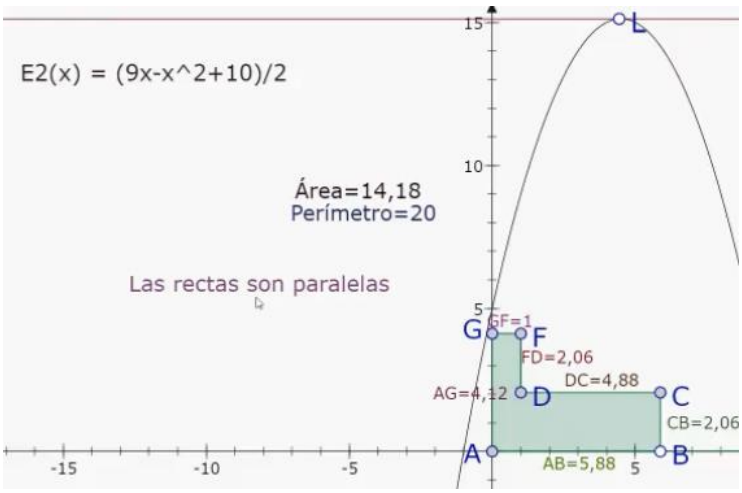
TRASCRIPCIÓN ACTIVIDAD 3

1.	P: Damos inicio a la actividad 3, la cual nos va a permitir solucionar el problema que estamos buscando. ¿Entonces qué conclusiones se pudieron sacar de la actividad 2?
2.	E1: Se utilizaron reglas y escuadras y se concluyó que había dos tipos de rectas, una paralela y otra perpendicular. La perpendicular era cuando chocaban la escuadra y la regla. La paralela era el piso con la escuadra
3.	P: Listo, alguna otra conclusión, ¿o esas fueron todas?
4.	E2: No señor
5.	P: En este caso, ¿la regla cuando era paralela al piso, en cuantos puntos tenía que tocar el balón para que fuera la altura máxima?
6.	E1: Tenía que tocar en uno para que quedara bien balanceada
7.	P: ¿Y qué punto era ese?
8.	E2: El centro del balón
9.	P: Retomando las conclusiones de la actividad 2, ¿cómo podríamos aplicar esas ideas para solucionar el problema en DGPad?

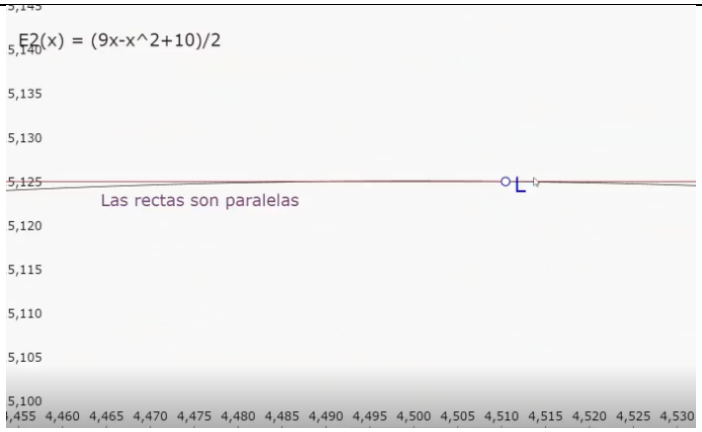
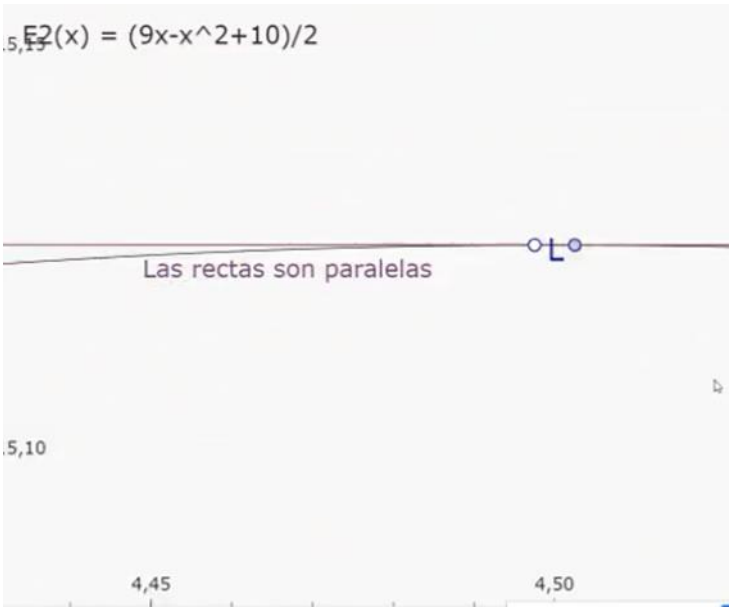
10.	E2: Necesitaríamos una superficie que este recta a la figura
11.	P: Que este recta a la figura?
12.	E1: Que se mantenga fija a la figura
13.	E2: Medidas exactas que no cambien cuando se hace zoom o se mueve
14.	P: Listo, en este caso no tenemos reglas, pero si queremos encontrar la altura máxima de la parábola, ¿Entonces que objetos agregarían para obtener la altura máxima?
15.	E1: Tal vez sería algo de adición, como una línea que este acá. (El estudiante señala la parte más alta de la parábola) (Es decir, que propone la construcción de la recta horizontal que toque la parte más alta de la parábola)
16.	P: Ósea poner una línea que pase por el punto más alto, ¿cumpliendo que características?
17.	E2: Debe estar en el punto más alto y debe estar en el centro de la curva.
18.	P: ¿Qué otra característica debe cumplir la recta?
19.	E1: Que cuando se le haga zoom no cambie.
20.	P: ¿Una característica que ustedes mencionaron cuando hicieron la actividad de la medición de los objetos? En este caso, relacionándolo con la actividad 2 ustedes quieren poner una recta como si fuera la regla en la parte más alta del objeto.
21.	E1: si señor
22.	P: ¿Pero entonces esta regla tenía una propiedad, como tenía que estar la regla?
23.	E2: Tenía que ser paralela
24.	P: Exacto, en este caso no tenemos piso, ¿pero si tenemos que?
25.	E1: El eje x
26.	E2: ¿También que debe ser perpendicular al punto más alto?

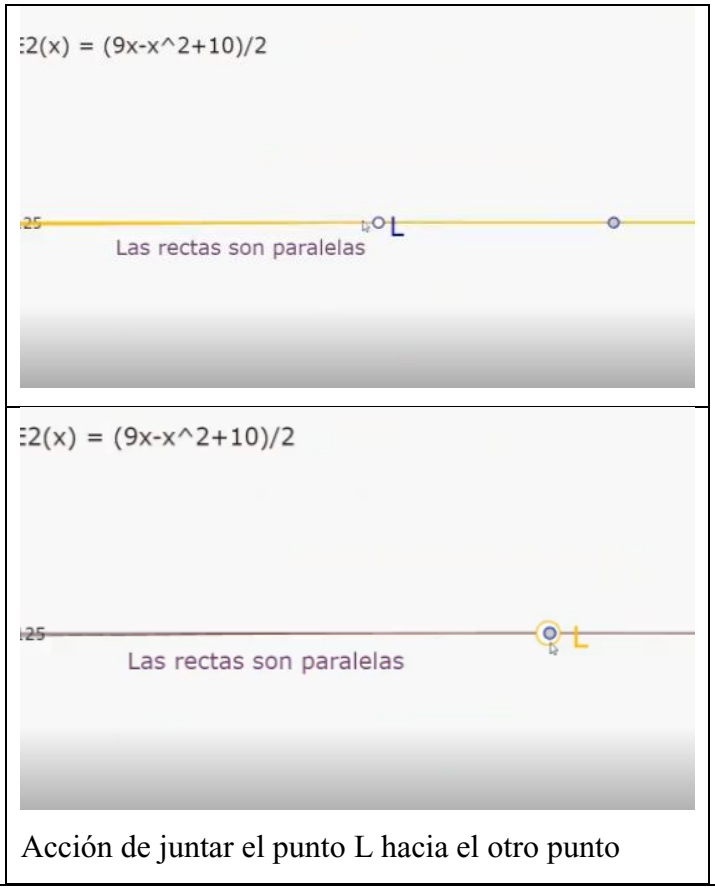
27.	P: ¿Una línea es perpendicular a un punto o a otra línea?
28.	E1: A otra línea.
29.	P: ¿A cuál línea seria en este caso?
30.	E1: Al eje x
31.	P: Recordemos la diferencia que hay entre perpendicular y paralelo
32.	E1 y E2: (Hablan entre ellos y llegan a la conclusión de que perpendicular es cuando choca (una recta con otra recta))
33.	P: Hagamos lo siguiente, traten de expresar su idea en una hoja y nos dicen la línea que quieren agregar a quien es perpendicular.
34.	E1 y E2: (Los estudiantes dibujan la línea (en una hoja) que quieren agregar en la construcción) (En el dibujo hacen el eje (x) y el eje (y)) 
35.	P: Exacto, ¿La línea de la parte de arriba que es horizontal, verdad? Así podríamos encontrar el punto más alto. ¿Basándonos en la última línea que hicieron ya sabemos que tiene que ser paralela al eje x y esa línea a su vez será perpendicular a quién?
36.	E1: Al eje y
37.	P: Exacto, entonces vamos aplicar esa estrategia, pero en DGPad.
38.	E2: (Los estudiantes para construir la recta paralela al eje x que pasa por la parte más alta de la parábola, hacen lo siguiente: A partir del punto T crean una recta cualquiera, y arrastran el otro punto de la recta hacia el eje (y), en donde

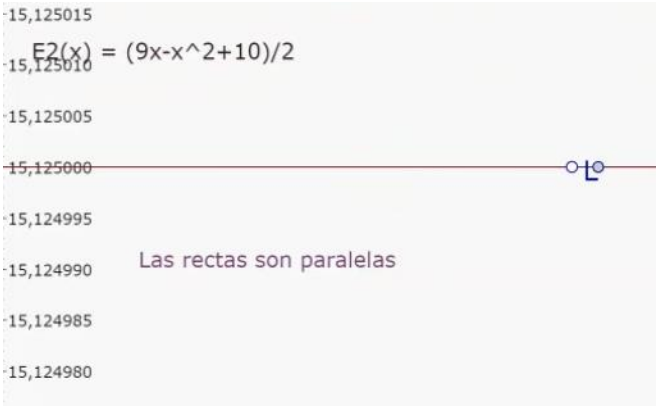
	aparentemente y visualmente la recta es paralela al eje (x) y perpendicular al eje (y)) Como lo muestra la siguiente imagen 
39.	P: ¿Cómo hacemos para verificar si la recta cumple con las condiciones que mencionaron?
40.	E1: Que esta paralela al eje (x) y que este perpendicular al eje (y) y que este en un punto medio de la gráfica. (En esta parte el estudiante hace referencia a que el punto más alto está en la mitad de la parábola)
41.	P: Listo, vamos a verificar una de esas condiciones con una herramienta llamada "macros" y seleccionamos paralelismo. Para esto seleccionamos primero la recta que queremos verificar y luego seleccionamos la otra recta (a la cual es paralela).  Invalidación de la estrategia propuesta por los estudiantes ¿Que aparece?
42.	E2: Las rectas no son paralelas

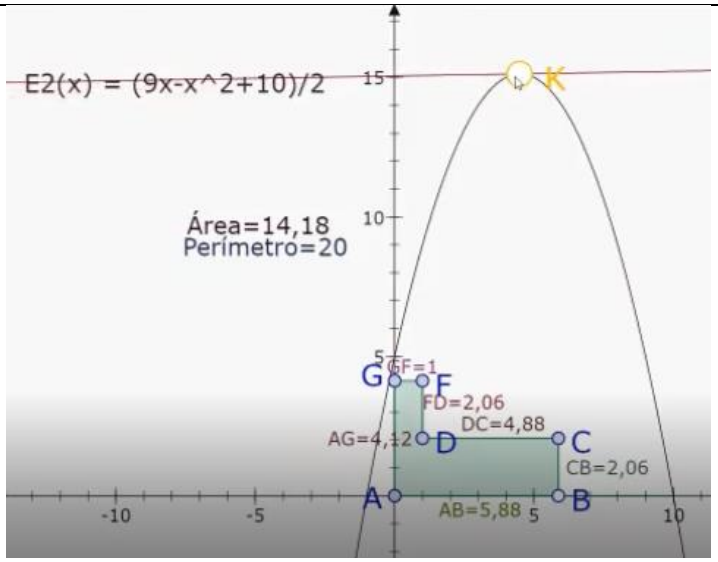
43.	P: ¿Entonces cumpliría con las condiciones que se habían dicho?
44.	E1 y E2: No señor
45.	P: Entonces esa recta no nos sirve, ¿será que se puede volver paralela (al eje x)?
46.	E1 y E2: (Llegan a la conclusión de que no sabrían cómo construirla)
47.	P: Para esto, creamos un nuevo punto sobre la parábola y lo nombramos L. Luego, señalan el eje x, seleccionan la herramienta "paralela" y lo arrastran al punto L para crear la nueva recta.
48.	E1: Ahora sí podrían utilizar la macro para verificar si la recta que pasa por el punto L es paralela con el eje x.
49.	TRANSCRIPCIÓN ACTIVIDAD 3 (SEGUNDA PARTE) P: ¿Cuáles características o condiciones se deben cumplir para encontrar el punto máximo en la parábola?
50.	E1: Tiene que ser: Perpendicular con el eje y, paralelo con el eje x, tiene que estar en la parte más alta, pero esa parte más alta es el centro.
51.	P: ¿Listo, y cuantos puntos debe tocar la recta?
52.	E2: Debe tocar uno
53.	P: Ahora podemos verificar (con la herramienta) si la recta que pasa por el punto L, es paralela al eje x. La macro aparece como "paralelismo" (Los estudiantes utilizan la macro para verificar si la recta es paralela al eje x)
54.	E2 y E1: Sí, acá dice que las rectas son paralelas 

55.	P: Listo, se cumple una de las condiciones (paralelismo), ¿qué otra condición debería cumplir?
56.	E1: Que la recta sea perpendicular con el eje y.
57.	P: ¿Listo y es perpendicular?
58.	E2: Si señor
59.	P: ¿Y qué otra condición?
60.	E1: Debe estar en la parte más alta de la grafica
61.	P: ¿Y ahí está en la parte más alta de la gráfica?
62.	E1 y E2: Si señor
63.	P: ¿Y cómo podemos verificar que es la parte más alta de la gráfica?
64.	E1: Porque esta sobre el centro de la grafica
65.	P: Bueno, vamos a suponer que está en la parte más alta, ¿qué otra condición debería tener esa recta? ¿Cuántos puntos debería tocar la recta a la parábola?
66.	E2: Debe tocar un punto
67.	P: Listo, como debe tocar en un punto, lo que vamos hacer es darle zoom a la figura y verificar si efectivamente toca en un punto.
68.	E1: La grafica toca solo en un punto
69.	P: Si quieren démosle más zoom para verificar si efectivamente toca solo un punto.
70.	E2: Sí señor, solo toca en un punto así le hagamos zoom. (Los estudiantes al principio hacen zoom y visualmente se convencen de que la recta corta solo en un punto a la parábola, luego les pedimos seguir haciendo zoom para que comprueben si la recta corta en un solo punto a la parábola. Sin embargo, los estudiantes siguen haciendo zoom, pero llega un momento en que de tanto hacer zoom es difícil visualmente reconocer si toca en dos puntos, por lo cual los estudiantes reafirman la idea de que solo toca en un punto. En ese momento se hace la intervención para utilizar la macro de "intersección")

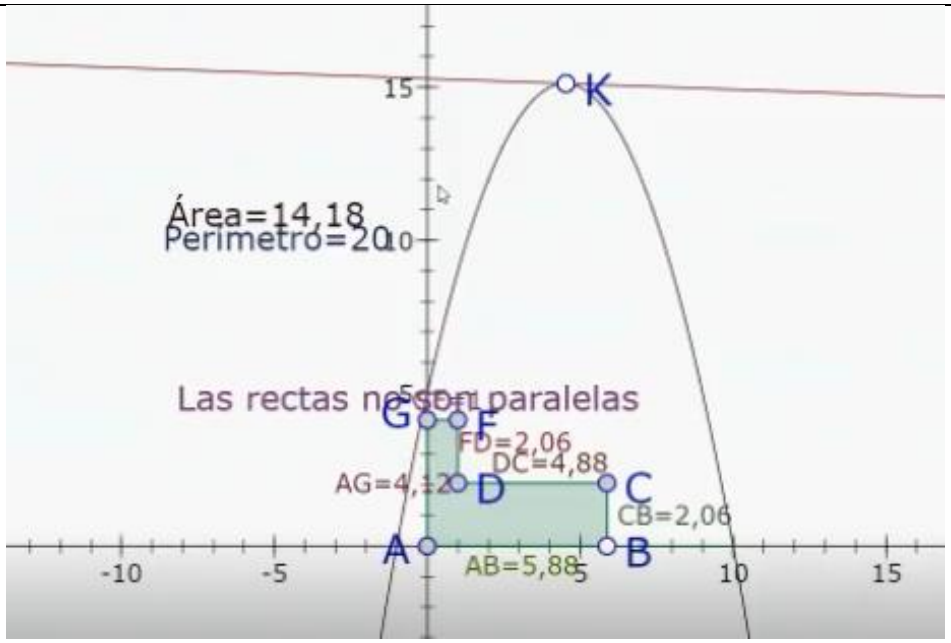
	
71.	P: Listo, entonces vamos a utilizar una herramienta que se llama "intersección", está ubicada en el mismo sitio donde encontraron la herramienta de paralelismo. Señalan el punto L y ya queda. ¿Qué hizo la herramienta intersección en la construcción?
72.	E1: Mirar en cuantos puntos la recta toca a la gráfica.
73.	P: ¿Exacto, en este caso en cuantos tocaría? Si quieren pueden hacerle zoom hasta que consideren necesario para ver en cuantos puntos toca a la curva 
74.	E2: Aparece que en dos puntos.
75.	P: ¿Así es, y se puede hacer que solo toque en uno? (Los estudiantes se quedan pensando sobre cómo podrían hacer para que solo toque en un punto)

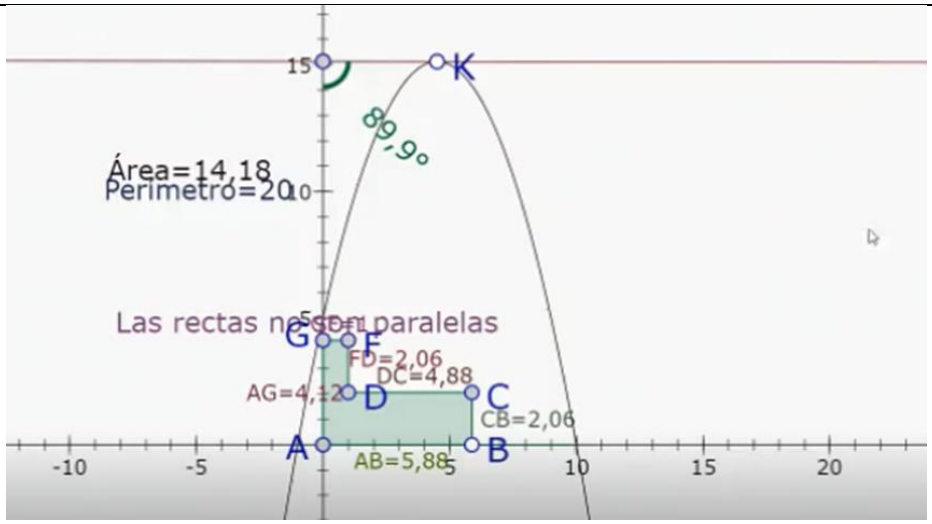
	Bueno, les cambio la pregunta, si tocara un solo punto, ¿Qué pasaría con los dos puntos?
76.	E2: Los dos puntos se centrarían entre sí.
77.	P: Ok, será que es posible buscar eso en la construcción
78.	E1: Sería como mover el punto E hacia donde está el otro punto.  Acción de juntar el punto L hacia el otro punto
79.	P: Listo, pruébenlo (Los estudiantes hacen la estrategia que proponen de llevar el punto E hacia el otro punto de corte para solo formar el punto centro. Luego, se les pide utilizar zoom para comprobar si al unir esos dos puntos (El punto E y el otro punto de corte) se convierten en el punto centro, por lo cual, notan que sigue cortando en dos puntos e invalidan esa estrategia)
80.	P: Ustedes creen que, si volvemos a unir esos dos puntos y hacer zoom, ¿van a volver a separarse otra vez?
81.	E2 y E1: Si señor
82.	P: ¿Ok entonces la estrategia nos serviría para encontrar el punto más alto?

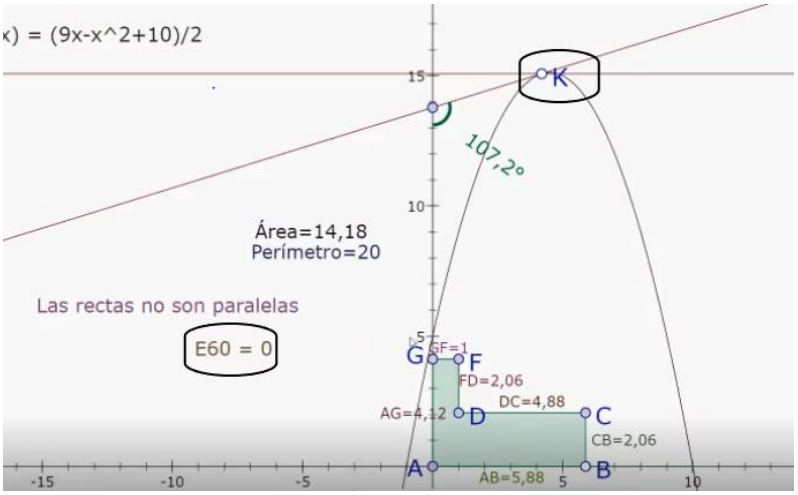
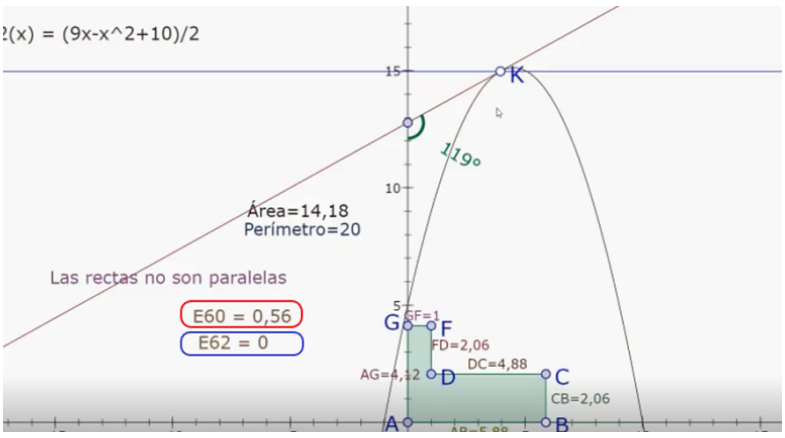
	
83.	E2: Yo diría que no porque pasa lo mismo de la otra vez, entre más se le hace zoom hay un área más grande. (Refiriéndose a la estrategia aplicada en la primera actividad)
84.	P: Ok, en ese orden de ideas, que condiciones no ha cumplido la recta (de las que ustedes mencionaron)
85.	E2: Que solamente toque en un punto. El resto de condiciones si las cumple porque la recta en perpendicular en (y) y es paralela en (x)
86.	P: Entonces como sabemos que esa estrategia no nos sirve porque cada vez que hacemos zoom vamos a encontrar dos puntos de corte con la parábola. Ahora, vamos a probar una estrategia que nos va a garantizar que la recta solo toque a la parábola en un punto. Para esto borramos el punto L y creamos un punto sobre la curva, este punto lo vamos a llamar K. Luego, nos vamos a las macros, y seleccionamos la que dice “tangente”, para utilizarla seleccionamos el punto y la curva. Y cerramos la macro ¿Que pueden notar ahí?

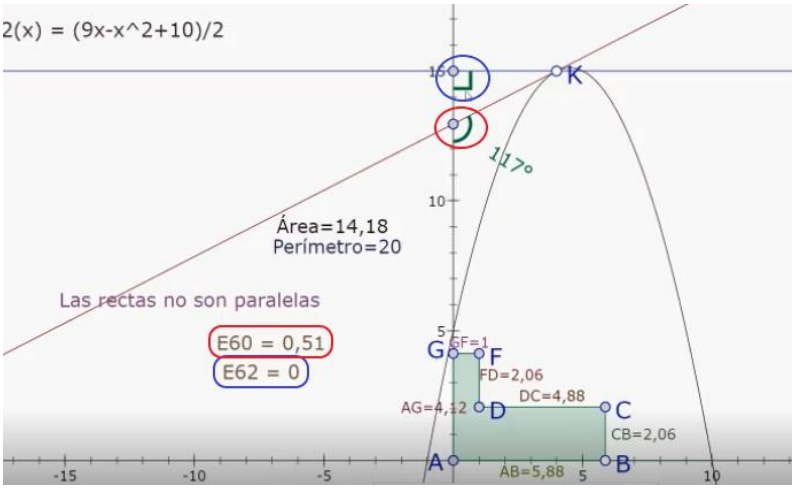
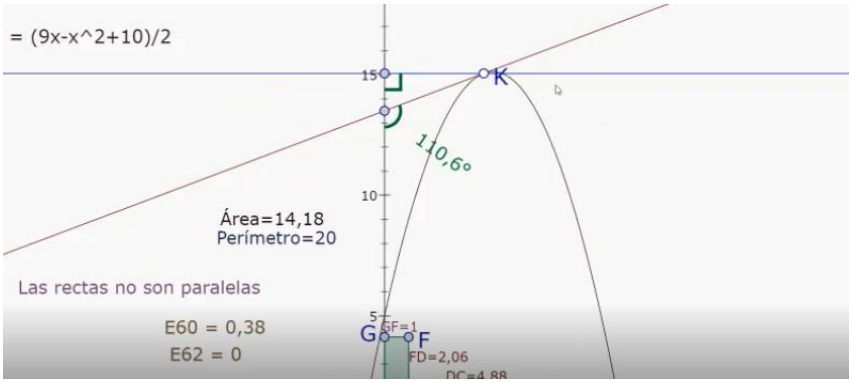
	
87.	E1: Por el momento toca solamente en un punto, pero faltaría hacer zoom para ver qué pasa
88.	P: Listo, si quieren pueden hacer zoom y verificar que solo toca en un punto. (Los estudiantes hacen zoom, pero visualmente la recta solo toca en un punto, por lo un estudiante da la idea para utilizar la macro de intersección y mirar si toca en dos puntos, pero se dan cuenta que la estrategia no funciona porque la macro fue creada basándose en el eje de simetría que tiene la parábola, por lo cual se les aclara que el otro punto no pertenece a la recta, entonces no era válido decir que la recta corta en dos puntos a la parábola) 15:38 15:53 

89.	P: Listo entonces quitamos ese punto (el que nos generó la macro de intersección) debido que no está sobre la recta. ¿Ustedes se acuerdan del concepto de una recta tangente o secante a una curva?
90.	E1 y E2: No señor
91.	P: En este caso, cuando una recta es tangente a una curva, la recta va tocar en un solo punto de la curva, es decir, solo van a tener un punto en común. Pero como la recta es secante a la curva, va cortar en dos puntos o más a una curva. ¿Entonces en este caso qué tendríamos una recta tangente o secante?
92.	E1: Tangente, solamente toca en un punto.
93.	P: Listo volviendo a las condiciones para encontrar la altura máxima, ¿cuáles cumple?
94.	E2: Las condiciones de la recta son: Que la recta solamente toque en un punto a la curva y este punto sea el punto medio. Que sea paralela al eje (x) y perpendicular al eje (y).
95.	P: Ok, de esas 3 condiciones, ¿en este momento cuales tenemos?
96.	E1: Tenemos las 3. (Haciendo referencia a que la recta que pasa por el punto K es paralela visualmente)
97.	P: ¿Seguros?
98.	E2: Yo diera que si porque es paralela con el eje x
99.	P: ¿Podemos verificar qué efectivamente es paralelo? (Los estudiantes recuerdan la macro de paralelismo y la utilizan para verificar si la recta efectivamente es paralela al eje x, luego invalidan esta idea al darse cuenta de que no son paralelas)

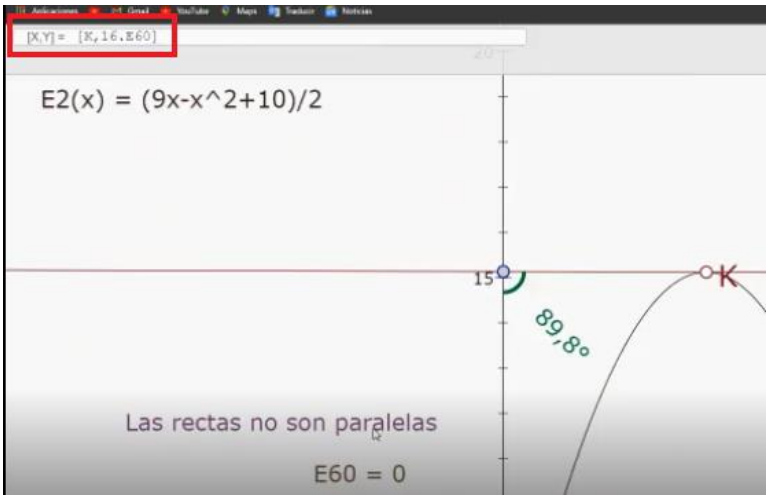
	
100.	E1: No son paralelas
101.	P: ¿Y si no se cumple el de paralelo se cumple la condición de perpendicular (Se hace referencia a que la recta que pasa por el punto K es perpendicular al eje y)?
102.	E2: Perpendicular yo diría que sí
103.	P: ¿Qué características tiene una recta para que sea perpendicular a otra?
104.	E1: Debe chocar entre dos líneas y que formen un ángulo de 90 grados
105.	P: Exacto, para que una recta sea perpendicular a otra recta se deben cortar las dos rectas y a su vez tienen que formar un ángulo de 90 grados entre ellas. ¿En este caso se corta la recta que pasa por el punto K y el eje y?
106.	E2: Sí
107.	P: ¿Y se forma el ángulo de 90 grados?
108.	E1 y E2: creeríamos que si
109.	P: En este caso hay una herramienta para verificar. (Se les explica a los estudiantes como utilizar la herramienta para medir un ángulo).

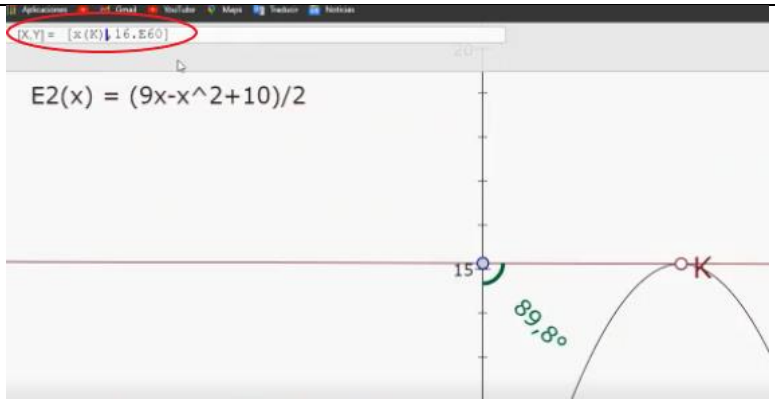
	
110.	E1 y E2: El ángulo es de 89.9
111.	P: Listo, ¿cumple con la condición?
112.	E1: No
113.	P: ¿Sera que se puede ubicar de tal manera que cumpla la condición?
114.	E1 y E2: Se podría colocar, pero igualmente al hacer zoom cambiarían los grados. (Los estudiantes ya tienen en cuenta la herramienta de zoom para comprobar una estrategia de solución, en este caso se dan cuenta inmediatamente que cuando hacer zoom los grados cambian e invalidan la estrategia)
115.	P: Listo, de las tres condiciones, esta estrategia, ¿cuantas no cumple?
116.	E1: No cumple dos: que sea paralela y que sea perpendicular.
117.	P: Cuando hicieron la recta paralela al eje x, ¿qué pendiente o inclinación tenia?
118.	E2: Tal vez, tenía menos de 90.
119.	P: Listo, si quieren pueden volver a construir la recta paralela al eje x y miramos que pendiente tiene. (Hay que hacer la aclaración de que la pendiente no se mide en grados, sino que nos arroja un valor que hace referencia a la "inclinación")
120.	P: Para mirar el valor de la pendiente, utilizamos la macro "pendiente" y señalamos la recta

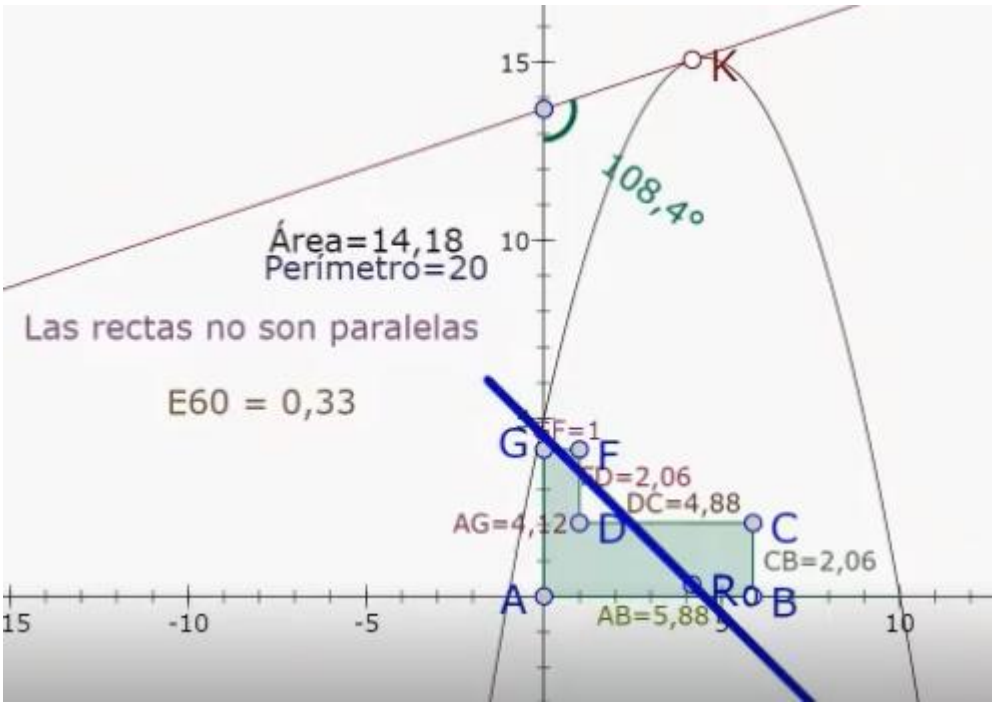
	 En este caso la pendiente es cero. Donde dice E60=0 ese es el valor de la pendiente de la recta que pasa por K.
121.	E1: Si señor
122.	P: Entonces hacemos el mismo procedimiento con la recta que es tangente a la curva y pasa por el punto K.
123.	E1 y E2: Pendiente, listo.
124.	P: Hagamos una cosa, pongámosle un color a la recta horizontal [color azul] y la recta tangente [Color rojo] ¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta azul y la roja?
125.	E1: La azul es cero y la roja 0,56. 
126.	P: ¿Cuál es el ángulo que forma la recta azul con el eje y?

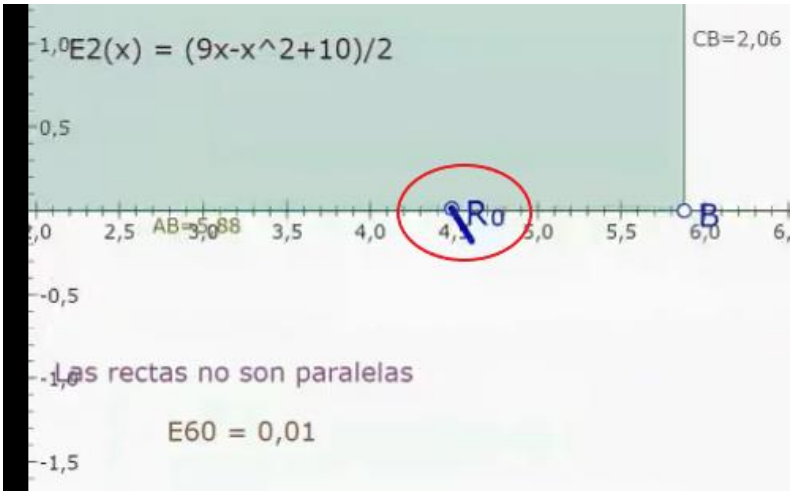
127.	E1: 90 grados (Los estudiantes lo verifican utilizando la herramienta en DGPad para medir ángulos) 
128.	P: ¿En ese orden de idea la recta que condiciones debe cumplir para que toque el punto más alto de la curva?
129.	E1 y E2: Perpendicular, paralelo y un solo punto. De tener la recta una pendiente de cero y un ángulo de 90 grados (Haciendo referencia al corte que se forma con el eje y)
130.	P: Ósea que ya debemos tener esas condiciones específicas para construir la recta que queremos.  ¿Ahora que condición no cumple la recta azul?

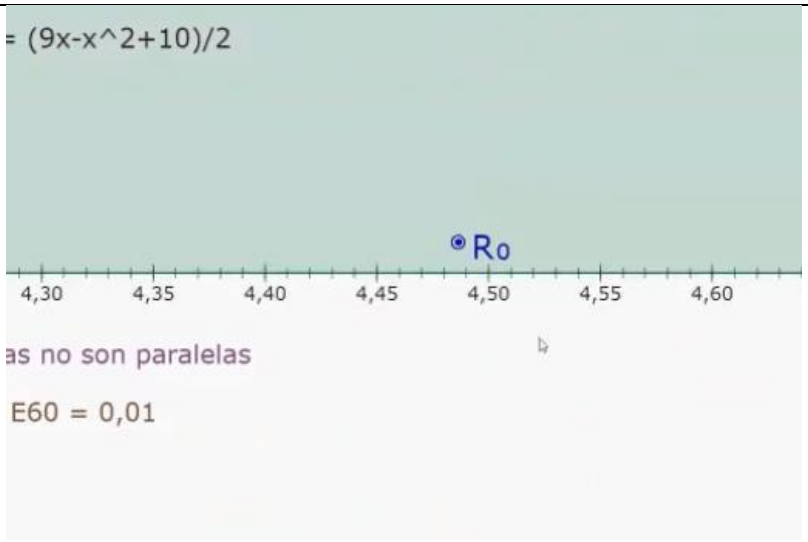
131.	E1 y E2: Toca en dos puntos, no cumple la condición de que toque en un solo punto.
132.	P: Listo, no cumple una condición, ¿Ahora la recta roja que condiciones no cumple?
133.	E1 y E2: Solamente cumple la que solo toca un punto.
134.	P: Exacto, si comparan las condiciones que cumple la recta azul y los que cumple la recta roja, ¿En qué se diferencian?
135.	E2: La azul: Tiene 90 grados, es perpendicular y es paralela. La roja: No tiene 90 grados, no es paralela y tampoco es perpendicular, pero solamente toca un punto.
136.	P: Teniendo en cuenta estas condiciones, ¿si la recta azul solo tocara un punto ya solucionaríamos el problema o no?
137.	E1 y E2: Sí señor.
138.	P: Ok, antes de seguir, hay que tener en cuenta que la pendiente de la recta siempre será cero, cuando está en el punto más alto. Para crear la recta que necesitamos (la que cumple todas las condiciones) lo que vamos hacer es calcular la pendiente de todas las rectas tangentes a la curva. Es decir, de la recta roja, vamos a calcular todas las posibles pendientes. Si quieren pueden mover el punto K y miran como varía la pendiente, como se va comportando. (Los valores que toma E60) Vamos a construir una recta que cumpla todas las condiciones, en este caso, ¿qué pendiente necesitamos que tenga?
139.	E2: cero

140.	P: Exacto, para esto, construimos un punto cualquiera sobre la pantalla y lo nombramos como R. La idea de este punto es relacionar dos cosas: el movimiento en x del punto K y el valor de la pendiente de la recta. ¿Tienen alguna idea de cómo hacer esto?
141.	E1 y E2: Sería como colocar algo así, no sé. (Los estudiantes abren el punto R con la herramienta de calculadora, tiene clara las relaciones que se deben establecer (el movimiento en x del punto K y el valor de la pendiente de la recta) e intentan expresarlas en la calculadora de la siguiente forma) 
142.	P: Listo, ¿pero se acuerdan como se debe colocar en la calculadora cuando solo quiere relacionar la coordenada del eje x?
143.	E2: x y paréntesis. (Los estudiantes recuerdan la notación en la calculadora, sin embargo comenten un error al momento de poner la coordenada de y(T), al ponerlo como 16.E60)

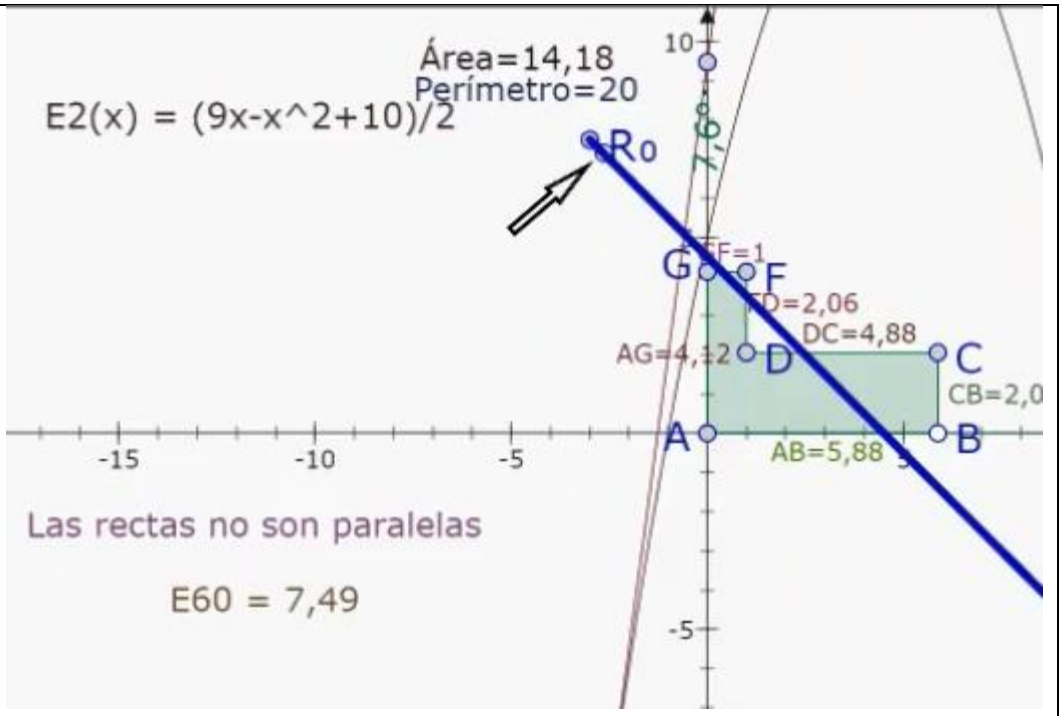
	
144.	P: Listo, ya establecidas las coordenadas del punto R le dan click. ¿Qué creen que pasó con el punto R? ¿En qué lugar esta?
145.	E1: Esta hacia arriba
146.	P: Reduzcan el zoom y muevan el punto K Ok, el punto no aparece. Entonces volvamos a crear un punto y lo nombramos R0. (En este caso. Como el punto R quedó mal denotado en la calculadora, se desapareció por lo cual se les propuso a los estudiantes volver a crear el punto, el software lo pone como R0)
147.	E1 y E2: Ahí está el punto R0
148.	P: Listo entonces cómo se comporta R0,
149.	E2: se mueve en x igual que el punto K
150.	P: ¿Y qué valores toma R0 en y?
151.	E1: ¿Los grados?
152.	E2: Toma la pendiente

153.	P: Exacto, entonces el R0 me va relacionar el x del punto K y el valor de la pendiente, esas dos cosas. Entonces si quieren le dan click sobre R0 y activamos la función de activar la traza en propiedades.  ¿Que características pueden observar del rastro que está generando R0 y el movimiento de K?
154.	E2: Que es un movimiento vertical Que toca en el eje x
155.	P: ¿Cuándo ustedes ponen el punto K en la parte más alta que pasa? Recuerden que el punto R0 me va relacionar la pendiente de la recta que tenga en ese momento (en esa coordenada de x). Eso que significaría cuando yo coloco K en la parte más alta, ¿en qué posición va estar R0?
156.	E1: va estar en el eje x
157.	P: ¿En ese orden de ideas que podemos intuir? ¿Si encontramos el punto más alto que pasaría con R0?

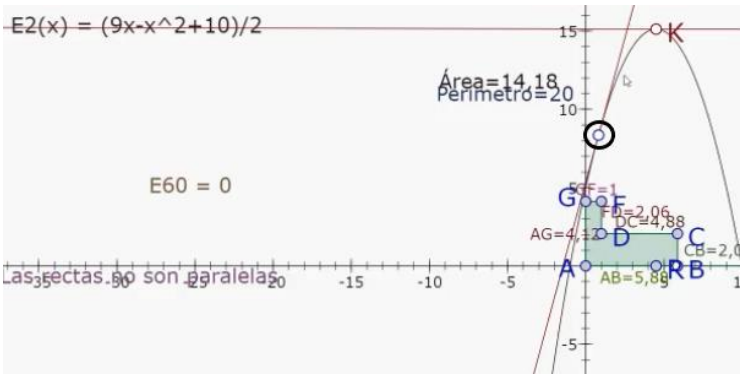
158.	E2: va estar en el eje x
159.	P: Exacto, y esto pasa porque R0 está relacionado con todas las pendientes de todas las rectas tangentes a la curva por eso es que deja la traza. Entonces cuando R0 esta ubicado en el eje x, ¿qué valor de la pendiente va tomar?
160.	E2: Cero
161.	P: Exacto, y dentro de las condiciones que ustedes escribieron en el cuaderno, la recta que buscamos que valor de pendiente debe tener.
162.	E1: cero
163.	P: Listo entonces ya sabemos que R0 debe estar sobre el eje x, exactamente. ¿Pero en este momento ustedes pueden decir que está bien ubicado sobre el eje x?
164.	E2: A simple vista se ve que está en el eje x
165.	P: ¿Y si le hacemos zoom o verificamos? 

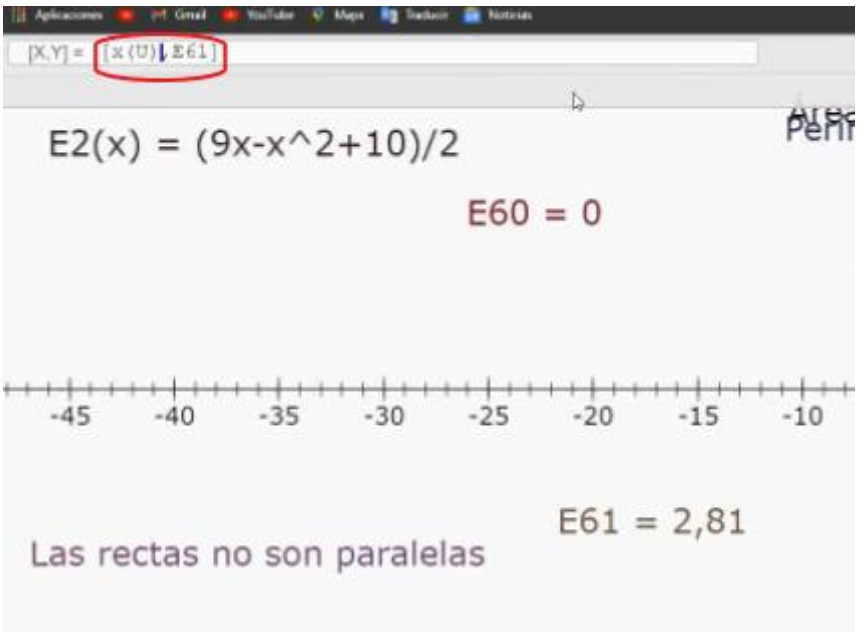
166.	
167.	(Los estudiantes hacen zoom para verificar si R0 esta exactamente ubicado sobre el eje x, pero se dan cuenta que no es así)
168.	P: ¿Qué necesitaríamos hacer para encontrar ese punto exacto?
169.	E2: Necesitaríamos que el punto se quede fijo
170.	P: Listo, ¿cómo podríamos construir ese punto fijo?
171.	E1: ¿Hay alguna opción en el programa? (Los estudiantes intentan generar una estrategia, pero no saben cómo)
172.	P: Listo, en este caso la solución a esta pregunta está relacionada con la traza que deja el punto R0, ¿qué forma tiene esta marca?
173.	E2: Es una recta
174.	P: ¿Y si encontramos esa recta ya podríamos encontrar el punto exacto sobre el eje x?
175.	E1: Si señor, porque nos mostraría en que punto corta al eje x.
176.	P: ¿En ese orden de ideas como construiríamos esa recta?

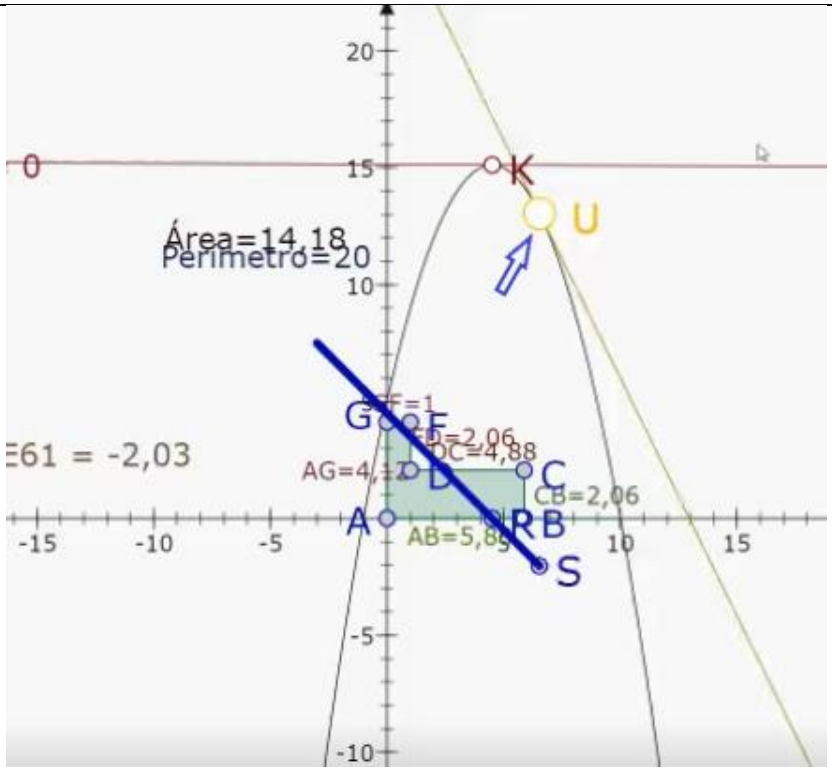
177.	(Los estudiantes para construir la recta, lo que hacen es mover el punto K y ver como el punto R0 forma la recta a partir de la traza. Pero se dan cuenta que cuando hacen zoom tienen que volver hacer el mismo procedimiento porque la traza se borra)
178.	P: ¿Qué pasa cuando se hace zoom?
179.	E1: La traza se borra: ¿Necesitaríamos formar un segmento?
180.	P: Si, para ser más precisos una recta. ¿Entonces cómo se construye una recta? ¿Qué elementos necesito para poder construir una recta?
181.	E2: Tener dos puntos
182.	P: ¿y cuantos puntos tenemos en estos momentos?
183.	E1 y E2: 1
184.	P: Entonces nos faltaría construir otro punto que tenga las mismas características del punto R0. ¿Qué podríamos hacer para construir ese punto que cumpla con el mismo movimiento del punto R0?
185.	E1: Tendríamos que colocar el otro punto en el eje y (Los estudiantes proponen una estrategia que consiste en: Primero generar la traza para saber cuál será el segmento, luego colocar un punto cualquiera sobre la traza y crear el segmento que tiene como extremos al punto cualquiera con el punto R. Pero luego abandonan la estrategia porque observan que necesitan algo más exacto, ya que el punto que crearon al moverlo se sale de la traza).

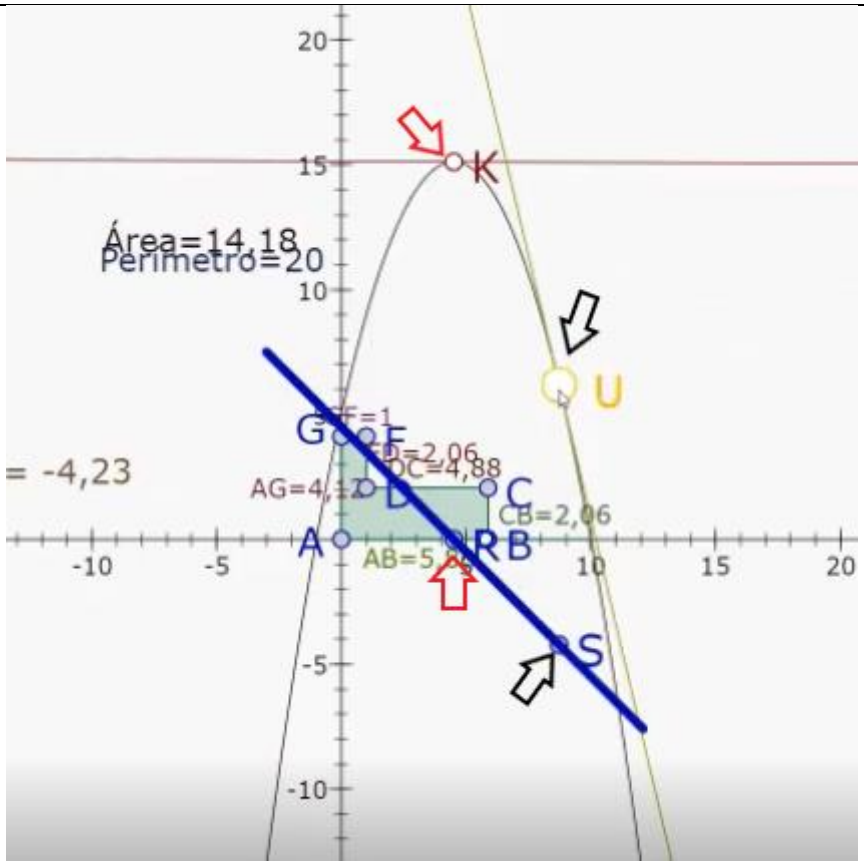
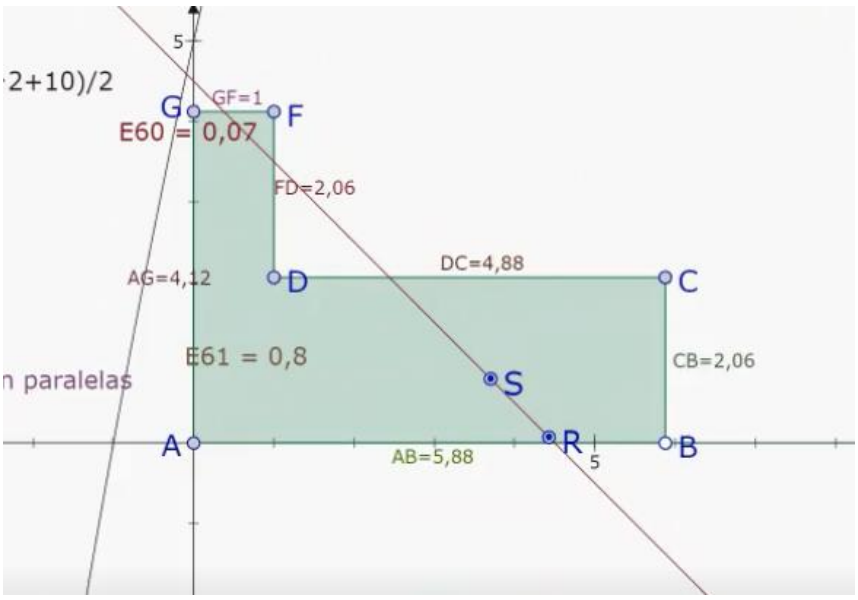
	 ¿Sería como colocar un punto en (y) y ese punto relacionarlo con el punto K?
186.	P: Si, digamos que por ahí va la idea ¿Ósea hacer un punto y hacer lo mismo que hicimos con R0?
187.	E1: sí señor
188.	P: Listo, ¿para construir R0 que utilizaron?
189.	E2 Se relacionó en (x) el punto K y la (y) se relacionó con la pendiente
190.	P: Listo, ¿ósea que si creamos otro punto que características debería tener?
191.	E1: relacionar la pendiente
192.	P: ¿la pendiente de qué?
193.	E2: De K

194.	P: De la recta que pasa por K. Entonces si queremos crear otro punto, ¿nos sirve la misma recta o tendríamos que crear otra recta?
195.	E1: Tendríamos que crear otra recta
196.	P: Exacto, y se acuerdan como crear, ¿sí?
197.	E2: Sí señor. (Los estudiantes piensan que primero necesitan tener el valor de la pendiente para crear la otra recta tangente a la curva, por lo cual, se les recuerda cómo se creó la recta tangente a la parábola que pasa por el punto K.)
198.	P: ¿La recta K que condiciones tiene?
199.	E1: Que toca en un solo punto
200.	P: Exacto, ¿ósea que esa recta como se llama?
201.	E2: Tangente
202.	P: Listo necesitamos construir esa misma recta. ¿Se acuerdan como se hace? (Los estudiantes intentan construir la recta que pase por el punto K)
203.	P: ¿Será que necesitamos que pase por el mismo punto? (Los estudiantes tienen confusiones al momento de expresar la idea y utilizar el concepto de tangencia correctamente para describir la construcción) ¿La recta tangente que pasa por el punto K, a quien es tangente?
204.	E1: a R0
205.	P: ¿a R0?

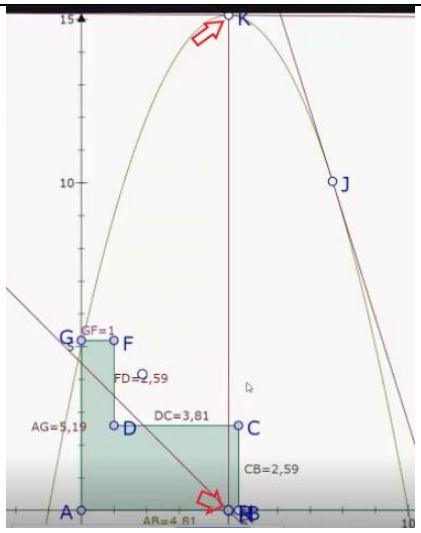
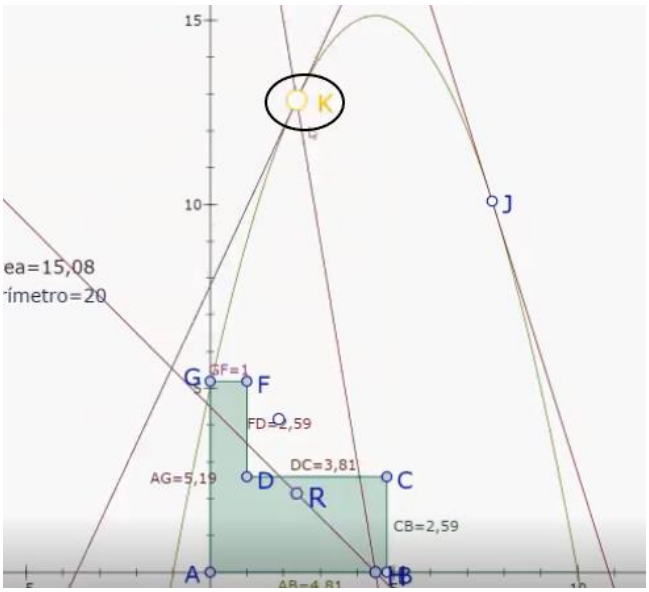
206.	E2: A la grafica
207.	P: Exacto, a la gráfica. En ese orden de ideas, ¿La recta que quieren construir a quien sería tangente?
208.	E1: ¿A la gráfica también?
209.	P: Exacto, a la gráfica también. (Los estudiantes construyen una recta tangente a la parábola con ayuda de la macro) 
210.	P: Listo, ya tiene la recta. ¿Ahora que se hace con esa recta?
211.	E1: Debe estar en el eje y
212.	P: ¿Para construir el punto R0 a quien se relacionó?
213.	E2: El punto K con la pendiente
214.	P: Listo, ¿en ese orden de ideas para el nuevo punto U a quien debo relacionar?
215.	E1: El punto U (el punto por el cual pasa la recta tangente a la curva) con la pendiente
216.	P: Listo, ¿tenemos la pendiente de esa recta?
217.	E2: no (Los estudiantes generan el valor de la pendiente de la segunda recta tangente a la curva por medio de la macro)
218.	P: Listo, ya tenemos una nueva recta tangente a la curva y ya sabemos la pendiente de esa recta,

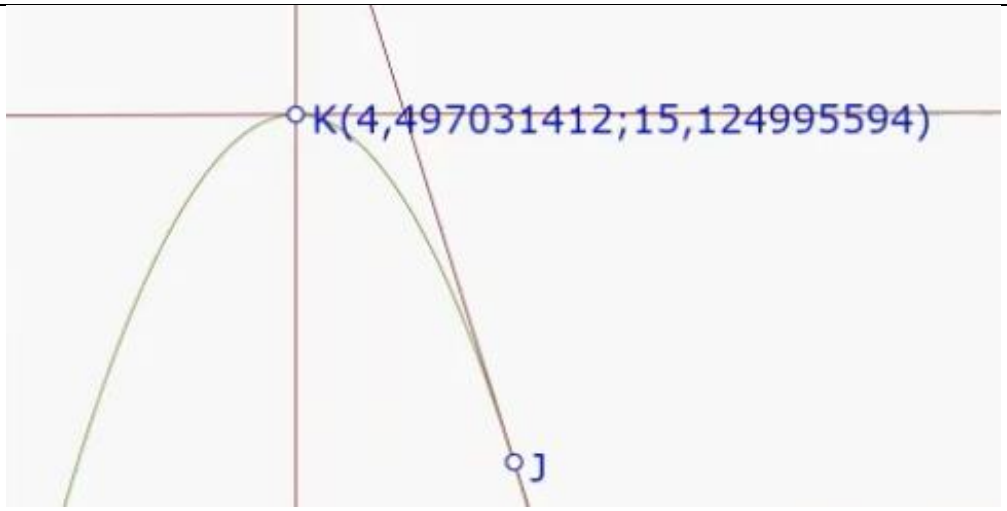
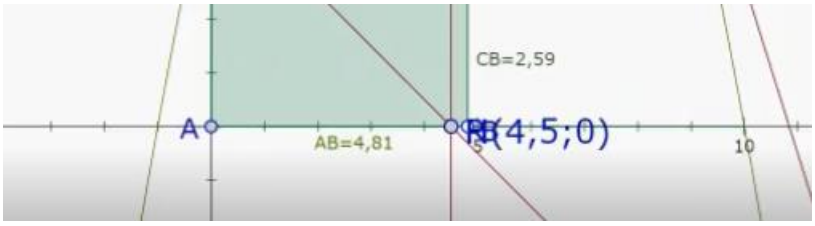
	¿Ahora podemos crear un punto S de la misma manera como creamos el punto R0?
219.	E1 y E2 (Crean el punto S teniendo en cuenta las relaciones que utilizaron para crear el punto R0, pero en este caso utilizando la nueva recta que pasa por el punto U y su correspondiente pendiente) 
220.	P: Listo, ya tienen el punto S, ¿Con eso ya podemos construir la recta?
221.	E1 y E2 (Los estudiantes activan la traza al punto S para ver si corresponde con la misma traza del punto R y como conclusión mencionan que los puntos se mueven la misma dirección, por lo tanto, la traza del punto R y el punto S tienen el mismo punto de corte con el eje x)

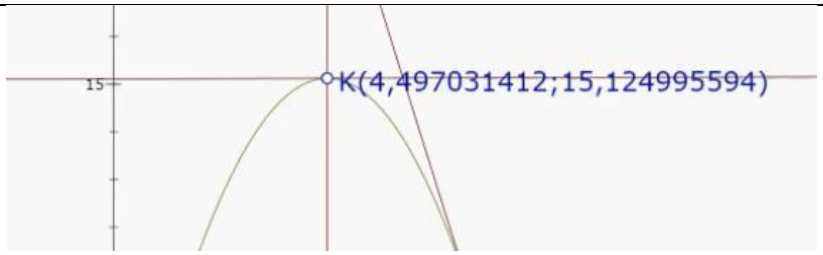
	
222.	P: Listo, ¿ósea que ya podemos construir la recta que marca la traza?
223.	E1: sí (En este momento fue necesario recordarles que la traza ellos la describieron que tenía una forma de línea recta, y que también mencionaron que una línea recta se construye a partir de 2 puntos)
224.	P: ¿En ese orden de idea el punto S con qué fin fue construido?
225.	E1: Para poder colocar un punto en y (Los estudiantes piensan que para formar la recta que dibuja la traza tiene que encontrar los puntos de corte con el eje x e y, pero se les recuerda que el punto R y S también son puntos que hacen parte de la recta, es decir, que con esos 2 puntos ya se puede construir la recta RS).

	 
226.	P Listo, ¿ya tienen la recta SR, que punto específico necesitamos encontrar de esa recta?
227.	E1 El punto que este con el eje x (punto de corte)

	(En este momento, se les explica que existe una herramienta que marca el punto de corte entre dos rectas. Ese punto de corte lo nombran como H) (La construcción se traba cuando hay muchos objetos, fue necesario cargar una nueva construcción)
228.	P: ¿Para que queríamos encontrar el punto H?
229.	E1: Para encontrar el punto que corta con el eje x y así encontrar la pendiente.
230.	P: Qué valor tiene la pendiente en el punto H Se acuerdan que el punto R relacionaba el x del punto K con las pendientes de la recta tangente. Entonces en H que valor de la pendiente es
231.	E2: 1,79
232.	P: ¿Qué valor mostraba la pendiente cuando el punto R estaba sobre x?
233.	E1: ah, cero
234.	P: Listo ¿La recta que queremos encontrar que valor de pendiente debe tener?
235.	E2: cero
236.	P: Exacto, ¿entonces con ese punto H ya podemos solucionar el problema? Recuerden que parte del problema es encontrar el punto máximo de la curva
237.	E1 y E2 (Los estudiantes empiezan a proponer estrategias sobre como el punto H ya les ayuda a resolver el problema, Dentro de las ideas toman como referencia la idea que el punto H es el punto céntrico de la parábola, es decir que si trazaran una recta perpendicular al eje x que pase por H encontrarían el punto más alto)
238.	E1 y E2: No estamos muy seguro, pero ya que la pendiente tiene que valer cero y la recta tangente que pasa por K si la ubicamos en la parte más alta vale cero. Entonces una solución de pronto seria trazar el segmento HK
239.	P: Si, digamos que el punto H ya sabemos que va representar la pendiente de la recta tangente cuando vale cero, entonces si quieren pueden aplicar la estrategia que ustedes proponen y ya miramos

	
240.	E1: listo (cuando los estudiantes trazan la recta HK, se les pide que muevan el punto K, en ese momento la construcción se mueve y ellos mismos invalidan la estrategia, porque, aunque visualmente la recta parece perpendicular al eje x, cuando se arrastra un punto notan que la recta no es estática)  (Invalidación de la estrategia)
241.	P: Por ese lado va la idea, ¿si fuera K cual sería el x(K)?
242.	E1: sería como colocarle las medidas del punto K. (los estudiantes colocan las medidas para poder responder la pregunta)

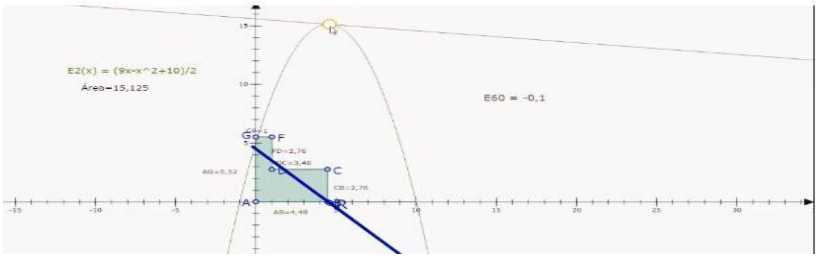
	
243.	P: ¿Que coordenada tiene K entonces en y?
244.	E1: 4,5
245.	P: ¿En ese orden de ideas quien más podría tener esa misma coordenada en x?
246.	E1: El punto H
247.	P: Ah listo, entonces si se supone que vamos a encontrar el punto más alto, ¿ese punto que coordenada tendrá en x?
248.	E1: 4,5
249.	P: Démosle un nombre en específico, no un valor numérico. ¿De quién va tener la misma coordenada?
250.	E2: De H
251.	P: Exacto, sería la coordenada que tiene x(H), bien ya tenemos una coordenada. Pero antes de seguir pongamos la coordenada de H para ver si es la misma de K
252.	(Ponen la coordenada de H, pero cuando aumentan los decimales se dan cuenta que el x(H) y x(K) son diferentes) 2:16:59 

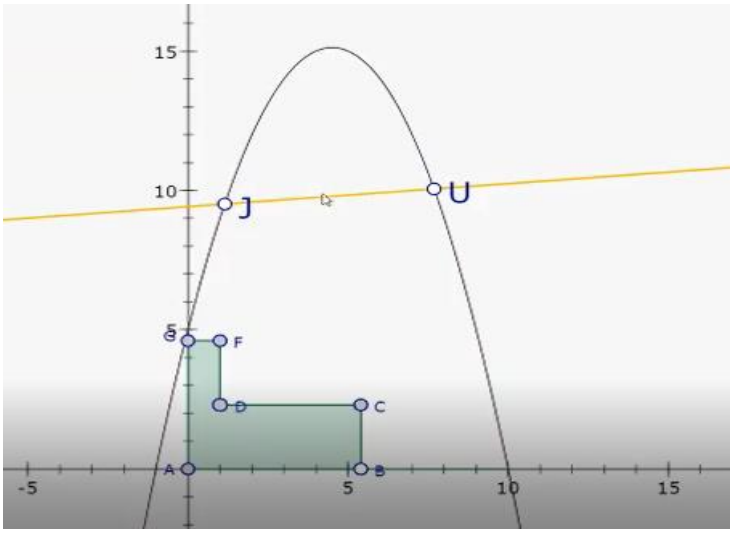
	 Listo, entonces vemos que K no es el punto más alto, ¿que podríamos hacer? Si ya sabemos que el punto más alto tendrá como coordenada en x=4,5.
253.	E1: Tendría que ubicar el punto K para que tuviera la misma coordenada
254.	P: ¿y lo podrían acomodar? (Lo intentan, pero no lo pueden acomodar para que x(K)=4,5 por lo cual dicen que así no se podría)
255.	P: Listo, para solucionar el problema necesitamos encontrar el punto más alto de la parábola, y un punto tiene dos coordenadas x y la coordenada y. Ya sabemos que en x=4,5, entonces nos falta encontrar cual es el correspondiente en y. ¿Entonces serviría de algo la ecuación de la gráfica?
256.	E1 y E2: Creo que es 15
257.	P: ¿Se acuerdan de donde salió E2? Esa ecuación salió de la relación de dos fórmulas. ¿Se acuerdan cuáles eran?
258.	E1: no señor
259.	P: Listo una ecuación hacía referencia al perímetro. Entonces voy a compartir pantalla y miramos una idea que nos va permitir resolver el problema (se comparte la pantalla) ¿Esta función cuál es?
260.	E2: La de (9x-x^2+10) /2 La cual representaría el área
261.	P: Exacto, entonces se supone que el área máxima va estar ubicada en la parte más alta de la parábola. Por lo cual, ese punto tiene un (x, y), entonces ya tenemos el punto en H (4.5,0) y ya sabemos que el punto más alto debe tener la misma coordenada que x(H), por lo cual si ya conozco el x(H), ahora necesito él y.

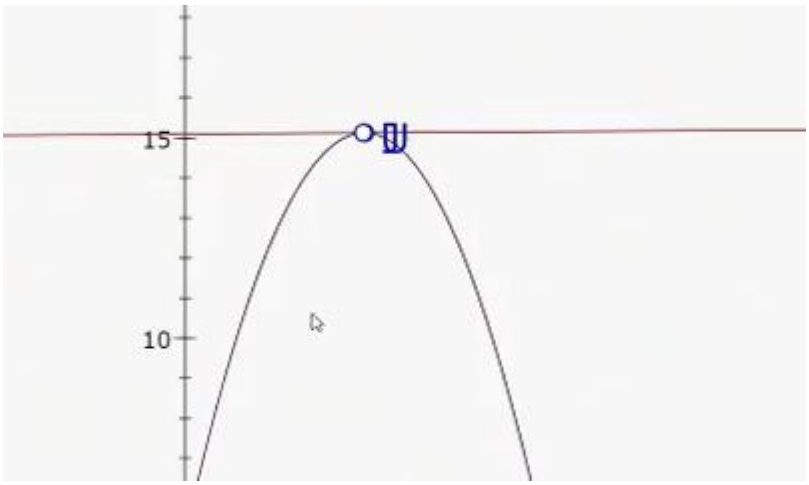
	¿La fórmula nos ayudaría a encontrar esto?
262.	E1: Si, pero no sé cómo se puede resolver
263.	E2: Ah ya, seria intercambiar los valores, entonces x=4,5. (Los estudiantes evalúan la función en x=4,5)
264.	E1: Daria 15,125 (los estudiantes hacen la operación en el cuaderno)
265.	P: Listo, reemplazar x=4,5 también se puede hacer en el software y con eso les daría el valor exacto. Entonces abren la calculadora (Los estudiantes crean el siguiente punto, en donde relacionan el x(H) y la parábola evaluada en x=4,5).
266.	P: Ocultemos los otros objetos y solo dejamos el punto más alto y la parábola.
267.	P: Entonces esa es parte de la respuesta al problema inicial. ¿Cómo hacemos para verificar que efectivamente ese punto es el punto más alto en la parábola?
268.	E1: Sería como trazar una línea por ese punto y mirar que solo toque en el punto. También mirar si es paralelo al eje x. * Los estudiantes con ayuda de las macros primero trazan la recta tangente a la parábola que pasa por el punto más alto. * Luego calculan la pendiente de la recta tangente con ayuda de la macro, lo cual les da E62=0 * Finalmente para verificar si la recta que generaron es paralela con el eje x utilizan la macro de paralelismo y obtiene que las rectas son paralelas. {ANGULO DE 90 GRADOS)
269.	P: Listo, al parecer ya solucionamos el problema. Pueden volver a leer el enunciado inicial para ver que nos pide encontrar. (Los estudiantes vuelven a leer el enunciado y se dan cuenta que se preguntan por la medida de los lados para que el área sea la mayor posible. Para dar

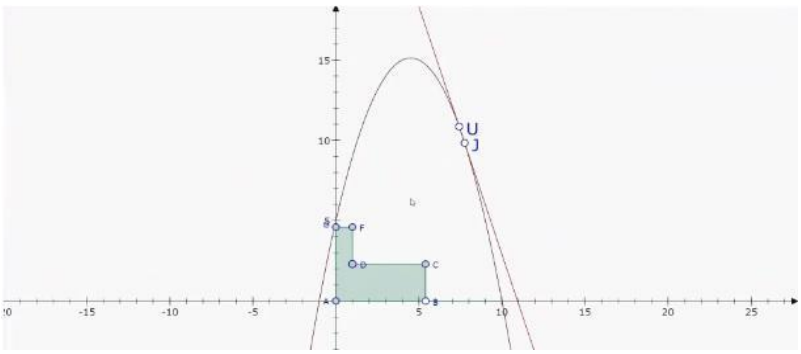
	solución a esta pregunta ellos arrastran el punto B hacía en punto H y verifican que hay un lado que tiene como longitud un metro y hay dos lados adyacentes donde uno es el doble del otro. Al final, los estudiantes deducen que el segmento debe medir 4,5).

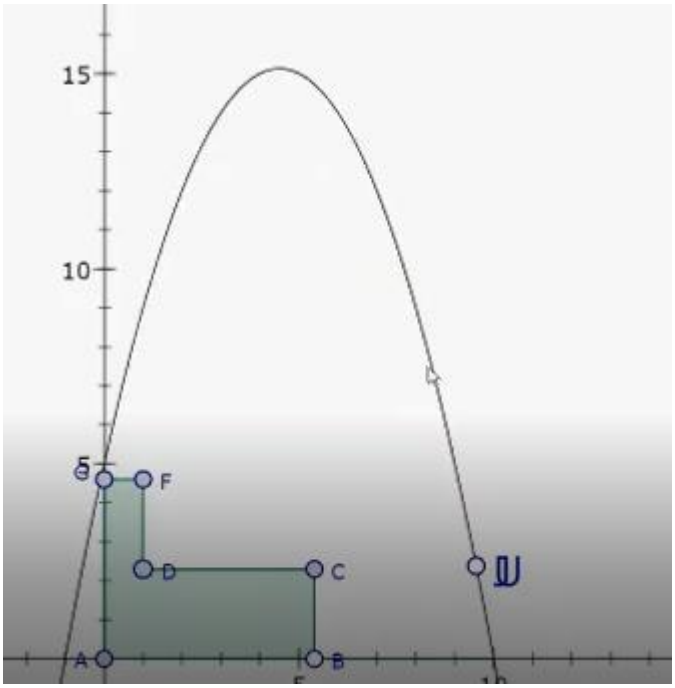
Actividad 4

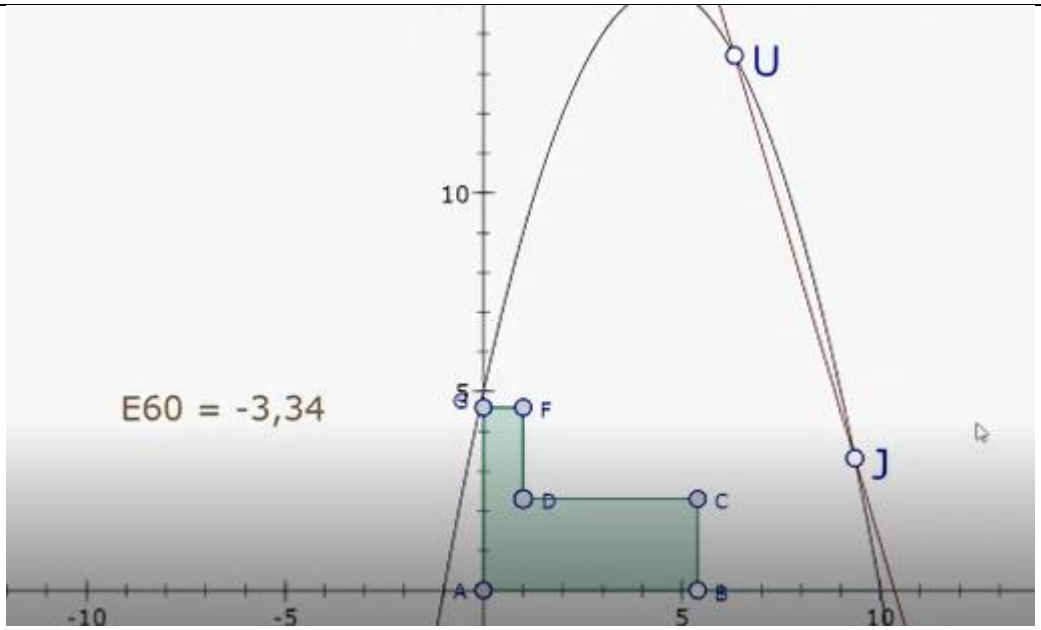
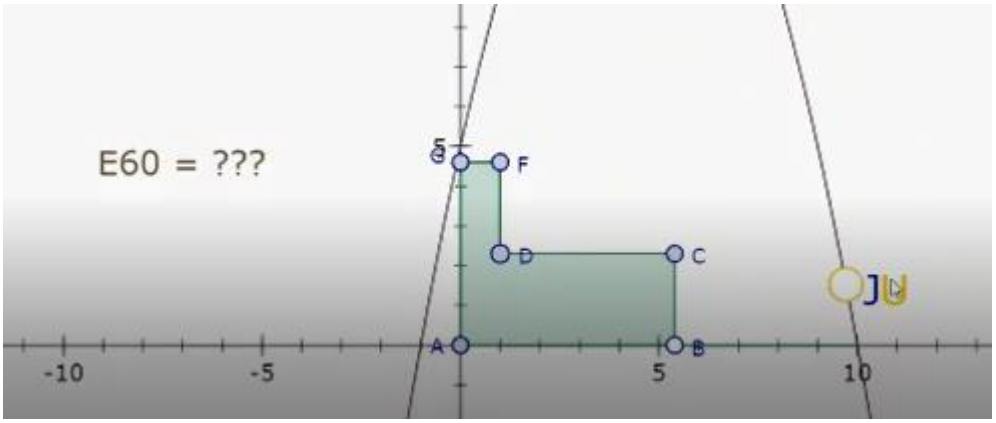
1.	Antes de iniciar la cuarta actividad vamos a recordar un proceso que ustedes utilizaron para resolver el problema del hexágono que era de encontrar la mayor área posible, entonces para resolver ese problema fue necesario primero subir la gráfica de la función que modela el problema "La parábola", cuando tuvimos la parábola lo que se hizo fue cuadrar un punto y trazar la recta tangente. Cuando ya ven la recta tangente lo que hicieron fue calcular la pendiente de esa recta tangente, entonces de esta manera podrían asegurar todas las rectas tangentes que pasan por la curva. Luego construyeron el punto R que relacionaba la posición del punto R con la pendiente de la recta tangente, entonces para solucionar el problema solo necesitábamos encontrar la recta tangente que era paralela con el eje x, para encontrar esa recta necesitábamos la recta paralela al eje x. Lo que se hizo fue partir de rectas tangentes a la curva se relacionaron con la pendiente. Luego activamos la traza y nos dimos cuenta que la recta que necesitábamos tenía pendiente 0, en este caso porque el punto R cortaba con el eje x.  Para la actividad que sigue, la cuarta actividad vamos a usar un poco esta misma idea, que a partir de algo general encontramos algo particular. Entonces básicamente si tengo la gráfica, la función, si tengo un punto sobre la gráfica, sobre este punto vamos a ver cómo se construye una recta que sea tangente a este punto sin necesidad de utilizar las macros llamada tangente. Lo que voy a hacer

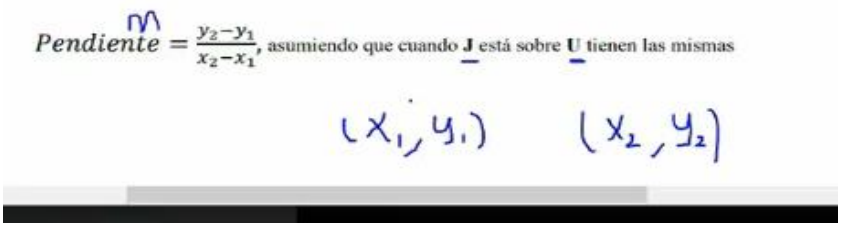
	es enviar la construcción y empezamos entonces la cuarta actividad, cuando tengan la construcción descargada por favor nos comparten pantalla. P: Para iniciar ¿Qué tipo de recta tiene?
2.	E1: Es una recta secante, paralela con el eje x y perpendicular con el eje (y). Ahh no, no es perpendicular.
3.	P: Listo es una recta secante. ¿Esa recta se podría volver tangente?
4.	E1: No 
5.	P: ¿Por qué no?
6.	E1: ¿En esa misma dirección?
7.	P: Si
8.	E1: Tendría que dejar de estar en esta parte [Punto J: 9.5, 1 y Punto U: 10,8] y pasar a estar arriba, para que toquen solamente en un punto
9.	P: ¿La recta tangente solo se da en la parte más alta? o ¿en cualquier parte de la curva? [El estudiante usa la traza para mover los puntos U y J]
10.	E2: Sólo se puede en la parte de arriba
11.	P: Es decir ¿Una recta tangente solo se puede poner en la parte de arriba?, o ¿Puede haber más rectas tangentes a la parábola?

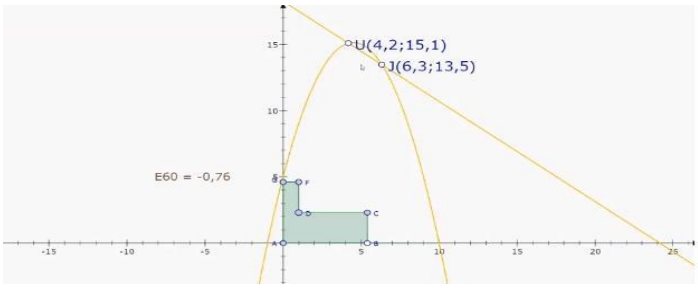
12.	E2: La tangente tiene que tocar un punto, para que sea tangente se puede colocar desde cualquier punto, cosa que sí lo pueda inclinar... se podría decir que dependería si se pudiera inclinar
13.	P: Listo recordemos qué condiciones cumple una recta tangente
14.	E1: En ese caso solamente debe tocar un punto
15.	P: ¿En ese caso ustedes pueden hacer que sea tangente? [El estudiante ubica los puntos J y U en la parte superior de la curva de manera que queda una línea paralela al eje x] 
16.	E1: Si colocamos en estas direcciones, para ser recta tiene que tener este sentido como se muestra en la figura anterior, no importa si se pone diagonal, vertical o horizontal lo importante es que cumpla esta regla, pero en ese caso si solamente toca un punto no lo podríamos dejar en otro lado que no sea la parte más alta en esta gráfica, porque si la colocamos en otros lugares va a tocar dos puntos en la gráfica.
17.	P: Ustedes están diciendo que para que solo toque un punto ¿Tiene que estar en la parte más alta?
18.	E1: Sí señor
19.	P: ¿por ejemplo, ustedes si vieron la construcción que yo mostré ahorita? Esa recta en cuantos puntos tocaba
20.	E2: En uno

21.	P: ¿Y estaba necesariamente en la parte más alta?
22.	E2: No señor
23.	P: Exacto, la recta tangente desde que cumpla la condición de que solo toque un punto de la curva va a ser lo importante. Listo en este caso, como ya es otra actividad no necesitamos que sea una recta tangente que toque la curva. La pregunta es, esa recta es secante ¿Puede volverla tangente? Es decir, que solo toque un punto.
24.	E1: Tal vez, tocaría ver [El estudiante mueve los puntos U y J sobre los costados de la curva, pero no logra conseguir una recta tangente, ya que siempre toca dos puntos en lugar de uno solo, al superponer ambos puntos la recta desaparece]
25.	E1: La recta tiene que estar con estos dos de acá cierto, ¿estos dos puntos? [Refiriéndose a los puntos U y J]
26.	P: Ustedes que consideran
27.	E2: Pues no sé, es que la otra sería alinearlos, pero al alinearlos se quita la recta, pero la otra sería que solamente cruzara así [Como se muestra en la siguiente imagen] 
28.	P: ¿Listo, para ustedes eso sería una recta tangente?
29.	E2: Ese que tenemos acá o la que plantee
30.	P La que tienen ahí
31.	E2: No porque está tocando en dos puntos

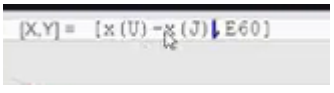
32.	P: Listo efectivamente está tocando dos puntos, entonces por consiguiente ¿Qué recta es?
33.	E1: Secante
34.	P: Listo y con la otra estrategia que utilizaron de poner un punto encima de otro ¿Qué pasa?
35.	E1: Desaparece la recta 
36.	P: Si desaparece la recta ¿Se puede sacar la recta tangente?
37.	E1: No señor
38.	P: Listo entonces en ese orden de ideas ¿Podemos calcular la pendiente de esa recta?
39.	E1: ¿Pero se estarían utilizando las macros no?
40.	P: Si, aquí si pueden usar la macro-pendiente
41.	E1: Tiene que valer 0, pero para ser 0 imagino que debe estar acá arriba
42.	P: No, en este caso recuerden que no es necesario que la pendiente valga 0. Solo que la recta sea tangente. La pendiente valdría 0 si quisiéramos hallar el punto más alto de la curva, pero en este caso no es necesario Entonces ahí va la pregunta, ¿Qué valor toma la pendiente cuando ustedes quieren volver esa recta tangente, es decir que solo toque un punto?

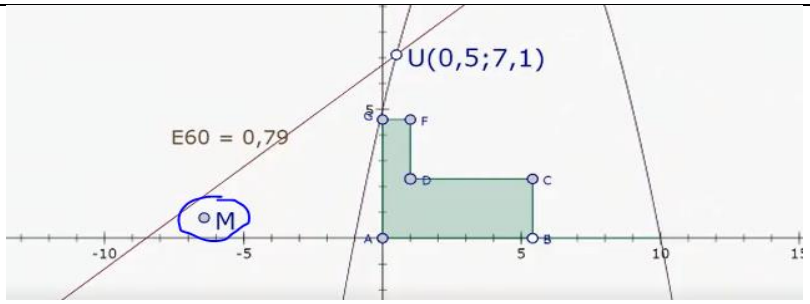
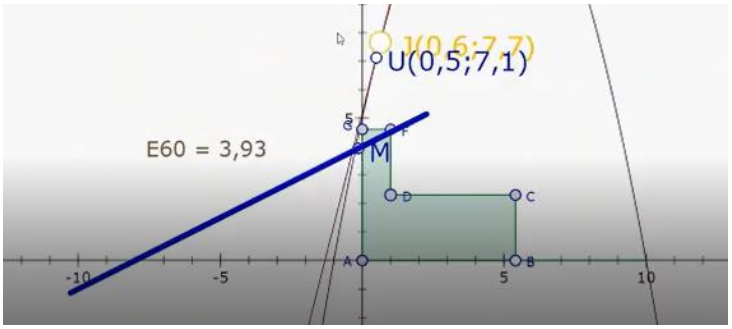
	
43.	E2: ¿Sería como encontrar el valor que tiene en x y el valor que tiene en (y)?
44.	P: Bueno yo les haría esta pregunta, en el momento en el que ustedes intentan hacer tangente ¿Qué valor muestra la macro de la pendiente?
45.	E2: Cuando se alinean los dos, que se supone deben estar alineados para hacer la tangente, este toma un valor de incógnita 
46.	P: Exacto, esto que nos quiere decir, que podemos determinar que ¿En el momento en que ambos puntos están superpuestos podemos determinar la pendiente?
47.	E1: No señor
48.	P: Listo, en este caso como notamos que al superponer un punto encima del otro la pendiente aparece con un incógnito ¿cierto? ¿Alguna idea de por qué pasa esto?

49.	E1: Porque se borra la recta
50.	P: Exacto, entonces vamos a hacer una cosa. Van a calcular la pendiente de la recta JU cuando J es igual a U, cuando un punto esté encima del otro. Entonces para esto, van a usar la fórmula aritmética para calcular la pendiente de una recta ¿Si se acuerdan cómo es esa fórmula para calcular la pendiente de una recta que pasa por dos puntos?
51.	E1: ¿(y)-(y) sobre x-x?
52.	P: Si, pero ¿cuál es la primera (y) y cuál es la segunda (y)? Porque usted dijo que (y)-(y), entonces deben ser diferentes ¿no? o ¿Son las mismas?
53.	E1: No recuerdo bien la fórmula
54.	P: La fórmula, así como lo dijeron si es, pero aquí se le agrega la fórmula de la pendiente [El docente comparte pantalla para mostrar la fórmula] Entonces por favor anoten, La pendiente por lo general se representará con la letra "M" [El docente procede a leer la fórmula M=Y2- Y1/ X2-X1]. Recordemos que un punto es (x1,(y)1) y el otro punto es (x2,(y)2). Entonces necesitamos tener dos puntos para poder calcular la pendiente, en el caso de la construcción ustedes ya tienen dos puntos que sería el punto J y el punto U.  Entonces vamos a calcular la pendiente cuando J está sobre U, ¿Esto que quiere decir?, pues que tienen las mismas coordenadas, cuando J está sobre U ¿Listo?
55.	E2: Sí señor
56.	P: Por favor vuelvan a compartir pantalla e intenten calcular la pendiente ya con la fórmula [El estudiante comparte pantalla]
57.	E1: ¿Es necesario sacar las coordenadas de estos puntos?

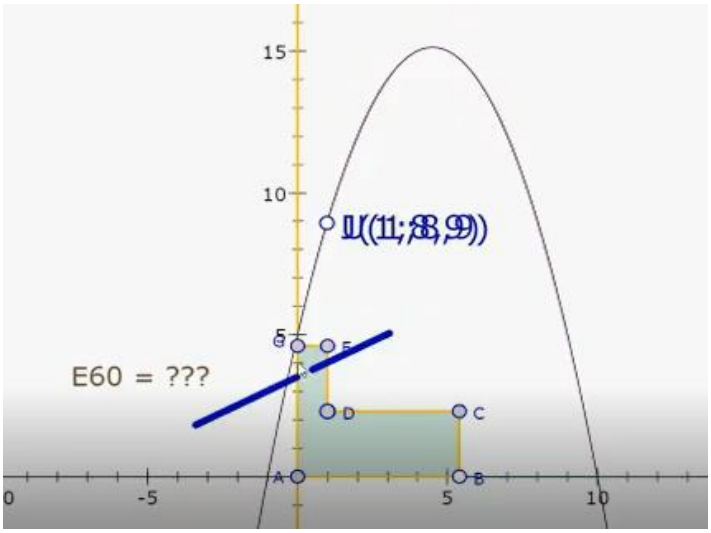
58.	P: Si, claro
59.	[El estudiante usa la barra de herramientas para sacar las coordenadas de los puntos J y U. Una vez tiene las coordenadas comienza a usar la fórmula para sacar la pendiente]  [El estudiante asigna los datos de la siguiente manera (y)2-(y)1/x2-x1= 13,5-15,1/6,3-4,2]
60.	E2: Que pena una pregunta ¿se podría decir que este vendría siendo el x1, (y)1 y este es el x2, (y)2 cierto? [señalando las fórmulas en la construcción]
61.	P: Sí señor
62.	E2: ¡Ah! listo gracias. Ya
63.	P: Pueden poner la cámara y mostrarnos [Los estudiantes encienden la cámara y muestran la cantidad obtenida de la fórmula que equivale a -0,76]
64.	P:¿ Es el mismo resultado que tenían en la figura cierto?
65.	E1: Si
66.	P: Listo, en este caso está bien calculada, ese es el procedimiento, pero recuerden que lo que queremos hacer es calcular la pendiente de la recta ante un punto encima del otro. Cuando el punto J está encima del punto U. ¿Si entendieron la indicación?
67.	E1: Sí señor [Los estudiantes analizan los datos de las coordenadas y realizan nuevamente la fórmula, la cual les arroja como resultado error y ellos dicen que ellos creen que daría 0]
68.	P: Listo en este caso ¿Qué fue lo que hicieron para calcular?

69.	E1: Se supone que cada punto sobre sí mismo tendría las mismas coordenadas, solo sería colocar ese mismo 8,9 y 5,7 en la fórmula. Entonces quedaría 8,9-8,9/5,7-5,7
70.	P: Exacto, ¿Y eso cuánto da?
71.	E2: Para mi daría 0 y en la calculadora sale error
72.	P: De acuerdo, que queda arriba en el numerador ¿0 cierto? y en el denominador que queda?
73.	E2: 0
74.	P: o sea sería 0 entre 0, ¿Cierto?
75.	E2: Sí señor
76.	P: Listo, entonces en este caso la respuesta no es 0 sino "indeterminado". No sé si ustedes recuerden que cuando se expresa una fracción en el denominador nunca puede ir 0, porque la fracción sería indeterminada. Por eso es que en la calculadora sale que es un error; por ende, en la figura cuando se pone un punto sobre otro punto no calcula la pendiente y desaparece la pendiente
77.	P: ¿Entonces es clara esa parte?, porque desaparece y por qué no aparece un valor en la pendiente de la recta tangente?
78.	E2: Sí señor
79.	P: En ese orden de ideas ¿podrán calcular la pendiente de la recta tangente?
80.	E1: No señor
81.	P: Listo, si no podemos calcular la pendiente de la recta tangente ¿Qué pendiente si podríamos calcular dentro de esa construcción?
82.	E1: La secante
83.	P: Listo, la secante. La idea es calcular la pendiente de esa recta secante ¿Pasa por cual punto?
84.	E1: Por J/U
85.	P: Listo, ¿Qué ideas podrían generar para poder encontrar todas las pendientes de la recta secante?

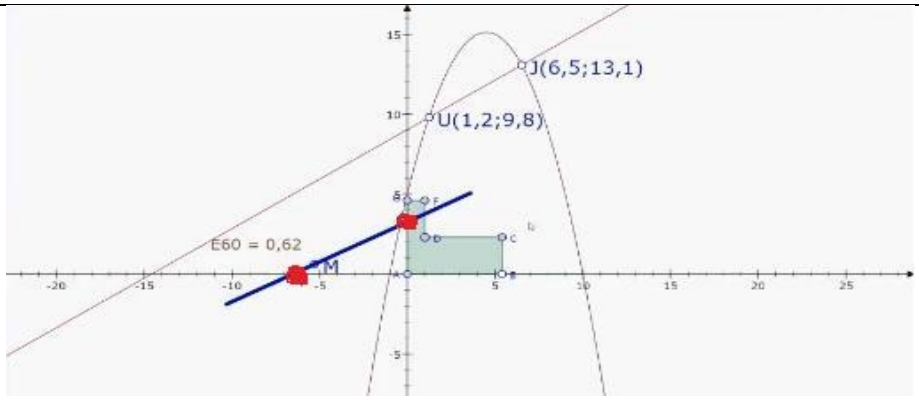
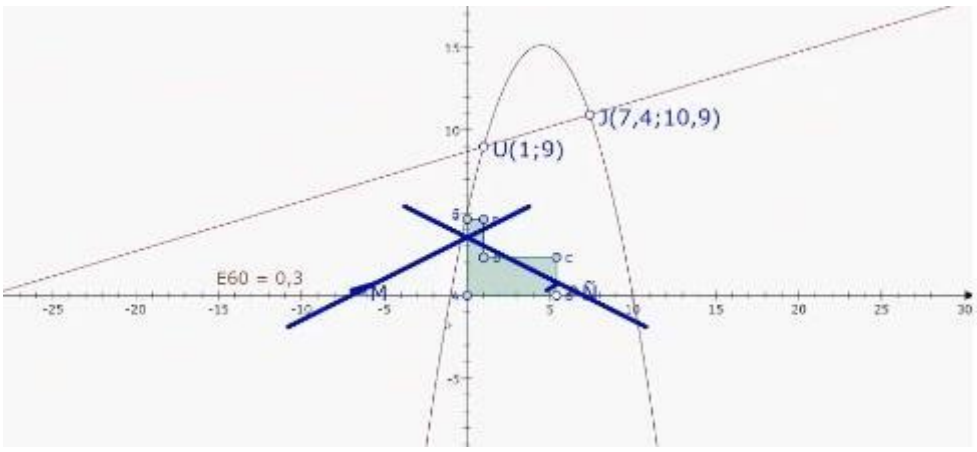
	En este caso lo que queremos hacer es encontrar las pendientes de las rectas secantes que pasan por el punto U. O sea, U siempre va a quedar fijo en ese lugar y a través de U van a pasar diferentes rectas secantes, lo que queremos calcular es la pendiente de todas las rectas secantes que van a pasar por el punto U. Por ejemplo la recta JU es una recta que pasa por el punto U, pero ustedes pueden construir más rectas secantes que pasan por el punto U ¿Cierto?
86.	E1: Sí señor
87.	P: Listo [[Los estudiantes conversan entre sí para pensar cómo sacar las pendientes de las rectas secantes] Habrá una forma para sacar todas las rectas secantes,
88.	P: ¿Ustedes se acuerdan como se hizo para sacar la pendiente de todas las rectas tangentes en la actividad anterior? ¿Se acuerdan que había un punto que me relacionaba con la pendiente de la recta tangente que se llamaba "R"?¿Recuerdan los puntos R y S que ustedes crearon?
89.	E1: Sí señor. Entonces ¿Sería crear un nuevo punto? [El estudiante crea un nuevo punto dentro de la construcción]
90.	P: Exacto, sería crear un punto, entonces crean un nuevo punto y lo van a llamar "M". En x en este caso como tenemos dos puntos, ya no tenemos un solo punto sino tenemos dos puntos, van a colocar "x de" restar la diferencia de las x de los dos puntos. Eso se coloca en la calculadora como "x de U menos x de J"
91.	P: "x paréntesis U menos x paréntesis J" (x(U)-x(J)) [El estudiante escribe la fórmula dada por el profesor en la construcción y busca el punto M] 

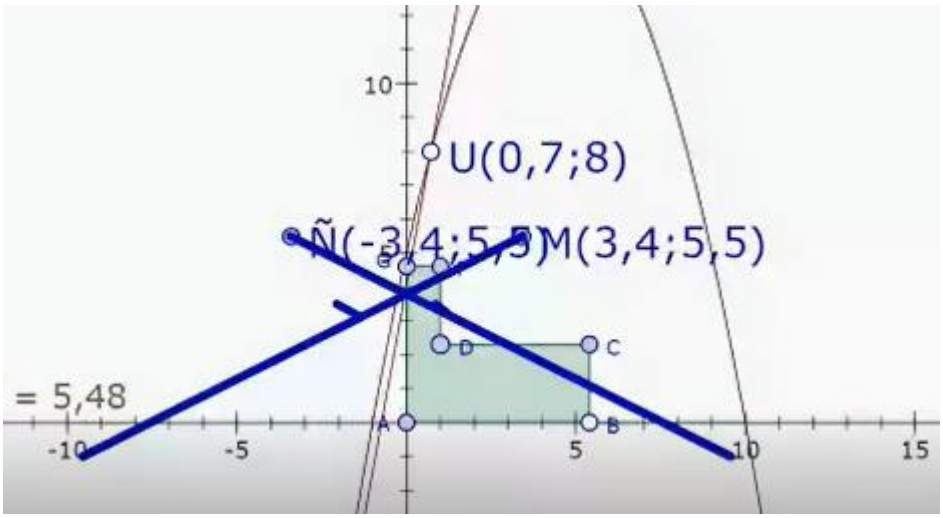
	
92.	P: Recuerden que el punto U va a quedar quieto.
93.	E2: Listo
94.	P: Bueno como el punto U va a quedar quieto, cuando mueven J ¿Cómo se comporta el punto M?
95.	E2: ¿En vertical? como se mueve
96.	P: ¿Se acuerdan de la herramienta que nos permite ver el movimiento?
97.	E2: Sí señor [El estudiante hace uso de la herramienta, la cual traza una línea que indica el movimiento del punto M]
98.	P: ¿Qué pueden observar frente al movimiento de M?
99.	E1: Toca el eje x y el eje y 
100.	P: ¿Qué más podrían decir frente al movimiento de M?
101.	E1: Se mueve en vertical
102.	P: Si, ¿Qué valores toma en la coordenada (y)? [El estudiante mueve el punto J a través de la curva, pero no encuentra respuesta]

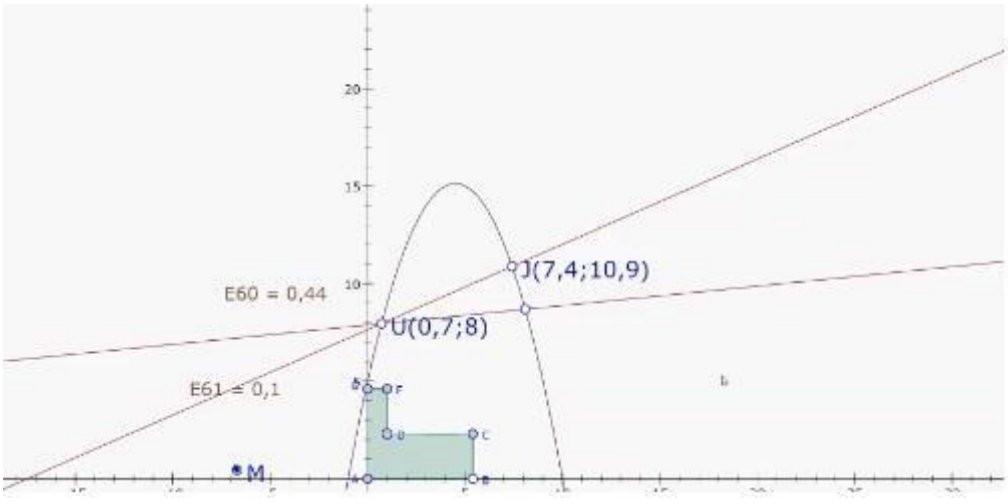
103.	P: ¿Qué relación tiene en este caso el valor de la pendiente que aparece como E60 con el punto M?
104.	E1: Esa tomaría el valor en (y)
105.	P: ¿Seguros que en (y)? ¿E60 que representa?
106.	E2: La pendiente
107.	P: Listo, ¿Entonces M que está representando?
108.	E2: El movimiento de J
109.	P: Si, el movimiento de J ¿Qué más?. Ahí les daré la siguiente pregunta para ver si se puede responder con la pregunta anterior. ¿En qué posición queda M cuando la recta JU se supone que debería ser tangente a la curva? [El estudiante mueve el punto U pero cae en cuenta que dicho punto debe permanecer en su lugar. El profesor le indica que puede hacer zoom para que se elimine el trazo del movimiento de M]
110.	P: Le repito la pregunta ¿Qué valor toma el punto M, en qué posición está cuando la recta JU se vuelve tangente?
111.	E2: ¿Qué valor o qué coordenadas?
112.	P: Qué posición, o sea donde está ubicado el punto M cuando la recta secante JU se vuelve tangente. O sea, hagan el primer ejercicio que hicieron al principio, inténtalo volver esa recta tangente. Vuelvo a hacerles las preguntas ¿Ustedes pueden volver esa recta tangente? [El estudiante piensa unos segundos, pero no logra llegar a la respuesta]
113.	P: ¿La recta ustedes la pueden volver tangente? Intenten hacer que sea tangente de nuevo, con la estrategia que usaron ahorita ¿Cuál fue?
114.	E2: ¿La de calcular pendiente?
115.	P: No. La de superponer los puntos. [El estudiante superpone el punto J sobre U como indica el profesor]
116.	P: ¿Qué pasa con M cuando superponen los puntos?
117.	E2: Desaparece
118.	P: ¿En qué punto desaparece?

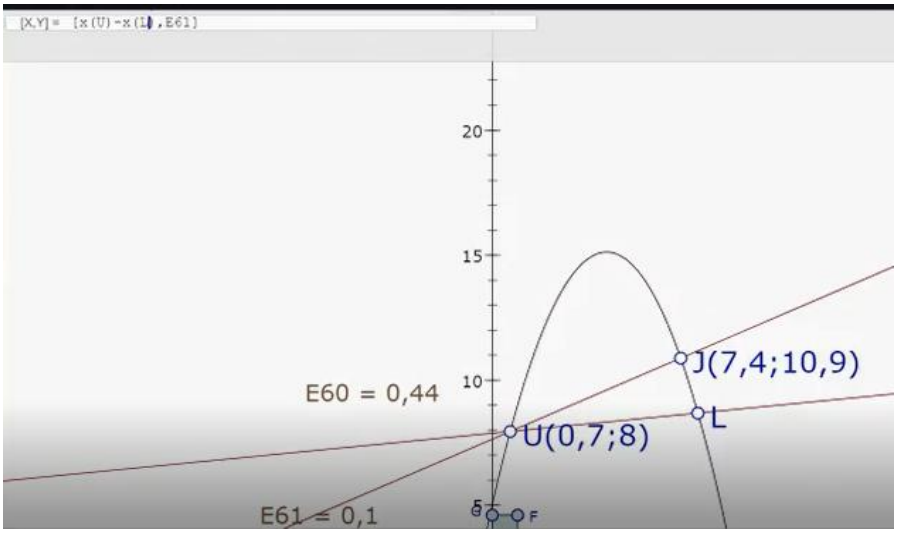
119.	E1: Cuando se ponen entre si
120.	P: Pueden hacer ese movimiento más despacio para ver en qué punto desaparece el punto. Recuerden que el punto U se deja quieto y el que se mueve es el punto J [Los estudiantes mueven el punto J para analizar su respuesta] 
121.	P: Listo, ¿En qué punto ustedes creen que está desapareciendo el punto?
122.	E1: En (y)
123.	P: ¿O sea cuando la traza corta con el eje (y)?
124.	E1: Sí señor
125.	P: Listo, en ese orden de ideas en esa posición que desaparece el punto M ¿Qué coordenada en x tendría ese punto?
126.	E2: 0
127.	P: Listo, y en (y) ustedes ¿Cuál creen que tendría?
128.	E1: En (y) tal vez tendría 4,3
129.	P: Listo, y hablando en forma general ese valor ¿A qué haría referencia?
130.	E1: ¿A "(y)"?. Porque también podría ser la pendiente
131.	P: Ah! listo. Exacto ¿Qué sería entonces?

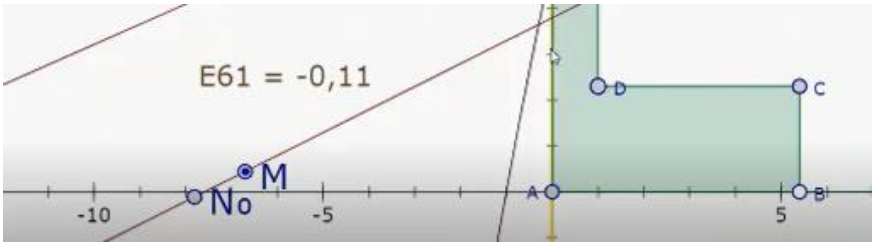
132.	E2: La pendiente
133.	P: La pendiente que queríamos calcular. Listo en este sentido hemos concluido una cosa. Que cuando el punto M toca el eje Y ese valor en que corta me va a representar la pendiente de la recta tangente que queremos encontrar. ¿Si se entiende esa idea?
134.	E1: Si señor, si se entendió
135.	P: ¿Listo entonces en ese orden de ideas podríamos saber exactamente en qué posición del punto (y) se encontraría M? ó ¿Cómo harían para saber en qué posición está el punto M sobre el eje (y)?
136.	E1: Pues, siempre queda acá y diría que el valor de x sería 0
137.	P: Listo, la pregunta sería ¿El rastro que está dejando a qué haría referencia, que forma tiene?
138.	E1: ¿Eso es secante? ¿El de la traza cierto?
139.	P: Si, ¿Qué forma tiene?
140.	E1: ¿Es perpendicular?
141.	P: No, la respuesta es más sencilla. ¿Qué forma tiene, a que lo asimila?
142.	E2: A una recta
143.	P: Listo y si se acuerdan cuando en la actividad anterior cuando teníamos ese rastro ¿Que necesitábamos hacer?
144.	E2: Era colocar los dos puntos en donde tocaba en x y en (y) y hacer una recta
145.	P: Listo, entonces en ese orden de ideas ¿La podríamos hacer?
146.	E1: Sería como colocar un punto acá [señalan sobre la recta con el cursor], que acá es donde toca en (y) [Como se muestra en la imagen en los puntos rojos] [El estudiante señala con el cursor los puntos que muestra la imagen]

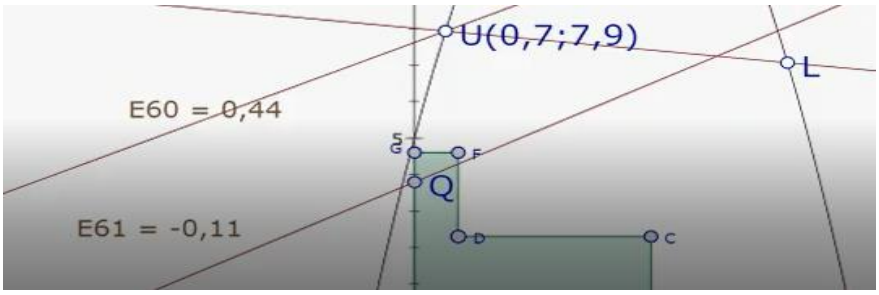
	
147.	P:Listo, esa podría ser una estrategia, pero la recta no quedaría exacta porque no sabemos el punto que vayamos a colocar pertenezca o no a la recta. ¿Listo? Entonces en este caso, devolviéndonos a la actividad anterior ¿ se acuerdan cuando ponemos el punto R y ese punto dejaba la traza? entonces necesitamos construir esa recta. ¿Que se hizo?
148.	E2: Construir un punto S
149.	P: Listo con ellos teníamos dos puntos y ahí sí se podía construir una recta. Entonces en este caso ¿Cuántos puntos tenemos?
150.	E1: Uno que sería M
151.	P: Exacto, necesitaríamos otro punto para poder construir la recta. ¿Tienen alguna idea de hacerlo?
152.	E1: Colocar los valores en este caso de U y el valor de la pendiente
153.	P: ¿Lo pueden intentar? [Los estudiantes usan la barra de herramientas para crear un nuevo punto llamado Ñ como se muestra en la imagen] 
154.	P: Recuerden que el punto U se deja quieto, el que se mueve es el punto J

155.	E1: Sí señor
156.	P: Listo ¿Qué pueden notar de esa estrategia?
157.	E1: Las dos chocan en un mismo punto
158.	P: En el punto que necesitamos encontrar ¿Cierto?
159.	E2: Sí señor
160.	P: Exacto ¿ Nos sirve esta estrategia para encontrar ese punto de corte?
161.	E1:Tal vez sí, sería como colocarle las coordenadas al punto M y Ñ y dejarlos en el punto donde chocan, [Los estudiantes sacan las coordenadas de ambos puntos M y Ñ] 
162.	P: Listo, ¿Hasta ahorita que han podido notar? ¿si se puede encontrar ese punto de corte? E1: Si, se podría colocar un punto pero no habría precisión
163.	P: Exacto, si colocan un punto cualquiera no se sabe si ese punto es el que estamos buscando. Entonces, vamos a usar otra estrategia. Borremos el punto M y ocultemos las coordenadas del punto M. En la ruedita de configuración en la medida le ponen 0. [El profesor solicita disminuir el zoom y subir el punto J]
164.	P: Listo, para construir el punto M necesitaron una recta secante que pasará por U y una pendiente. Como necesitan construir otro punto ¿Qué cosas necesitan? Necesitan otra recta que pase por U y que también sea secante y necesitan otra

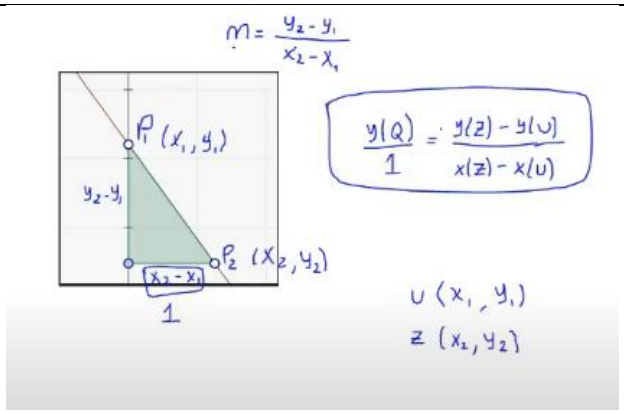
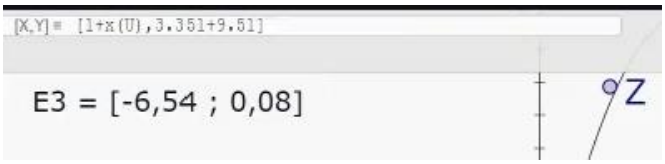
	pendiente. Entonces ¿Pueden construir una recta que también sea secante y pase por U?
165.	E1: Sí señor
166.	P: Listo, ¿lo realiza por favor?
167.	E2: ¿Entonces ahorita se quedaría quieto J y se movería U?
168.	P: No, U siempre se va a quedar quieto, necesitan otro punto cualquiera sobre la gráfica, si quieren coloquen otro punto cualquiera
169.	E1: Sobre la gráfica
170.	P: Sobre la gráfica. Listo, ahora ya pueden trazar una recta que sea secante y que pase por U ¿Verdad?
171.	E2: Sí señor [Los estudiantes crean un nuevo punto sin nombre y trazan una recta secante con U]
172.	E2: ¿Así?
173.	P: Listo, sí. Entonces, ya tienen la recta ¿Cuál es la otra cosa que necesitábamos?
174.	E1: La pendiente
175.	P: La pendiente de esa recta, esa si pueden calcularla con la macro. [Los estudiantes calculan la pendiente de la nueva recta] 
176.	P: Listo, ya tenemos la recta y la pendiente; ya podemos crear el otro punto, Pongámosle punto N [Los estudiantes crean el punto N]

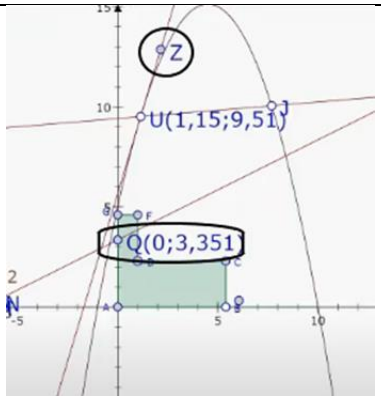
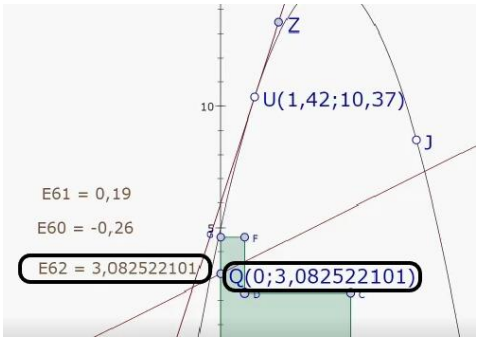
177.	P: Listo, ¿ahí tendrían que relacionar en la calculadora?
178.	E1: El U con la otra pendiente
179.	P: ¿Si se acuerdan cómo construyeron M?
180.	E1: Sí señor
181.	P: Listo en ese orden de ideas ¿A quién se relacionaría?
182.	E2: Sería éste punto [señalando con el cursor el punto sin nombre de la recta secante] con la pendiente [señalando la pendiente E61=0,1 de la recta JU]
183.	P: Listo, entonces con la calculadora [El profesor solicita que le asignen un nombre al punto, los estudiantes lo nombran L]
184.	P: Recuerden que ahí se restaba en el x de los dos puntos [Los estudiantes ingresan los datos en la calculadora]
185.	P: ¿Seguro que es x de U menos x de J? ¿Cuál recta es la que estamos mirando?
186.	E2: L 
187.	P: Listo, probemos a ver si sale [Los estudiantes aplican la fórmula]
188.	P: Listo ¿Ese otro punto se comportaría igual que M?
189.	E2: Sí señor

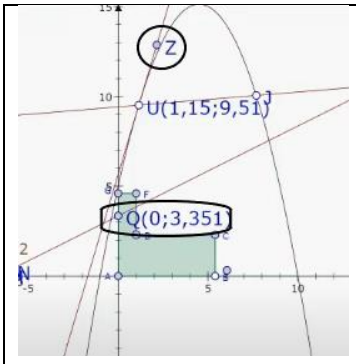
190.	P: Listo, en ese orden de ideas ¿Que se procede a hacer ahora teniendo los dos puntos?
191.	E1: Hacer una recta
192.	P: Listo [Los estudiantes crean una recta con los puntos N y M] 
193.	P: Exacto, ya la recta está. ¿Para qué queríamos formar una recta?
194.	E1: Para calcular el valor de ..
195.	P: ¿Se acuerdan de lo que hicieron para encontrar el valor de H?
196.	E2: Es que no sé si era poner un punto acá [señalando la posición donde la recta toca el eje (y)]
197.	P: Listo, exacto y ¿Cómo harían ese punto?
198.	E2: Sería... [Los estudiantes conversan entre sí] No recuerdo muy bien, pero creo que lo que se hizo fue calcular las x, de la fórmula
199.	P: Ese punto, ¿Entre quienes y quienes están cortando?
200.	E2: Entre el eje Y y la recta
201.	P: Listo, o sea que el punto que queremos hallar es la intersección, ¿Cierto?
202.	E1: Sí señor
203.	P: Listo, ¿Se acuerdan de la herramienta?
204.	E1: Sí señor, tenemos que hacer una recta [Los estudiantes buscan en la macro para crear la recta]
205.	P: No, la macro no es, es otra herramienta. La herramienta les aparece seleccionando el penúltimo

	[El estudiante había escogido la opción equivocada, así que el profesor le indica cual debe escoger y que debe eliminar lo que crearon por error]
206.	P: La que dice intersección. Listo, esa es la intersección entonces a ese punto le van a llamar Q
207.	E1: Ese punto se va a llamar Q
208.	P: Si [Los estudiantes le asignan el nombre de Q al punto] 
209.	P: Queríamos encontrar las coordenadas de Q. ¿Ya lo podemos saber?
210.	E1: Sí señor
211.	P: Listo. ¿Cómo sería?
212.	E2: Colocarle M y ya
213.	P: Exacto. Entonces esas coordenadas ¿Que nos quieren decir?
214.	E2: Que el punto donde cruza M es en el eje x, en la parte 0 y en (y) en 3,8
215.	P: Y 3,8 ¿A qué hace referencia?
216.	E2: A la pendiente
217.	P: ¿Cuál pendiente de cuál recta?
218.	E1: ¿La recta de M?
219.	P: No. Se acuerdan inicialmente ¿cuál recta queríamos encontrar la pendiente, que desaparecía?
220.	E1: La tangente

221.	P: Exacto. Entonces cuando ustedes ponen J encima de U. La pendiente de esa recta tangente va a ser 3,8. ¿Esa parte si la entienden?
222.	E1: Sí señor
223.	P: Si quieren pongan J encima de U y miran (Los estudiantes siguen)
224.	P: Listo, se supone que la recta tangente que pasa por el punto U va a tener como pendiente 3,8 ¿Listo?
225.	E1: Sí señor
226	P: Ahora queremos trazar la recta tangente al punto U y como ya conocemos la pendiente vamos a utilizar una estrategia.
(Se les explica a los estudiantes de donde sale la ecuación de la pendiente de una recta conociendo dos puntos. Luego se hace la relación de la formula con la construcción que se viene trabajando)	
227	P: ¿Cuáles datos conocen hasta el momento en la construcción?
228	E1: Sería la pendiente, representada por 3,351.
229	E2: Ok. Entonces ya tenemos la pendiente $y(Q)$ y el punto U.
230	P: Recodemos que en este caso la pendiente va estar solo representada por el valor $y(Q)$
(Se explica la relación de los valores que conocemos con la fórmula establecida previamente para encontrar el otro punto y poder formar la recta tangente a la curva que pasa por el punto U. Sin embargo, los estudiantes presentan confusiones por lo cual, fue necesario que ellos hicieran la representación gráfica de la estrategia para luego encontrar los datos que faltan siendo una intervención adicional a la prevista en el análisis a priori.	
231	P: De toda esta ecuación establecida, ¿cuáles datos ya conocemos en la construcción y cuáles faltan?

	
232	E1: Conocemos $y(Q), y\ (U), x(U)$. No conocemos $y(Z), x(Z)$
(Se hacen los despejes correspondientes en la ecuación para los valores que no se conocen y se les explica las relaciones que están en la proporción, al ver que los estudiantes presentan dificultades al momento operar la igualdad entre razones)	
233	P: listo van a registrar esas expresiones resultantes y vamos a tenerlas presentes. ¿Qué ideas tendrían para colocar todo lo que se desarrolló dentro de la construcción?
234	E1: Sería como colocar otro punto dentro de la gráfica, y a ese punto darle las coordenadas que encontramos.
235	P: Ok, si quieren lo podrían intentar.
(Los estudiantes colocan un punto cualquiera sobre la pantalla y lo nombran como Z, e intentan ponerle las coordenadas mediante la calculadora) 	
236	P: ¿Que sería más fácil poner el valor numérico de y(Q) o simplemente poner y(Q) en la calculadora?
237	E2: Sí, para tomar todos los valores. (Luego, los estudiantes construyen la recta)

	
238	P: Listo, ¿cómo podemos verificar si quedo bien?
239	E1: Con las macros, mirando si pasa por un punto A simple vista se ve que solo pasa por U.
(Para verificar lo primero que hacen es arrastrar el punto U para ver si se mantiene la recta ZU, luego utilizan la macro "tangente" para generar una recta y mirar si coincide con la recta ZU, este caso como coincidió, los estudiantes concluyeron que la recta ZU si es tangente a la parábola en el punto U. Se les siguiere verificar también la pendiente mediante la macro para ver si coincide con el punto y (Q)). Finalmente concluyen que la recta si es tangente a la parábola, como fue previsto en el análisis a priori. 	
240	P: Listo esta es una forma de encontrar una recta tangente, teniendo solo un punto y el valor de la pendiente.
(Finalmente, como los estudiantes resolvieron el problema por medio de la calculadora, una estrategia que no se tuvo prevista en el análisis a priori. Se les explica otra forma de resolverlo geométricamente (agregando objetos geométricos, como esta descrito en el análisis a priori))	
Una vez construida la recta ZU (de la segunda forma) los estudiantes vuelven a verificar si quedó bien con ayuda de las macros)	


Z
U(1,15;9,51)
Q(0;3,351)
15
10
5
-5
10
2