Diseño de situaciones adidácticas para promover la conversión entre los registros de representación de la función de primer grado usando como medio el software de geometría Dinámica DGPad Colombia

Jhonathan Cuevas
20192184008

Director: Martín Eduardo Acosta Gempeler

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Maestría en Educación

2021

TABLA DE CONTENIDO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 4
OBJETIVO GENERAL 6
Objetivos específicos 6
MARCO TEÓRICO 7
Concepción del aprendizaje en la Teoría de Situaciones Didácticas 7
Teoría de las Representaciones Semióticas de Raymond Duval 8
METODOLOGÍA 8
DESCRIPCIÓN GENERAL DEL DISEÑO 9
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro b – Fase de exploración 12
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro b – Fase de anticipación 17
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro n – Fase de exploración 24
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro n – Fase de Anticipación 28
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro m – Fase de exploración 32
Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro m – Fase de Anticipación 37
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro b – Fase de exploración 42
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro b – Fase de anticipación 45
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro m – Fase de exploración 48
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro m – Fase de anticipación 52
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro n – Fase de exploración 54
Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro n – Fase de anticipación 59
ANÁLISIS DEL PILOTAJE 61
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de exploración – parámetro b 62
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Anticipación – parámetro b .. 67
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de exploración (intentos 1 y 2) – parámetro m 81
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de anticipación (intento 2) – parámetro m 108
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Exploración – parámetro n.. 112
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Anticipación – parámetro n 122
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Exploración – parámetro b . 131
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Anticipación – parámetro b 139
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Exploración– parámetro m . 141
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Anticipación– parámetro m 149
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro n .. 153

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro n . 157
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración– parámetro b (Intento 1) 160
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación– parámetro b (Intento 1) 162
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración– parámetro b (Intento 2) 164
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación– parámetro b (Intento 2) 170
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro n .. 178
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro n . 182
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro m . 183
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro m 190
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro b 197
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro b.... 202
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro m ... 204
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro m .. 218
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro n 227
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro n.... 232
CONCLUSIONES 243
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 246

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El Ministerio de Educación Nacional (2006), en los estándares básicos de competencias en matemáticas, propone que al finalizar grado noveno el estudiante pueda identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Además, se propone la modelación de situaciones de variación con funciones polinómicas. Es por ello, que el objeto función de primer grado es de suma importancia para los profesores de matemáticas pues es central en el currículo de matemáticas.

Algunos trabajos de investigación en educación matemática han mostrado que la enseñanza de las funciones ha estado limitada al uso de representaciones algebraicas (López & Sosa, 2008), lo cual reduce las habilidades necesarias para poder leer o interpretar el comportamiento de funciones a través de sus gráficas, ya sea desde un enfoque puntual o desde un enfoque global. Sumado a esto, la forma en la que comúnmente se enseña el objeto función de primer grado, suele hacerse usando diferentes tipos de representación de manera aislada, es decir, sin establecer una correspondencia y coherencia entre las formas de representación.

Amaya de Armas & Medina (2014) afirman que algunas dificultades en el aprendizaje de las funciones están en relación con tres aspectos: el primero, hace referencia al reconocimiento de los diferentes elementos de una función y cómo se relacionan; el segundo aspecto se refiere al establecimiento de congruencias entre los elementos de los registros de representación que se utilizan; y el tercer aspecto es la complejidad intrínseca del concepto en estudio.

En relación con lo anterior, Gómez, Hernández, & Chaucanés (2015) aseguran que una de las dificultades presentadas en el aprendizaje de las funciones es la falta de coordinación entre los cambios visualizados en la gráfica de una función, en relación con las dos variables. Los autores proponen en sus análisis que las propiedades globales de las funciones se tratan desde cuatro sistemas de representación (verbal, gráfico, numérico y algebraico), con respecto a funciones concretas.

Con el fin de promover el aprendizaje de los objetos matemáticos, es necesario coordinar por lo menos dos registros de representación semiótica, como afirma Duval (2006):

> "[…] *la actividad matemática requiere una coordinación interna, que ha de ser construida, entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados; sin esta coordinación, dos representaciones diferentes significarán dos objetos*

> *diferentes, sin ninguna relación entre ambos, incluso si son dos "contextos de representación" diferentes del mismo objeto.*" p. 145.

Con referencia a la anterior cita, no solo basta incluir diferentes registros de representación del mismo objeto, resulta de suma importancia establecer una coordinación entre dichos registros.

El uso predominante de las representaciones algebraicas de la función también puede deberse a los ambientes de aprendizaje enfocados en el uso de lápiz y papel. Como afirman Hoyles, Lagrange, & Noss (2006):

> "*Las infraestructuras algebraicas de papel / lápiz hicieron necesario que las personas prestaran una atención considerable a la manipulación, y los temas matemáticos clave solo eran accesibles para aquellos que ya habían sido inducidos a representaciones y cálculos algebraicos fluidos."* p. 269.

Aquí la manipulación se refiere al estudio meramente procedimental que se le ha dado no solamente a las funciones, sino también al álgebra en general. Para promover actividades más enriquecedoras para los estudiantes, Hoyles et al., (2006) y Lagrange (2014), como resultado de sus investigaciones han concluido que utilizar la tecnología digital proporciona a los estudiantes diferentes registros de representación que les ayudan a dar sentido a las ideas matemáticas, no como objetos aislados, sino como entidades que coexisten y pueden ser controladas por marcos de referencia específicos.

Cárdenas y Pinzón (2016) afirman que en el estudio de la función de primer grado, la idea de pendiente es fuente de obstaculos ligados a la coordinación de los registros gráfico y algebraico. Los errores que manifiestan se observan tanto en la noción de pendiente como en la de corte con el eje de las ordenadas. La dificultad de la noción de pendiente revela que el estudiante no comprende la alteración de la pendiente en la gráfica, limitándose solo a una caracterización algebraica de ésta. La exclusiva memorización del procedimiento para determinar la pendiente de una recta conlleva a que los estudiantes no asocien el signo del coeficiente en la representación algebraica en relación con la inclinación de la recta.

Haciendo uso del SGD Geogebra, Russo (2016) propone una secuencia de actividades que permitiría vincular tres registros de representación (tabular, gráfico y algebraico) en algunas funciones polínomicas, sin embargo, pone de manifiesto que al trabajar con la función de primer grado se presentan dificultades en la noción de pendiente, específicamente cuando el registro de representación es el gráfico. Esto se debe a que la caractrización de pendiente en el registro gráfico se determina como pendiente positiva o negativa (dependiendo de la inclinación) y es causa de mayores obstaculos cuando se trata de cuantificar la pendiente.

En este trabajo, nos proponemos poner en relación tres registros de representación para la función de primer grado: el algebraico, el tabular y el gráfico. Haciendo uso del Software de Geometría Dinámica DGPad-Colombia, estos registros pueden manipularse directamente (realizando tratamientos) y al mismo tiempo son dependientes entre sí, de manera que los cambios en un registro producen automáticamente cambios en los otros registros. De esta manera, las conversiones entre los registros de representación aparecen como fenómenos de cambio simultáneo en la pantalla del computador, y posibilitan un aprendizaje por adaptación de las relaciones entre los diferentes registros. Retomamos entonces el trabajo de Cárdenas y Pinzón, quienes utilizaron el software CaRMetal para proponer actividades con los registros algebraico y gráfico. Además de adaptar esos diseños al software DGPad-Colombia, añadimos el registro de representación tabular, haciendo la hipótesis de que debido a que en este registro es posible identificar de manera directa la pendiente de la función de primer grado, los estudiantes que trabajen la conversión entre el registro algebraico y el registro tabular podrán superar más fácilmente las dificultades que aparecen al interpretar la pendiente en el registro. Es por ello que este trabajo de grado buscó responder la siguiente pregunta:

¿De qué manera el uso de la representación tabular en el Software de Geometría Dinámica (SGD) DGPad Colombia y sus relaciones con la representación gráfica y algebraica puede apoyar el estudio del objeto función de primer grado?

OBJETIVO GENERAL

Diseñar situaciones adidácticas que promuevan la conversión entre los registros tabular, gráfico y algebraico de la función de primer grado usando como medio el software de geometría DGPad Colombia.

Objetivos específicos

Identificar las funcionalidades de DGPad Colombia que permiten introducir la representación tabular de las funciones de primer grado y ponerla en relación con las representaciones algebraica y gráfica.

Crear tareas que requieran la conversión entre tres registros de representación (tabular, algebraica y gráfica) de la función de primer grado.

Programar retroacciones que promuevan el aprendizaje por adaptación de la coordinación de los tres registros de representación (tabular, gráfica y algebraica) de la función de primer grado.

MARCO TEÓRICO

Se asumieron las siguientes posturas teóricas para el desarrollo de la propuesta: La concepción sobre el aprendizaje por adaptación de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la propuesta sobre el aprendizaje de objetos matemáticos a través de diferentes registros de Representación Semiótica de Raymond Duval.

Concepción del aprendizaje en la Teoría de Situaciones Didácticas

La TSD se fundamenta en la idea del aprendizaje por adaptación, esto significa que el aprendizaje surge a través de la interacción de un sujeto con un medio con el fin resolver un problema. Pero ¿Cómo es esa interacción?

La interacción sujeto/medio es un ciclo que inicia con la intención del sujeto por solucionar un problema o una tarea y para cumplirla debe entrar en interacción con un medio (previamente preparado por el profesor). El sujeto ejecuta una acción sobre el medio, el cual reacciona a dichas acciones (retroacciones). Las retroacciones son interpretadas por el sujeto, lo cual implica que toma de conciencia de las mismas y les da un sentido. A partir de esas interpretaciones el sujeto toma una decisión sobre si debe repetir la acción o no. Se llamará Validación cuando el sujeto juzga (posterior a la interpretación) si la acción le permite cumplir o no su intención (ver figura 1).

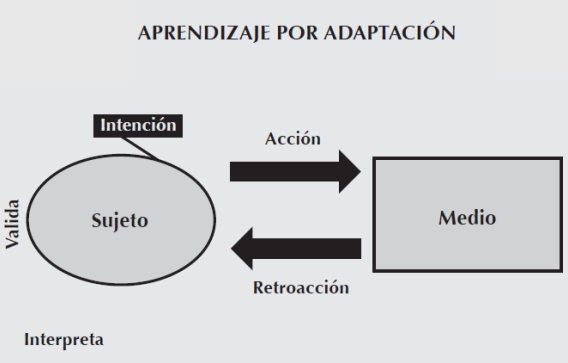


FIGURA 1

Figura tomada de Acosta y Fiallo (2017).

Si la validación es negativa es necesaria una rectificación, es decir, debe cambiar de acción puesto que no le permite cumplir su intención. Por el contrario, si la validación es positiva, se reafirmará en el sujeto una conducta y repetirá la acción inicial sobre el medio debido a que le permite cumplir la meta inicial. Como resultado de la validación surgirá un conocimiento en el contexto delimitado por el medio, el cual se verá reflejado en una conducta observable (signos visibles del aprendizaje).

Teoría de las Representaciones Semióticas de Raymond Duval

Para entender cómo ocurre el aprendizaje de las matemáticas en la propuesta de Duval se necesita presentar dos premisas relevantes: la primera, para acceder al conocimiento de los objetos matemáticos es necesario acudir a sus representaciones semióticas; la segunda premisa es que los sujetos deben ser capaces de reconocer el mismo objeto matemático en diferentes registros de representación y usarlos.

Duval (2006) afirma que la actividad matemática requiere una coordinación interna que ha de ser construida, entre los sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados. Sin esa coordinación, dos representaciones diferentes representarán dos objetos diferentes. Duval (2006) propone los siguientes tipos de transformaciones de representaciones semióticas:

- El tratamiento: Hace referencia a las transformaciones realizadas al interior de un sistema de representación y por lo tanto acude a reglas específicas dentro del registro.
- La conversión: se entiende como convertir una representación de un sistema en otro sistema, con el fin de explicar otros significados de este objeto. Delaporte (2015) afirma que no debe confundirse la conversión con la codificación o traducción, puesto que la codificación funciona en ambas direcciones, es decir, en la codificación se puede encontrar el registro original de la representación mientras que con la conversión el retorno no siempre es obvio.

Entre más representaciones semióticas de un objeto matemático se utilicen y se coordinen, mayor será la comprensión del objeto.

En este trabajo se propone utilizar la posibilidad que ofrece el software DGPad-Colombia para presentar de manera simultánea y dependiente diferentes registros de representación (algebraico, tabular, gráfico) de la función de primer grado, para proponer tareas de transformación de dichas representaciones, gracias a las cuales los estudiantes desarrollarán un aprendizaje por adaptación relativo a la conversión entre registros, y por lo tanto a su coordinación.

METODOLOGÍA

La orientación metodológica que se tuvo como referencia es la Ingeniería Didáctica (ID), tomando como referencia a Artigue (2015). Esta metodología se define de acuerdo con las siguientes fases:

Análisis preliminares: Esta fase considera tres dimensiones: epistemológica, cognitiva y didáctica. La dimensión epistemológica tiene como fin la comprensión del origen y el sentido del objeto matemático. La dimensión cognitiva busca identificar los procesos cognitivos necesarios para apropiarse el objeto matemático y las dificultades cognitivas que pueden enfrentar los estudiantes.

Finalmente, la dimensión didáctica procura indagar sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje usuales en relación con el objeto matemático, y sus relaciones con las dimensiones epistemológica y cognitiva. Algunos elementos de los análisis preliminares se presentaron en el planteamiento del problema y en el marco teórico.

***Diseño y análisis a priori*:** Teniendo como base los análisis preliminares, en esta fase se consolidan las hipótesis de investigación. En el diseño se deben considerar las variables didácticas que se van a manipular y sus efectos sobre el aprendizaje de los estudiantes. Finalmente, en el análisis a priori se consolidan teóricamente las elecciones realizadas en diseño y su relación con los análisis preliminares, todo esto con el fin de establecer también cuáles serán las formas de interacción de los estudiantes con sus pares, con el medio y con el maestro.

Realización, observación y recolección de datos: Esta fase es crucial porque se trata de poner a prueba el diseño realizado en las primeras dos fases, contrastándolo con los comportamientos y aprendizajes de profesores y estudiantes en condiciones reales.

Análisis y validación a posteriori: es la última fase la ID. Tomando en cuenta que se trata de una validación interna, se empiezan a establecer relaciones entre lo que sucedió en las realizaciones y la fase de diseño, no siempre implica una coincidencia perfecta, por lo cual implica estar atentos a situaciones que no fueron consideradas inicialmente y su relación con la teoría. Finalmente cabe destacar que los resultados obtenidos de la investigación representan aspectos particulares del contexto en el cual se desarrollaron.

Teniendo en cuenta las fases mencionadas, es necesario aclarar que el trabajo de grado estuvo enfocado en las dos primeras fases Análisis preliminares y, el Diseño y análisis A priori. También se realizó un pilotaje con dos parejas de estudiantes y que sirvieron para contrastar lo esperado en el análisis a priori. No se trató de un análisis a posteriori en el sentido riguroso que este conlleva.

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL DISEÑO

El objetivo de las actividades es lograr que el estudiante relacione dos registros semióticos diferentes, posibilitándole hacer la conversión de representaciones en un registro a representaciones en el otro.
Se utilizaron tres registros semióticos para la representación de la función de primer grado: el registro algebraico, el registro gráfico (plano cartesiano) y el registro tabular. Por limitaciones de tiempo, se trabajó la conversión del registro algebraico al registro gráfico, y del registro algebraico al registro tabular. En adelante se hablará en general del registro de partida y registro de llegada de la conversión.

Es decir, al hablar de registro de partida se hace referencia al registro algebraico, y al hablar de registro de llegada se refiere al registro gráfico o al registro tabular.

La programación del Medio en DGPad Colombia se realizó poniendo en juego la conversión entre dos registros de representación y el aprendizaje por adaptación. En relación con la conversión entre registros de representación se propuso la aparición de dos registros de manera simultánea en la pantalla: el registro de partida y el registro de llegada. El software de geometría dinámica permite presentar en la pantalla simultáneamente dos representaciones de registros semióticos diferentes, de manera que una representación dependa de la otra, es decir que todo cambio realizado en una representación produce cambios en la otra representación. Se decidió mostrar solamente dos registros por tarea, dado que la densidad de la información que se presenta en la pantalla de DGPad Colombia podría ser fuente de obstáculos para lograr establecer la coordinación entre los registros.

En el diseño del medio se buscó promover el aprendizaje por adaptación, es decir, el desarrollo de estrategias para resolver problemas, basado en la interacción con un medio, de manera que las estrategias no matemáticas puedan ser invalidadas por el propio estudiante, mientras que las estrategias matemáticas puedan ser validadas, gracias a las acciones y retroacciones que posibilita el medio.

Para que la tarea propuesta tenga sentido para el estudiante, y pueda decidir en todo momento si la resolvió o no, se presentan dos representaciones en el registro de llegada: una representación objetivo, y una representación variable, pidiéndole al estudiante que modifique la representación variable hasta que sea idéntica a la representación objetivo. Pero con el fin de que el estudiante pueda relacionar los dos registros semióticos, solo podrá actuar directamente sobre el registro de partida. Se le propone al sujeto como tarea hacer que sean idénticas la representación variable y la representación objetivo (sobreponer dos líneas o la coincidencia numérica entre dos tablas) Este primer elemento de la programación tiene el propósito de entregarle al sujeto la responsabilidad de cumplir con un objetivo, es decir, desencadenar la intención (primer elemento del aprendizaje por adaptación). Pero además se le pide al sujeto que cumpla con el objetivo propuesto en un registro de representación, sin embargo, solamente podrá realizar las modificaciones en otro registro de representación. Por ejemplo, se le pide al sujeto sobreponer dos líneas rectas (una roja y una azul), pero no puede manipular las líneas, solo podrá manipular la representación algebraica. Esto se programó con la intención de que el sujeto tome conciencia de que los cambios en un registro de representación implican cambios en otro el registro de representación. El hecho de que el sujeto pueda modificar un registro de representación vincula el segundo elemento del aprendizaje por adaptación, el cual es la acción.

Cuando el sujeto realiza la modificación en el registro de partida, el medio ofrece como retroacción el movimiento de las líneas rectas o el cambio numérico en las tablas. Por lo tanto, en la programación del medio se pone en juego el tercer elemento del aprendizaje por adaptación. En las tareas se vincularon botones de ayuda con el fin de hacer explícitas (en los registros gráfico y tabular) relaciones numéricas que inicialmente no son evidentes. dicha ayuda se convierte en otro elemento de acción al cual tiene acceso el sujeto y por ende obtendrá una retroacción distinta del medio.

Para el registro de partida, se presentó la ecuación de la función de primer grado en la forma $y = \frac{m}{n}x + b$ y se solicita modificar uno por uno los parámetros m, n y b. Para cada parámetro se propusieron dos fases de la misma tarea: una primera fase de exploración o experimentación y una segunda fase de anticipación.

Se decidió que los parámetros m, n y b sean números enteros con $n \neq 0$. Esto con el objetivo de que los estudiantes pudiesen identificar con mayor facilidad las relaciones entre los valores de los parámetros y sus formas de representación en lo tabular y lo gráfico. La pendiente de la recta se consideró de la forma $\frac{m}{n}$ dado que evitaría que los estudiantes realicen una transformación de tipo tratamiento sobre el cociente, además la congruencia podría ser más clara entre cada uno de los parámetros y las diferencias expresadas en la representación gráfica y tabular.

En la fase de experimentación, el estudiante puede actuar libremente sobre el registro de partida y observar los efectos de esas acciones en el registro de llegada, hasta lograr que la representación variable sea idéntica a la representación objetivo. Se esperaba que esta interacción libre con el medio le permita construir una idea de la dependencia de los dos registros de representación, idea que le permita comprender, explicar y predecir los cambios en el registro de llegada que son efecto de los cambios en el registro de partida. Las retroacciones del medio le permitirán decidir en todo momento si resolvió o no la tarea (la representación variable es o no idéntica a la representación objetivo). Sin embargo, esta interacción libre con el medio no garantiza que el estudiante construya ideas sobre la relación entre los registros semióticos, ni que las ideas que construya sean matemáticamente correctas, ya que podrá resolver la tarea por ajustes sucesivos controlados perceptivamente (aumenta o disminuye la diferencia entre la representación variable y la representación objetivo).

En la fase de anticipación se busca poner a prueba las ideas construidas durante la fase de experimentación, con el fin de predecir (anticipar) el cambio que se debe realizar en el registro de partida, con el fin de obtener el cambio en el registro de llegada que garantice que la representación variable sea idéntica a la representación objetivo. Por eso en esta fase la interacción con el medio no

será libre; el estudiante sólo podrá realizar una única acción sobre el registro de partida para obtener que la representación variable sea idéntica a la representación objetivo. De esta manera, las estrategias basadas en relaciones erróneas entre los registros de representación quedarán invalidadas por las retroacciones del medio: la representación variable no será idéntica a la representación objetivo. En caso de fracasos repetidos en esta tarea de anticipación, se sugerirá al estudiante regresar a la fase de experimentación para intentar desarrollar una estrategia eficaz.

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro b – Fase de exploración

Descripción del medio

En la imagen 1 se presentan algunos elementos de los registros de representación semiótica considerados para el diseño. La ventana de DGPad Colombia se divide en dos de manera vertical, a la izquierda se muestra un marco rectangular que contiene el enunciado de la tarea, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente* y un mensaje dependiendo de la cantidad de veces que realice la actividad de manera correcta. A la derecha de la ventana de DGPad Colombia se ve un plano cartesiano, donde se encuentran las rectas azul y roja, las cuales no se pueden manipular.

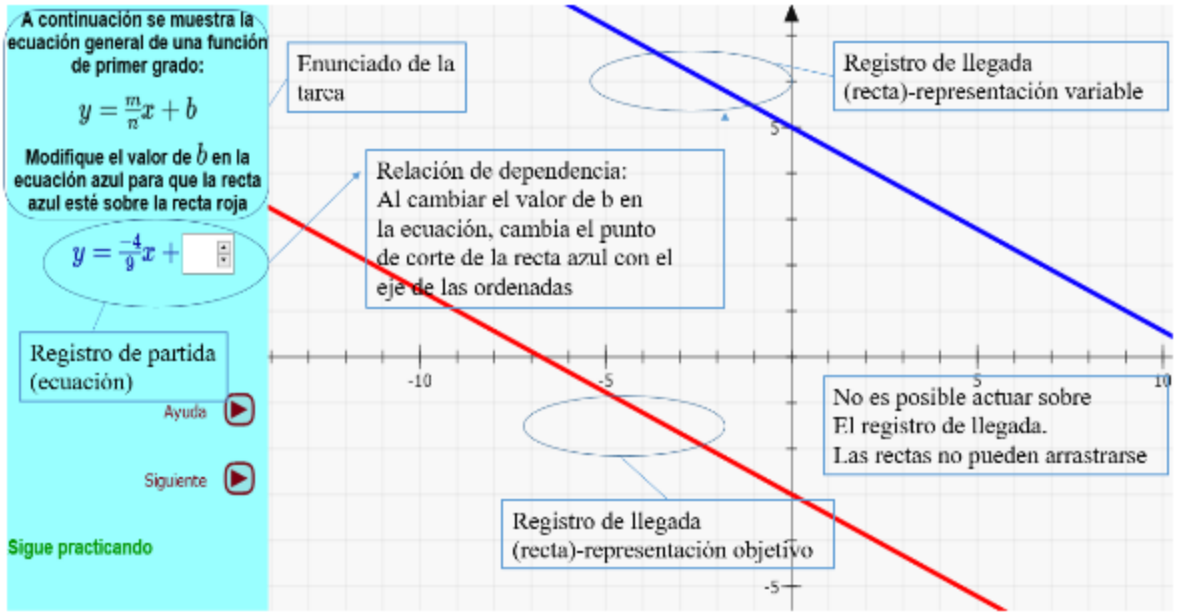


IMAGEN 1

En el marco de la izquierda sobre la ecuación azul (registro de partida), el parámetro *b* puede ser modificado a través de una lista desplegable que varía de a una unidad entre -7 y 7 (rectángulo de fondo blanco con flechas a la derecha). Cada vez que el sujeto pulsa sobre la flecha de arriba de la lista desplegable, el valor numérico del parámetro *b* aumenta una unidad, mientras que, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Se decidió el rango del parámetro *b* entre -7 y 7 dado que

son las ordenadas visibles en el *eje y* del plano cartesiano, fuera de este rango no sería visible el punto de corte de las rectas con el eje de las ordenadas. Cada vez que se pulsa sobre una flecha, cambia el valor del parámetro *b* y la recta azul cambia de posición de manera que el corte con el eje de las ordenadas corresponde al valor del parámetro *b*.

El botón *Ayuda* muestra en el registro de llegada las coordenadas de intersección de cada una de las rectas con el eje de las ordenadas. este botón de ayuda le permite al sujeto relacionar el valor numérico del parámetro *b* que se muestra en la ecuación y la coordenada en la cual se intersecan las dos rectas con el eje de las ordenadas (ver imagen 2).

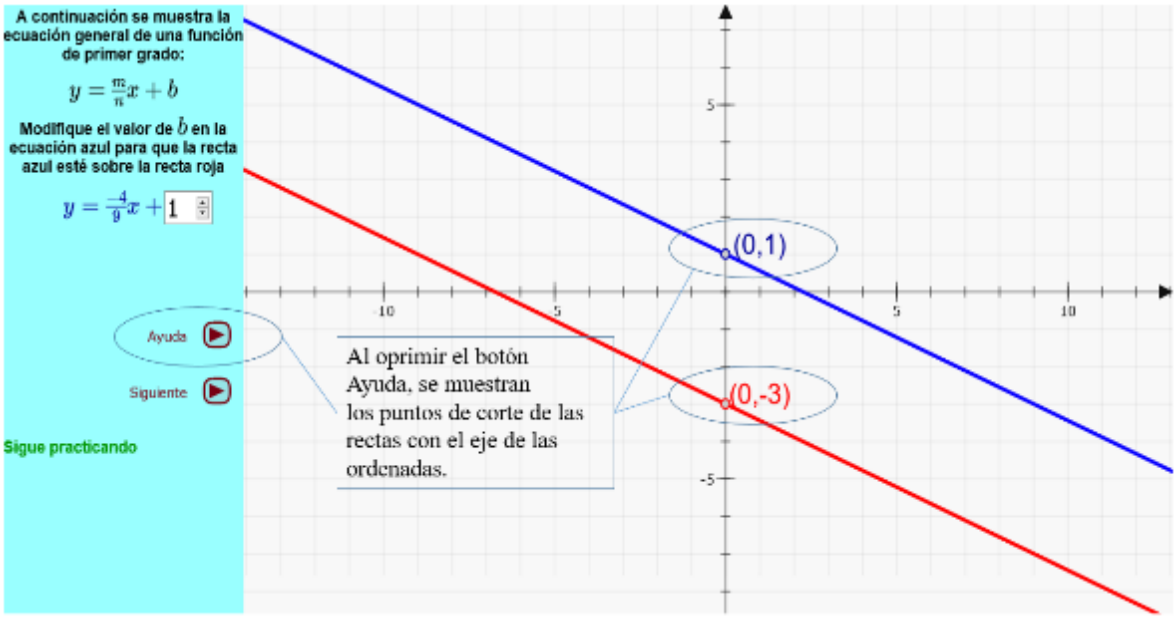


IMAGEN 2

El botón *Siguiente* le permite al sujeto cambiar de ejercicio cuando considere que ha cumplido con la tarea propuesta o cuando desconociendo la forma de abordar la tarea desee cambiar el ejercicio. En cualquiera de los dos casos al pulsar sobre el botón *Siguiente* cambian los valores de los parámetros *m*, *n* y *b* (ver imagen 3).

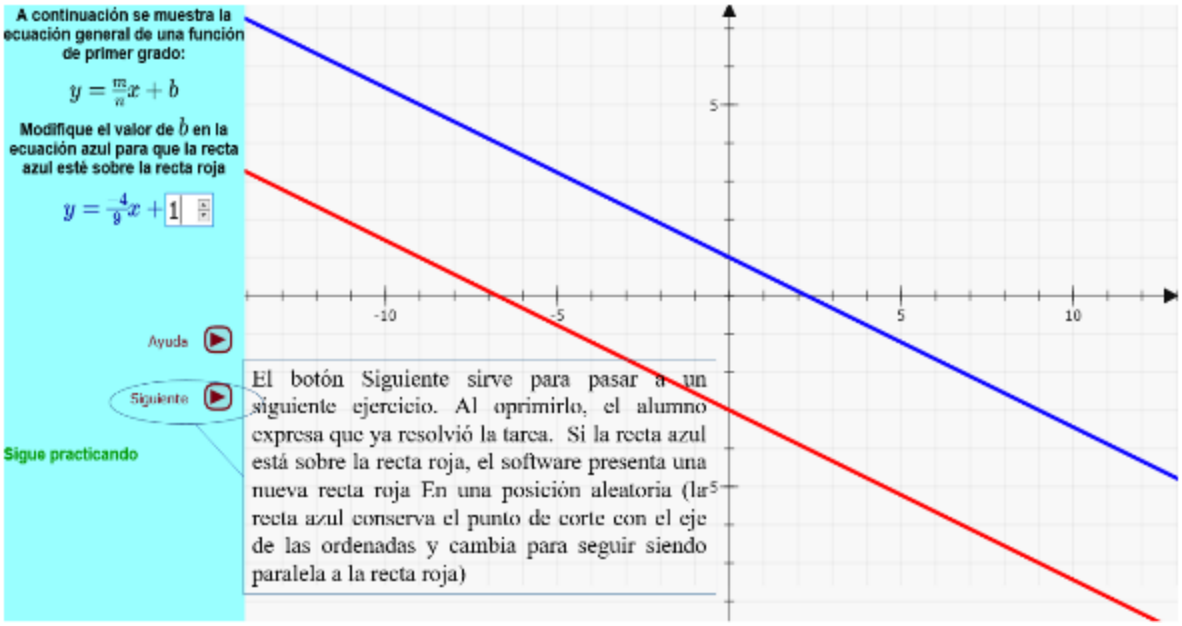


IMAGEN 3

Finalmente, Cuando se completen 5 tareas de manera correcta, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre el registro de partida y la representación de llegada de la función de primer grado (ver imagen 4).

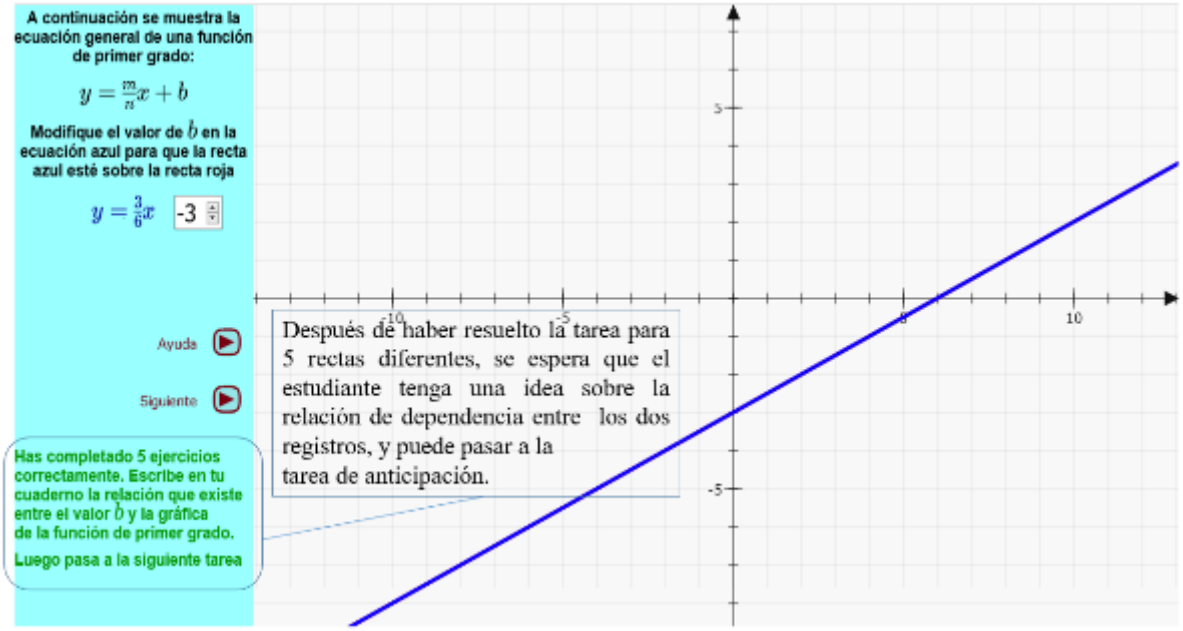


IMAGEN 4

Análisis a priori

El propósito de este análisis a priori es mostrar cómo las retroacciones programadas en el medio posibilitan un aprendizaje por adaptación de la relación entre el parámetro *b* de la ecuación y la posición de la recta.

En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *b* en la ecuación azul para lograr que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. Este enunciado tiene como fin desencadenar en el sujeto el primer elemento del aprendizaje por adaptación: la intención. Para describir los demás elementos del aprendizaje por adaptación se presenta un conjunto de imágenes con las posibles acciones del sujeto y los posibles escenarios que se pueden dar.

En el primer escenario el sujeto oprime la flecha hacia abajo de la casilla del parámetro *b* (acción). La recta azul se mueve hacia abajo (retroacción). La recta azul se aleja de la recta roja. (interpretación).

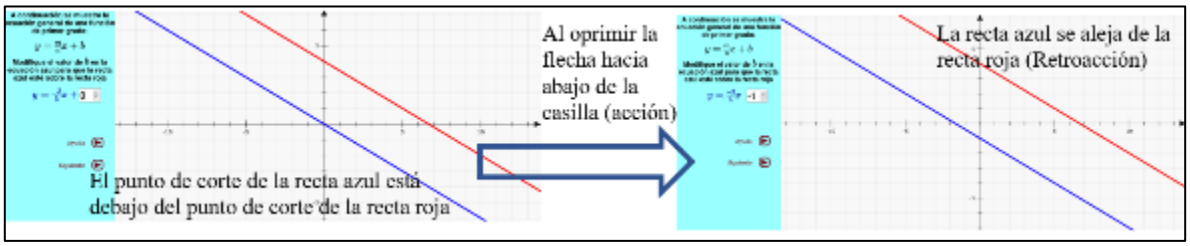


IMAGEN 5

Cuando la recta azul se aleja de la recta roja, el sujeto decide que su acción no le permite cumplir la superposición de las rectas (validación), por lo tanto, se producirá el abandono de la acción de pulsar la flecha hacia abajo

En el segundo escenario el sujeto oprime la flecha hacia arriba de la casilla del parámetro *b* (acción). En consecuencia, la recta azul se mueve hacia arriba (retroacción). Es decir, se acerca a la recta roja (interpretación)

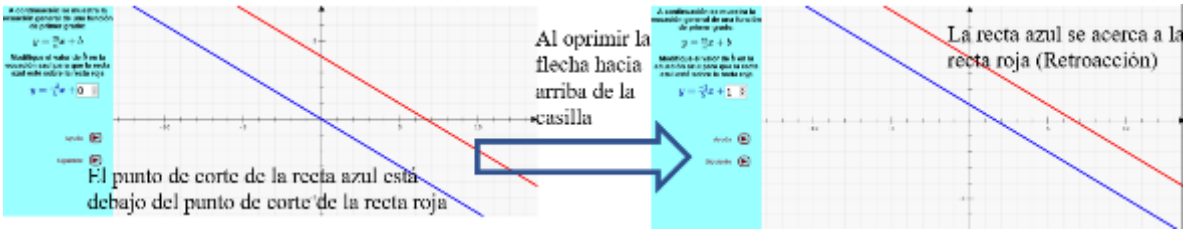


IMAGEN 6

El sujeto decide que al oprimir la flecha hacia arriba la recta azul se acerca a la recta roja lo cual le permite aproximarse a su objetivo (validación), por lo tanto, se observará en una reiterada pulsación sobre la flecha hacia arriba. El sujeto repetirá la acción de pulsar la flecha hacia arriba hasta que las

rectas estén superpuestas, luego el sujeto habrá cumplido su intención. Al concluir la tarea, DGPad Colombia le muestra un mensaje con la instrucción de escribir la ecuación y dibujar la recta (con el fin de guardar un registro del estado final de las dos representaciones, que pueda ser consultado por el estudiante). Finalmente, el sujeto oprime el botón siguiente para realizar un nuevo ejercicio (ver imagen 7).

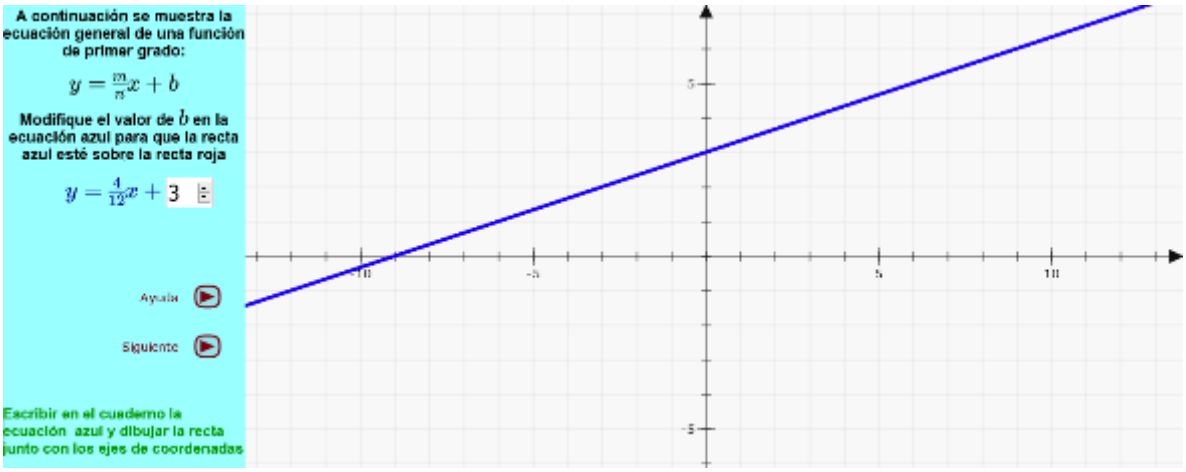


IMAGEN 7

Otra acción que puede realizar el sujeto aparte de oprimir las flechas de la casilla es oprimir el botón *Ayuda*. Esta acción muestra en la ventana de DGPad Colombia las coordenadas de los puntos de intersección con el eje de las ordenadas de cada una de las rectas (retroacción). Se espera que el sujeto identifique que el número que aparece en la casilla es igual a la ordenada del punto de corte de la recta azul con el eje de las ordenadas y utilice esta información para decidir qué número debe quedar en la casilla para resolver la tarea (ver imagen 8).

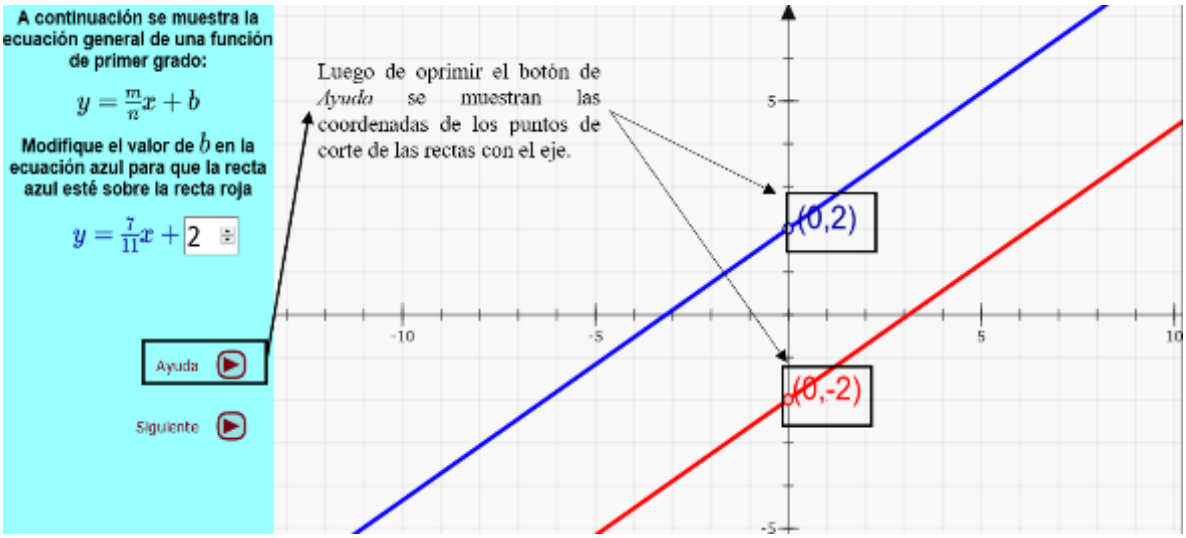


IMAGEN 8

Los distintos ejercicios de la tarea de exploración enfrentan al estudiante con rectas paralelas de diferentes pendientes y puntos de corte con el eje de las ordenadas. Se espera que de esta manera el estudiante desligue su atención de la inclinación de las rectas y la centre en el punto de corte.

Existe la posibilidad de que el estudiante solucione los ejercicios usando solamente características visuales; es decir, el sujeto centra su atención exclusivamente en las rectas sin tomar conciencia de la relación entre el valor numérico del parámetro *b* y el punto de corte de las rectas con el eje de las ordenadas: solo toma conciencia de que al oprimir las flechas la recta azul se mueve. Esta relación entre oprimir las flechas y producir un movimiento de la recta azul, podría desarrollar la idea de que el parámetro *b* corresponde a un movimiento de la recta azul; es decir, el número *b* representaría el movimiento que debe tener la recta azul para quedar sobre la recta roja. Las retroacciones del medio en la fase exploración no permiten invalidar esa concepción. Sin embargo, en la fase de anticipación esa concepción no permitirá solucionar las tareas.

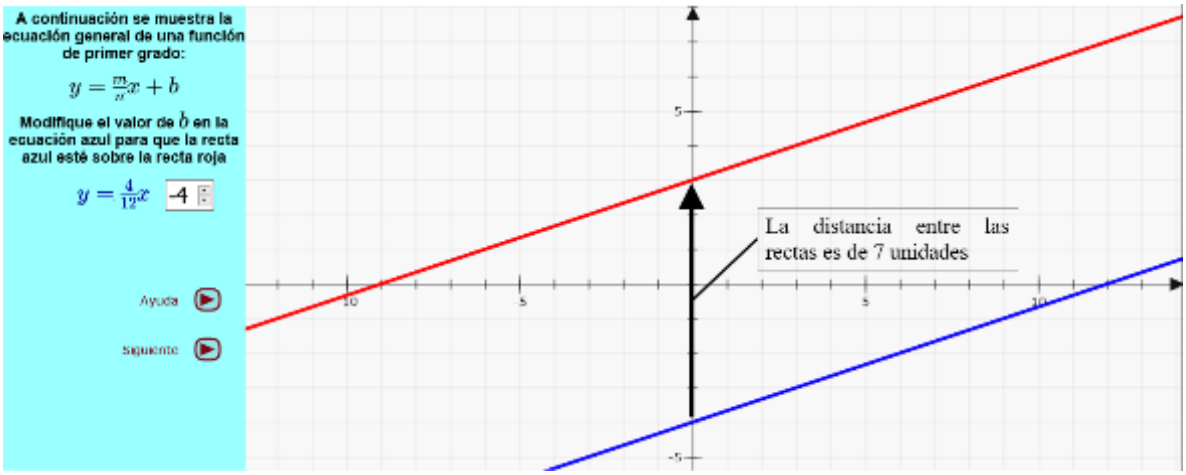


IMAGEN 9

Con el fin de evitar la construcción de un aprendizaje que no corresponde a la relación esperada, como por ejemplo el uso de estrategias perceptivas o el uso de la distancia entre las rectas, se propone la fase de anticipación. Es en las tareas de anticipación donde el sujeto pondrá a prueba la capacidad de predecir el movimiento de la recta azul solamente digitando el valor del parámetro *b*. Esta fase será un elemento que elimina las estrategias perceptivas o aquellas que no corresponden a la relación entre el parámetro *b* y el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas.

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro b – Fase de anticipación

Descripción del medio

A la izquierda de la ventana de inicio de la fase de anticipación se muestra el enunciado de la tarea, la ecuación con la casilla para modificar el parámetro *b*, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente* y un

mensaje que aparece cuando se ha cumplido la tarea. En la parte derecha de la ventana, en un plano cartesiano se encuentran las rectas azul y roja que no pueden ser manipuladas.

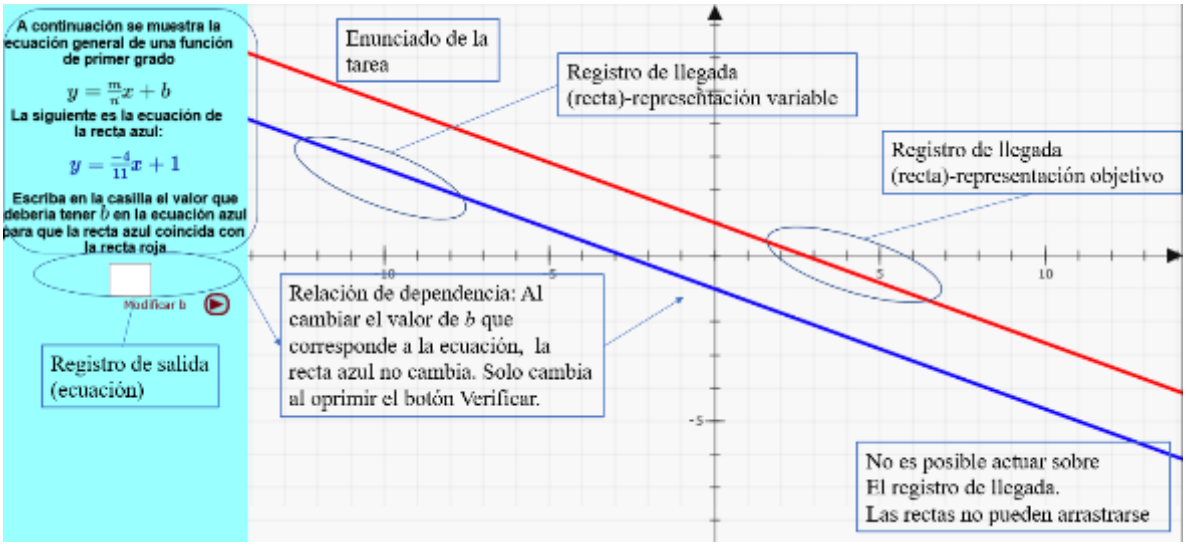


IMAGEN 10

Al escribir un número en la casilla, la recta azul no se mueve. al oprimir el botón *Modificar b* la recta azul se mueve a la posición donde la ordenada del punto de corte con el eje de las ordenadas coincide con el valor escrito y la casilla desaparece, impidiendo cambiar el valor del parámetro b. Si las rectas no se sobreponen aparece el botón *Intentar nuevamente*, dando la oportunidad de escribir un nuevo valor en la casilla (ver imagen 11). Si las rectas se sobreponen, significa que se ha cumplido la tarea y aparece el botón *Siguiente*, dando paso a un nuevo ejercicio (ver imagen 12).

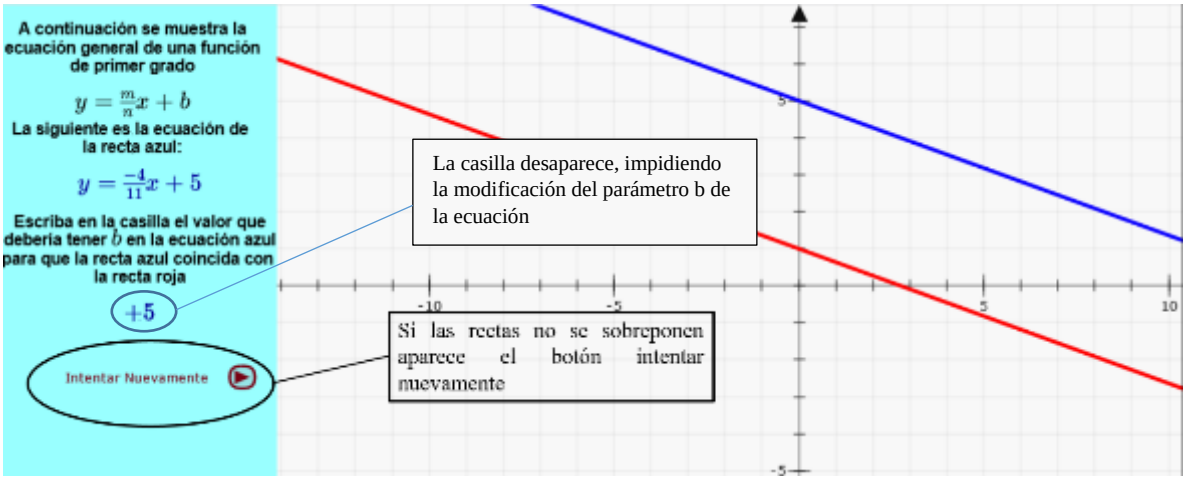


IMAGEN 11

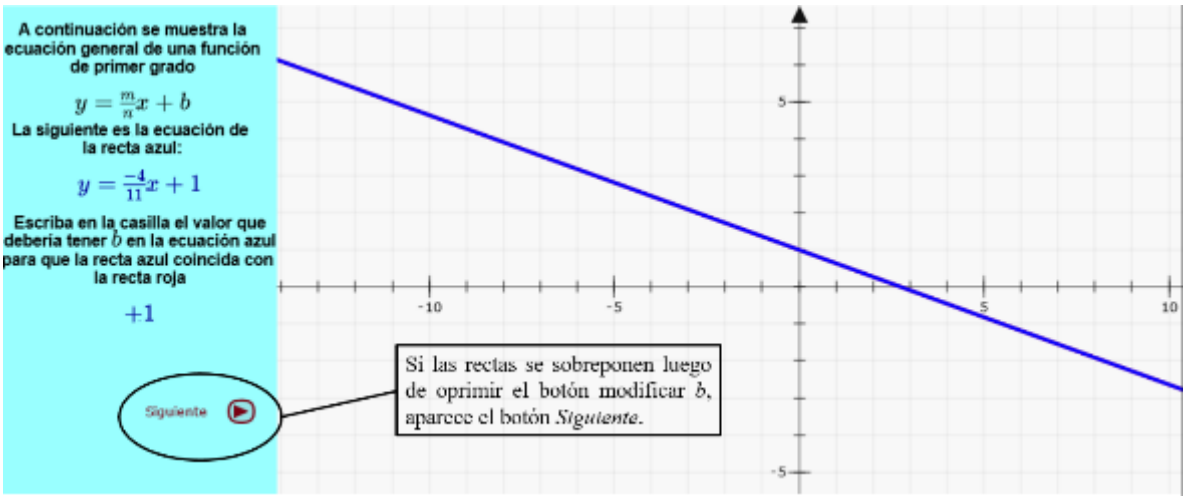


IMAGEN 12

Si se completan 10 ejercicios y el 80% es correcto aparece el mensaje: “Muy bien has encontrado la relación entre el valor de *b* y la gráfica de una ecuación de primer grado” (ver imagen 13).

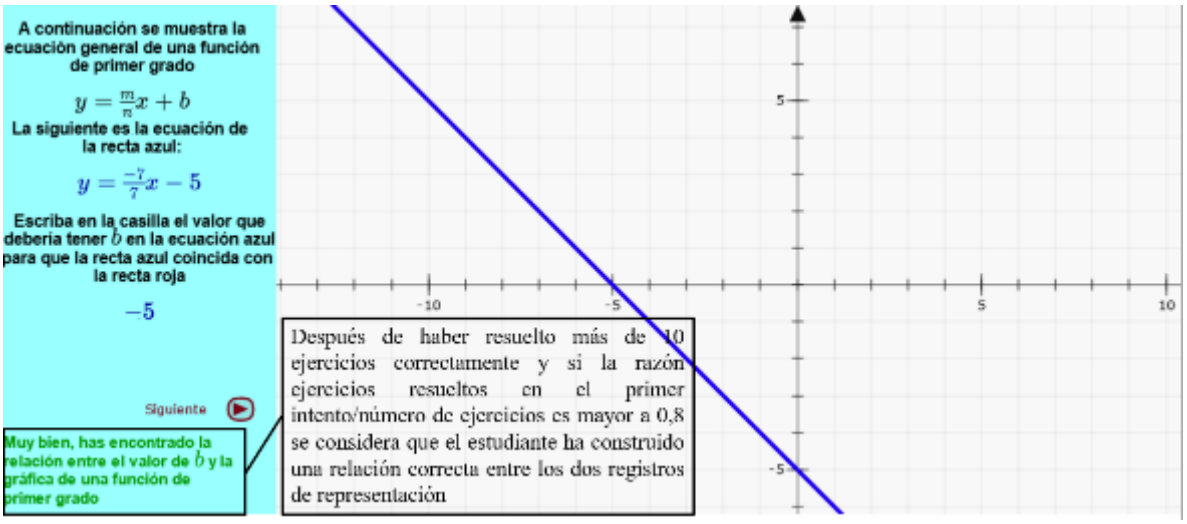


IMAGEN 13

Si se completan 10 ejercicios y el 80% es incorrecto aparece el mensaje: “Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de *b* y la gráfica de una función de primer grado. Debes regresar a la tarea de exploración.” (ver imagen 14).

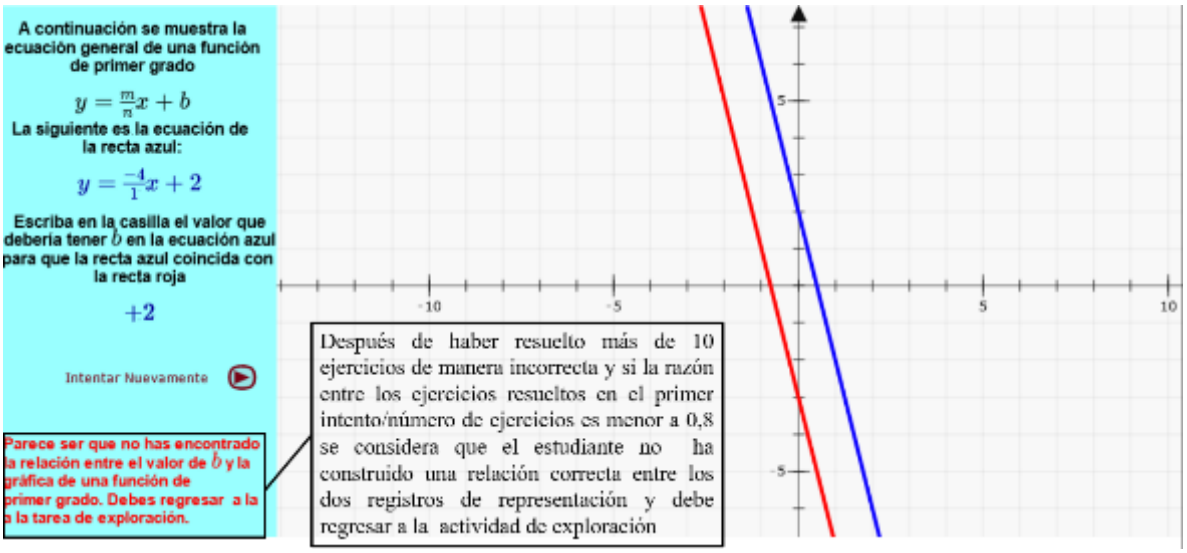


IMAGEN 14

Análisis a priori

El objetivo de la fase de anticipación es que el sujeto anticipe (en el sentido de la TSD, es decir, prediga) el valor que debe tener el parámetro *b* de la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. Se espera que utilice los conocimientos construidos en la interacción con el medio durante la fase de exploración para predecir ese valor. A continuación, se presenta cómo las retroacciones del medio en esta fase permiten invalidar las concepciones erróneas y validar las concepciones correctas sobre la relación entre el parámetro *b* de la ecuación y la gráfica de la recta.

El enunciado de la tarea pide al estudiante que prediga el valor que debería tener el parámetro *b* en la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. El medio no permite una sucesión continua de ensayos para resolver la tarea (como era el caso en la fase de exploración): el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver el problema. El estudiante tratará de adivinar el número que hará sobreponer las rectas, lo escribe en la casilla y luego oprime sobre el botón *Modificar b* (acción). La recta azul se mueve al punto de corte correspondiente con las ordenadas (retroacción). El sujeto se da cuenta que las rectas no están superpuestas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

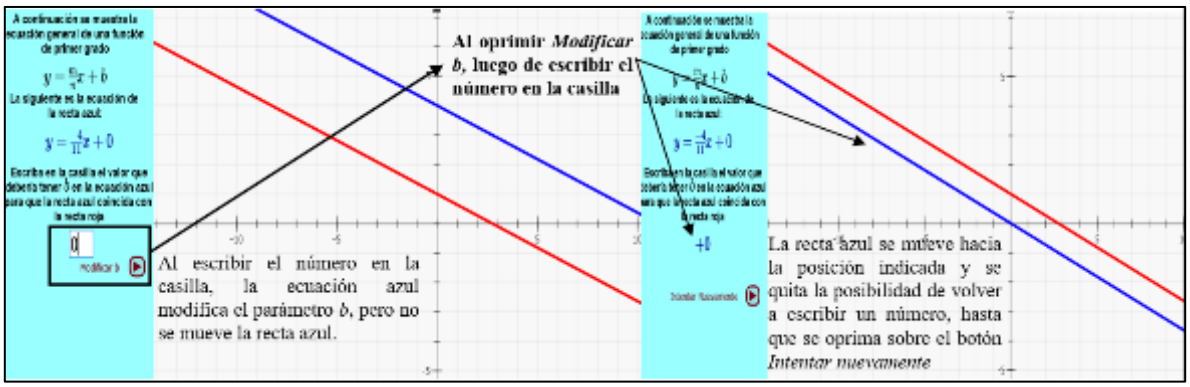


IMAGEN 15

El medio le permite al sujeto realizar varios intentos, sin embargo, un contador interno lleva la cuenta de los intentos fallidos. Cuando los intentos son mayores a 10 y el 80% son incorrectos, aparece un mensaje indicando que debe regresar a la tarea anterior (ver imagen 16).

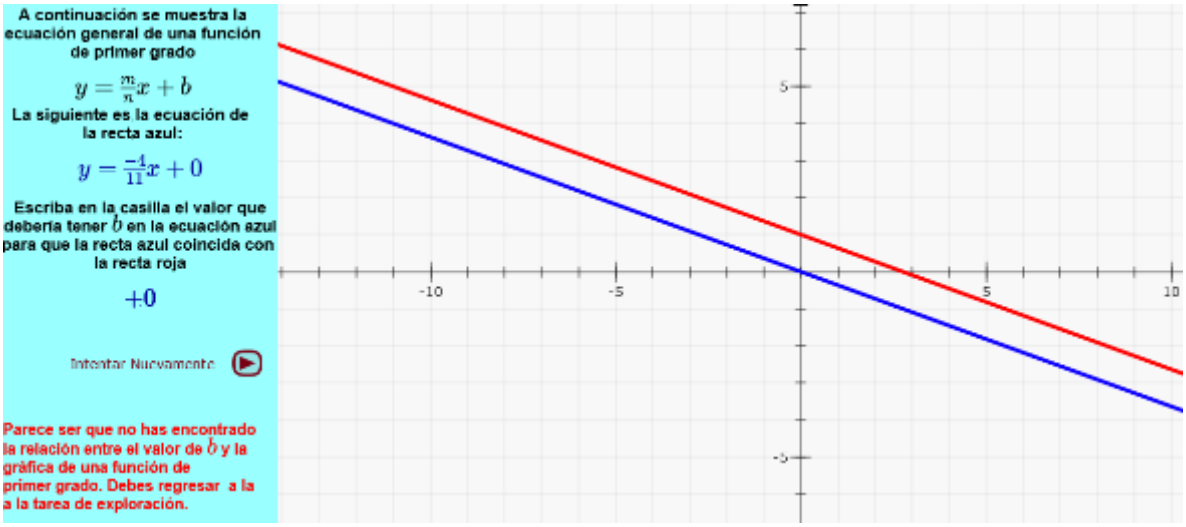


IMAGEN 16

Con el mensaje se le da a entender al sujeto que no ha construido la relación entre el parámetro *b* y la gráfica de una función de primer grado.

el sujeto puede modificar el número de la casilla cuantas veces lo considere necesario. Es posible en el largo plazo solucionar la tarea después de reiterados intentos, pero el medio no le permitirá continuar cuando sobrepase el 80% de errores.

Un segundo escenario en la fase de anticipación es la construcción de una concepción errónea del parámetro *b*. Por ejemplo, la concepción de que el parámetro *b* representa el movimiento que debe hacer la recta azul para quedar superpuesta sobre la recta roja. (ver imagen 17)

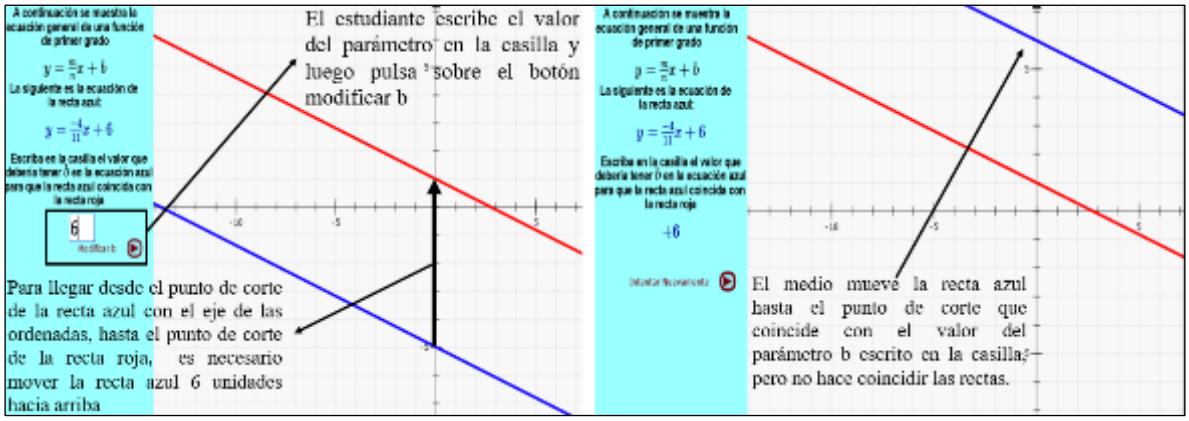


IMAGEN 17

Al escribir un valor del parámetro *b* que no corresponde y luego oprimir el botón *modificar b* (acción), el medio le muestra la posición de la recta que no hace coincidir las rectas (retroacción). Por tanto, el sujeto después de varios intentos fallidos será consciente de que su estrategia no era la apropiada para solucionar la tarea (validación). Después de varios intentos se muestra un mensaje que indica regresar a la tarea de exploración (de la misma manera que en el primer escenario).

El tercer escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro del parámetro *b* y el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas. El sujeto lee en la representación gráfica la ordenada del punto de corte de la recta roja con el eje de las ordenadas, escribe ese número en la casilla y pulsa sobre el botón *modificar b* con el fin de confirmar su elección (acción). El medio mueve la recta azul hacia la posición donde las rectas coinciden (ver imagen 18) el sujeto interpreta que ha cumplido con su tarea y finalmente oprime sobre el botón siguiente para solucionar un nuevo ejercicio y validar su estrategia de solución.

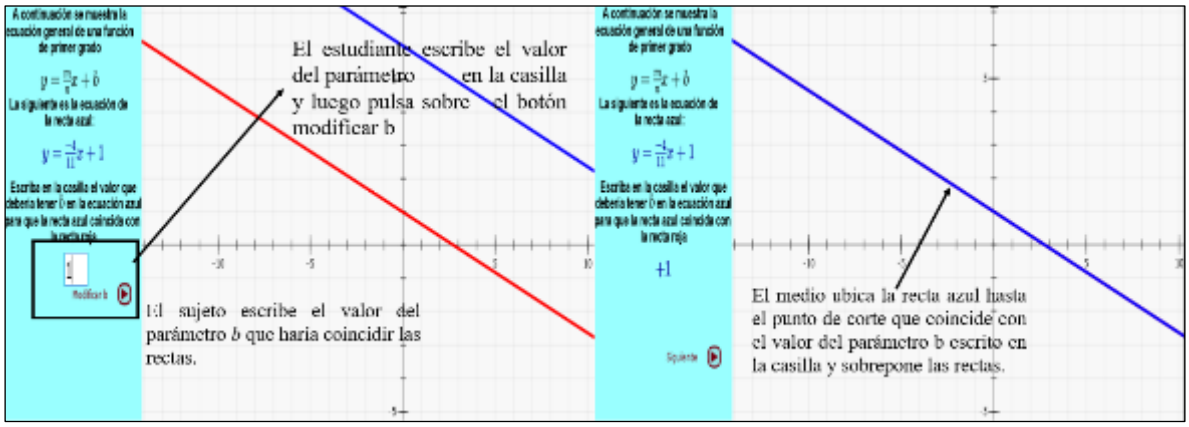


IMAGEN 18

El medio le permite realizar varios intentos para validar su estrategia. Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces aparece un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *b* y la gráfica de una función de primer grado (ver imagen 19).

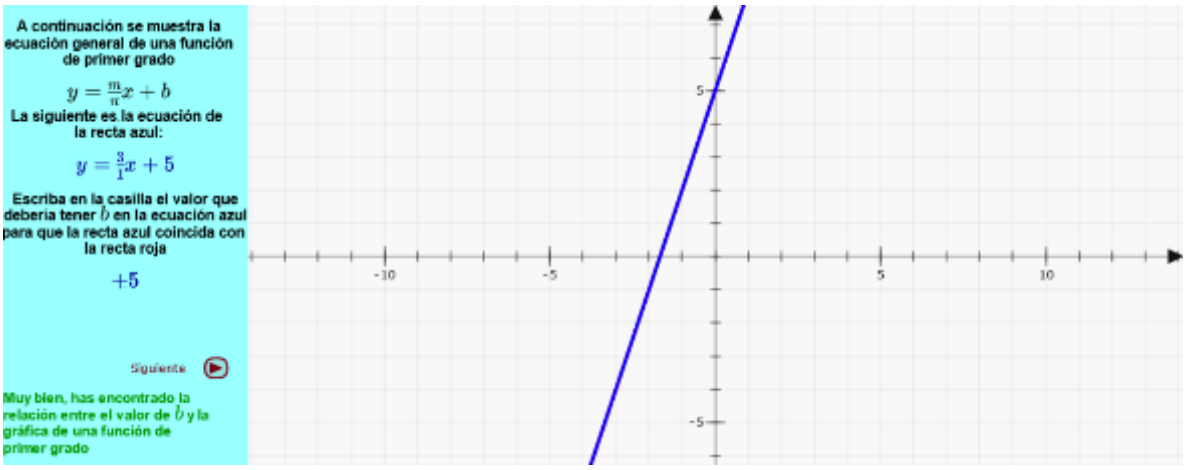

A continuación se muestra la ecuación general de una función de primer grado
$y = \frac{m}{n}x + b$
La siguiente es la ecuación de la recta azul:
$y = \frac{3}{1}x + 5$
Escriba en la casilla el valor que deberia tener b en la ecuación azul para que la recta azul coincida con la recta roja
+5
Siguiente
Muy bien, has encontrado la relación entre el valor de b y la gráfica de una función de primer grado
-10
-5
5
10
5
-5

IMAGEN 19

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro n – Fase de exploración

Descripción del medio

En la parte izquierda de la ventana hay un marco rectangular que contiene el enunciado de la tarea, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente* y un mensaje que aparece cuando el sujeto resuelve la tarea. En la parte derecha de la ventana de DGPad-Colombia se ve el plano cartesiano, una recta azul y una recta roja, las cuales no se pueden manipular (ver imagen 20).

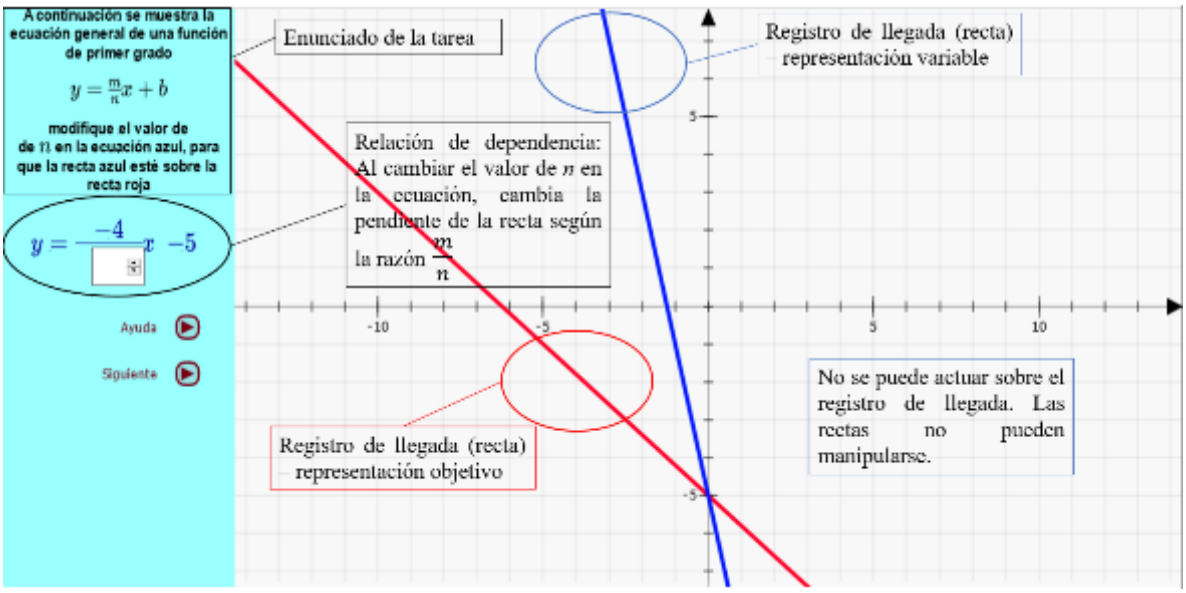


IMAGEN 20

En el marco de la izquierda en la ecuación azul (registro de partida), el parámetro *n* puede ser modificado a través de una lista desplegable. Cada vez que el sujeto pulsa sobre la flecha de arriba en la casilla, el valor numérico del parámetro *n* aumenta una unidad, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Cuando cambia el valor del parámetro *n*, la recta azul (registro de llegada-representación variable) cambia de manera que su pendiente corresponda al valor $\frac{m}{n}$.

La recta azul está definida por dos puntos (que están ocultos): el primero de ellos es el punto de corte con el eje de las ordenadas $(0, b)$, el segundo tiene coordenadas $(n, b + m)$. La recta roja está definida por dos puntos que están ocultos: el primero es el punto de corte con el eje de las ordenadas, el segundo es un punto aleatorio en el plano (diferente de $(n, b + m)$).

Al oprimir el botón *Ayuda* aparecen en la pantalla dos flechas azules entre los puntos que definen la recta azul y dos flechas rojas entre los puntos que definen la recta roja. Estas flechas representan las diferencias de las abscisas y las ordenadas de dichos puntos.

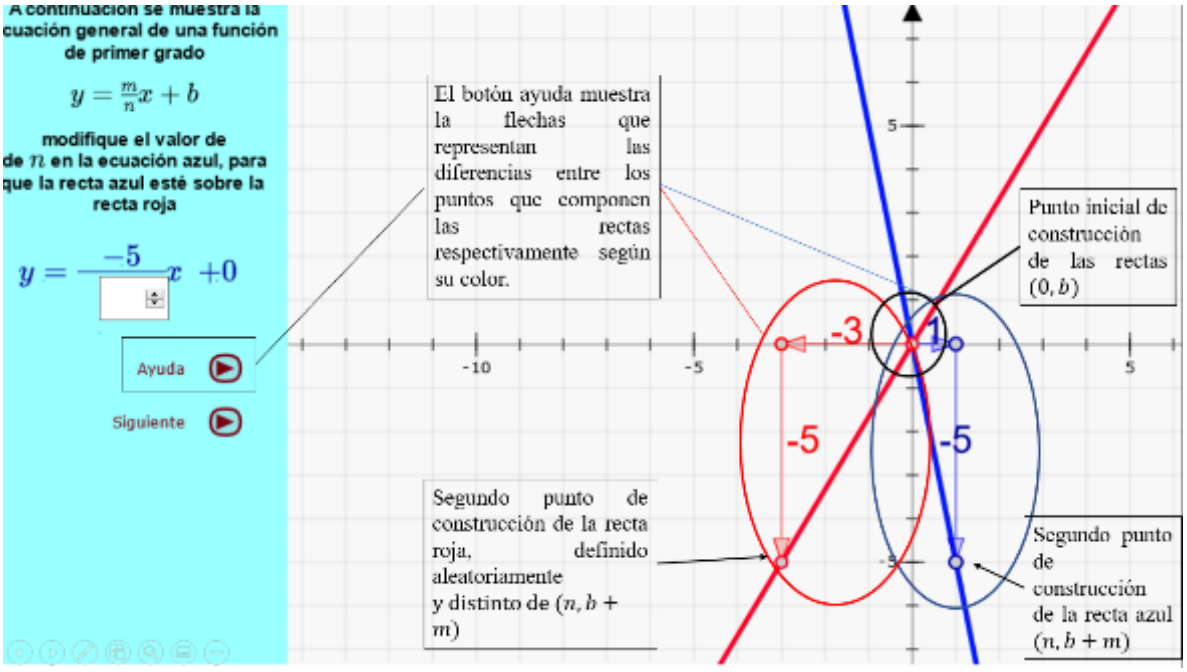


IMAGEN 21

Al oprimir el botón *Siguiente* se cambian las posiciones de las rectas y los valores de los parámetros *m* y *b* en la ecuación azul. Si el estudiante realiza la tarea correctamente aparece un mensaje solicitando: "Escribir en el cuaderno la ecuación azul y dibujar la recta junto con las flechas que se observan al oprimir el botón ayuda". Al completar 5 tareas de manera correcta, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre la representación algebraica y la representación gráfica de la función de primer grado

Análisis a priori

En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *n* en la ecuación azul para lograr que la recta azul quede superpuesta a la recta roja (intención).

En el primer escenario la pendiente de la recta roja es mayor que la pendiente de la recta azul. Para resolver la tarea es necesario cambiar el valor del parámetro *n* para reducir el valor de la pendiente.

Acción 1: El sujeto oprime la flecha hacia arriba de la casilla aumentando el valor del parámetro *n*. La pendiente de la recta azul cambia (retroacción). La recta azul se aleja de la recta roja (interpretación).

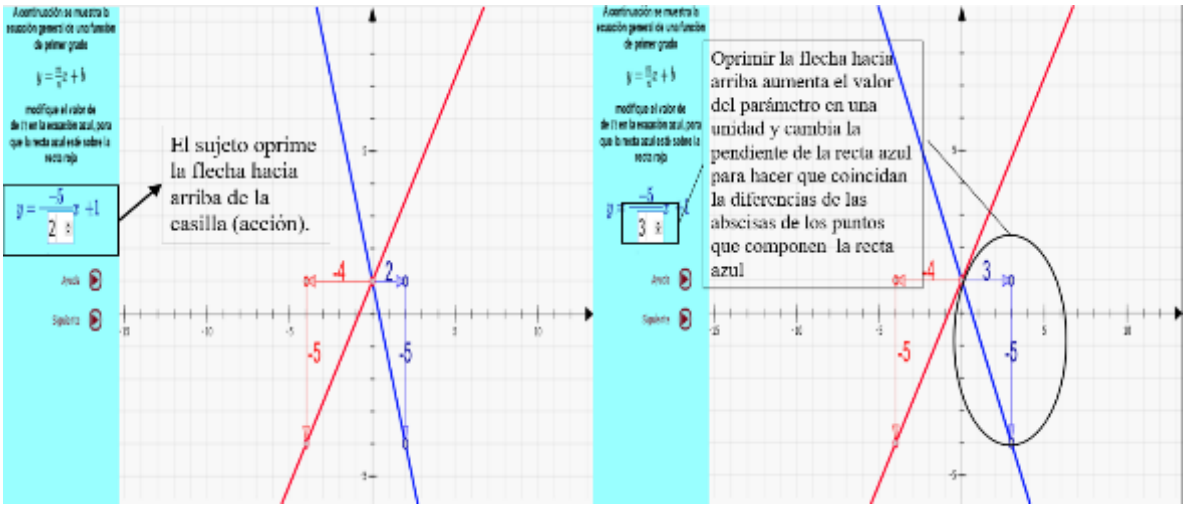


IMAGEN 22

Se espera que el sujeto abandone la acción de pulsar la flecha hacia arriba y realice la acción 2.

Acción 2: El sujeto oprime la flecha hacia abajo de la casilla reduciendo el valor del parámetro *n*. Cambia la pendiente de la recta azul (retroacción). La recta azul se acerca a la recta roja (interpretación). El sujeto valida su acción y la refuerza; es decir, la repite hasta que la recta azul quede superpuesta sobre la recta roja (ver imagen 23).

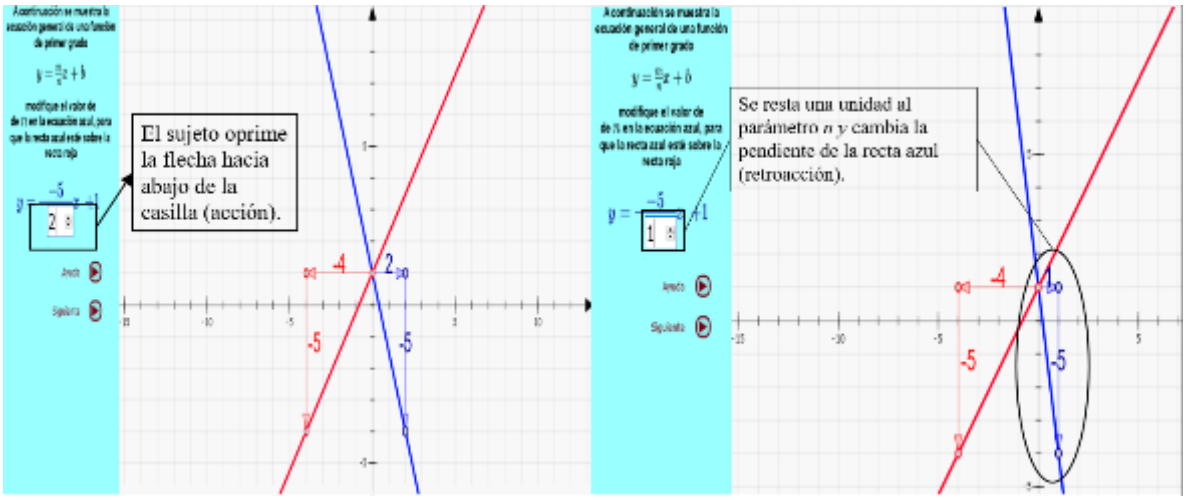


IMAGEN 23

En el segundo escenario la pendiente de la recta roja es menor que la pendiente de la recta azul. Las acciones, retroacciones, interpretaciones y validaciones serán análogas a las del primer escenario.

Otra acción que puede realizar el sujeto aparte de oprimir las flechas de la casilla es oprimir el botón *Ayuda*. Esta acción muestra en la ventana de DGPad-Colombia las flechas que representan las diferencias entre las ordenadas y las abscisas de los puntos que corresponden a la construcción de cada recta respectivamente (retroacción). Se espera que el sujeto compare el número de la casilla con

la flecha que representa la diferencia en las abscisas y utilice esta información para decidir qué número debe quedar en la casilla para resolver la tarea (ver imagen 24).

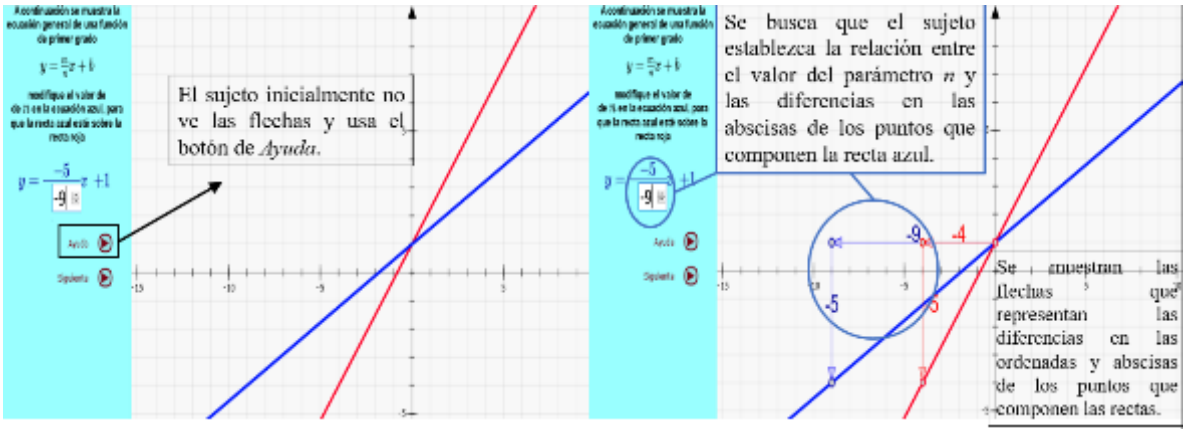


IMAGEN 24

Los distintos ejercicios de la tarea de exploración enfrentan al estudiante con rectas secantes de diferentes pendientes y puntos de corte con el eje de las ordenadas. Se espera que de esta manera el estudiante preste especial atención a la inclinación de las rectas y la relación entre el valor del parámetro *n* y las diferencias entre las abscisas de los puntos que componen las rectas.

Existe la posibilidad de que el estudiante solucione los ejercicios usando solamente características visuales; es decir, el sujeto centra su atención exclusivamente en las rectas sin tomar conciencia de la relación entre el valor numérico del parámetro *n* y la pendiente de la recta en cuanto las diferencias entre abscisas y ordenadas de los puntos que componen las rectas (en especial porque no hay congruencia de los elementos de las dos representaciones; la ayuda que se ofrece busca proponer una posible congruencia, pero si el sujeto no solicita la ayuda es muy probable que no pueda establecer una correspondencia entre las dos representaciones). Solo toma conciencia de que al oprimir las flechas la recta azul se mueve.

Al oprimir el botón *Ayuda* en la tarea de exploración se muestran las diferencias de abscisas y ordenadas de los puntos que componen la recta azul y la recta roja respectivamente. Es posible que el sujeto construya una idea en la cual el valor del parámetro *n* corresponda a la distancia que hay entre el punto $(n, b+m)$ que pertenece a la recta azul y el punto aleatorio $(x, b+m)$ que pertenece a la recta roja (ver imagen 25).

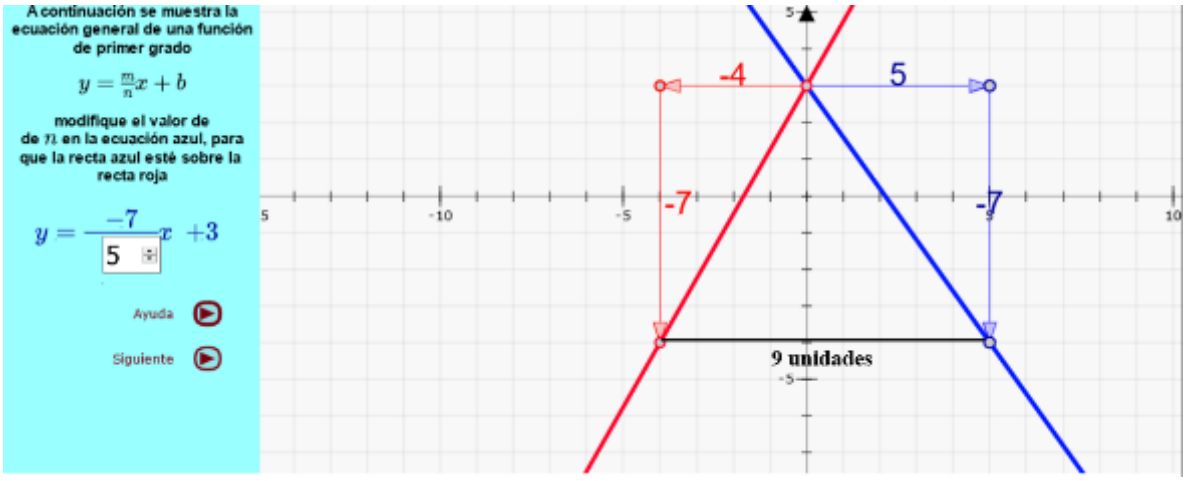


IMAGEN 25

Con el fin de evitar la construcción de un aprendizaje que no corresponde a la relación esperada, como por ejemplo el uso de estrategias perceptivas, se propone en las tareas de anticipación que el sujeto ponga a prueba la capacidad de predecir el movimiento de la recta azul solamente digitando el valor del parámetro *n*. Esta fase será un elemento que invalida las estrategias perceptivas o aquellas que no corresponden a la relación entre el parámetro *n* y la pendiente de la recta.

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro n – Fase de Anticipación

Descripción del medio

El enunciado de la tarea de anticipación es: "A continuación se muestra la ecuación general de una función de primer grado: $y = \frac{m}{n}x + b$ la siguiente es la ecuación de la recta azul $y = \frac{5}{4}x - 2$. Escriba en la casilla el valor que debe tener *n* en la ecuación azul para que la recta azul coincida con la recta roja". Aunque el objetivo sigue siendo el mismo, las posibilidades de acción son distintas. El enunciado le propone al sujeto sobreponer las rectas asignando un valor al parámetro *n*. Al escribir el número en la casilla la recta azul no se mueve de manera inmediata, se debe oprimir sobre el botón

modificar n para que cambie la pendiente de la recta azul en la gráfica y en la ecuación (ver imagen 26).

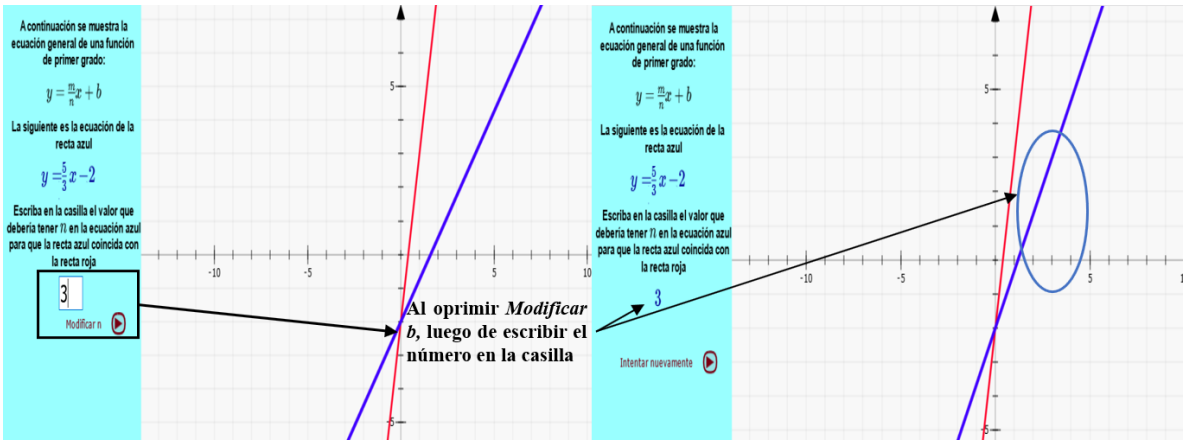


IMAGEN 26

Cuando el sujeto escribe un valor en la casilla y oprime el botón *modificar n*, la casilla desaparece (impidiendo la modificación inmediata de ese valor). Cambia el valor de *n* en la ecuación y la pendiente de la recta azul. Si la recta azul no coincide con la recta roja aparece el botón *Intentar nuevamente*, que permite recomenzar el ejercicio. Si la recta azul coincide con la recta roja aparece el botón *Siguiente*, que permite pasar a un nuevo ejercicio.

Cuando se han realizado 10 ejercicios y el 80% son incorrectos, aparece el siguiente mensaje en la ventana: “Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de n y la gráfica de una función de primer grado. Intenta nuevamente la tarea anterior.”

Si se han realizado 10 ejercicios y el 80% son correctos, se muestra en la pantalla el mensaje: “has encontrado la relación entre el valor de *n* y la gráfica de una función de primer grado. Puedes avanzar a la siguiente tarea”.

Análisis a priori

En la fase de anticipación el sujeto debe anticipar el valor que debe tener el parámetro *n* de la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. Se espera que utilice los conocimientos construidos en la interacción con el medio durante la fase de exploración para predecir ese valor. A continuación, se presenta cómo las retroacciones del medio en esta fase permiten invalidar las concepciones erróneas y validar las concepciones correctas sobre la relación entre el parámetro *n* de la ecuación y la gráfica de la recta.

El enunciado de la tarea pide al estudiante que prediga el valor que debería tener el parámetro *n* en la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. El medio no permite una sucesión continua de ensayos para resolver la tarea: el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver el problema. El estudiante escribe un número en la casilla al azar y luego oprime sobre el botón *Modificar n* (acción). La pendiente de la recta azul cambia según la razón correspondiente a la ecuación (retroacción) (ver imagen 27). El sujeto se da cuenta que las rectas no están superpuestas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

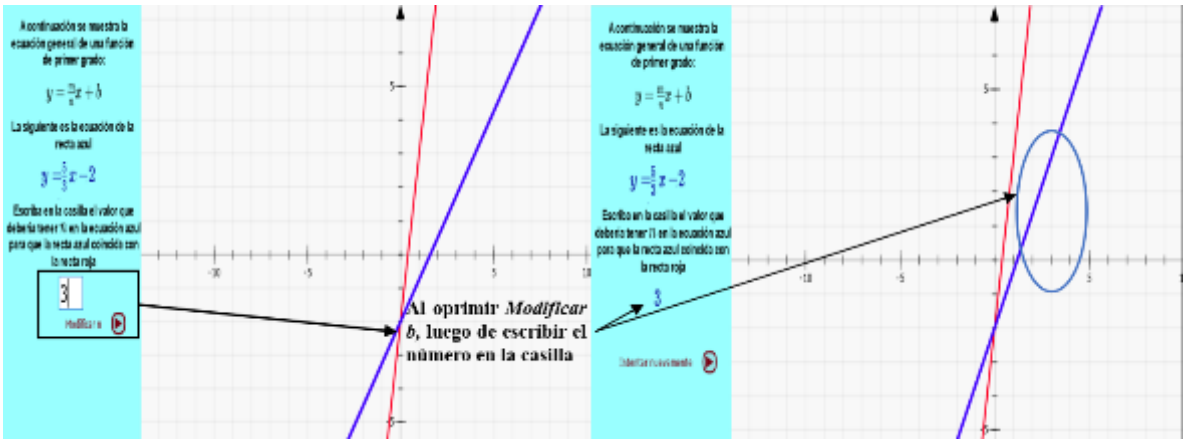


IMAGEN 27

La tarea de anticipación permite realizar varios intentos; sin embargo, un contador interno lleva la cuenta de los intentos fallidos. Cuando los intentos son mayores a 10 y el 80% son incorrectos, aparece un mensaje indicando que debe regresar a la tarea anterior. Es posible en el largo plazo solucionar la tarea de anticipación después de reiterados intentos, pero el medio no le permitirá continuar cuando sobrepase el 80% de errores.

El segundo escenario es la construcción de una concepción errónea del parámetro *n* como la distancia entre los puntos $(n, b+m)$ que pertenece a la recta azul y el punto aleatorio $(x, b+m)$ que permite el trazo de la recta roja (ver imagen 28). El sujeto escribe en la casilla un valor que no corresponde al parámetro *n* y oprime el botón *Modificar n* (acción). En la representación gráfica cambia la pendiente

de la recta azul que coincide con $\frac{m}{n}$, las rectas no se sobreponen y aparece en la pantalla el botón *Intentar nuevamente* (retroacción).

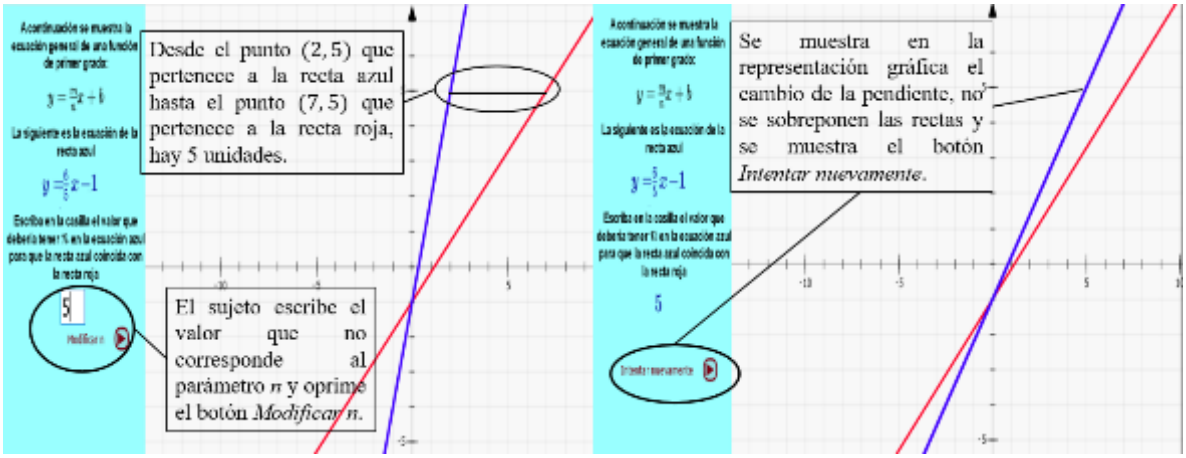


IMAGEN 28

Después de varios intentos fallidos el sujeto será consciente de que su estrategia no era la apropiada para solucionar la tarea (validación negativa). Dado que no se construyó una concepción correcta sobre el parámetro *n* y su relación con la representación gráfica de la función de primer grado, se mostrará en la ventana un mensaje que le indica regresar a la tarea de exploración. De esa manera el medio le permite al sujeto invalidar por cuenta propia una concepción incorrecta.

El tercer escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro *n* y la diferencia entre las abscisas de los puntos $(n, m+b)$ y el punto $(x, b+m)$. El sujeto escribe en la casilla el número que permite sobreponer las rectas y pulsa sobre el botón *modificar n* con el fin de confirmar su elección (acción). En la ventana cambia la pendiente la recta azul y se muestra el botón siguiente (retroacción) (Ver imagen 29). El sujeto interpreta que ha cumplido con su tarea y finalmente oprime sobre el botón siguiente para solucionar un nuevo ejercicio y validar su estrategia de solución (validación positiva).

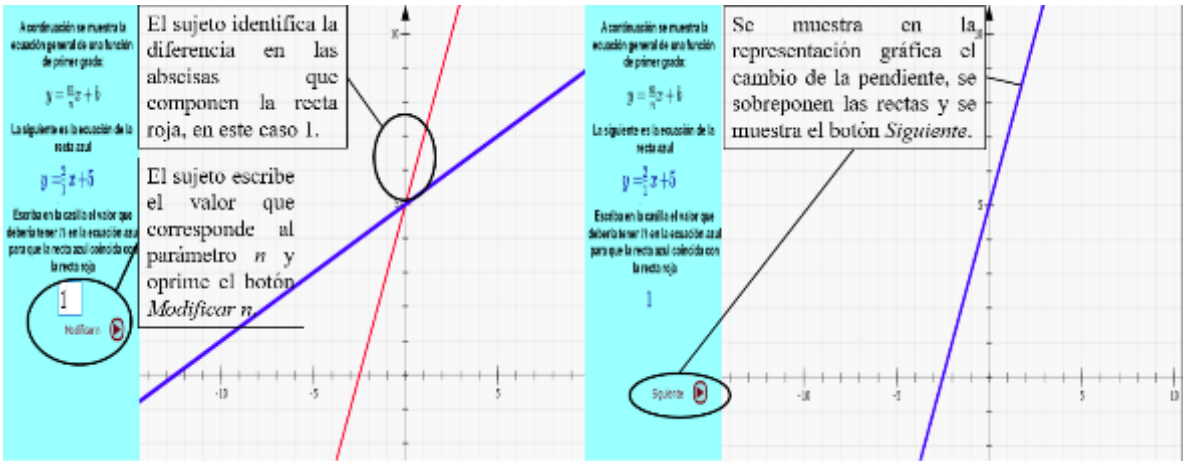


IMAGEN 29

Al sujeto se le permite realizar varios intentos para validar su estrategia. Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces se muestra un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *n* y la gráfica de una función de primer grado.

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro m – Fase de exploración

Descripción del medio

En la izquierda de la ventana se encuentra el enunciado de la tarea, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente* y un mensaje que aparece cuando se resuelve la tarea. En la parte derecha se ve el plano cartesiano, una recta azul y una recta roja, las cuales no se pueden manipular (ver imagen 30).

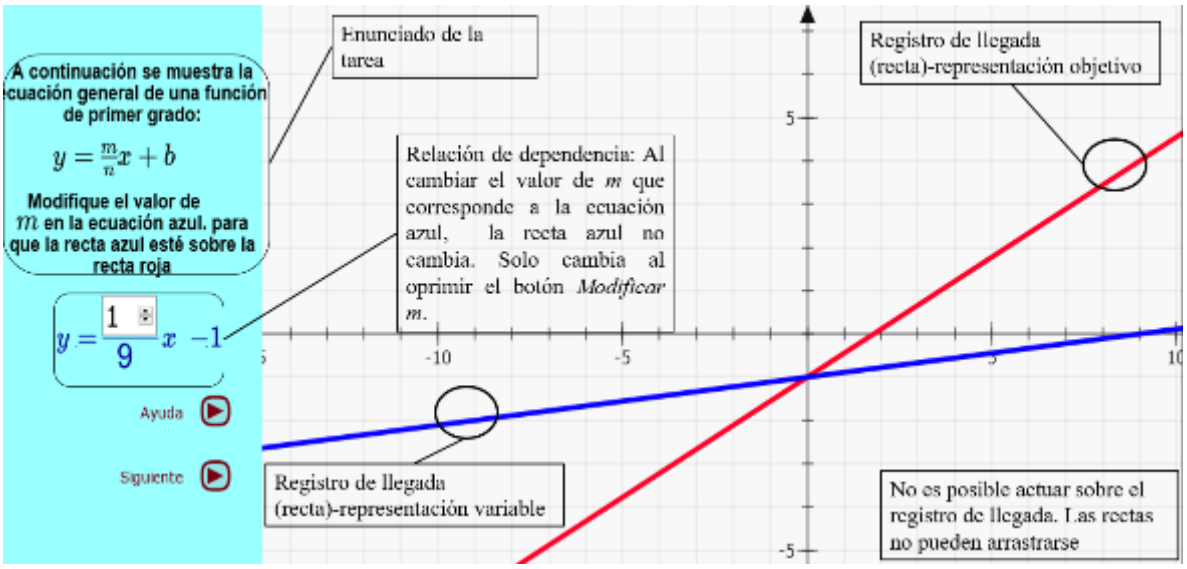


IMAGEN 30

En el registro de partida (ecuación azul), el parámetro *m* puede ser modificado a través de una lista desplegable. Cada vez que se pulsa sobre la flecha de arriba en la casilla, el valor numérico del

parámetro *m* aumenta una unidad, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Cuando cambia el valor del parámetro *m*, la recta azul (registro de llegada-representación variable) cambia de manera que su pendiente corresponda al valor $\frac{m}{n}$.

La recta azul está definida por dos puntos (que están ocultos): el primero de ellos es el punto de corte de las rectas con el eje de las ordenadas (0, *b*), el segundo tiene coordenadas $(n, b + m)$. La recta roja está definida por dos puntos que están ocultos: el primero es el punto de corte con el eje de las ordenadas y punto de intersección con la recta azul, el segundo es un punto aleatorio en el plano (diferente de $(n,\ b + m)$, pero su abscisa es la misma).

Al oprimir el botón *Ayuda* aparecen en la pantalla dos flechas azules entre los puntos que definen la recta azul y dos flechas rojas entre los puntos que definen la recta roja (ver imagen 31). Estas flechas representan las diferencias de las abscisas y las ordenadas de dichos puntos.

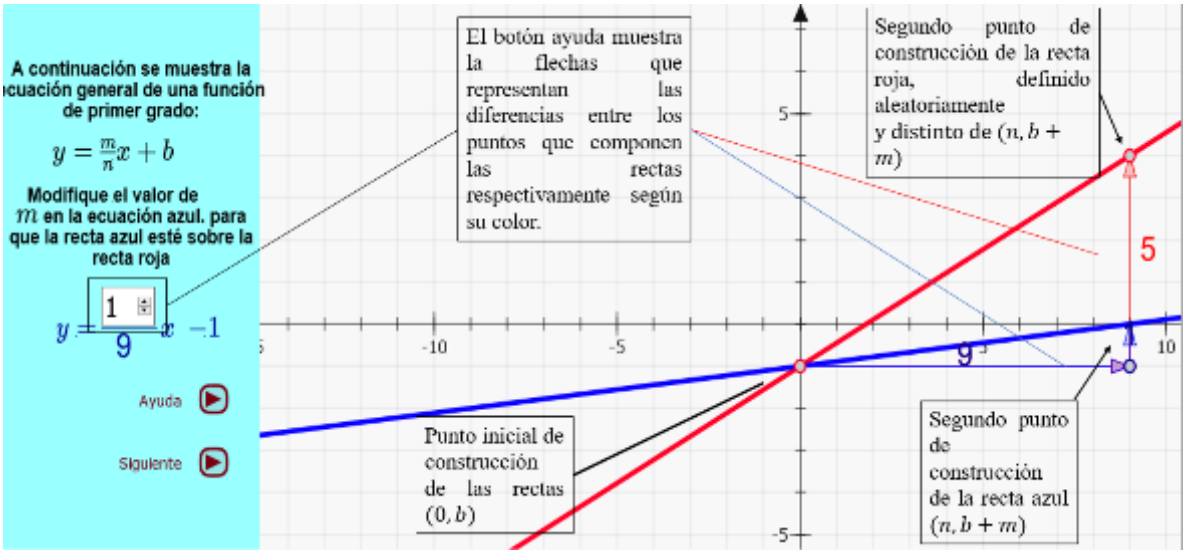


IMAGEN 31

Al oprimir el botón *Siguiente* se cambian las posiciones de las rectas y los valores de los parámetros *n* y *b* en la ecuación azul. Realizar la tarea correctamente muestra un mensaje solicitando: "Escribir en el cuaderno la ecuación azul y dibujar la recta junto con las flechas que se observan al oprimir el botón ayuda". Con este mensaje se espera que el estudiante conozca cuándo realizó el ejercicio de manera correcta. Al completar 5 tareas de manera correcta, aparece en la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre la representación algebraica y la representación gráfica de la función de primer grado.

Análisis a priori

En esta sección se pretende analizar cómo las retroacciones programadas en el medio posibilitan un aprendizaje por adaptación de la relación entre el parámetro *m* de la ecuación y la inclinación de la recta. En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *m* en la ecuación azul para lograr que la recta azul quede superpuesta a la recta roja (intención).

En el primer escenario la pendiente de la recta roja es mayor que la pendiente de la recta azul. Para resolver la tarea es necesario cambiar el valor del parámetro *m* para aumentar el valor de la pendiente.

Acción 1: El sujeto oprime la flecha hacia abajo de la casilla reduciendo el valor del parámetro *m*. En la representación gráfica, la pendiente de la recta azul cambia (retroacción). La recta azul se aleja de la recta roja (interpretación). Validación negativa.

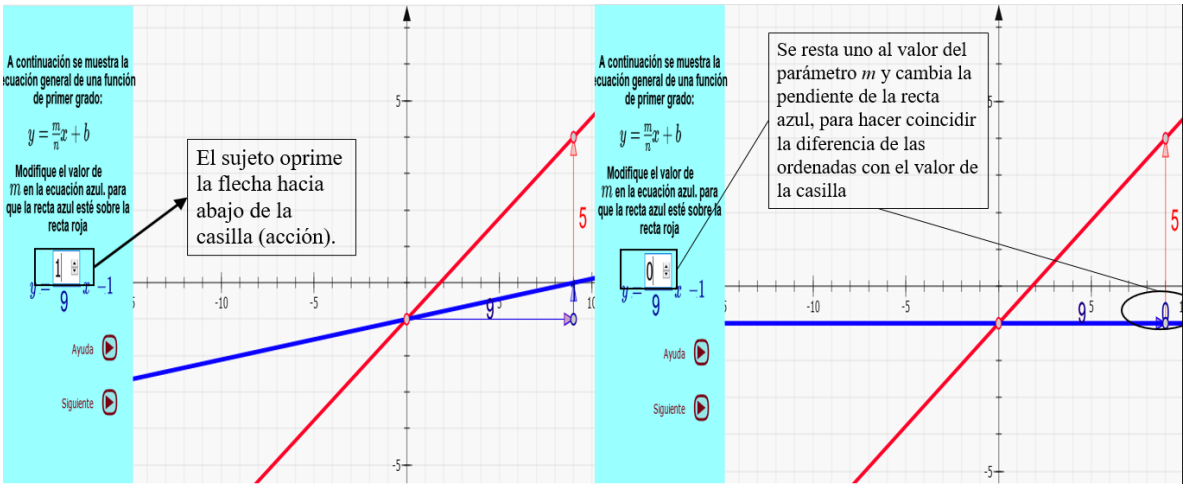


IMAGEN 32

Se espera que el sujeto abandone la acción de pulsar la flecha hacia abajo y realice la acción 2.

Acción 2: El sujeto oprime la flecha hacia arriba de la casilla aumentando el valor del parámetro *m*. Cambia la pendiente de la recta azul (retroacción). La recta azul se acerca a la recta roja (interpretación). El sujeto reitera su acción y será una validación positiva (ver imagen 33).

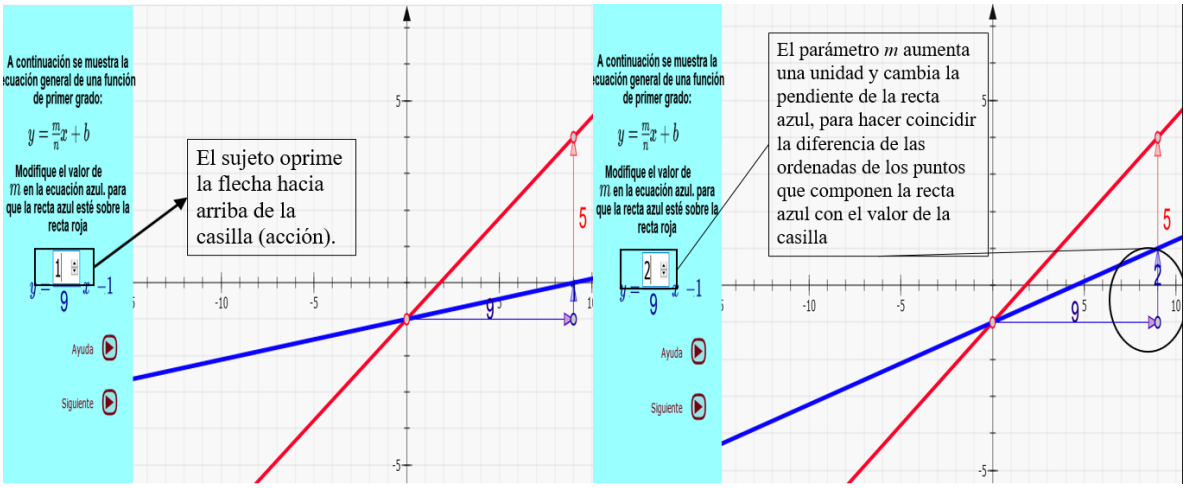


IMAGEN 33

Al concluir la tarea, DGPad Colombia le muestra el mensaje: "Escribir en el cuaderno la ecuación azul y dibujar la recta junto con las flechas que se observan al oprimir el botón ayuda". El sujeto oprime el botón *Siguiente* para realizar un nuevo ejercicio.

En el segundo escenario la pendiente de la recta roja es menor que la pendiente de la recta azul. Las acciones, retroacciones, interpretaciones y validaciones serán análogas a las del primer escenario.

La tercera acción que puede realizar el sujeto aparte de oprimir las flechas de la casilla es oprimir el botón *Ayuda*. Esta acción muestra en la ventana de DGPad Colombia las flechas que representan las diferencias entre las ordenadas y las abscisas de los puntos que corresponden a la construcción de cada recta respectivamente(retroacción). Se espera que el sujeto compare el número de la casilla con las diferencias entre los puntos que componen la recta y utilice esta información para decidir qué número debe quedar en la casilla para resolver la tarea (ver imagen 34).

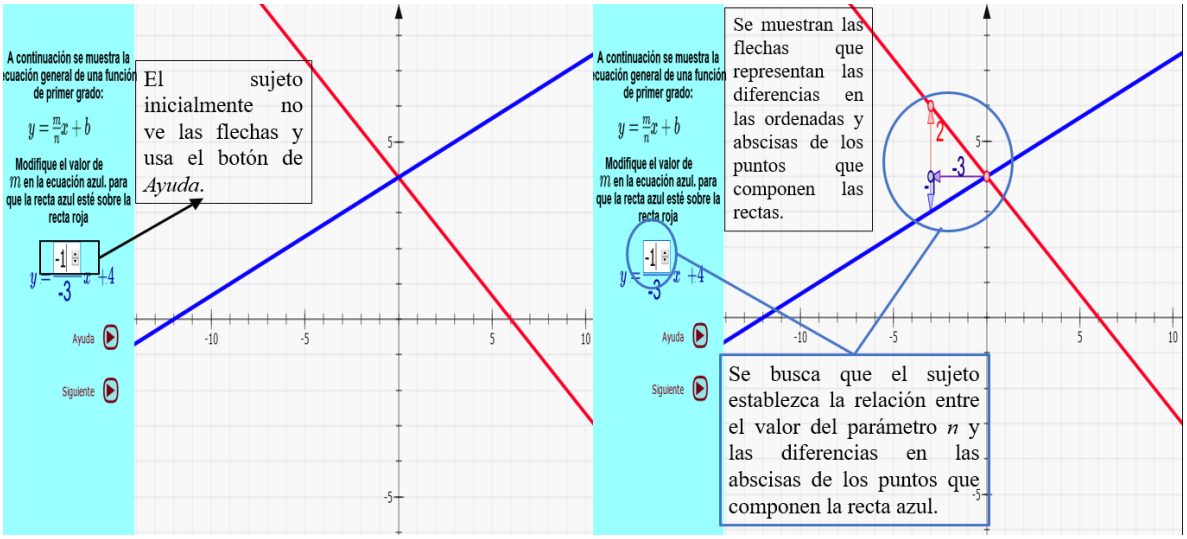


IMAGEN 34

Los distintos ejercicios de la tarea de exploración enfrentan al estudiante con rectas secantes de diferentes pendientes y puntos de corte con el eje de las ordenadas. Se espera que de esta manera el estudiante preste especial atención a la inclinación de las rectas y la relación entre el valor del parámetro *m* y las diferencias entre las ordenadas de los puntos que componen las rectas.

El estudiante puede solucionar los ejercicios usando solamente características visuales; es decir, el sujeto centra su atención exclusivamente en las rectas sin tomar conciencia de la relación entre el valor numérico del parámetro *m* y la pendiente de la recta en cuanto las diferencias entre abscisas y ordenadas de los puntos que componen las rectas. Solo toma conciencia de que al oprimir las flechas la recta azul se mueve.

Al oprimir el botón *Ayuda* en la tarea de exploración se muestran las diferencias de abscisas y ordenadas de los puntos que componen la recta azul y la recta roja respectivamente. Es posible que el sujeto construya una idea en la cual el valor del parámetro *m* corresponda a la distancia que hay entre el punto $(n, b+m)$ que pertenece a la recta azul y el punto aleatorio $(n, b+x)$ que pertenece a la recta roja (ver imagen 35).

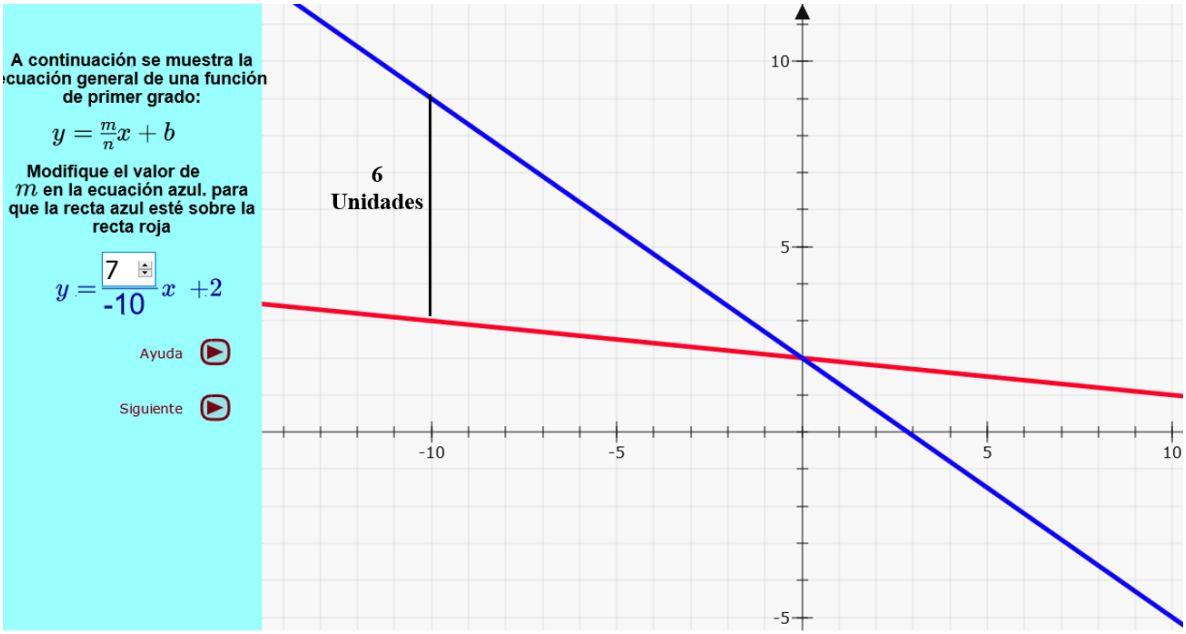


IMAGEN 35

Con el fin de evitar la construcción de un aprendizaje que no corresponde a la relación esperada, como por ejemplo el uso de estrategias perceptivas visualmente, se propone en las tareas de anticipación que el sujeto ponga a prueba la capacidad de predecir el movimiento de la recta azul solamente digitando el valor del parámetro *m*.

Conversión del registro algebraico al gráfico para el parámetro m – Fase de Anticipación

Descripción del medio

En la tarea de anticipación el enunciado le propone al sujeto sobreponer las rectas asignando un valor al parámetro *m*. Al escribir el número en la casilla la recta azul no se mueve de manera inmediata, se debe oprimir sobre el botón *Modificar m* para que cambie la pendiente de la recta azul (ver imagen 36).

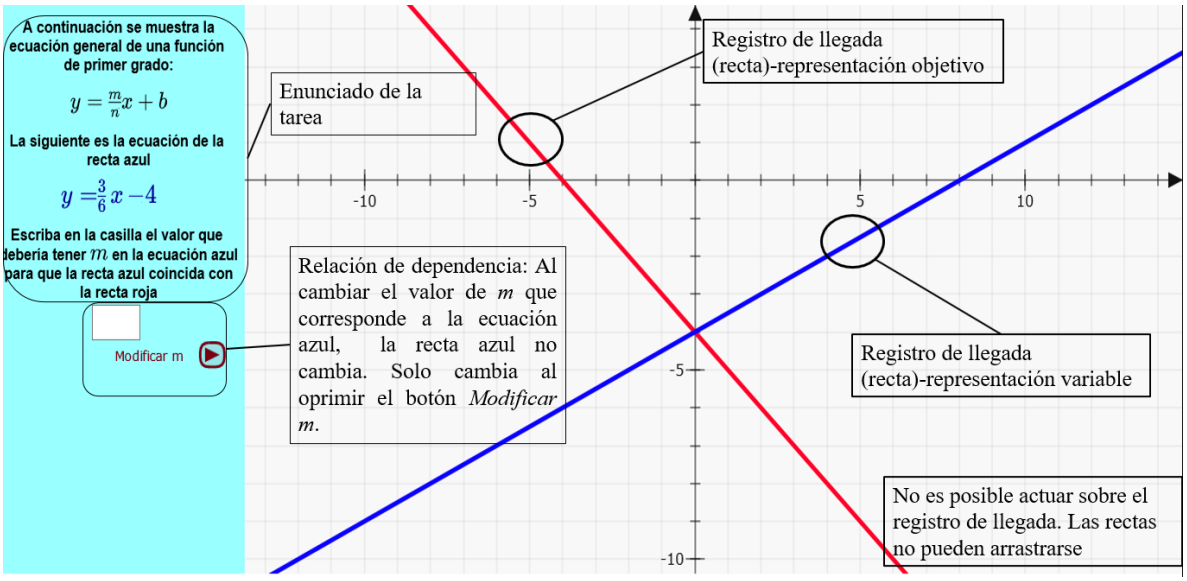


IMAGEN 36

Cuando el sujeto escribe un valor en la casilla y oprime el botón *modificar m*, la casilla desaparece (impidiendo la modificación inmediata de ese valor). Cambia el valor de *m* en la ecuación y la pendiente de la recta azul. Si la recta azul no coincide con la recta roja aparece el botón *Intentar nuevamente*, que permite recomenzar el ejercicio. Si la recta azul coincide con la recta roja aparece el botón *Siguiente*, que permite pasar a un nuevo ejercicio.

Cuando se han realizado 10 ejercicios y el 80% son incorrectos, aparece el siguiente mensaje en la ventana: "Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de *m* y la gráfica de una función de primer grado. Intenta nuevamente la tarea anterior."

Si se han realizado 10 ejercicios y el 80% son correctos, se muestra en la pantalla el mensaje: "has encontrado la relación entre el valor de *m* y la gráfica de una función de primer grado. Puedes avanzar a la siguiente tarea".

Análisis a priori

En la fase de anticipación el sujeto debe anticipar el valor que debe tener el parámetro *m* de la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. Se espera que utilice los conocimientos construidos en la interacción con el medio durante la fase de exploración para predecir ese valor. A continuación, se presenta cómo las retroacciones del medio en esta fase permiten invalidar las concepciones erróneas y validar las concepciones correctas sobre la relación entre el parámetro *m* de la ecuación y la gráfica de la recta.

El enunciado de la tarea pide al estudiante que prediga el valor que debería tener el parámetro *m* en la ecuación azul para que la recta azul quede superpuesta a la recta roja. Una sucesión continua de ensayos en el medio no permite resolver la tarea: el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver el problema. El estudiante tratará de adivinar el número que él piensa puede sobreponer las rectas, lo escribe en la casilla y luego oprime sobre el botón *Modificar m* (acción). La pendiente de la recta azul cambia según la razón correspondiente a la ecuación azul (retroacción) (ver imagen 37). El sujeto se da cuenta que las rectas no están superpuestas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

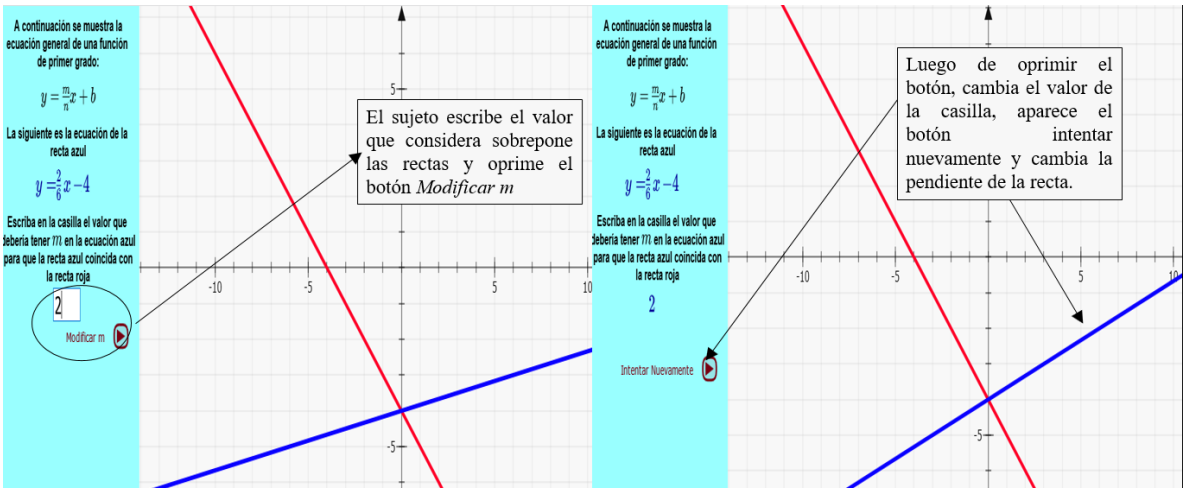


IMAGEN 37

Al escribir un número diferente en la casilla, el sujeto da a entender que la validación de su acción es negativa.

Como se mencionó en la descripción de esta tarea, al no tener el 80% de ejercicios correctos de un total de 10 intentos, aparece un mensaje indicando que debe regresar a la tarea anterior. Con el mensaje el sujeto entiende que no ha construido la relación entre el parámetro *m* y la gráfica de una función de primer grado.

El segundo escenario es la construcción de una concepción errónea del parámetro *m* como la distancia entre los puntos $(n, b+m)$ que pertenece a la recta azul y el punto aleatorio $(n, b+x)$ que permite el trazo de la recta roja (ver imagen 38). El sujeto escribe en la casilla un valor que no corresponde al parámetro *m* y oprime el botón *Modificar m* (acción). En la representación gráfica cambia la pendiente

de la recta azul que coincide con $\frac{m}{n}$, las rectas no se sobreponen y aparece en la pantalla el botón *Intentar nuevamente* (retroacción).

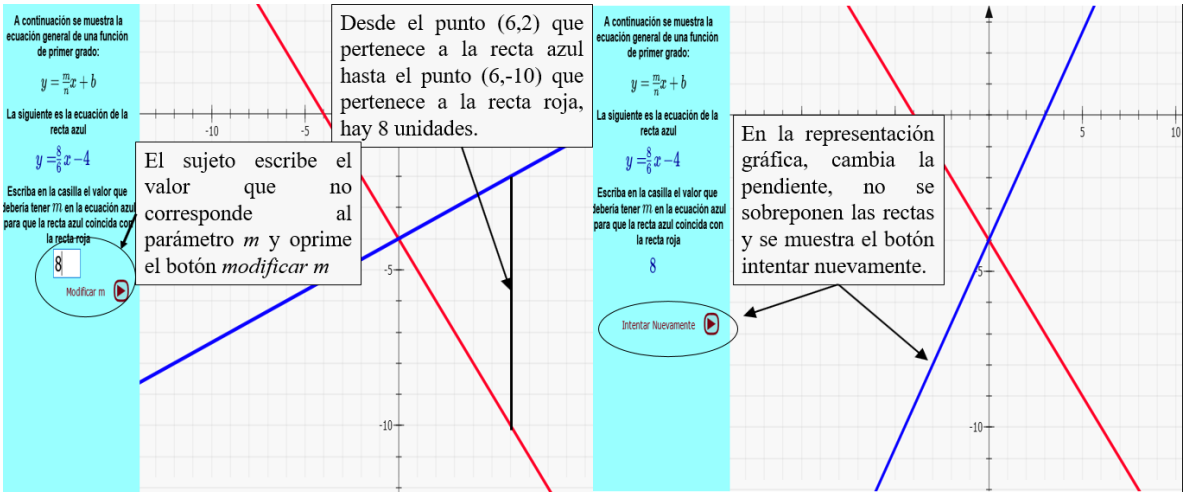


IMAGEN 38

Después de varios intentos fallidos el sujeto será consciente de que su estrategia no era la apropiada para solucionar la tarea (validación negativa). Dado que no se construyó una concepción correcta sobre el parámetro *m* y su relación con la representación gráfica de la función de primer grado, se mostrará en la ventana un mensaje que le indica regresar a la tarea de exploración (tal como se mencionó en la descripción de la tarea).

El tercer escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro *m* y la diferencia entre las abscisas de los puntos $(n, b+m)$ y el punto $(n, b+x)$. El sujeto escribe en la casilla el número que permite sobreponer las rectas y pulsa sobre el botón *modificar m* con el fin de confirmar su elección (acción). En la ventana cambia la pendiente la recta azul, las rectas se sobreponen y se muestra el botón *Siguiente* (retroacción) (Ver imagen 39). El sujeto interpreta que ha cumplido con su tarea y finalmente oprime sobre el botón *Siguiente* para solucionar un nuevo ejercicio y validar su estrategia de solución (validación positiva).

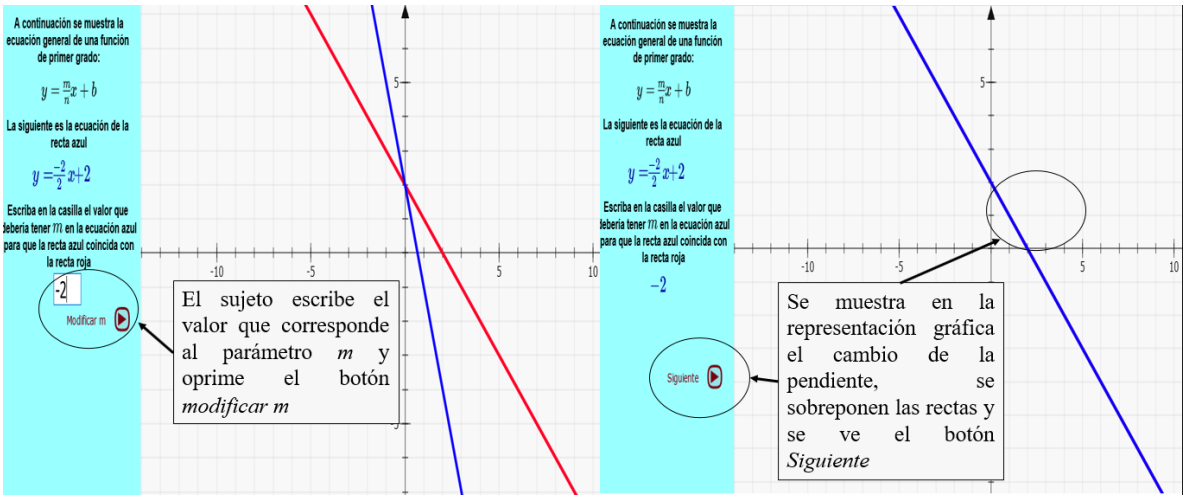


IMAGEN 39

Al sujeto se le permite realizar varios intentos para validar su estrategia. Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces se muestra un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *m* y la gráfica de una función de primer grado.

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro b – Fase de exploración

Descripción del medio

En la imagen 40 se presentan algunos elementos de los registros de representación semiótica considerados para el diseño. La ventana de DGPad Colombia se divide en dos de manera vertical, a la izquierda se muestra el enunciado de la tarea, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente*, un mensaje que aparece al finalizar la tarea y un mensaje que aparece al completar 5 ejercicios. A la derecha de la ventana de DGPad Colombia se ven las representaciones tabulares, de las cuales solo se puede manipular la roja.

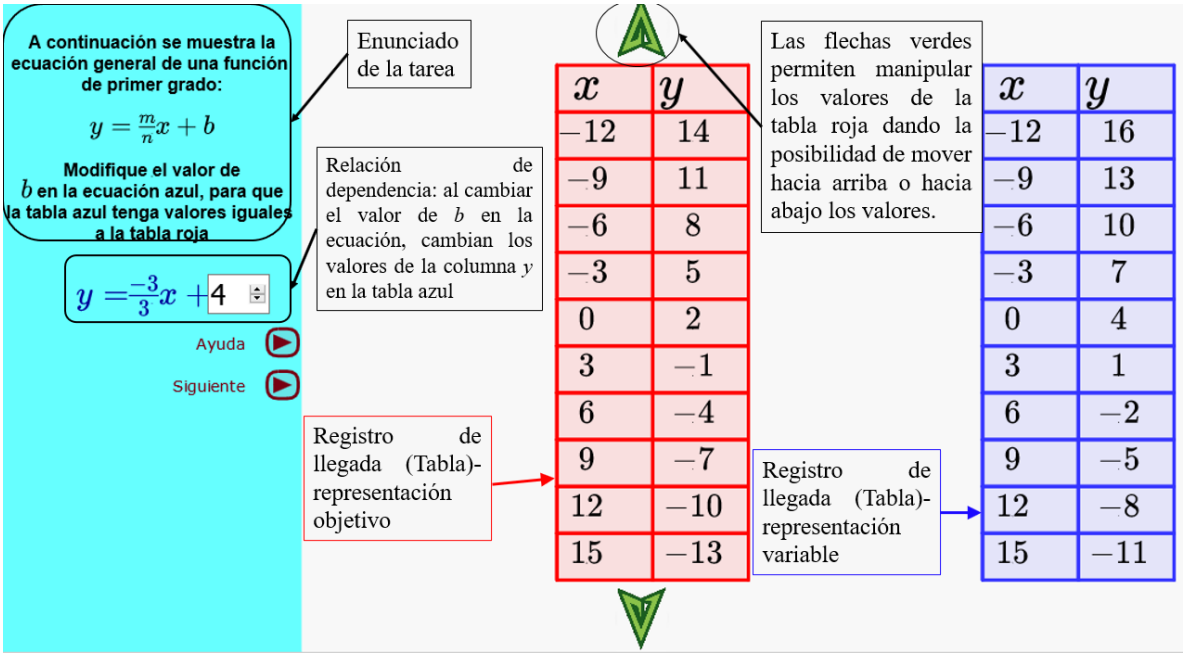


IMAGEN 40

En el marco de la izquierda en la ecuación azul (registro de partida), el parámetro *b* puede ser modificado a través de una lista desplegable. Cada vez que el sujeto pulsa sobre la flecha de arriba de la lista desplegable, el valor numérico del parámetro *b* aumenta una unidad, mientras que, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Al cambiar el parámetro *b*, los valores de la columna *y* de la tabla azul cambian.

Al oprimir el botón *Ayuda* se sombrean en las dos tablas las casillas correspondientes a *x=0*, con el fin de permitir al sujeto relacionar el valor numérico del parámetro *b* que se muestra en la ecuación y fila de la tabla donde se encuentra el valor del parámetro (ver imagen 41).

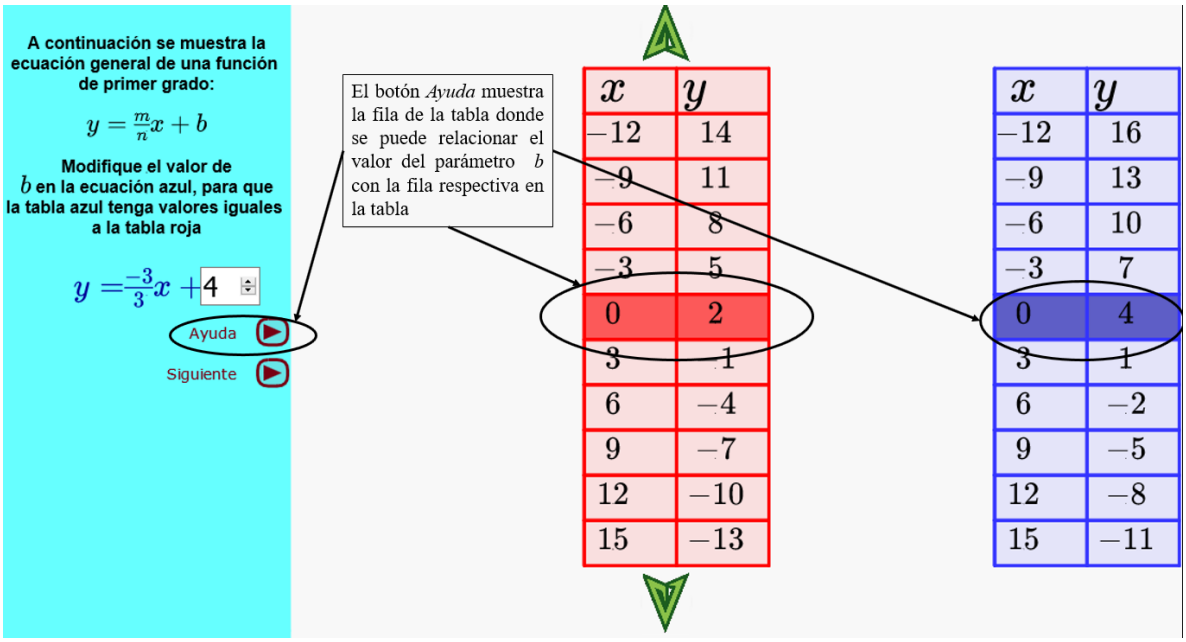


IMAGEN 41

Al pulsar sobre el botón *Siguiente* cambia los valores de los parámetros *m*, *n* y *b* del registro de llegada, dando paso a un nuevo ejercicio. Cuando se realiza un ejercicio de manera correcta, aparece en la pantalla el mensaje: "Escribir en el cuaderno la ecuación y su respectiva tabla". Finalmente, Cuando se completen 5 tareas de manera correcta, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre el parámetro *b* de la ecuación y la tabla.

Análisis a priori

En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *b* en la ecuación azul para lograr que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja. Este enunciado tiene como fin desencadenar en el sujeto el primer elemento del aprendizaje por adaptación: la intención.

El primer escenario se presenta cuando los valores de la columna *y* de la tabla azul son menores que los valores de la columna *y* de la tabla roja. Frente a este escenario se pueden presentar las siguientes acciones:

Acción 1: El sujeto oprime la flecha hacia abajo en la casilla del parámetro *b* (acción). En la tabla azul se reducen los valores de la columna *y* en una unidad (retroacción). La diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla azul y los valores de la columna *y* de la tabla roja aumenta (interpretación) (ver imagen 42).

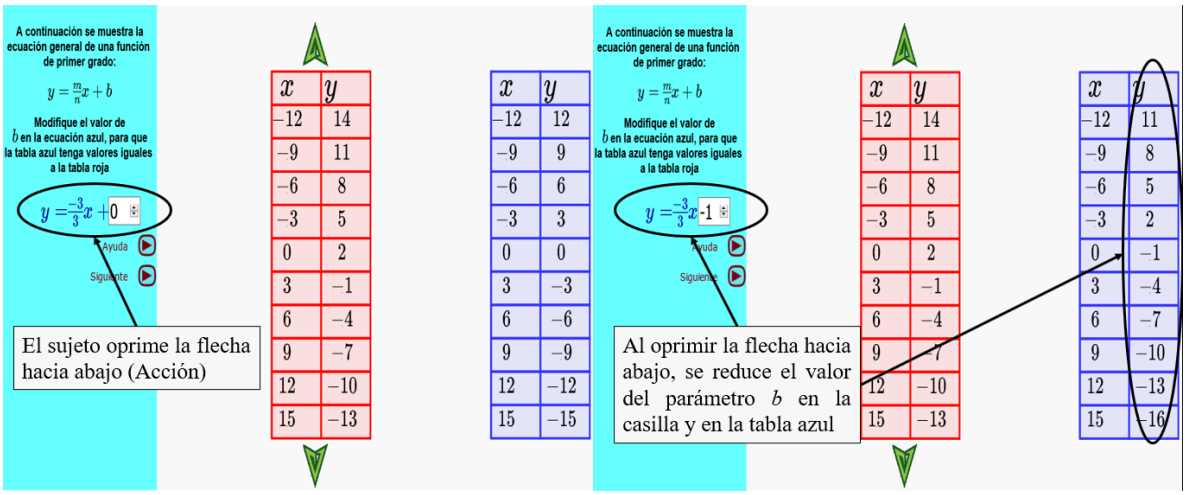


IMAGEN 42

Se espera que el sujeto abandone la acción de pulsar la flecha hacia abajo y realice la acción 2 (validación negativa).

Acción 2: El sujeto oprime la flecha hacia arriba en la casilla del parámetro *b* (acción). En la tabla azul aumentan los valores de la columna *y* en una unidad (retroacción). El valor del parámetro *b* de la tabla azul se acerca al de la tabla roja (interpretación) (ver imagen 43).

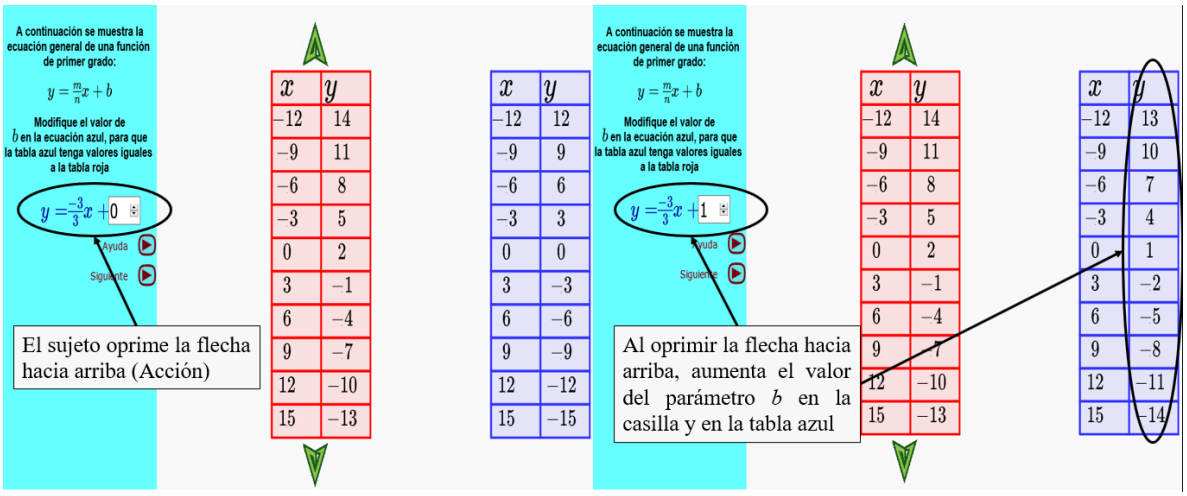


IMAGEN 43

Se espera que el sujeto refuerce su acción de pulsar la flecha hacia arriba (validación positiva), hasta que los valores de las tablas sean iguales.

En el segundo escenario la pendiente de la recta roja es menor que la pendiente de la recta azul. Las acciones, retroacciones, interpretaciones y validaciones serán análogas a las del primer escenario

Cuando el sujeto oprime el botón *ayuda* (acción), se sombrea en las dos tablas la casilla correspondiente a *x=0* (retroacción). Se espera que el sujeto identifique la igualdad entre el número

correspondiente a *b* en la ecuación y el valor correspondiente a *y* en la fila azul sombreada y busque modificar ese valor para que sea igual al de la fila roja sombreada.

En la representación objetivo (Tabla roja) hay dos flechas verdes permiten recorrer las tablas hacia arriba o hacia abajo.

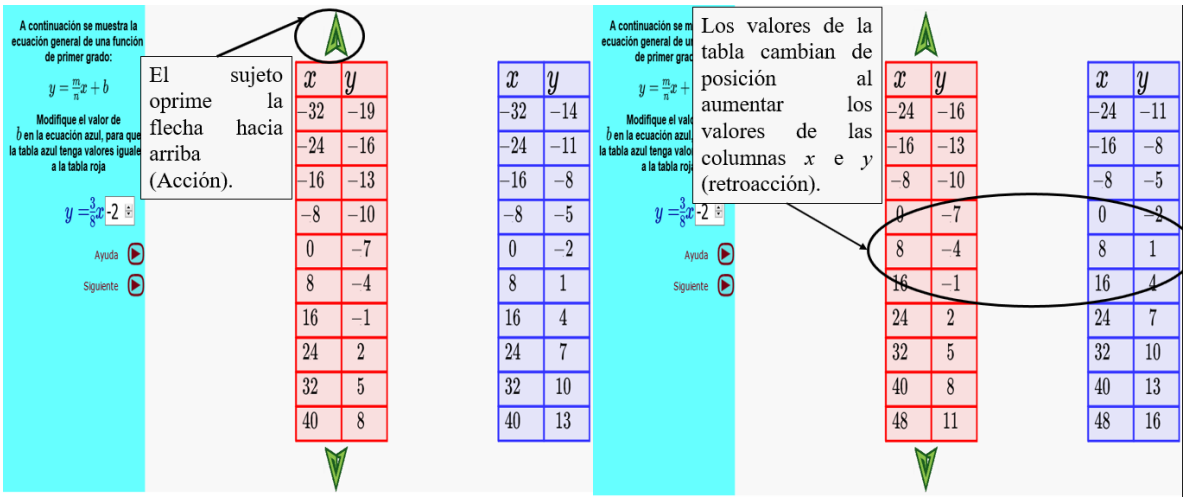


IMAGEN 44

En cada ejercicio las funciones correspondientes a las tablas azul y roja tienen la misma pendiente y valor diferente en *x=0*. Para evitar la construcción de un aprendizaje que no corresponde a la relación esperada, como por ejemplo el uso de estrategias perceptivas visualmente, se propone la fase de anticipación. Es en las tareas de anticipación donde el sujeto pondrá a prueba la capacidad de predecir cuál es valor del parámetro *b* para que las tablas sean iguales. Esta fase será un elemento que elimina las estrategias perceptivas o aquellas que no corresponden a la relación entre el parámetro *b* y la fila de la tabla correspondiente a *x=0*.

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro b – Fase de anticipación

Descripción del medio

El enunciado de la tarea de anticipación es: "A continuación se muestra la ecuación general de una función de primer grado: $y = \frac{m}{n}x + b$. La siguiente es la ecuación de la tabla azul $y = \frac{5}{6}x + 3$. Escriba en la casilla el valor que debería tener *b* en la ecuación azul, para que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja". Al escribir el número en la casilla, la tabla azul no modifica los valores de manera inmediata; se debe oprimir sobre el botón *Modificar b* para que cambien los valores en la tabla y en la ecuación (ver imagen 45).

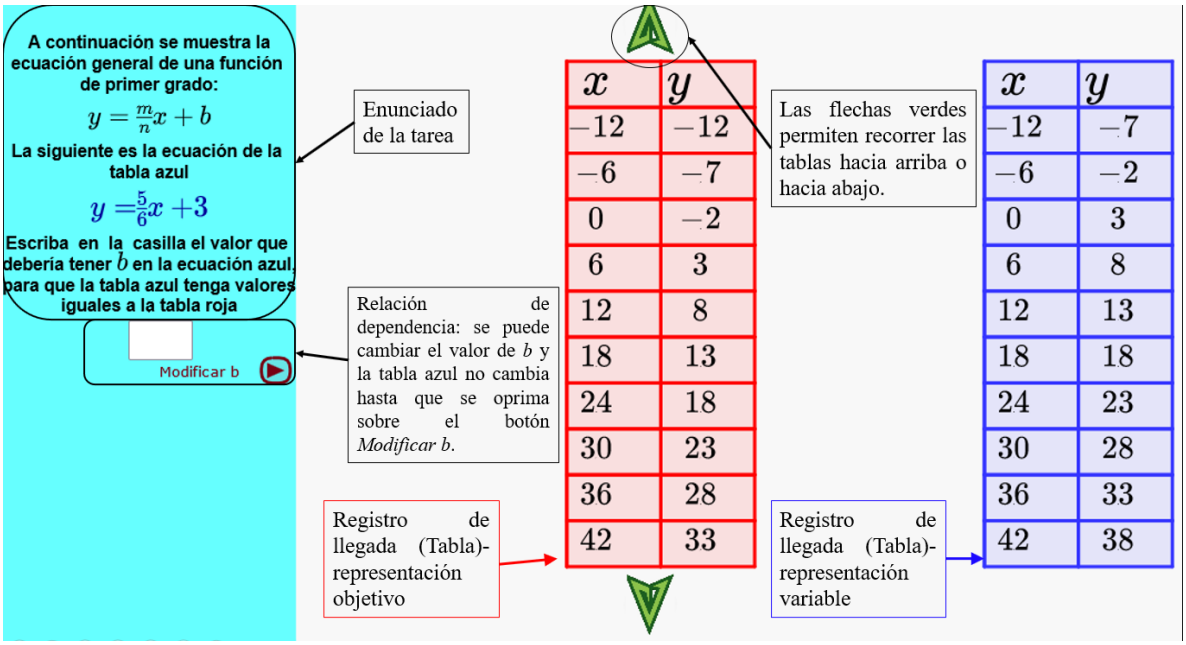


IMAGEN 45

Cuando el sujeto escribe un valor en la casilla y oprime el botón *modificar b*, la casilla desaparece impidiendo la modificación inmediata de ese valor. Cambia el valor de *b* en la ecuación y los valores de la columna *y* de la tabla azul. Si la tabla azul no tiene los mismos valores que la tabla roja se ve en la pantalla el botón *Intentar nuevamente*, que permite recomenzar el ejercicio. Si la tabla azul tiene los mismos valores que la tabla roja aparece el botón *Siguiente*, que permite pasar a un nuevo ejercicio.

Al realizar 10 ejercicios, si el 80% son incorrectos, aparece el mensaje: "Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de *b* y la tabla de una función de primer grado. Debes regresar a la tarea anterior.". Si por el contrario el 80% son correctos, en la ventana se ve el mensaje: "Has encontrado la relación entre el valor de *b* en la ecuación y la tabla de una función de primer grado. Puedes pasar a la siguiente tarea.".

Análisis a priori

En la fase de anticipación el sujeto debe predecir el valor del parámetro *b* de la ecuación azul para que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja. Se espera que utilice los conocimientos construidos en la interacción con el medio durante la fase de exploración para anticipar ese valor.

El medio no permite una sucesión continua de ensayos para resolver la tarea: el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver la tarea propuesta en el enunciado. El estudiante escribe un número en la casilla al azar y luego oprime sobre el botón *Modificar b* (acción). Los valores de la columna *y* de la

tabla azul cambian (retroacción) (ver imagen 46). El sujeto se da cuenta que las tablas no tienen los mismos valores en ambas columnas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

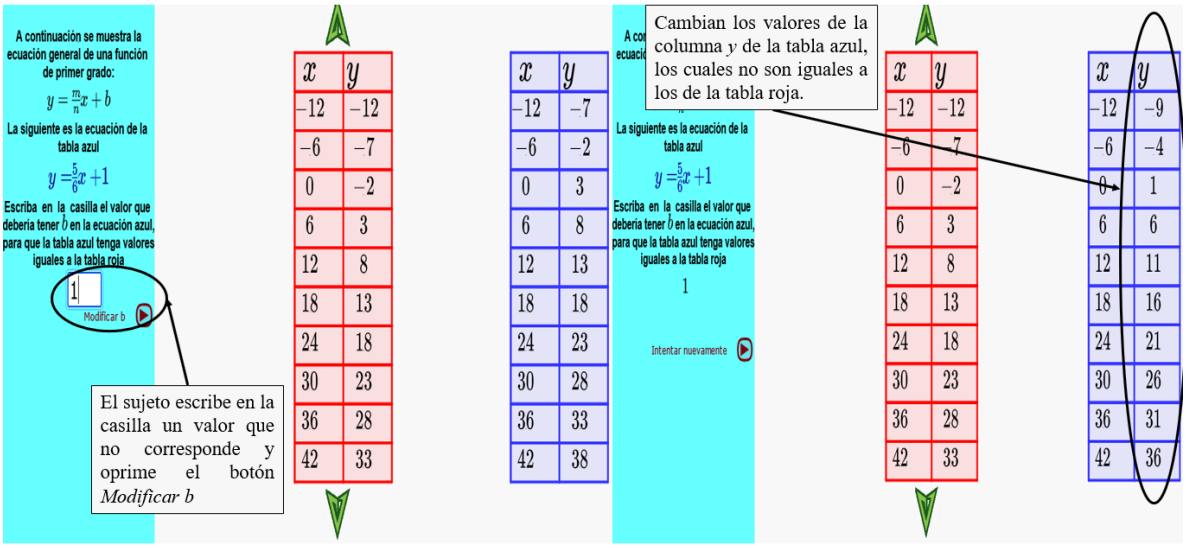


IMAGEN 46

Después de 10 intentos fallidos se mostrará en la ventana un mensaje que indica regresar a la tarea de exploración (retroacción). Se espera que el sujeto tome conciencia de que no ha construido la relación entre el valor del parámetro *b* en la ecuación y los valores de la tabla azul.

El segundo escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro *b* y la fila de la tabla donde se encuentra el valor correspondiente a *x=0*. El sujeto escribe en la casilla el número que permite igualar los valores de las tablas y pulsa sobre el botón *modificar b* con el fin de confirmar su elección (acción). En la ventana cambian los valores de la columna *y* de la tabla azul y son idénticos a los de la tabla roja (retroacción). El sujeto decide que terminó la tarea (validación).

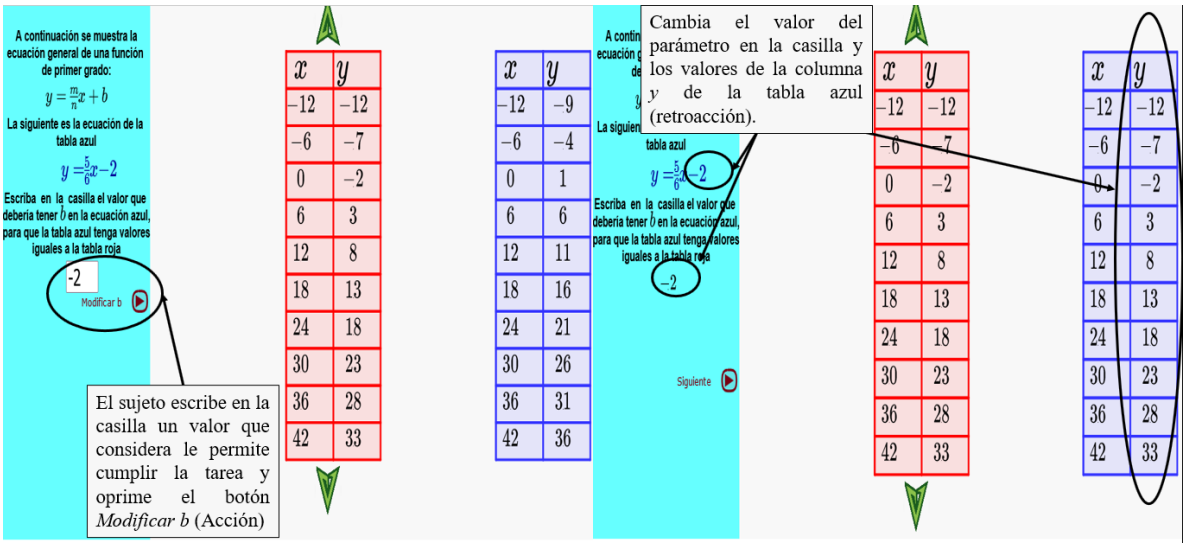


IMAGEN 47

Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces se muestra un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *b* y la tabla de una función de primer grado (tal como se mencionó en la descripción de esta tarea).

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro m – Fase de exploración

Descripción del medio

En la ventana de DGPad Colombia se ve el enunciado de la tarea, la ecuación con la casilla que modifica el parámetro *m*, los botones *Ayuda*, *Siguiente* y las representaciones tabulares (ver imagen 48).

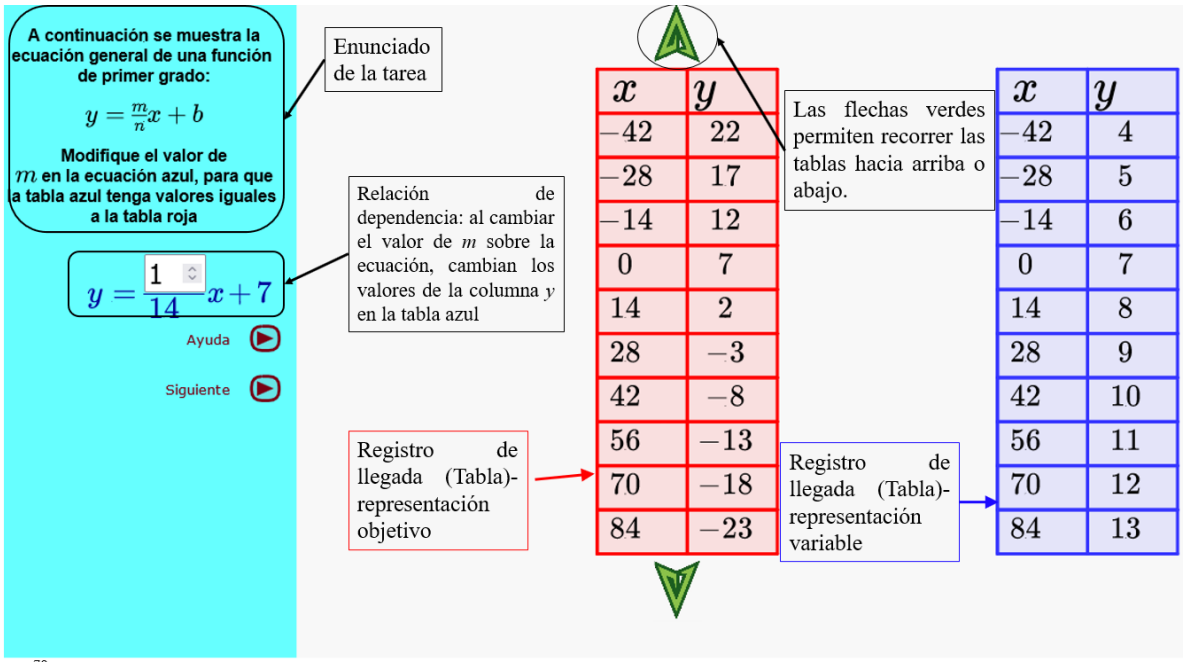


IMAGEN 48

En el marco de la izquierda en la ecuación azul (registro de partida), el parámetro *m* puede ser modificado a través de una lista desplegable. Cada vez que el sujeto pulsa sobre la flecha de arriba de la lista desplegable, el valor numérico del parámetro *m* aumenta una unidad, mientras que, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Al cambiar el parámetro *m*, los valores de la columna *y* de la tabla azul cambian.

Al oprimir el botón *Ayuda* se muestran en ambas tablas las diferencias en las columnas *x* e *y*. (ver imagen 49).

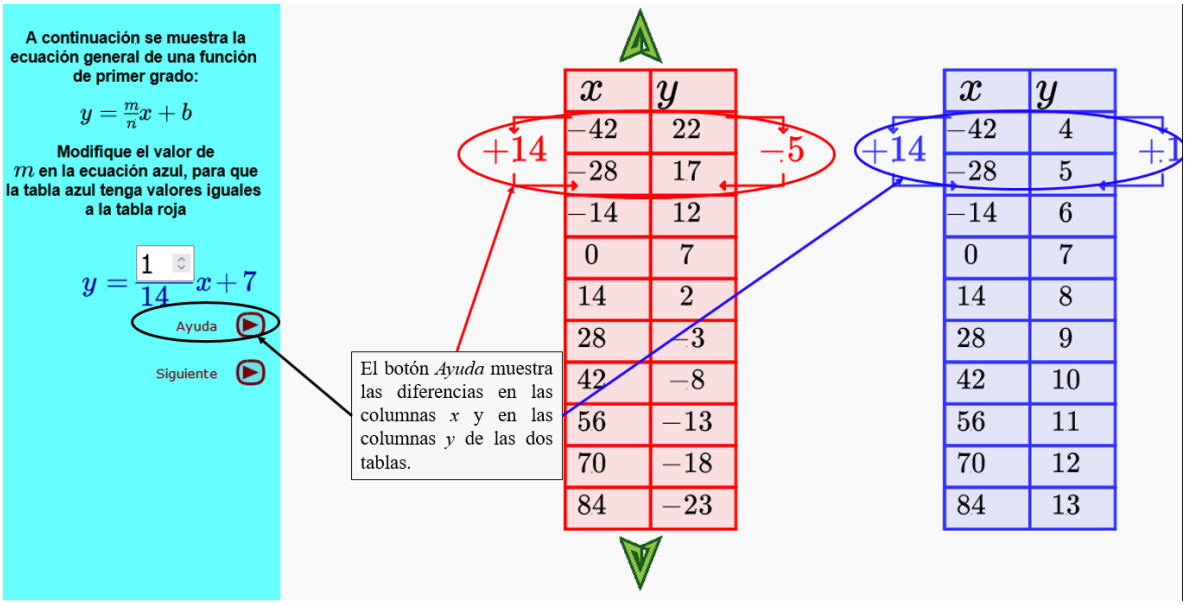


IMAGEN 49

Al pulsar sobre el botón *Siguiente* cambian los valores en la tabla roja y los parámetros *n* y *b* de la ecuación azul, dando paso a un nuevo ejercicio. Cuando se realiza un ejercicio de manera correcta, aparece en la pantalla el mensaje: “Escribir en el cuaderno la ecuación azul y la tabla correspondiente a la función de primer grado”. Finalmente, Cuando se completen 5 tareas, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre el parámetro *m* de la ecuación y la tabla.

Las flechas verdes que aparecen en los extremos de la tabla roja permiten recorrer la tabla hacia arriba o hacia abajo (ver imagen 50).

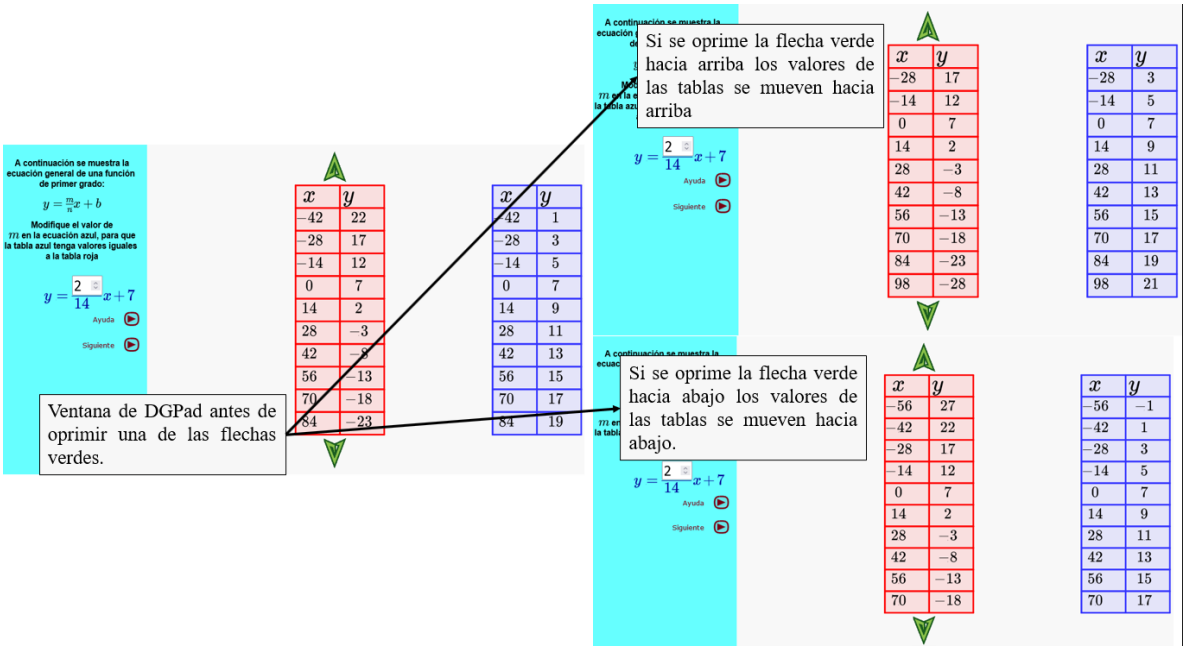


IMAGEN 50

Análisis a priori

En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *m* en la ecuación azul para lograr que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja (intención).

El primer escenario se presenta cuando las diferencias de la columna *y* de la tabla azul son menores que las diferencias de la columna *y* de la tabla roja. Frente a este escenario se pueden presentar las siguientes acciones:

Acción 1: El sujeto oprime la flecha hacia abajo en la casilla del parámetro *m* (acción). En la tabla azul se reduce la diferencia entre los valores de la columna *y* en una unidad (retroacción). La diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla azul y la diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla roja aumenta (interpretación) (ver imagen 51).

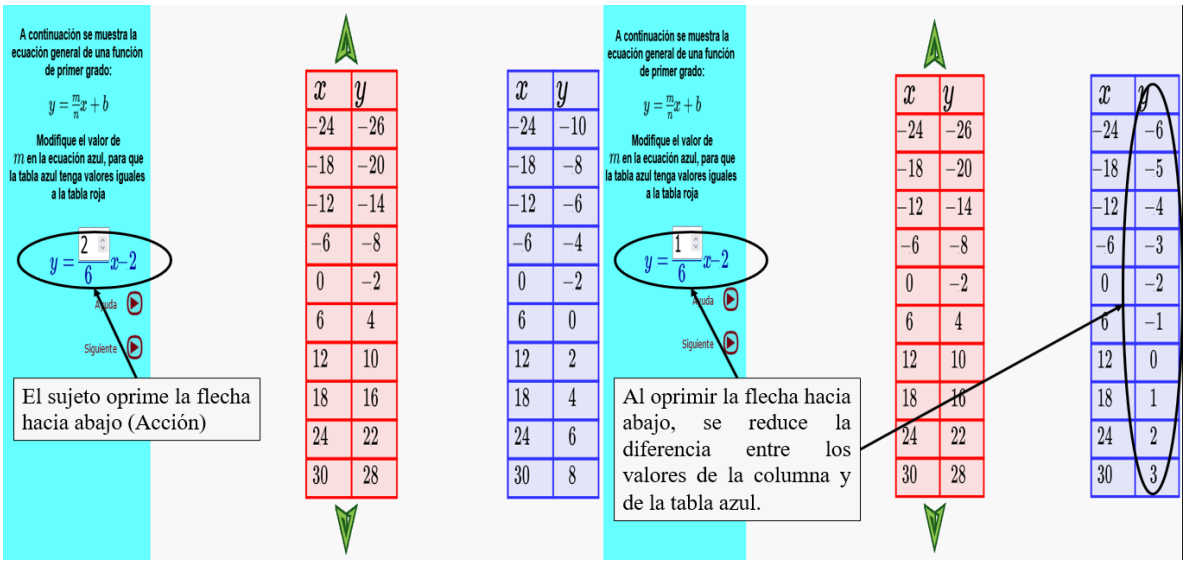


IMAGEN 51

El sujeto decide que la acción que realizó no le permite cumplir la tarea (validación negativa).

Acción 2: El sujeto oprime la flecha hacia arriba en la casilla del parámetro *m* (acción). En la tabla azul aumenta la diferencia entre los valores de la columna *y* en una unidad (retroacción). La diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla azul y la diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla roja se reduce (interpretación) (ver imagen 52).

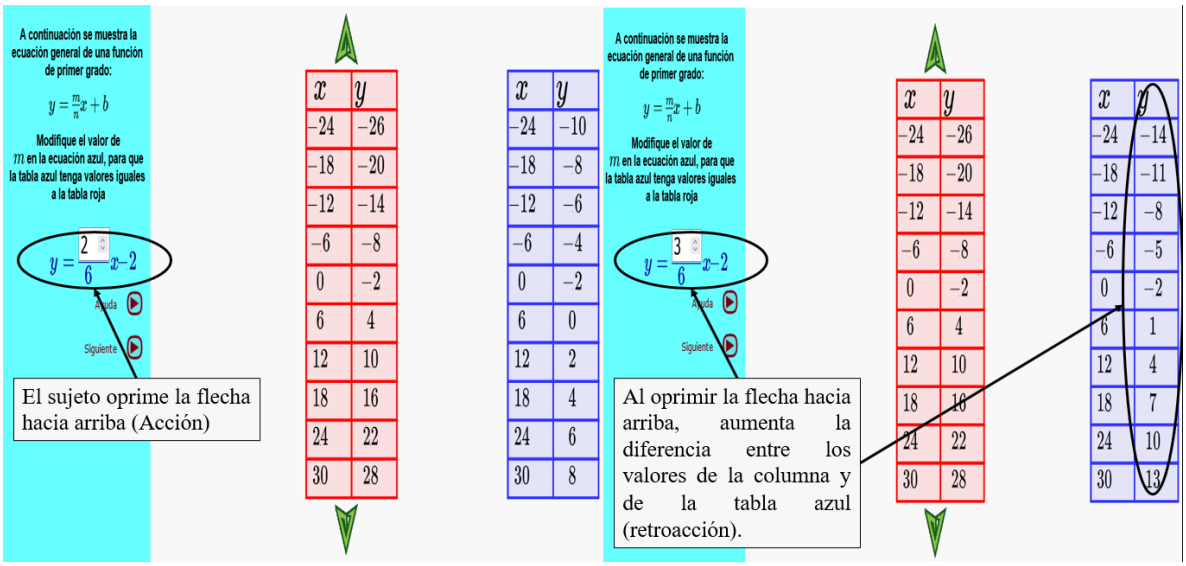


IMAGEN 52

El sujeto decide que la acción que realizó le permite cumplir su intención (validación positiva) y la refuerza en las tareas posteriores.

En el segundo escenario la pendiente de la recta roja es menor que la pendiente de la recta azul. Las acciones, retroacciones, interpretaciones y validaciones serán análogas a las del primer escenario

Cuando el sujeto oprime el botón *ayuda* (acción), se muestra en la representación tabular las flechas que indican el sentido en el cual se deben leer las diferencias entre cada una de las filas de la tabla (retroacción). Se espera que el sujeto identifique la igualdad entre el número correspondiente a *m* en la ecuación y el valor correspondiente a la diferencia entre los valores de la columna *y* en la tabla azul, para luego modificar ese valor y sea igual a la diferencia entre los valores de la columna *y* de la tabla roja.

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro m – Fase de anticipación

Descripción del medio

El enunciado de la tarea de anticipación es: "A continuación se muestra la ecuación general de una función de primer grado: $y = \frac{m}{n}x + b$ la siguiente es la ecuación de la tabla azul $y = \frac{7}{15}x + 2$. Escriba en la casilla el valor que debería tener *m* en la ecuación azul, para que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja". Al escribir el número en la casilla la tabla azul no modifica los valores de manera inmediata, se debe oprimir sobre el botón *Modificar m* para que cambien en la tabla y en la ecuación (ver imagen 53).

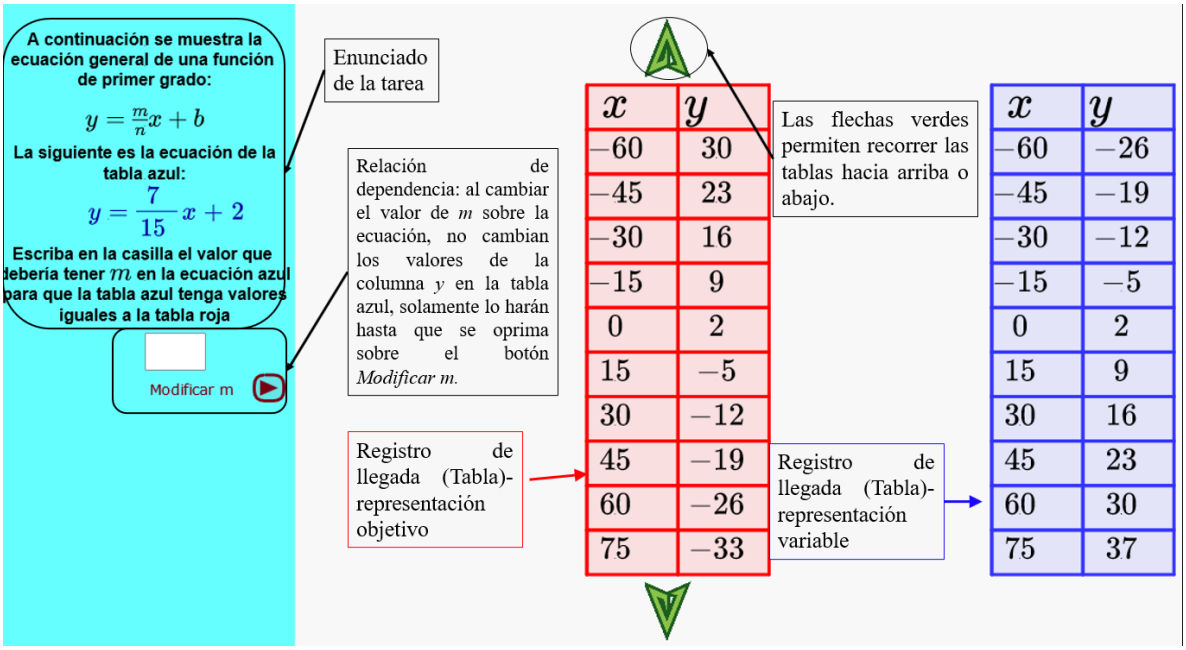


IMAGEN 53

Al escribir un valor en la casilla, el sujeto debe oprimir sobre el botón *modificar m*, luego la casilla desaparece impidiendo la modificación inmediata de ese valor. Cambia el valor de *m* en la ecuación y los valores de la columna *y* de la tabla azul. Si la tabla azul no tiene los mismos valores que la tabla roja se ve en la pantalla el botón *Intentar nuevamente*, que permite recomenzar el ejercicio. Si la tabla

azul tiene los mismos valores que la tabla roja aparece el botón *Siguiente*, que permite pasar a un nuevo ejercicio.

Si el 80% de un total de 10 tareas se realizaron de manera incorrecta, aparece el mensaje: “Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de *m* y la tabla de una función de primer grado. Debes regresar a la tarea anterior.”. Si por el contrario el 80% son correctos de un total de 10, en la ventana se ve el mensaje: “Has encontrado la relación entre el valor de *m* en la ecuación y la tabla de una función de primer grado. Puedes pasar a la siguiente tarea.”.

Análisis a priori

En la fase de anticipación el sujeto debe predecir el valor que debe tener el parámetro *m* de la ecuación azul para que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja. El medio no permite una sucesión continua de ensayos para resolver la tarea: el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver la tarea propuesta en el enunciado. El estudiante escribe un número en la casilla al azar y luego oprime sobre el botón *Modificar m* (acción). Los valores de la columna *y* de la tabla azul cambian (retroacción) (ver imagen 54). El sujeto se da cuenta que las tablas no tienen los mismos valores en ambas columnas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

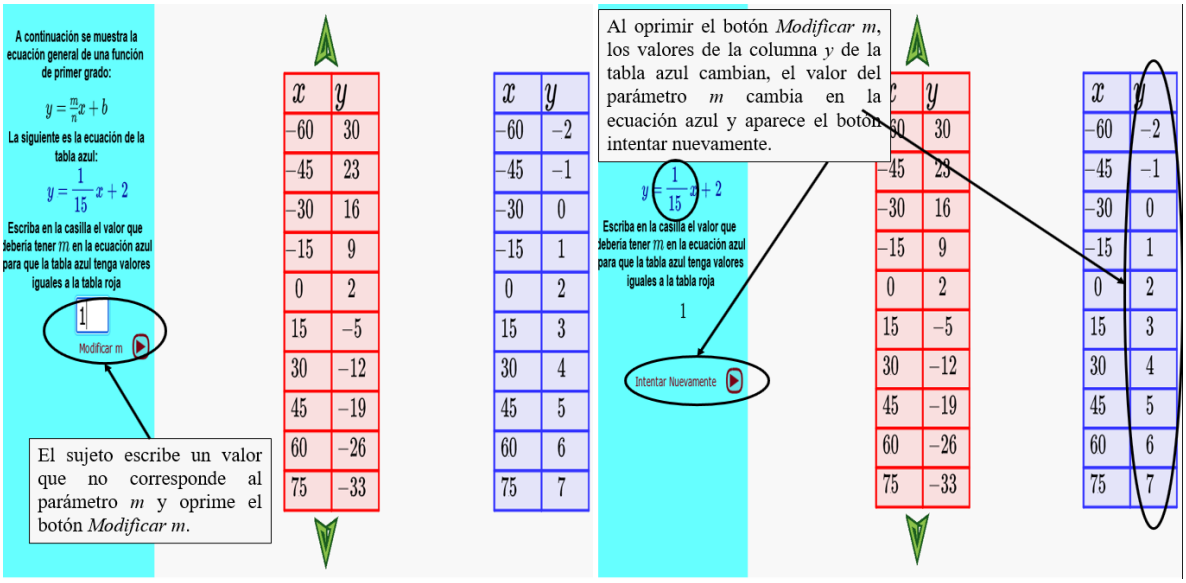


IMAGEN 54

Después de 10 intentos fallidos se mostrará en la ventana un mensaje que indica regresar a la tarea de exploración (retroacción). Se espera que el sujeto tome conciencia de que no ha construido la relación entre el valor del parámetro *m* en la ecuación y los valores de la tabla azul.

El segundo escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro *m* y las diferencias de la columna *y* de las tablas. El sujeto escribe en la casilla el número que permite igualar los valores de las tablas y pulsa sobre el botón *modificar m* con el fin de confirmar su elección (acción). En el registro de llegada cambian los valores de la columna *y* de la tabla azul y son idénticos a los de la tabla roja (retroacción) (ver imagen 55). El sujeto decide que terminó la tarea (validación).

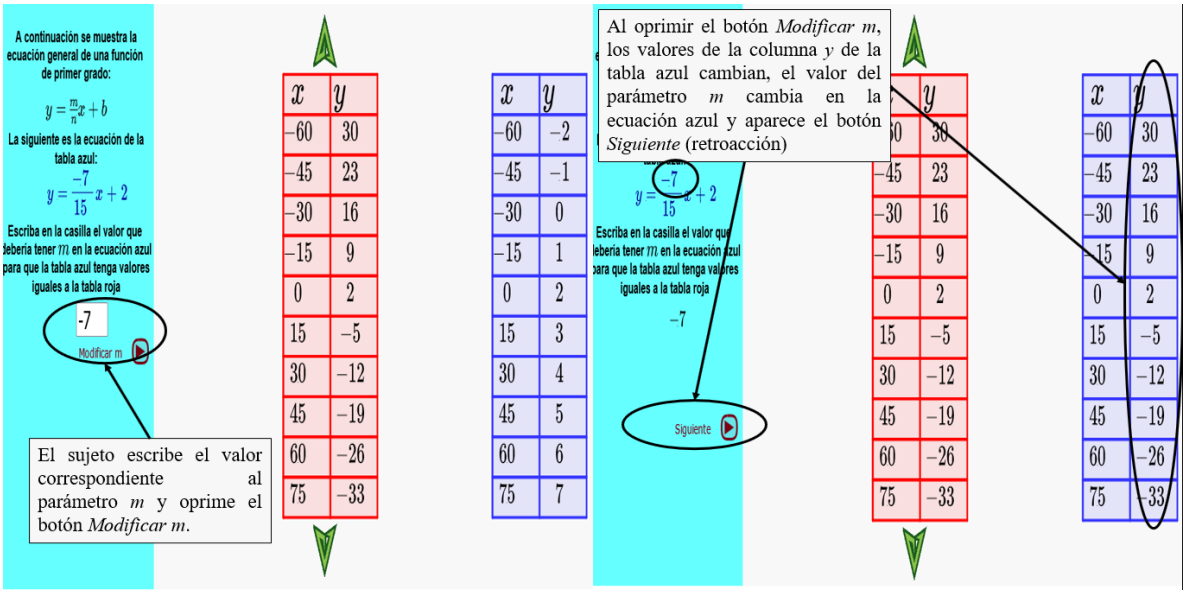


IMAGEN 55

Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces se muestra un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *m* y la tabla de una función de primer grado.

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro n – Fase de exploración

Descripción del medio

En la ventana de DGPad Colombia se ve el enunciado de la tarea, la ecuación con la casilla que modifica el parámetro *n*, el botón *Ayuda*, el botón *Siguiente* y las representaciones tabulares (ver imagen 56).

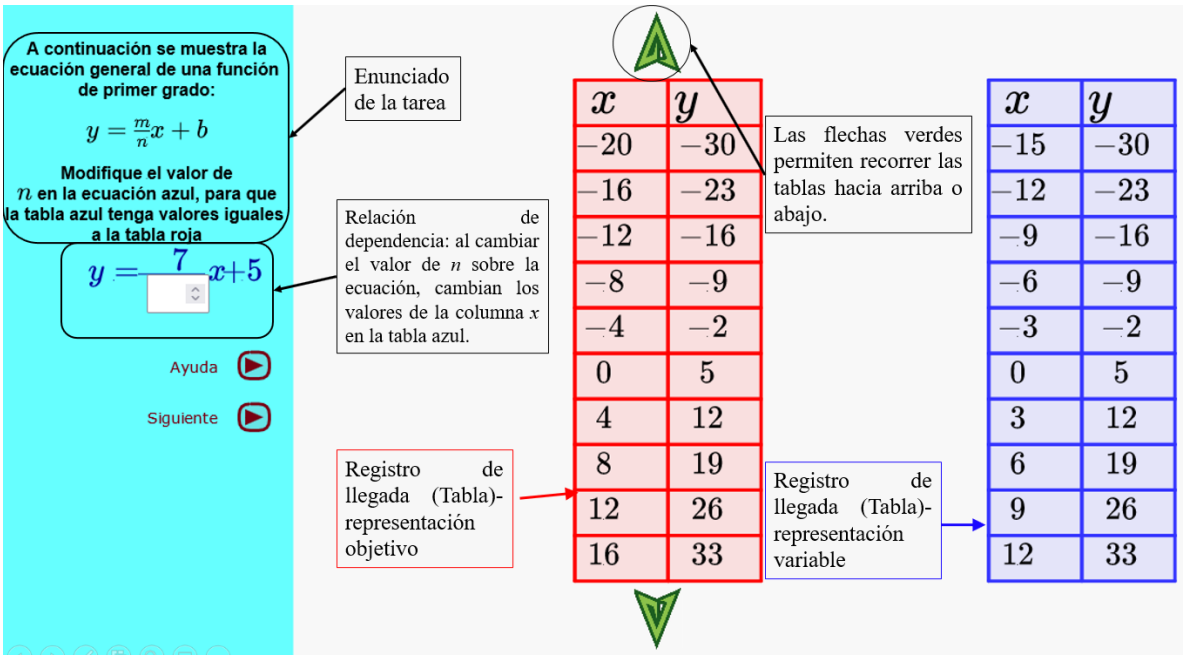
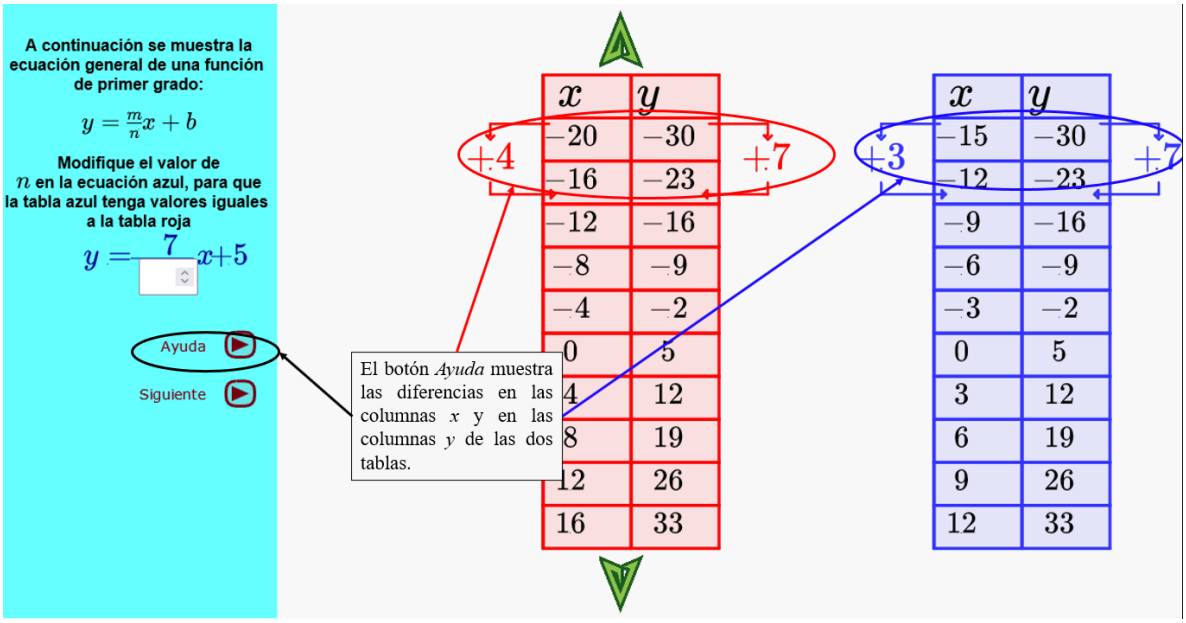


IMAGEN 56

A la izquierda de la ventana sobre la ecuación azul (registro de partida), el parámetro *n* puede ser modificado a través de una lista desplegable. Cada vez que el sujeto pulsa sobre la flecha de arriba de la lista desplegable, el valor numérico del parámetro *n* aumenta una unidad, mientras que, si pulsa sobre la flecha de abajo reduce su valor en uno. Al cambiar el parámetro *n*, los valores de la columna *x* de la tabla azul cambian.

Al oprimir el botón *Ayuda* se muestran en ambas tablas las diferencias en las columnas *x* e *y*. (ver imagen 57).



x	y
−20	−30
−16	−23
−12	−16
−8	−9
−4	−2
0	5
4	12
8	19
12	26
16	33

x	y
−15	−30
−12	−23
−9	−16
−6	−9
−3	−2
0	5
3	12
6	19
9	26
12	33

IMAGEN 57

Al pulsar sobre el botón *Siguiente* cambian los valores en la tabla roja y los parámetros *m* y *b* de la ecuación azul, dando paso a un nuevo ejercicio. Cuando se realiza un ejercicio de manera correcta, aparece en la pantalla el mensaje: “Escribir en el cuaderno la ecuación azul y la tabla correspondiente a la función de primer grado”. Finalmente, Cuando se completen 5 tareas, aparece en la parte inferior izquierda de la pantalla un mensaje solicitando escribir en el cuaderno cuál es la relación que se encontró entre el parámetro *n* de la ecuación y la tabla.

Las flechas verdes que aparecen en los extremos de la tabla roja permiten recorrer la tabla hacia arriba o hacia abajo (ver imagen 58).

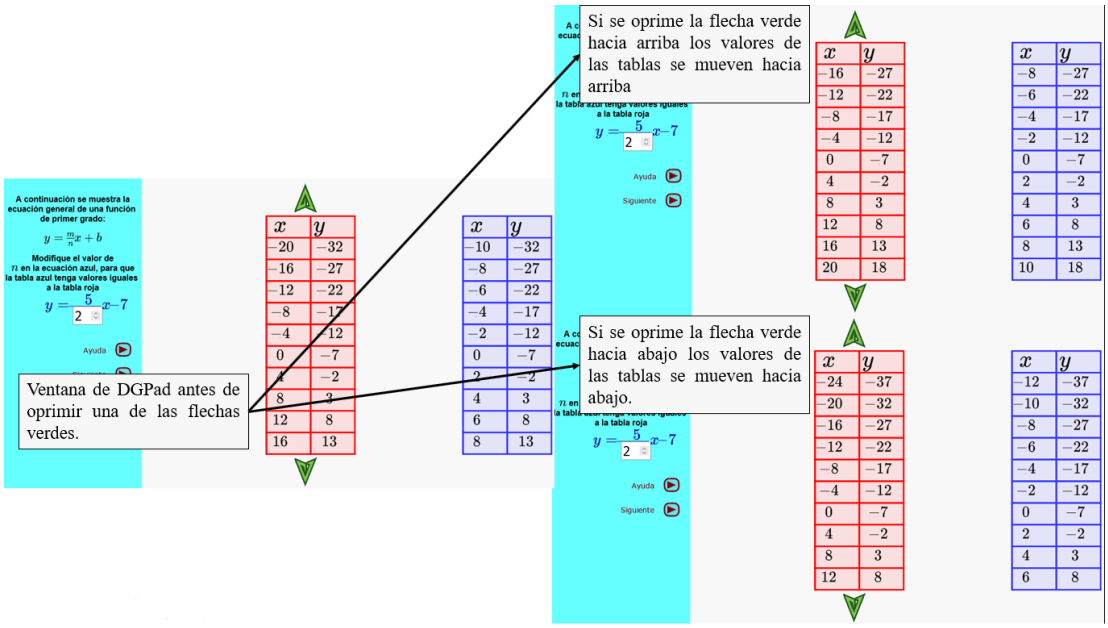


IMAGEN 58

Análisis a priori

En el enunciado de la tarea se le pide al sujeto cambiar el parámetro *n* en la ecuación azul para lograr que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja (intención).

El primer escenario se presenta cuando las diferencias de la columna *x* de la tabla azul son menores que las diferencias de la columna *x* de la tabla roja. Frente a este escenario se pueden presentar las siguientes acciones:

Acción 1: El sujeto oprime la flecha hacia abajo en la casilla del parámetro *n* (acción). En la tabla azul se reduce la diferencia entre los valores de la columna *x* en una unidad (retroacción). La diferencia entre los valores de la columna *x* de la tabla azul y la diferencia entre los valores de la columna *x* de la tabla roja aumenta (interpretación) (ver imagen 59).

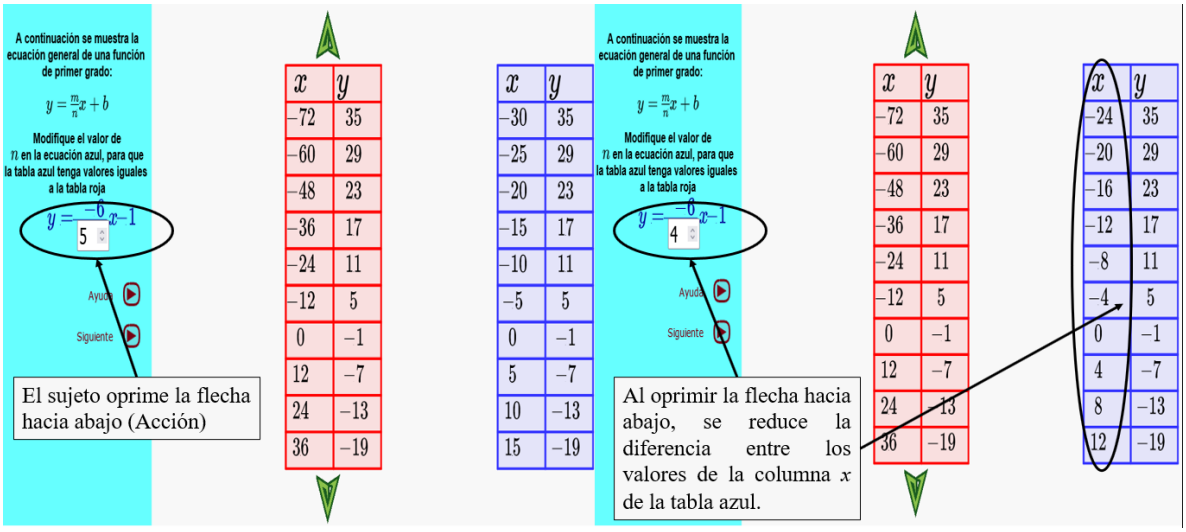


IMAGEN 59

El sujeto decide que la acción que realizó no le permite cumplir la tarea (validación negativa). Decide cambiar a la acción 2.

Acción 2: El sujeto oprime la flecha hacia arriba en la casilla del parámetro *n* (acción). En la tabla azul aumenta la diferencia entre los valores de la columna *x* en una unidad (retroacción). La diferencia entre los valores de la columna *x* de la tabla azul y la diferencia entre los valores de la columna *x* de la tabla roja se reduce (interpretación) (ver imagen 60).

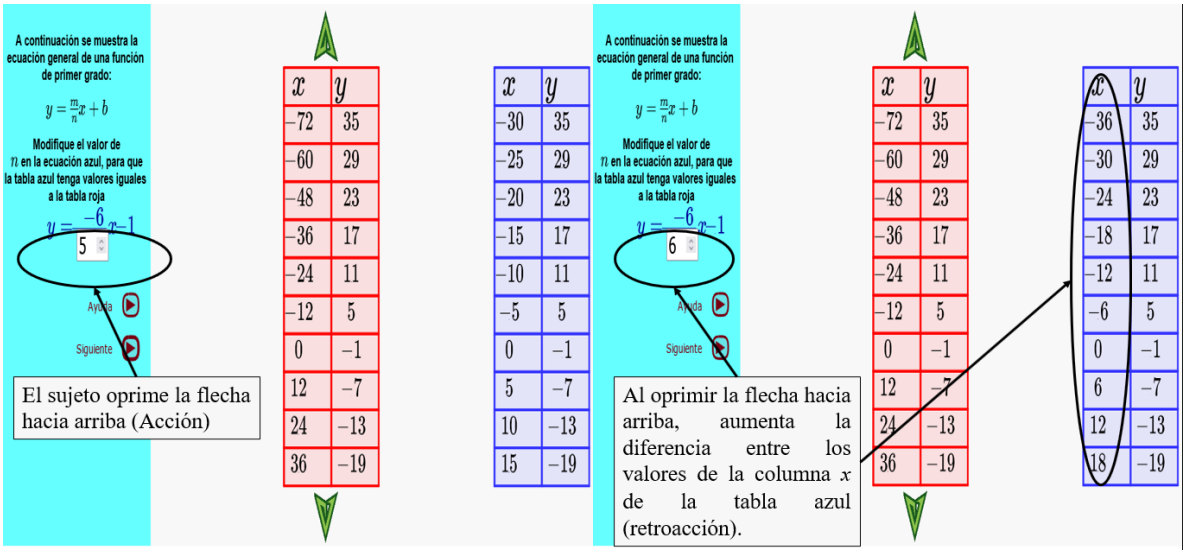


IMAGEN 60

El sujeto decide que la acción realizada le permite igualar los valores de las tablas (validación positiva) y la refuerza en las tareas posteriores.

En el segundo escenario la pendiente de la recta roja es menor que la pendiente de la recta azul. Las acciones, retroacciones, interpretaciones y validaciones serán análogas a las del primer escenario.

Cuando el sujeto oprime el botón *ayuda* (acción), se muestra en la representación tabular las flechas que indican el sentido en el cual se deben leer las diferencias entre cada una de las filas de la tabla (retroacción). Se espera que el sujeto identifique la igualdad entre el número correspondiente a *n* en la ecuación y el valor correspondiente a la diferencia entre los valores de la columna *x* en la tabla azul, para luego modificar ese valor y sea igual a la diferencia entre los valores de la columna *x* de la tabla roja.

Conversión del registro algebraico al tabular para el parámetro n – Fase de anticipación

Descripción del medio

El enunciado de la tarea de anticipación es: "A continuación se muestra la ecuación general de una función de primer grado: $y = \frac{m}{n}x + b$ la siguiente es la ecuación de la tabla azul $y = \frac{-2}{1}x - 1$. Escriba en la casilla el valor que debería tener *n* en la ecuación azul, para que la tabla azul tenga valores iguales a la tabla roja". Al escribir el número en la casilla la tabla azul no modifica los valores de manera inmediata, se debe oprimir sobre el botón *Modificar n* para que cambien en la tabla y en la ecuación (ver imagen 61).

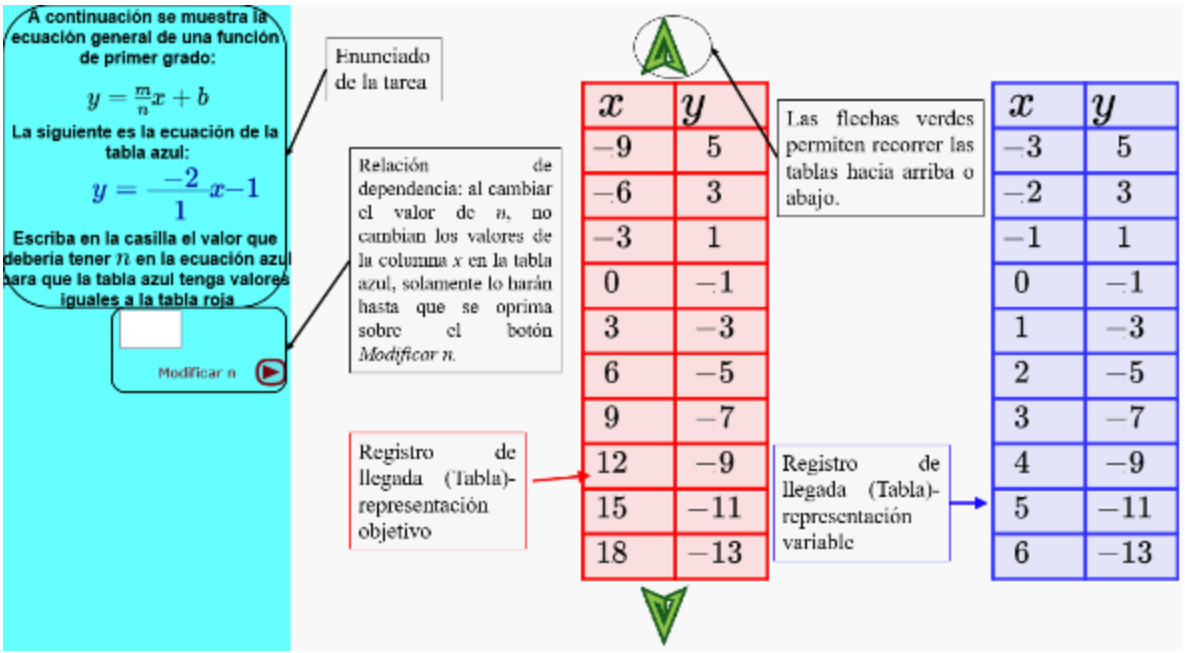


IMAGEN 61

Al escribir un valor en la casilla, el sujeto debe oprimir sobre el botón *modificar n*, luego la casilla desaparece impidiendo la modificación inmediata de ese valor. Cambia el valor de *n* en la ecuación y los valores de la columna *x* de la tabla azul. Si la tabla azul no tiene los mismos valores que la tabla

roja se ve en la pantalla el botón *Intentar nuevamente*, que permite recomenzar el ejercicio. Si la tabla azul tiene los mismos valores que la tabla roja aparece el botón *Siguiente*, que permite pasar a un nuevo ejercicio.

Si el 80% de un total de 10 tareas se realizaron de manera incorrecta, aparece el mensaje: "Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de *n* y la tabla de una función de primer grado. Debes regresar a la tarea anterior.". Si por el contrario el 80% son correctos de un total de 10, en la ventana se ve el mensaje: "Has encontrado la relación entre el valor de *n* en la ecuación y la tabla de una función de primer grado. Puedes pasar a la siguiente tarea.".

Análisis a priori

Para que la tabla azul y la tabla roja tengan valores iguales, el sujeto debe predecir el valor que debe tener el parámetro *n* de la ecuación azul. El medio no permite una sucesión continua de ensayos para resolver la tarea: el sujeto solo puede escribir un número en la casilla.

En el primer escenario posible de la fase de anticipación se considera que el sujeto no tiene ninguna concepción para resolver la tarea propuesta en el enunciado. El estudiante escribe un número en la casilla al azar y luego oprime sobre el botón *Modificar n* (acción). Los valores de la columna *x* de la tabla azul cambian (retroacción) (ver imagen 62). El sujeto se da cuenta que las tablas no tienen los mismos valores en ambas columnas (interpretación), decide cambiar de acción (validación) y oprime sobre el botón intentar nuevamente.

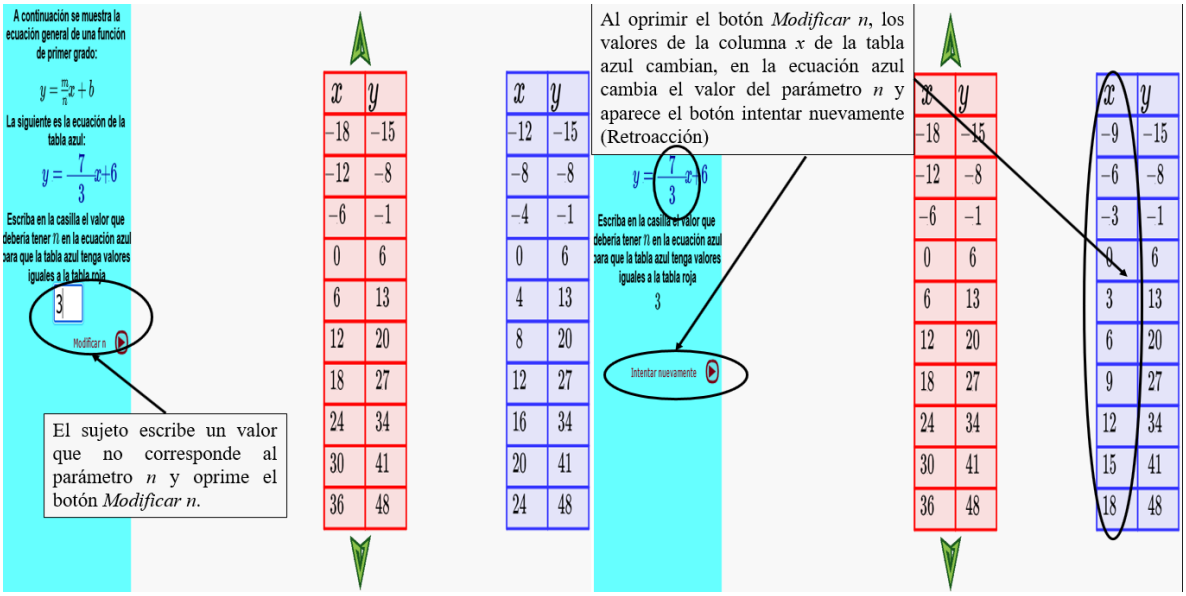


IMAGEN 62

Después de 10 intentos fallidos se mostrará en la ventana un mensaje que indica regresar a la tarea de exploración (retroacción). Se espera que el sujeto tome conciencia de que no ha construido la relación entre el valor del parámetro *n* en la ecuación y los valores de la tabla azul.

El segundo escenario ocurre cuando el sujeto ha construido una concepción correcta entre el valor del parámetro *n* y las diferencias de la columna *x* de las tablas. El sujeto escribe en la casilla el número que permite igualar los valores de las tablas y pulsa sobre el botón *modificar n* con el fin de confirmar su elección (acción). En el registro de llegada cambian los valores de la columna *x* de la tabla azul y son idénticos a los de la tabla roja (retroacción) (ver imagen 63). El sujeto decide que terminó la tarea (validación).

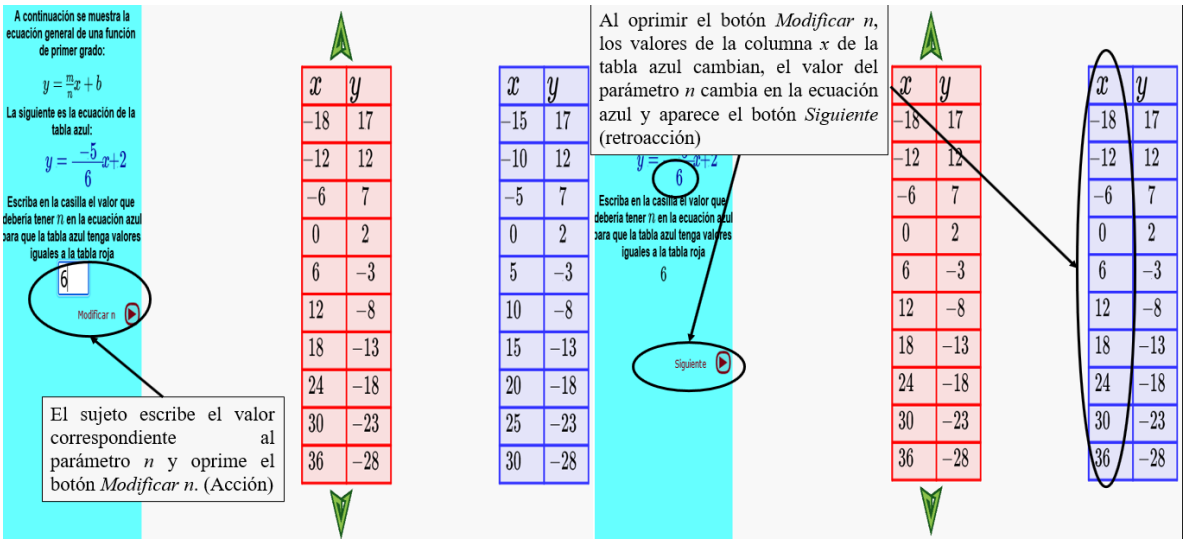


IMAGEN 63

Si la cantidad de ejercicios solucionados correctamente en el primer intento es superior al 80% y la cantidad de ejercicios es igual o superior a 10, entonces se muestra un mensaje indicando que ha encontrado la relación entre el parámetro *n* y la tabla de una función de primer grado.

ANÁLISIS DEL PILOTAJE

El pilotaje se realizó con dos parejas (A y B) de grado noveno, puesto que reúnen las condiciones de tener conocimiento sobre operaciones con números enteros y la interpretación del plano cartesiano. La pareja A inició el pilotaje con las tareas de conversión del registro algebraico al gráfico, mientras la pareja B comenzó con las tareas de conversión del registro algebraico al registro tabular. Con el fin de evaluar la pertinencia del análisis a priori, se presentarán las interacciones de cada pareja con el medio.

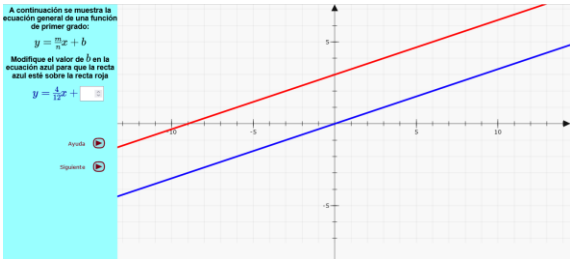
Se decidió que las tareas se realizaran en parejas dado que se podría explicitar de manera verbal las estrategias que se les ocurrieran.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de exploración – parámetro b

La pareja A está integrada por dos estudiantes que se denominarán E1 y E2, los cuales están trabajando juntos presencialmente en un solo computador.

<table>
<tr>
<td>La pareja lee el enunciado de la tarea y luego de unos breves momentos de silencio el profesor les pregunta “¿Qué entendieron? ¿Qué deben hacer?”</td>
<td>Video de referencia:

VID_20210429_112159(2:22)


</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Mientras señala la pantalla en la sección del enunciado, E2 afirma: “hay que escribir el valor de b”

E1: “Primeramente”

Mientras señala la recta azul y luego la roja, E2 afirma: “Ahí dice que la recta azul tiene que estar encima de la recta roja”

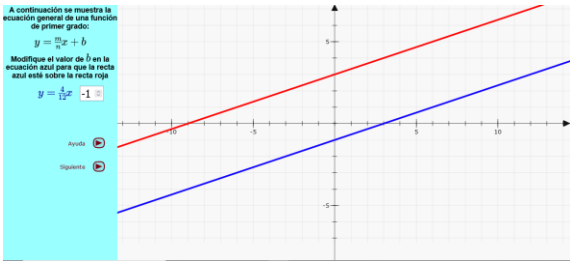
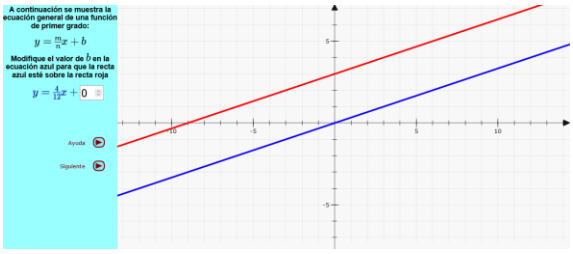
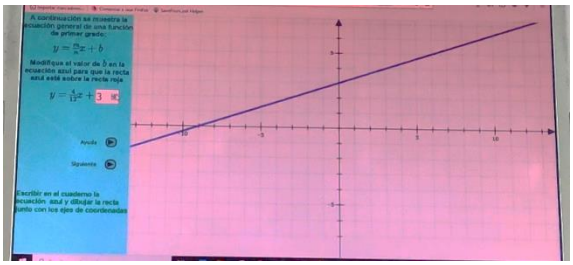
Profesor: “Cuando nos referimos a que debe estar sobre la recta roja, queremos decir que la recta azul y la recta roja se conviertan en una sola línea”

E1: “Entonces démole bajar bajar hasta que dé”

Profesor: “Hay unos botones en la casilla blanca que pueden utilizar para eso”

E2: “¿Arriba o abajo?”

E1: “Abajo, abajo”</td>
</tr>
</table>

E2 oprime la flecha hacia abajo. El valor del parámetro *b* cambia a *-1*, la recta azul se mueve y su intersección con el eje de las ordenadas es $(0, -1)$. E1: "*no, arriba… a ver*" E2 oprime en la casilla la flecha hacia arriba, el valor del parámetro *b* cambia a 0, la recta azul se mueve y su intersección con el eje de las ordenadas es $(0, -1)$. E1: "*eso*" E2 continúa oprimiendo la flecha hacia arriba hasta que la recta azul y la recta roja están superpuestas. E1: "*Ah… es el 3*" E2 lee en voz alta el mensaje que aparece en la ventana.	  

La acción inicial de los estudiantes fue oprimir la flecha hacia abajo. Las retroacciones del medio incluyeron el desplazamiento de la recta azul hacia abajo. Esta retroacción permitió a los estudiantes invalidar la acción: "*no, arriba… a ver*". Suponemos que al observar que la distancia entre las rectas aumentó, decidieron que esa acción no permitía resolver la tarea. La acción subsiguiente fue oprimir la flecha hacia arriba. Las retroacciones del medio incluyeron el desplazamiento de la recta azul hacia arriba. Esta retroacción permitió a los estudiantes validar la acción y repetirla hasta solucionar la tarea. Estas son evidencias de dos aprendizajes por adaptación: un cambio de acción y un refuerzo de acción.

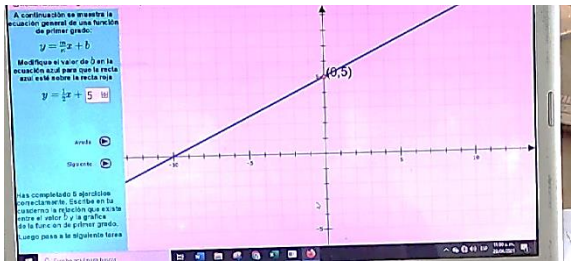
Los estudiantes resolvieron la misma tarea en otros cuatro ejercicios utilizando la estrategia descrita anteriormente. Al completar las cinco tareas, aparece el mensaje que les pide escribir la relación que existe entre el parámetro *b* y la gráfica de la función de primer grado.

E2 le pregunta a E1: "*¿cuál es la relación?*"	Video de referencia:

E1: "*¡jum! No sé… Pidamos ayuda… Dele ahí a ver qué pasa*"

E2 oprime el botón ayuda. En la representación gráfica aparecen las coordenadas del punto de intersección de la recta.

VID_20210429_113014(5:31)



E2: "*¿tipo a todas las gráficas tenemos que ponerle así?*"

E1: "*Pues hágale*"

E2: "*pero tendríamos que empezar desde el inicio*"

E1: "*¡Ay! no*"

E2: "*¿Nos ayuda profe?*"

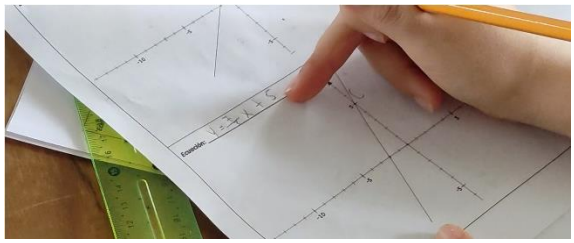
Profesor no les responde.

Señalando la pantalla, E2 afirma: "*¿Sí? O solamente ese*"

E1: "*Pongámosle a ese*"

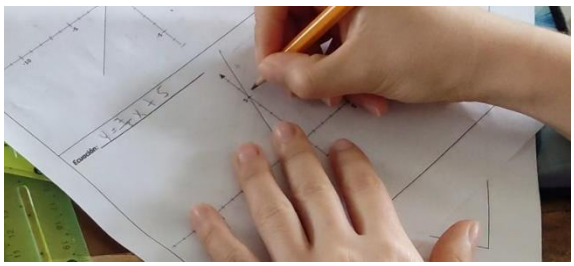
Vuelven a revisar las gráficas realizadas previamente

E2 (señalando el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas en una gráfica anterior afirma): "*Es este*"

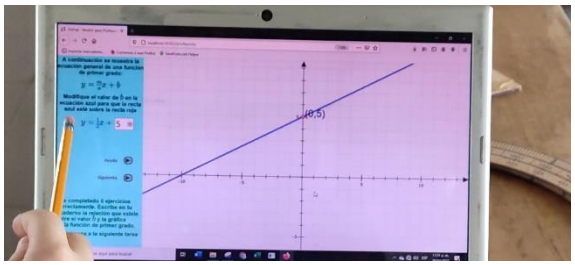


E1: "*¿Por qué?*"

Mientras señala el parámetro *b* escrito en la ecuación E2 afirma: "*Porque es este, mira estamos haciendo el quinto o ¿el cuarto?*"



Señalando la ecuación azul que se encuentra en la pantalla, E1 afirma: "*No, es este*"



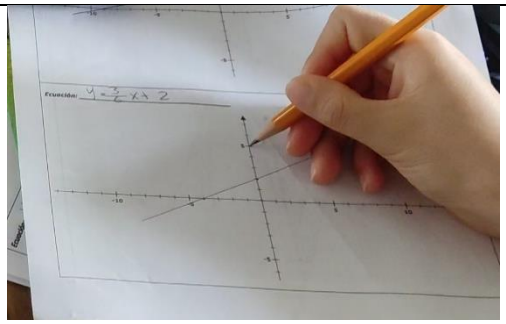
E2: "*¿Cuál?*"

E2 mira el lugar en la pantalla donde señala E1.

E2: "*Por eso mira*" señala la hoja nuevamente.

E1 toma la hoja donde E2 estaba realizando las gráficas, la voltea y le dice: "*el que apenas vamos a hacer*"

E2: "*Pero mira este donde está*" Señala una gráfica que no corresponde a la mostrada en la pantalla y agrega "*Está mal ubicado…pero yo lo ubiqué como estaba*"



E1: "*Yo ya lo tengo para acomodarla*" señala en el plano cartesiano de la hoja los puntos de intersección de la recta (aun no dibujada) con el eje de las ordenadas y las abscisas.

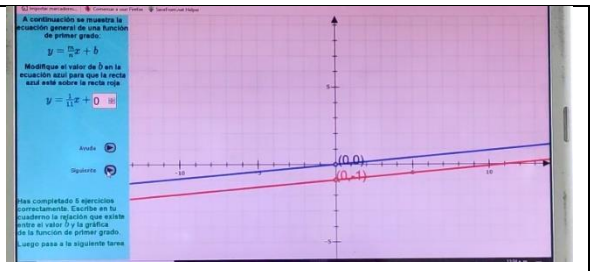
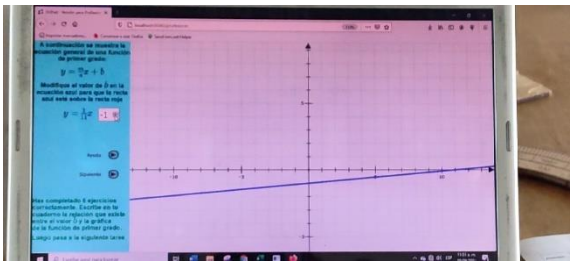
E2: "*Espere que yo estoy loca*" Revisando la hoja por ambos lados, se da cuenta que está revisando la hoja equivocada puesto que cambia de hoja y encuentra la ecuación que se muestra en la pantalla.

E2 dibuja la recta que se muestra en la pantalla tomando como referencia los puntos de intersección de la recta con el eje de las ordenadas y las abscisas

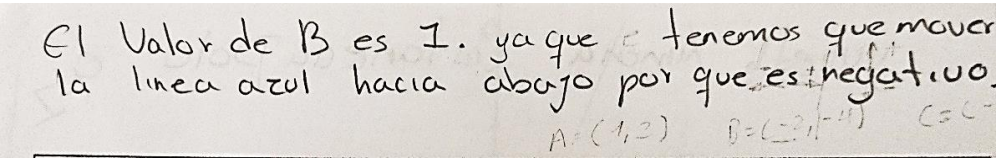


Luego E2 escribe junto al punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas, las coordenadas respectivas.	

Al terminar la serie de ejercicios de exploración, los estudiantes no han encontrado una relación entre los dos registros de representación. Deciden utilizar la ayuda, e intentan interpretar esas coordenadas que aparecen en la pantalla, observando las gráficas y ecuaciones que habían escrito en la hoja. E2 señala sucesivamente el parámetro b en una ecuación y el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas, lo cual podría conducir a la relación esperada, pero luego abandonan esa idea al darse cuenta de que no es el ejercicio que está en la pantalla.

Al pasar a un nuevo ejercicio el profesor le pregunta a la pareja: *¿Ahí como harían ustedes para que la recta azul coincida con la recta roja?* E1: "*Darle a la flechita abajo*" E2 oprime la flecha hacia abajo de la casilla, la recta azul se mueve para que su punto de intersección con el eje de las abscisas sea $(0,-1)$ y dice "*Así*"	 

Las afirmaciones de E2 apuntan hacia una estrategia perceptiva que les permite solucionar la tarea de exploración, pero no les permitirá solucionar la tarea de anticipación. Una de las ideas que escribieron para hablar de la relación entre el parámetro *b* y la gráfica de la función de primer grado se muestra a continuación:

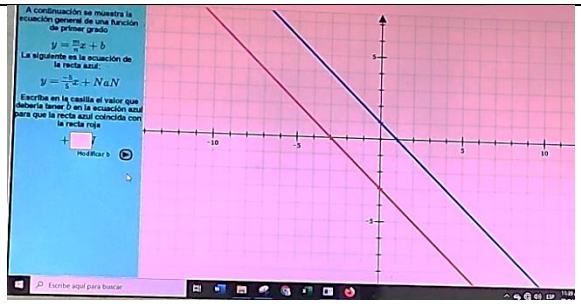


Las afirmaciones dadas por las estudiantes y lo que escribieron son evidencias de la concepción prevista en el análisis a priori según la cual el término *b* de la ecuación corresponde al movimiento que debe hacer la recta azul para quedar superpuesta a la recta roja.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Anticipación – parámetro b

Es necesario aclarar que en las tareas de anticipación se presentó un error en la programación: el parámetro b de la ecuación azul, que debería depender de la gráfica de la recta azul, quedó dependiendo del valor de la casilla. Este error dificultó en parte la interpretación que hicieron las estudiantes de los fenómenos observables en la pantalla.

[se observa NaN en donde debería aparecer el parámetro b de la ecuación



E2: "*Y si ponemos el 1?*"

E2 escribe en la casilla el valor 1 y oprime *Modificar b*. La recta azul permanece en su lugar, las rectas no se sobreponen y se puede ver el botón *intentar nuevamente*.

E1: "*Intentar nuevamente. Dele ahí*"

E2: "O sea que. Ya no nos regalan la respuesta … ahora si toca pensar"

E1: "Ok. listo"

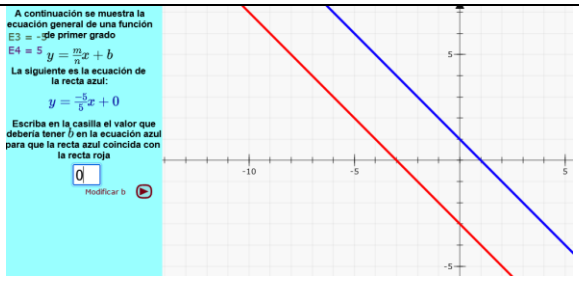
Vuelven a leer el enunciado

La afirmación "*O sea que. Ya no nos regalan la respuesta … ahora si toca pensar*" se interpreta como un signo de aprendizaje en el cual el sujeto toma conciencia que debe predecir el valor del parámetro porque ya no puede simplemente oprimir las flechas.

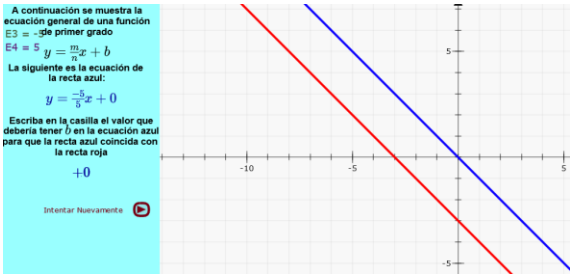
E2: "*venga, pongamos 0*"

E1: "*Ponga 3*"

E2: "*Espere tantico, pongamos 0*"



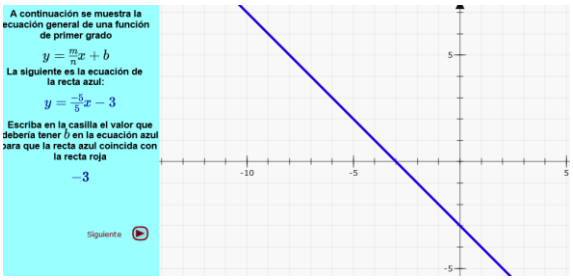
E2 escribe en la casilla el valor 0 y oprime en *modificar b*, la recta azul se mueve una unidad hacia abajo para que el punto de intersección con las ordenadas sea (0,0).



E2: "*mmmm. No*"

(Ejercicio incorrecto 2)

E1: "*-3, a ver*"



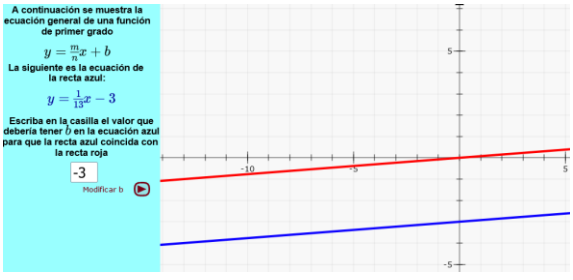
E2: "*¿-3?*"

E1: "*Sí, a ver. De pronto*"

E1 escribe en la casilla -3. Cambia el valor del parámetro, la recta azul sobrepone a la roja.

E1: "*Ay. Sí*"

E2: "*Ahhhh. Ya entendí… ya, ya. Entendí. Está fácil*"



E2 oprime sobre el botón siguiente. Los valores de los parámetros cambian, las rectas cambian de posición. La ecuación azul es $y = \frac{1}{13}x - 3$.

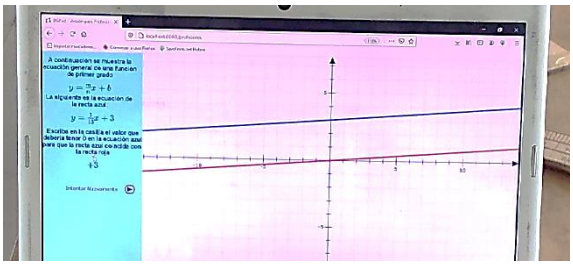
Con el puntero E2 cuenta la cantidad de unidades que se debe mover la recta azul para estar sobrepuesta a la recta roja.

E2: “3, ¿otra vez?”

E2 Borra el valor 3 en la casilla, pero olvida borrar el signo negativo

E1: “Sin el negativo”

E2 borra el signo negativo de la casilla y escribe 3. Oprime el botón *modificar b*, el valor del parámetro *b* cambia, la recta azul se mueve y el punto de intersección con el eje de las ordenadas es *(0,3)*.



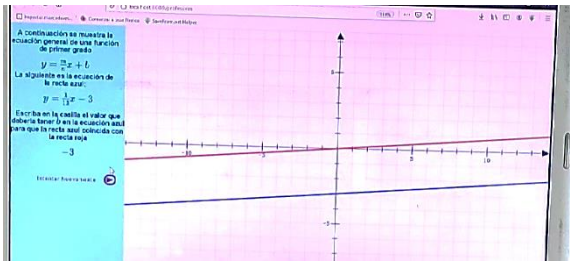
E2: “*No, mira pa´ donde se fue. Entonces sí era negativo. ¿Sí vio?*”

E1: “*Ay, sí. No puede ser.*”

E2 oprime el botón intentar nuevamente. Borra el valor de la casilla y escribe -3.

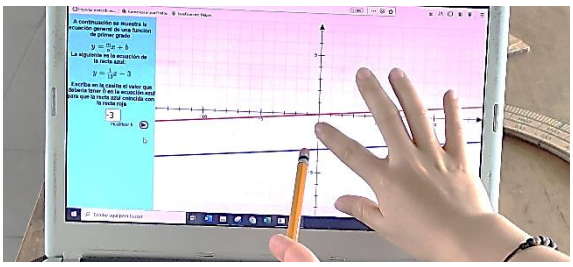
E1: “*Ahora sí. Hágale*”

E2 oprime sobre el botón *modificar b*. La recta azul regresa a la posición donde su punto de intersección con las ordenadas es (0,-3).



E1: “*¡ja! Se regresó a donde estaba*”

E2: “*mira que sí son 3*” Señalando la pantalla, cuenta sobre el eje de las ordenadas la cantidad de cuadrados que debe moverse hacia arriba para hacer sobreponer las rectas.

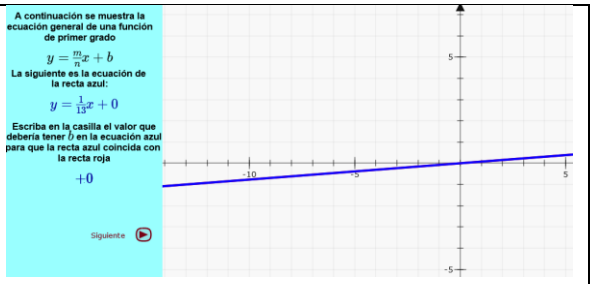


Las acciones y afirmaciones realizadas por E2 permiten confirmar que tiene la concepción prevista en el análisis a priori según la cual el término *b* de la ecuación corresponde al movimiento que debe hacer la recta azul para quedar superpuesta a la recta roja. En efecto, E2 cuenta el número de unidades que separan la recta azul de la recta roja para responder a la pregunta qué número se debe escribir en

la casilla. A pesar de que las retroacciones del medio conducen a invalidar esta estrategia, la siguen utilizando.

E1: "*0, ponga*"

E2 escribe en la casilla 0, oprime sobre el botón *modificar b*. La recta azul se mueve hacia arriba para sobreponerse a la recta roja.

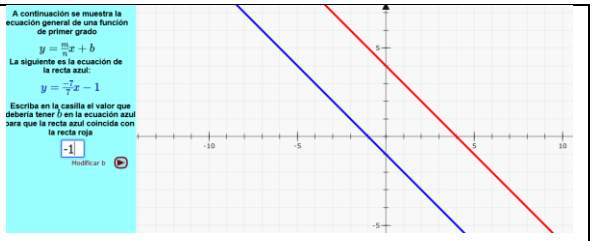


E2: "*Ay. Sí. Sabe ¿por qué?*"

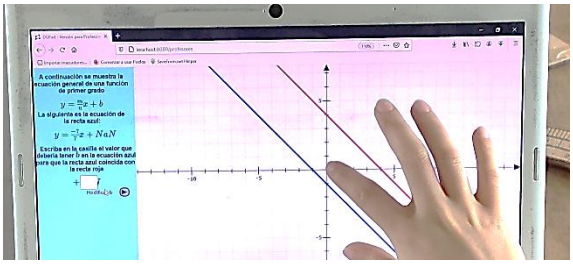
E1 señalando la intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas afirma "*Porque está en el 0. Listo siguiente*"

Es claro que E1 está expresando una concepción distinta a la de E2. Y se interpretó en su momento que E1 tenía la concepción esperada, que el valor de *b* es el valor de la ordenada del punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas. Pero, en los siguientes extractos se observa otra concepción.

Al pasar a un nuevo ejercicio se muestra como ecuación azul $y = \frac{-7}{7}x - 1$.



E2: "*Bueno, ahí ya no es negativo… tipo…*" Señalando la pantalla en la representación gráfica cuenta la cantidad de unidades que necesita la recta azul para quedar sobre la recta roja



E2: "*5*"

E1: "*4*"

E2: "*pongámosle 5*"

E2 escribe en la casilla 5

E1: "*No, 4*"

E2 borra el 5 de la casilla, escribe 4 y oprime el botón *modificar b*. La recta azul se sobrepone a la recta roja.

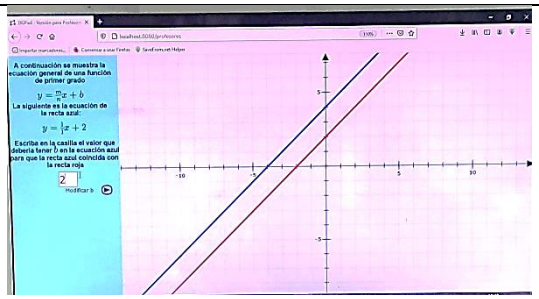
Oprimen sobre el botón siguiente y avanzan al siguiente ejercicio.

Los siguientes dos ejercicios fueron solucionados de manera acertada, pareciera ser que los estudiantes han encontrado la relación entre el parámetro y la recta.

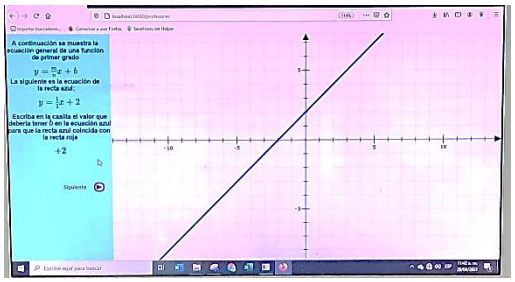
La ecuación azul es $y = \frac{1}{1}x + 4$.

E1: "*es 2*"

E2: "*2*"



E2 escribe en la casilla 2, la ecuación azul cambia para que el valor de *b* sea 2, oprime sobre el botón *modificar b* y la recta azul se mueve para que su punto de intersección con el eje de las ordenadas sea $(0,2)$. Las rectas se sobreponen

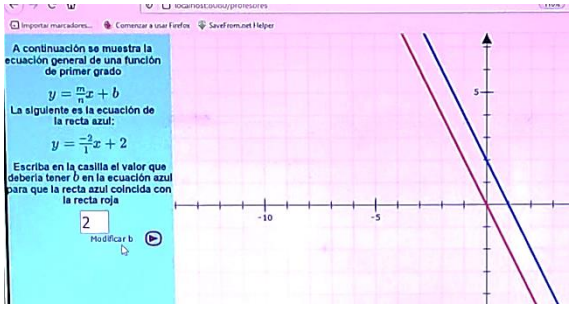


Oprime sobre el botón Siguiente y da paso a un nuevo ejercicio. La ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{1}x$.

E2: "*Listo, ahora es 2*"

E1: "*1*"

E2: "*¿1 o 0?*"



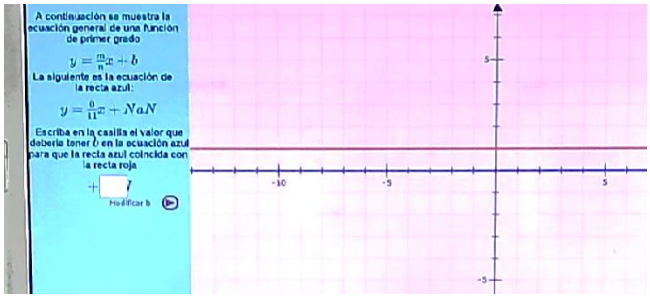
E1: "*Es 0*"

E2 escribe en la casilla 0, la ecuación azul cambia para que el valor de *b* sea 0, oprime sobre el botón *modificar b* y la recta azul se mueve para que su punto de intersección con el eje de las ordenadas sea $(0,0)$. Las rectas se sobreponen.

E1: "*Listo, hágale*"

E2: "*Bien*"

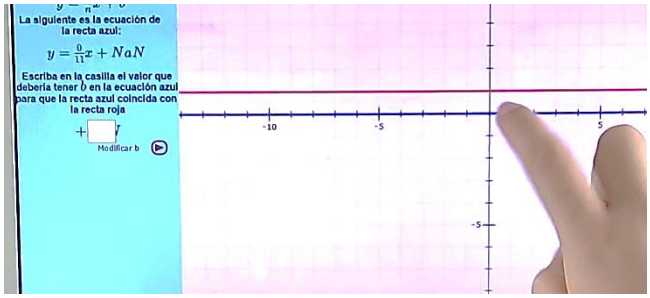
Pasan a un nuevo ejercicio donde la ecuación de la recta roja es $y = \frac{0}{11}x + 1$

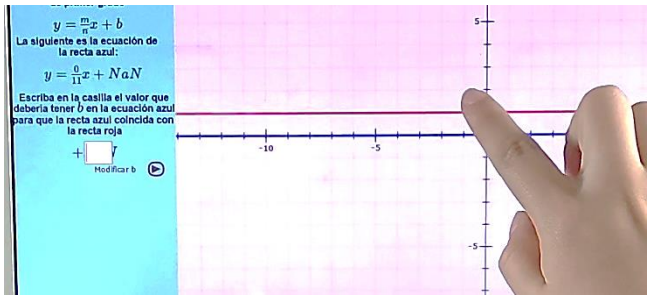


E2: "*Es 1*"

Profesor: "*¿Cómo sabes que es 1?*"

E2 Señala desde la recta roja hacia la recta azul y dice "*porque es 1*"

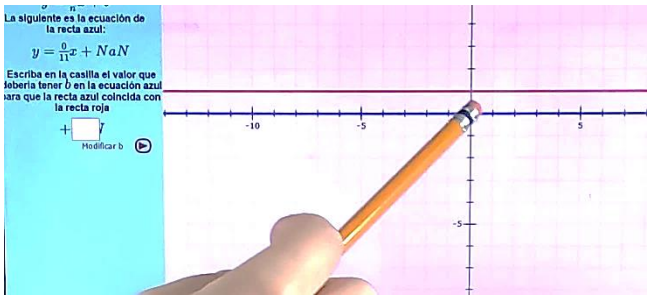


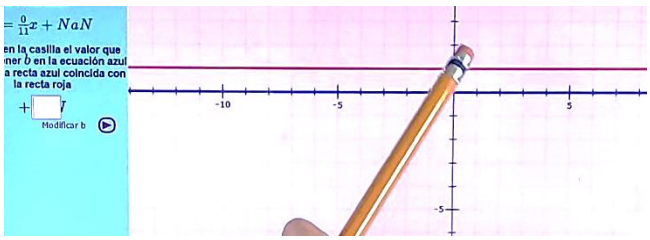


E1 señala desde la recta azul hacia la recta roja y dice “desde acá, hasta acá”

E2: “*La dimensión que hay. ¿Cierto?*”

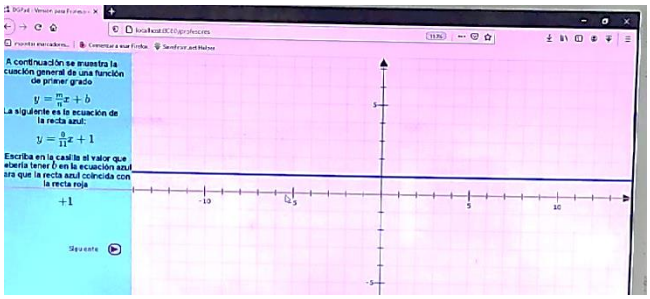
E1: “*Pero hágale, ponga 1, a ver*”





E2: “*No, no es 1, es 0*”

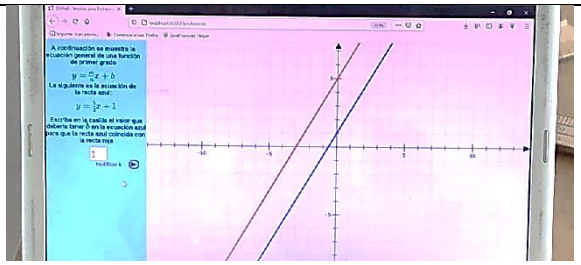
E2 escribe en la casilla 0, la ecuación azul cambia para que el valor de *b* sea 0, oprime sobre el botón *modificar b* y la recta azul no se mueve. Las rectas no se sobreponen.



E1: “*¿Si ve?, ponga 1*”

E2 escribe en la casilla 1, oprime sobre el botón *modificar b* y la recta azul se sobrepone a la recta roja.

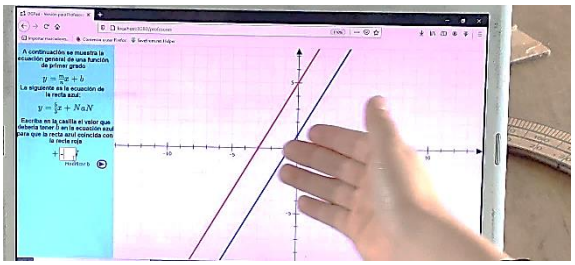
Las estudiantes cambian de ejercicio, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{3}{3}x + 5$

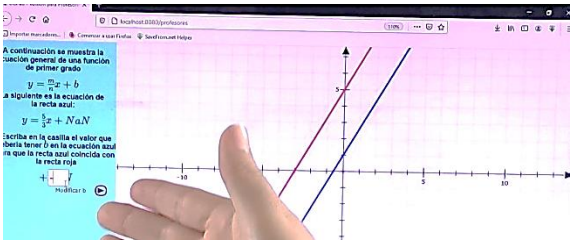


Profesor: “*Ahí por ejemplo ¿cómo saben cuál es el valor de b?*”

E2: “*Sería menos… menos*” borra el número que aparece en la casilla y escribe el signo menos

E2: "*Porque está pa´ allá*" hace un movimiento con la mano desde la derecha hacia la izquierda





E1: "*Para la izquierda*"

E2: "*Entonces…*"

E1: "*-3*"

E2: "*-3?*"

E1: "*Según yo*"

E2: "*Pero está como en la mitad*" Señala en la representación gráfica la intersección de la recta azul con el eje de las abscisas.

E1: "*Sí*"

E2: "*Entonces… 2.5*"

E2 Escribe en la casilla 2,5, oprime sobre el botón *modificar b*.

La recta azul se mueve para que su punto de intersección con el eje de las ordenadas sea $(0, -2)$. Las rectas no se sobreponen.

E1: "*Ay. no*"

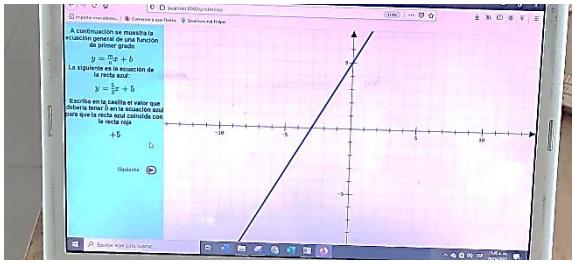
E1: "*Ponga -3*"

E2: "*No, espere ¿Por qué -3?*"

Cuenta con el dedo la cantidad de unidades hacia la izquierda que se debe mover la recta azul para estar sobre la recta roja.

E2: "*Son 4*"

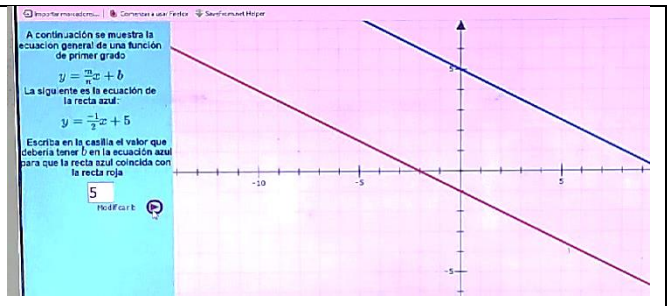
E2 escribe -4 en la casilla, oprime el botón *Modificar b*. La recta azul se mueve al punto $(0, -4)$. Las rectas no se sobreponen

E2: "*No, mire. Se nos está echando pa´ trás… Entonces es positivo…ya no es 4, pongámole 5*" E2 borra el -4 en la casilla, escribe 5 y oprime el botón *Modificar b*. La recta azul se mueve al punto $(0, 5)$. Las rectas se sobreponen. E1; "*¡Ay! Síi*" E2: "*¡Ay, por fin! Casi que no*" E2 oprime sobre el botón siguiente dando paso a un nuevo ejercicio.	 

En este extracto puede inferirse los estudiantes establecieron la distancia horizontal entre las dos rectas como el valor del parámetro *b*. Esto no fue previsto en el análisis a priori.

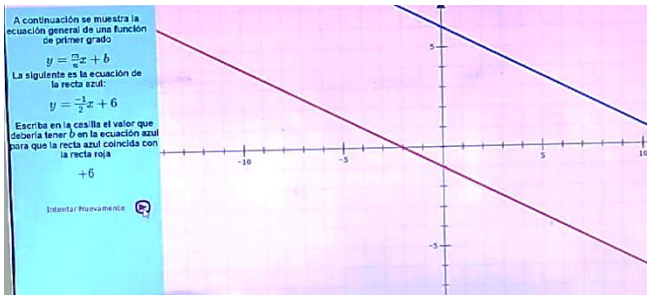
En momentos previos se creía que E1 tenía una concepción correcta sobre la relación entre el valor del parámetro y el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas. Parece ser que para E1 cualquier punto de intersección es válido siempre y cuando le permita solucionar la tarea. En la última fila de la tabla puede verse cómo las retroacciones del medio no logran invalidar esa estrategia.

En este momento, las estudiantes han completado 10 ejercicios y han cometido ….errores, el medio debería mostrar un mensaje pidiéndoles volver a las tareas de exploración. Esto se debe a un error de programación. La programación muestra el mensaje si el 80% de los ejercicios es incorrecto de un total de 10, cuando realmente tendría que verse el mensaje cuando no se cumple el objetivo del 80% de ejercicios correctos de un total de 10. Por eso las estudiantes continúan haciendo ejercicios de anticipación.

La ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{2}x + 5$	

E2 cuenta la cantidad de unidades desde la recta azul hasta la recta roja de manera vertical y dice "*6*"

E2 borra el 5 en la casilla, escribe 6 y oprime el botón *Modificar b*. La recta azul se mueve al punto $(0, 6)$. Las rectas no se sobreponen.

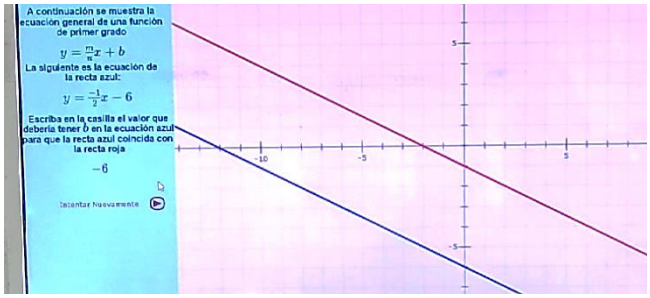


E1: "*No, no da*"

E2: "*Es negativo*"

E1: "*ay sí verdad, de para arriba es positivo y para abajo negativo*"

E2 borra el 6 en la casilla, escribe -6 y oprime el botón *Modificar b*. La recta azul se mueve al punto $(0, -6)$. Las rectas no se sobreponen.



E2: "*Nooo… pere, pere, pere… ¿Cuál es la que persigue a quien para uno ubicarse?*"

E1: "*la azul*"

E2: "*La azul arriba. ¿Cierto?*"

E1: "*La azul tiene que llegar hasta a la roja*"

E2 nuevamente cuenta la cantidad de unidades y dice "*5*"

E2 borra el 6 de la casilla, mantiene el signo negativo, escribe 5 en la casilla y dice "*menos 5*"

E1: "*Bueno, pues quedaría en… Bueno hágale*"

E2 oprime el botón Modificar b. La recta azul se mueve al punto (0,-5). Las rectas no se sobreponen.

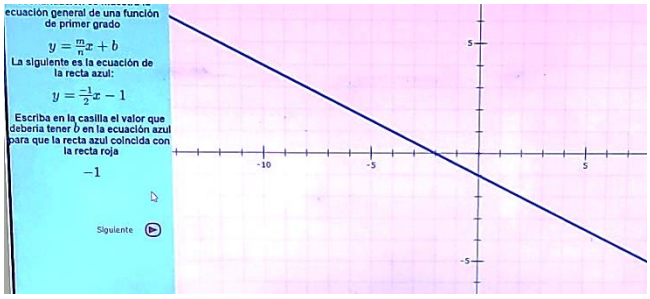
E1: "*¿Si ve?, quedaría acá*" Señala en la pantalla el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas y añade "*... Ahhhhhh, -1 ponga*"

E2: "*¿-1?*"

E1: "*Sí*"

E2 borra el 5 de la casilla, mantiene el signo negativo, escribe 1 y oprime el botón *Modificar b*. La recta azul se mueve al punto $(0, -1)$. Las rectas se sobreponen.

E1: "*¿Sí ve?*"



Cuando E1 afirma: "*¿Si ve?, quedaría acá [...] Ahhhhhh, -1 ponga*" se interpreta como un cambio en la concepción que tenía, dado que señala el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas e inmediatamente hace la corrección y con certeza afirma que debe ser -1. A partir de este momento se observa que E1 ya no utiliza la distancia entre las rectas como criterio para predecir el valor de b mientras que E2 sí lo hace.

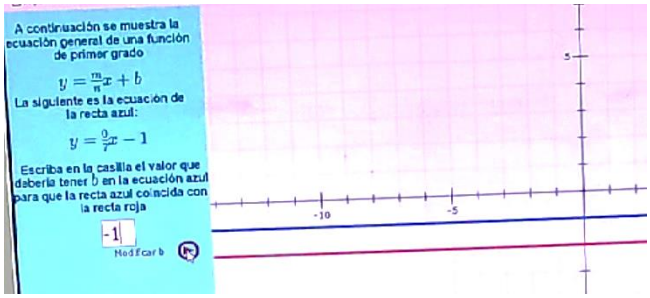
Las estudiantes cambian de ejercicio.

La ecuación de la recta roja es $y = \frac{0}{7}x - 2$.

E2: "*¿Otra vez -1?*"

(E2 hace referencia a que debe moverse una unidad hacia abajo la recta azul)

Video de referencia: VID_20210429_114629



E1: "*No*"

E2 mantiene el -1 en la casilla del ejercicio anterior y oprime el botón Modificar b. La recta azul no se mueve.

E2: "*Es 0*"

E1: "*¿Por qué?*"

E2: "*Porque ésta, tiene que bajar acá*" Señala la recta azul y luego la recta roja

E1: "*Por eso*"

E2: "*por eso, 1 no me da*"

E1: "*No, Póngale 1 y verá…póngale lo que crea*"

E2 escribe 1 en la casilla, oprime el botón modificar b. La recta azul se mueve al punto (0,1). La recta azul no se sobrepone a la roja.

E2: "*No, no ve que sube… entonces -1 … Pero si -1 no dio*"

E1: "*¿Entonces?*"

E2 cuenta la cantidad de unidades que necesita la recta azul para llegar a la recta roja y dice "*3*"

E2 borra el 1 de la casilla, escribe -3, oprime el botón modificar b. La recta azul se mueve al punto (0,-3). La recta azul no se sobrepone a la roja.

E2: "*nooo*"

E1: "*-2, ponga*"

E2: "*No, -1… bueno hágale -2*"

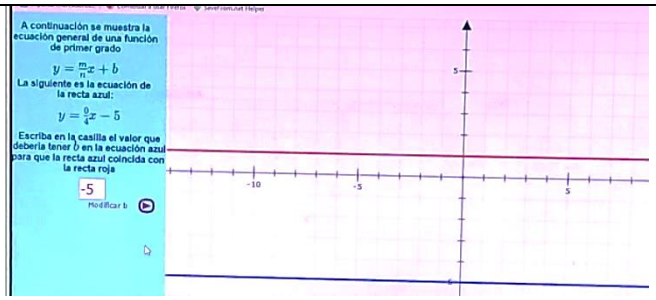
E2 borra el 3 de la casilla, escribe -2, oprime el botón modificar b. La recta azul se mueve al punto (0,-2). La recta azul se sobrepone a la roja.

E2: "*ah, sí*"

Pasan a un nuevo ejercicio.

En el momento presentado se interpreta que E1 tiene una concepción distinta a la de E2, dado que corrige luego que E2 comete un error. En los siguientes ejercicios se presenta la misma situación: E2 cuenta la cantidad de unidades que representa el movimiento de la recta azul para llegar a la recta roja y E1 la corrige. A continuación, se presenta un fragmento que puede ser interpretado como un cambio de concepción de E2:

La ecuación de la recta roja es $y = \frac{0}{4}x + 1$, la ecuación de la recta azul es $y = \frac{0}{4}x - 5$



E2 cuenta en voz baja la cantidad de unidades que hay desde la recta azul hasta la recta roja y dice "*6*"

E1 no interviene y escribe el 6 en la casilla, mientras que E2 oprime el botón *modificar b*. Las rectas no se sobreponen.

E2: "*¿Será 5?*"

E1: "*Ponga 5*"

E1 escribe 5 en la casilla y E2 oprime el botón *modificar b*. Las rectas no se sobreponen.

E2 cuenta nuevamente en voz baja y dice "*4*"

(E1 señala el número donde se encuentra el punto de intersección de la recta roja)

E2: "*Ahhhh… Entonces es 1… dele 1*"

E1 escribe en la casilla 1 y E2 oprime el botón modificar b. Las rectas se sobreponen.

E2: "*Ahhhhhh… ya entiendo*"

E1: "*Ahhhhh*"

E2: "*Acá … Acá toca que marcar lo que haya*" Señala el eje de las ordenadas de arriba hacia abajo.

E1: "*Ajá… hay que mirar el plano*"

A partir de este fragmento de vídeo, interpretamos en los gestos de E2 que hubo un cambio de concepción sobre el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas y el parámetro *b*, además E1 respalda la afirmación de E2 al decir "*Ajá… hay que mirar el plano*". Posteriormente el profesor decide reiniciar la tarea de anticipación dado que el mensaje que daba por terminada los 10 ejercicios no apareció. Las estudiantes realizaron los 10 ejercicios de la tarea de anticipación correctamente.

A continuación, mostramos un extracto donde las estudiantes explicitan su nueva concepción:

Profesor: "*Ahora, la pregunta es… traten de explicar ¿Qué relación hay entre el valor de b y la gráfica?*"

E1: "*Pues que… o sea que… ¿tenemos escribir?*"

Profesor: "*Nooo, pues decírmelo*"

E1: "*Espere… es que ya se me olvidó… ¿cómo es esa palabra?*"

E1: "*El valor de b en la línea azul ¿sí?*"

Profesor: "*Por ejemplo en el caso que está ahí*" Señala la pantalla "*¿Qué tiene que ser b, para que la recta azul quede sobre la roja?*"

E2: "*5*"

E1: "*5*"

Profesor: "*¿Cómo saben qué es 5?*"

E2: "*Porque tenemos que subir 5 grados desde 0…cinco grados [risas]*"

E1: "*Pues nos damos cuenta gracias al plano cartesiano… obviamente*"

Señala el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.

E2: "*Pues claro*"

E1: "*Y acá tenemos esto*" Señala en la pantalla el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas "si es 5, sería positivo… pongamos 5" borra el valor que aparece en la casilla y escribe 5.

E2: "*Sí, es positivo*"

E2 oprime el botón modificar b. las rectas se sobreponen.

E2: "*comenzamos desde 0*" Con el puntero cuenta la cantidad de unidades que hay desde el 0 en el eje de las ordenadas hasta llegar a 5.

E1: "*Ahhh… Porque se cuenta siempre desde el 0*" Señala en la pantalla el origen del plano cartesiano.

E2: "*Sí, desde el cero... No se va a contar tipo de acá, … 1, 2, 3… 9…*" inicia el conteo desde la ubicación previa de la recta azul hasta que llega a la posición actual de las rectas sobrepuestas.

E1: "*Pero así lo estábamos haciendo al principio*"

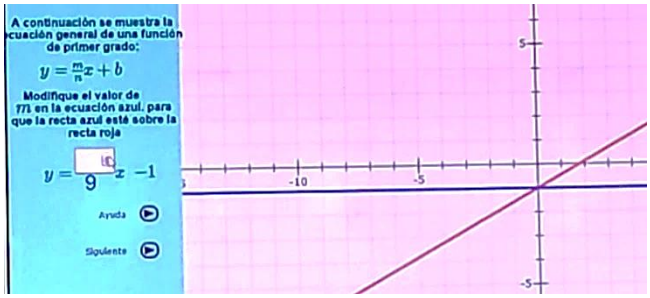
E2: "*Ah, Pero al principio… porque no sabíamos… ya profe, ya le explicamos*"

Síntesis: en el análisis a priori se había contemplado que las estudiantes iniciaran la fase de anticipación sin una idea clara sobre la relación entre el valor del parámetro y la gráfica, tal como sucedió. Después de varios intentos de E2 por contar la cantidad de unidades que necesitaba la recta azul para llegar a la recta roja (ya fuese de manera vertical u horizontal), las retroacciones del medio permitieron invalidar dicha acción. Las afirmaciones y gestos de las estudiantes son evidencia de la construcción de una concepción correcta sobre la relación esperada, además son evidencia del aprendizaje por adaptación puesto que hubo un cambio en las acciones de las estudiantes (cambiar la idea del movimiento por la del punto de intersección) y al reintentar la tarea de anticipación se observó un refuerzo en las acciones (escribir el número que corresponde a la ordenada del punto de corte).

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de exploración (intentos 1 y 2) – parámetro m

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{0}{9}x - 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{5}{9}x - 1$.

Vídeo de referencia: VID_20210520_091644



E1 inicia oprimiendo la flecha hacia arriba de la casilla. La pendiente de la recta cambia a $\frac{1}{9}$ ['se aleja' de la recta roja], Luego oprime la flecha hacia abajo para que el valor de la casilla sea 0.

E2: "*No, es abajo. ¿Cierto?*"

E1 oprime nuevamente la flecha hacia abajo de la casilla para colocar el valor en -1.

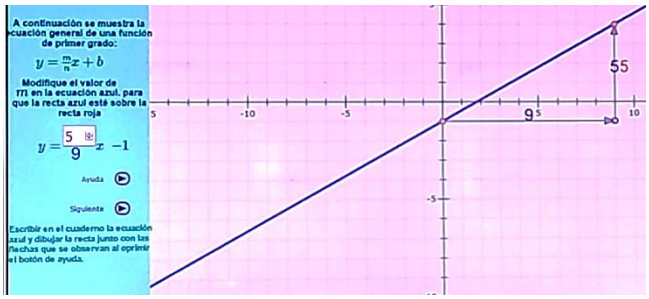
E1: "*¿arriba?*"

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla reiteradamente hasta que el valor de la casilla es 5. Las rectas se sobreponen.

E2 lee el mensaje que le solicita dibujar la recta junto con las flechas que aparecen al oprimir el botón ayuda.

E1: "*Dele ahí en ayuda*"

E1 oprime el botón ayuda. En el plano cartesiano aparecen las flechas que representan las diferencias entre las ordenadas y las abscisas de dos puntos de la recta.



Las estudiantes dibujan en el plano cartesiano la recta y las flechas que representan las diferencias. y luego pasan a un nuevo ejercicio

Vídeo de referencia: VID_20210520_092016

En la pantalla ahora aparece la ecuación de la recta azul como $y = \frac{5}{-6}x + 6$ y la ecuación de la recta roja como $y = \frac{3}{-6}x + 6$.

E1: "*¿cómo es que le había movido ahí?... ¿pa´ bajo o pa´ rriba?*"

E2: "*Pa´ rriba*"

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla, el valor de la casilla cambia a 6 y la pendiente de la recta cambia a $\frac{6}{-6}$. Las rectas no se sobreponen.

E2: "*No*"

E1: "*No, pa' bajo*"

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla reiteradamente hasta que el valor de la casilla es 3 y las rectas se sobreponen.

E2 lee en voz baja el mensaje que les pide escribir la ecuación, dibujar la recta en el plano y las flechas. E1 y E2 escriben la ecuación y dibujan respectivamente.

Luego de esto pasan a un nuevo ejercicio.

Vídeo de referencia: VID_20210520_092249

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{-3}x + 1$, la ecuación de la recta roja $y = \frac{-2}{-3}x + 1$.

E2: "*Ahí ¿Cómo hacemos profe?*"

El profesor guarda silencio.

E2: "*Hágale pa' bajo… a ver*"

E1 oprime la flecha hacia debajo de la casilla, el valor del parámetro *m* es 2, las rectas no se sobreponen.

E1 continúa oprimiendo la flecha hacia abajo hasta que el valor de la casilla es -2 y las rectas quedan sobrepuestas.

E2: "*No, que tramposas nosotras [risas]*"

E1 y E2 escriben la ecuación y dibujan la recta junto con las flechas.

Vídeo de referencia: VID_20210520_092440

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-2}{2}x + 6$, la ecuación de la recta roja $y = \frac{-4}{2}x + 6$.

E1: "*Pa' rriba ¿no?*"

E2: "*ujum*" Asiente con la cabeza

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla, el valor del parámetro *m* es -1, las rectas no se sobreponen.

E2: "*No, pa' bajo*"

E1: "*Pa' bajo*"

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla hasta que las rectas se sobreponen.

E1: "*Que trampa*"

E2: "*Ay, no.*"

E1 oprime el botón ayuda, en el plano aparecen las flechas que representan las diferencias. Luego escriben y dibujan en la hoja lo que se les solicita.

Luego pasan a un nuevo ejercicio, el cual es solucionado oprimiendo las flechas de la casilla.

Vídeo de referencia: VID_20210520_092906

Las estudiantes leen en voz baja el mensaje que les pide describir la relación entre el valor del parámetro *m* y la gráfica de la función de primer grado.

E2: "*jum, ni idea*"

Al finalizar la tarea de exploración las estudiantes solicitan reiniciar la tarea de exploración, dado que aún no saben la relación. Hasta el momento la estrategia utilizada ha sido oprimir las flechas hasta hacer coincidir las rectas. Aunque ha habido cambios de acción (dejar de oprimir una flecha de la casilla para oprimir la otra), la estrategia es únicamente perceptiva y las estudiantes son concientes de que no han encontrado una relación entre los dos registros de representación.

A continuación, se presentarán algunos fragmentos de los reiterados intentos de las estudiantes en la tarea de exploración, en los que intentan construir una relación entre los dos registros.

La ecuación de la recta azul es

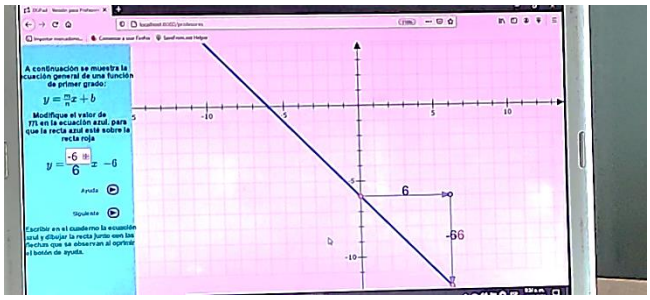
$y = \frac{-2}{6}x - 6$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-6}{6}x - 6$

E1 oprime la flecha hacia debajo de la casilla. Hasta que las rectas quedan sobrepuestas

E2: "*Ahh, claro porque vea estamos en negativo… ¿Sí ve?*" Señala a lo largo de la recta azul y luego el valor de la casilla

E2: "Ayuda… Dele ayuda… a ver si es la misma"

E1 oprime el botón ayuda, aparecen en el plano las flechas que representan las diferencias.



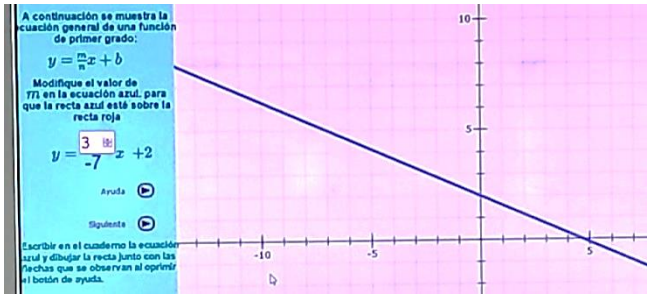
E2: "No son las mismas… que tristeza"

E1: "Ay no"

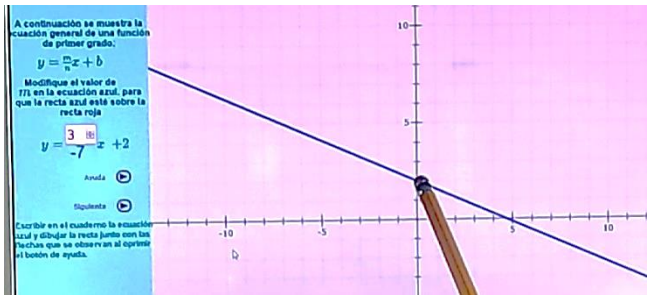
Las afirmaciones y gestos de E2, no parecen ser un indicio de la relación entre el valor del parámetro *m* y la representación gráfica. Se sospecha que trata de aplicar la misma estrategia usada para el parámetro *b* (establecer una correspondencia explicita (directa) entre la ecuación y la gráfica).

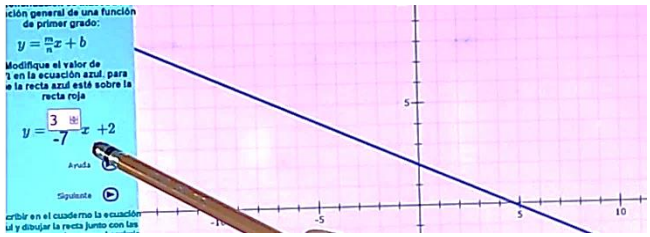
Las estudiantes acaban de solucionar una tarea donde la ecuación de las dos rectas sobrepuestas es $y = \frac{3}{-7}x + 2$.

Vídeo de referencia: VID_20210520_093747 (0:43)



E2 señala el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas, luego la ecuación y dice "*la b es esta… el 2… ahh ya entiendo la b es ésta. ¿sí?*"

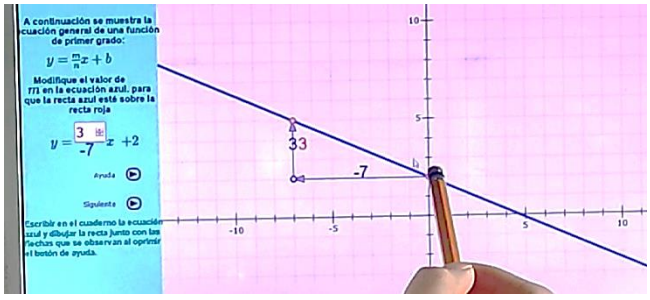




E2: "*Porque mire 2*" señala la pantalla y cuenta la cantidad de unidades que hay desde el origen del sistema de coordenadas hasta el punto de intersección de la recta.

E1 oprime el botón ayuda, en el plano cartesiano aparecen las flechas que representan las diferencias.

E2: "*Este punto significa la b. ¿Cierto?*" Señala nuevamente el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.



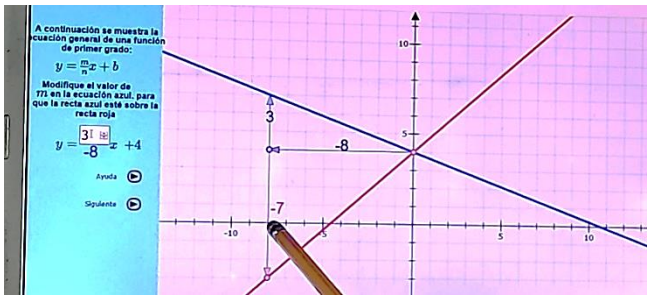
E1: “Sí”

E2: “¿Y entonces?”

E1: “pues hagámoslo”

Las estudiantes dibujan en la hoja el plano y las flechas.

Luego pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{-8}x + 4$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-7}{-8}x + 4$. E1 oprime el botón ayuda. E2: “*Profe una pregunta, ¿Qué significa esto?*” señala las flechas que representan las diferencias entre los puntos que componen la recta roja. El profesor no contesta.	Vídeo de referencia: VID_20210520_094335 (1:09) 

E1: “*Él no puede decirnos [risas]… démosle arriba*”

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla. La pendiente de la recta cambia, las rectas no se sobreponen.

E1: “*Era de pa’ bajo*”

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla hasta que las rectas se sobreponen. Aparece el mensaje indicando que deben escribir la relación entre el valor del parámetro y la gráfica.

E2: “*Ahora demole acá*” señala con el lápiz el botón ayuda.

E1: “*No sé… está como raro ahí*”

Dibujan en la hoja la recta azul y las flechas.

La segunda vez que se le pide a las estudiantes escribir la relación entre el parámetro *m* y la gráfica de la función de primer grado, aún no saben cómo describir lo que sucede. El profesor pide explicar de manera verbal.

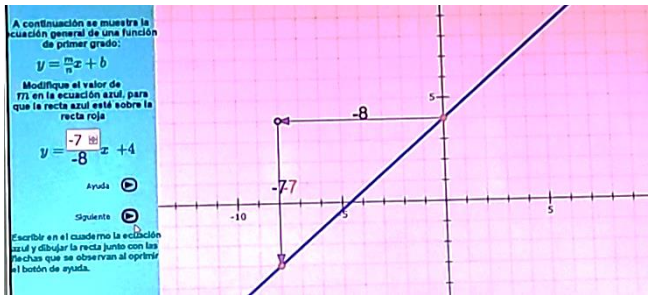
Las rectas están sobrepuestas como resultado del ejercicio anterior.

Profesor: "*ok dale. Trata de explicar*"

E1: "*No, Yo no sé … no me da*"

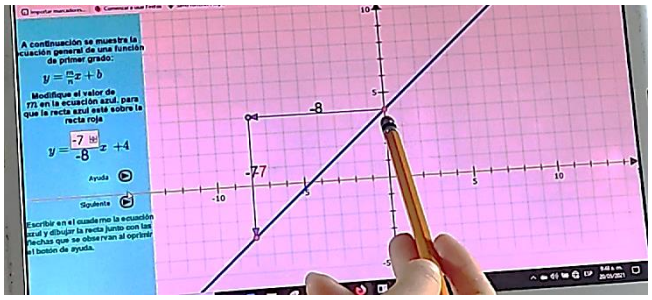
E2: "*Es que mire… no, no*"

VID_20210520_094750 (0:40)

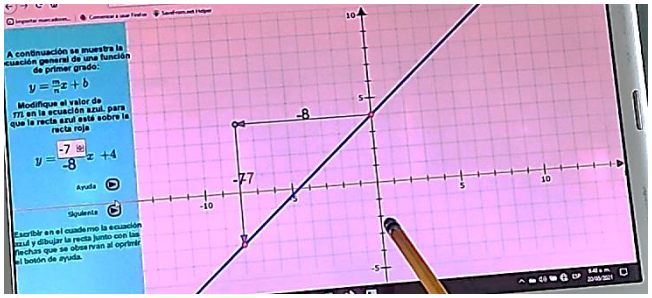


E2 cuenta en voz baja hasta 7 mientras señala desde lejos la pantalla.

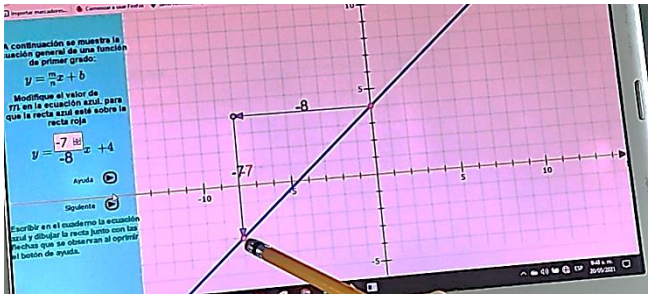
E2: "*Ah, entiendo…porque cuenta desde acá arriba"* Señala el punto donde se cruzan las dos flechas que representan las diferencias.



Luego cuenta 7 unidades desde el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas hacia abajo sobre el mismo eje. Mientras señala cada unidad cuenta *"[…] tipo 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7*"



E2 sigue el trazo de la línea horizontal hasta llegar al segundo punto que compone la recta azul.



E1: "*Pero si acá ya es negativo*" Señala el eje de las ordenadas

E2: "*Por eso, porque acá es negativo*" señala la flecha que representa la diferencia de las ordenadas.

E1: "*Y acá es positivo*" Señala el intercepto de la recta azul.

E2: "*Porque termina en negativo, ante todo, por eso toca ponerle negativo*" Señala nuevamente el punto (-8,-3).

E1: "*Ay no sé. Demole siguiente a ver*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

E2: "*No espere… profe intentemos la otra*"

Profesor: "*¿Donde ya no están las flechas?*"

E2: "*Sí*"

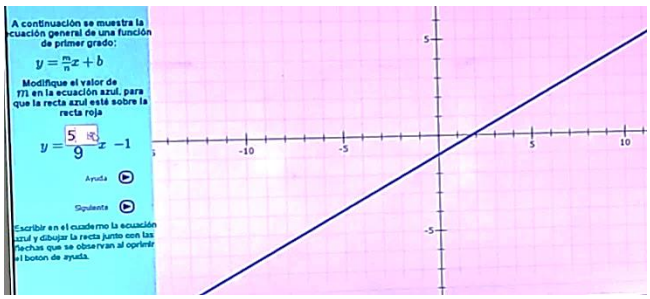
Los gestos de E2: señalar el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas, bajar contando 7 unidades y luego moverse horizontalmente hacia la izquierda hasta el punto donde llega la flecha, es un intento claro de relacionar los números que aparecen en la pendiente con la representación gráfica de la recta. Sin embargo, en el diálogo sólo se centran en el signo negativo, sin nombrar los números. Sin tener una idea clara se avanza a la tarea de Anticipación.

Las estudiantes abren el primer ejercicio de anticipación, pero antes de realizar ninguna acción sobre el medio solicitan al profesor volver a la ayuda. Esa petición es interpretada por el profesor como una solicitud de regresar nuevamente a la tarea de exploración.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de exploración (intento 3) – parámetro m

Las estudiantes realizan el primer ejercicio de exploración de manera acertada oprimiendo la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las rectas están superpuestas.

VID_20210520_095918 (2:16)



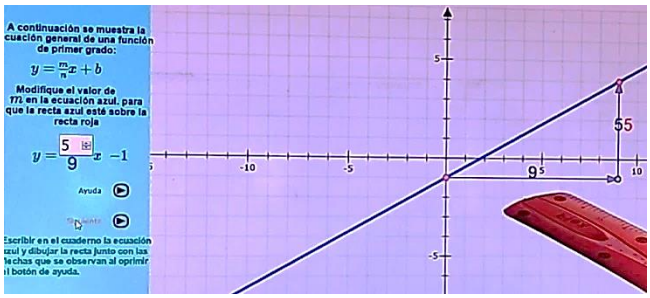
E2: "*¿Por qué 5?... no tiene nada que ver el 5 y el 9… dale en ayuda un tantico*"

E1: "*no, no entiendo*"

Oprimen el botón ayuda.

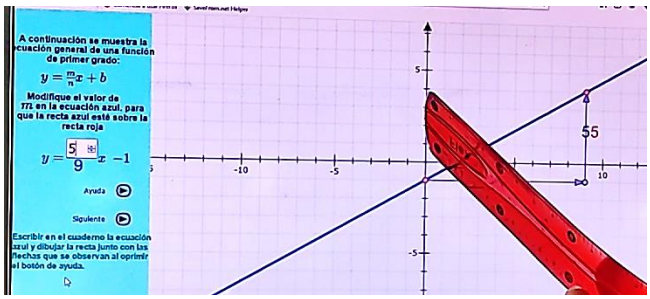
E2: "*Esta línea supuestamente es el 9*" señala la flecha que representa las diferencias de las abscisas "*Por qué rayos…ah ya entiendo… Porque acá está el 9*"

E2 señala sobre el eje de las abscisas el punto (9,0).



E2: "Y subiendo son 5" Cuenta sobre el eje de las ordenadas 5 unidades hacia arriba desde el punto de intersección de la recta, "¿Sí?... ¿entendió?"

E1: "Sí algo así"



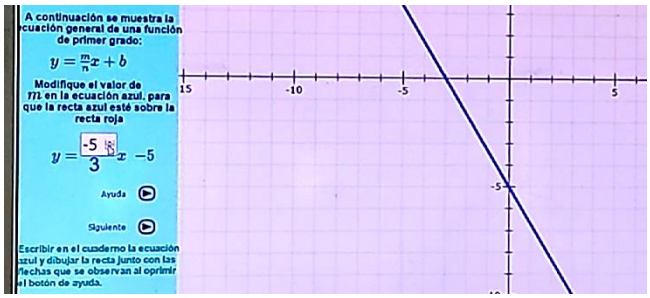
E2 señala desde el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas. Hace un movimiento de izquierda a derecha sobre la flecha de longitud 9 y afirma "*Así son 9*". Luego señala la flecha de longitud 5 con un movimiento de abajo hacia arriba y dice "…*Y así son 5*"

E1: "*Más o menos*"

Pasan a un nuevo ejercicio. La ecuación de la recta roja es

$y = \frac{-5}{3}x - 5.$

Las estudiantes hacen uso de las flechas de la casilla y hacen coincidir las rectas



E1: "*¿Cómo así?*"

E2: "*-5… porque está en -5…*" Señala el punto de intersección con el eje de las ordenadas, luego el parámetro *m*. "*…y el 3 véalo acá*" Señala el punto de intersección de la recta azul con el eje de las abscisas.

E1: "*Pero ¿Por qué?*"

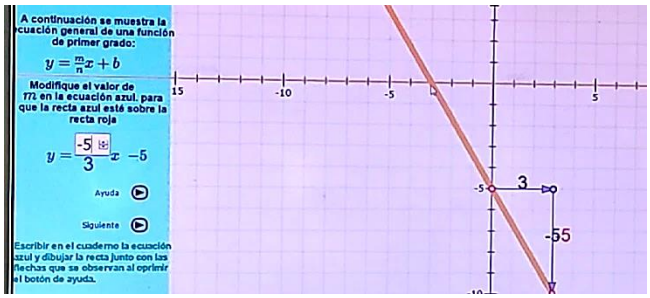
E1 oprime el botón de ayuda. En el plano cartesiano aparecen las flechas que representan las diferencias.

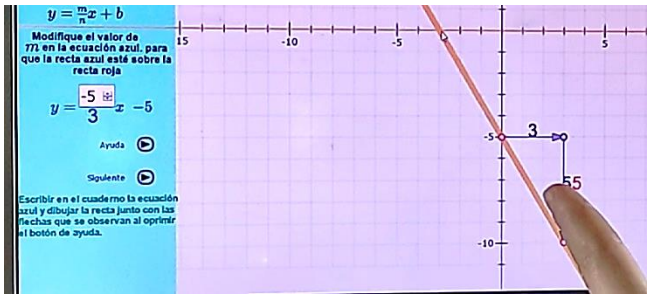
E1: "*¿Si ve? ... tonta*"

E2: "*Tonta de qué*"

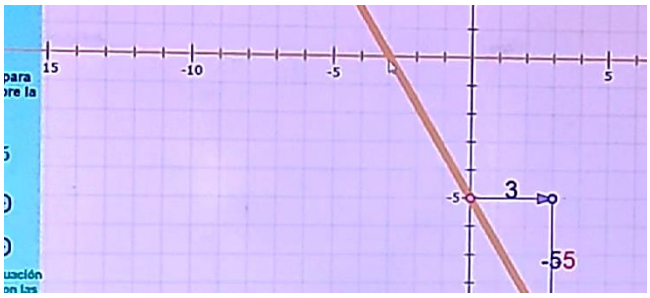
E1: "*Usted lo estaba ubicando acá, pero era acá*" Señala con el puntero la ubicación usada por E2 y luego señala las flechas con el dedo.

E2 cuenta en voz baja hasta 5.

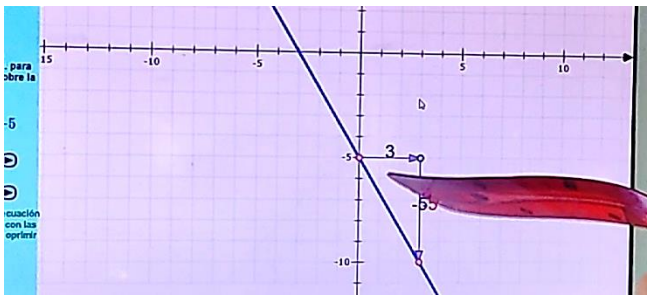




E1: "*porque acá es negativo*" Señala con el puntero el punto de intersección de la recta azul con el eje de las abscisas.



E2: "*Ahhh No. Sí… sí, sí, sí es pa´este lado*" señala la ubicación de las flechas en el plano.



E2: "*ya, ya profe. Si quiere nos puede pal otro nivel*"

E1: "*No gracias… esperemos a ver*"

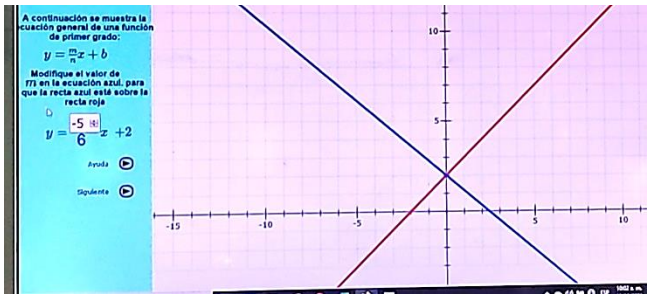
Oprimen el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta roja es $y = \frac{6}{6}x + 2$.

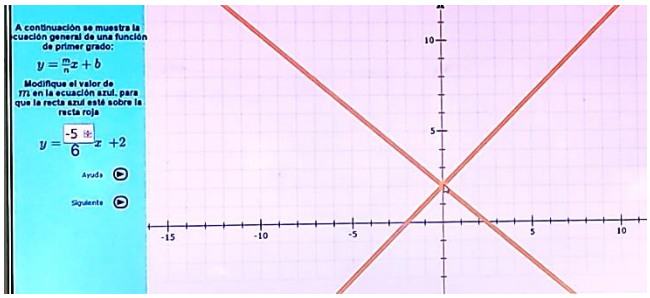
E1: "*Usted qué dice… ¿pa´bajo o pa´rriba?*"

E2: "*Pere tantico… ponga…*"

VID_20210520_100238 (4:37)

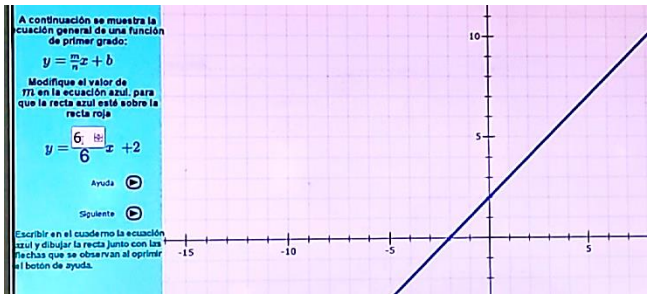


E1: "*Esta es la b… 2*" señala con el puntero el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.



E2: "*Hágale pa´bajo*"

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla, luego afirma "*No, pa´rriba*". Oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



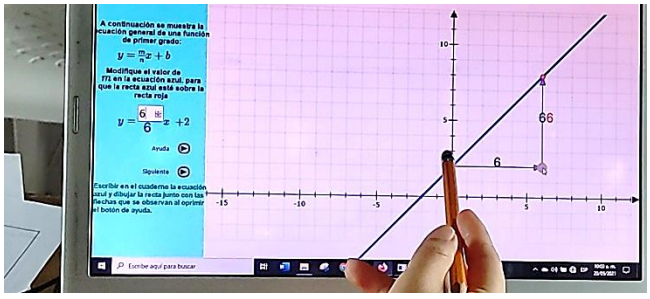
E2: "*¿Por qué rayos es 6? ... oprima en ayuda*"

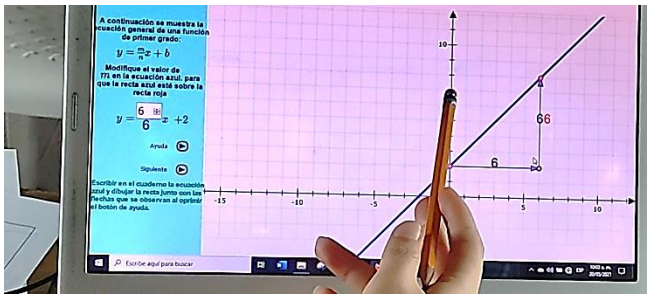
E1 oprime sobre el botón ayuda. Las flechas aparecen en el plano.

E2: "*mmmm*"

E1: "*ujum*"

E2 cuenta desde el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas hacia arriba sobre el mismo eje hasta llegar a 6.

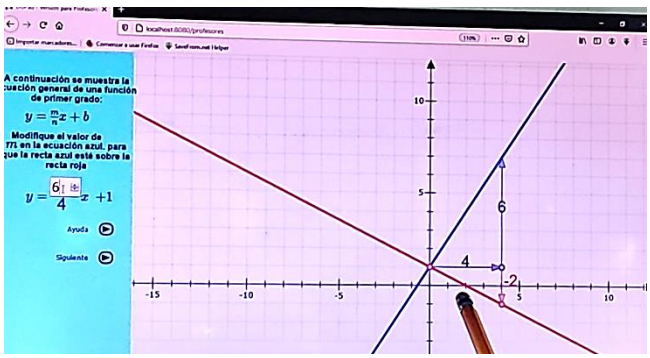




E2: "*Estoy confundida*"

E1: "*Mejor pasemos a otro*" Oprime sobre el botón siguiente. La ecuación de la recta roja es $y = \frac{6}{4}x + 2$.

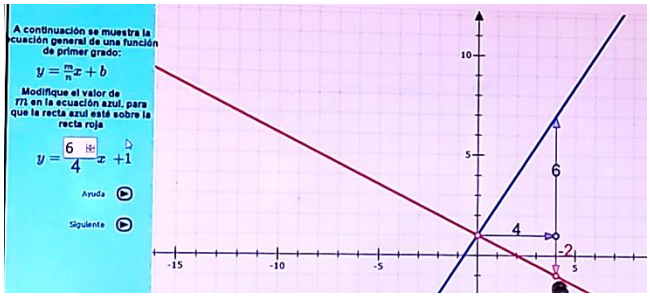
E2: "*Son 4*" cuenta desde el origen del sistema de coordenadas 4 unidades hacia la derecha sobre el eje de las abscisas.



E2 mantiene señalado el segundo punto de la recta roja.

E2: "*Ponga -2*"

E1 borra el 6 de la casilla, escribe el signo menos.



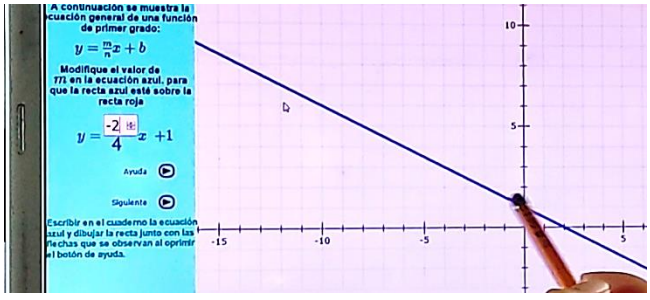
E2: "*Ahhh. se bajan 2… ahhhh, claro*"

E1 escribe en la casilla -2 y oprime la tecla Enter. Las rectas se sobreponen.

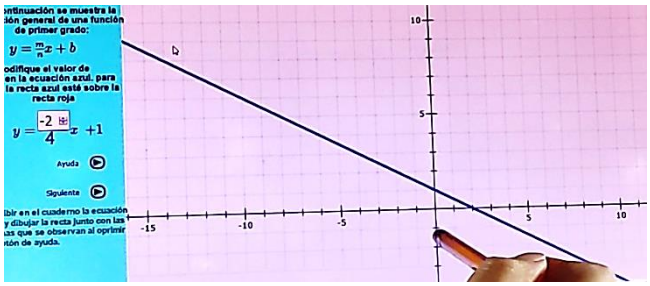
E2: "*Ujum*"

E1: "*Pero por qué tan fácil*"

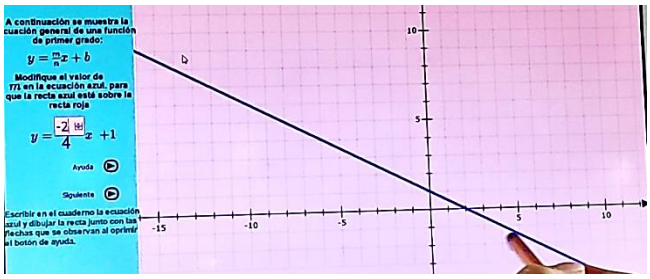
E2: "*Porque vea. Desde donde comienza el punto b*" Señala la intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.



"… *de ahí es donde tenemos que bajar…*" hace un movimiento de arriba hacia abajo.



"*… hasta llegar a donde está el otro punto. ¿Si me hago entender?*" Señala el lugar donde estaba el punto que permite construir la recta roja.



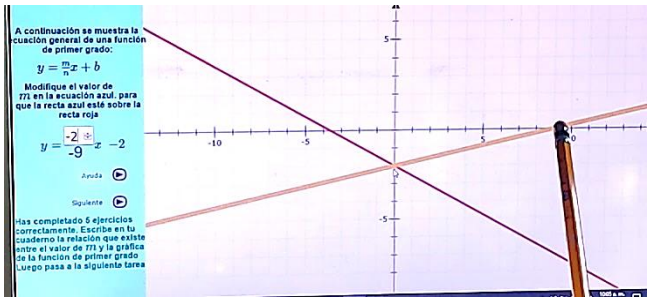
E1: "*No*" Oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio. La ecuación de la recta roja es:

$$y = \frac{5}{-9}x - 2$$

E2: "*9 ¿Cierto? … este es punto b*" Señala el punto de intersección de la recta roja con el eje de las abscisas, "*¿Cuál es el punto b?*"

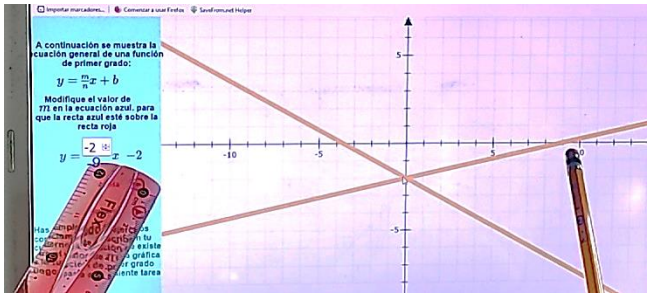
E1: "*Este*" señala con el puntero el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas y dice "*-2*"

E2 señala el punto de intersección de la recta azul con el eje de las abscisas, $(9, 0)$ y dice "*No señora, el punto b es este*"



E1: "*-2*" Mantiene el puntero sobre el punto $(0, -2)$

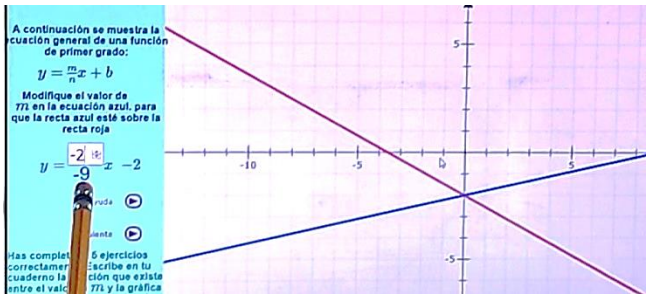
E2: "*-2 … Siempre se ubica el de abajo*" Señala simultáneamente el denominador de la pendiente en la ecuación y el punto $(9, 0)$.



E1: "*El punto b es -2*"

E2: "*Ah nooo … Sí, es -2, miento*"

E2: "*ah bueno, entonces ya nos ubicamos acá. ¿listo?*" señala el denominador de la pendiente en la ecuación azul, "*Entonces debe estar bien*"

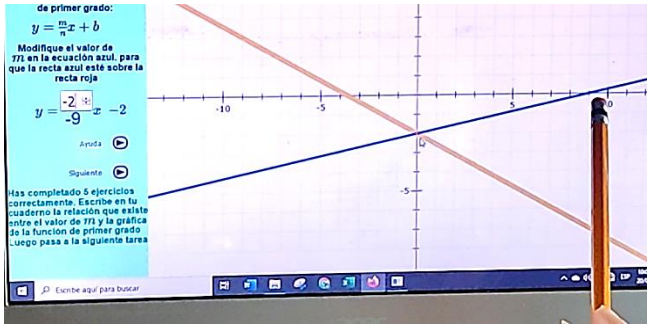


E1: "*Espere*"

E2: "*Ah no*"

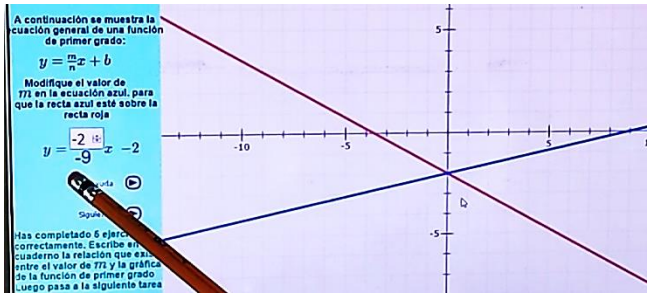
E1: "*Espere*"

E1 señala el punto $(0, -2)$ y dice "*El punto y… el punto b*"



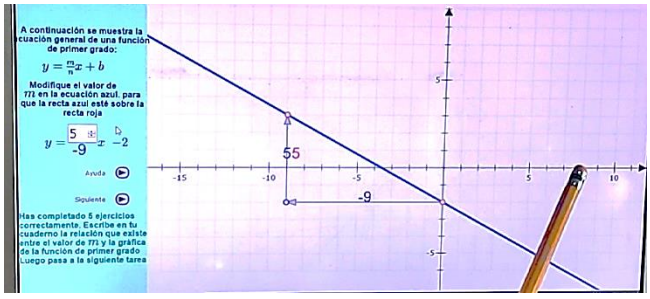
E2: "*El punto b… y el 9 véalo*" Señala el punto $(9,0)$. "*… pero supuestamente esto es positivo*" luego señala el parámetro *n* en la ecuación y dice "*vea -9*"

E2: "*Dele arriba*" Señala la flecha hacia arriba en la casilla.

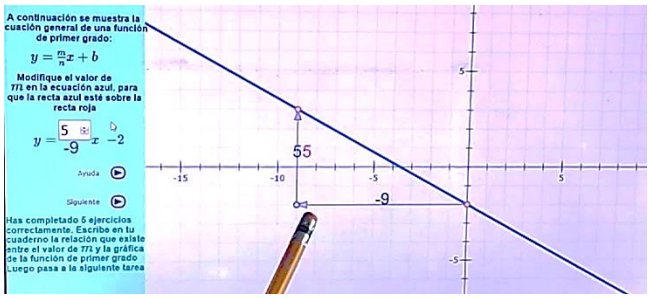


E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas. Luego oprime el botón de ayuda, en el sistema de coordenadas se ven las flechas que representan las diferencias.

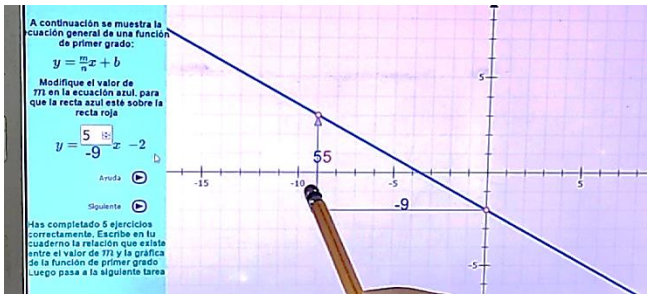
E2: "*jum… No seamos brutos, nosotros diciendo disque acá ubicando el 9*" Señala la posición aproximada del punto de intersección de la recta azul con el eje de las abscisas antes de oprimir la flecha de la casilla.

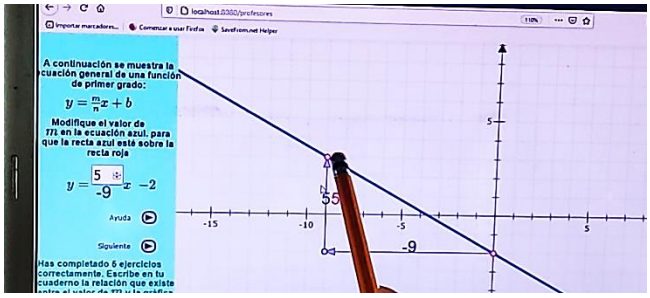


E2 continúa diciendo "*... y mire el 9 donde estaba*" luego señala el final de la flecha que representa las diferencias de las abscisas.



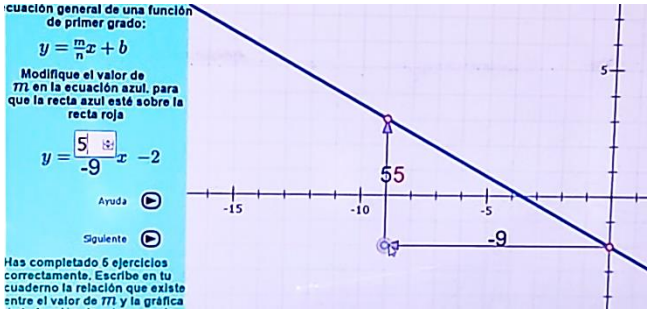
E2 continúa "*... y el 5...*" Cuenta en voz baja cinco unidades desde el punto $(-9, -2)$ hacia arriba.





E1: "*Siempre tenemos que ubicar este, para encontrar este*" Con el puntero señala el punto $(-9, -2)$, luego señala el punto $(-9, 3)$.

E1 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

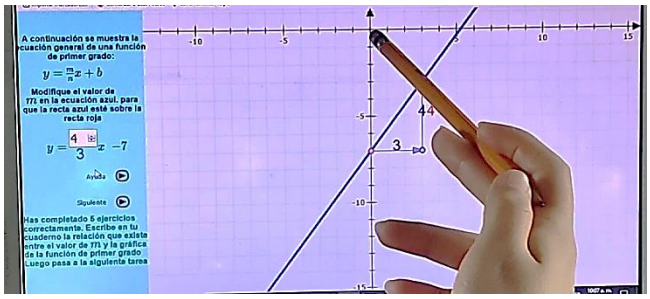


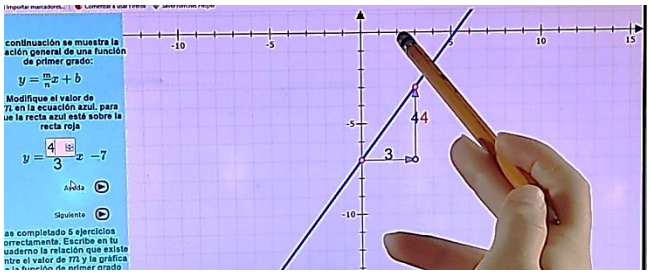
VID_20210520_100717 (1:14)

La ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{3}x - 7$

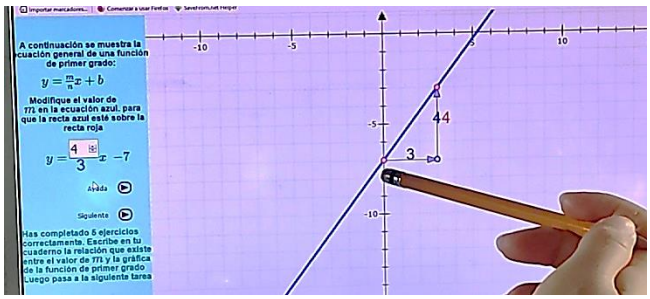
Las estudiantes oprimen la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas. Oprimen el botón de ayuda para ver las flechas en el plano cartesiano.

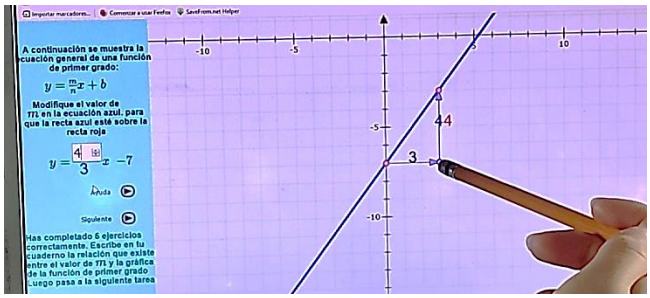
E2: "*ahhhh … ya. Vea acá arriba*" señala el origen del sistema de coordenadas. "*1, 2, 3…*" Cuenta tres unidades hacia la derecha desde el origen del sistema de coordenadas.





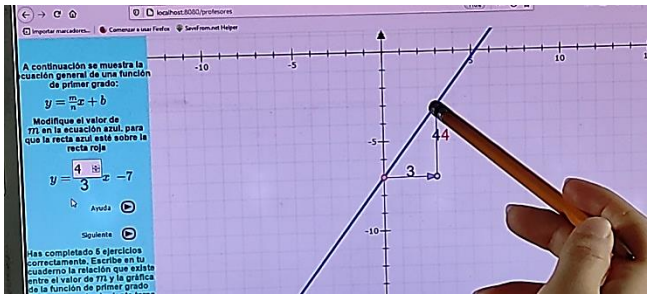
E2: señala el punto $(0,-7)$ y dice "*se ubica acá*" hace un movimiento de izquierda a derecha para llegar hasta el punto $(3,-7)$.





Luego señala la flecha que representa las diferencias en las ordenadas. "*y 4*" señala el punto $(3,-3)$.

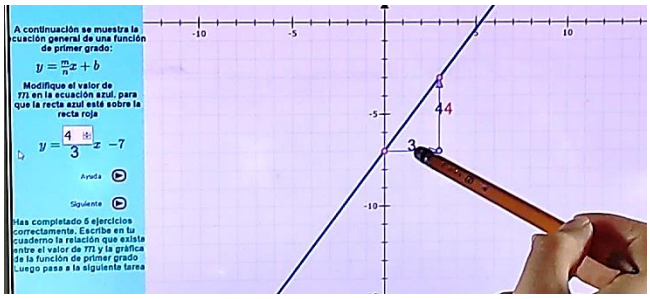
E1: "*¿Por?*"



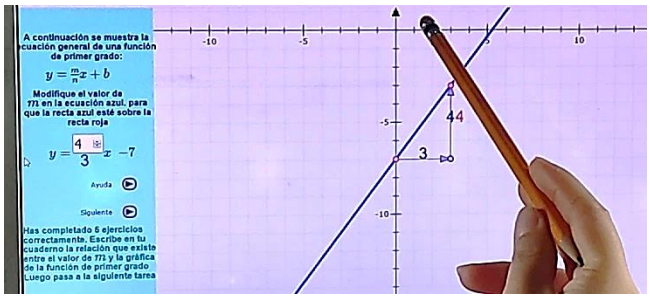
E2: "*por 1, 2, 3, 4*" desde el punto $(0,-7)$ cuenta 4 unidades hacia arriba sobre el eje de las ordenadas "*¿Entendió?*".

E1: "*No*"

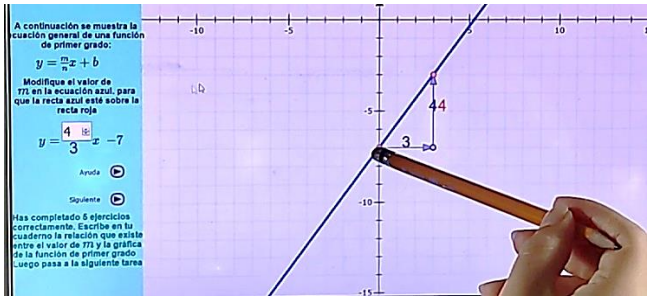
E2: "*Vea. Esta línea…*" señala la flecha que representa las diferencias en las abscisas

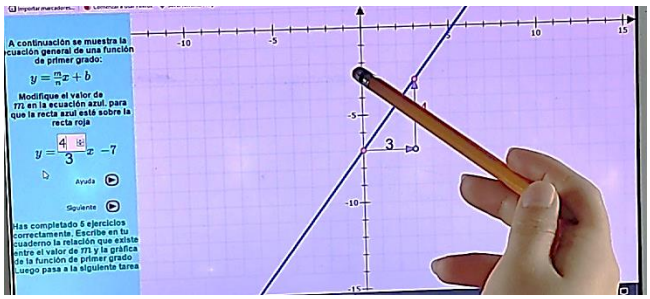


E2: "… *es esta…*" señala con un movimiento el segmento formado por los puntos (0,0) y (3,0).



"*… y para subirla y ubicarla acá, entonces 4 desde acá*" desde el punto $(0,-7)$ cuenta cuatro unidades hacia arriba sobre el eje de las ordenadas.





E1: "*Pero ¿por qué 4 positivo…*" señala con el puntero la flecha de la diferencia en las ordenadas "*… si acá es negativo?*" señala con el puntero el eje de las ordenadas en la parte negativa.

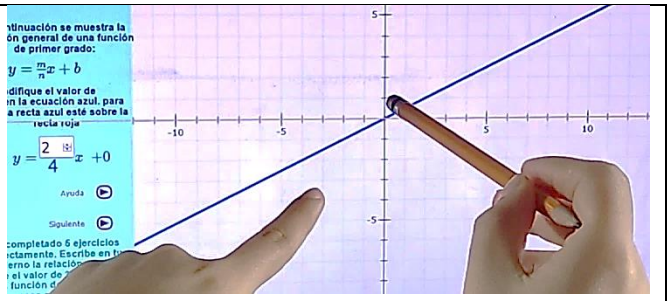
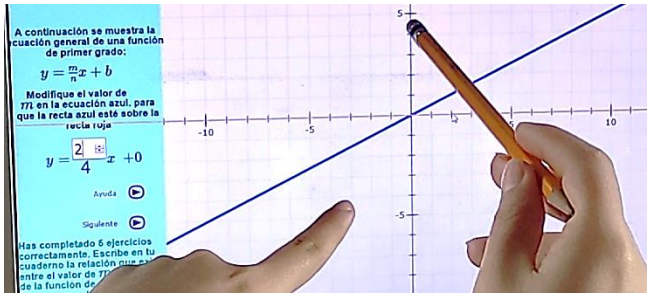
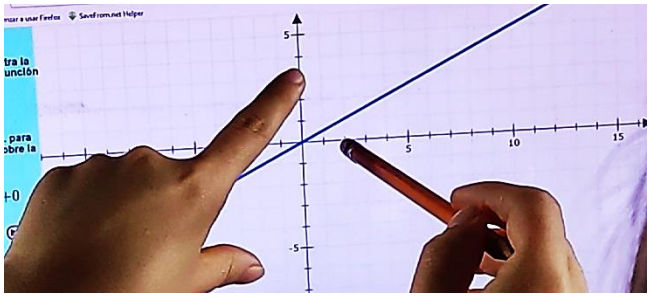
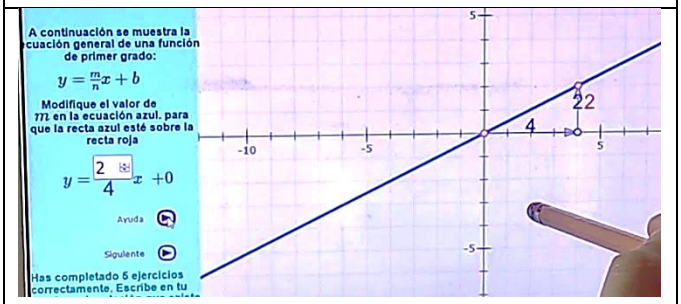
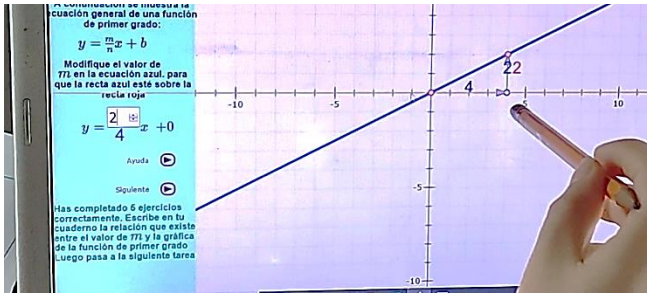
E2: "*No, porque no tiene nada que ver ese eje*" señala el eje de las ordenadas "*… Porque acá es 3…*" señala la flecha de longitud 3 unidades "*… y es el de este eje*" señala el eje de las abscisas.

E2: "*ahhh pero usted dice que es el 4…*" señala la flecha de longitud 4 unidades "*… ay yo no sé*"

E1 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

En este extracto los gestos de E2: señalar el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas, contar horizontalmente el número de cuadritos correspondiente a *n* en la ecuación, y contar verticalmente el número de cuadritos correspondiente a *m* en la ecuación, son evidencia de una

relación entre los números *m* y *n* de la ecuación, y la gráfica de la recta. Por su parte, E1 parece insistir en buscar una relación directa entre el signo y algún punto de la gráfica.

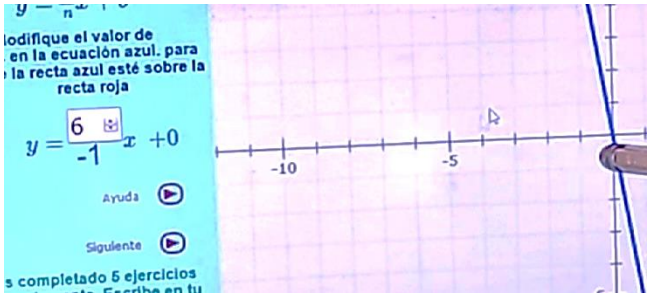
E2: "*Espere, no le vaya a dar en ayuda*" E1: "*Bueno*" E2 cuenta en voz baja cuatro unidades desde el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas hacia arriba	 
Luego cuenta dos unidades sobre el eje de las abscisas y mantiene señalados los puntos (0,4) y (2,0).	
E2: "*Oprima en ayuda a ver qué pasa*" E1 oprime el botón ayuda, las flechas en el plano aparecen.	
E2 entre risas dice "*eran 4 así…*" señala desde el origen del plano cartesiano cuatro unidades hacia la derecha. "*… y 2 así, claro.*" señala desde el punto (4,0) hasta (4, 2).	

E1: "*Era al contrario… pero algo entendimos*" oprime el botón siguiente y avanzan al siguiente ejercicio.

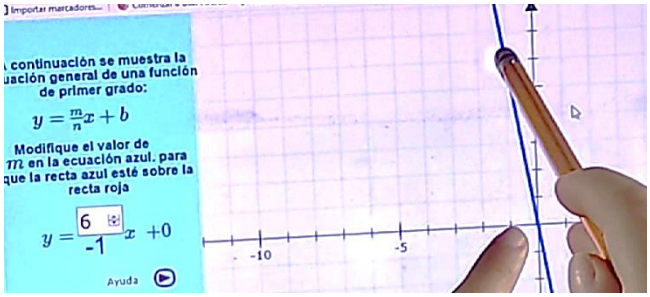
La ecuación de la recta azul es azul es $y = \frac{2}{-1}x + 0$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{6}{-1}x + 0$.

Las estudiantes oprimen la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.

E2: "*Entonces, 0 es el punto b…*" Señala el origen del plano cartesiano. "*… Sube al 6, tipo…*" cuenta 6 unidades desde el punto $(0, 0)$ hacia arriba sobre el eje de las ordenadas "*… acá es 6*".



E2: "*… y acá sería tipo… -1…*" señala desde el punto (0,0) hasta el punto $(-1,0)$. "*… dele a ver*"



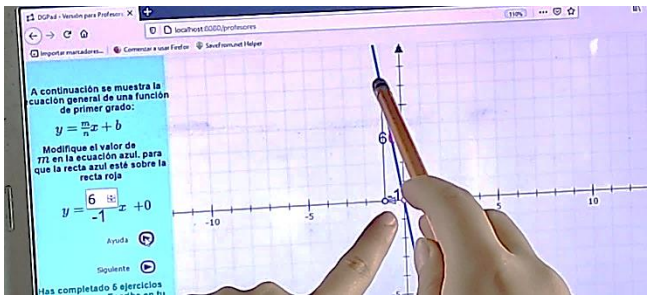
E1 oprime el botón ayuda, en el plano cartesiano aparecen las flechas, las cuales coinciden con la posición de los dedos de E2.

E2: "*¡Ay, si!*"

E1: "*Por fin… ¿otra?*"

E2: "*Hágale… es tan bueno cuando uno ya entiende*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

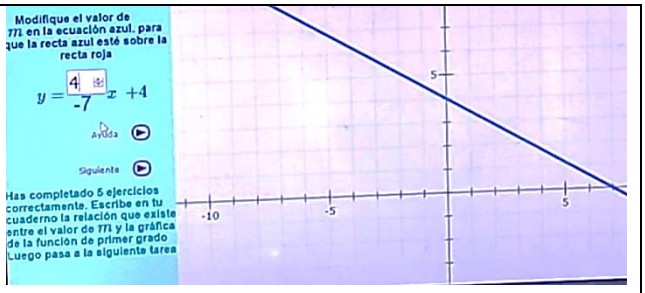


Al inicio de este extracto, E2 intenta anticipar la posición de las flechas, pero invierte la posición de las mismas. La retroacción del medio le permite corregir esa inversión, y en el siguiente ejercicio anticipa correctamente la aparición de las flechas. Los gestos son: ubicarse en el punto de corte con el eje de las ordenadas, moverse verticalmente el número *m*, y moverse horizontalmente el número *n*.

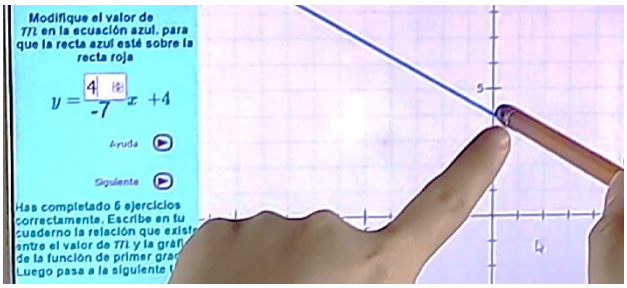
En los siguientes extractos puede verse como los dos estudiantes realizan los gestos (uno con el lápiz o con el dedo, el otro con el cursor) y logran anticipar las posiciones de las flechas

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{6}{-7}x + 4$ y la ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{-7}x + 4$.

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla hasta hacer coincidir las rectas.



E2: "*pere…acá vea… empieza desde acá*" señala con el dedo y el lápiz el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.

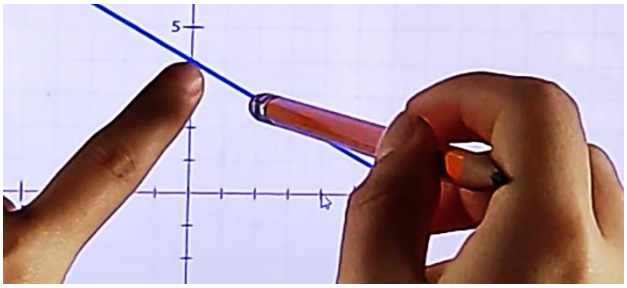


E1: "*Sí acá*" Señala con el puntero el punto $(4,0)$. Mientras que E2 mantiene señalado con el dedo el punto $(0,4)$

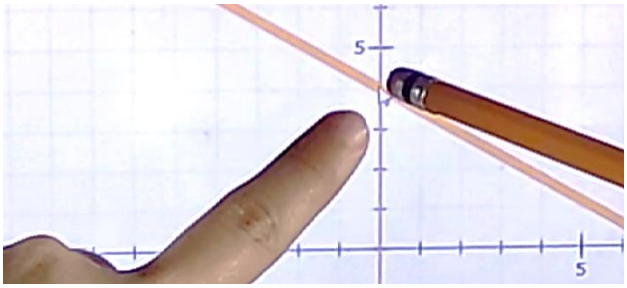
E2: "*¿Por qué?*"

E1: "*Porque yo creo que es acá*"

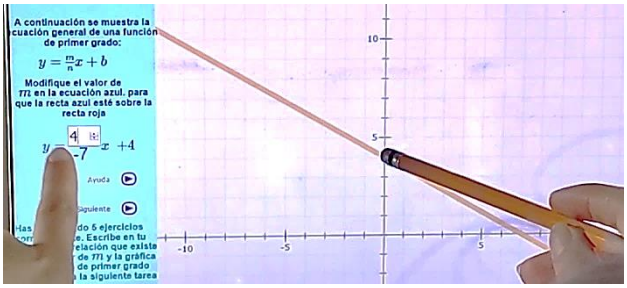
E2: "*¿Segura?*"



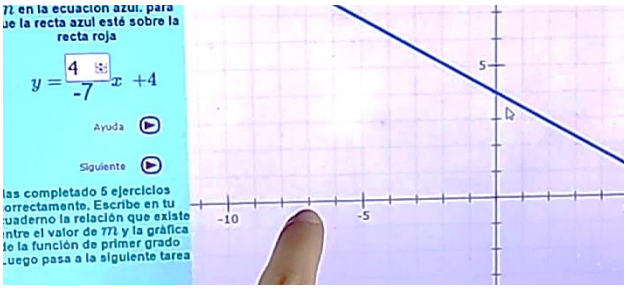
E1: "*Ah no… es el punto b*" Señala ahora con el puntero el punto $(0,4)$. Coincide con el señalado por E2.



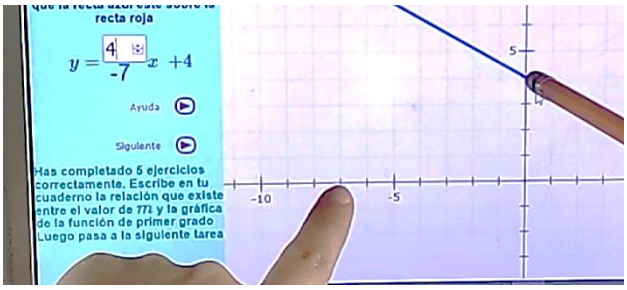
E2: "*Y como es -7…*" Señala el parámetro *n* de la ecuación.



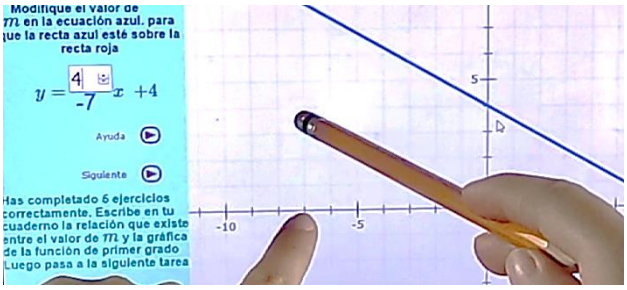
"… *Entonces acá… -7*" señala el punto $(-7,0)$.



"… *y el 4…*" señala con el lápiz el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas, mientras con el dedo mantiene señalada la ubicación $(-7,0)$.

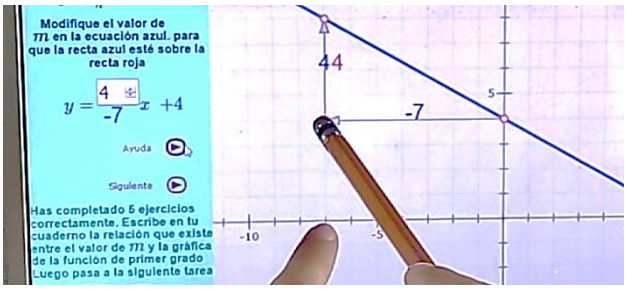


"… *Acá*" señala con el lápiz el punto $(-7,4)$ y con el dedo mantiene señala la ubicación $(-7,0)$. "*dele a ver*"



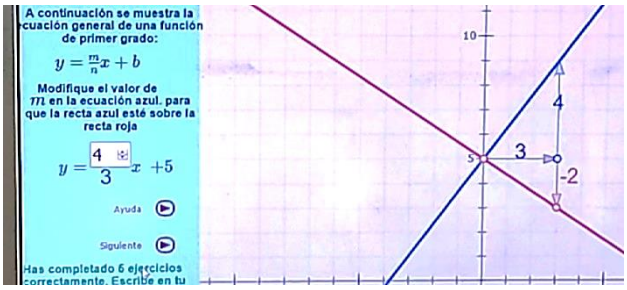
E1 oprime el botón ayuda, las flechas aparecen. La posición del lápiz de E2 coincide con el final de la flecha que representa la diferencia en las abscisas.

E2: "*Pero casi lo ubicamos bien… pase al otro*"



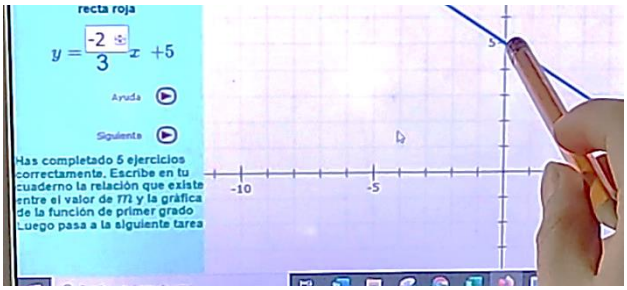
E1 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{4}{3}x + 5$ y la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{3}x + 5$.

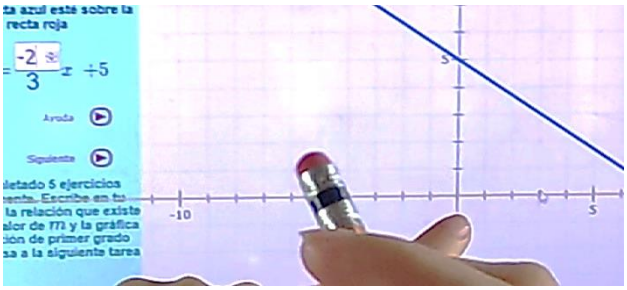


Las estudiantes oprimen las flechas hasta que las rectas están sobrepuestas.

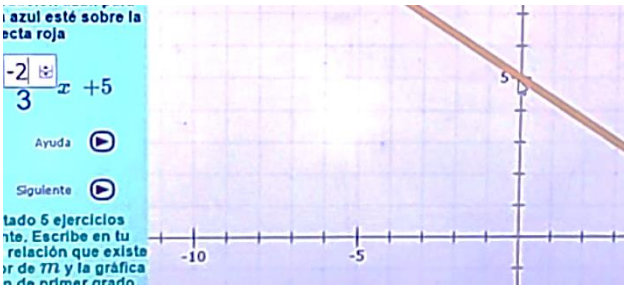
E2: "*Este es el punto b…*" señala el punto (0,5). "… *ahora el dos y el tres*"

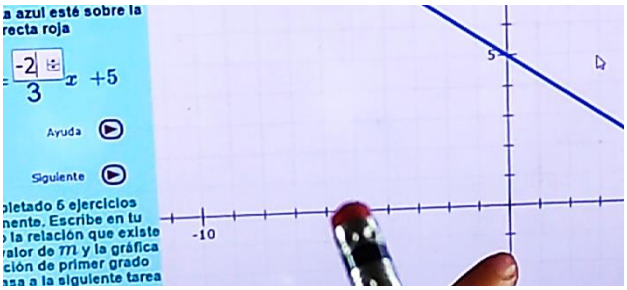


E1: "*El 3… es…*" Señala con el puntero el punto (3,0).



"… *es acá*" señala con el puntero el punto (0,5) y luego con un movimiento de izquierda a derecha señala el punto (3,5).





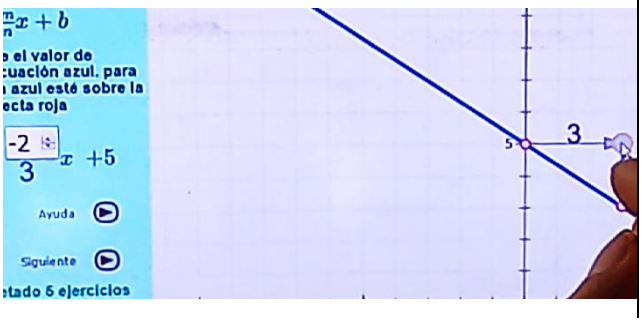
E2: "*¿Y el -2? … sería tipo así…*"

"… *5 comienza acá…*" Señala el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas. "… *espere tantico… ¿y el tres?*"

E1: "*pues…" oprime* el botón ayuda, en el plano aparecen las flechas. "… *¿sí ve?*"

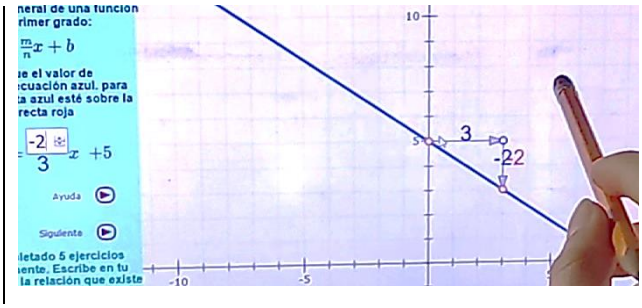
E1 señala con el puntero el punto (3,5) señalado con anterioridad.

E2 señala la flecha que representa el 3 y luego la flecha que representa el -2. Se escucha que cuenta en voz baja.



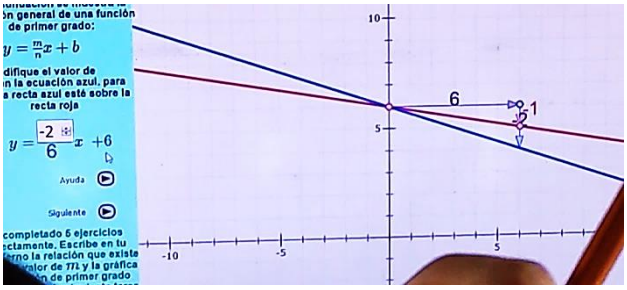
E1: "*Creo que ya estoy entendiendo, pero no sé cómo explicarlo*"

E2: "*Pero ¿por qué -2? si acá está 9 positivo*" Parece ser que señala el punto (5,7).



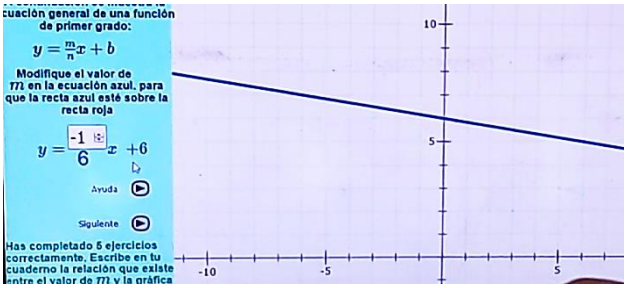
E1: "*mmm…no sé. Siguiente*" Oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y=\frac{-2}{6}x+6$, la ecuación de la recta roja es $y=\frac{-1}{6}x+6$. Se ven las flechas que aparecen al oprimir el botón ayuda.

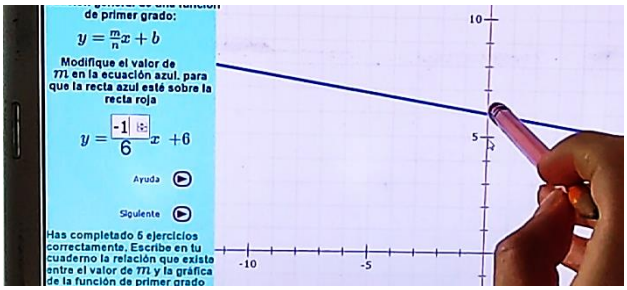


E2: "*... coloque -1*"

E1 escribe en la casla -1 y oprime la tecla Enter. Las rectas quedan sobrepuestas y las flechas en el plano desaparecen.

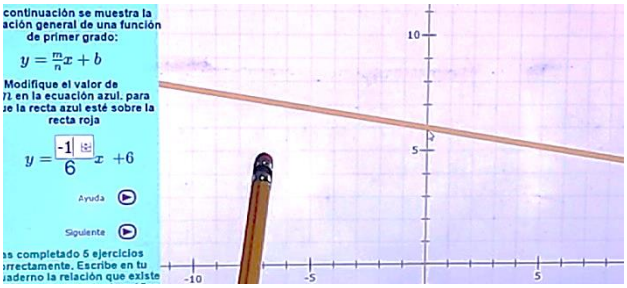


E2: "*Listo. Entonces 6 acá…*" Señala con el lápiz el punto (0,6)



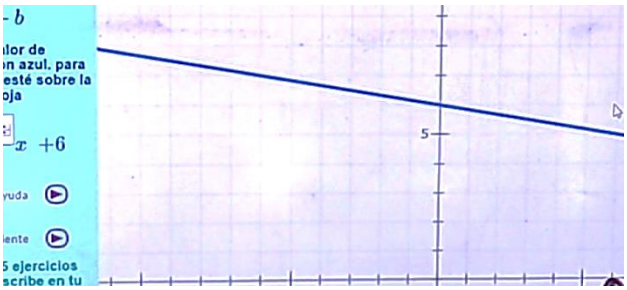
"*... usted qué dice ¿Pa´cá?...*" hace un gesto con el lápiz desde la izquierda hacia la derecha sobre la pantalla

"*... o ¿pa´cá?*" hace un gesto con el lápiz desde la derecha hacia la izquierda.

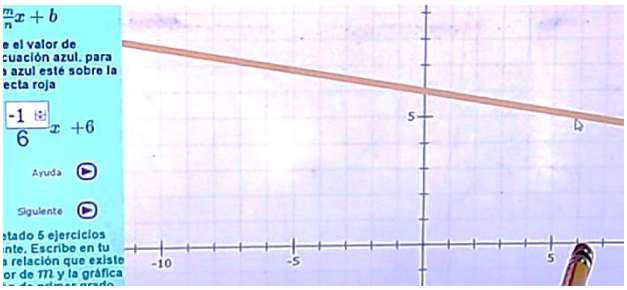


E1: "*Yo digo pa´cá…*" Señala con el puntero desde el punto $(0,6)$ hasta el punto (6,6).

E2: "*claro acá*" señala el punto $(6,0)$.



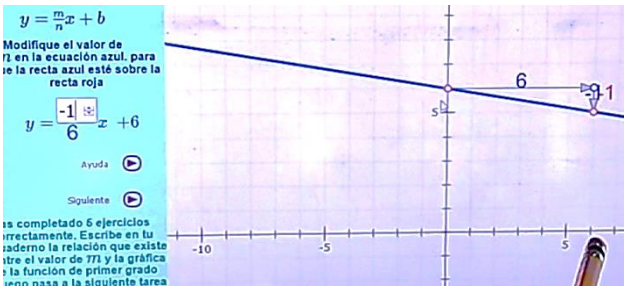
"*… y el -1 pa´cá*" con un movimiento hacia abajo señala los puntos $(6,6)$ y $(6,5)$. Mientras que E2 mantiene señalado el punto (6,0) dice "*dele*"



E1 oprime el botón ayuda, las flechas se pueden ver sobre el plano cartesiano.

E2: "*Ay síííí*"

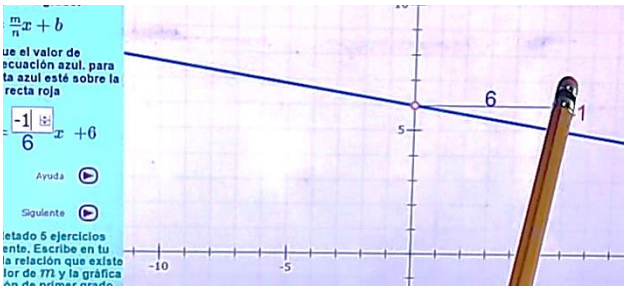
E1: "*Sí era ahí*"

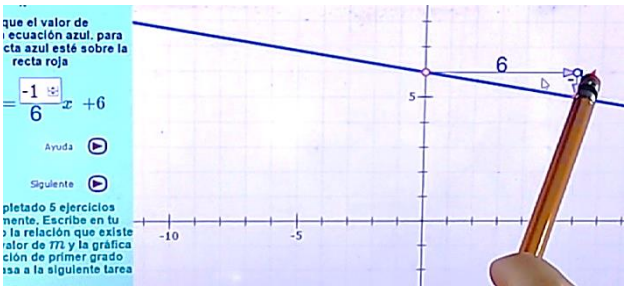


E2: "*6…*" señala el final de la flecha que representa el parámetro *n*. "*… -1*" señala la flecha que representa el parámetro *m*.

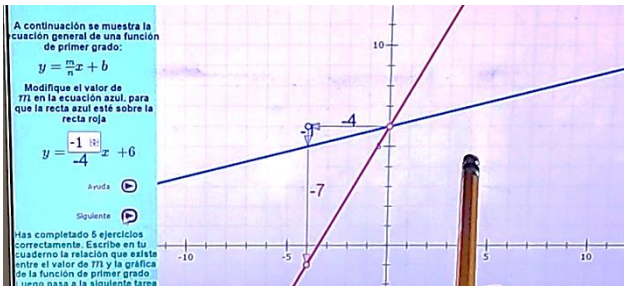
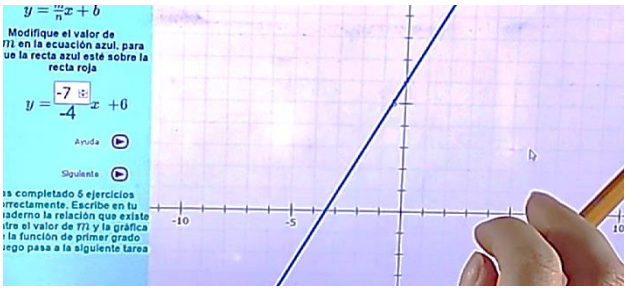
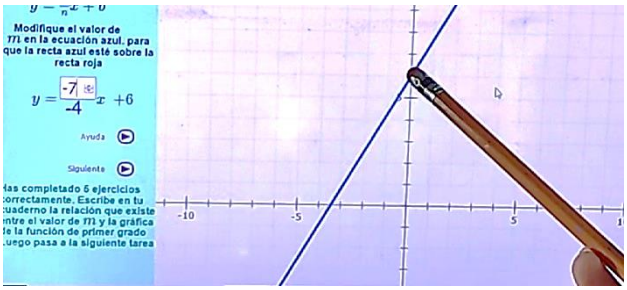
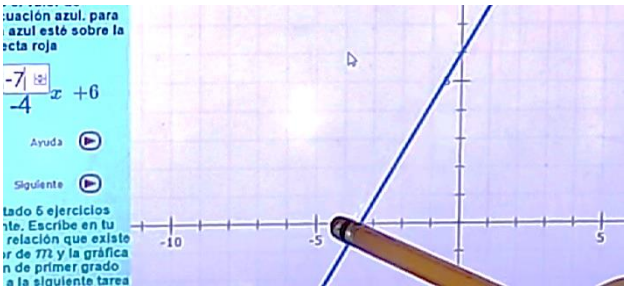
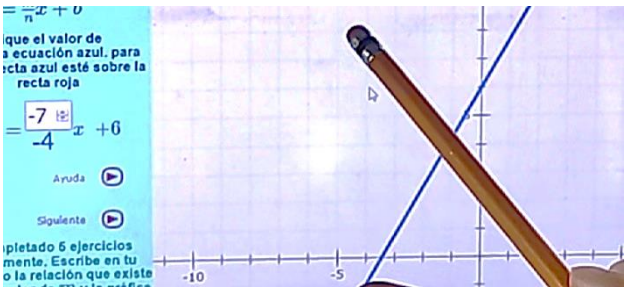
E1: "*¿Sí ve?*"

E2: "*Ujum*"



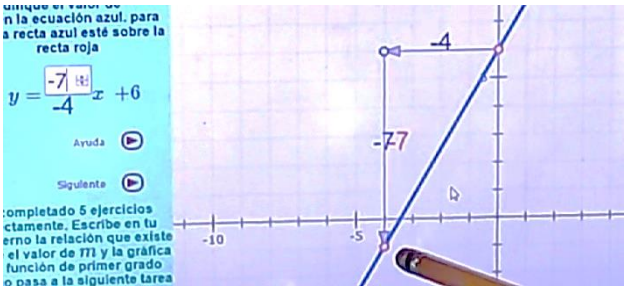


E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-1}{-4}x + 6$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-7}{-4}x + 6$, Aún se observan las flechas en plano.	
E1 escribe en la casilla -7, oprime Enter. Las rectas se sobreponen.	
E2: "*6 acá*" señala la intersección de la recta con el eje de las ordenadas.	
E2: "*-4 acá…*" Señala el punto $(-4,0)$, mientras que E1 señala con el puntero el punto $(-4,6)$.	
E2: "*… y 7 acá…*" Con un movimiento del lápiz señala de abajo hacia arriba desde el punto $(-4,0)$ hasta el punto $(-4,8)$. E1: "*no, es acá…*" mantiene el puntero sobre el punto $(-4,6)$. "*…demole aquí y verá*" oprime sobre el botón ayuda, en el plano se observan las flechas.	

E2: "*Ay sí*" mientras señala el punto $(4, -1)$.

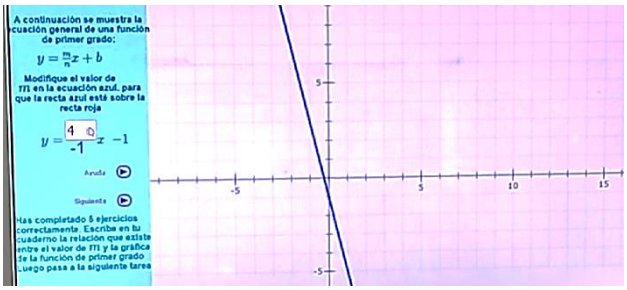
E1: "*Ahhh. ¿Si ve?*" Oprime el botón siguiente para avanzar a un nuevo ejercicio.



Video de referencia: VID_20210520_101720 (1:14)

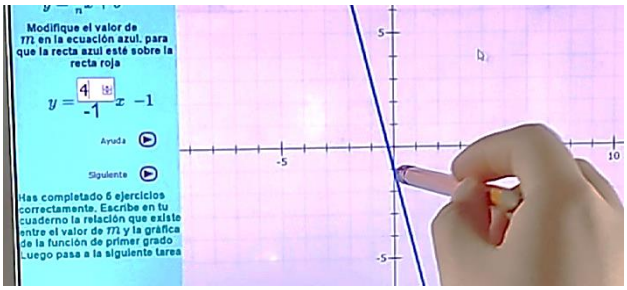
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{-1}x - 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{-1}x - 1$.

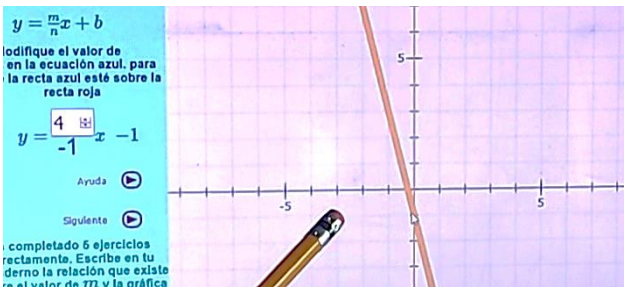
Las estudiantes oprimen la flecha hacia arriba hasta hacer sobreponer las rectas.



E2: "*Entonces -1*" Señala el punto$(0, -1)$

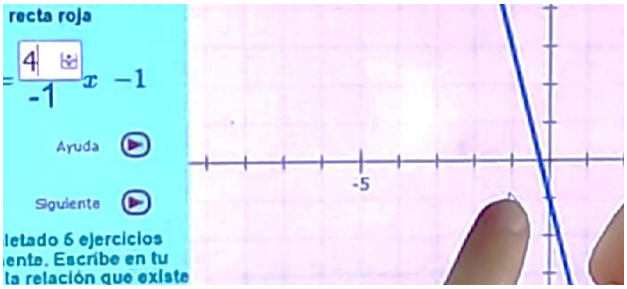
E1: "*Acá es el punto b*" Señala con el puntero el punto $(0, -1)$.



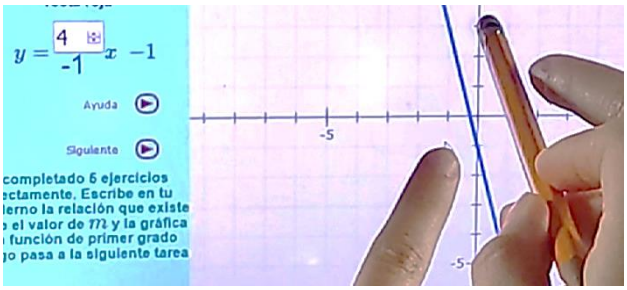


E2: "*Luego -1 acá*" señala con el dedo el punto $(-1, -1)$.

E1: "*Sí*" Con el puntero señala la misma ubicación que E2.

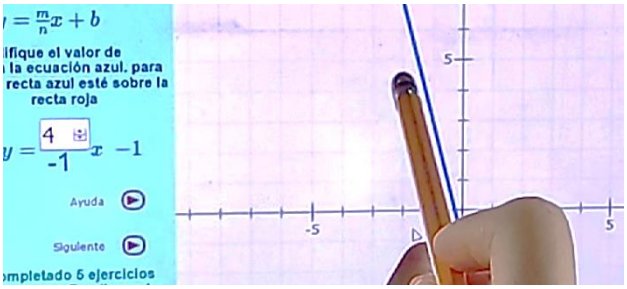


E2: "*Luego 4 acá*" señala con el lápiz el eje de las ordenadas y cuenta cuatro unidades desde el punto $(0,-1)$ hasta el punto $(0,3)$. Mientras que con el dedo mantiene la ubicación $(-1,-1)$.

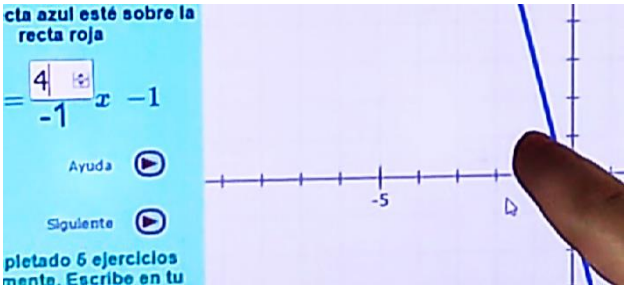


E1: "*Ahí noo*"

E2: "*-1 acá*" trata de señalar el punto $(-1,3)$.

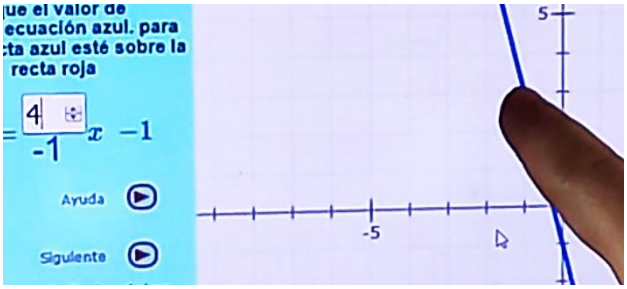


E1: "*Nooo, acá*" retira las manos de E2 de la pantalla y cuenta con el dedo cuatro unidades hacia arriba desde el punto $(-1,-1)$ hasta el punto $(-1,3)$.



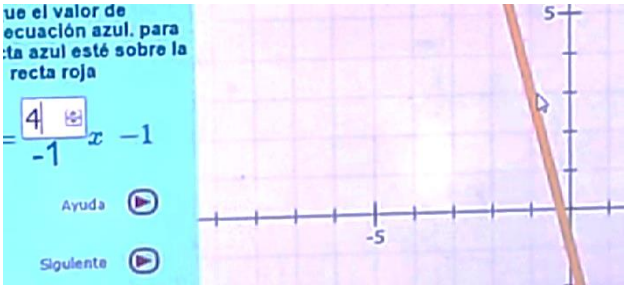
E2: "*No, no da*"

E1 con el puntero ubicado en el punto $(-1,-1)$ dice "*Acá da -1. ¿Verdad?*"

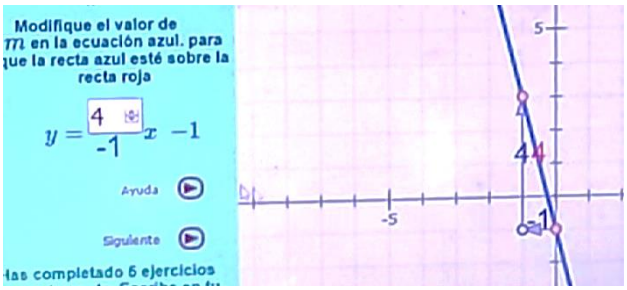


E2: "*Ujum*"

E1: "*1, 2, 3, 4… acá daría el 4*" con el puntero señala en la pantalla el conteo de 4 unidades desde el punto $(-1,-1)$.

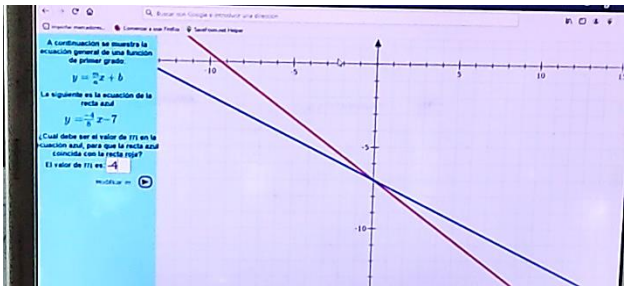
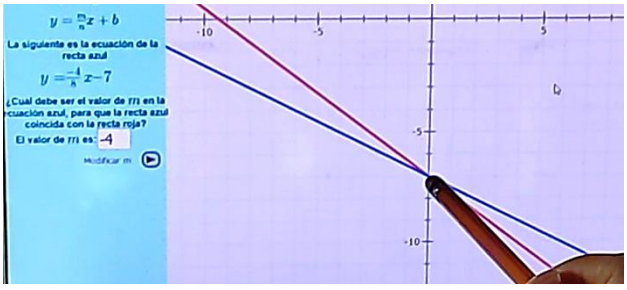


E2: "*A ver*"

E1 oprime sobre el botón ayuda. Las flechas aparecen en el plano. E2: "*Sí*" E1: "*Ujum*" Oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.	

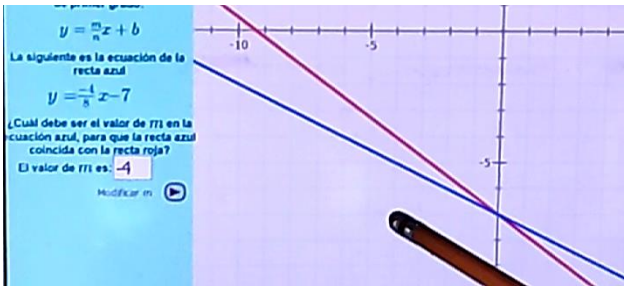
Hasta este punto parece ser que las retroacciones del medio en la tarea de exploración les han permitido a las estudiantes establecer la correspondencia entre los parámetros *m* y *n* de la ecuación y la representación gráfica de la función de primer grado. En el segundo intento de la tarea de anticipación se confirmará este hecho. En los anteriores ejercicios puede verse que las estudiantes intentan anticipar la posición de las flechas que aparecen al oprimir ayuda. De manera sistemática ubican primero el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas y luego se desplazan horizontal y verticalmente siguiendo los números y los signos de los parámetros *m* y *n* en la ecuación: *m* unidades verticales y *n* unidades horizontales, signo positivo a la derecha (hacia arriba), signo negativo hacia la izquierda (hacia abajo).

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de anticipación (intento 2) – parámetro m

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{8}x - 7$. La ecuación de la recta roja es $y = \frac{-6}{5}x - 7$. E2 señala el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas y dice "*-7*" E1: "*ahora, -4*"	Video de referencia: VID_20210520_102335 (4:48)  

E2 cuenta 4 unidades hacia la izquierda desde el punto $(0, -7)$ hacia el punto $(-4, -7)$

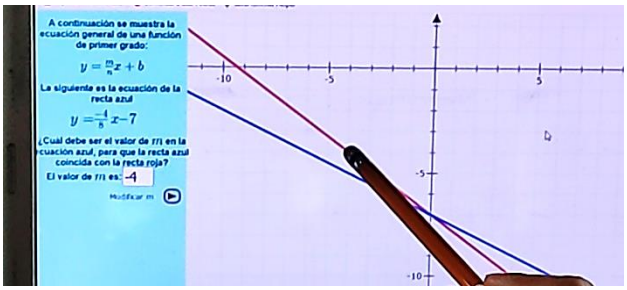
E1: "*Nooo, espere…*"



E2 cuenta 3 unidades hacia arriba desde el punto $(-4, -7)$ hacia el punto $(-4, -4)$ y dice "*es 3*". Borra el número de la casilla.

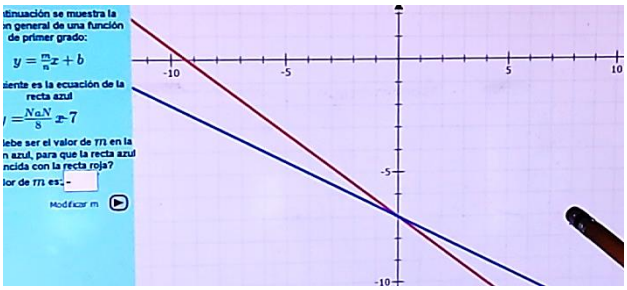
E1: "*Acuérdese del 8… ese va primero*"

E2: "*ahhhh. cierto*"



E2 vuelve a señalar el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.

E1 señala con el puntero el punto $(8 - 7)$ y E2 cuenta con el lápiz desde el punto $(0, -7)$ hacia el punto $(8, -7)$.



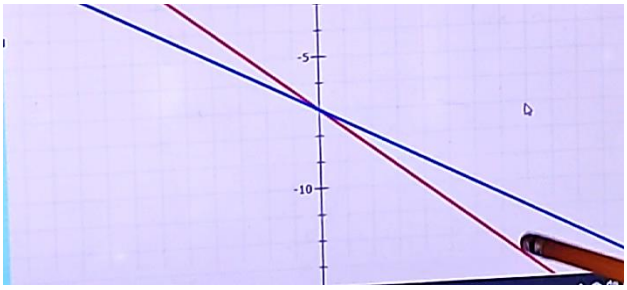
E1 mantiene el puntero sobre el punto $(8, -7)$. Mientras que E2 cuenta la cantidad de unidades hacia abajo hasta llegar a la recta roja.

E2: "*6*"

E1: "*-6*"

E2: "*¿por qué?*"

E1: "*porque va pa´ bajo*"



E2 escribe en la casilla -6.

E1 oprime el botón modificar *n*. Las rectas se sobreponen.

E2: "*Uish. Sí era*"

E1: "*Intentemos con otro*" oprime el botón siguiente y avanza a una nueva tarea.

La ecuación de la recta azul es

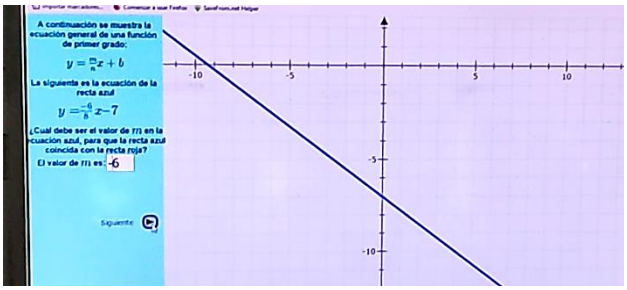
$y = \frac{-2}{-4}x - 5$. La ecuación de la recta roja es $y = \frac{-6}{-4}x - 5$.

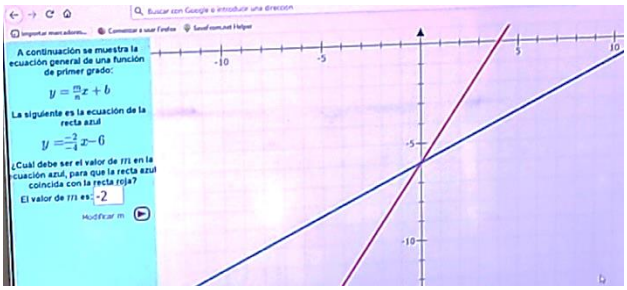
E2: "*Acá ¿cómo es? La azul sobre la roja o la roja sobre la azul*"

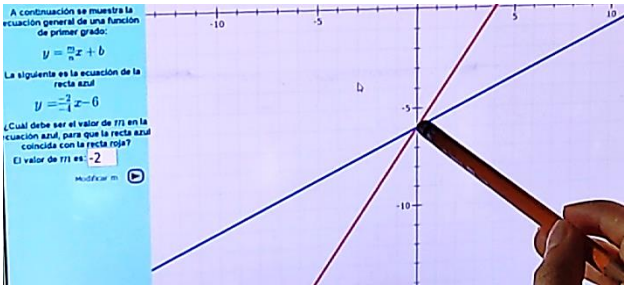
E1: "*La azul encima de la roja*"

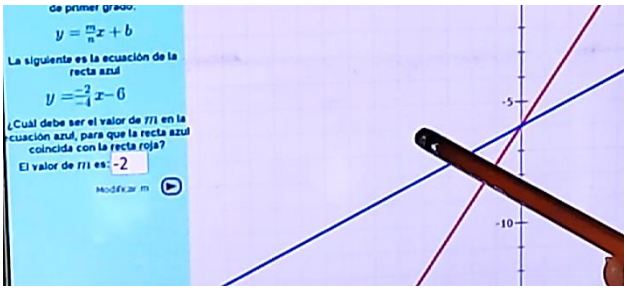
E2: "*Entonces acá…*" señala el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.

"… *Acá*" se mueve 4 unidades a la izquierda y ubica el lápiz sobre el punto $(-4, -6)$.

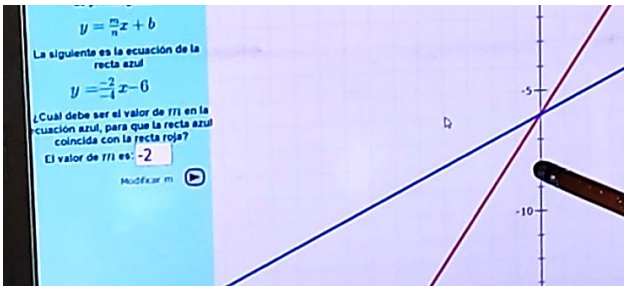




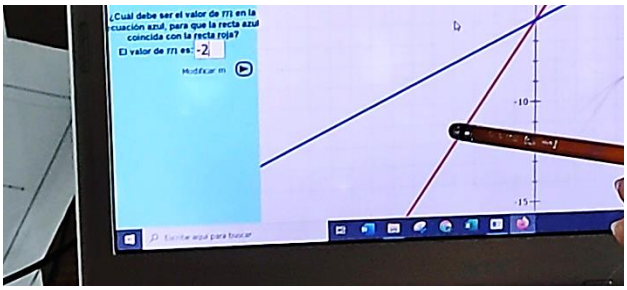




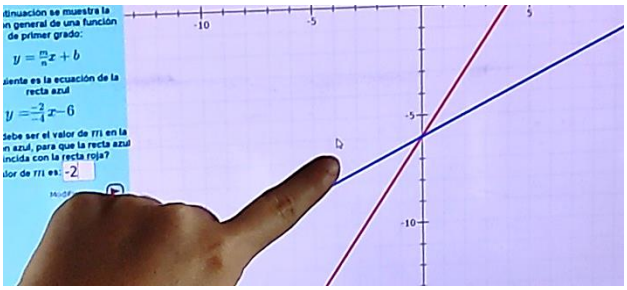
Mientras E2 regresa al punto (0,-6) E1 ubica el puntero sobre el punto (-4,-6). "*Y de pa´ bajo hay*" Cuenta en voz baja desde el punto (0,-6), 6 unidades hacia abajo.

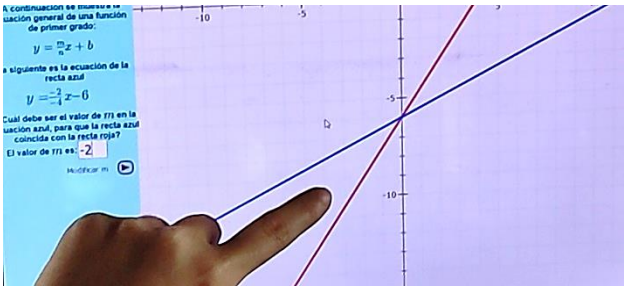


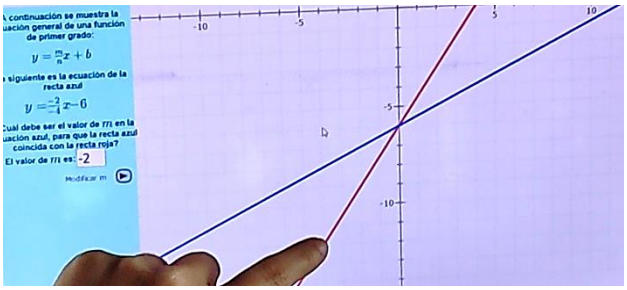
Luego E2 señala el punto $(-4,-12)$.



E2: "*Llega tipo derecho*" Cuenta 6 unidades hacia abajo desde el puntero ubicado en $(-4,-6)$ hasta llegar al punto $(-4,-12)$







E1: "*Ponga -6*"

E2 escribe en la casilla *-6* y E1 oprime sobre el botón modificar *m*. Las rectas se sobreponen.

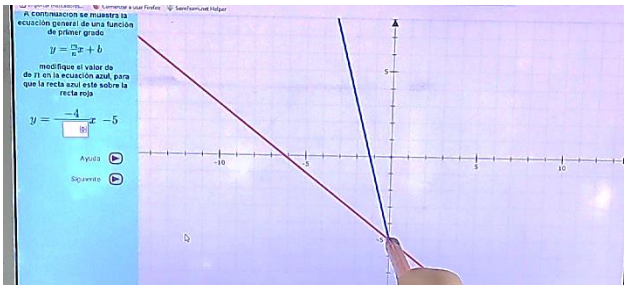
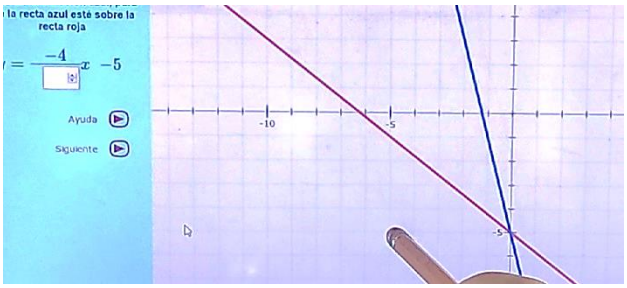
E1: "*¡Ay sí!*"

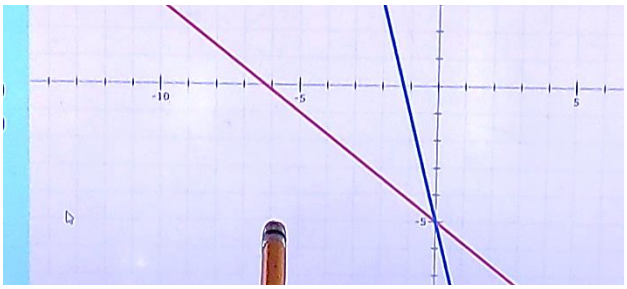
E2: "*¿Cómo la vio? Quedó bien*"

Las estudiantes utilizan la siguiente estrategia: Primero ubican el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas, cuentan *n* unidades hacia la derecha o izquierda según el valor indicado en el denominador de la pendiente, a la derecha si $n > 0$ o a la izquierda sí $n < 0$. Finalmente, para predecir el valor del parámetro m, ubican como nuevo punto de referencia de conteo el punto (n, b) y cuentan *m* unidades hacia arriba o hacia abajo hasta llegar a la recta roja. Las retroacciones propuestas en el medio, permitió a las estudiantes validar sus estrategias.

Hasta este punto se quiere poner en evidencia que para predecir el valor del parámetro *m* es necesario hacer uso del parámetro *n*. Las estudiantes han logrado establecer una correspondencia entre los valores *m* y *n* de la ecuación y la representación gráfica de la función de primer grado.

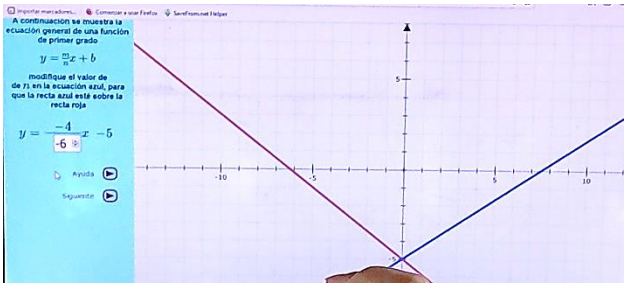
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Exploración – parámetro n

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{1}x - 5$ y la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-4}{1}x - 5.$ E2 señala el punto de intersección de las rectas. E2: "*Esto es al contrario*" Cuenta 6 unidades hacia la izquierda desde el punto $(0, -5)$. "*ponga -6*"	Video de referencia: VID_20210521_101300 (1:02)  



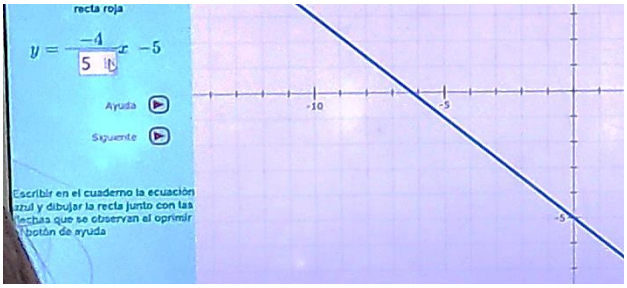
E1 escribe en la casilla -6, oprime la tecla Enter. Las rectas no se sobreponen.

E2: "*No, mire se fue pa´lejos*"



E1 oprime las flechas de la casilla hasta hacer que las rectas coinciden.

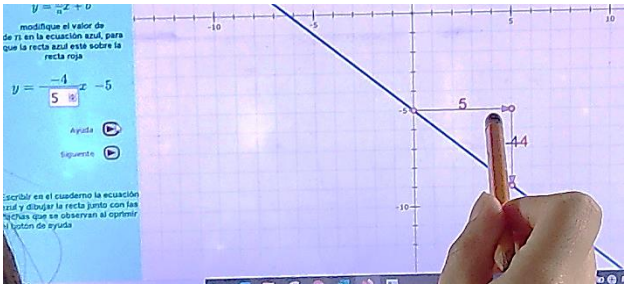
E2: "*¿5? ¿Por qué 5?*"



E1 oprime sobre el botón ayuda. Se ven las flechas en el plano.

E2 señala la flecha marcada con 5.

E1: "*ahhh. Era pa´llá*"



E2 lee el mensaje que aparece en la pantalla.

Luego E1 y E2 dibujan en las hojas la recta y escriben la ecuación.

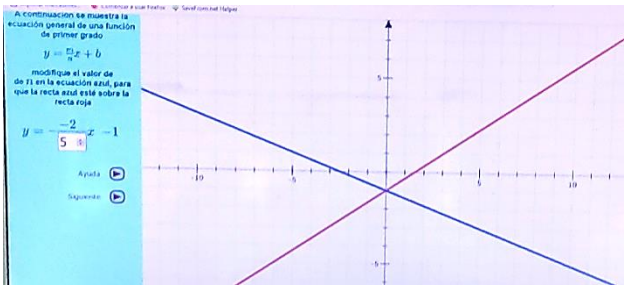
E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es

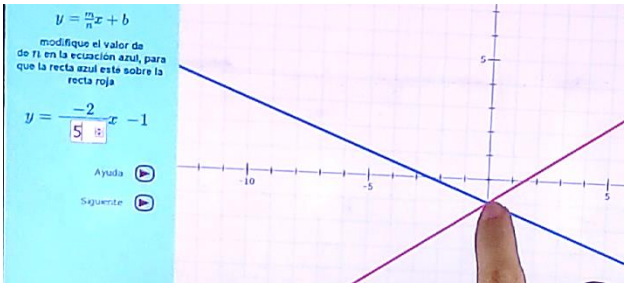
Video de referencia: VID_20210521_101300 (0:56)

$y = \frac{-2}{5}x - 1$ y la ecuación de la recta roja es

$y = \frac{-2}{-3}x - 5$.



E2: "*-1*" Señala con el dedo el punto de intersección de las rectas. "*-2… ubiquémoslo…*"

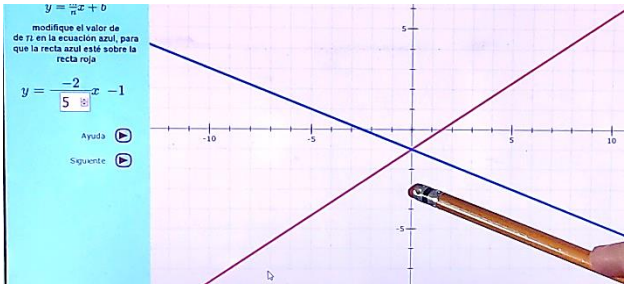


E2: "*… Sí es -2, es pa´ este lado…*" hace un gesto con el dedo hacia la izquierda del eje de las ordenadas. "*.. ¿o pa´ este lado?*" hace un gesto con el dedo hacia la derecha del eje de las ordenadas.

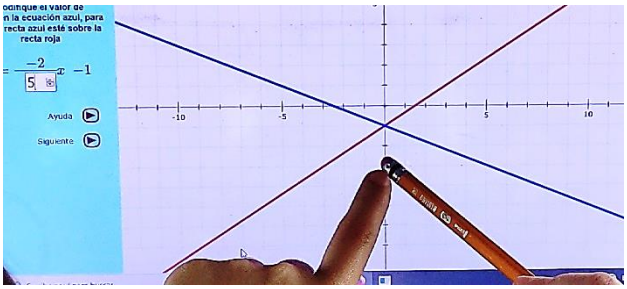
E1 mantiene señalado con el lápiz el punto $(0, -4)$.

E2: "*Primero se ubica b*"

E1: "*luego bajamos 2*"



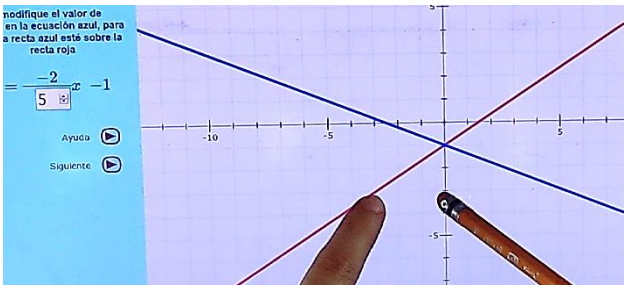
E1 (con el lápiz) y E2 (con el dedo) señalan el punto $(0, -4)$.



E2: "*Para llegar serían… 1,2, 3*" cuenta 3 unidades hacia la izquierda.

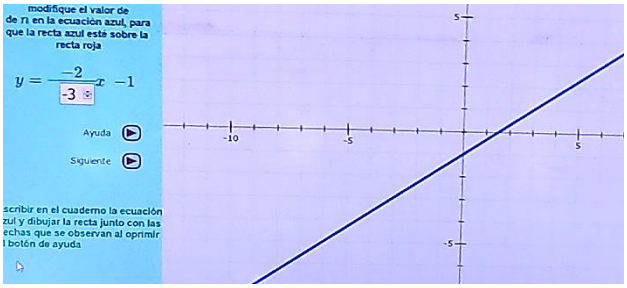
E1 mantiene señalado con el lápiz el punto $(0, -4)$.

E2: "-3"



E1 escribe en la casilla -3 y oprime la tecla enter. Las rectas se sobreponen.

E2: "*Sí, nos quedó bien*"



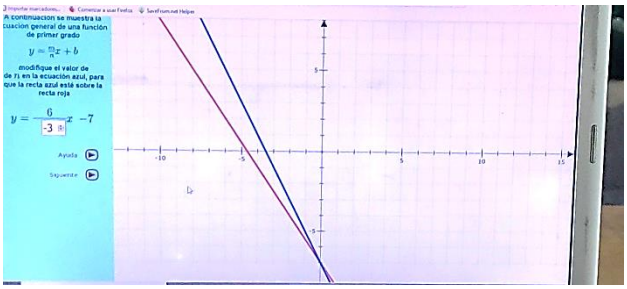
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

Video de referencia: VID_20210521_101730 (1:53)

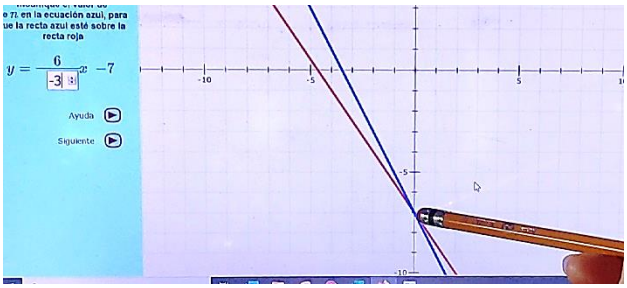
La ecuación de la recta azul es

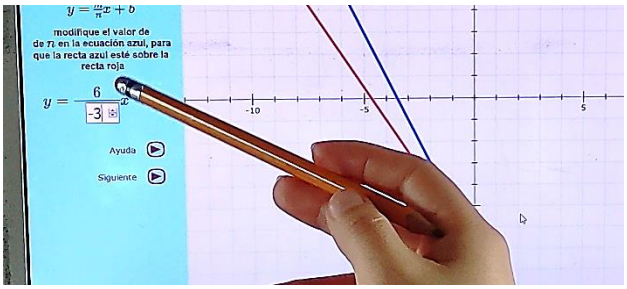
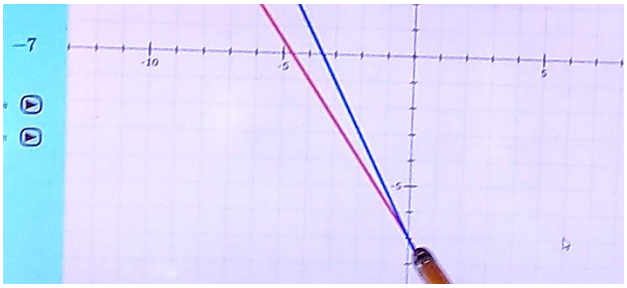
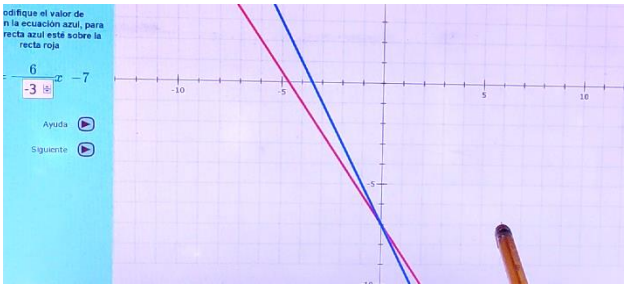
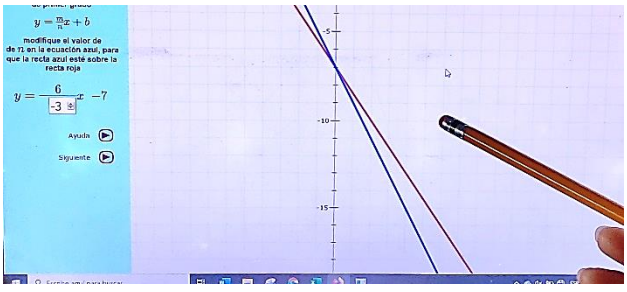
$y = \frac{6}{-3}x - 7$ y la ecuación de la recta roja es

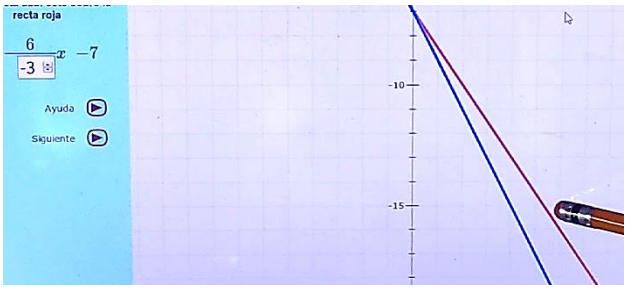
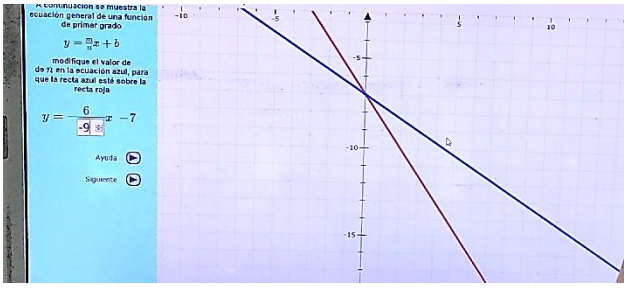
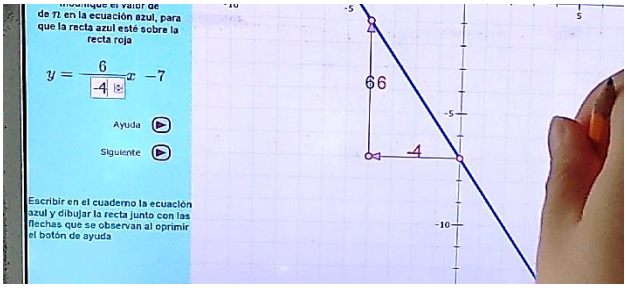
$y = \frac{6}{-4}x - 7$.



E2: "-7…" señala con el lápiz el punto de intersección de las rectas.

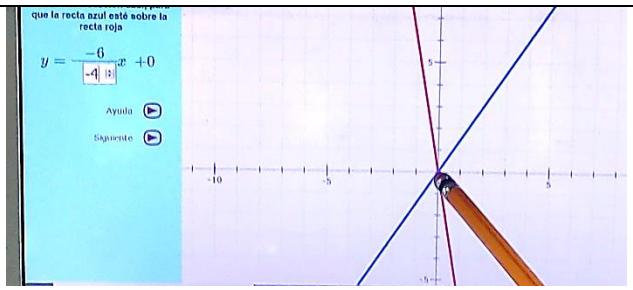
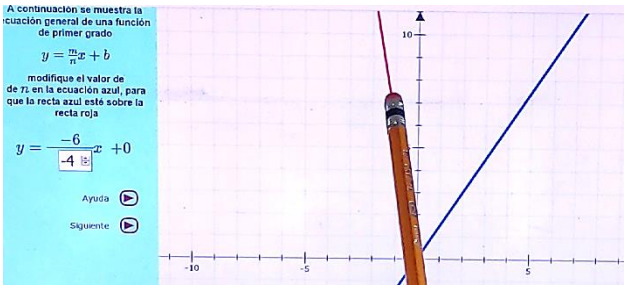
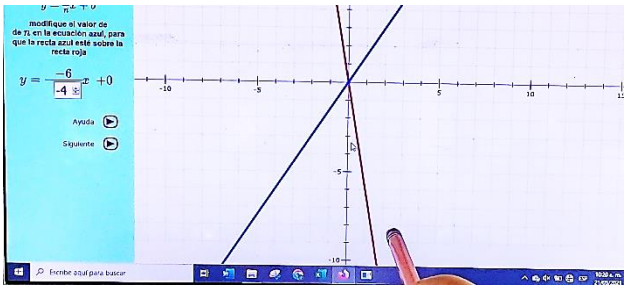
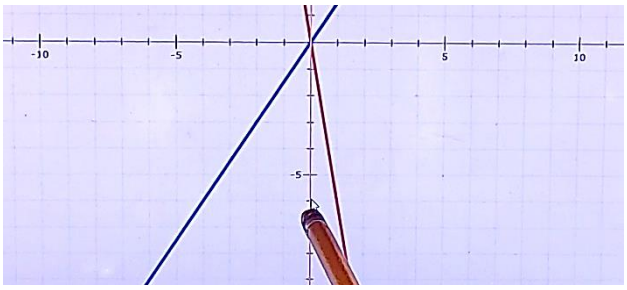
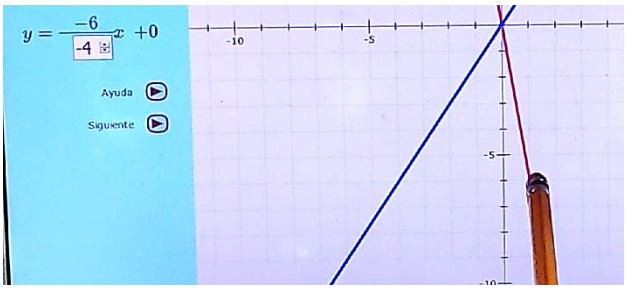


"… *y ahora 6… sería tipo… pa´llá*" hace un gesto con el lápiz hacia la derecha el eje de las ordenadas. "… *porque vea 6…*" señala el parámetro *m* de la ecuación.	
E1: "*yo creo que sí queda acá*" señala con el puntero el punto $(6, -7)$, mientras E2 vuelve a señalar el punto de corte de las rectas.	
E2 cuenta 6 unidades hacia la derecha y señala misma ubicación que E1. E2: "*¿Ahora de pa´ bajo o de pa´rriba?*" E1: "*pa´ bajo… pero espere*" mueve el plano hacia arriba para ver la intersección de la recta roja con la recta $x = 6$.	
E2: "A*hora …*" cuenta la cantidad de unidades que hay desde el punto $(6, -7)$ hasta el punto $(6, -16)$. "…-9"	

	
E1 escribe en la casilla -9, oprime la tecla enter. Las rectas no se sobreponen. E2: "*mmm. No*"	
E1 oprime las flechas de la casilla hasta que las rectas coinciden. Oprime el botón ayuda para ver las flechas sobre el plano. E2: "*¿Por qué 6 pa´ rriba?*" E1: "*no sé*" oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.	

Las estudiantes están utilizando la misma estrategia de la tarea anterior, sin caer en cuenta que en este caso se les pide encontrar el denominador de la pendiente, es decir, la diferencia entre las abscisas de dos o puntos de la recta. Observamos dos veces la siguiente estrategia: ubican el punto de intersección de las rectas y se desplazan horizontalmente m unidades, luego se desplazan verticalmente hasta encontrar la recta roja y cuentan el número de unidades que se desplazaron. Llama la atención el hecho de que entre estas dos apariciones de la estrategia incorrecta, E1 aplica la estrategia correcta. Sin embargo, no parece tomar conciencia de ella y regresa a la estrategia anterior.

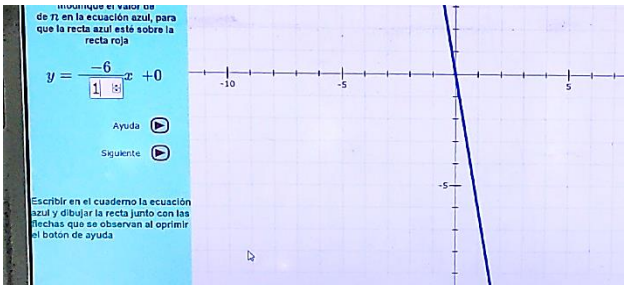
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-6}{-4}x + 0,$ la ecuación de la recta roja es	Video de referencia: VID_20210521_102025 (0:29)

$y = \frac{-6}{1}x + 0$. E2 señala la intersección de las rectas.	
E2: "*ubiquemolo acá arriba…*" señala le recta roja en el segundo cuadrante.	
"*… o ¿acá abajo?*" señala la recta roja en el cuarto cuadrante. E1: "*Es -6, entonces de pa´bajo*" E2 cuenta 6 unidades desde el punto $(0,0)$ hasta el punto $(0,-6)$	
E1 señala con el puntero $(0,-6)$ y coincide donde finaliza el conteo E2.	
E2: "*1, entonces*" señala el punto $(1,-6)$ sobre la recta roja.	

E1: "*¿-1?*" Escribe en la casilla -1

E2: "*No, 1*"

E1 borra el valor de la casilla, escribe 1 y oprime la tecla enter. Las rectas se sobreponen.



E2: "*Ay sí, que bien*"

E1: "*Ahhhh, Sí*". oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

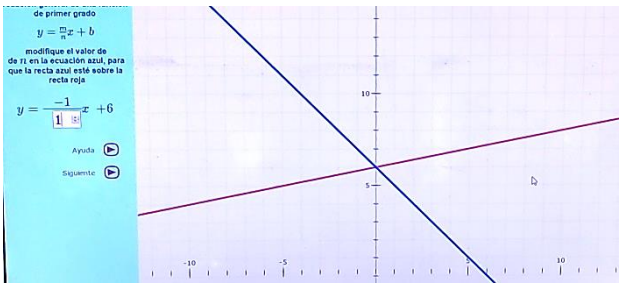
La ecuación de la recta azul es

$y = \frac{-1}{1}x + 6,$

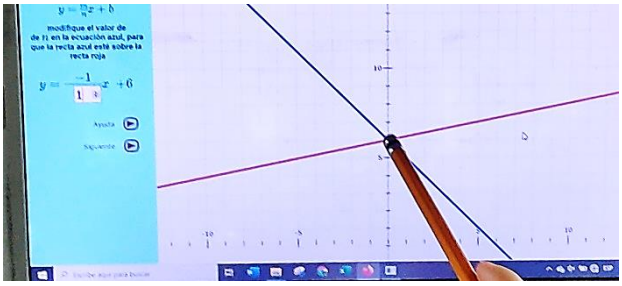
la ecuación de la recta roja es

$y = \frac{-1}{-5}x + 6.$

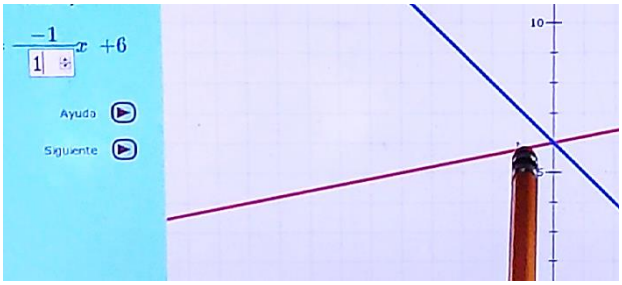
Video de referencia: VID_20210521_102025 (1:01)



E2: "*6*" señala el punto de intersección de las rectas

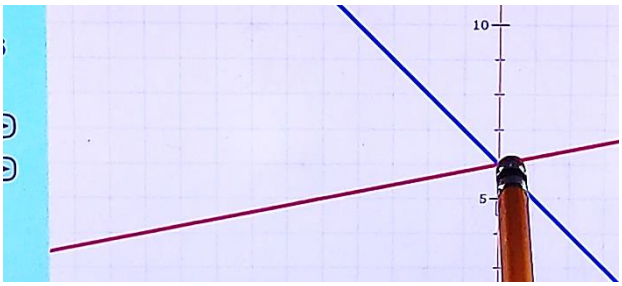


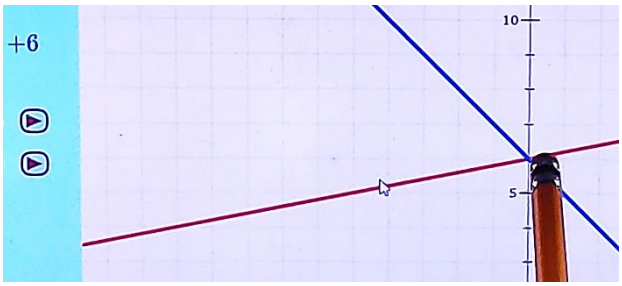
E1: "*-1 pa´ cá*" Señala con el puntero el punto (1,6). E2 señala al mismo tiempo con el lápiz el mismo punto.



E2: "*Espere… No. Es pa´bajo*" vuelve a señalar el punto de intersección de las rectas.

E1 señala rápidamente con el puntero el punto $(0,5)$ – no se alcanza a ver porque está detrás del lápiz de E2 – y luego el punto $(-4,5)$.



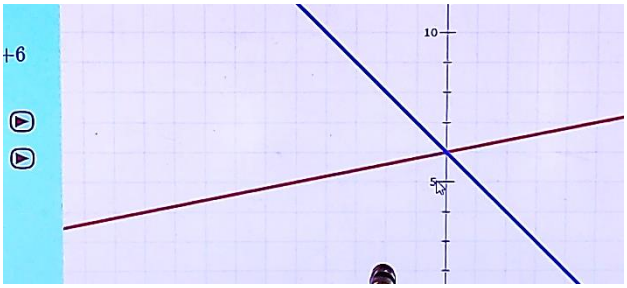


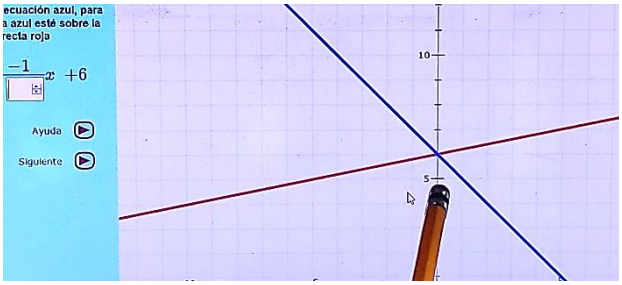
E2: "*No sé. ¿pa´llá o pa´cá?*" hace un gesto de izquierda a derecha.

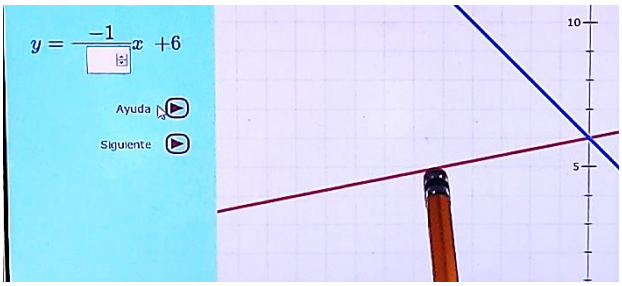
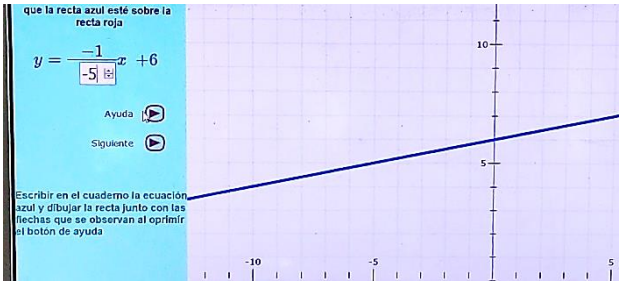
E1: "*pero se supone que -1…*" aparentemente señala desde lejos con el dedo el parámetro *m* de la ecuación azul. "*…ese de allá, es pa´rriba o pa´ bajo. ¿No?*"

E2: "*ahhh. Para abajo*"

E1: "*Entonces acá*" Señala con el puntero la ubicación $(0,5)$. E2 señala el mismo punto.

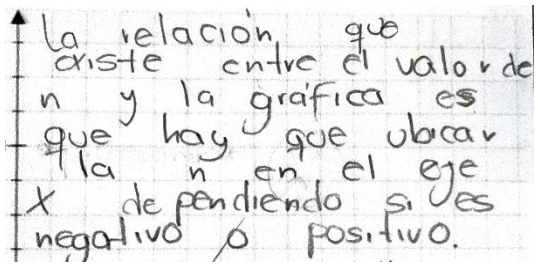
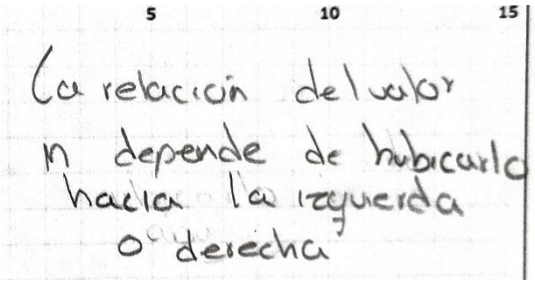




E2: "*Entonces sería de para acá*" cuenta la cantidad de unidades desde el punto $(0,5)$ hasta el punto $(-5,5)$ que está sobre la recta roja. "*Entonces -5*"	
E1 escribe en la casilla -5, oprime la tecla enter. Las rectas se sobreponen. E2:"*Bien*"	

Las estudiantes inician con dudas sobre el valor del parámetro *n*, pero luego corrigen su error. En los últimos dos momentos presentados se puede ver la aplicación de la estrategia correcta. El siguiente ejercicio de la tarea de exploración fue solucionado de manera acertada.

Luego de aparecer el mensaje que les pedía escribir la relación entre el parámetro *n* y la gráfica de la función de primer grado. Las estudiantes escribieron aquello que pensaban les permitía describir dicha relación.

E1 escribió:	E2 escribió:
	

La concepción de E1 apunta a la ubicación en el sistema de coordenadas. Dado que las rectas tienen su punto de intersección sobre el eje de las ordenadas puede establecer una correspondencia entre el valor que se ubica sobre el eje de las abscisas y el valor del parámetro *n*.

La concepción de E2 está más relacionada con la estrategia utilizada para solucionar la tarea del parámetro *m*. E2 hace referencia al movimiento que se debe realizar desde el punto de intersección

de las rectas y el parámetro *n* es descrito como el movimiento hacia la izquierda (negativo) o derecha (positivo).

Las concepciones que tienen E1 y E2 son distintas en cuanto a sus formas de enunciación, sin embargo, implican la aplicación de la estrategia correcta para completar la tarea y ponen en evidencia la correspondencia entre el parámetro *n* y la gráfica de la función de primer grado.

Por otro lado, se pueden observar otros aspectos: las estudiantes abandonan el uso de la ayuda y el uso de las flechas de la casilla. Esto implica que están prediciendo el valor del parámetro *n* estando en la tarea de exploración.

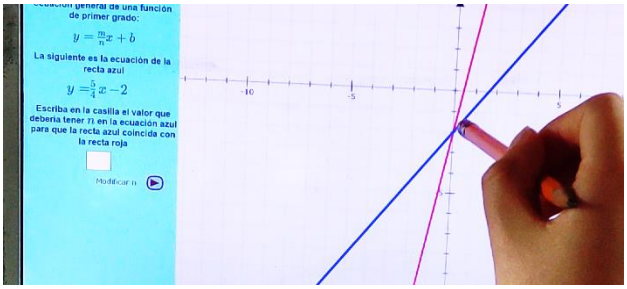
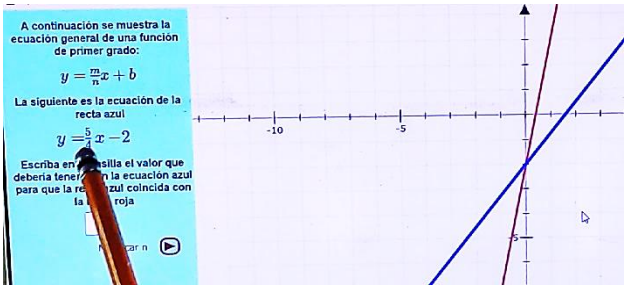
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Gráfico - fase de Anticipación – parámetro n

<table>
<tr>
<td>Le ecuación de la recta azul es

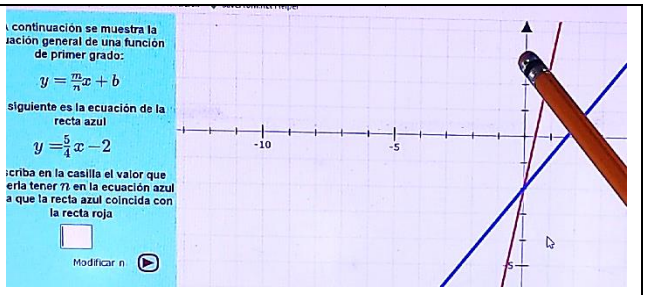
$y = \frac{5}{4}x - 2$, la ecuación de la recta roja es

$y = \frac{5}{4}x - 2$.

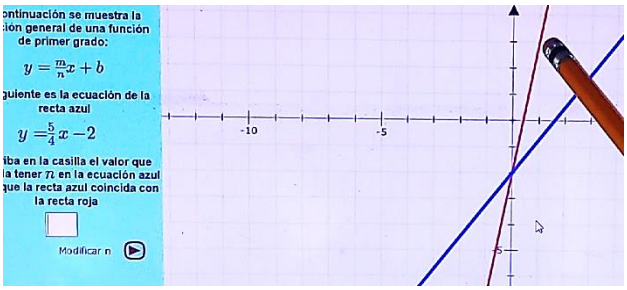
E2 señala el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.</td>
<td>Video de referencia: VID_20210521_103211(1:54)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E2 empieza a contar hacia arriba desde el punto $(0, -2)$ sobre el eje de las ordenadas. Pero se detiene y pregunta “¿Cómo que 4?”</td>
</tr>
<tr>
<td>E2 señala el parámetro n en la ecuación azul.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E2 vuelve a leer el enunciado en voz baja, luego ubica el lápiz en el punto de intersección de las rectas.</td>
</tr>
</table>

E2 cuenta 5 unidades hacia arriba desde el punto $(0, -2)$.



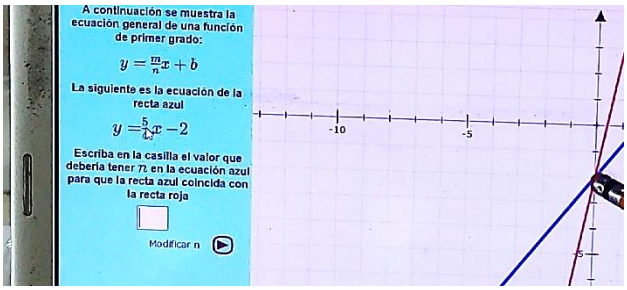
Luego se mueve una unidad hacia la derecha para encontrarse con la recta roja y afirma "*no me da nada… ¿Usted qué dice?*"

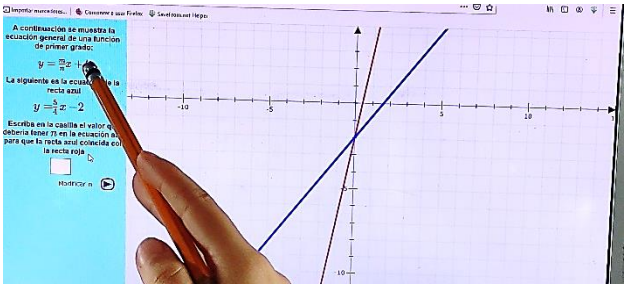


E1: "*O sea que…*" señala con el el parámetro *m* de la ecuación azul, mientras que E2 señala el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.

E2: "*Ubiquémonos… este es b…*" mantiene señalado el punto $(0, -2)$

"*… el 5 es la m…*" señala rápidamente el parámetro *m* de la ecuación azul.

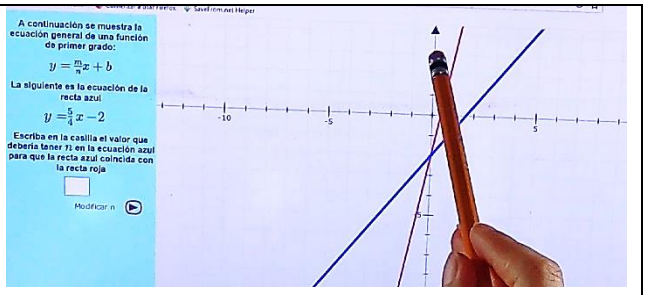




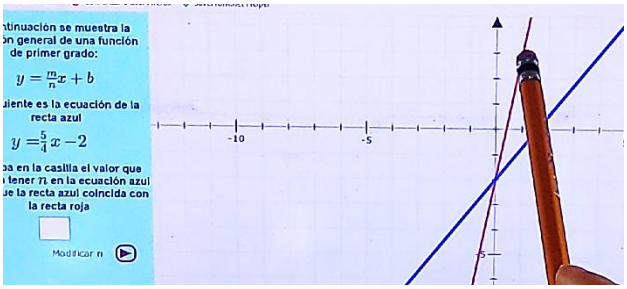
E1: "*O sea que primero tenemos que ubicarlo hacia arriba o hacia abajo…*" señala con el puntero la parte superior del plano y luego la parte inferior. "*…como es positivo va pa´ rriba*"

E2: "*Por eso, yo conté de para arriba…*" vuelve a realizar el conteo vertícal desde el punto $(0, -2)$ hacia arriba.

E2 señala con el lápiz el punto (0,3).



"*y acá…*"señala sobre la recta roja el punto $(1, 3)$.



E1: "*ahhhh… pues 1*"

E2 escribe en la casilla 1. E1 oprime el botón modificar n. Las rectas se sobre ponen.

E1: "*¿Sí vió?*"

E2: "*creo que sí… siguiente*"

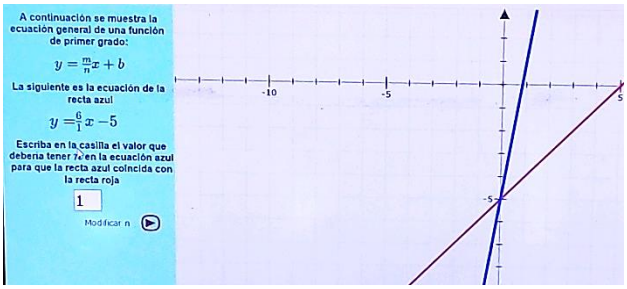
E1 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

Le ecuación de la recta azul es

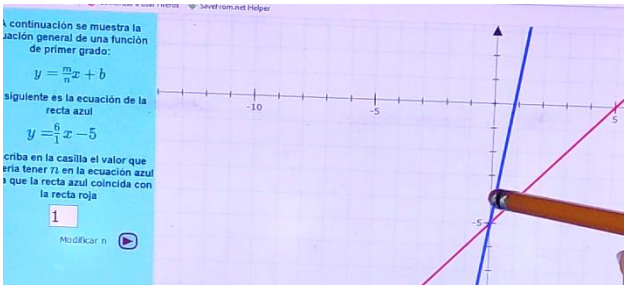
$y = \frac{6}{1}x - 5$, la ecuación de la recta roja es

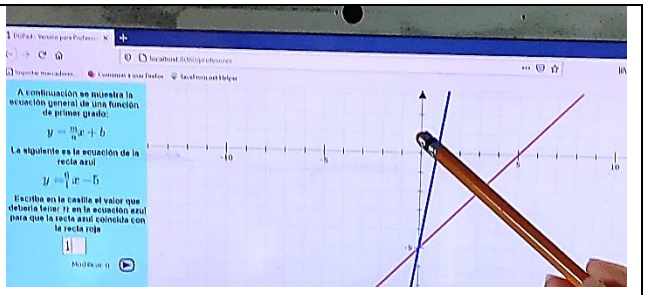
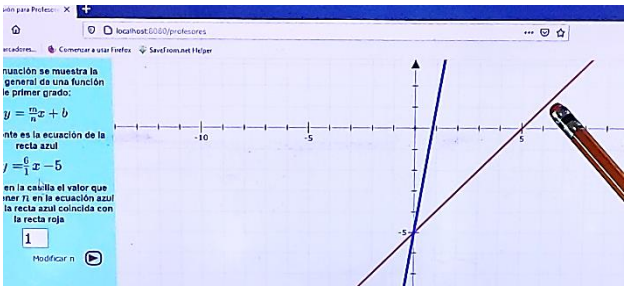
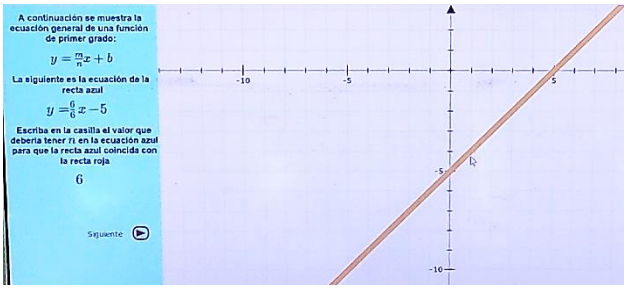
$y = \frac{6}{6}x - 5$.

Video de referencia: VID_20210521_103411(3:42)

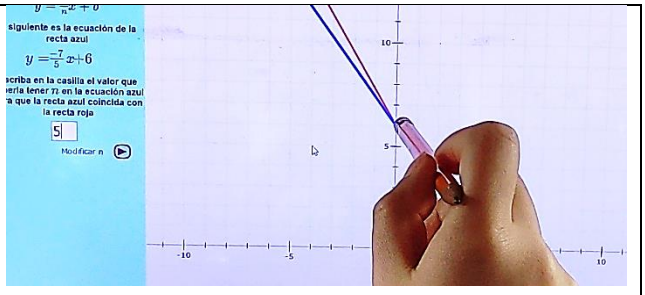


E2: "*entonces acá 5…*" Señala con el lápiz la intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.



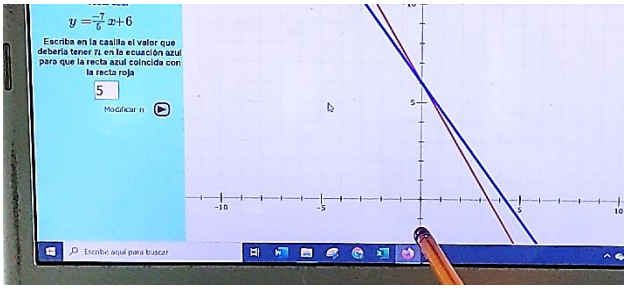
"... *6*..." Luego cuenta 6 unidades hacia arriba desde el punto $(0,-5)$ hasta $(0,1)$.	
E2 cuenta la cantidad de unidades desde el punto $(0,1)$ hasta el punto $(6,1)$ que está sobre la recta roja. E1: "*Entonces 6*" E2 escribe 6 en la casilla.	
E1 oprime el botón modificar n. Las rectas y se sobreponen. E2: "*Ya las cogí... ahora sí me sirve de evidencia*" E1: "*yo ya las tenía desde hace rato y yo que estoy diciendo nada*"	

En este extracto puede observarse cómo las estudiantes utilizan la estrategia que construyeron en los ejercicios de exploración y resuelven correctamente los ejercicios. Se presentarán dos momentos más donde las pendientes de las rectas son negativas.

La pendiente de la recta azul es $y = \frac{-7}{5}x + 6$. La ecuación de la recta roja es $y = \frac{-7}{4}x + 6$.	

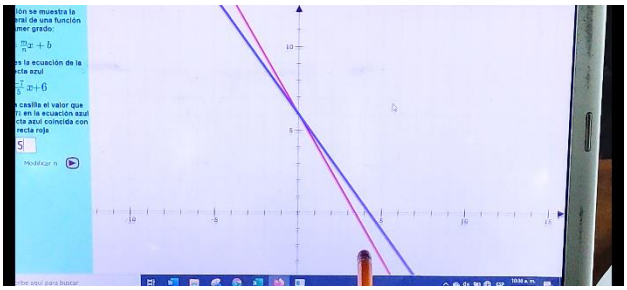
E2 señala con el lápiz el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.

E2 cuenta 7 unidades hacia abajo desde el punto (0,6) hasta $(0,-1)$.

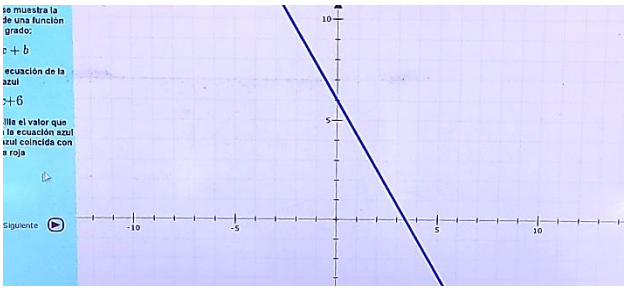


Luego cuenta la cantidad de unidades hacia la derecha hasta encontrarse con la recta roja.

E1: "*4*"



E2 borra el número en la casilla y escribe 4. E1 oprime el botón modificar n. las rectas se sobreponen.



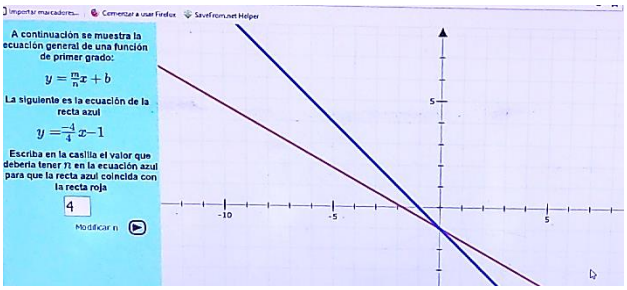
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La pendiente de la recta azul es

$y=\frac{-4}{4}x-1$. La ecuación de la recta roja es

$y=\frac{-4}{7}x-1$.

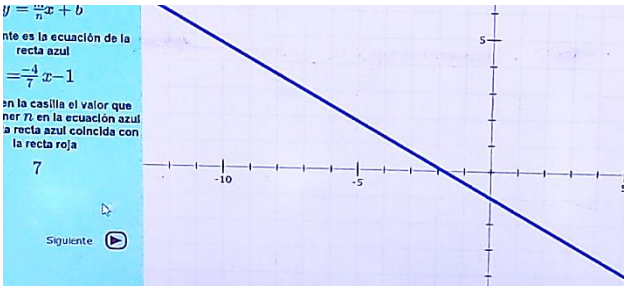
E2: "*Bueno ahora hágale usted*"



E1 borra el número de la casilla, escribe 7. Oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.

E2: "*¿Cómo lo hizo?*"

E1: "*pa´ que vea*"

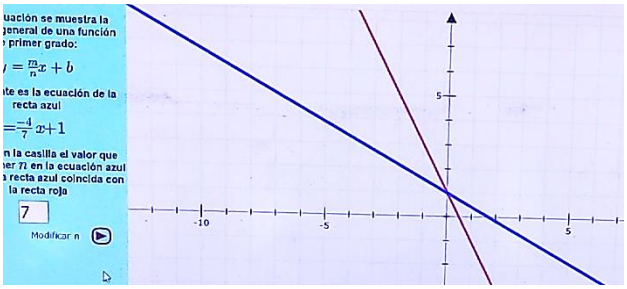


E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La pendiente de la recta azul es

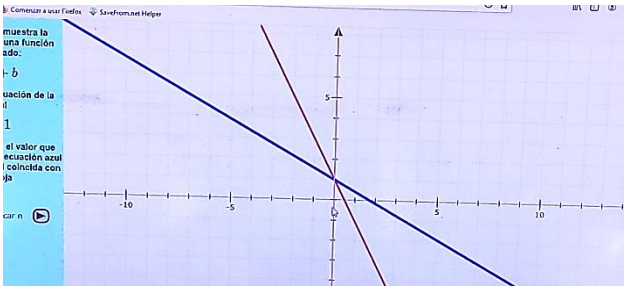
$y = \frac{-4}{4}x - 1$. La ecuación de la recta roja es

$y = \frac{-4}{7}x - 1$.

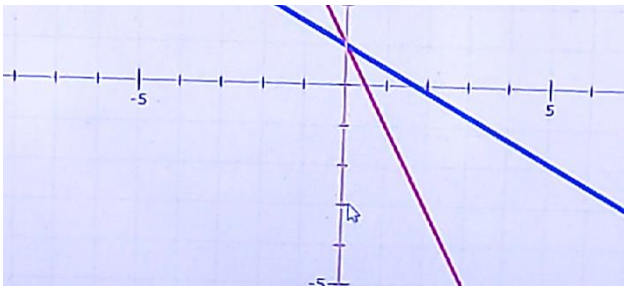


E2 borra el número de la casilla.

E1 ubica el puntero sobre el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.

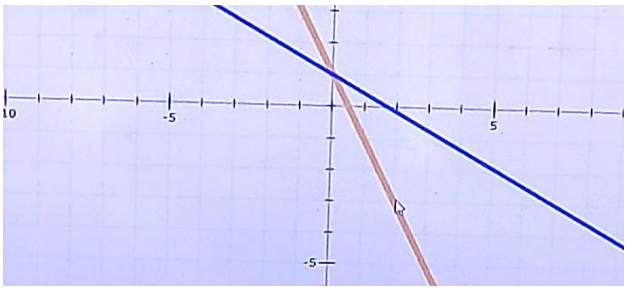


Mueve el puntero sobre el eje de las ordenadas hasta llegar al punto $(0, -3)$

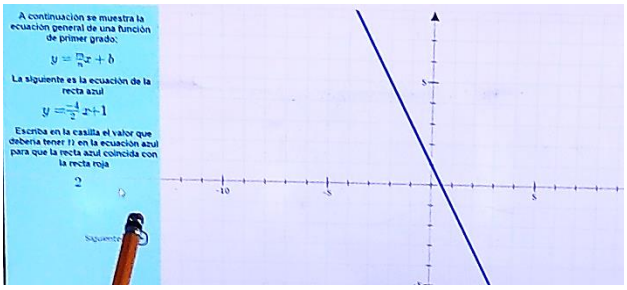


Luego mueve el puntero hacia el punto $(2, -3)$ y E1 dice "*2*"

E2 escribe en la casilla 2



E1 oprime sobre el botón modificar n. las rectas se sobreponen.

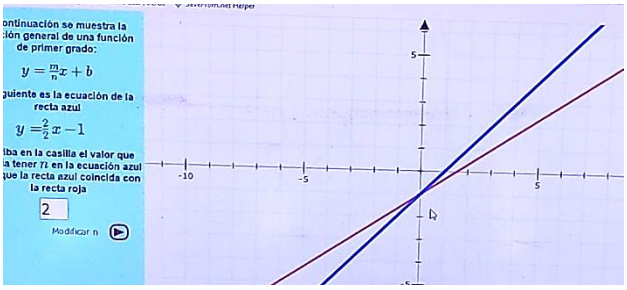


E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La pendiente de la recta azul es

$y = \frac{2}{2}x - 1$. La ecuación de la recta roja es

$y = \frac{2}{3}x - 1$.



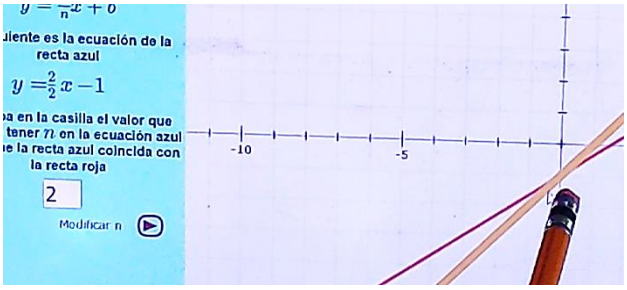
E2: "*¿Usted cómo se está ubicando para que le dé?*"

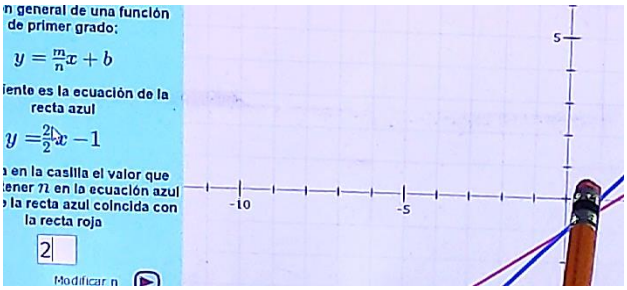
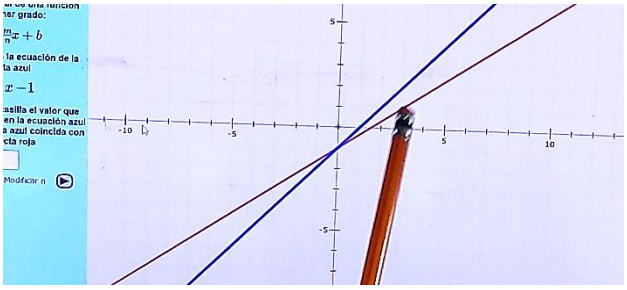
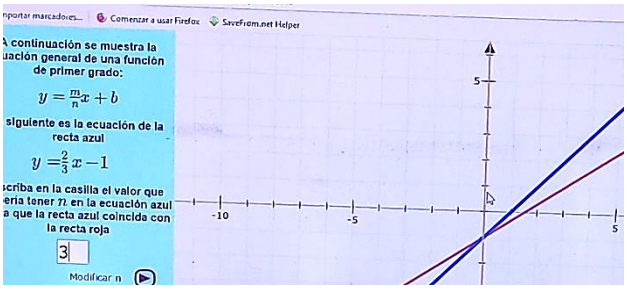
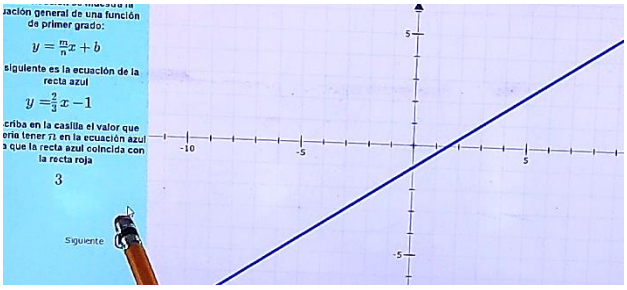
E1: "*¿Cómo así? ¿por qué?*"

E2: "*Pues sí porque …*" hace gestos con las manos dirigidas a la pantalla sin orientación aparente.

E1: "*uno empieza mirando siempre desde el punto b…*" señala con el puntero la intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas.

E2: "*Síií*" Señala con el lápiz el punto de intersección de las rectas.



E1: "*... y acá por ejemplo es positivo...*" Señala con el puntero él parámetro m de la ecuación azul. E2 se anticipa al conteo de dos unidades hacia arriba desde el punto $(0,-1)$	
E2 señala el punto (3,1), borra el 2 de la casilla y escribe 3.	
E1 continua "*... entonces son dos hacia arriba*" señala el punto (0,1).	
E1: "*...Luego 3 pa´ llá y listo*" oprime sobre el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.	

En este extracto confirmamos que las estudiantes aplican la estrategia correctamente para casos de pendiente positiva y de pendiente negativa.

Los siguientes ejercicios de anticipación fueron realizados de manera acertada haciendo uso de la misma estrategia. Se quiere destacar la correspondencia establecida entre el parámetro *m* para describir lo que podría interpretarse como las diferencias en las ordenadas de dos puntos que pertenecen a la recta. Conocer y hacer la correspondencia del parámetro *m* fue primordial para cumplir con la tarea.

En las tareas de anticipación las estudiantes mostraron evidencias de un aprendizaje por adaptación. Esto se interpreta al ver que repetían las acciones de manera constante, es decir hubo un refuerzo en la aplicación de la estrategia.

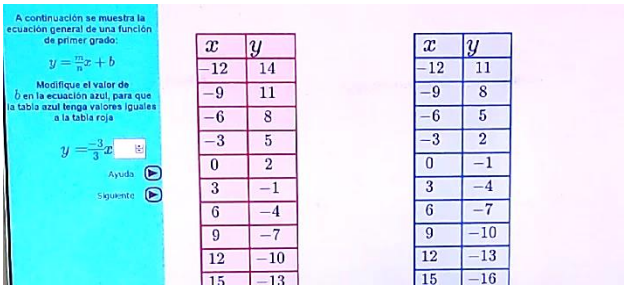
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Exploración – parámetro b

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-3}{3}x - 1$. La ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{-3}{3}x + 2$

Vídeo de referencia: VID_20210521_104507(1:32)

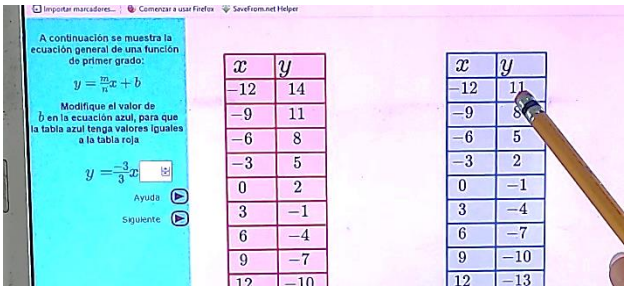


E2 lee el enunciado de la tarea en voz baja.

E2: "*¿Cómo así?*"

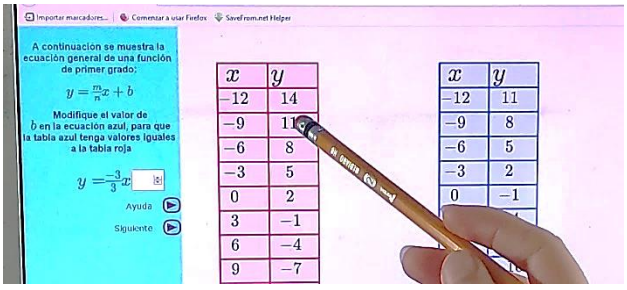
E1: "*Creo que deben tener los mismos números*"

E2 señala el valor de *y* en la primera fila de la tabla azul y dice "*... tipo acá 14...*"

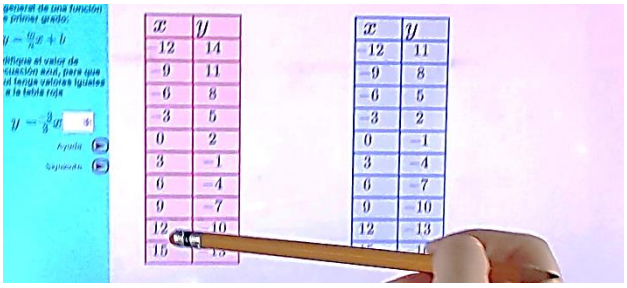


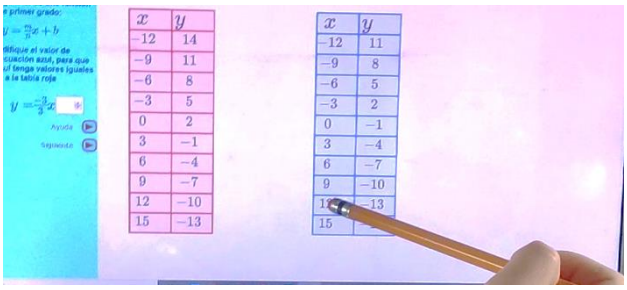
Luego señala el valor de *y* en la primera fila de la tabla roja.

E1: "*No sé*"

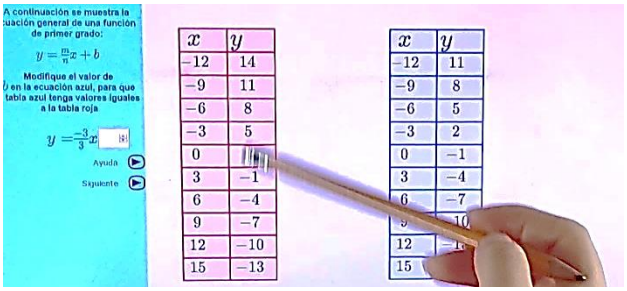


E2: "*Porque acá son iguales*" señala de arriba hacia abajo la columna *x* de la tabla roja y luego la columna *x* de la tabla azul.



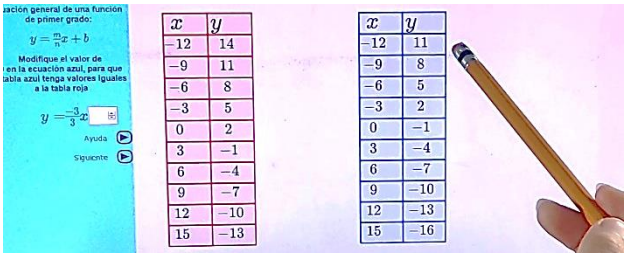


E2 continúa "*... Acá es donde son diferentes...*" señala la columna *y* de la tabla roja, luego la columna *y* de la tabla azul.



E1: "*Pues claro, esa es la que toca cambiar*"

E2: "A*hhh ya. Tenemos que encontrar la b*"



E2: "*¿Usted entendió?*"

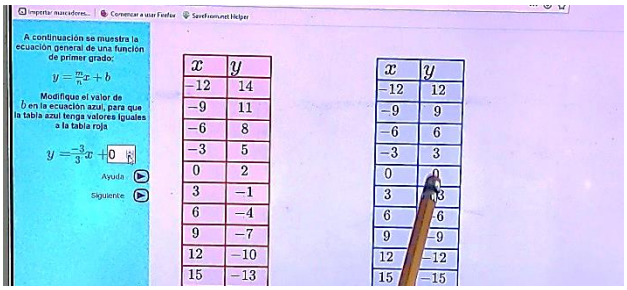
E1: "*No*"

E2: "*Vamos a que nos ayude. Comience a subir y a bajar a ver qué es lo que cambia*"

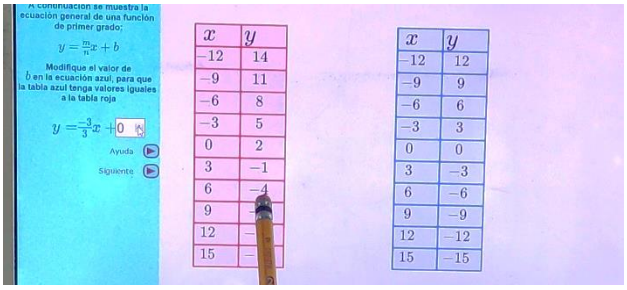
E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla. El valor del parámetro *b* cambia a 1 y la columna *y* de la tabla azul también lo hace.

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla. El valor del parámetro *b* cambia a 0 y la columna *y* de la tabla azul también lo hace.

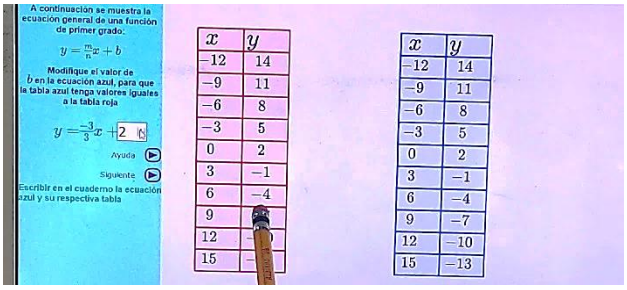
E2: "*mmm. Esta es la que cambia…*" Señala la tabla azul.



E2: "*... esta no*" señala la tabla roja.



E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las tablas tienen los mismos valores.

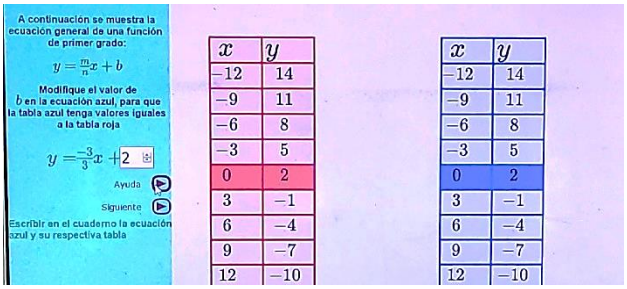


E2 lee en voz baja el nuevo mensaje que aparece en la pantalla

E1: "*Ah ya*"

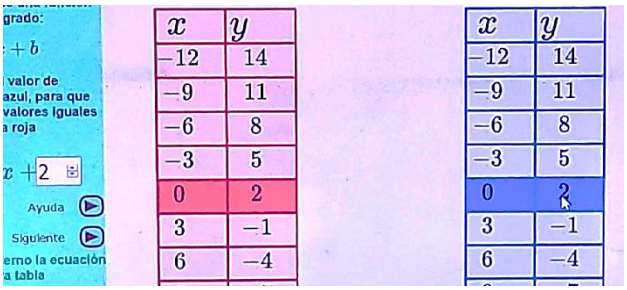
E2: "*Ponga ayuda tantico a ver qué tira*"

E1 oprime sobre el botón ayuda. Se sombrean las filas de ambas tablas donde $x = 0$.



E1: "*¿Este es valor de b?*" señala la fila donde $x = 0$ en la tabla azul.

E2: "*No sé*"



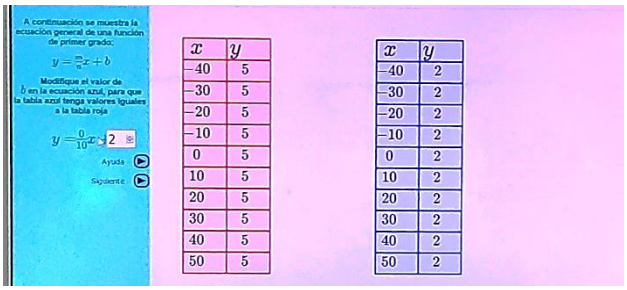
E1 y E2 completan los valores de la tabla en los formatos entregados por el profesor.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{0}{10}x + 2$. La ecuación de la tabla roja es $y = \frac{0}{10}x + 5$.

Vídeo de referencia: VID_20210521_104844(1:04)

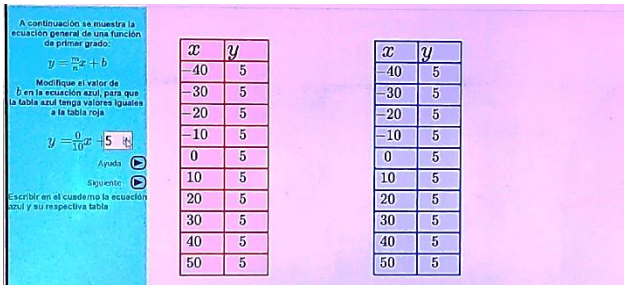


E2: "*5 ¿no?*"

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta que las tablas tienen los mismos valores.

E2: "*¿Está facil o hicimos algo mal?*"

E1: "*jum. Ni idea*"



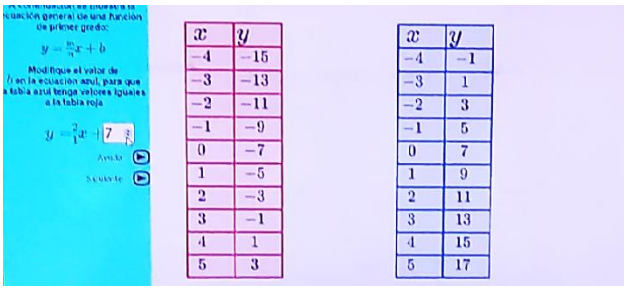
E1 y E2 completan los valores de la tablas en los formatos entregados por el profesor.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.

La ecuación de la tabla azul es

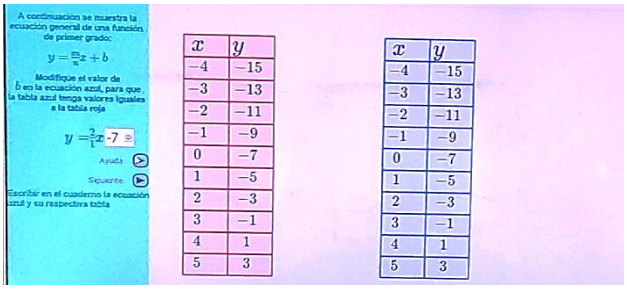
$y = \frac{2}{1}x + 7$ La ecuación de la tabla roja es $y = \frac{2}{1}x - 7$.

Vídeo de referencia: VID_20210521_104844(0:22)



E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla y afirma "*¿-7?*"

E1 continúa oprimiendo la flecha hacia abajo hasta que los valores de las tablas coinciden.



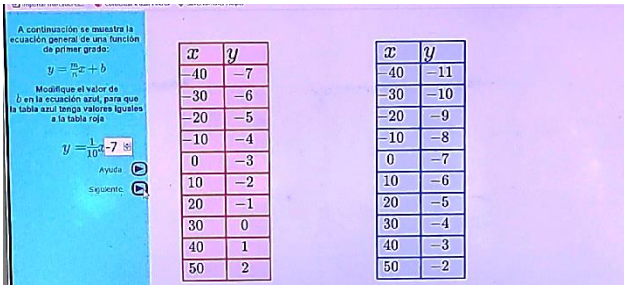
E1 y E2 completan los valores de la tablas en los formatos entregados por el profesor.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{1}{10}x + 7$ La ecuación de la tabla roja es $y = \frac{1}{10}x - 3$.

Vídeo de referencia: VID_20210521_105229(0:14)

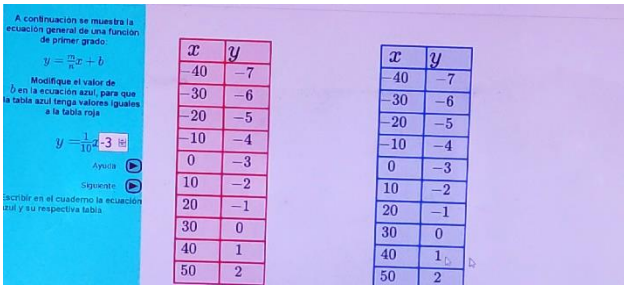


E1: "-3"

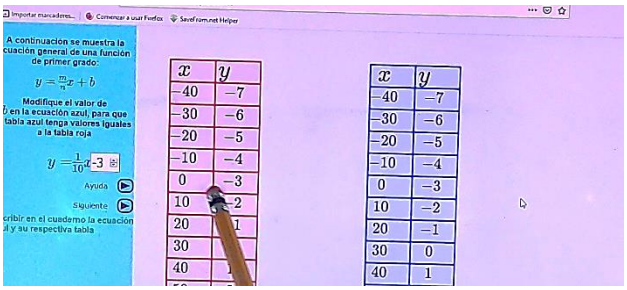
E2: "Sí"

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.

E1: "*¿Sí vio?*"



E2: "*Sí, yo me guío por esto también*" señala la fila de la columna roja donde $x = 0$.



E1 y E2 completan los valores de la tablas en los formatos entregados por el profesor.

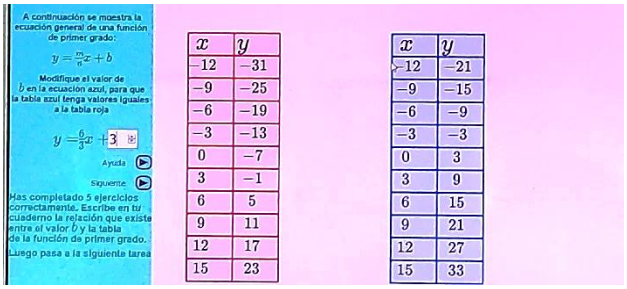
E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{6}{3}x + 3$ La ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{6}{3}x - 7$.

Vídeo de referencia: VID_20210521_105602(1:12)



E2 lee en voz baja el nuevo mensaje que le indica escribir la relación entre el parámetro *b* y la tabla de una función de primer grado.

Profesor: "*Si no quieres escribirlo, pueden explicarme en sus palabras qué relación encontraron*"

E2 señala desde lejos con la mano y afirma "*pues encontré solamente de que 0… tipo 0 era x*"

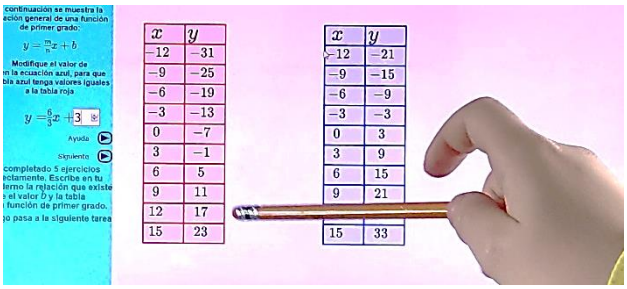
E1: "*No sé cómo explicarlo*"

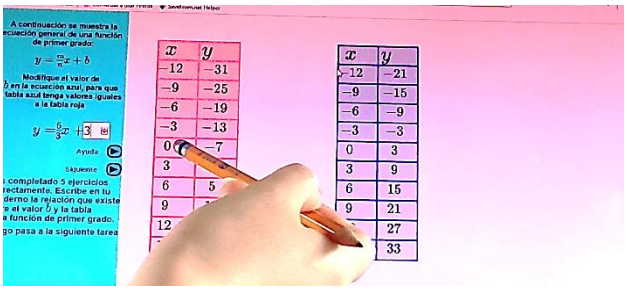
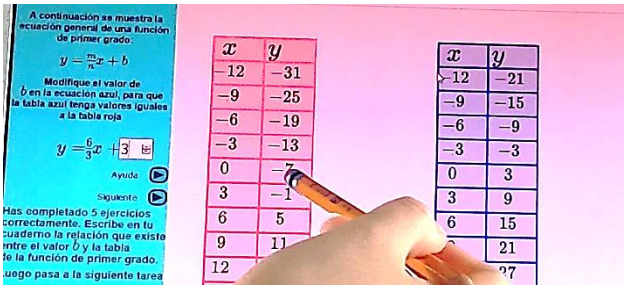
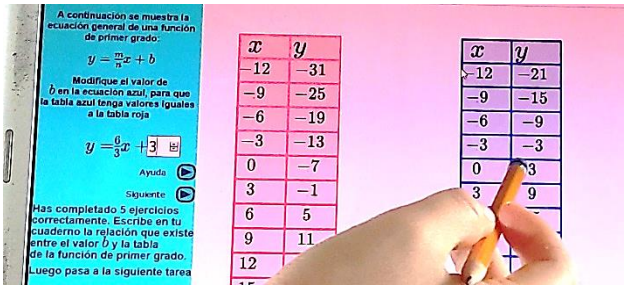
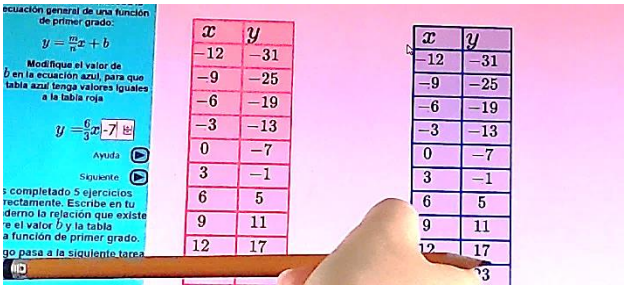
E2: "*Solo sé que nada sé*"

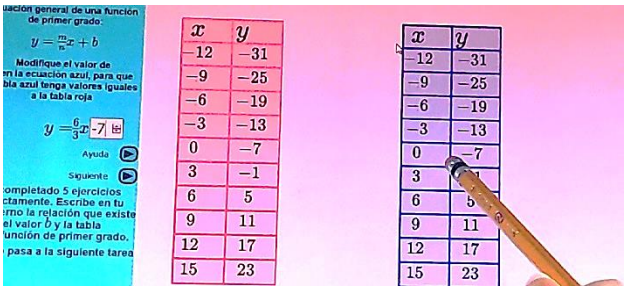
E1: "*Yo solo sé que miro esta tabla*" señala con el lápiz la tabla roja.

Profesor: "*y ¿qué miras?, porque la tabla tiene muchas cosas*"

E1: "*mmm…*"



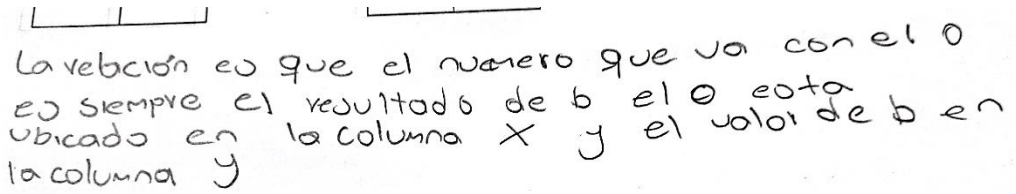
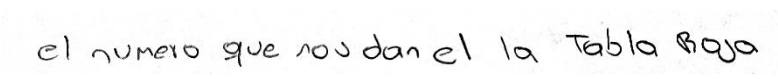
E2: "*yo miro tipo acá…*" Señala la fila de la tabla roja donde $x = 0$. "*… está el 0 con…*"	
"*… el -7*" Señala el valor respectivo de y cuando $x = 0$. "*¿Cierto?*"	
E2: "*Necesitamos que este…*" señala la fila de la tabla azul donde $x = 0$.	
"*… quede igual a este*" señala la fila de la tabla roja donde $x = 0$.	
E2: "*Entonces escribimos -7*" borra el número de a casilla, escribe -7 y oprime enter. Las dos tablas son iguales. E1: "*y ya cambia*"	

E2: "*Quedó bien, mire*" Señala en la tabla azul la fila donde $x = 0$.	

En los momentos presentados se quiere poner en evidencia que las estudiantes inician la tarea de exploración haciendo uso de las flechas de la casilla, tal como se había previsto en el análisis a priori. En primer lugar, oprimen las flechas de manera aleatoria para ver cuál valor les será de utilidad para completar la tarea. Luego, tomando como precedente los ejercicios anteriores (conversión algebraica a gráfica), usaron el botón ayuda y parece ser que se dieron cuenta rápidamente que las filas de las tablas que se sombreaban les permitían establecer una correspondencia entre el valor del parámetro *b* y el valor de y en la fila donde $x = 0$.

Las estudiantes hicieron uso del botón ayuda una sola vez y aparentemente con ello lograron darse cuenta de la relación.

Luego que las estudiantes hicieran su explicación verbal, el profesor insiste nuevamente para que escriban la relación que encontraron entre el valor del parámetro *b* y la tabla de la función de primer grado.

E1 escribió 
E2 escribió 

En los escritos de las estudiantes se puede interpretar la correspondencia que se realiza entre el valor del parámetro *b* y la tabla de la función de primer grado.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Anticipación – parámetro b

<table>
<tr>
<td>La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{5}{6}x + 3$ La ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{5}{6}x - 2$.

E2 escribe en la casilla -2

E1 oprime el botón modificar b. Los valores de la tabla roja y la tabla azul son iguales.

E2: “Listo ya. Hice la primera”

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-4}{7}x - 2$ La ecuación de la tabla roja es

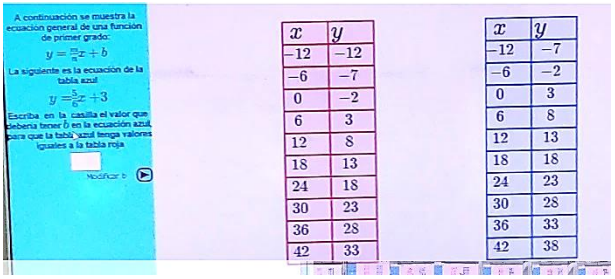
$y = \frac{-4}{7}x + 1$.

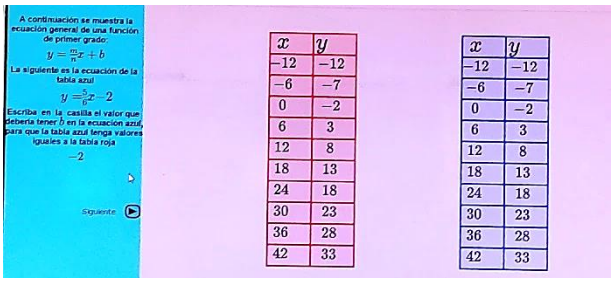
E2 escribe en la casilla 1

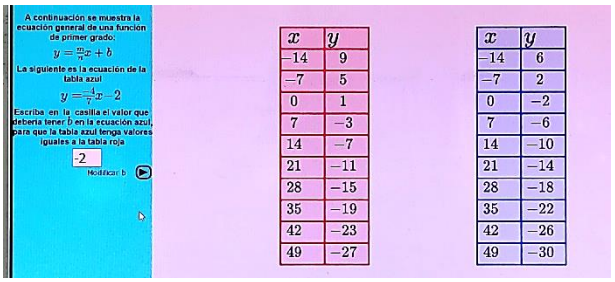
E1 oprime el botón modificar b. Los valores de la tabla roja y la tabla azul son iguales.

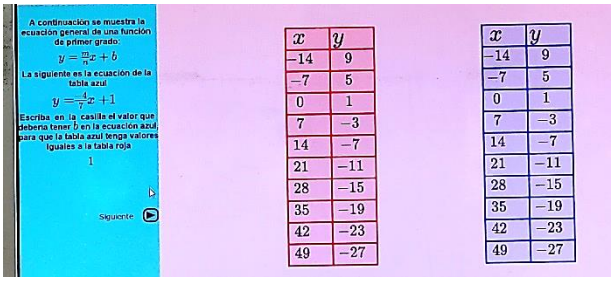
E2: “Bueno. Hice la segunda”

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.</td>
<td>Vídeo de referencia: VID_20210521_105804(2:07)








</td>
</tr>
</table>

Los siguientes ejercicios de la tarea de anticipación fueron solucionados de manera correcta y sin dificultad alguna. Cuando en la pantalla aparece el mensaje que les permite avanzar a la siguiente tarea, el profesor les hace una pregunta a las estudiantes:

Profesor: "*Bueno, entonces ¿de qué se dieron cuenta?*"

E2: "*mmm*"

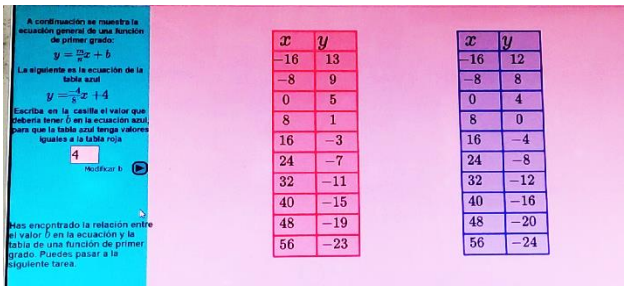
Profesor: "*Por ejemplo, oprime en siguiente*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

Profesor: "*Ahí cómo hacen ustedes para saber el número que corresponde a b*"

E1: "*pues tenemos en cuenta esta tabla*" Señala la pantalla desde lejos.

E2: "*Ujum, la roja…Tipo sí está 5…0 equis y "*y*" el valor de "*y*" es 1… perdón 5. Y entonces allá el valor de "*y*" es 4 entonces está mal… es 5*"



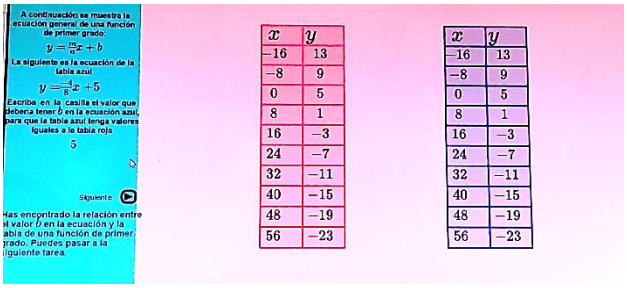
Profesor: "*Entonces ¿qué hacen para que queden iguales?*"

E1: "*Pues colocamos 5 acá*" borra el 4 de la casilla y escribe 5.

E2: "*Modificar b*"

E1 oprime modificar b. Las tablas ahora son iguales.

E2: "*y ya, quedó bien*"



En el desarrollo de la tarea de anticipación, las estudiantes aplicaron la misma estrategia empleada al finalizar la tarea de exploración. Por lo tanto, se observa en las estudiantes que hubo un refuerzo de las acciones empleadas para completar las tareas: Primero ubican sobre la columna x el valor 0, luego observan cuál es el valor correspondiente en la columna *y*, finalmente concluyen que ese es el valor del parámetro *b*.

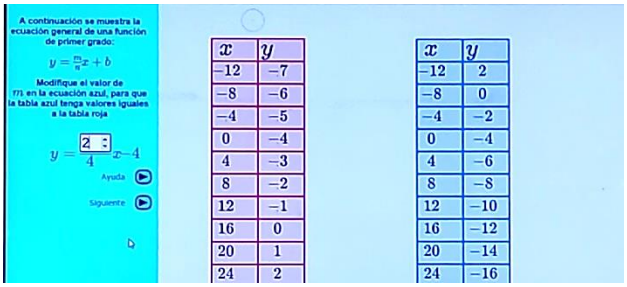
Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Exploración– parámetro m

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{2}{4}x - 4$ la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{1}{4}x - 4$.

Vídeo de referencia: VID_20210603_143703(1:31)

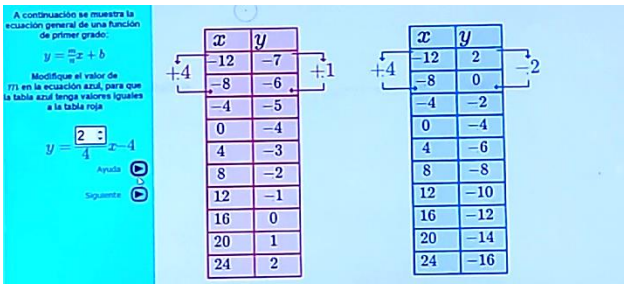


E2 lee el enunciado en voz baja.

E2: "*Dele en ayuda*"

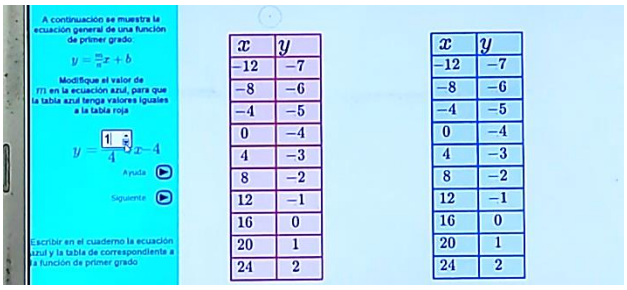
E1 oprime sobre el botón de ayuda. En las tablas aparecen las flechas que representan las diferencias.

E1: "*¿Cómo así?*"



E2: "*Dele ahí*"

E1 oprime la flecha hacia abajo hasta llegar a 1. Las tablas coinciden en sus valores.



E2: "*¿Por qué 1?*"

E1: "*No sé*" oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

Las estudiantes no toman en cuenta el mensaje y no registran los datos de las tablas, ni la ecuación.

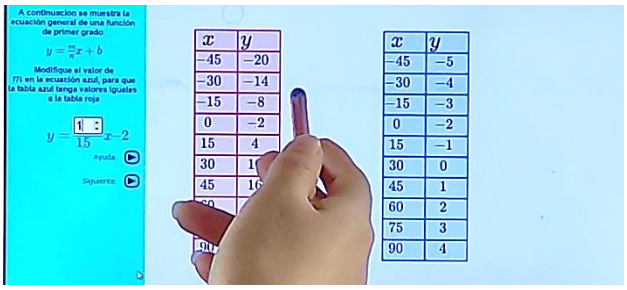
La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{1}{15}x - 2$ la ecuación de la tabla roja es

Vídeo de referencia: VID_20210603_144038(0:44)

$y = \frac{6}{15}x - 2.$

E2: “*Creo que hay que mirar acá*” Señala con el lápiz la columna *y* de la tabla roja.



E1: “*¿6?*”

E2: “*Ponga 6 a ver qué*”

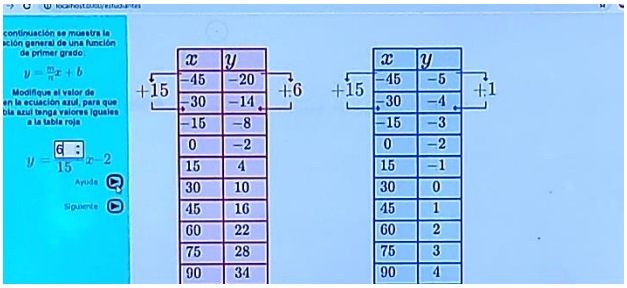
E1 escribe 6 en la casilla.

E2: “*Ayuda*”

E1 oprime el botón ayuda, en las tablas aparecen las flechas.

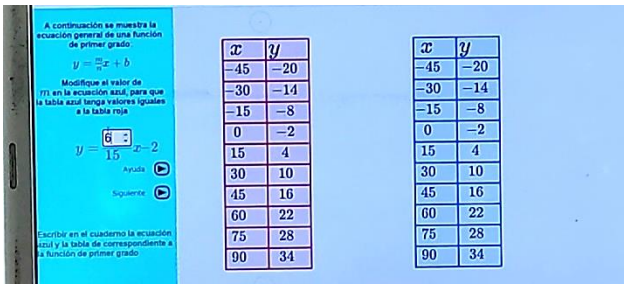
E1: “*mmm… sí*”

E2: “*Ujum*”



E1 oprime la tecla enter. Las tablas coinciden.

E1: “*Entonces sí era 6*”



Profesor: “*Recuerden escribir los valores de la tabla en la hoja*”

E2: “*¿De cuál tabla?*”

Profesor: “*De cualquiera porque son iguales*”

E1 y E2 registran la ecuación y los valores de la tabla en el formato entregado por el profesor.

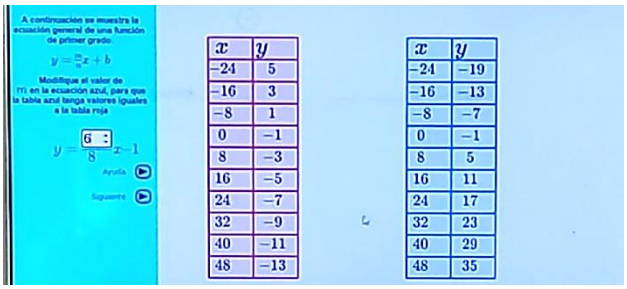
E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

Vídeo de referencia: VID_20210603_144218(0:51)

$y = \frac{6}{8}x - 1$ la ecuación de la tabla roja es

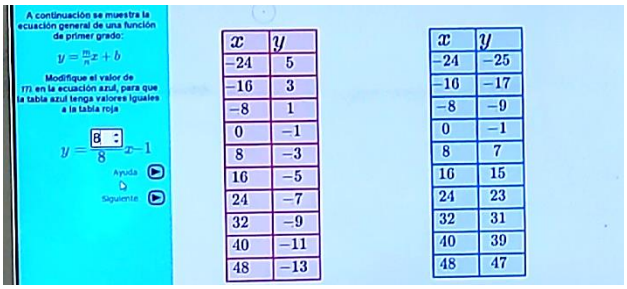
$y = \frac{1}{8}x - 1$.



E2: “*Dele 8, súbalo*”

E1 oprime la flecha hacia arriba de la casilla hasta llegar a 8. Los valores de las tablas no coinciden.

E1: “*No*”

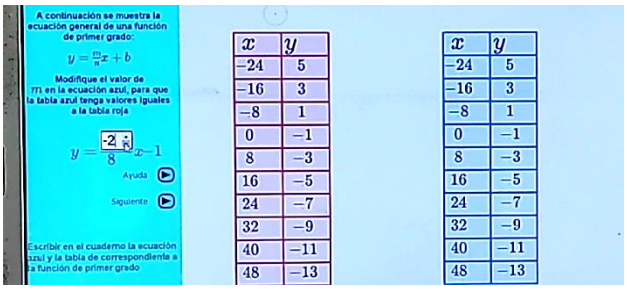


E2: “*Súbalo y bájelo*”

E1 oprime la flecha hacia abajo de la casilla hasta llegar a -2. Los valores de las tablas coinciden.

E2: “*porque al 3 le quito 5… 2*”

E2: “*No, porque a 5 le quito 3*”

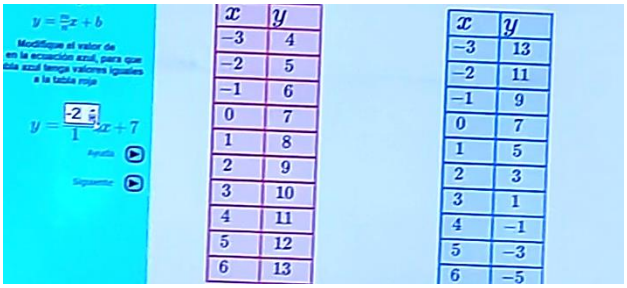


La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-2}{1}x + 7$ la ecuación de la tabla roja es

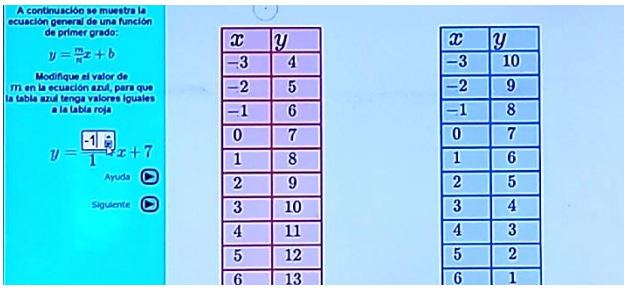
$y = \frac{1}{1}x + 7$.

Vídeo de referencia: VID_20210603_144416(0:43)

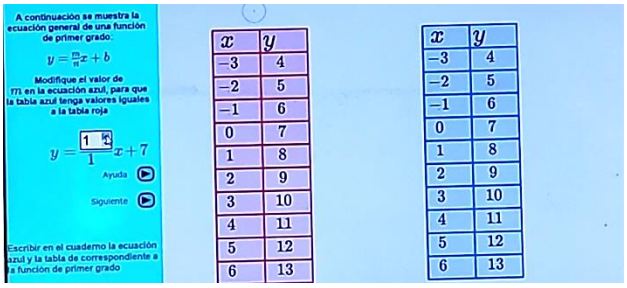


E2: “*Dele pa´ rriba*”

E1 oprime la flecha hacia arriba hasta llegar a -1. Los valores de las tablas no coinciden.

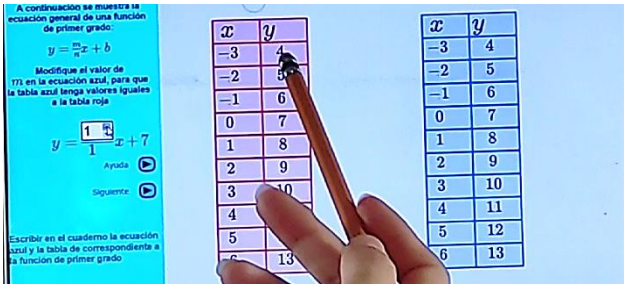


E1oprime la flecha hacia arriba hasta llegar a 1. Los valores de las tablas coinciden.



E2: “*Vea*” Señala las primeras dos filas de la tabla roja sobre la columna *y*.

E1: “*Ujum*”



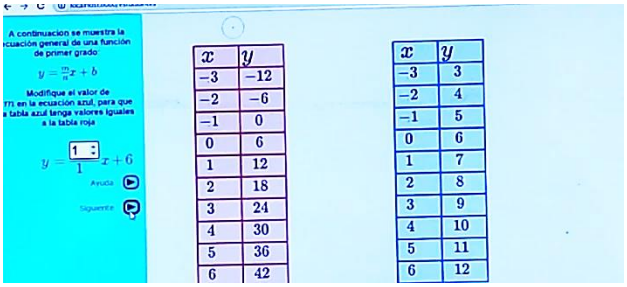
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{1}{1}x + 6$ la ecuación de la tabla roja es

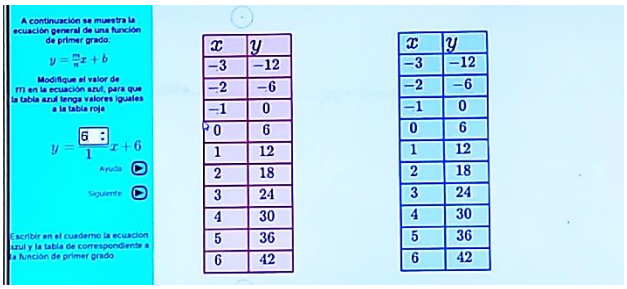
$y = \frac{6}{1}x + 6$.

Vídeo de referencia: VID_20210603_144538(0:50)



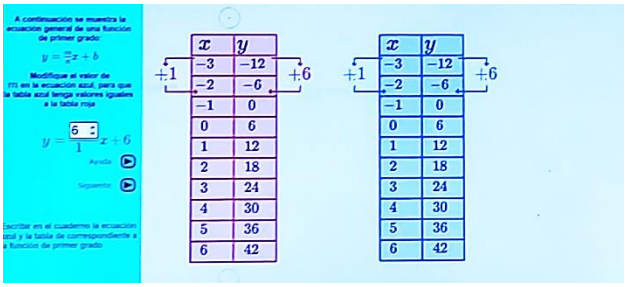
E1 oprime la flecha hacia arriba hasta que los valores de las tablas coinciden.

E2: "*¿Por qué negativo?*"

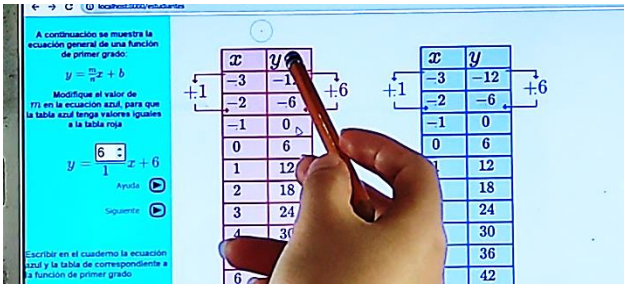


E1 oprime el botón de ayuda. Aparecen las flechas en las tablas.

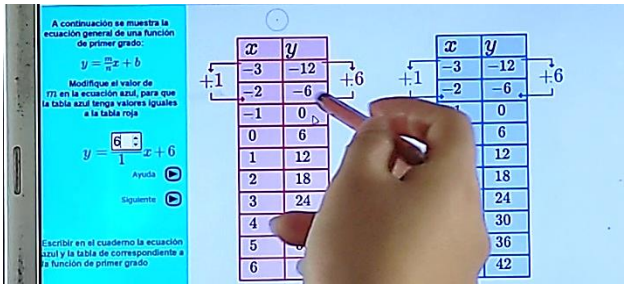
E1: "*Negativo por negativo da positivo*"



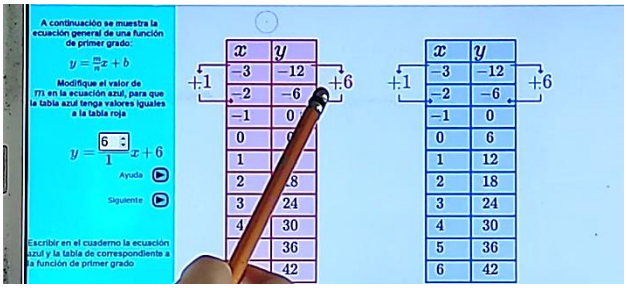
E2: "*Sí, negativo…*" señala el valor de *y* en la primera fila de la tabla roja.



"*… y negativo…*" Señala el valor de -6 en la segunda fila de la tabla roja.



"*…da positivo*" Señala el valor de las diferencias que aparece en las flechas.



E1: "*no me diga*"

E2: "*y positivo y negativo da negativo*"

E1: "*Ajá*"

E2: "*Entonces pal otro si los dos son negativos le ponemos positivo… y si son positivos entonces negativo a ver sí es así*"

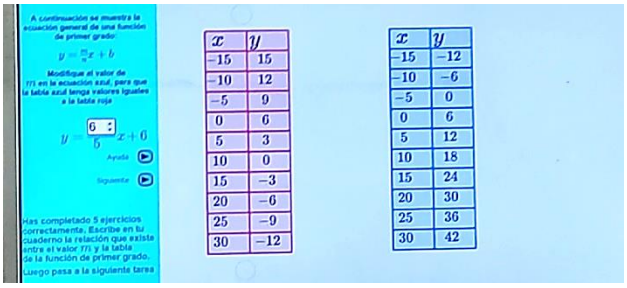
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

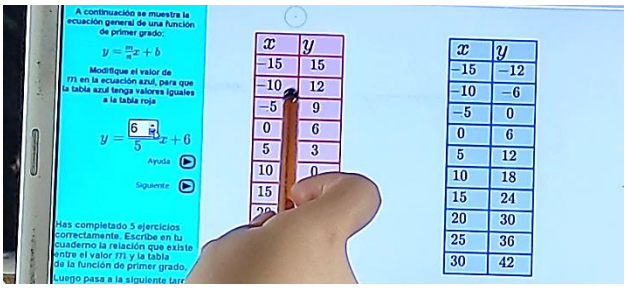
$y = \frac{6}{5}x + 6$ la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{3}{5}x + 6$. Aparece el mensaje señalando que han completado 5 ejercicios de manera acertada.

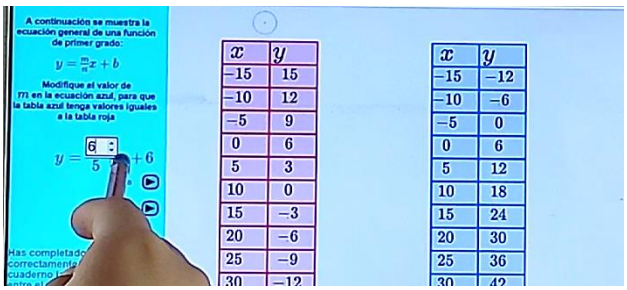
Vídeo de referencia: VID_20210603_144803(0:26)



E2: "*Pere, pere, pere…*" Señala la tabla roja. "*… Sería 13…*"

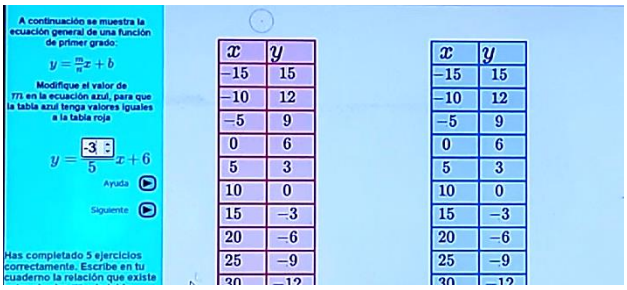


E2: "*Perdón 3…*" señala la casilla. "*… bájele*"



E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta llegar a -3. Los valores de las tablas coinciden.

E2: "*Ahí*"



E1 lee en voz alta el mensaje que indica describir la relación entre el parámetro m y la tabla de la función de primer grado.

E2: "*¿podemos repetir antes de pasar al otro?*"

El profesor reinicia la tarea de exploración.

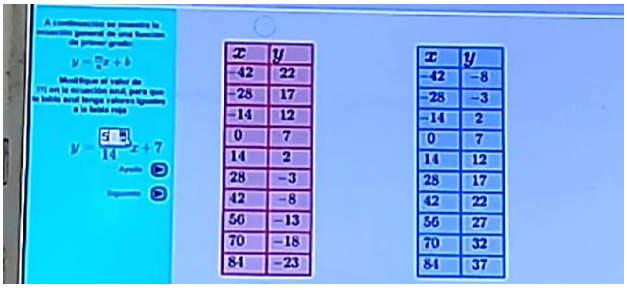
Las estudiantes realizan el primer ejercicio de manera correcta y pasan a uno nuevo esta vez sin escribir las tablas.

La ecuación de la tabla azul es

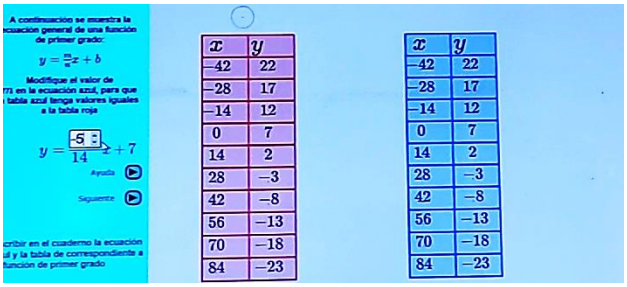
$y = \frac{5}{14}x + 6$ la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{-5}{14}x + 7$.

Vídeo de referencia: VID_20210603_145019(0:24)

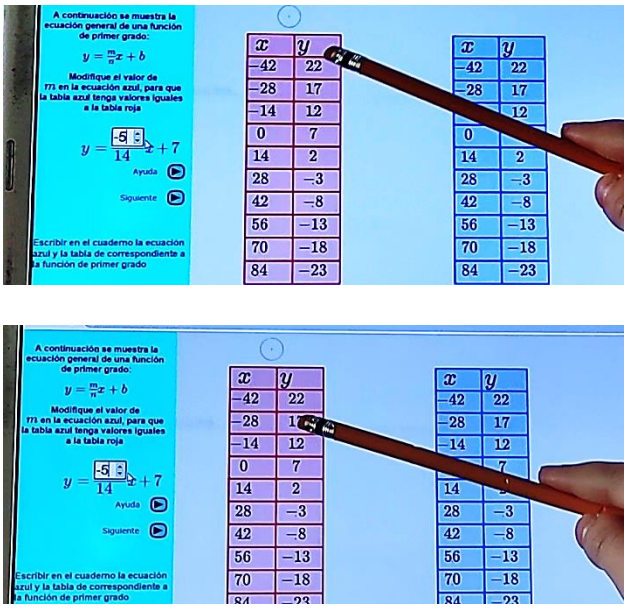


E1 empieza a oprimir la flecha hacia abajo en la casilla, hasta que los valores de las tablas son iguales.



Profesor: "*Ahí ¿cómo supiste el número?*"

E1: "*Pues… como yo lo hago es… por lo menos… esto…*"

"*...restarle a este...*" Señala el valor de *y* en la primera fila de la tabla, luego señala el segundo valor, "*... a estos dos. Hacer una resta y lo que me dé es el valor de m*" E2: "*Ahhhh. Ya entendí*"	

Al inicio las estudiantes usaron el botón ayuda, las flechas en las tablas les hicieron identificar la diferencia entre las casillas de la columna *y* de la tabla roja.

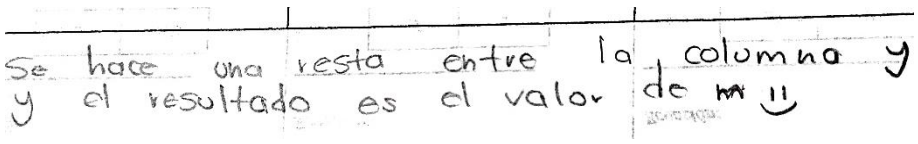
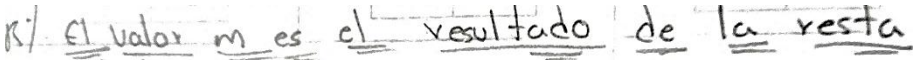
Luego oprimieron las flechas en la casilla para hacer coincidir los valores de las tablas. Al pasar a un nuevo ejercicio trataron de predecir lo que ocurría y dedujeron el valor de la casilla realizando diferencias entre los primeros dos valores de la columna *y* de la tabla roja. Esto coincide con lo previsto en el análisis a priori: usar el botón ayuda les permite a las estudiantes establecer una correspondencia entre el valor del parámetro *m* y las diferencias entre dos valores consecutivos de la columna *y* de la tabla roja.

Después de identificar el valor absoluto del parámetro *m* como el valor absoluto de la diferencia entre los valores de dos casillas de la columna *y*, las estudiantes buscan un criterio para decidir el signo de dicho parámetro. En uno de los ejercicios E2 expresó: "*…si los dos son negativos le ponemos positivo… y si son positivos entonces negativo a ver si es así*". En los siguientes ejercicios confirman esta regla que no corresponde a una interpretación matemática de la pendiente, sino al hecho de que en las tablas siempre los primeros dos valores de la columna *y* son positivos cuando la pendiente es negativa y negativos cuando la pendiente es positiva. Como el valor del parámetro *n* siempre es positivo (debido a que en las tablas se acostumbra escribir los valores de *x* de menor a mayor), esta regla inferida por las estudiantes es eficaz.

Interpretamos este fenómeno como un efecto de un artefacto cultural: las tablas se construyen escribiendo siempre los valores de *x* de menor a mayor, haciendo que el parámetro n de la pendiente siempre sea positivo; esto hace que el signo de las primeras filas de y sirva para definir el signo de la

pendiente. Debido a que es una costumbre escribir siempre las tablas en ese orden, es imposible programar retroacciones que permitan invalidar esa estrategia.

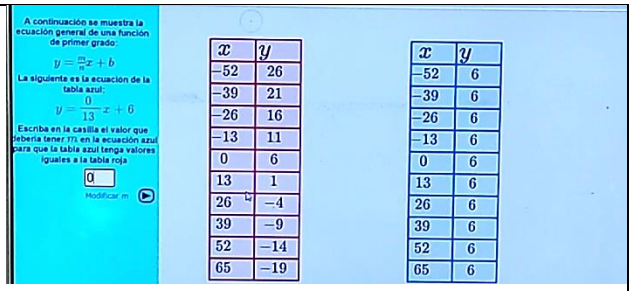
Como se había descrito en el diseño de la tarea de exploración, al finalizar los 5 ejercicios realizados de manera correcta se les pedía a las estudiantes describir la relación que encontraban entre el valor del parámetro m la tabla de la función de primer grado. Las estudiantes escribieron lo siguiente:

E1 escribió 
E2 escribió: 

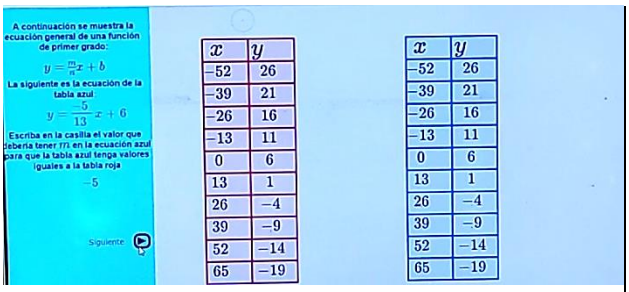
La estrategia descrita verbalmente coincide en parte con la descripción escrita. La forma de determinar el valor correspondiente al parámetro m no es la concepción esperada. En el análisis a priori no se había contemplado dicha concepción errónea. En las frases se identifica claramente el valor de m como una resta entre los valores de las casillas, pero no se menciona la forma de definir el signo.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de Anticipación– parámetro m

Las estudiantes utilizan la estrategia identificada en la fase de exploración, que resulta ser eficaz aunque no es matemáticamente correcta. Presentamos dos ejemplos de los 10 ejercicios realizados.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{0}{13}x + 6$ la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-5}{13}x + 6$. E2: "5" E1: "-5"	

E1 borra el número de la casilla, escribe en la casilla -5 y oprime sobre el botón modificar m. Los valores de las tablas coinciden.

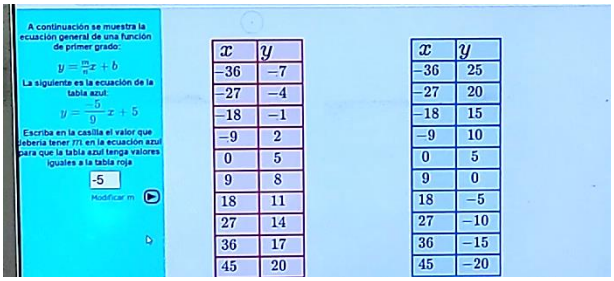


E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-5}{9}x + 5$ la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{3}{9}x + 5$.



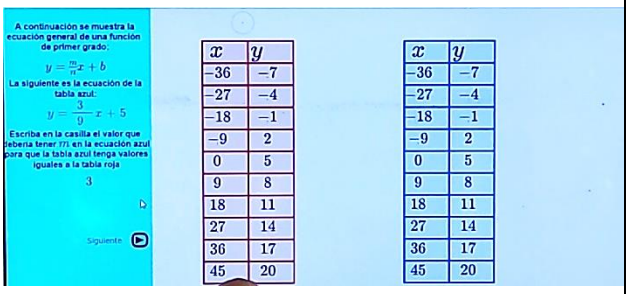
E1: "*3*"

E2: "*¿3?*"

E1: "*Sí*"

E2 borra el número de la casilla, escribe 3.

E1 oprime sobre el botón modificar *m*. Los valores de las tablas coinciden



Al finalizar los ejercicios, el profesor decide cuestionar nuevamente a las estudiantes sobre la estrategia de solución.

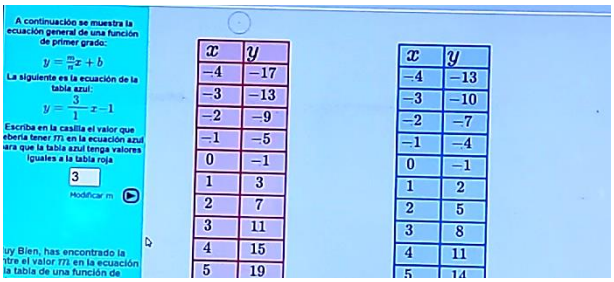
Profesor: "*Ahora píquenle en el botón siguiente y van a tratar de explicarme cómo lo solucionaron*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-5}{9}x + 5$ la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{3}{9}x + 5$.



E1: "*Primero como yo lo hago. Primeramente, basarnos en esta tabla…*" Señala la tabla roja. "*Y hacer la respectiva pues… operación. Sí, pues depende si es resta o suma*"

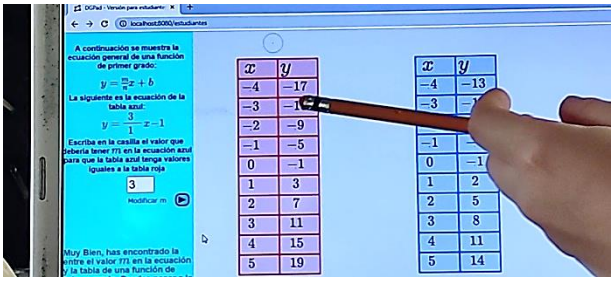
E2: "*Nunca va a ser una suma*"

E1: "*Sí puede ser*"

E2: "*porque nosotros nunca sumamos… todo era resta*"

E1: "*Ay digo. Positivo o negativo*" señala nuevamente la tabla roja.

E2: "*Ah bueno*"



E1: "*Dependiendo si es negativo o postivo y pues por lo menos segun yo… no, no sé sé ahí*"

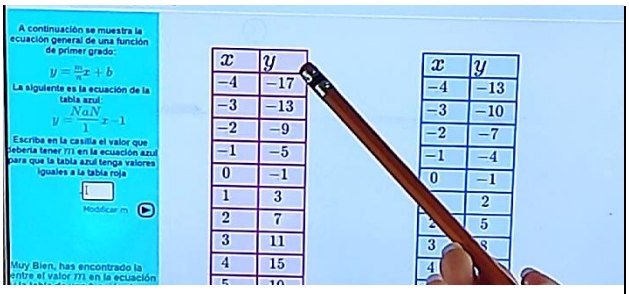
E2: "*¿Puedo explicarle?*"

Profesor: "*Bueno dale*"

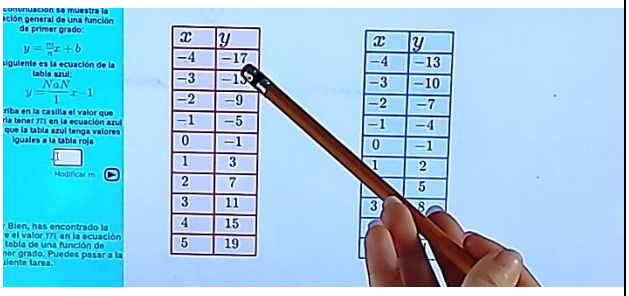
E2: "*Venga yo le explico… dijo mi compañera. Primero nos ubicamos en la tabla roja*" señala la tabla roja. "*yo para encontrar el valor de m, hago lo siguiente… venga ponga acá un momentico*" Señala la casilla.

E1 ubica el puntero sobre la casilla.

E2: "*Resto a -13…*"señala con el lápiz la primera fila de la tabla roja.



"*…le resto 13 le resto a 17*" señala la segunda fila de la tabla roja.



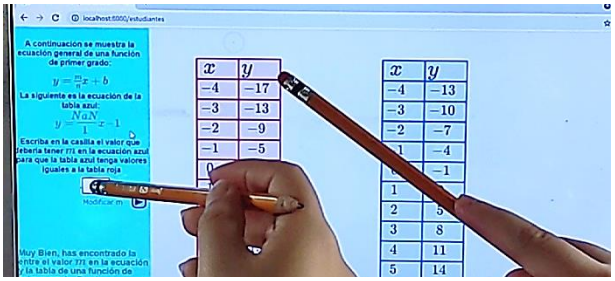
"*perdón a 17 le resto 13*"

E1: "*-13*"

E2: "*bueno -13 y ese es el resultado. Pero también dependiendo si es positivo o negativo…*"

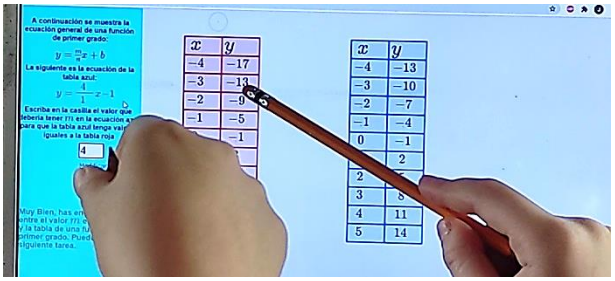
"*…pues acá es negativo, entonces lo pongo acá…*" señala la casilla "*…lo contrario, que sería positivo. Entonces sería 4*"

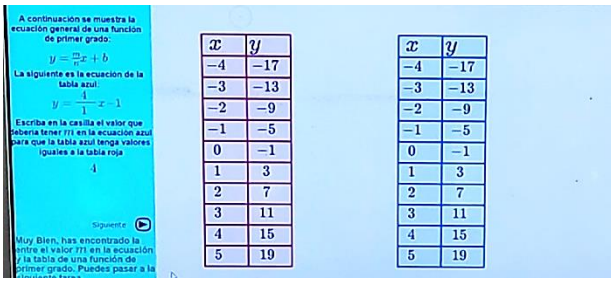
E1 interviene señalando con un segundo lápiz "*Acá es -17…*"



"*…y restándolo con este…*" señala el valor −13. "*…daría un número positivo*"

E2 escribe 4 en la casilla, "*por eso porque ambos son negativos. Dele en modificar m*"



E1 oprime el botón modificar *m*. Los valores de las tablas coinciden. E1: "*¿Sí ve?*" E2: "*Listo ya. Explicación.*"	

La explicación de las estudiantes es una confirmación de la estrategia identificada anteriormente para encontrar el valor del parámetro *m* en la tarea de exploración. Primero ubican sobre la representación objetivo (tabla roja) dos valores de la columna *y*, establecen la diferencia entre los valores absolutos. Para definir el signo que debe ir en la casilla, identifican si dichos valores son positivos o negativos: si son positivos el signo en la casilla es negativo; si son negativos el signo en la casilla es positivo. Esta estrategia descrita se considera una concepción errónea sobre la relación del parámetro *m* y las diferencias en los valores de la columna y.

Como señalamos anteriormente, aunque esta estrategia no es matemáticamente correcta, no es posible que las retroacciones del medio conduzcan a su invalidación.

Se considera que la tarea de exploración y de anticipación permitieron construir en parte la concepción esperada, puesto que las estudiantes recurrieron a la idea de las diferencias. Se confirma que el refuerzo y reiteración de la estrategia utilizada para determinar el valor del parámetro son evidencia de un aprendizaje por adaptación.

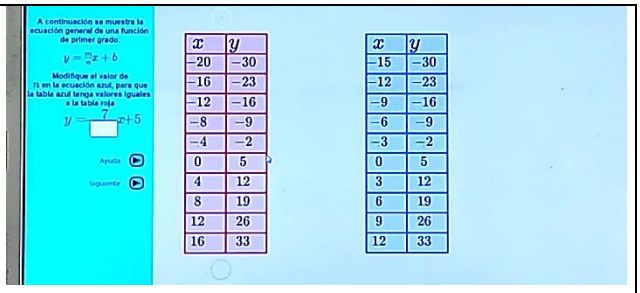
En las retroacciones programadas, la columna x siempre se muestra en orden ascendente y esto obliga a que el parámetro n siempre sea positivo. Se propone como discusión si se debe a una restricción cultural la concepción de que la columna x siempre se debe presentar en orden ascendente. Eso podría dar pie para un estudio en el cual se cuestione si el uso del registro tabular para las funciones de primer grado permite a los estudiantes construir una concepción donde las diferencias en x siempre son positivas y las diferencias en y pueden variar entre positivas y negativas.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro n

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{7}{3}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{7}{4}x + 5$.	Video de referencia: VID_20210603_150017(1:40)

E1 lee el enunciado de la tarea en voz baja.

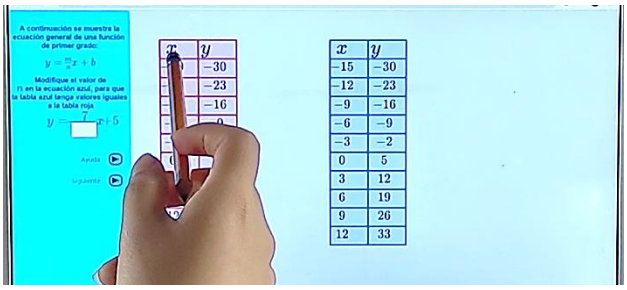
E1: "*Ahora esta es la igual*" señala con el puntero la columna *y* de la tabla roja.



E2: "*Tenemos que mirar acá ahora*" señala la columna *x* de la tabla roja.

E1: "*entonces sería…*"

E2: "*4*"



E1 escribe 4 en la casilla y oprime el botón siguiente. Pasan a un nuevo ejercicio.

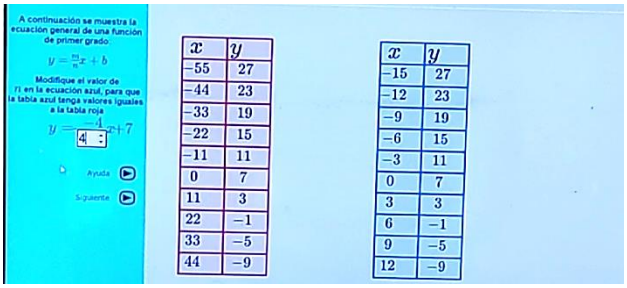
E2: "*Así no era. Era con las flechitas, se me había olvidado*"

E1: "*Ay no*"

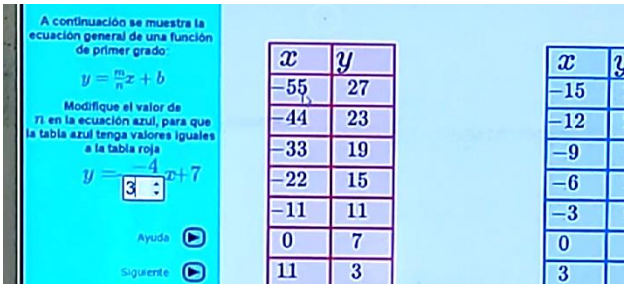
La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{7}{3}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es

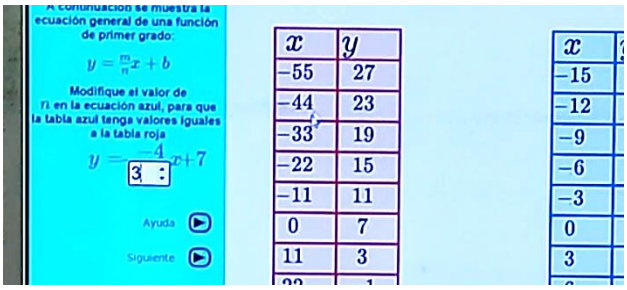
$y = \frac{7}{4}x + 5$.



E1 señala el valor -55 en la *columna x*.



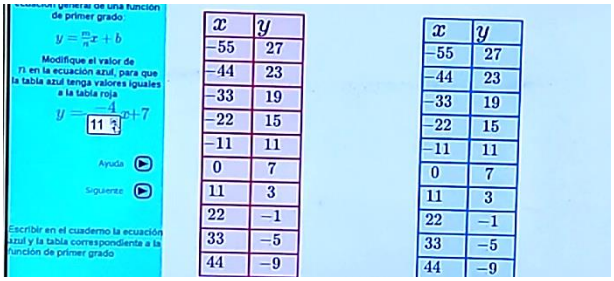
E1 señala −44 en la *columna x*.



E1: "*¿Pa´ rriba o pa´ bajo?*"

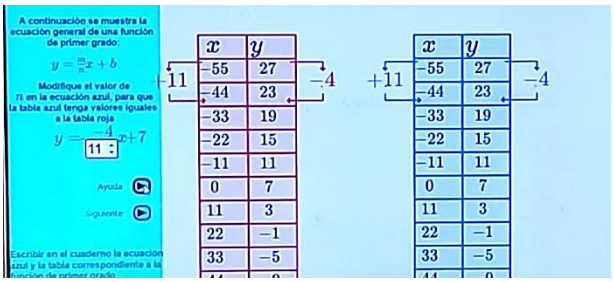
E2: "*pa´ rriba*"

E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.



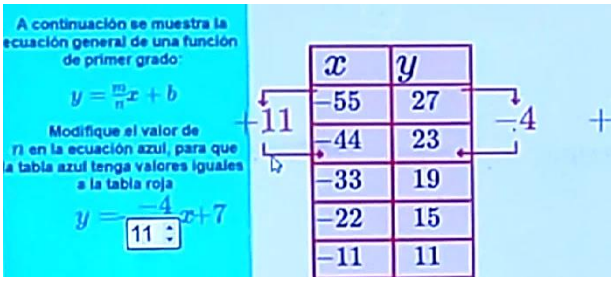
E2: "*Ah sí, quedó bien. Pero espere oprima en ayuda pa´ mirar algo*"

E1 oprime sobre el botón ayuda. Aparecen las flechas en las tablas.



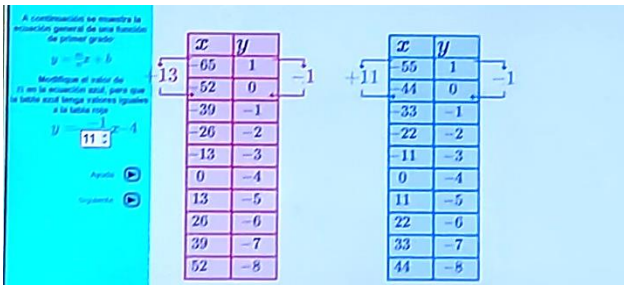
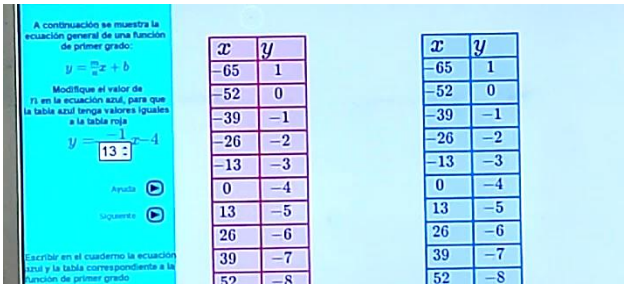
E1 señala con el puntero el valor de las diferencias en la *columna x*.

E2: "*Ujum. Está fácil. Vamos a hacerla*"



E1 y E2 registran los datos de la tabla y la ecuación en la hoja entregada por el profesor.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-1}{11}x - 4$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-1}{13}x - 4$. Se observan las flechas en las tablas.	Video de referencia: VID_20210603_150017(0:14) 
E1 oprime sobre la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores de las tablas coinciden.	
E1 y E2 registran los datos de la tabla y la ecuación en la hoja entregada por el profesor. E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.	

Al iniciar el momento de exploración para el parámetro n las estudiantes notan que deben centrar su atención en la columna x puesto que en la columna y en ambas tablas los valores son iguales. Las estudiantes identifican en la tabla roja, la diferencia entre los valores absolutos de los primeros dos valores de la columna x y esa diferencia corresponde al valor del parámetro n. Las estudiantes predicen el valor de la casilla y lo escriben, sin embargo, al notar que la tabla azul no cambia (para que el valor escrito en la casilla sea transferido a la representación tabular, es necesario además oprimir la tecla enter) hacen uso de las flechas en la casilla para cumplir con su objetivo.

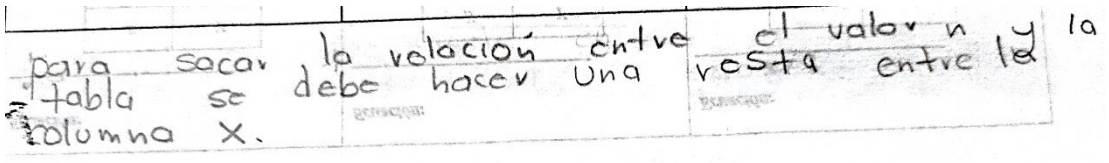
Se pone en evidencia lo previsto en el análisis a priori. Identifican la diferencia en la columna x de ambas tablas y oprimen las flechas con el fin de reducir las diferencias hasta hacer coincidir los valores de las tablas.

Al resolver el tercer ejercicio las estudiantes, después de modificar el valor en la casilla, oprimen el botón de ayuda. Aparentemente buscan una confirmación de la estrategia que están utilizando. En efecto, aunque no verbalizan nada, señalan el valor $+11$ en la flecha que aparece al lado de la columna x y luego una de ellas dice "*Ujum. Está fácil. Vamos a hacerla*". Esto corresponde con lo previsto en

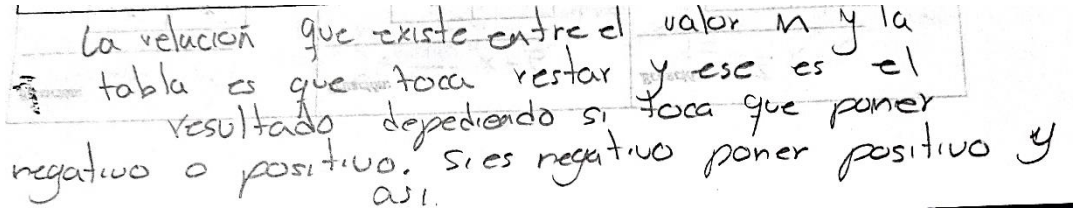
el análisis a priori: la ayuda presentada debe permitir establecer la correspondencia explicita entre las diferencias de los valores de la columna x y el valor del parámetro n.

Los tres ejercicios posteriores realizados por las estudiantes fueron desarrollados de manera correcta. Al finalizar la tarea de exploración se les pidió a las estudiantes escribir la relación que encontraron entre el valor del parámetro n y la tabla de una función de primer grado.

E1 escribió



E2 escribió



En las descripciones realizadas por las estudiantes se puede notar cierta relación con la estrategia utilizada en las tareas del parámetro *m*. Se ubican en la tabla roja, referencian los dos primeros valores de la columna *x* y posteriormente realizan una resta. En esta tarea los valores para el parámetro *n* siempre serán positivos, por lo tanto, la diferencia entre los valores absolutos de los primeros dos valores de la columna *x* será suficiente para encontrar el valor del parámetro.

Pareja A: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro n

Los ejercicios de la tarea de anticipación fueron completados usando la estrategia descrita en la exploración. En esta sección se presentará la descripción verbal y gestual realizada por las estudiantes.

Video de referencia: VID_20210603_151045(3:07)

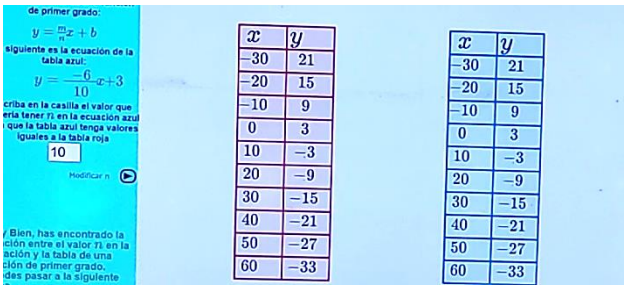
Profesor: "*Bueno, ahora la idea es pasar al siguiente y que ustedes me expliquen*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

$y = \frac{-6}{10}x + 3$, la ecuación de la tabla roja es

$y = \frac{-6}{10}x + 3$.



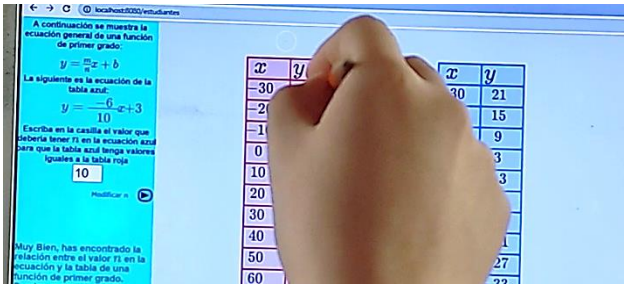
Profesor: "*En este, por ejemplo, ¿Cómo lo solucionan?*"

E2: "*Pues sencillo, ya lo escribí*"

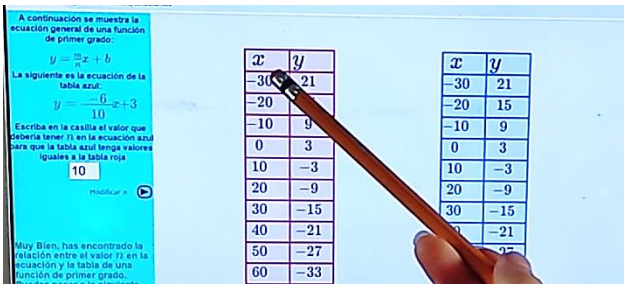
E1: "*pero ya lo escribimos*"

Profesor: "*Pero la idea es decirlo, verbalizarlo, quiero escucharlas*"

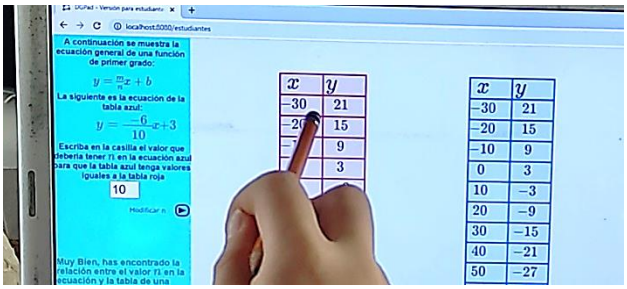
E2: "*Bueno, listo. El valor n en la siguiente tabla…*" Señala la tabla roja. "*… es el siguiente…*"



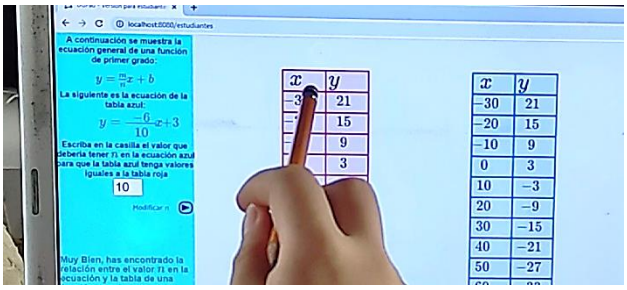
"*…tipo. Tiene que restarle…*" señala el primer valor de la columna *x*.



"*… 20 a…*" señala el segundo número de la *columna x* de la tabla roja.



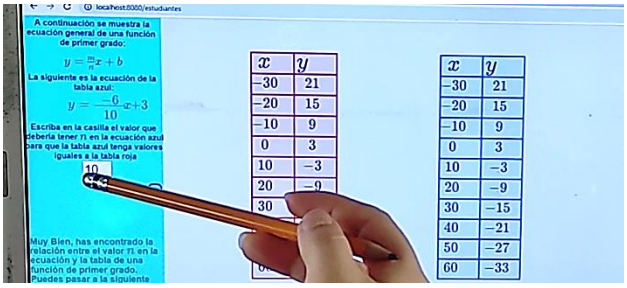
"*... 30...*" Señala el primer valor de la *columna x* de la tabla roja.



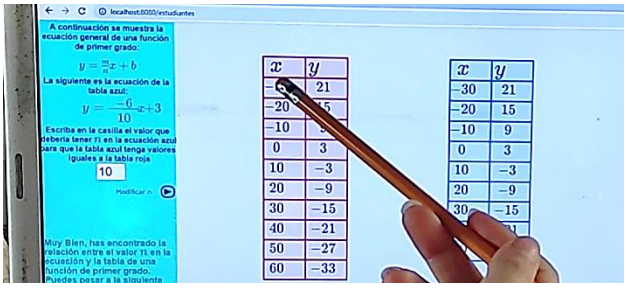
"*... ¿Sí estoy bien? O ¿al contrario? ... da lo mismo ¿Cierto?*"

E1: "*Sí, da igual*"

E2: "*Sí, tipo así. Entonces aquí sería 10*" Señala la casilla.



E2: "*Y es positivo porque acá muestra que es negativo...*" Señala los dos primeros valores de la columna *x* de la tabla roja.



"*... y cuando es positivo, es negativo. En este caso nunca encontramos un positivo... miento. Nunca encontramos, sí. Nunca encontramos los positivos, entonces todo era positivo. Porque si fuera negativo acá...*" señala la *columna x*. "*...entonces positivo aquí*" señala la casilla.

E1 oprime sobre el botón modificar *n*. Los valores de las tablas coinciden.

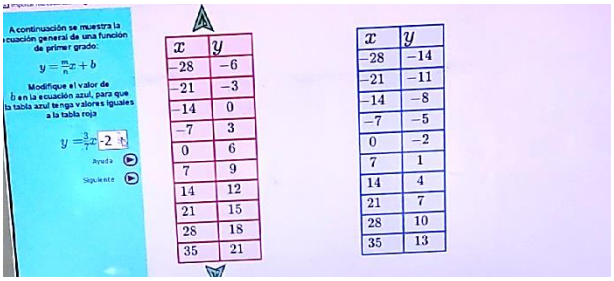
En la explicación dada por las estudiantes se confirma la estrategia aplicada en la tarea de exploración. Identifican en la tabla roja los primeros dos valores de la columna x y encuentran la diferencia entre los valores absolutos, esa diferencia es la que corresponde al parámetro n y siempre será positiva. Reforzar la aplicación de la estrategia y reafirmarlo de manera verbal es un signo visible del aprendizaje por adaptación.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración– parámetro b (Intento 1)

La pareja b está formada por dos estudiantes de grado noveno. Las tareas fueron desarrolladas de manera presencial en un solo computador. E2 es el estudiante que manipula el mouse y E1 observa la pantalla.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{3}{7}x - 2$ la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{3}{7}x + 6$.

Video de referencia: VID_20210429_153508(8:00)



E1 lee el enunciado de la tarea en voz baja.

E2: "*No son iguales*"

Profesor: "*En la casilla blanca hay unas flechas que pueden utilizar*"

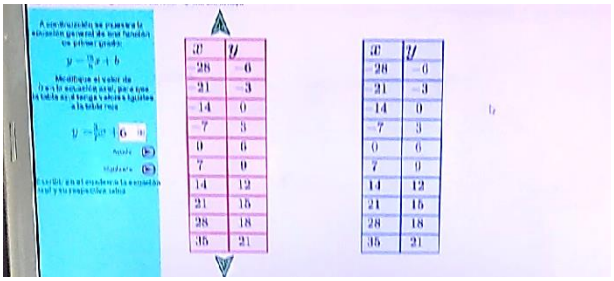
E2 oprime sobre la flecha hacia arriba de la casilla. El valor del parámetro aumenta una unidad, los valores de las tablas no coinciden.

E1: "*más arriba. A ver*"

E2 continúa oprimiendo sobre la flecha hacia arriba de la casilla hasta que los valores de las casillas son iguales.

E1: "*Sí, ahí son iguales. Mire*"

E2: "*Ok. ¿Ahora qué?*"



Profesor: "*¿Notan algo diferente?*"

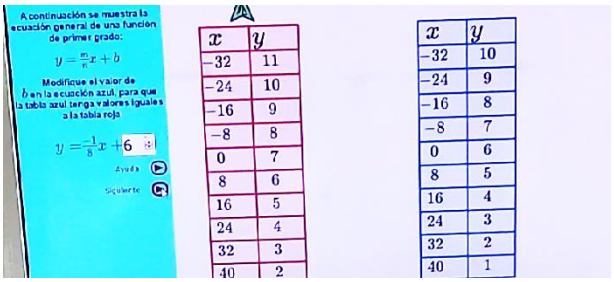
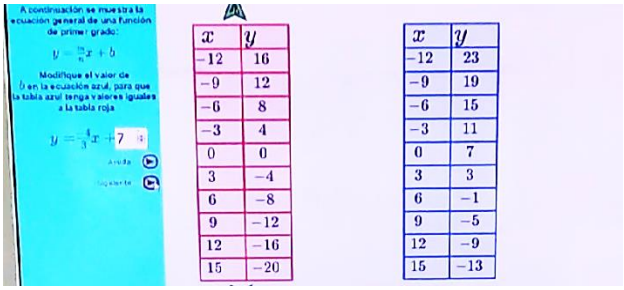
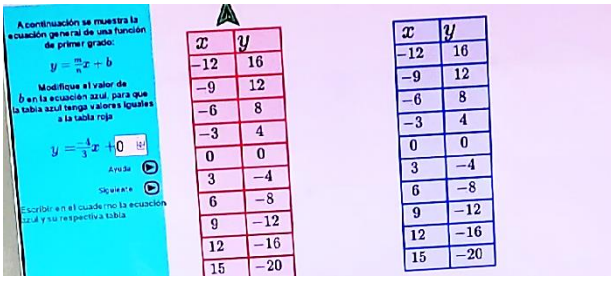
E1 lee en la pantalla el mensaje que indica escribir la ecuación azul y los datos de las tablas.

E1 y E2 escriben la ecuación y los datos de la tabla en el formato entregado por el profesor.

E2: "*¿Qué Sigue?*"

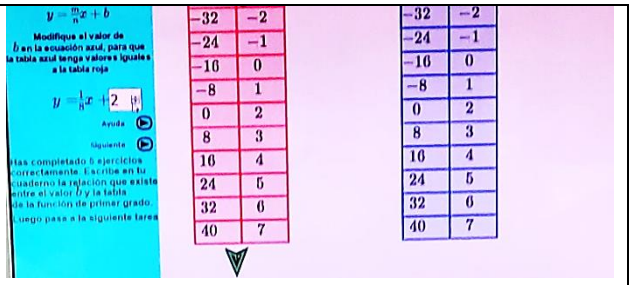
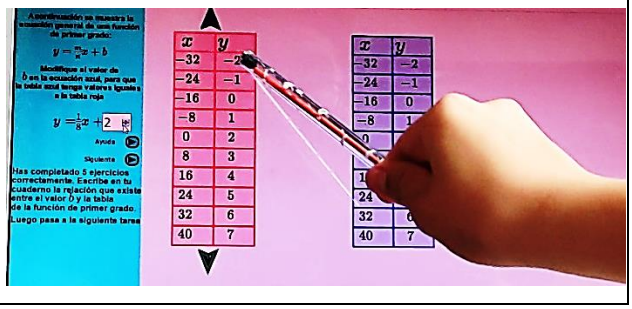
Profesor: "*Oprime sobre el botón siguiente*"

E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-1}{8}x + 6$ la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-1}{8}x + 7$.	
E1: "*Súbalo*" E2 Oprime la flecha hacia arriba de la casilla. Los valores de las tablas coinciden. E1 y E2 escriben la ecuación y los datos de la tabla en el formato entregado por el profesor. E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.	
La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-4}{3}x + 7$ la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-4}{3}x + 0$.	
E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta el límite de los valores de la lista desplegable. E1: "*Entonces dele pa´ bajo o pa´ rriba da igual*" E2 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta que los valores de las tablas coinciden. E1: "*Sí, ya*"	

Las acciones realizadas por los estudiantes fueron consideradas en el análisis a priori. Los estudiantes oprimen las flechas sin tomar conciencia sobre la relación entre el parámetro b y la tabla de la función de primer grado. Utilizan una estrategia únicamente perceptiva: oprimen una de las flechas, verifican si los valores de la tabla azul se acercan o se alejan de la tabla roja y continúan oprimiendo la flecha adecuada hasta hacer coincidir los valores de las tablas.

	Video de referencia: VID_20210429_154310(1:19)

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">E1 lee en voz baja el enunciado de la tarea.
E2: “¿Cómo así?”
Profesor: “Ahí por ejemplo ¿Cuál sería el valor de b?”
E1: “2”
E2: “2”
Profesor: “Y ¿Cómo se relaciona con la tabla?”
E2: “No sé”</td></tr>
<tr><td>E1: “¿Por el -2?” Señala con el esfero el valor de y en la primera fila.
E2: “¿O por el 2? Ahí está el 2 también”</td><td></td></tr>
</table>

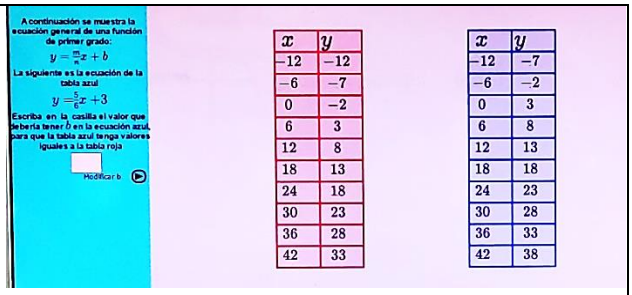
Las afirmaciones dadas por los estudiantes ante el cuestionamiento del profesor son evidencia de que no existe una estrategia matemática para calcular el valor del parámetro *b* y relacionarlo con la tabla de la función de primer grado.

Hasta el momento los estudiantes no han utilizado la ayuda.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación– parámetro b (Intento 1)

Como no tienen una idea sobre la relación entre el parámetro *b* de la ecuación y los valores de la tabla, escriben números al azar.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{5}{6}x + 3$ la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{5}{6}x - 2.$	Video de referencia: VID_20210429_155807(3:38)



E1 lee el enunciado de la tarea en voz baja.

E1: "*pues ahí dice 3. ¿No? Ponga 3*"

E2 escribe en la casilla el 3.

E2: "*no pasó nada*"

E1: "*coloque 1*"

E2 escribe en la casilla el número 1.

E2 "*No cambia*"

E1: "*Sí*"

E2: "*Que no. mire*"

E2 escribe ahora el número 2 en la casilla.

E2: "*¿Si ve?*"

Profesor: "*¿por qué creen que no cambia?*"

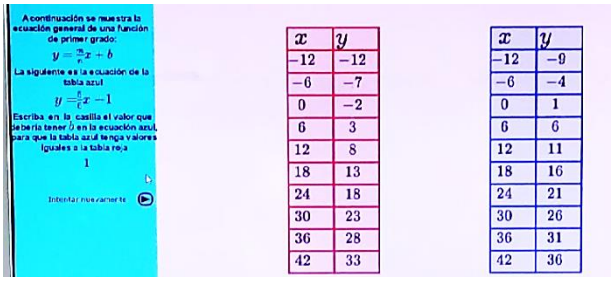
E2: "*Porque ahora nos toca solucionarlo nosotros solitos*"

Profesor: "*Fíjense que ahora aparece modificar b. Si ustedes quieren que cambie, les toca oprimir en modificar b.*"

E1: "*Ahhh ya.*"

E2 oprime sobre el botón modificar b. Los valores de las tablas no coinciden.

E1: "*No son iguales*"



Los estudiantes intentan con diferentes números hasta completar el 80% de ejercicios realizados de manera incorrecta. Aparece en la pantalla el mensaje indicando que deben regresar a la tarea de exploración.

En este primer intento de la tarea de anticipación, se confirma que los estudiantes no tienen una concepción sobre la relación entre el parámetro b de la ecuación y los valores de la tabla. Como estaba programado, el software muestra la frase "Parece ser que no has encontrado la relación entre el valor de b y la tabla de una función de primer grado. Debes regresar a la tarea anterior." Se espera que los sujetos tomen conciencia de que no han construido la relación y realicen la tarea de exploración tratando de construirla.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración– parámetro b (Intento 2)

Los primeros tres ejercicios de la tarea de exploración fueron realizados aplicando la estrategia utilizada con anterioridad. Al terminar de escribir los valores de la tabla y la ecuación correspondiente al tercer ejercicio, los estudiantes por iniciativa propia establecieron una discusión que se describe a continuación.

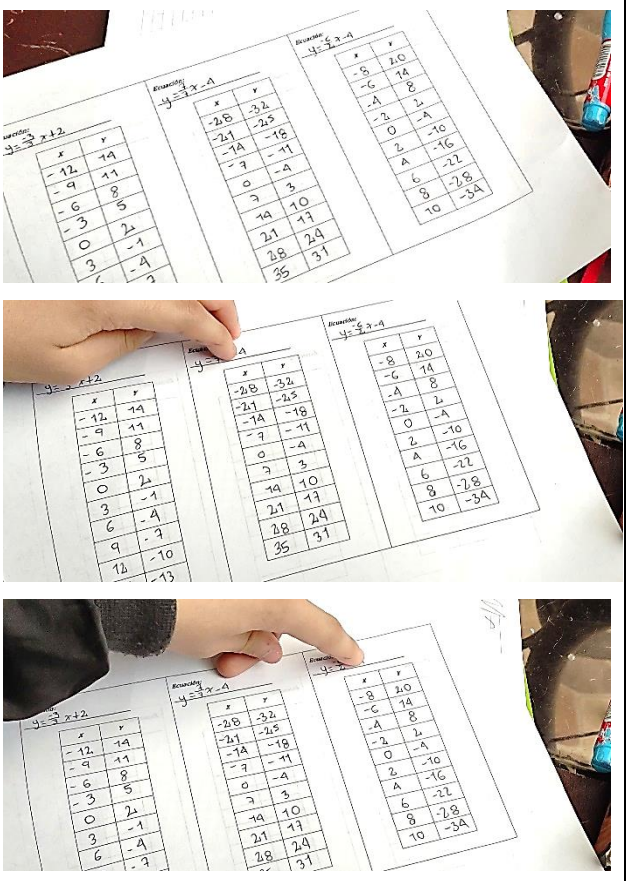
Los estudiantes están viendo las hojas donde escribieron los valores de las tablas y sus respectivas ecuaciones.

De izquierda a derecha las ecuaciones de las tablas son $y = \frac{-3}{3}x + 2; y = \frac{7}{7}x - 4;$

$y = \frac{-6}{2}x - 4.$

E1: "*Mire que estos son iguales*" señala el parámetro b de la segunda ecuación y luego el parámetro b de la tercera ecuación.

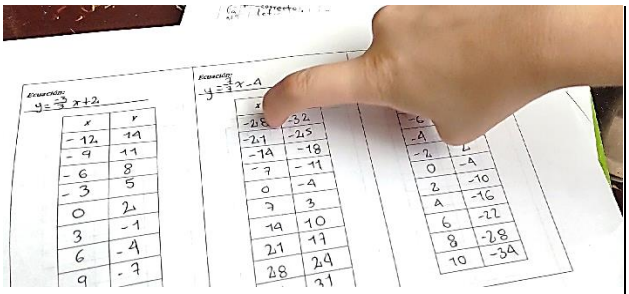
Vídeo de referencia: VID_20210429_160935(3:45)



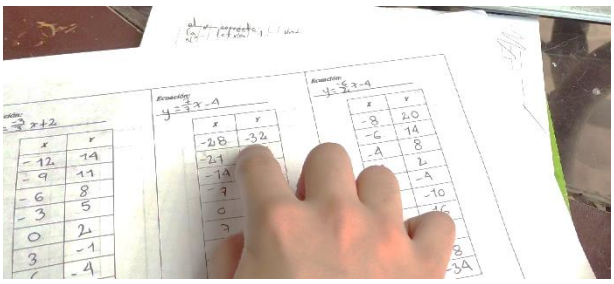
Profesor: "*¿tienen algo más en común?*"

E1: "*Pues… tienen el mismo valor de b, pero las ecuaciones son distintas*"

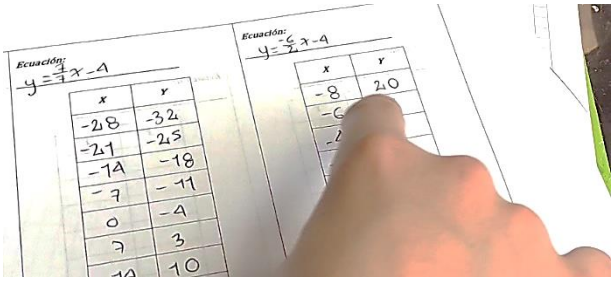
E2: "*Ujum, pero en la primera fila terminan en el mismo número, en eso también son iguales, en el anterior era -28 y en esta es -8*" Señala el primer valor de la columna x de la segunda tabla.



E1: "*Pero acá es -32…*" señala el primer valor de la columna y de la segunda tabla.

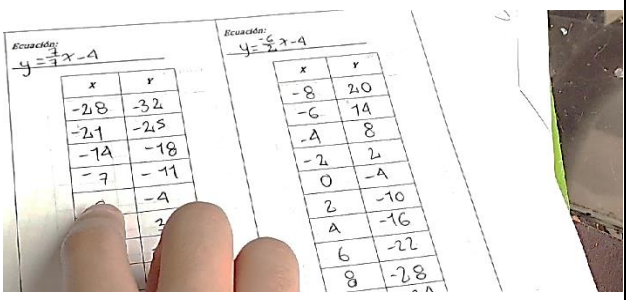


"*…y acá 20… entonces no tienen relación*" señala el primer valor de la columna y de la tercera tabla.

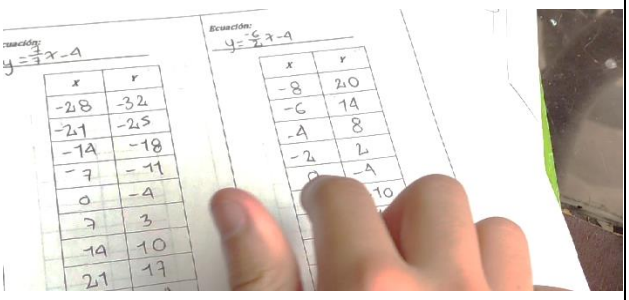


E2: "*Pero tiene que haber otra cosa*"

E1: "*ahhhh. Mire. Otra vez 0, -4…*" Señala la fila de la segunda tabla donde $x = 0$.



"*… y acá también*" Señala la fila de la tercera tabla donde $x = 0$.

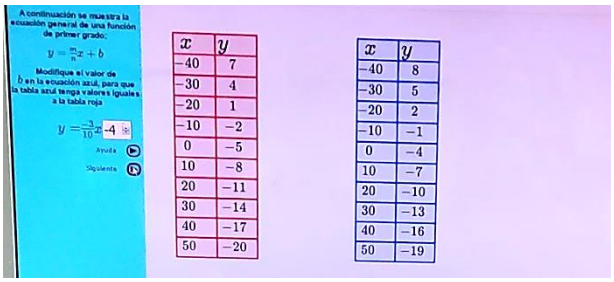


E2: "*No sé ahí*"

E1: "*No sé, como que no es eso*"

E2 oprime en la pantalla el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

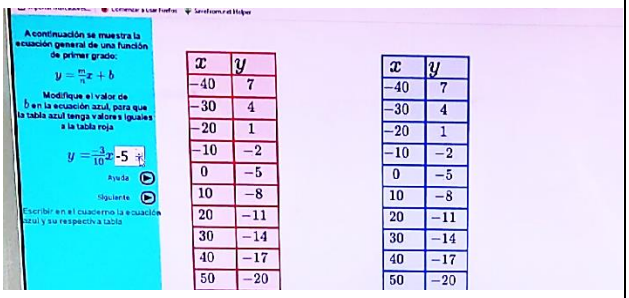
La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-3}{10}x - 4$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{-3}{10}x - 5$.



E1: "*Bájelo*"

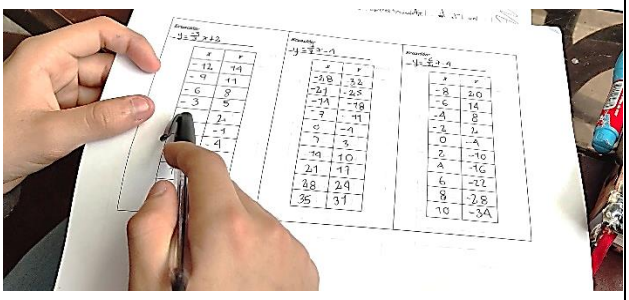
E2 oprime la flecha hacia abajo en la casilla. Los valores de las tablas coinciden.

E2: "*¿por qué -5*"

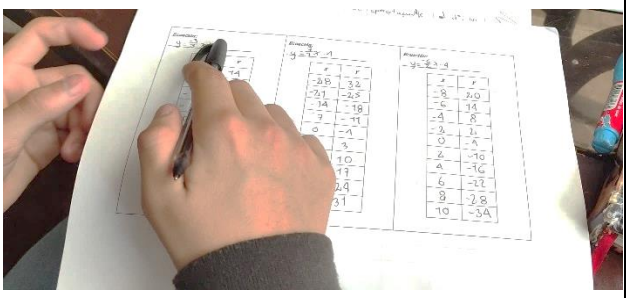


E1: "*Yo creo que es por esto…0, -4… 0, -4…*" señala nuevamente las filas de la segunda y tercera tabla escrita en la hoja donde $x = 0$. "*… y ahí es el mismo valor de b…*" señala de lejos la pantalla.

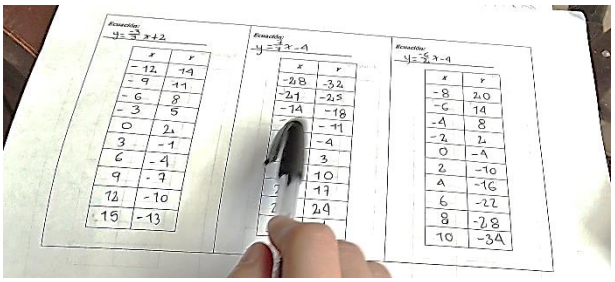
E1: "*Ahhh. Mire 0, 2…*" señala la fila de la primera tabla donde $x = 0$.



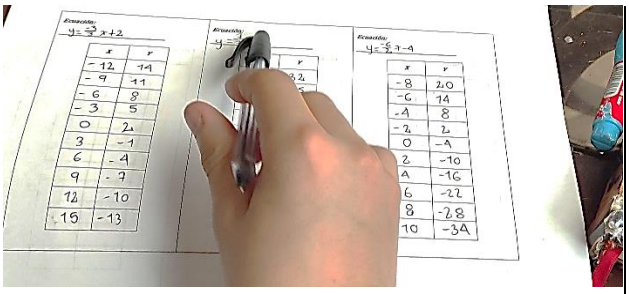
"*… y acá el mismo…*" señala el parámetro *b* de la ecuación correspondiente a la primera tabla.



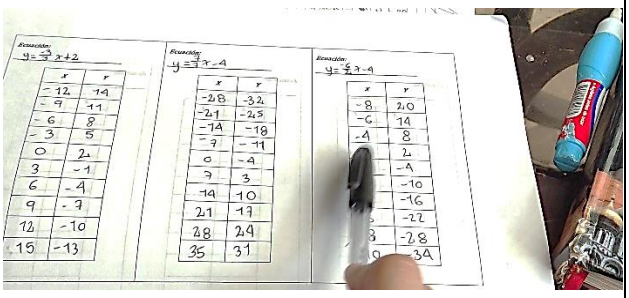
"*…0, -4…*" señala la fila de la segunda tabla donde $x = 0$.



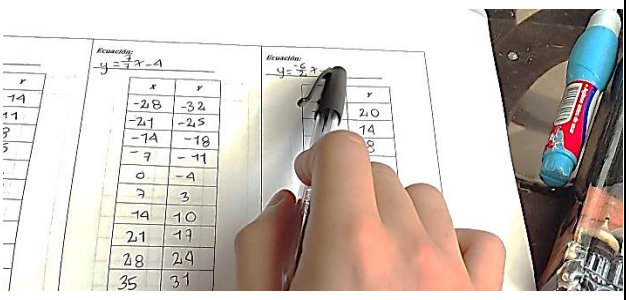
"*... y el mismo*" señala el parámetro b de la ecuación correspondiente a la segunda tabla.



"*…0, -4…*" señala la fila de la tercera tabla donde $x = 0$.



"*... y acá el mismo*" señala el parámetro b de la ecuación correspondiente a la tercera tabla.



"*... Acá 0...*" señala en la pantalla, la fila de la tabla donde $x = 0$.

E2: "*-5*"

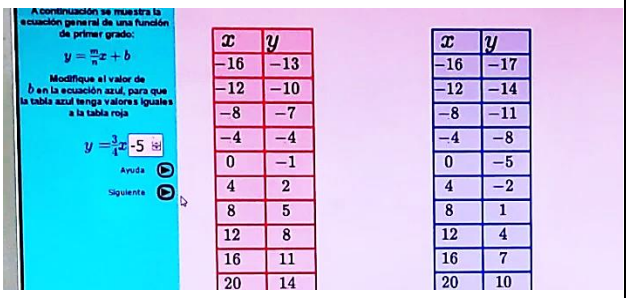
E1: "*Pero completemos las 6 y miramos a ver si hay alguno que no de*"

Los estudiantes escriben en la hoja los valores de la tabla que aparece en la pantalla.

E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{3}{4}x - 5$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{3}{4}x - 1$.

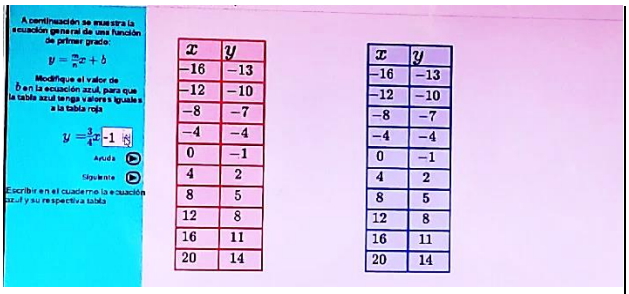
Video de referencia: VID_20210429_162335(1:10)



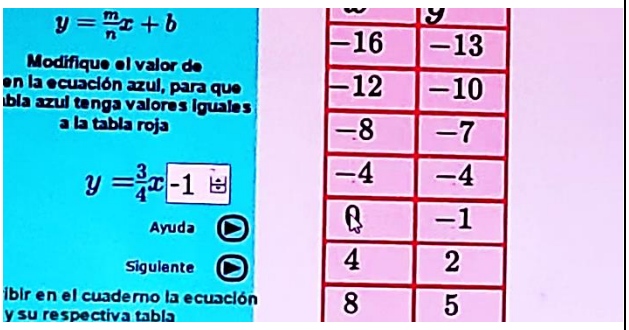
E2: "*Da -1*"

E2: "*súbalo*"

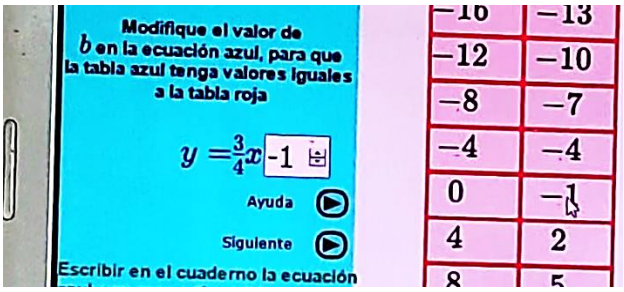
E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.



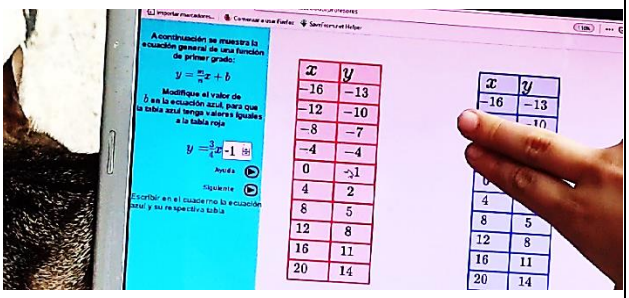
E2: "*¿Sí ve? ...0...*" Señala con el puntero la fila de la tabla roja donde $x = 0$.



"*... -1...*" Señala con el puntero el valor en la columna y correspondiente a $x = 0$.



E1: "*Ay sí. 0, -1. Toca llegar hasta la última*"
E2 cuenta en voz baja desde lejos y afirma "*Siempre da en la quinta*" señala con los dedos de lejos la pantalla.
E2: "*Ajá*"



Escriben en las hojas, la ecuación y los valores de la tabla que aparece en la pantalla.
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{3}{1}x - 1$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{3}{1}x + 4$. Aparece en la pantalla el mensaje "*Has completado 5 ejercicios correctamente. Escribe en tu cuaderno la*



relación que existe entre el valor de b y la tabla de la función de primer grado. Luego pasa a la siguiente tarea."

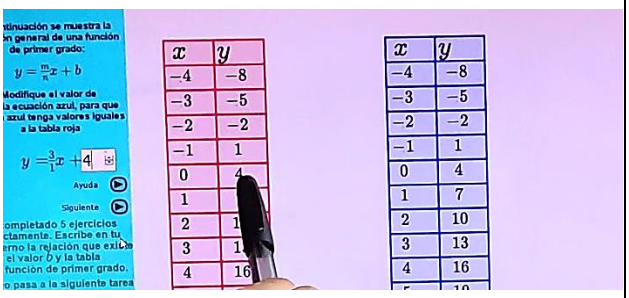
E1: "*4*"

E2: "*4*"

E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores en las dos tablas son iguales.

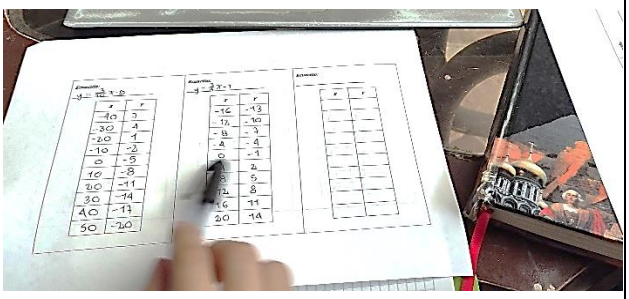
Profesor: "*¿Cómo supieron que era 4?*"

E1: "*Porque de una vez miramos este número*" Señala en la pantalla el valor de *y* correspondiente a $x = 0$ en la tabla roja.



E2: "*Porque en todas las tablas, el quinto número es el que da*"

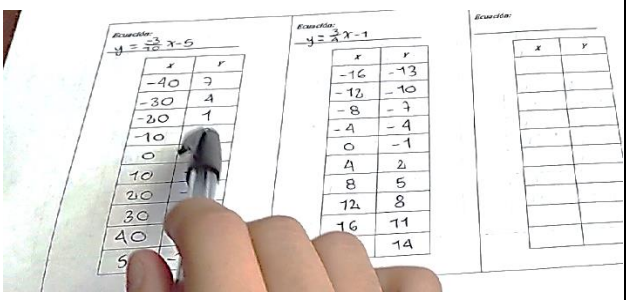
E1: "*En todas las tablas el quinto número hacia abajo y hacia arriba, también. El punto de la mitad son iguales en todas…*" con un movimiento de izquierda a derecha trata de señalar las filas de las tablas donde $x = 0$.



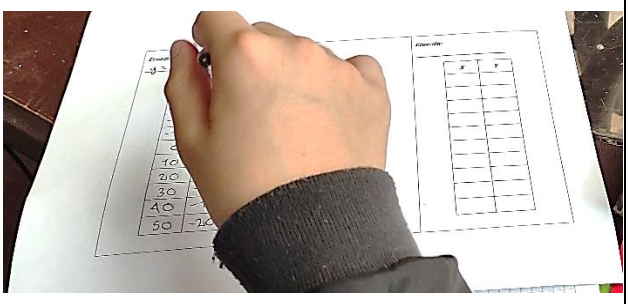
E2: "*ajá*"

E1: "*…y el de la derecha es igual…*" Señala el valor de *y* correspondiente a $x = 0$ en la tabla del cuarto ejercicio.

E2: "*…Igual en la ecuación…*"



E1: "*…al valor de la b en la ecuación*" Señala el parámetro *b* en la ecuación.



Profesor: "*Ahora ¿qué les pide el mensaje que parece ahí?*"

E1 lee en voz baja el mensaje y dice "*Escribir en el cuaderno la relación.*"

E1 y E2 escriben la misma respuesta:



Después de realizar tres ejercicios los estudiantes decidieron revisar las tablas que habían llenado para buscar una estrategia que les permita predecir el valor de b. Primero establecen una relación entre el parámetro *b* de la ecuación y la tabla, aparentemente con duda puesto que optan por validar su estrategia en los dos últimos ejercicios presentados.

Parece ser que E1 establece la correspondencia esperada entre el parámetro b y la fila de la tabla roja donde $x = 0$. Puesto que en las afirmaciones y gestos realizados sobre los registros tabulares escritos se evidencia dicha relación: El estudiante señala la fila y dice "*0 , -4…0,- 4*".

E2 por otro lado acude a una estrategia perceptiva: cuenta la cantidad de filas de la tabla de arriba hacia abajo y el quinto número en la columna y corresponde al valor del parámetro *b*. E1 valida la estrategia de E2 y por ello deciden escribir la misma respuesta.

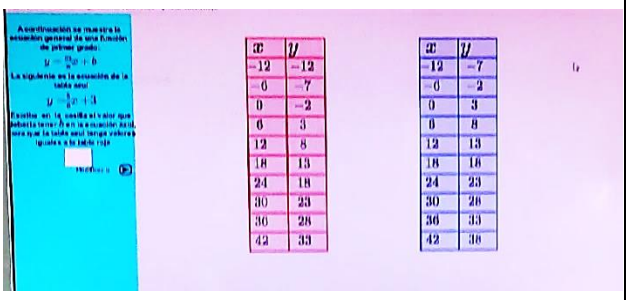
Se espera que en la tarea de anticipación la estrategia perceptiva sea descartada y regresen a la concepción de buscar el valor de y correspondiente a $x = 0$ en la tabla roja.

Cabe destacar que los estudiantes aun no hacen uso del botón ayuda. Se esperaba que hicieran uso de él para identificar con mayor facilidad la relación entre el parámetro *b* de la ecuación y la tabla de la función de primer grado, pero esto no se dio.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación– parámetro b (Intento 2)

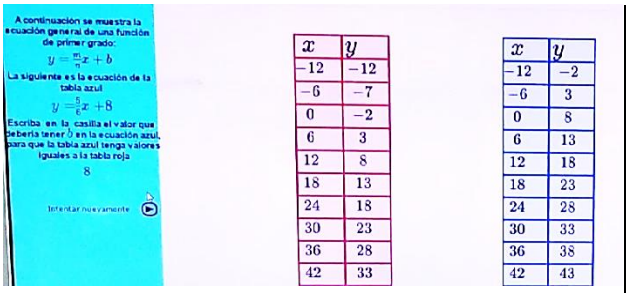
La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{5}{6}x + 3$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{5}{6}x - 2$.

Vídeo de referencia: VID_20210429_162036(7:51)



E1 cuenta cinco filas de arriba hacia abajo de la tabla roja y dice "*8*"

E1 escribe 8 en la casilla, E2 oprime sobre el botón modificar b. Los valores de las tablas no coinciden.



E1: "*No era ese*"

E2: "*Ay! no me diga que nos va tocar repetir eso Ronald*"

E1: "*No era así… yo creo que tocaba sumar y restar*"

E2: "*Venga no le unda más, no le unda más hasta que la tengamos clara… porque eso pa´ volver a hacer esa hojita… le vamos a acabar las hojas al profesor… hay que pensarla bien… Tiene que dar -12, entonces…*"

E1: "*Menos por menos da más*"

E2: "*Menos por menos da más*"

E1: "*-12, -12…yo creo que es -0*"

E2: "*¿Seguro?*"

E1: "*Sí ponga -0*"

Profesor: "*Por qué crees que es -0*"

E1: "*Porque no sumaría nada y daría el mismo número ahí con el de la otra casilla…póngale -0 Mariana* "

E2: "*¿Y si la embarro?*"

E1: "*Le hacemos otra vez*"

E2: "*Usted la hace por mi*"

E2 oprime sobre el botón intentar nuevamente.

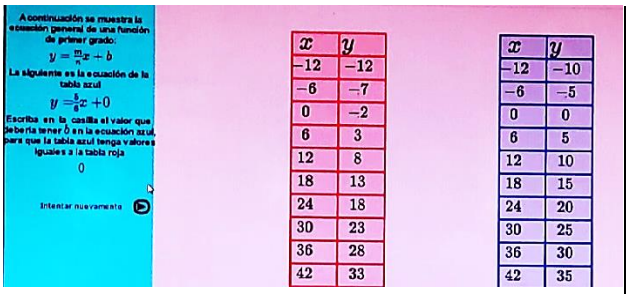
E1 borra el número de la casilla y escribe -0

E2: "*Ronald ¿Usted está seguro?*"

E1: "*Sí, yo creo que sí*"

E2: "*¿Super seguro? Vea que yo no quiero volver a hacer esa tabla*"

E2 oprime el botón modificar *b*, los valores de las tablas no coinciden.



E2: "*Ahhh. ¿Sí ve? Yo le dije. Es -1*"

E1: "*Usted no dijo nada*"

E2: "*Yo le dije que era -1. ¿Sí ve? Es que no hace caso profe… no, ya qué, perdimos todas las vidas…No, No, no, no es -1 espere.*"

E1: "*0 y -0 es lo mismo*"

E1 y E2 revisan nuevamente las hojas

E1: "*Ponga -1*"

E2: "*¿Seguro?*"

Profesor: "*¿Por qué crees que es -1?*"

E1: "*Porque menos por menos da más… ay no*"

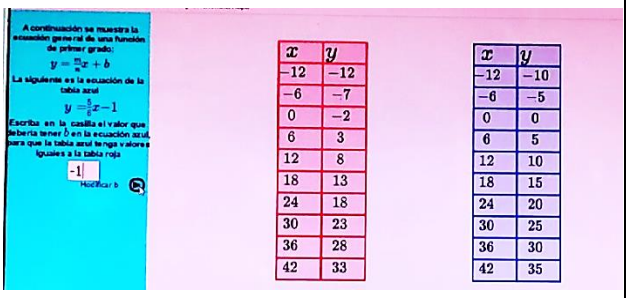
E2: "*Es que no da, no da*"

E1: "*Será que el 1 vale por dos ahí en la tabla?*"

E2 oprime el botón Intentar Nuevamente, borra el número de la casilla y escribe -1.

E2: "*¿Seguro?... nos va tocar hacer otra tabla Ronald*"

E2 oprime el botón modificar *b*. los valores de las tablas no coinciden.



E1: "*Ay, era -2*"

E2: "*No, no era -2*"

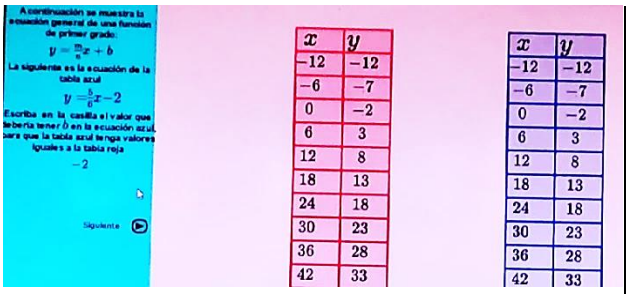
E1: "*Sí es -2*"

E2: "*Ay sí*"

E2 oprime Intentar nuevamente, borra el número de la casilla y escribe -2.

E2: "*Y ahorita nos aparece, vuelve al ejercicio anterior*"

E2 oprime el botón modificar b. Los valores de las tablas coinciden.



E2: "*Ay sí, era -2. Vea*"

E1: "*Desde un principio lo hubiéramos escrito*"

E2 revisando las hojas donde realizaron las tablas anteriores se pregunta "*pero ¿por qué?*"

E1: "*porque… No sé… espere le encuentro la lógica a esto*"

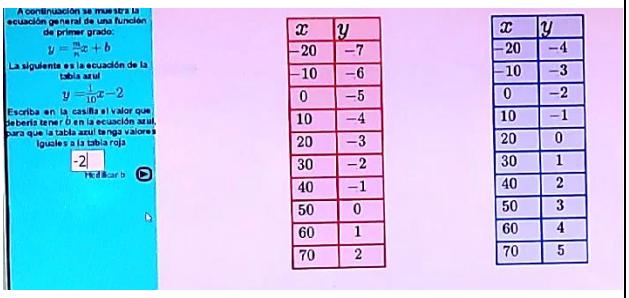
E2: "*Vea acá está -2*" señala con el puntero en el valor de y correspondiente a $x = 0$.



E1: "*¿Será que ahora es en el 3?... dele siguiente a ver*"

E2 oprime el botón siguiente y avanza a un nuevo ejercicio.

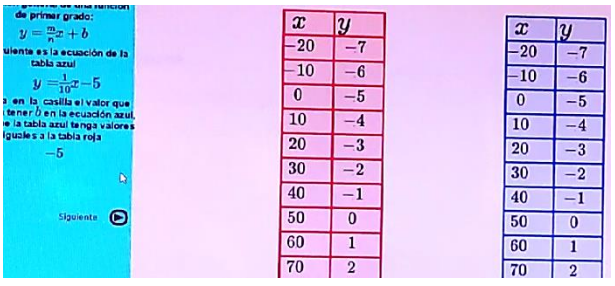
La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{1}{10}x - 2$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{1}{10}x - 5$.



E1: "*Ponga -5. arriesguémonos ahí*"

E2 borra el número de la casilla, escribe -5 y dice "*Yo creo que sí es ese*"

E2 oprime el botón modificar b. Los valores de las tablas coinciden.



E2: "*Ay síííí*"

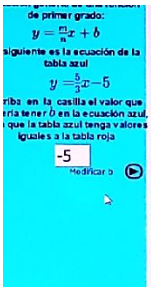
E1: "*Ahora está en el tercero*"

E2: "*Ahora sí. Espere y verá que acabamos en 5 minutos*"

E1: "*Hágale otra vez*"

E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio

La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{5}{3}x - 5$, la ecuación de la tabla roja $y = \frac{5}{3}x + 1$.



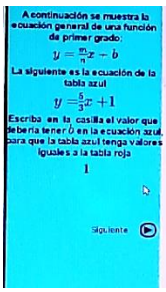
x	y
−6	−9
−3	−4
0	1
3	6
6	11
9	16
12	21
15	26
18	31
21	36

x	y
−6	−15
−3	−10
0	−5
3	0
6	5
9	10
12	15
15	20
18	25
21	30

E1: "*Ahora es 1*"

E2: "*Sí*" Borra el número de la casilla y escribe 1

E2 oprime sobre el botón modificar b. Los valores de las tablas coinciden.



x	y
−6	−9
−3	−4
0	1
3	6
6	11
9	16
12	21
15	26
18	31
21	36

x	y
−6	−9
−3	−4
0	1
3	6
6	11
9	16
12	21
15	26
18	31
21	36

E2: "*Somos unos cracks*"

E1: "*Qué tal en el último no sea*"

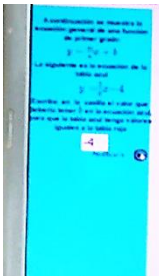
E2: "*Pues todos tienen un 0 y un 1… 0 y un número*"

E1: "*Pero en el de ahorita no había un 0*"

E2 revisa en las hojas y dice "*síii, como que no… mire la tabla*"

E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La Ecuación de la tabla azul es $y = \frac{3}{6}x + 1$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{3}{6}x - 4$.



x	y
−12	−10
−6	−7
0	−4
6	−1
12	2
18	5
24	8
30	11
36	14
42	17

x	y
−12	−5
−6	−2
0	1
6	4
12	7
18	10
24	13
30	16
36	19
42	22

E1: "*Ahí es -4*"

E2: "*Sí*"

E1: "*Pero no sabemos por qué…es lo mismo que acá*" Señala las hojas "*… pero ya no son 4*"

E2: "*Es que acá debimos escribir acá el por qué*" señala el texto escrito en la hoja.



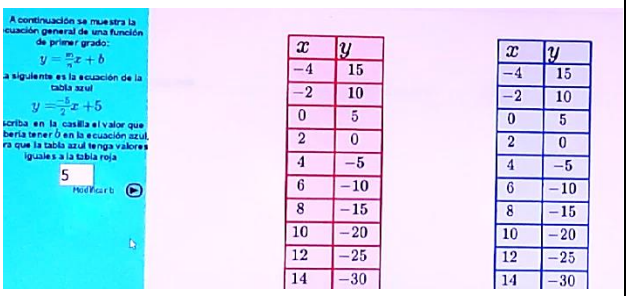
E1 revisando en las hojas afirma "*¿Serán todos los que están al lado del cero?*"

E2 le señala las hojas y dice "*Sí vea*"

E1: "*Hágale a ver*"

E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul $y = \frac{-5}{2}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-5}{2}x + 5$.



E2 borra el número de la casilla, escribe 5 y oprime el botón modificar *b*. Las tablas ya coincidían en sus valores.

E1: "*Ay sí, Yo creo que sí son todos los que están al lado del 0*"

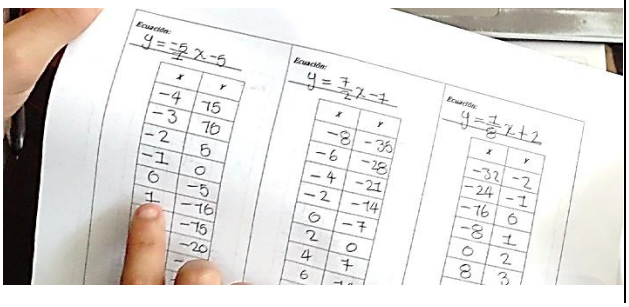
E2: "*Obvio. ¿Hasta ahora se da cuenta?*"

E1: "*¿Usted botó las otras hojitas?*"

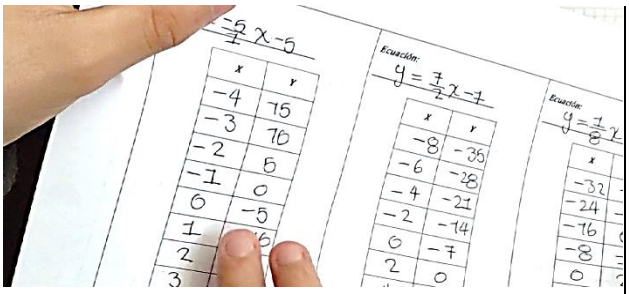
E2: "*Véalas aquí*"

E1 revisa las hojas

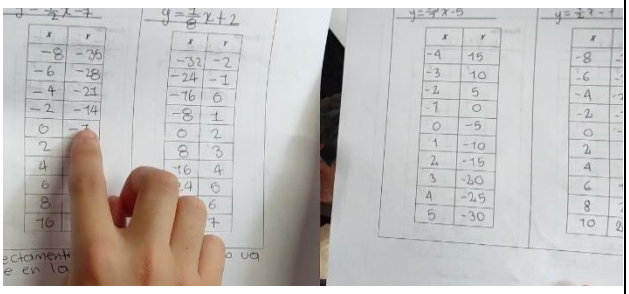
E1 señala un ejercicio escrito en la hoja utilizada en el primer intento de exploración y dice "*Ay sí, vea. Acá está el 0…*" señala la fila donde $x = 0$.



"... -5..." señala el valor de y correspondiente a $x = 0$, luego señala rápidamente el parámetro b de la ecuación correspondiente "…-5...".

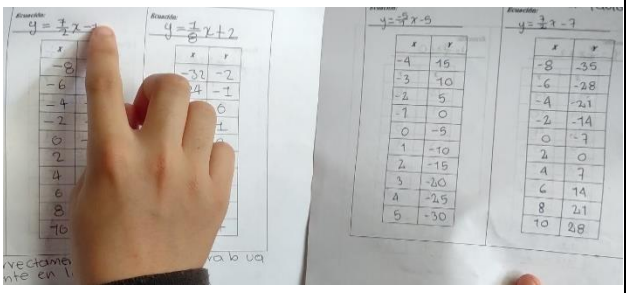


"...-7..." señala el valor de y correspondiente a $x = 0$ en una segunda tabla.

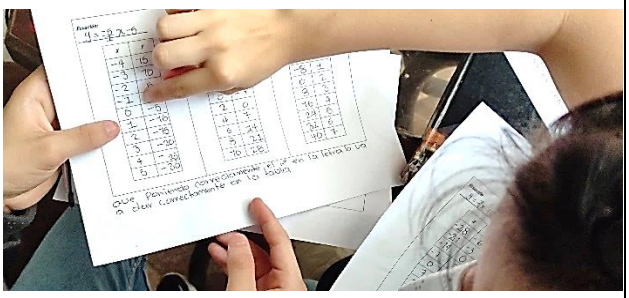


"…-7..." señala el valor del parámetro b en la ecuación de la tabla respectiva.

"*... son todas donde hay un 0*"



E2: "*Sí, pero vea que aquí también hay un 0 con un -1*" Señala en otra tabla una fila donde en la columna y hay un 0.



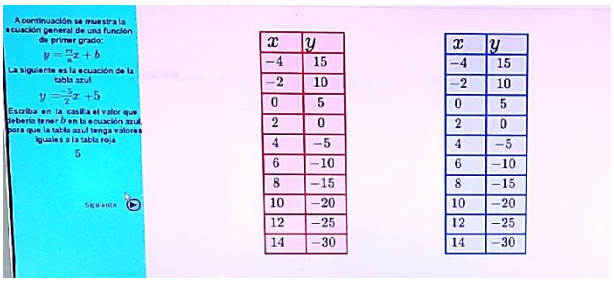
E1: "*Pero son los que están a la izquierda*"

E2: "*Ah sí, son todos los que están a la derecha*"

E1: "*Sí, ya. El número de la izquierda es el que está al lado del 0. ¿Este cuál era?*"

E2: "*Ahí está el 5*"

E2 oprime el botón modificar b. Los valores en ambas tablas son iguales.



x	y
−4	15
−2	10
0	5
2	0
4	−5
6	−10
8	−15
10	−20
12	−25
14	−30

x	y
−4	15
−2	10
0	5
2	0
4	−5
6	−10
8	−15
10	−20
12	−25
14	−30

Los 6 ejercicios posteriores fueron realizados de manera correcta hasta que apareció el mensaje "*Has encontrado la relación entre el valor b en la ecuación y la tabla de una función de primer grado. Puedes pasar a la siguiente tarea*"

Al finalizar la tarea de anticipación el profesor decide cuestionar nuevamente a los estudiantes.

Vídeo de referencia: VID_20210429_162834(0:37)

Profesor: "*Ahora sí chicos. Expliquenme cuál es la relación que existe entre el valor de b en la ecuación azul y la tabla. ¿Cuál fue la relación que encontraron?*"

E1: "*pues que todos los números que están al lado del 0…*"

E2: "*En el lado derecho están relacionados…*"

E1: "*…están relacionados en el lado izquierdo…*"

E2: "…*Eso en el lado izquierdo…*"

E1: "*…porque solo mire que en todas las tablas hay un solo cero al lado izquierdo*"

E2: "*ajá*"

E1: "*…Entonces el número que está al lado de ese 0, es el valor de b en la ecuación*"

E2: "*Es el valor de b*"

Al iniciar el segundo intento de la tarea de anticipación, se puede confirmar que los estudiantes usaron la estrategia descrita al finalizar la tarea de exploración: Ubicar en la tabla roja sobre la columna y el quinto número de arriba hacia abajo. Esta estrategia perceptiva fue descartada desde el primer ejercicio puesto que los valores de las tablas no coincidieron. Posteriormente decidieron utilizar números al azar siguiendo reglas que no parecían cumplirse en ejercicios anteriores. Las retroacciones del medio les permitieron a los estudiantes descartar la estrategia perceptiva.

Luego que los estudiantes revisaron los registros escritos, notaron que el número que solucionaba los ejercicios no estaba en la quinta posición, sino que ahora se encontraba en la tercera. Además, que en todas las tablas, en la columna x aparecía el 0 y el valor a la derecha del 0 correspondía al parámetro b. Esta concepción se puede observar en las afirmaciones y gestos utilizados por los estudiantes para referirse al parámetro b en el cuarto ejercicio y en la explicación dada al profesor. El abandono de la estrategia perceptiva y el posterior refuerzo de la concepción correcta, se consideran signos visibles del aprendizaje por adaptación.

Cabe señalar que los estudiantes lograron construir la concepción correcta a pesar de que no usaron el botón ayuda en la tarea de exploración como se había previsto. Se apoyaron en los registros escritos

para encontrar la relación esperada entre el parámetro *b* en la ecuación azul y la tabla de la función de primer grado.

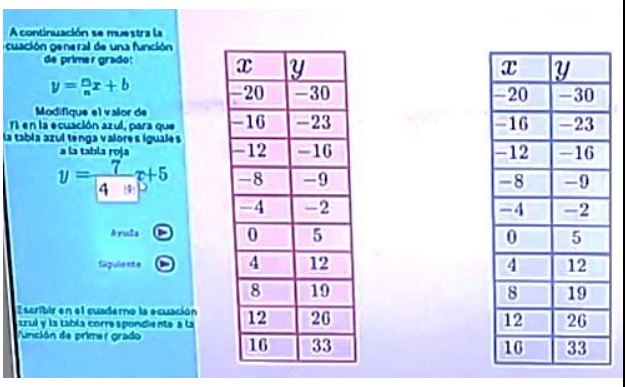
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro n

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{7}{1}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{7}{4}x + 5$.

Vídeo de referencia: VID_20210430_161832(1:46)



E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.



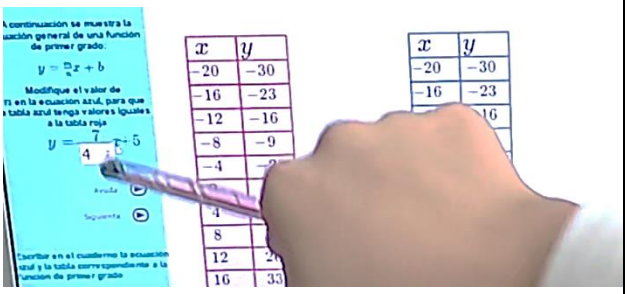
E2: "*Es 4*"

E1: "*¿Dónde hay 4?*"

E2: "*Acá me pareció ver 4*" Señala la tabla roja.

E1 lee el mensaje que aparece en la pantalla que les pide escribir la ecuación azul y los valores de la tabla.

E2: "*En el próximo nos va tocar traer a resolver el de acá arriba. ¿Verdad? La m*" Trata de señalar el parámetro m de la ecuación.



Profesor: "*Uy ¿cómo lo supo?* "

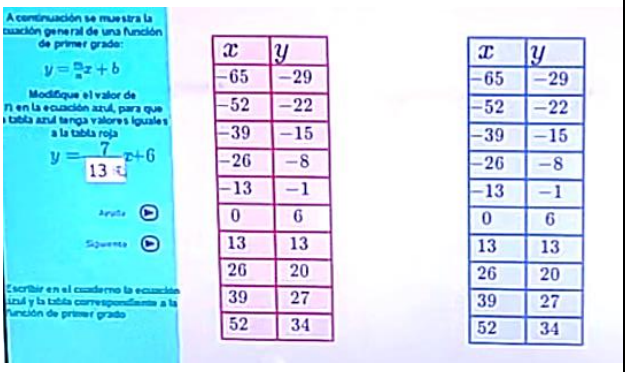
E2: "*Pa´ que vea la calidad de estudiantes que tiene*"

E1 y E2 escriben en la hoja la ecuación y la tabla.

E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{7}{4}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{7}{13}x + 5$.

E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.



E1: "*¿Sí vio? Es el que está debajo del 0*"

E2: "*No, no es porque ahí dice…*" se detiene y no termina la frase.

Los estudiantes copian en la hoja la ecuación y la tabla de la pantalla.

E1: "*Es el que está debajo del 0*"

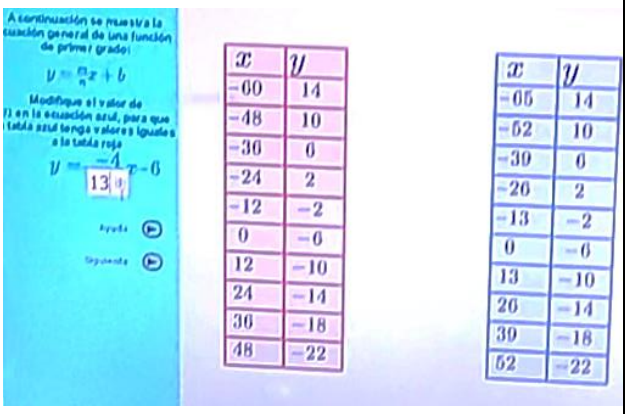
E2: "*Sí, ya sé. Ya me lo dijo*"

E1 cuenta 6 filas sobre la columna x de la tabla escrita en la hoja y dice "*Seis hacia abajo*"

E1 oprime en el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-4}{13}x - 6$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-4}{13}x - 6$.

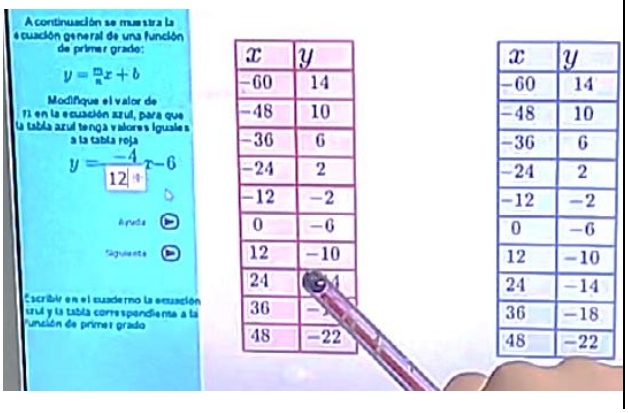
Vídeo de referencia: VID_20210430_162046(3:30)



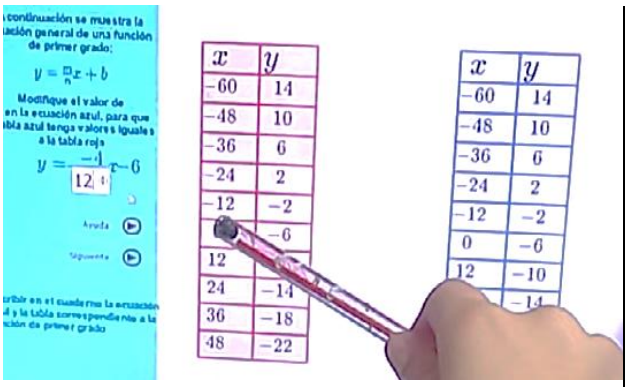
E1: "*Aquí ¿Cuál es?*"

E2 señala con el esfero en la tabla roja, el valor que se encuentra debajo del 0.

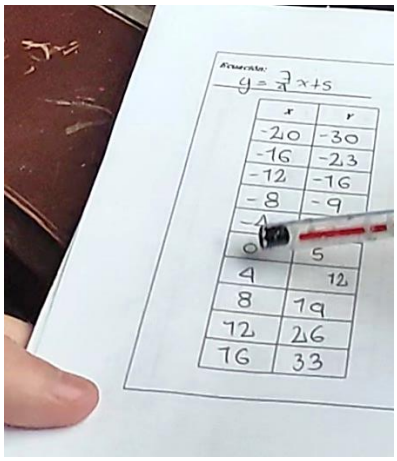
E1: "*mmm. Ya, es 12*" oprime la flecha hacia abajo en la casilla. Los valores de las tablas coinciden.



E2: "*Ay vea, vea, vea… en el cero los dos tienen igual…*" Señala el valor superior e inferior a la fila donde está $x = 0$.

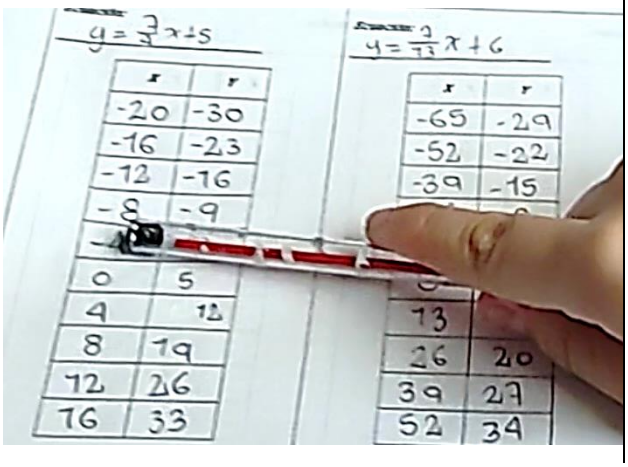


E2 señala una tabla realizada con anterioridad en la hoja y dice "*…4 y 4.*"

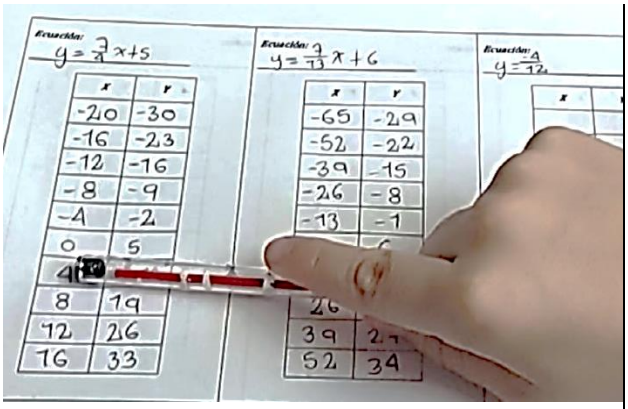


E1: "*No porque vea, Acá está -13…y 13…*" Señala la fila donde $x = 0$ en la tabla realizada en el ejercicio anterior. "*… un signo cambia todo*"

E2: "*Pero vea, vea, vea, vea, póngale cuidado… -4…*" señala el valor en la columna x arriba de la fila de $x = 0$.



"… *4*…" señala el valor en la columna x que se encuentra debajo de la fila de $x = 0$.



"…*-13…13*" señala en otra tabla el valor superior e inferior de la fila donde está $x = 0$.

E1: "*Ay sí*"

Los estudiantes escriben la ecuación y la tabla que se encuentran en la pantalla.

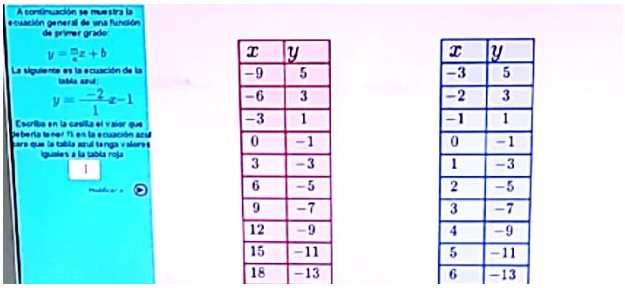
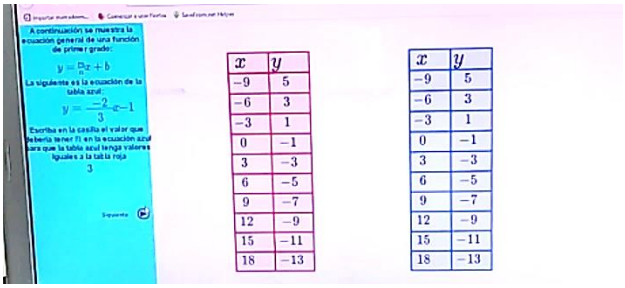
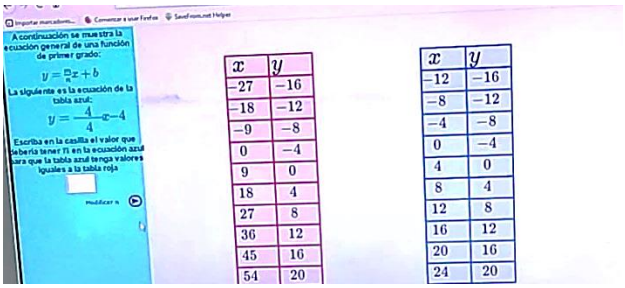
El cuarto y quinto ejercicio de la tarea de exploración fueron realizados de manera correcta. Los estudiantes aplicaron una estrategia similar a la utilizada en el parámetro b: Buscan en la tabla roja un valor que coincida con los presentados en la ecuación y establecen la correspondencia entre el valor de x que se encuentra en la fila inferior donde $x = 0$. Esta concepción perceptiva no corresponde a la relación esperada en el análisis a priori pero les permite resolver correctamente los ejercicios. Para esta tarea de exploración los estudiantes no hacen uso del botón ayuda.

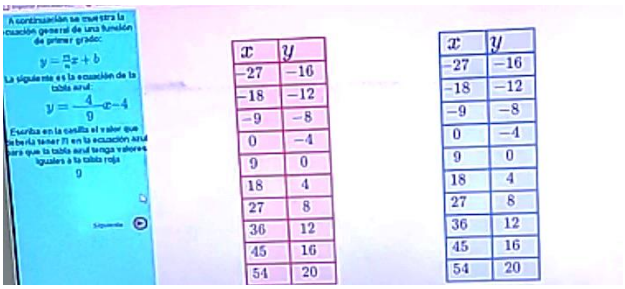
E2 señala además que el valor de la fila superior a $x = 0$ es el negativo del valor de la fila inferior.

Con el fin de evitar la concepción anteriormente descrita, resulta conveniente programar las retroacciones del medio para que en las tareas correspondientes a la pendiente, en la representación tabular no aparezca la fila $x = 0$.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro n

La estrategia identificada por los estudiantes en la tarea de exploración les fue de utilidad para completar la tarea de anticipación. Se mostrarán dos ejercicios de los diez que realizaron de manera acertada.

<table>
<tr>
<td>La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-2}{1}x - 1$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-2}{3}x - 1$.</td>
<td>Vídeo de referencia: VID_20210430_163247(1:29)

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E1 lee en voz baja el enunciado de la tarea, luego escribe 3 en la casilla.
E2: “3”</td>
</tr>
<tr>
<td>E2 oprime sobre el botón modificar n. Los valores de las tablas coinciden.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio</td>
</tr>
<tr>
<td>La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{4}{4}x - 4$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{4}{9}x - 4$.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E2: “9”
E1 escribe 9 en la casilla.</td>
</tr>
</table>

E2 oprime sobre el botón modificar *n*. Los valores de las tablas coinciden.	

El profesor decide no cuestionar a los estudiantes sobre la estrategia utilizada para completar la tarea de anticipación. Aparentemente usaron la misma estrategia identificada en la exploración: Sobre la tabla roja buscan el valor que está debajo de $x = 0$ y ese corresponde con el valor solicitado.

En el análisis a priori se había considerado que solamente se completaba la tarea de anticipación al contruir la concepción correcta, o bien al no ser contruida regresar a los estudiantes a la tarea de exploración. La tarea de anticipación no le permitió a los estudiantes abandonar la concepción no matemática construida en la tarea de exploración, esto no se había previsto en el análisis a priori.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de exploración – parámetro m

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-2}{14}x + 7$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-5}{14}x + 7$.	Vídeo de referencia: VID_20210430_164239(11:38) 

E1 lee el enunciado de la tarea

E2: "*Acá es el de arriba*"

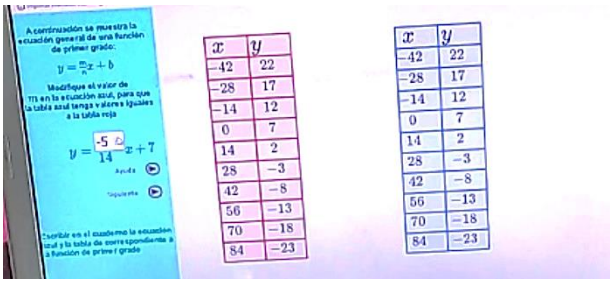
E1 escribe 14 en la casilla. Los valores de la tabla azul no cambian

E1: "*¿qué pasó?*"

E2: "*Es que tiene que ser con las flechitas*"

E2 empieza a oprimir la flecha hacia arriba en la casilla hasta llegar al límite de la lista desplegable.

E2 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta que los valores de las tablas son iguales.



E1: "*Espere le pillo donde está…*"

E2: "*¿Por qué -5?*"

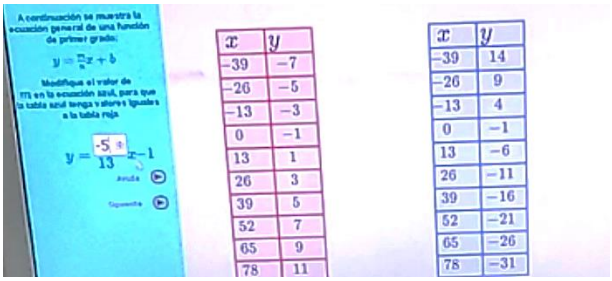
E1: "*Ah ya. Pero no le voy a decir. copie*"

E2: "*Ay. Usted sí no*"

E1 y E2 copian en el cuaderno la ecuación y la tabla que aparecen en la pantalla.

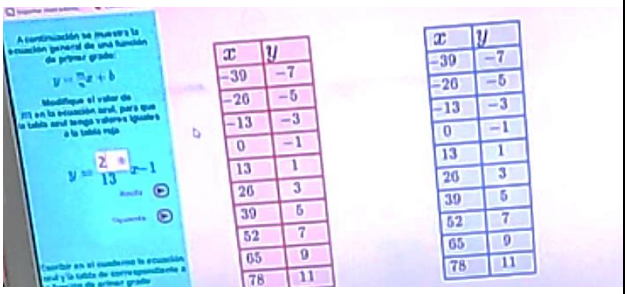
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-5}{13}x - 1$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{2}{13}x - 1$.



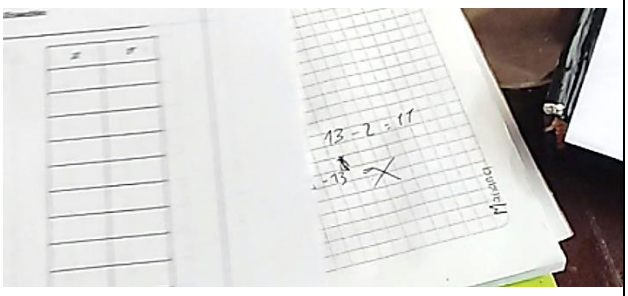
E1: "*Ahora está el problema pa´ encontrar el resultado de ese*"

E1 oprime las flechas en la casilla hasta que los valores de las tablas coinciden.



E1: "*Espere pregunto por qué es 2*"

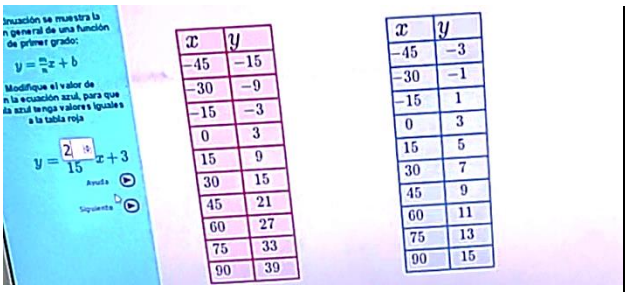
E1 escribe en una hoja $13 - 2 = 11$ mientras dice en voz baja la operación que hace. "*Tampoco da… multiplicar…dividir… no sé por qué no da*"



E1 y E2 escriben la ecuación y la tabla en la hoja.

E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{2}{15}x + 3$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{6}{15}x + 3$.



E1 oprime las flechas en la casilla de manera aleatoria, a medida que cambia de valor la casilla dice "*Ese no es*"

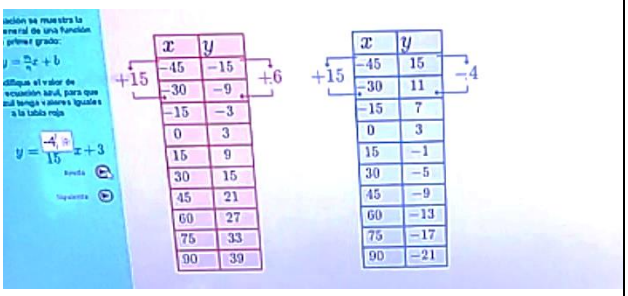
Profesor: "*Hay otras cositas ahí en la ventana que pueden utilizar*"

E2: "*¿la ayuda?*"

E1: "*Sí, la ayuda. ¿Le damos?*"

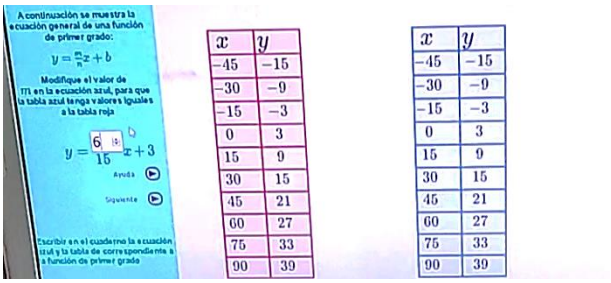
E2: "*Bueno*"

E1 oprime el botón ayuda. En las tablas aparecen las flechas.



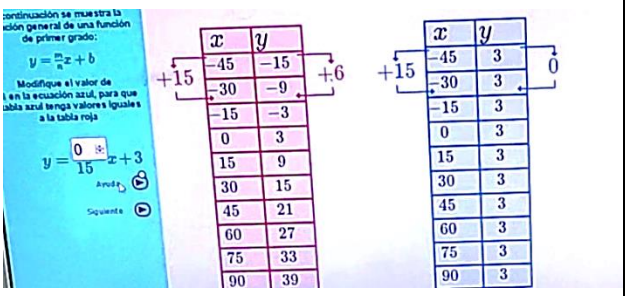
E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta llegar a -8. Los valores de las tablas no coinciden.

E1 luego oprime la flecha hacia arriba hasta llegar 6. Los valores de las tablas coinciden.



E1: "*Pero sigo sin saber por qué da*"

E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta llegar a 0 y oprime el botón ayuda.



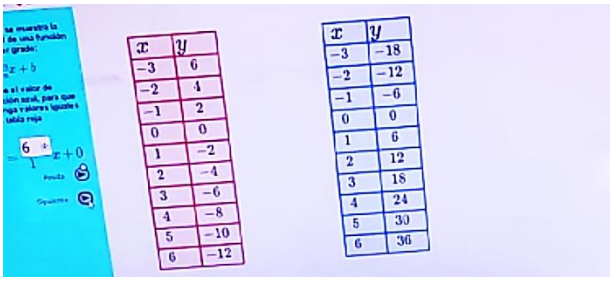
E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta llegar a 6.

E1: "*Creo que ya entendí… escriba la tabla*"

E1 y E2 escriben la ecuación y la tabla en la hoja.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{6}{1}x + 0$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-2}{1}x + 0$.



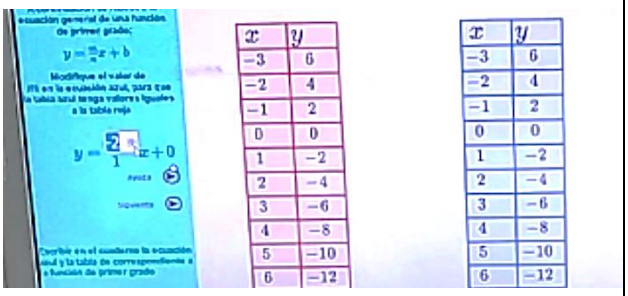
x	y
−3	6
−2	4
−1	2
0	0
1	−2
2	−4
3	−6
4	−8
5	−10
6	−12

x	y
−3	−18
−2	−12
−1	−6
0	0
1	6
2	12
3	18
4	24
5	30
6	36

E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla.

E2: "*2*"

E1 continúa oprimiendo la flecha hasta llegar a -2. Los valores de las tablas coinciden.



x	y
−3	6
−2	4
−1	2
0	0
1	−2
2	−4
3	−6
4	−8
5	−10
6	−12

x	y
−3	6
−2	4
−1	2
0	0
1	−2
2	−4
3	−6
4	−8
5	−10
6	−12

E1: "*Ahhhhh*"

E2: "*Creo que ya tengo una idea*"

Profesor: "*A ver Mariana ¿Qué piensas?*"

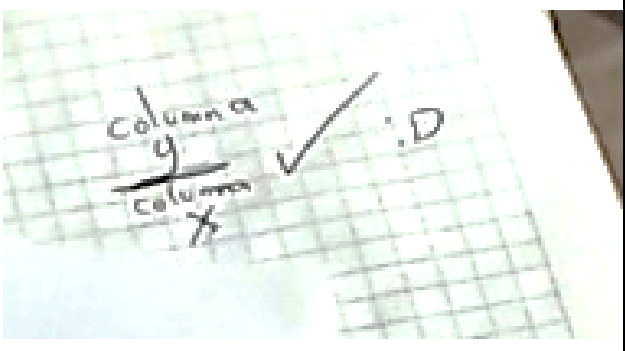
E2: "*Póngale cuidado. ¿Cuánto le hace falta a 4 para llegar a 6?*"

E1: "*Le faltan… -2… sería 2, pero ahí es -2… entonces ahí estaría quitando 2*"

E2: "*¿O a 6 para llegar a 4?*"

E1: "*Espérate, Espérate. Ay creo que ya la encontré, pero espere la escribo*"

E1 escribe en una hoja aparte $\frac{columna\ y}{columna\ x}$.



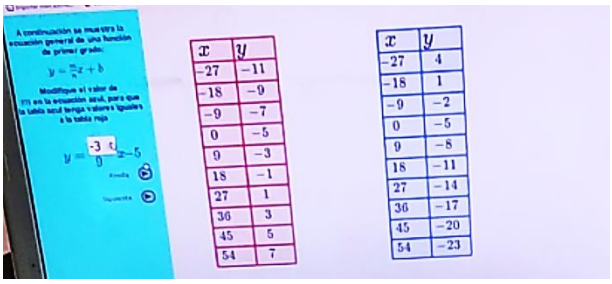
E1 y E2 escriben la ecuación y la tabla de la pantalla en la hoja.

E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es

Vídeo de referencia: VID_20210430_165437(4:29)

$y = \frac{-3}{9}x - 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{2}{9}x - 5$.



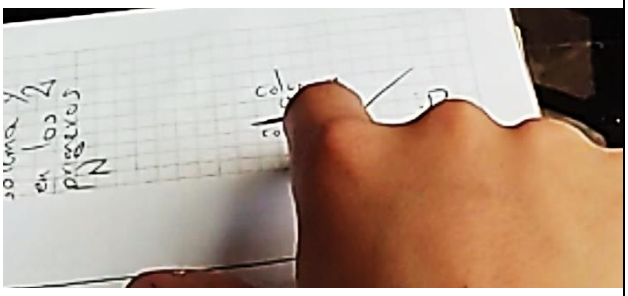
x	y
-27	-11
-18	-9
-9	-7
0	-5
9	-3
18	-1
27	1
36	3
45	5
54	7

x	y
-27	4
-18	1
-9	-2
0	-5
9	-8
18	-11
27	-14
36	-17
45	-20
54	-23

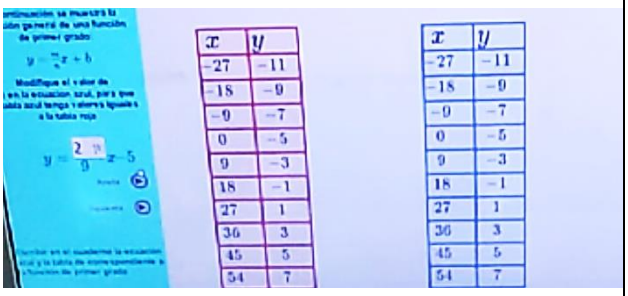
E1 mientras mira lo que escribió dice "*la x…*"

E2: "*Es 2*"

E1: "…*La y*" Señala el escrito en la hoja.



E1 oprime la flecha hacia arriba en la pantalla hasta que los valores de las tablas son iguales.



x	y
-27	-11
-18	-9
-9	-7
0	-5
9	-3
18	-1
27	1
36	3
45	5
54	7

x	y
-27	-11
-18	-9
-9	-7
0	-5
9	-3
18	-1
27	1
36	3
45	5
54	7

E2: "*¿Sí ve que sí era 2?*"

E1: "*Sí, sí, sí*"

Profesor: "*¿Cómo supiste que era 2?*"

E2: "*Pues conté cuánto hay del 9 al 11…*"

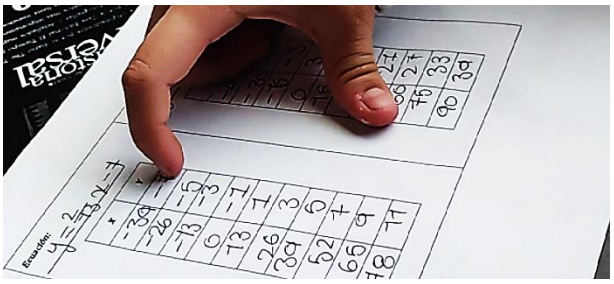
E1: "*Sí, así es*"

E2: *"…hay 2 y en todas es así…*"

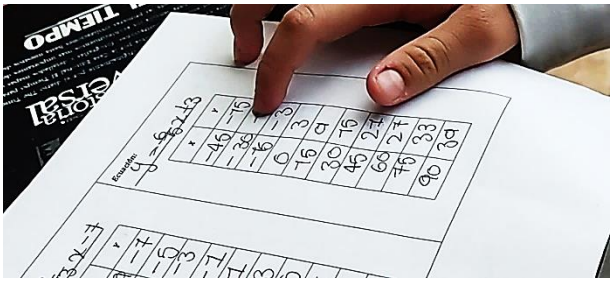
E2: "*…Cuánto hay del 17 al 22…*" señala los primeros dos valores de *y* en la tabla correspondiente al primer ejercicio de exploración.



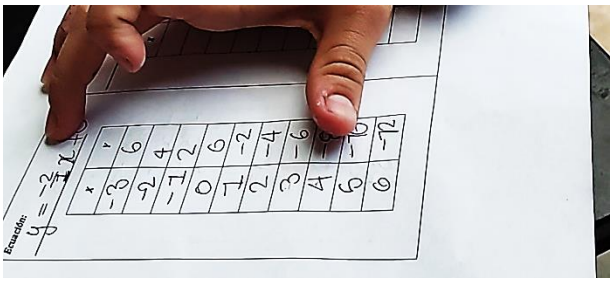
E2: "*... cuánto hay del 5 al 7...*" señala los primeros dos valores de y en la tabla correspondiente al segundo ejercicio.



E2: "*... cuánto hay del 9 al 15...*" señala los primeros dos valores de y en la tabla correspondiente al tercer ejercicio.



E2: "*... cuánto hay del 4 al 6...*" señala los primeros dos valores de y en la tabla correspondiente al cuarto ejercicio.

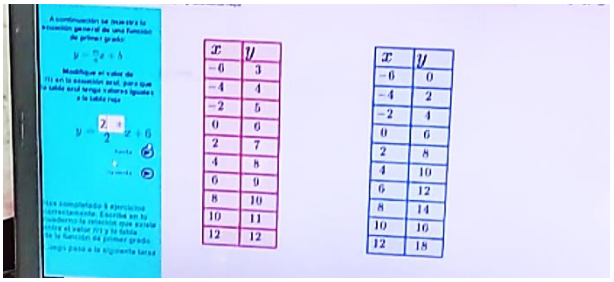


E1: "*Impresionante*"

E2: "*Todos son así*"

E1 y E2 escriben la ecuación y la tabla que aparecen en la pantalla.

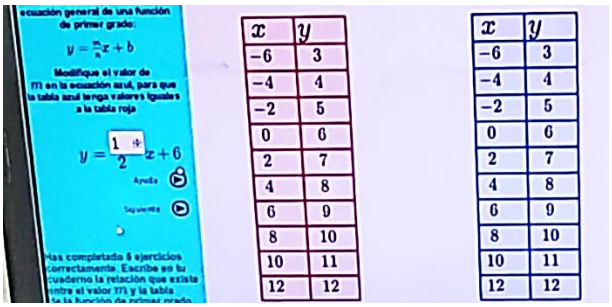
La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{2}{2}x + 6$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{1}{9}x + 6$. Aparece en la pantalla el mensaje indicando que han realizado el ejercicio de manera correcta y pueden avanzar a la siguiente tarea.



E1: "*Aquí serían de 1 entonces*"

E2: "*Ajá*"

E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla. Los valores de las tablas coinciden.



E2: "*¿Sí ve que sí es?*"

E1: "*Sí, yo hace rato lo había hecho*"

E1 y E2 escriben la ecuación y la tabla que aparecen en la pantalla.

Profesor: "*Ahora sí, traten de explicar ¿Cuál es la relación que existe?*"

E1: "*Que hable Mariana que ha hecho la mayoría*"

E2: "*Es que no sé cómo explicarlo*"

E1: "*Esto… yo tampoco sé*"

E2: "*Es que es difícil de explicar*"

E1: "*Tenemos que hallar el número en la ecuación, el número que representa la m…*"

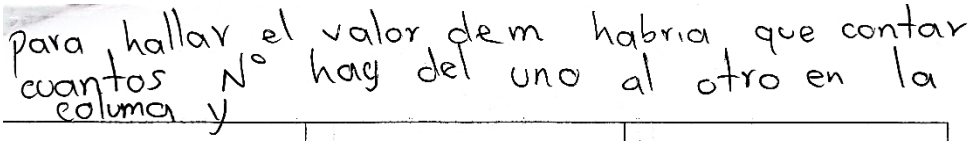
E2: "*la n*"

E1: "*…No, la m. Hay que mirarlo bien en la tabla roja y contar cuánto hay de un número a otro y según ese número es el valor de m y así hay que hacerla*"

E2: "*Ajá*"

Profesor: "*Ahora hay que escribir esa estrategia y mirar sí les sirve o no les sirve*"

E1 y E2 escriben la misma respuesta en la hoja.



Los estudiantes inician la tarea de exploración usando las flechas en la casilla para completar la tarea. Luego buscan en las tablas un número que correspoda con el valor del parámetro m. Al notar que no existe un valor explícito en la tabla para hacer la correspondencia, buscan estrategias matemáticas que les permitan encontrar el valor buscado: usan los números de la pendiente para efectuar una resta escrita, no se efectuaron multiplicaciones o divisiones de manera explícita, sin embargo E1 rexpresa su intención de manera verbal.

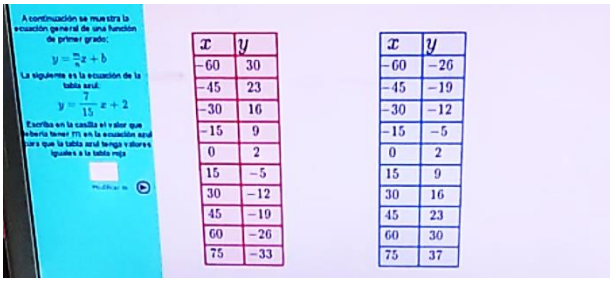
Luego el profesor sugiere que utilicen la ayuda. Para E1 la ayuda no parece ser de utilidad, sin embargo para E2 cobró sentido como diferencia: "*[…]¿Cuánto le hace falta a 4 para llegar a 6?*".

Causa curiosidad la forma en la que E1 escribe en una hoja $\frac{columna\ y}{columna\ x}$, se interpreta que la forma de escribir Columna x, Columna y se asemeja a la forma de escribir la pendiente en la ecuación y puede ser un inteno del estudiante de establecer una correspondencia entre los parámetros m y n de la ecuación con los valores de la tabla. E1 trata de construir una idea que es distinta a la de E2, sin embargo, al notar la efectividad de la estrategia de E2, abandona la construcción que estaba realizando.

E2 descubre que la relación sugerida a través del botón ayuda se cumple en todos los ejercicios realizados previamente y que se encuentran registrados en las hojas. Cuando el profesor pregunta por la relación encontrada, E2 verbaliza la estrategia relacionando las diferencias entre el segundo valor de la columna y con el primero. E1 parece entender la estrategia puesto que posteriormente la explica. La estrategia identificada por los estudiantes tiene en cuenta la diferencia entre dos celdas de la columna y pero no tiene en cuenta el signo. Esto puede deberse al hecho de que en los ejercicios que realizaron solo el primero tenía una pendiente negativa. Se espera que en la tarea de anticipación los estudiantes invaliden esa estrategia y logren desarrollar la concepción correcta.

Las afirmaciones y gestos de los estudiantes son evidencias de un aprendizaje por adaptación. En los últimos tres ejercicios, al momento de explicar y aplicar la estrategia para predecir el valor del parámetro m a partir de la información de la tabla se nota un refuerzo en las acciones.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al Tabular - fase de anticipación – parámetro m

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{7}{15}x + 2$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-7}{15}x + 2$. E2: "*Es 7*"	Vídeo de referencia: VID_20210430_170610(14:44) 

E1 escribe en la casilla 7, oprime el botón modificar *m*. Los valores de las tablas no coinciden.



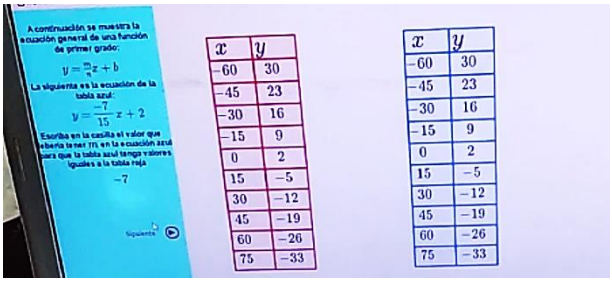
E1: "*¿Sí ve?*"

E2: "*¿No era 7?*"

E1: "*Vamos a ver qué era lo que tocaba hacer…*" Revisa las hojas con las tablas realizadas con anterioridad. "*… De 2 a 9…7*"

E2: "*Por eso, yo dije 7. Y ¿Si es -7?*"

E1 oprime el botón intentar nuevamente, escribe -7 en la casilla y oprime el botón modificar *m*. Los valores de las tablas coinciden.



E1: "*Ay sí. Era -7…pero ¿Por qué -7?*"

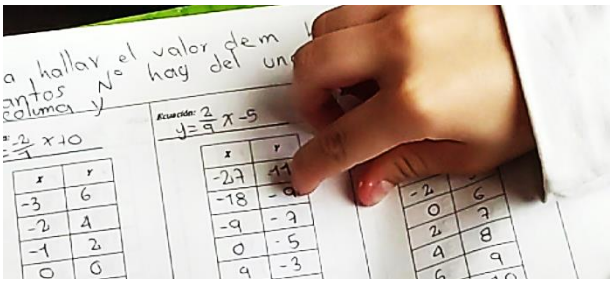
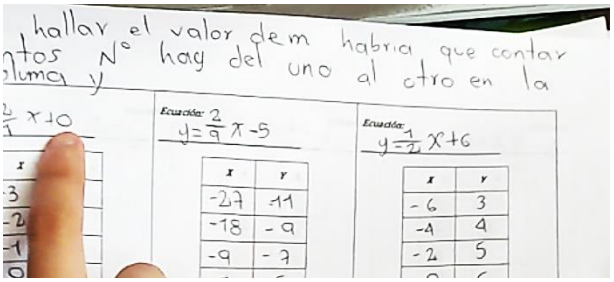
E2: "*Pere, pere, pere, yo tengo una cosa…*" Revisa las hojas con las tablas realizadas en ejercicitos anteriores.

E2: "*Vea póngale cuidado. Estas que no tienen signo…*" Señala en la hoja los primeros dos valores de la columna *y* de una tabla realizada anteriormente.



"*… son con menos…*" señala el parámetro *m* en la ecuación correspondiente a la tabla.



"*... y estos que tienen signo...*" Señala los dos primeros valores de la columna *y* de una segunda tabla.	
"*... no tienen signo...*" E1 trata de señalar el parámetro *m* de la ecuación correspondiente a la tabla indicada, mientras que E2 trata de señalar el signo del parámetro *b*.	
E1: "*No, vea. Eso no tiene sentido... acá tiene signo*" Señala en otra tabla el parámetro *b* de la ecuación.	
E2: "*Pero estamos hallando este, papi, estamos viendo es este...*" Señala con el dedo el parámetro *m* en la ecuación.	
"*... y aquí no tienen...*" Señala los dos primeros valores de la columna *y* de otra tabla.	

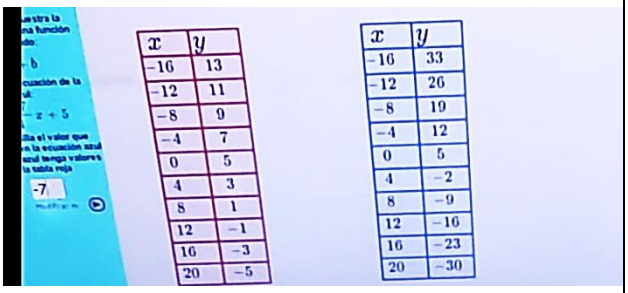
"*... pero sí aquí*" Señala el parámetro m en la ecuación correspondiente a la tabla indicada.



E1: "*Ahhhh. Ya entendí*"

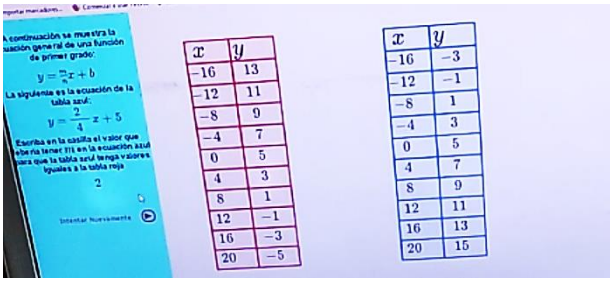
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{-7}{4}x + 5$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-2}{4}x + 5$.



E1: "*Acá ¿2 o -2?*"

E1 borra el número en la casilla, escribe 2 y oprime el botón modificar *m*. Los valores de las tablas no coinciden.



E2: "*-2*"

E1: "*Pero por qué -2*" Vuelve a revisar las hojas junto con E2

E1: "*mmmm. Sí, sí, sí. Ya lo tengo*"

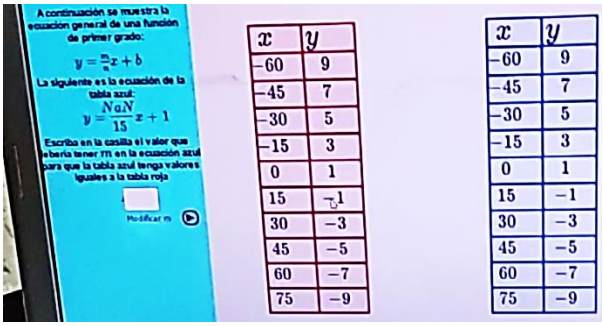
E2: "*Creo que yo también tengo algo*"

E1 escribe en la casilla -2, oprime el botón modificar *m.* Los valores de las tablas coinciden.

Luego oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{7}{15}x + 1$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{-2}{15}x + 1$.

E1 borra el número de la casilla.

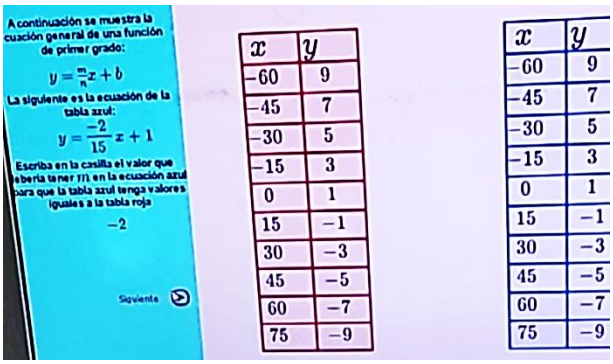


E1: "*Ya sé*"

E2: "*Espere, espere… ese tiene signo*"

E1: "*Entonces es -2*"

E1 escribe en la casilla -2, oprime sobre el botón modificar m. Los valores de las tablas coinciden

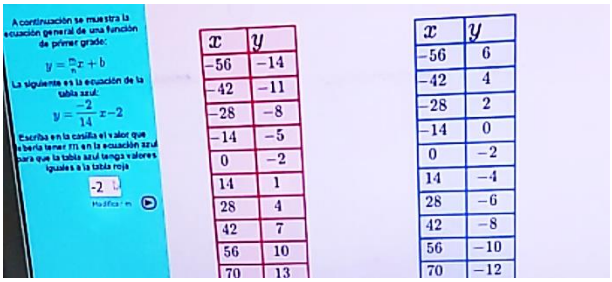


x	y
−60	9
−45	7
−30	5
−15	3
0	1
15	−1
30	−3
45	−5
60	−7
75	−9

x	y
−60	9
−45	7
−30	5
−15	3
0	1
15	−1
30	−3
45	−5
60	−7
75	−9

E1: "*Sí*" oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{2}{14}x - 2$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{3}{14}x - 2$.

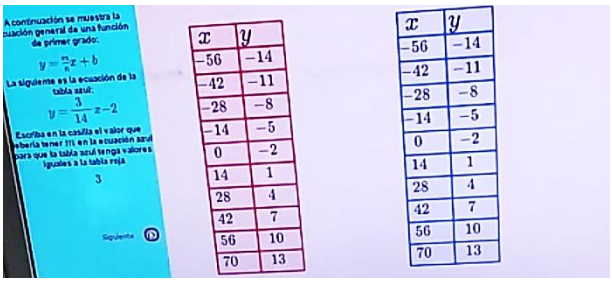


x	y
−56	−14
−42	−11
−28	−8
−14	−5
0	−2
14	1
28	4
42	7
56	10
70	13

x	y
−56	6
−42	4
−28	2
−14	0
0	−2
14	−4
28	−6
42	−8
56	−10
70	−12

E2: "*Ese no tiene signo*"

E1 borra el número de la casilla, escribe 3 y oprime el botón modificar m. Los valores de las tablas coinciden.



x	y
−56	−14
−42	−11
−28	−8
−14	−5
0	−2
14	1
28	4
42	7
56	10
70	13

x	y
−56	−14
−42	−11
−28	−8
−14	−5
0	−2
14	1
28	4
42	7
56	10
70	13

Los siete ejercicios posteriores fueron realizados de manera acertada. En el octavo ejercicio, E2 propone una explicación.

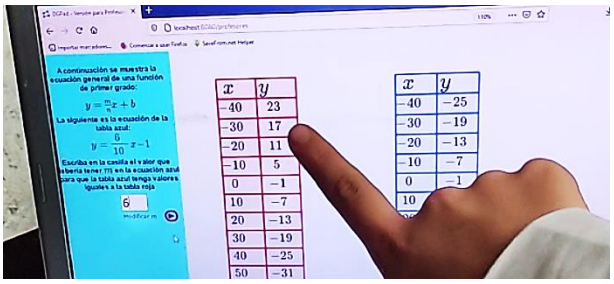
E2: "*¿Si quiere le explico?*"

E1: "*Sí*"

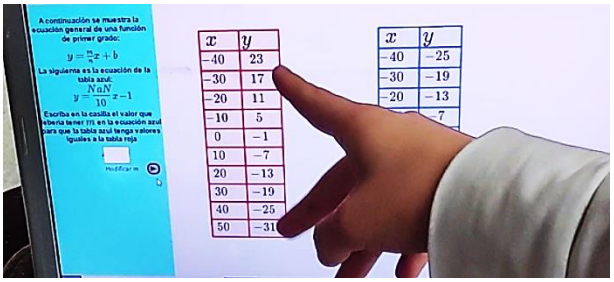
Profesor: "*Está bien Mariana explícanos*"

E2: "*Pues vea profe, en la columna de la x cuando está el signo menos, pero en la columna de la y no está, es porque hay que ponerle el signo menos. Y cuando en las dos está el signo menos hay que ponerlos sin, sin, sin el signo menos…Cuando en las dos columnas está el signo menos…digamos acá*"

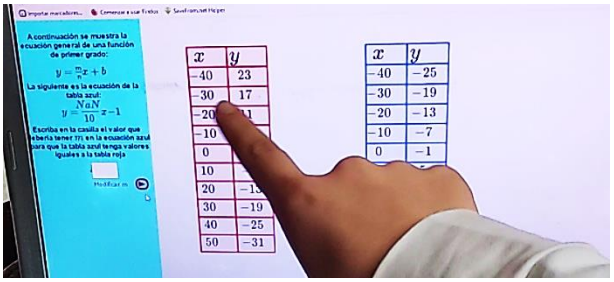
E2 señala la pantalla y dice "*Acá sería 40…-40 y -23… y -30 y -17, el resultado sería… 6 nada más*"



E2: "*Pero si digamos…es así…*" Señala la pantalla.



"*…-40, 23…-30, 17… sí tendría signo*" señala las primeras dos filas de la tabla roja.



Profesor: "*Entonces ¿Cuál sería el valor de la m?*"

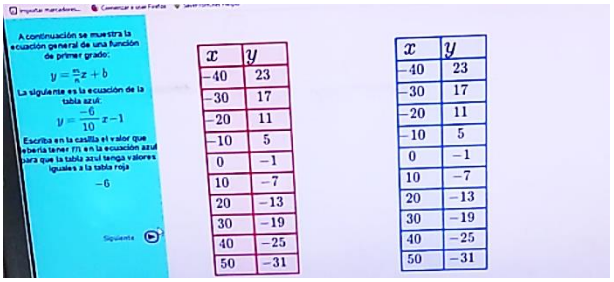
E1: "*Sería… del 1 al 7 serían 6*"

E2: "*-6*"

E1: "*¿Segura?*"

E2: "*Sip*"

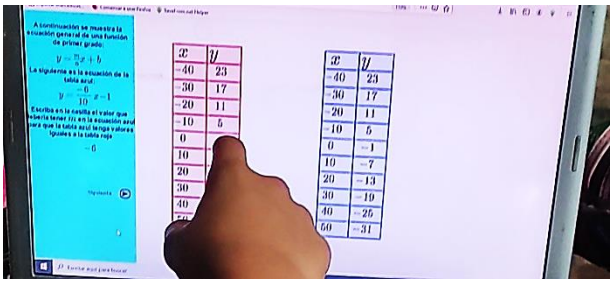
E1 escribe -6 en la casilla y oprime el botón modificar m. Los valores de las tablas coinciden.



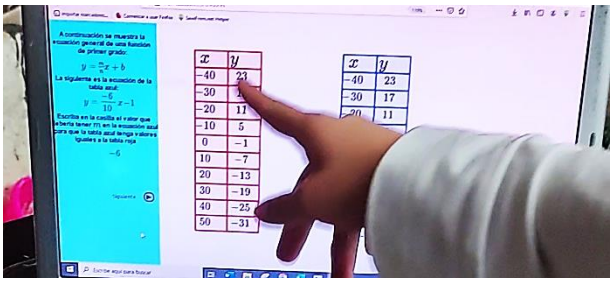
E1: "*Pero ¿Por qué?*"

E2: "*¿todavía no ha entendido?*"

E1: "*Pero si de acá del 1 al 5 hay 4…*" Señala en la pantalla el cuarto y quinto valor de la columna y.



E1: "*Aahhh*"
E2: "*Pero yo no estoy hablando de esos…*"
E2: "*Estoy hablando de éstos…*" Señala en la pantalla los primeros dos valores de la columna y. "*…-40, 23 y -30, 17, ahí sería con signo*".



Los siguientes ejercicios de anticipación fueron realizados de manera correcta hasta que apareció en la pantalla el mensaje "*Muy bien, has encontrado la relación entre el valor m en la ecuación y la tabla de una función de primer grado. Puedes pasar a la siguiente tarea.*"

En el primer ejercicio invalidaron la estrategia identificada en la exploración. Sobre la columna y de la tabla roja obtienen el valor absoluto de la diferencia entre los dos primeros valores y el resultado obtenido correspondía al valor del parámetro m. Las retroacciones del medio les permiten abandonar en parte la concepción construida con anterioridad.

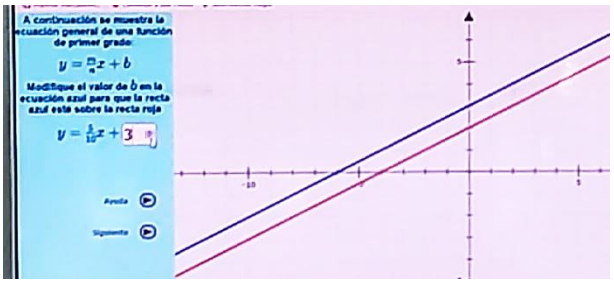
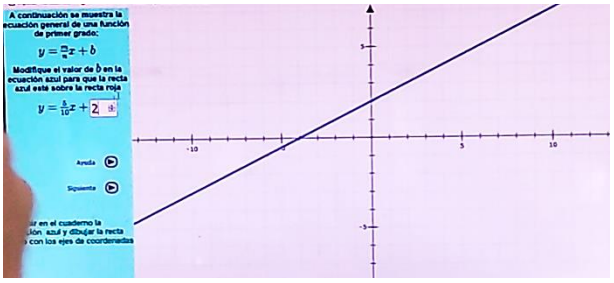
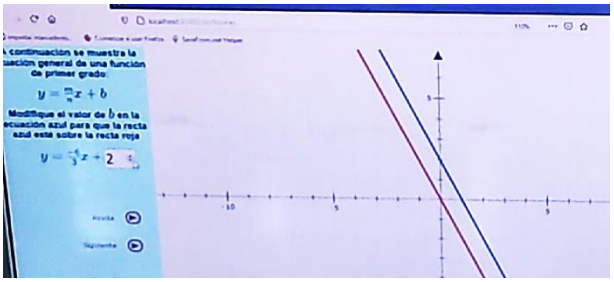
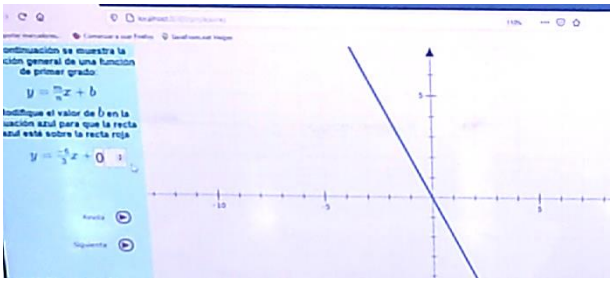
E2 revisa las tablas realizadas en el ejercicio de exploración y se da cuenta que si los primeros dos valores de la columna y son positivos, entonces el signo del parámetro m es negativo; por el contrario, si los primeros dos valores son negativos, entonces el signo correspondiente al parámetro m es positivo. E1 no parece entender la estrategia de E2; sin embargo, al notar que funciona decide asumirla. La estrategia mencionada por E2 no se había contemplado en el análisis a priori.

La estrategia de E2 resulta eficaz dado que el parámetro n siempre es positivo. Esto se debe a que en la columna x siempre se presentan los valores de manera ascendente.

La pareja B usa las tablas para hacer referencia a los valores de la columna x e y. E2 afirma "*Acá sería 40…-40 y -23… y -30 y -17 […]*" haciendo referencia a una comparación entre los signos de los números de la columna x y la columna y, esto con el fin de definir el valor que debe ir en la casilla.

Esa concepción de la pareja B difiere de la concepción construida por la pareja A que solamente hace referencia a los valores de la columna y.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro b

<table>
<tr>
<td>La ecuación de la recta azul es
$y = \frac{5}{10}x + 3$, la ecuación de la recta roja es
$y = \frac{5}{10}x + 2$.</td>
<td>Vídeo de referencia: VID:20210519_170305(1:02)
</td>
</tr>
<tr>
<td>E2 oprime la flecha hacia abajo en la casilla.
Las rectas se sobreponen.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E1 y E2 escriben la ecuación y dibujan la gráfica en una hoja.
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a una nueva tarea.</td>
</tr>
<tr>
<td>La ecuación de la recta azul es
$y = \frac{-6}{3}x + 2$, la ecuación de la recta roja es
$y = \frac{-6}{3}x + 0$.</td>
<td>Vídeo de referencia: VID:20210519_170305(6:41)
</td>
</tr>
<tr>
<td>E2 oprime la flecha hacia abajo hasta que las rectas están sobrepuestas.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

Los estudiantes completan las tareas posteriores usando las flechas en la casilla hasta que aparece el mensaje "*Has completado 5 ejercicios correctamente. Escribe en tu cuaderno la relación que existe entre el valor b y la gráfica de una función de primer grado. Luego pasa a la siguiente tarea.*"

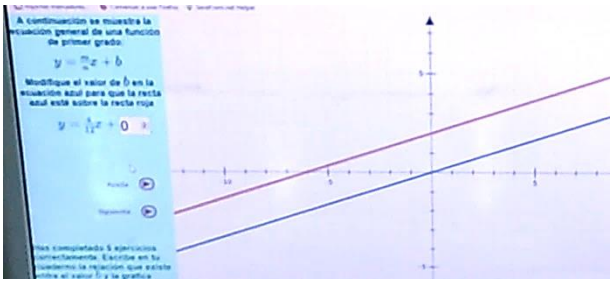
E1: "*Nooo, mire. Nos están quedando mal porque yo no entiendo*"

Profesor: "*Acá pueden realizar la cantidad de ejercicios que quieran*"

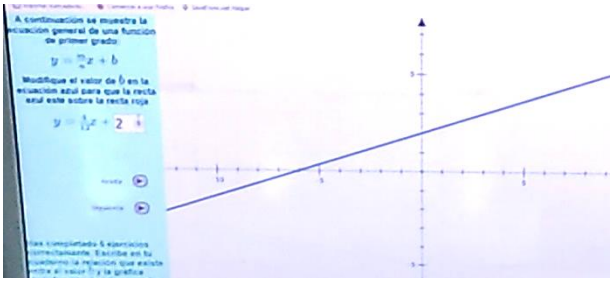
E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

Realizan dos ejercicios más de exploración

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{4}{11}x + 0$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{4}{11}x + 2$.



E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



E1: "*¿Sí vio?... solo cambia la y ¿no?*"

E2: "*Ay no, otra vez a pensar. ¿Toca escribirlo?*"

E1: "*No, porque es igual al otro*"

E2: "*no es el mismo que el otro, la ecuación es distinta, pero tienen el mismo resultado*"

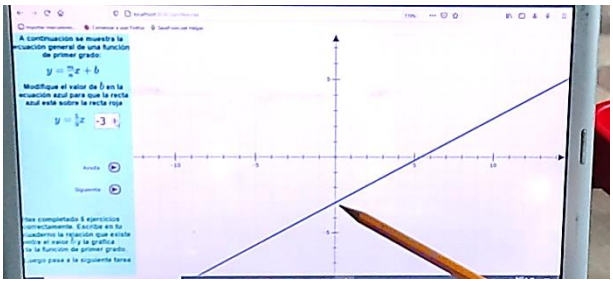
E1 y E2 deciden no escribir las ecuaciones ni las gráficas después de realizar el quinto ejercicio.

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

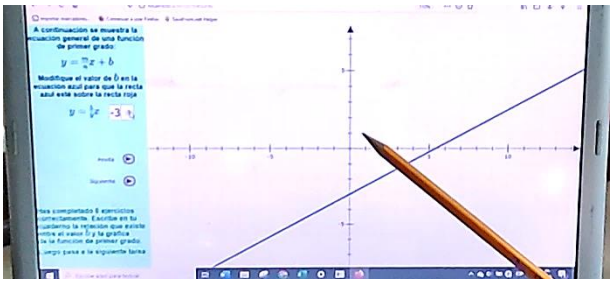
E1: "*no entiendo cuál es la tal relación*"

E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.

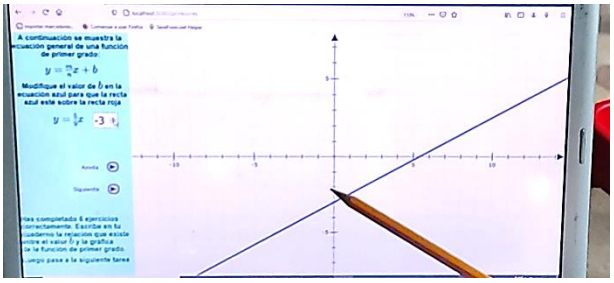
E2: "*Yo siempre veo que cambia aquí…*" Señala con el lápiz el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.



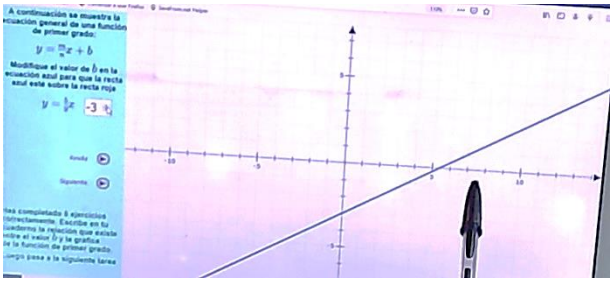
"... o sea que siempre el resultado da aquí..." Señala el eje de las ordenadas.



"*... 1, 2, 3 y da aquí*" cuenta tres unidades aparentemente desde el centro del sistema de coordenadas hasta el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.



E1: "*Pero no sabemos si es así, porque puede dar acá*" Señala con el esfero el eje de las abscisas.

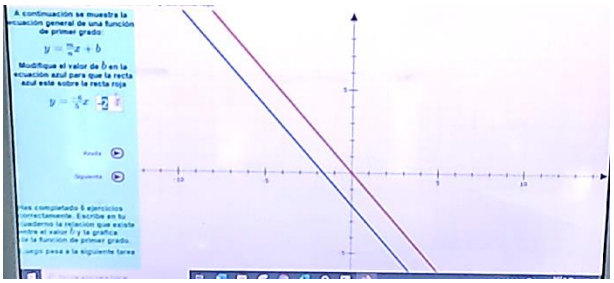


E2 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

E1: "*¿Pa´ qué le dio siguiente?*"

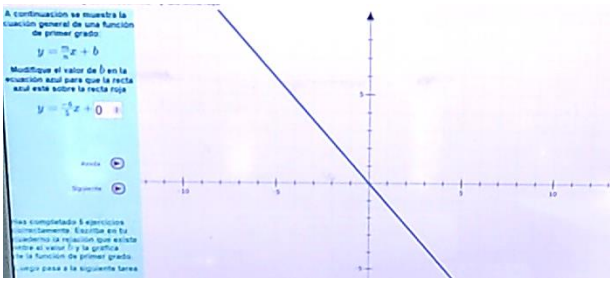
E2: "*¿Por qué no? Ahorita lo escribimos*"

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-6}{5}x - 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-6}{5}x + 0$.

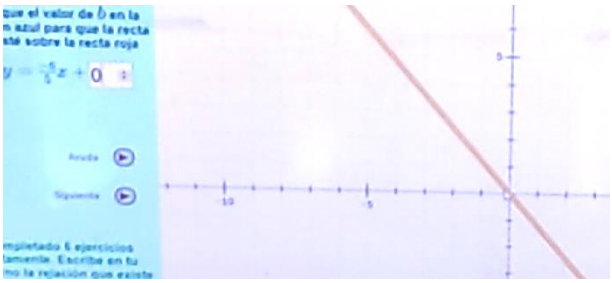


E1: "*Otra vez da 0*"

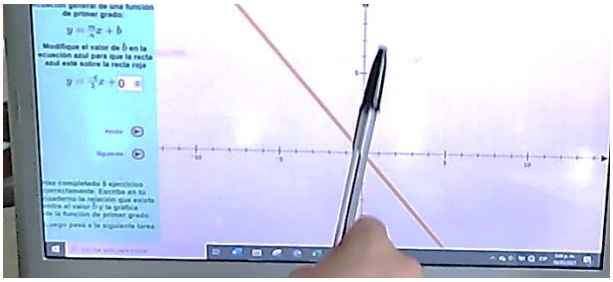
E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



E2: "*¿Sí ve? Dio acá*" Coloca el puntero sobre la intersección de la recta con el eje de las ordenadas.



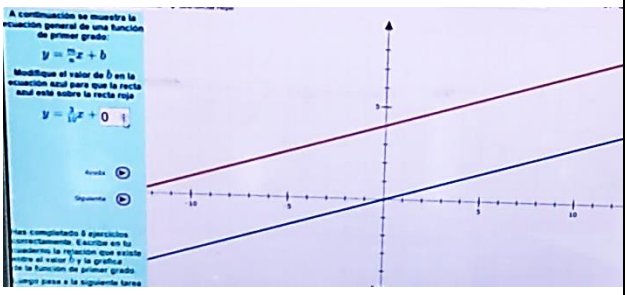
E1: "*Sí, siempre va rotando por la y*" Señala con el esfero de arriba hacia abajo el eje de las ordenadas.



E1: "*Pero miremos el siguiente a ver qué pasa*"

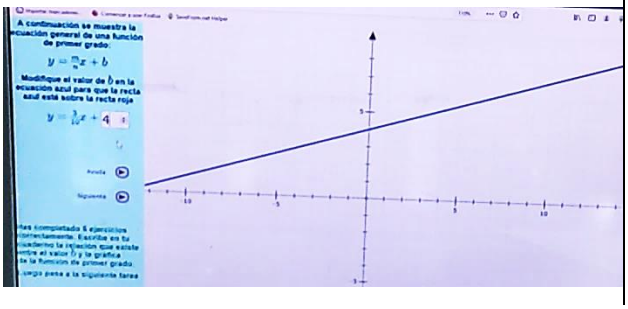
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la tabla azul es $y = \frac{3}{10}x + 0$, la ecuación de la tabla roja es $y = \frac{3}{10}x + 4$.

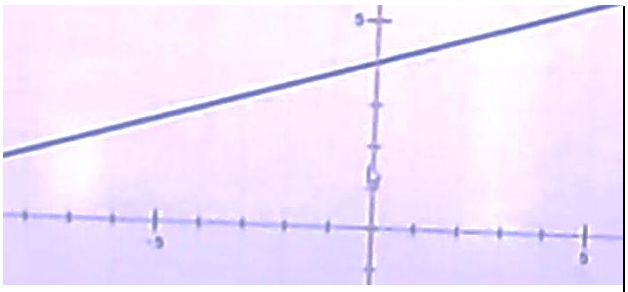


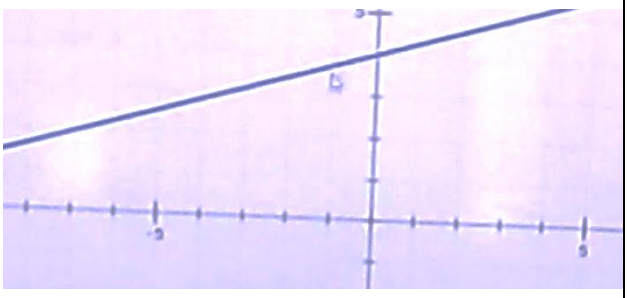
E1: "*Súbalo*"

E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



E2 con el puntero cuenta la cantidad de unidades que hay desde el origen del sistema de coordenadas hasta la intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.

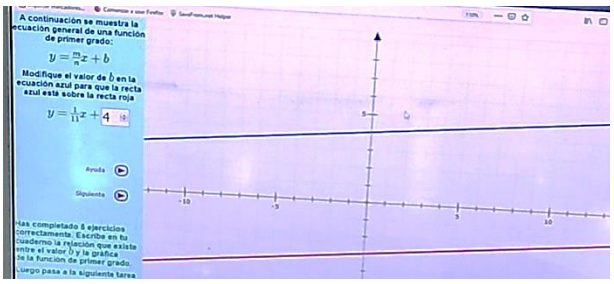




E1: "*¿Si ve? Siempre va en la y… escríbamola… Espere no le dé siguiente*"

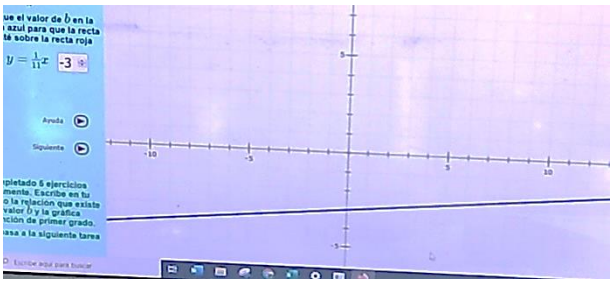
E2 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio. "*yo quiero intentar otro*".

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{1}{11}x + 4$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{1}{11}x - 4$.

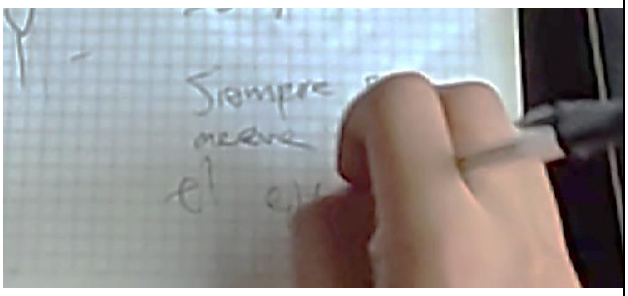


E1: "*Ay sí. Vea que siempre da… en el eje… y*"

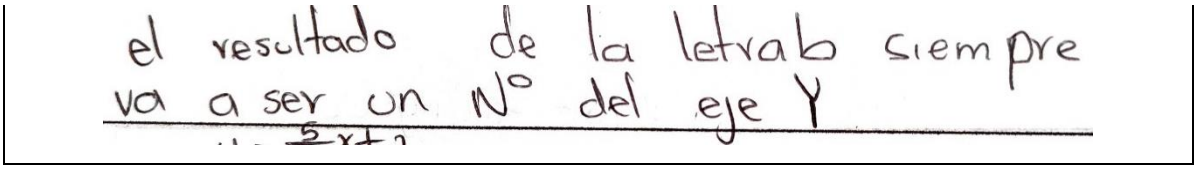
E2: "*Acá es -3*" oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta que las rectas están superpuestas.



E1 escribe en una hoja aparte.



E1 y E2 escriben la misma relación encontrada en una hoja

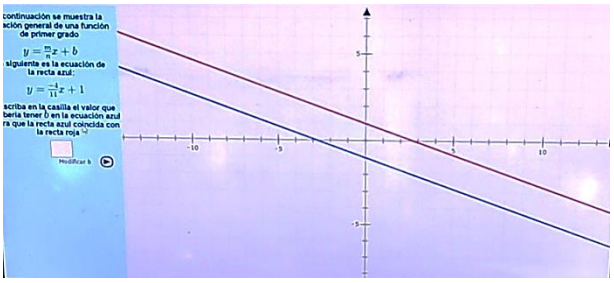


En el desarrollo de la tarea de exploración, los estudiantes completan 5 ejercicios solamente oprimiendo las flechas que aparecen en la casilla. Al notar que no encontraron la relación entre el parámetro *b* y la gráfica de la función de primer grado, el profesor sugiere realizar más ejercicios, pero esta vez sin escribir la ecuación, ni dibujar la gráfica. Al realizar tres ejercicios más, parece ser que descubrieron el movimiento de la recta a lo largo del eje de las ordenadas.

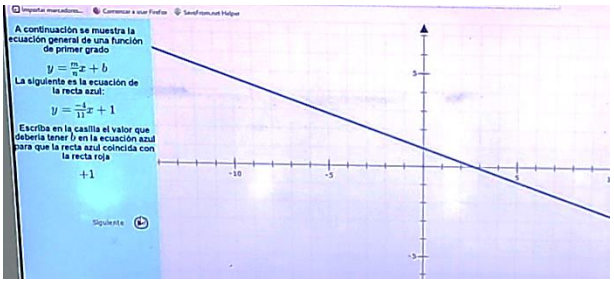
E2 es quien nota primero la relación esperada: cuenta la cantidad de unidades que hay desde el origen del sistema de coordenadas hasta el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas. Este conteo siempre se da después de completar la tarea, es decir, en ese momento aún no predice el valor del parámetro. Es hasta el último ejercicio presentado que predice el valor y tienen la certeza de escribir la estrategia.

Se espera que en la tarea de anticipación se mantenga la estrategia identificada por los estudiantes y la completen de manera satisfactoria.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro b

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{11}x - 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-4}{11}x + 1$. Los estudiantes leen el enunciado de la tarea en voz baja.	Vídeo de referencia: VID_20210519_171318(1:53) 
E1: "*Es 1*" E2: "*Es -1*" E1: "*1*" E2: "*-1*"	

E1 escribe 1 en la casilla y oprime el botón modificar b. Las rectas se sobreponen.



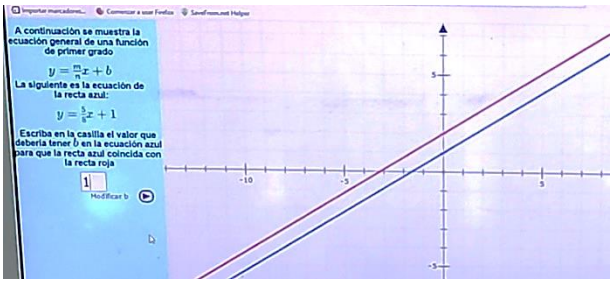
E2: "*Ay sí. Era 1*"

E1: "*¿Sí ve?*"

E2: "*Perdón es que yo pensé que era la de abajo*"

E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio

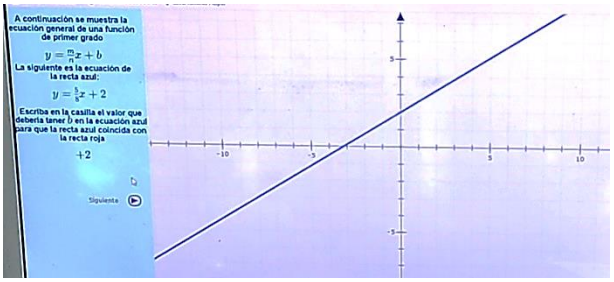
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{11}x - 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-4}{11}x + 1$.



E1: "*2*"

E2: "*2, póngalo*"

E1 escribe en la casilla el número 2, oprime sobre el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.

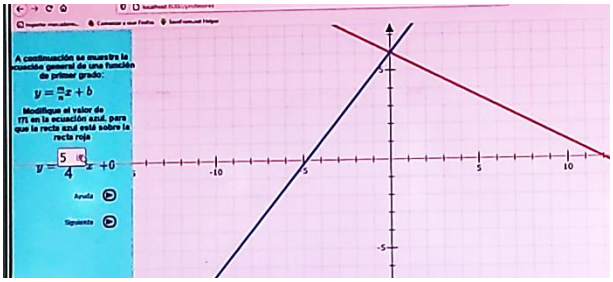
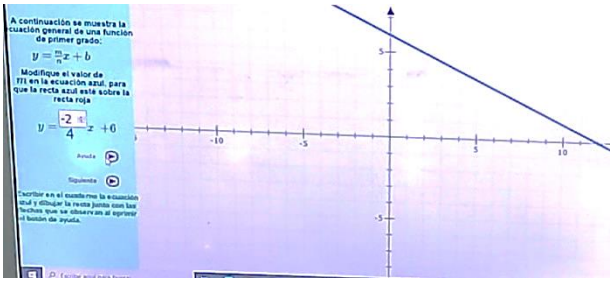
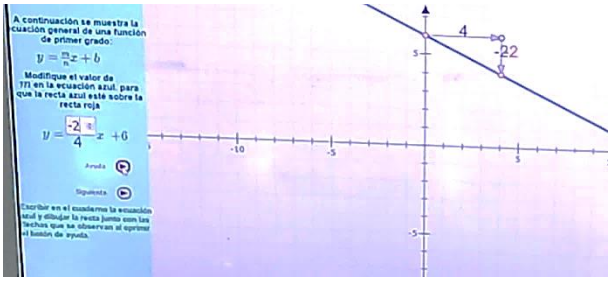


Todos los demás ejercicios de anticipación fueron completados satisfactoriamente.

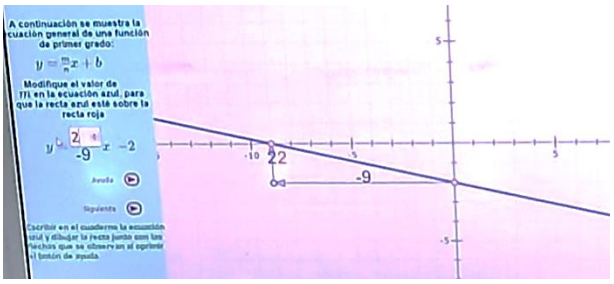
Parece ser que, al iniciar la tarea de anticipación E2 no tiene en cuenta que la representación objetivo es la recta roja, por ello surge la corta discusión entre los dos estudiantes. E1 toma la iniciativa y completa la tarea, haciendo notar a E2 su error. Luego del primer ejercicio todos los demás fueron realizados de manera satisfactoria, lo cual es una evidencia del refuerzo de la estrategia expuesta en la tarea de exploración: cuentan la cantidad de unidades que hay desde el origen del sistema de coordenadas hasta el punto de intersección de la recta roja con el eje de las ordenadas y finalmente ese es el número correspondiente al parámetro b de la ecuación.

Con las evidencias presentadas del momento de exploración y anticipación de la tarea, se puede decir que los estudiantes construyeron la correspondencia esperada en el análisis a priori. Sumado a esto, el refuerzo de la estrategia se considera como un elemento del aprendizaje por adaptación.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro m

<table>
<tr>
<td>La ecuación de la recta azul es $y = \frac{5}{5}x + 6$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{4}x + 6$.</td>
<td>Vídeo de referencia: VID_20210519_172510(1:15)
</td>
</tr>
<tr>
<td>Los estudiantes leen el enunciado de la tarea.
E1: “Oprímale ahí”
E2: “creo que da 4”
E2 oprime las flechas en la casilla hasta que las rectas coinciden.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E1 lee el mensaje que aparece en la pantalla luego pregunta “¿Cuáles flechas hay que dibujar?”
E2: “Hay que darle en ayuda”</td>
</tr>
<tr>
<td>E2 oprime el botón ayuda. Las flechas que representan las diferencias aparecen en la representación gráfica.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">E1 y E2 escriben la ecuación y dibujan la recta con las flechas en la hoja.
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.
Vídeos de referencia: VID_20210519_173037(0:11)
El vídeo inicia después que los estudiantes oprimen las flechas para hacer coincidir las rectas y haber usado la ayuda.</td>
</tr>
</table>

La ecuación de la tabla azul y la recta roja es $y = \frac{2}{-9}x - 2$.



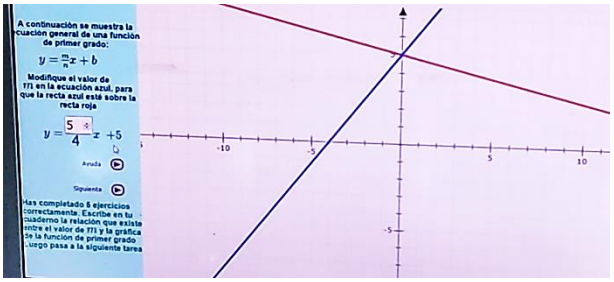
E1 y E2 escriben la ecuación y dibujan la recta junto con las flechas en el cuaderno.

E2 oprime el botón siguiente y pasan a un nuevo ejercicio.

Los cuatro ejercicios posteriores de exploración fueron realizados haciendo uso de las flechas que se encuentran en la casilla.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{5}{4}x + 5$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{4}x + 5$.

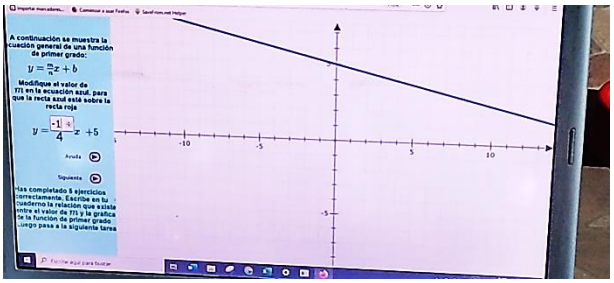
Vídeo de referencia: VID_20210519_173825(6:34)



E1: "*No, yo no sé cómo es ahí*"

E2: "*Yo tampoco*"

E2 oprime las flechas en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.

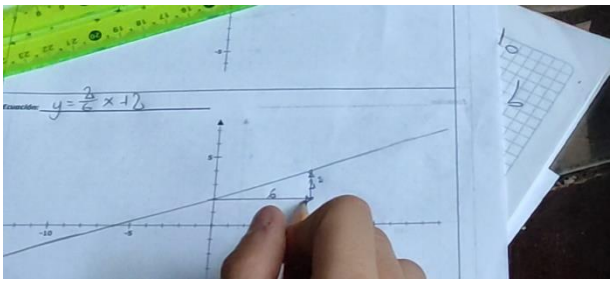


E1: "*Sigo sin entender.*"

E1 y E2 realizan 4 ejercicios más, pero sin hacer uso del botón ayuda.

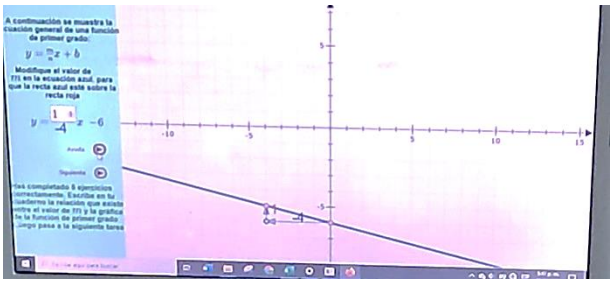
En uno de los ejercicios el profesor pregunta: "*Cuando estaban realizando los dibujos en las hojas, a parte de la línea ¿qué más tenían que dibujar?*"

E1: "*Esto*" Señala las flechas que representan las diferencias.



E1: "*Ahh. Ya. Mariana dele ayuda*"

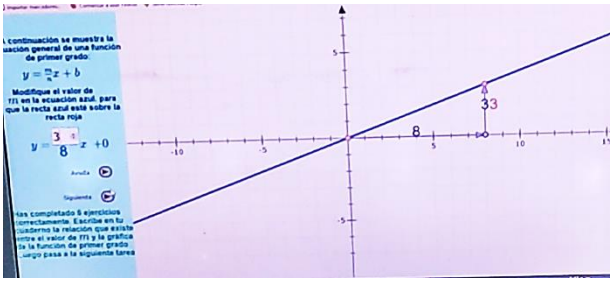
E2 oprime el botón ayuda. Las flechas aparecen en la representación gráfica.



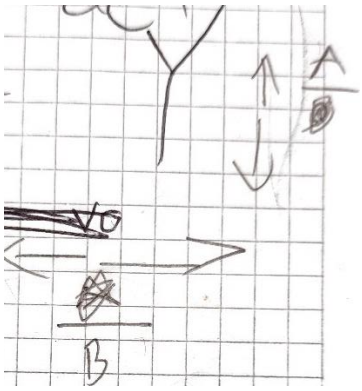
Luego realizan tres ejercicios más, esta vez apoyándose en la ayuda.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{8}x + 0$.

Se pueden ver las flechas en el plano cartesiano.



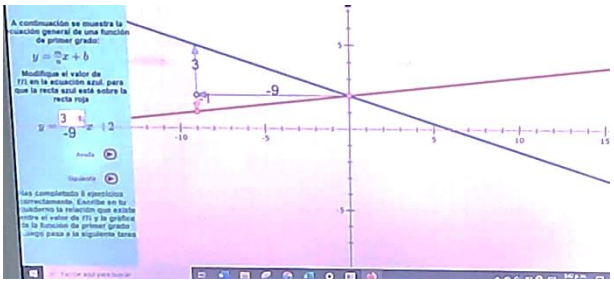
Luego de observar la pantalla un rato E1 escribe en una hoja.



E1: "*Siguiente*"

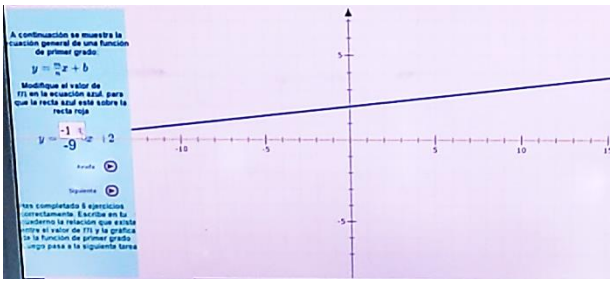
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{-9}x + 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{-9}x + 2$.



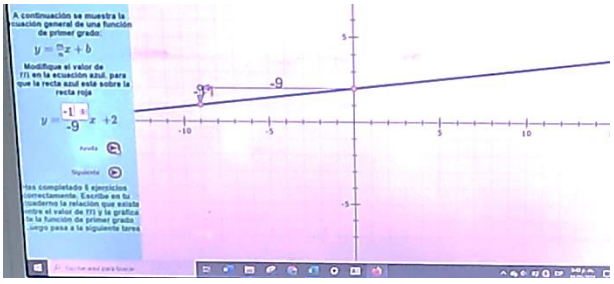
E1: "*-1*"

E2 oprime las flechas hasta que las rectas están sobrepuestas.

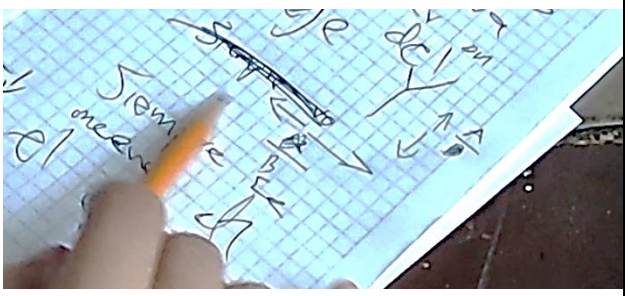


E1: "*Dele ayuda*"

E2 oprime el botón ayuda. En la representación gráfica aparecen las flechas.



E1 observa lo que escribió en la hoja. Hace un movimiento de izquierda a derecha mientras señala $\overleftarrow{\frac{*}{B}}$. "*-9…*"



"*… 1…*" Hace un movimiento de arriba hacia abajo mientras señala $\uparrow\frac{A}{*}$.



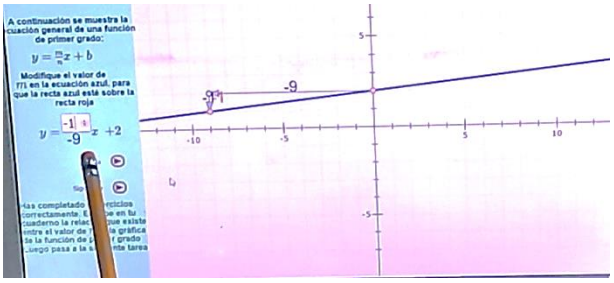
"*…mmm. Ya entendí más o menos*"

E1: "*El número de abajo serían los que debemos sumar hacia la izquierda o a la derecha y el número de arriba…mmmm o sea. La n la tenemos que sumar hacia la derecha o izquierda y la m hacia arriba o hacia abajo dependiendo de donde se encuentre… que le digo yo*"

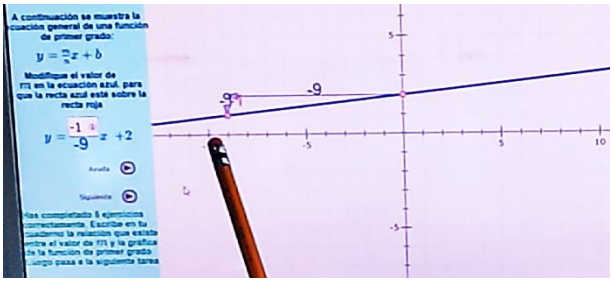
Profesor: "*Sí tuvieras que explicarle a Mariana cómo hacerlo. ¿Cómo lo harías?*"

E1: "*Ay está complicado…*"

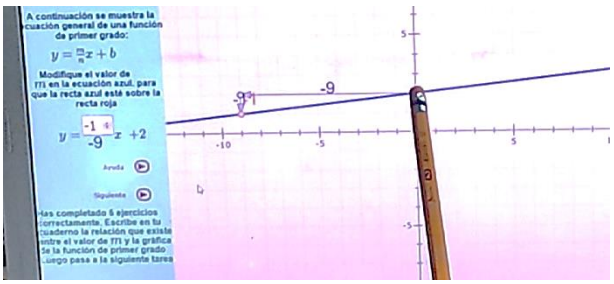
"*…mire, entonces sería. Aquí como son 9…*" Señala el parámetro n en la ecuación azul.



"*…estamos sumando 9 hacia allá*" señala desde el punto $(-9, 0)$ hacia la izquierda.



"*… y como este no está…*" Señala el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.



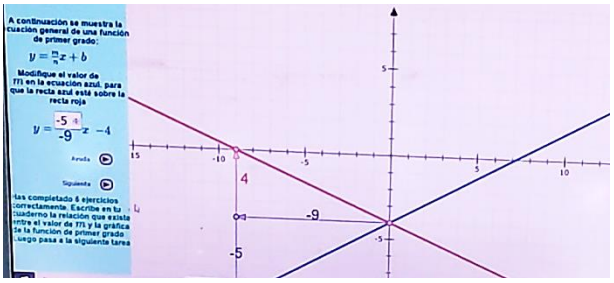
"*…cómo le digo…*"

Profesor: "*Recuerden que acá tienen la posibilidad de hacer la cantidad de ejercicios que consideren*"

E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

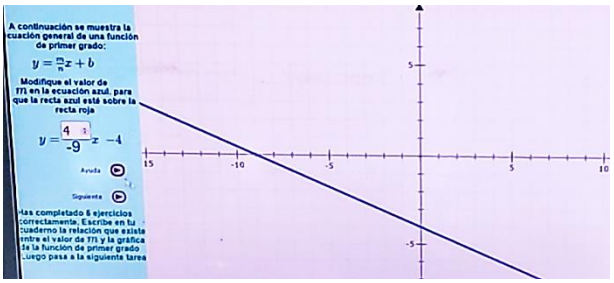
Realizan cinco ejercicios más apoyados en la ayuda.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-5}{-9}x - 4$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{-9}x - 4$. Se pueden ver las flechas en el plano cartesiano.

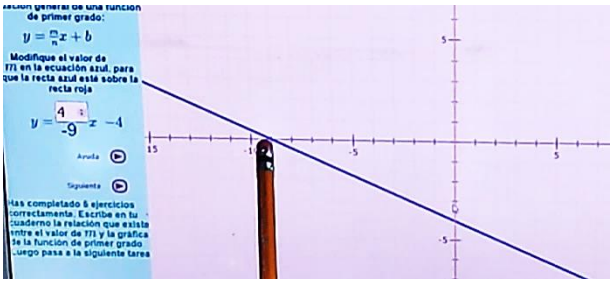


E1: "*4*"

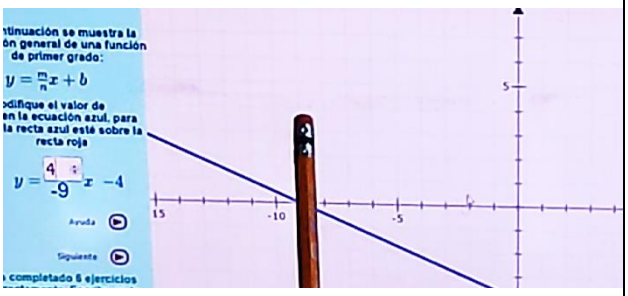
E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



E1: "*-9…*" señala con el lápiz el punto de intersección de la recta azul con el eje de las abscisas.

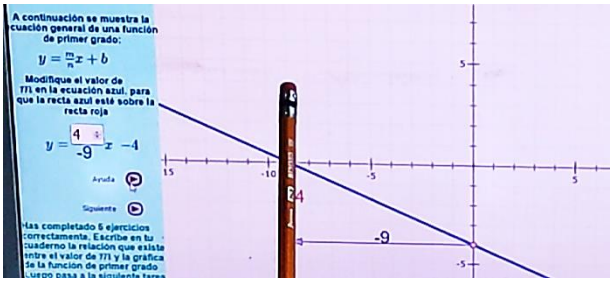


E1 cuenta en voz baja 4 unidades desde el punto $(-9,0)$ hasta el punto $(-9,4)$ y lo señala con el lápiz sobre el plano.

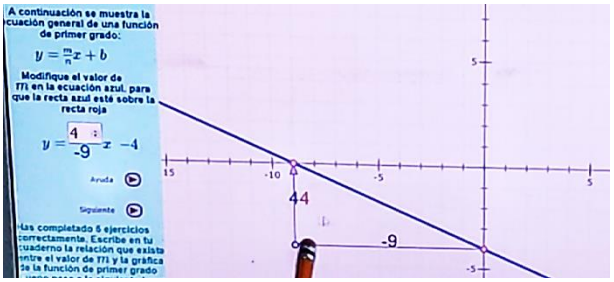


E1: "*Dele ayuda*"

E2 oprime el botón ayuda. Las flechas aparecen en el plano.

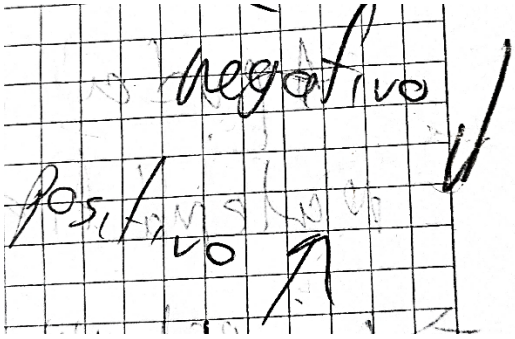


E1 señala con el lápiz el punto $(-9,-4)$.



E1: "*mmmm, ya. Entonces si es menos el número de abajo… sí es menos es hacia abajo… si es negativo es hacia abajo y sí es positivo es hacia arriba*"

E1 escribe en la hoja "*negativo*" acompañado de una flecha hacia abajo y "*positivo*" acompañado de una flecha hacia arriba.

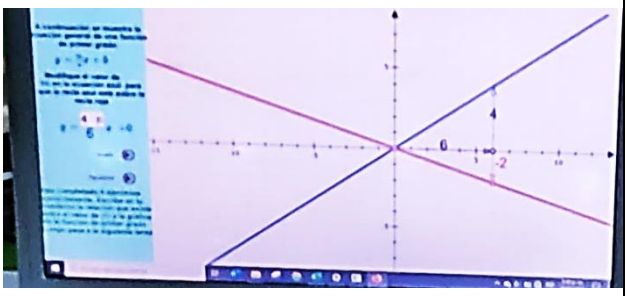


E1: "*Siguiente*"

E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio

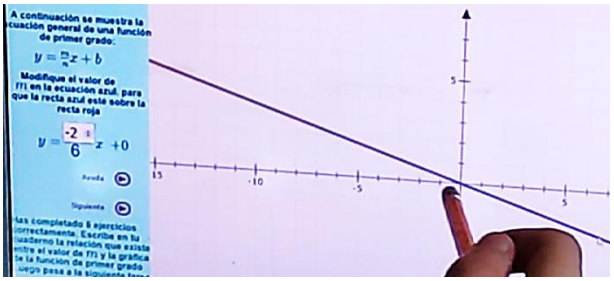
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{4}{6}x + 0$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{6}x + 0$. Se pueden ver las flechas en el plano cartesiano.

Vídeo de referencia: VID_20210519_174634(2:44)

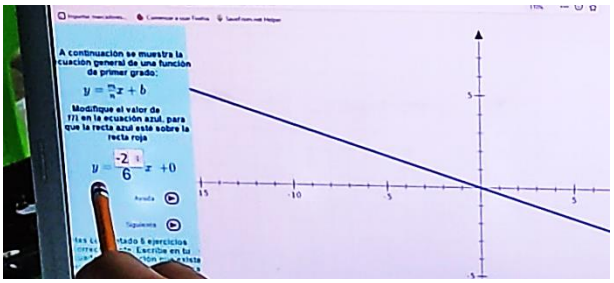


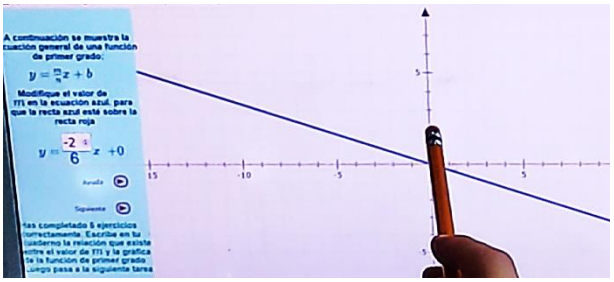
E2 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta que las rectas coinciden.

E1: "*Vamos a ver si podemos hacer este*" Señala con el lápiz el origen del sistema de coordenadas.

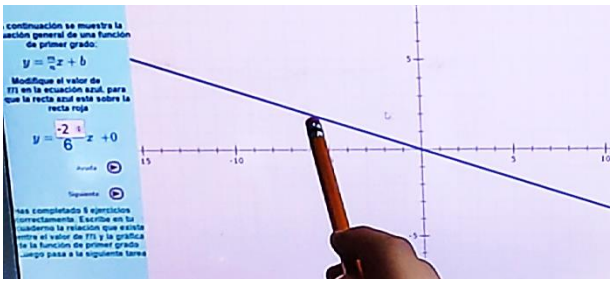


E1: "*Este es del eje y…*" intenta señalar el parámetro m de la ecuación, luego señala el punto (0,2).

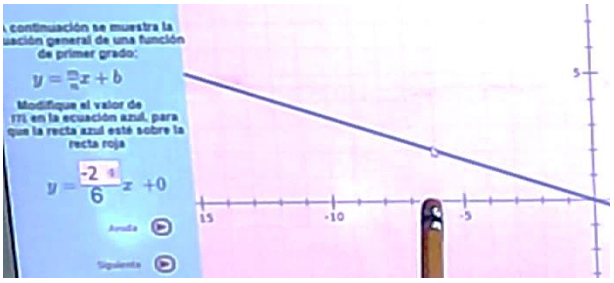




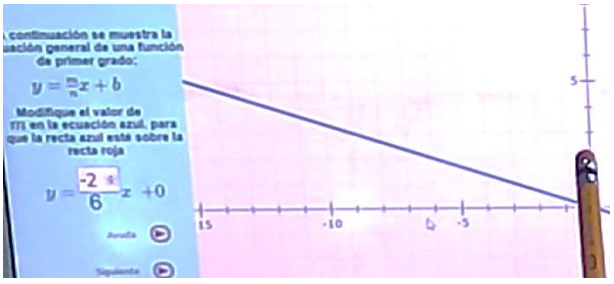
E1 cuenta 6 unidades hacia la izquierda desde el punto $(0,2)$ hasta el punto $(-6,2)$



E1: "*Daría acá…*" Señala con el lápiz el punto $(-6,0)$ y E1 señala con el puntero el punto $(-6,2)$.

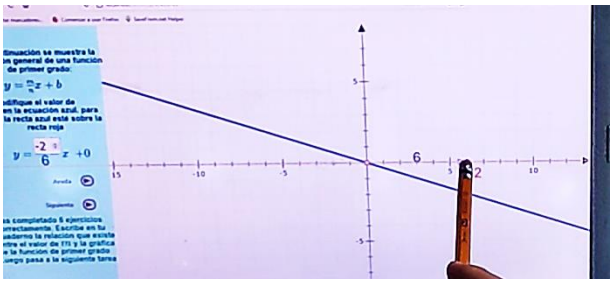


"*…o acá… dele ayuda…*" señala con el lápiz el punto $(0,2)$.



E2 oprime el botón ayuda. Se ven las flechas en el plano cartesiano.

E1 señala con el lápiz el punto $(6,0)$ y afirma "*Dio acá*"

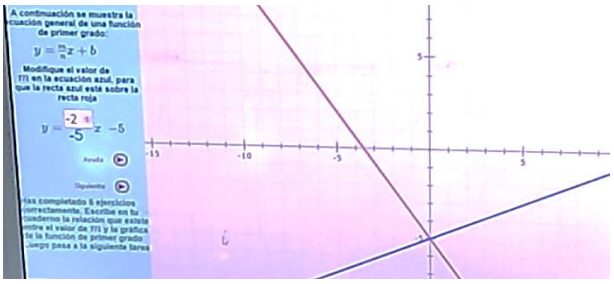


E1: "*Negativo es hacia abajo… se me olvida. Dele siguiente*"

E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

E1: "*Hay que hacer este sí o sí*"

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{4}{6}x + 0$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{6}x + 0$.

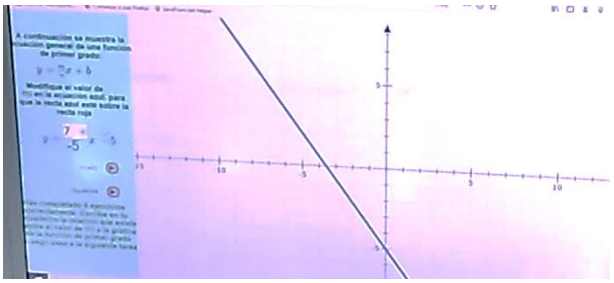


E1: "*Ayuda*"

E2: "*Nooo, sin ayuda, intentémoslo así*"

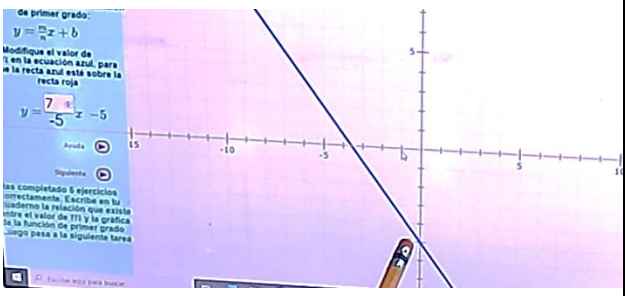
E1: "*ok, pero oprima la flechita*"

E2 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.

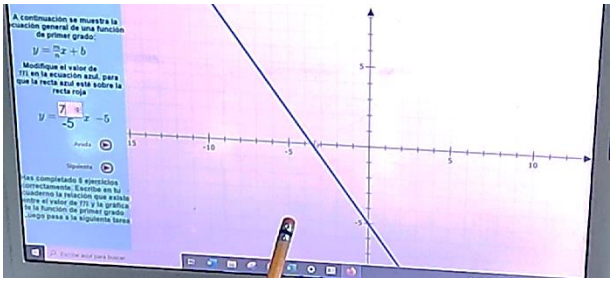


E1: "*7, 5…-5*"

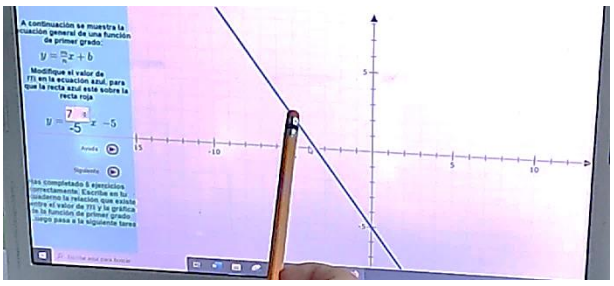
E1 señala con el lápiz el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.



E1 señala con el lápiz el conteo de 5 unidades desde el punto $(0,-5)$ hasta el punto $(-5,-5)$



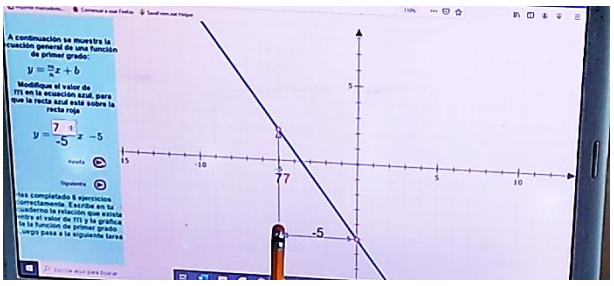
E1: "*7…acá*" mueve el lápiz desde el punto $(-5,-5)$ hasta el punto $(-5,2)$.



E1: "*Dele ayuda*"

E1: "*Sería por acá*" señala el punto $(-5,-5)$

E2 oprime el botón ayuda. Aparecen las flechas en el plano.



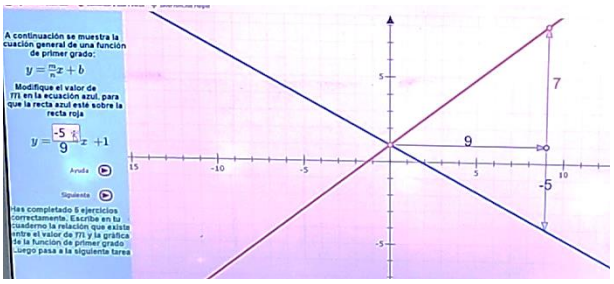
E1: "*Ay sí. Creo que ya entendí*"

E2: "*Sigo sin entender*"

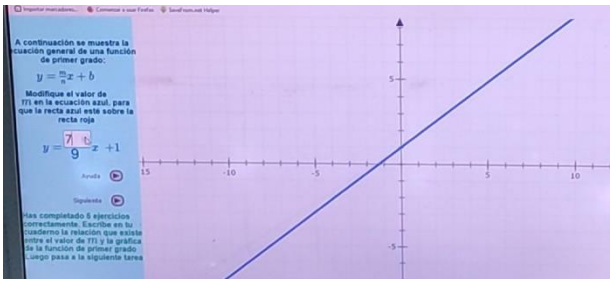
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-5}{9}x + 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{7}{9}x + 1$. Se pueden ver las flechas en el plano cartesiano.

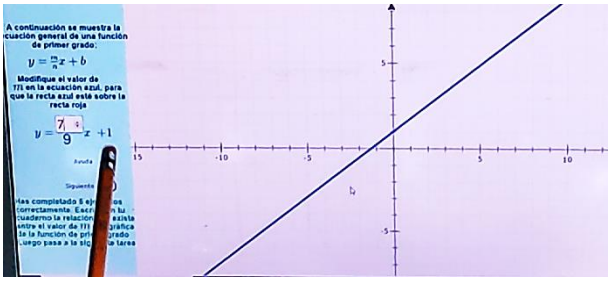
Vídeo de referencia: VID_20210519_175106(4:58)



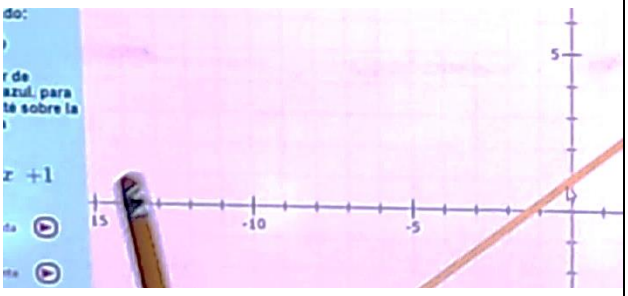
E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta que las rectas están sobrepuestas.



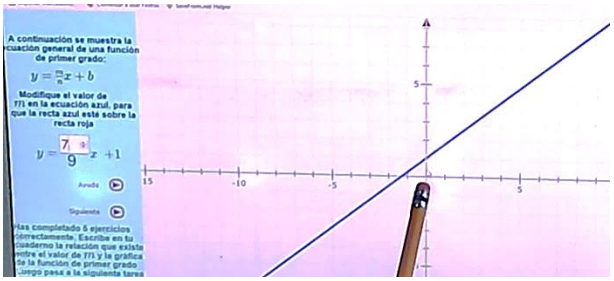
E1: "*Siempre tiene que empezar con el 1…*" Señala con el lápiz el parámetro *b* en la ecuación azul.



E2 señala con el puntero la intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas y dice "*1*"

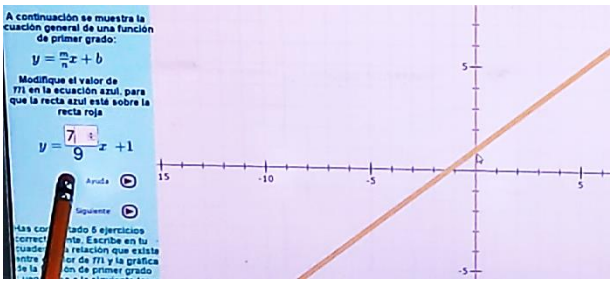


E1: "*…que siempre está hacia acá…*" Señala con el lápiz el eje de las ordenadas con un movimiento de abajo hacia arriba. "*… Sí es menos, es hacia abajo*"



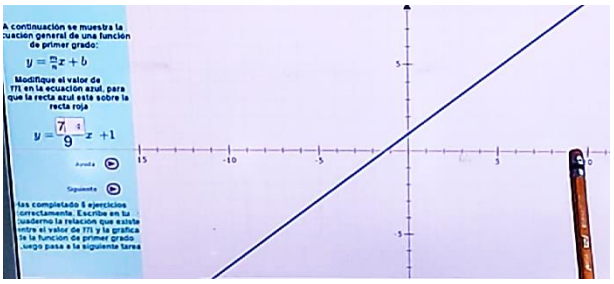
E1: "*...el 9...*" señala con el lápiz el parámetro n en la ecuación azul.

E1 mantiene señalado el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.

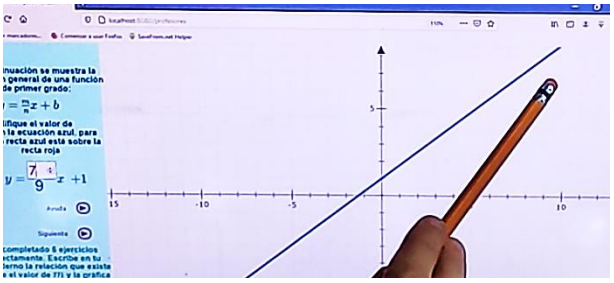


E1: "…*siempre va a ir hacia la derecha o izquierda…*"

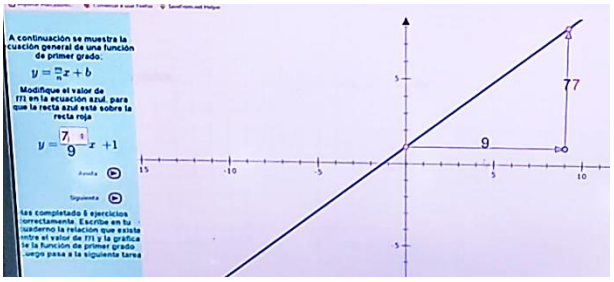
"*...como es positivo entonces serían 9 acá…*" señala con el lápiz el punto (9,0).



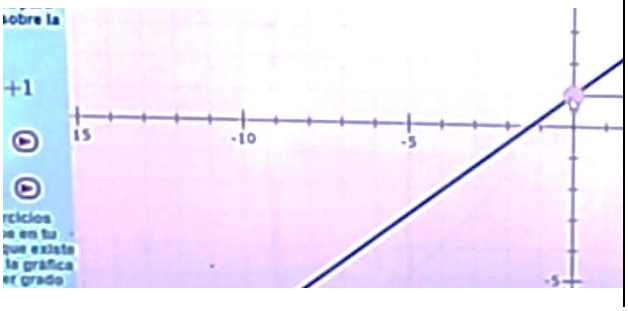
"*...luego 7 hacia arriba*" cuenta 7 unidades hacia arriba desde el punto (9,0). "*... ¿Si daría ahí?*"



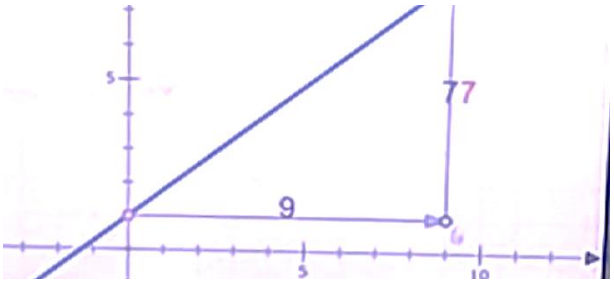
E2 oprime sobre el botón ayuda. En el plano aparecen las flechas.



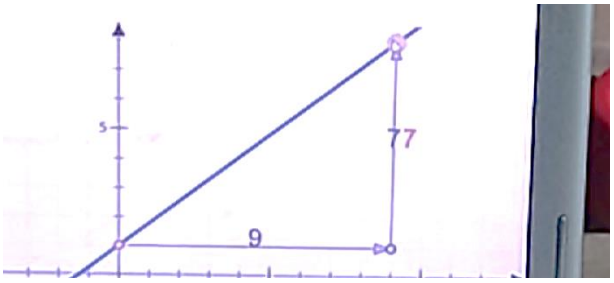
E2: "*I…*" Señala con el puntero el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.



"... *el 9*..." señala con el puntero el punto (9,1).

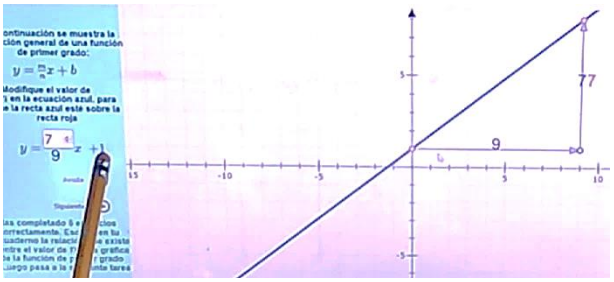


"... *y 7*" Señala con el puntero el punto (9,8).

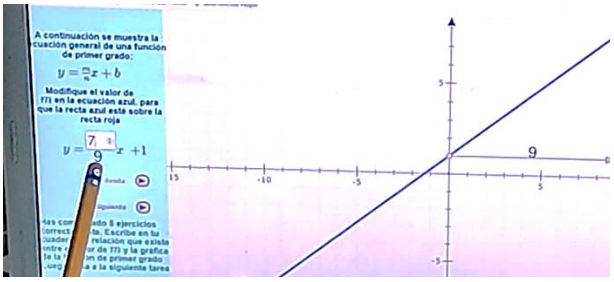


E1: "*Ah, yo la embarré, no se cuenta desde el 0*..."

"... *se cuenta desde el 1 en y*" Señala el parámetro *b* de la ecuación azul.

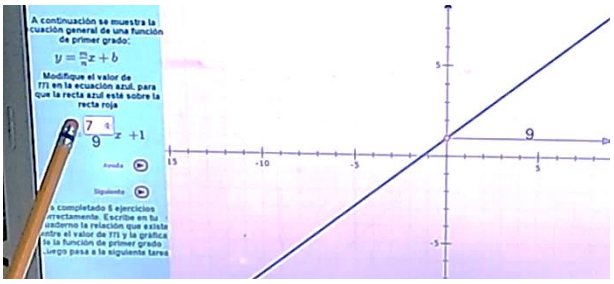


"... *el 9*..." Señala el parámetro *n* de la ecuación azul.

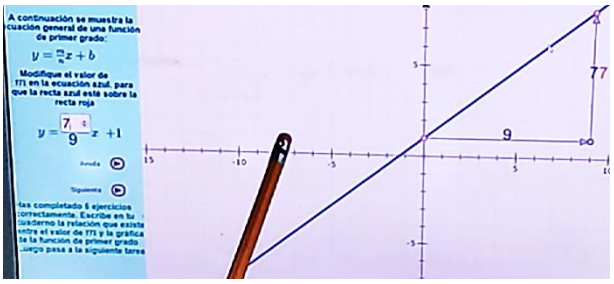


"...*siempre lo tiene que contar hacia la derecha o izquierda*..." mueve el lápiz sobre el plano de derecha a izquierda.

"...*si es menos el de arriba*..." Señala el parámetro *m* de la ecuación.

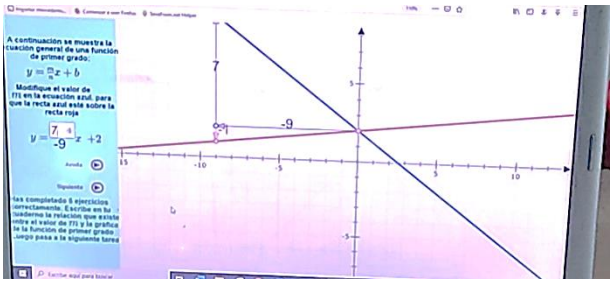


"…*comienza a contar desde acá…*" Señala el punto $(-7,1)$, luego mueve el lápiz hacia abajo. "…*hacia abajo, más o menos así.*"



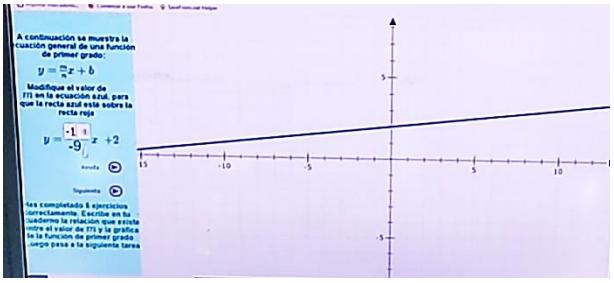
E2: "*Creo que ya estoy entendiendo*" Oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{7}{-9}x + 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{-9}x + 2$. Se pueden ver las flechas en el plano cartesiano.



E1: "*Dele -1 acá*" Señala la casilla correspondiente al parámetro m.

E2 oprime la flecha hacia abajo hasta que las rectas están sobrepuestas.



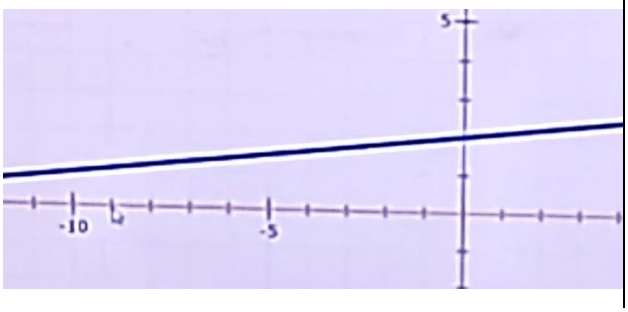
E2: "*Entonces 2*" señala con el puntero el punto de intersección de la recta azul con el eje de las ordenadas.

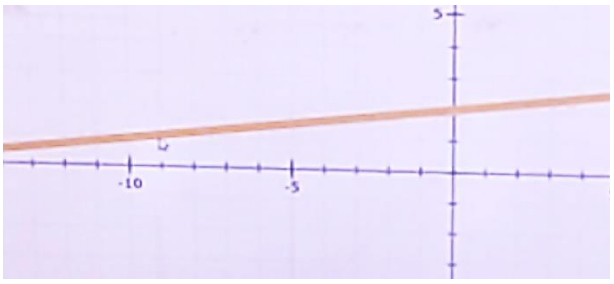
Vídeo de referencia: VID_20210519_175106(0:48)



E1: "*El 9 ¿hacia dónde contaría si fuera negativo?*"

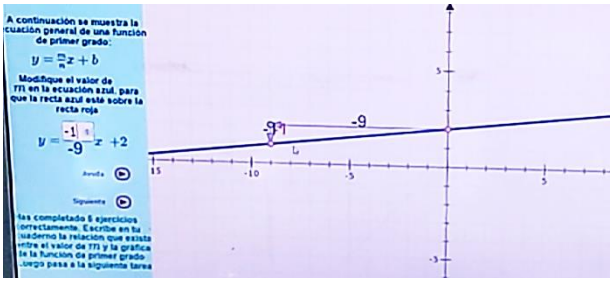
E2: "*Hacia allá*" Señala con el puntero el punto $(-9,0)$, luego señala el punto $(-9,1)$





E1: "*Dele ayuda a ver si sí le da el punto*"

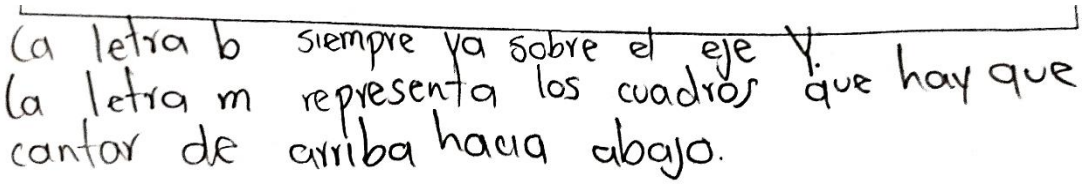
E2 oprime el botón ayuda. Aparecen en el plano las flechas.



E1: "*Bien, Colocamos bien el punto*"

El profesor les solicita a los estudiantes escribir la relación que encontraron entre el parámetro m de la ecuación y la gráfica de la función de primer grado.

Los estudiantes escriben lo siguiente:


La letra b siempre va sobre el eje Y.
La letra m representa los cuadros que hay que contar de arriba hacia abajo.

Los estudiantes completan la tarea de exploración usando las flechas en la casilla. Al darse cuenta del mensaje que les pide escribir la relación entre el parámetro m y la gráfica de la función de primer grado, afirman no saber cómo solucionar la tarea sin usar las flechas, por ello el profesor sugiere que pueden quedarse un poco más en la tarea de exploración. Al realizar algunos ejercicios más, buscan una estrategia que les permita solucionar la tarea sin hacer uso del botón ayuda y manifiestan "*sigo sin entender*".

Dado que en tareas anteriores la revisión del registro escrito les había sido de utilidad, el profesor les pregunta "*Cuando estaban realizando los dibujos en las hojas, a parte de la línea ¿qué más tenían que dibujar?*". Con este cuestionamiento, los estudiantes recuerdan que pueden utilizar el botón ayuda. Al realizar tres ejercicios más, empiezan a surgir algunos elementos interesantes manifestados por E1. En los registros escritos de E1 aparecen las siguientes representaciones $\overleftrightarrow{\frac{*}{B}}$ y $\updownarrow\frac{A}{*}$:



La primera representación se interpreta como una aproximación de E1 por darle un sentido al parámetro n como un movimiento hacia la izquierda o derecha y la segunda representación corresponde al parámetro m como un movimiento de arriba o abajo. Parece ser que la letra A usada por E1 corresponde al parámetro m, mientras que la letra B correspondería al parámetro n.

E1 define su aproximación como "*El número de abajo serían los que debemos sumar hacia la izquierda o a la derecha y el número de arriba…mmmm o sea. La n la tenemos que sumar hacia la derecha o izquierda y la m hacia arriba o hacia abajo dependiendo de donde se encuentre…*". Esta definición es de utilidad para deducir el parámetro m, conociendo el parámetro n y la gráfica de la función de primer grado.

Después de tener una estrategia que les podría ser de utilidad, la ponen a prueba realizando algunos ejercicios: Primero hacen coincidir las rectas, tratan de relacionar el parámetro n como una posible ubicación en el plano hacia la derecha o izquierda del punto $(0, b)$ y finalmente cuentan la cantidad de unidades hacia arriba o hacia abajo hasta encontrarse con la recta, la cual correspondería al parámetro m. Si el conteo es hacia arriba el signo de la casilla es positivo, si es hacia abajo el signo es negativo.

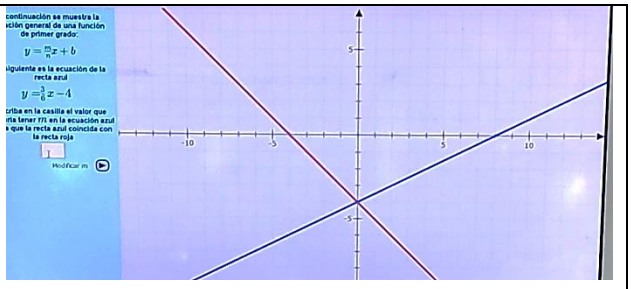
Antes de iniciar la tarea de anticipación, los estudiantes intentan anticipar las posiciones de los puntos y las flechas que aparecen en el plano cartesiano al oprimir el botón ayuda. Esto se considera un signo visible del aprendizaje por adaptación, dado que aplican la estrategia de manera recurrente. Finalmente, al describir de manera escrita la relación entre el parámetro m y la gráfica de la función de primer grado se pudo confirmar la estrategia usada por los estudiantes.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro m

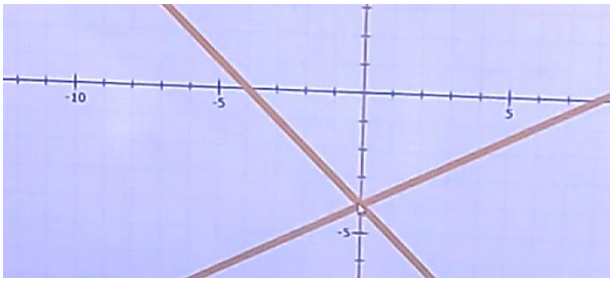
La tarea de anticipación fue desarrollada por los estudiantes un día después de la tarea de exploración, por lo que el primer ejercicio no fue desarrollado de manera acertada.

La ecuación de la recta azul es	Vídeo de referencia: VID_20190520_164327(9:38)

$y = \frac{3}{6}x - 4$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-6}{6}x - 4$.

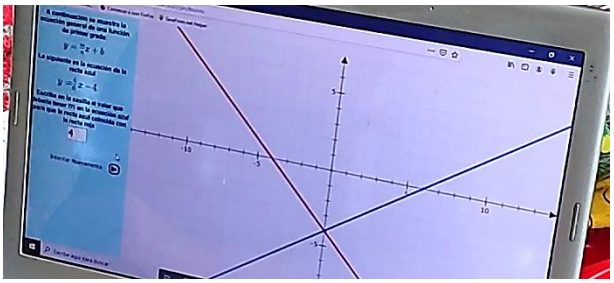


E2 señala con el puntero el punto de intersección de las rectas.



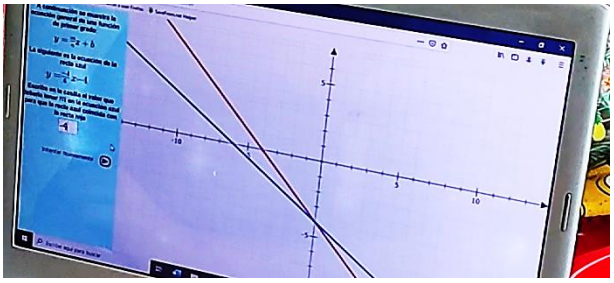
E1: "*4*"

E2 escribe 4 en la casilla, luego oprime el botón modificar m. Las rectas no coinciden.



E1: "*No… ¿será al contrario entonces?... -4*"

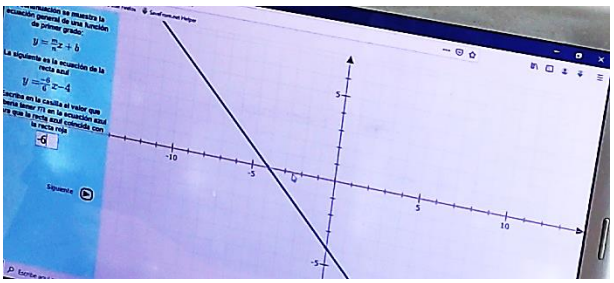
E2 escribe en la casilla -4, oprime sobre el botón modificar m. Las rectas no coinciden.



E1: "*-6… intentar nuevamente*"

E2: "*¿Seguro?*"

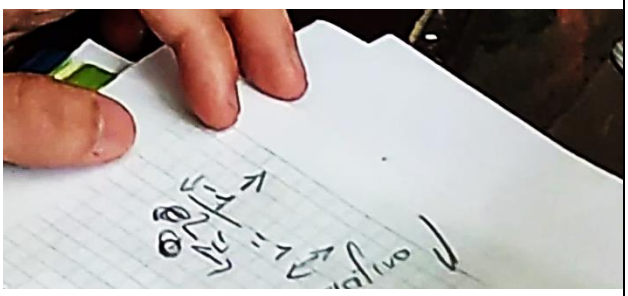
E2 oprime el botón intentar nuevamente, escribe -6 en la casilla, oprime el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.



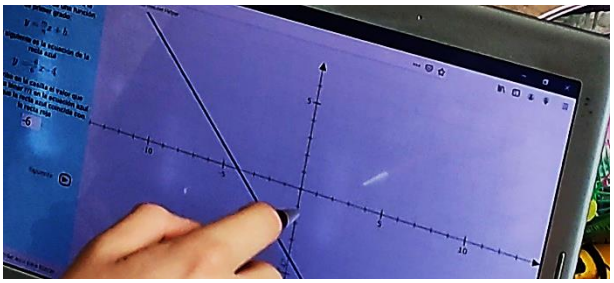
E1: "*Espere pillo por qué -6*"

E1 y E2 revisan las hojas utilizadas en las tareas de exploración.

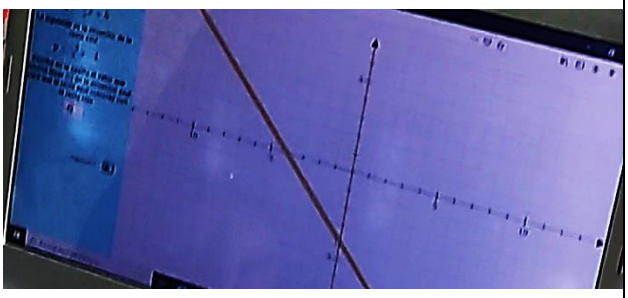
E1: "*Aquí sería la y, que sería 4…*" Señala en sobre un registro escrito.



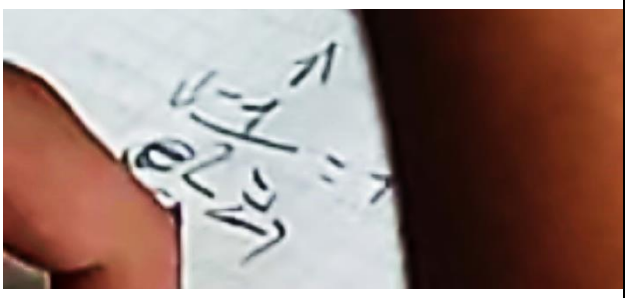
"*… que sería hacia abajo…*" señala sobre el eje de las ordenadas.



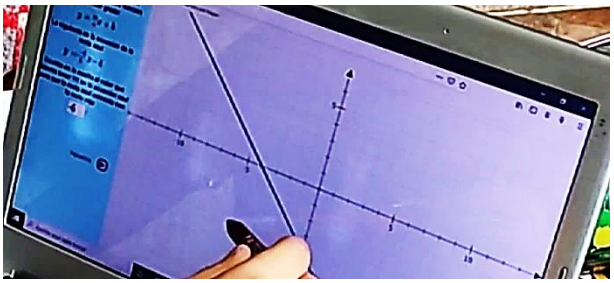
E2 señala con el puntero el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.



E1: "*Este sería de izquierda a derecha*" señala con el lápiz el número 2 en el registro escrito.



E1 cuenta con el esfero 6 unidades desde el punto $(0,-4)$ hacia la izquierda, hasta el punto $(-6,-4)$.

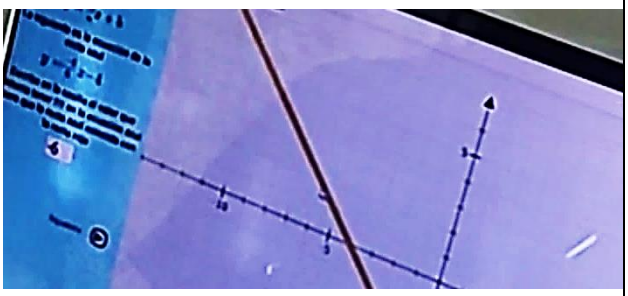


E1 cuenta 6 unidades hacia arriba desde el punto $(-6,-4)$, hasta llegar a la recta azul.



E1: "*Más o menos voy acordándome. Dele siguiente*"

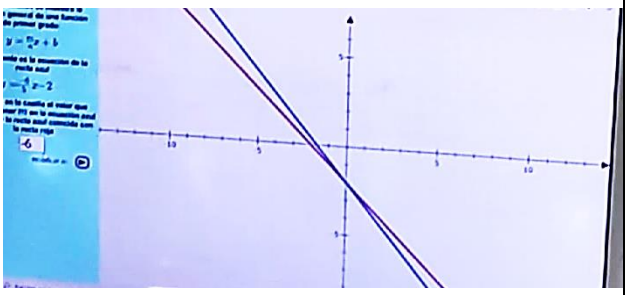
E2 aparentemente cuenta con el puntero hasta señalar el punto $(-6,2)$ sobre la recta azul. "*Creo que estoy entendiendo*".



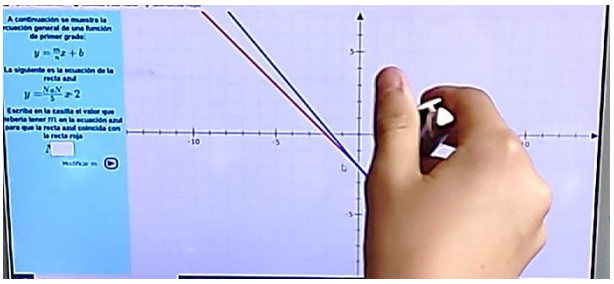
E1: "*Sí, pero dele siguiente*"

E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

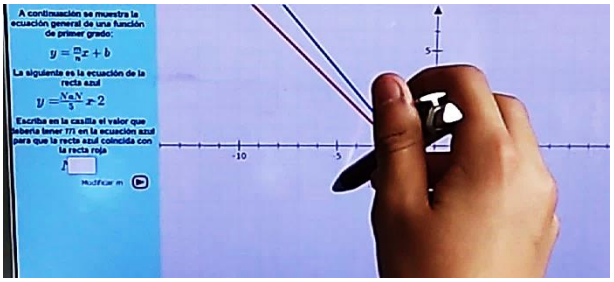
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-6}{5}x - 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-5}{5}x - 2$.



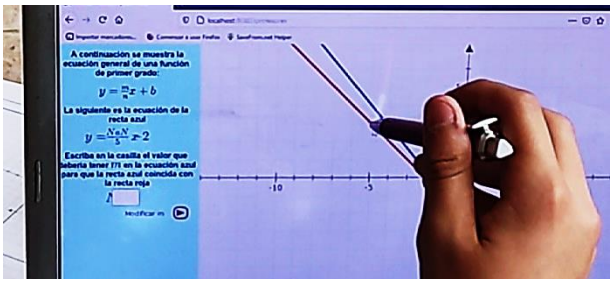
E1: "*Aquí es -2*" Señala con el esfero el punto $(0,-2)$.



E1: "*El 5…*" Cuenta 5 unidades desde el punto $(0,-2)$ hasta el punto $(-5,-2)$.



E1 mueve el esfero hacia arriba del punto $(-5,-2)$, hasta llegar a la recta roja. E2 sigue el movimiento del esfero con el puntero.



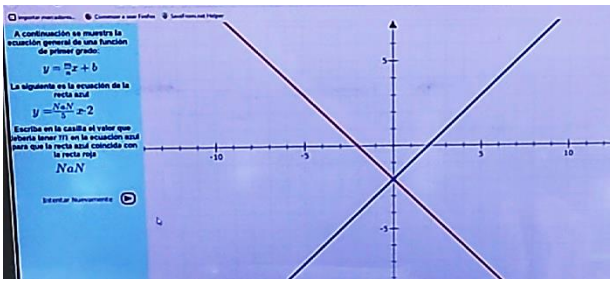
E1: "5"

E2: "*y ¿si es -5?*"

E1 escribe 5 en la casilla.

E2: "*Yo creo que es -5*"

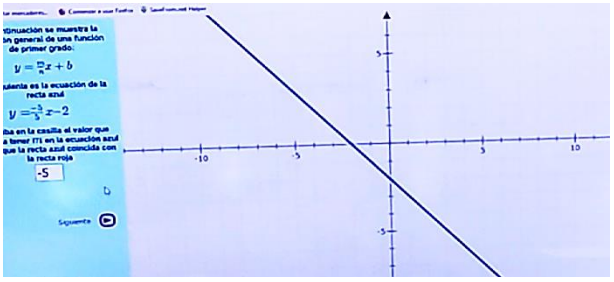
E2 oprime sobre el botón modificar m. Las rectas no se sobreponen.



E2: "*¿Si ve? Yo le dije que era -5*" oprime sobre el botón intentar nuevamente.

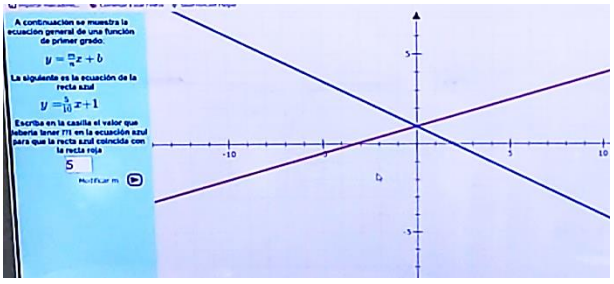
E1 escribe -5 en la casilla.

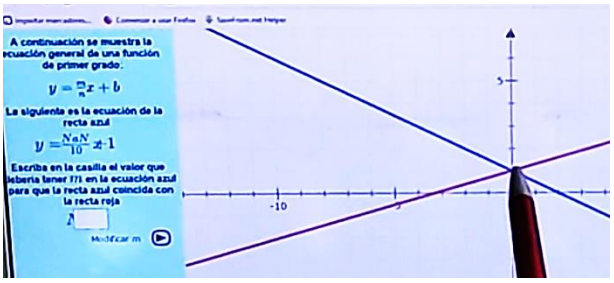
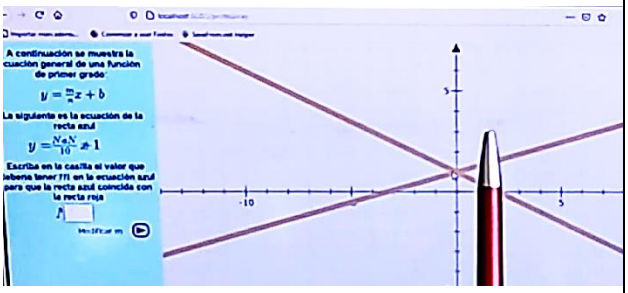
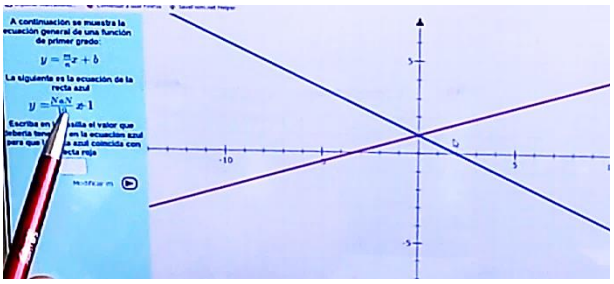
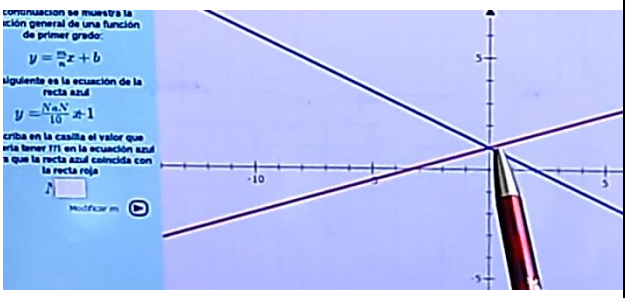
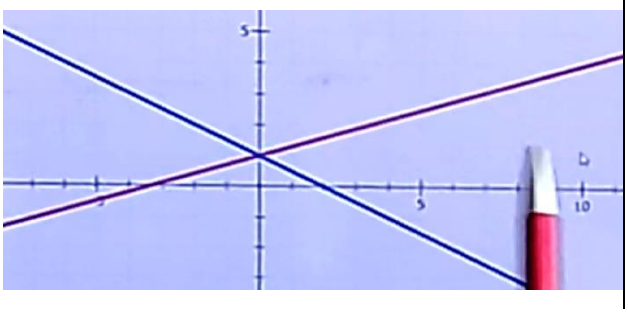
E2 oprime sobre el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.



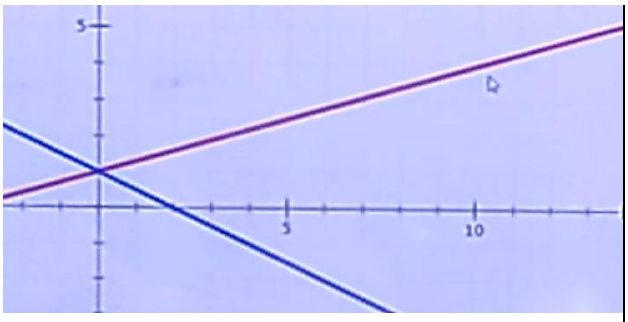
E2 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{5}{10}x + 1$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{3}{10}x + 1$.



E1: "*Aquí va el 1*" Señala el punto de intersección de las rectas.	
E2 mantiene señalado con el puntero el punto de intersección de las rectas. E1: "*...el 10...*"	
Profesor: "*¿Dónde miras el valor de 10*?" E1: "*Acá*" Señala con el esfero el parámetro *n* de la ecuación azul.	
Profesor: "*y luego ¿qué haces?*" E2: "*Miro si a la derecha o a la izquierda, acá sería…entonces sería 1 acá*" Señala la intersección de las rectas.	
E2 ubica el puntero sobre el punto (10,1). E2 cuenta 10 unidades hacia la derecha desde el punto (0,1).	

E1 ubica el puntero en el punto (10,4) que está sobre la recta roja.

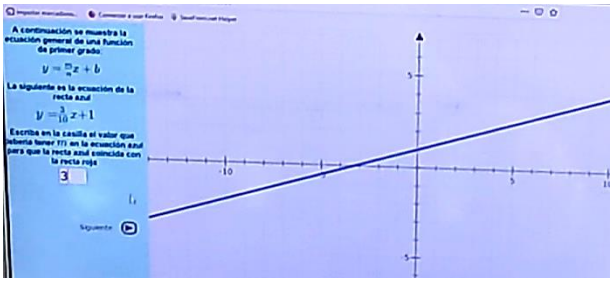


E2: "*da 3*"

E1: "*¿3 o -3?*"

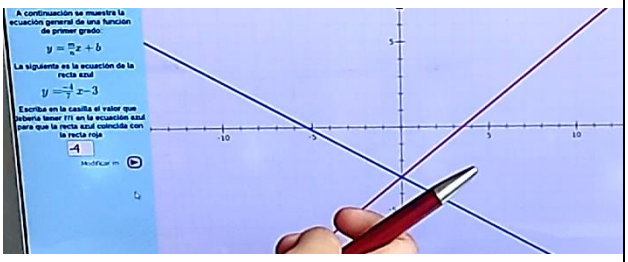
E2: "*3*"

E1 escribe 3 en la casilla, oprime el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.

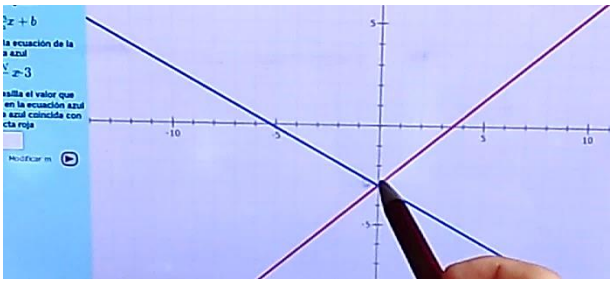


E2: "*Sí ve que eran 3*" Oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

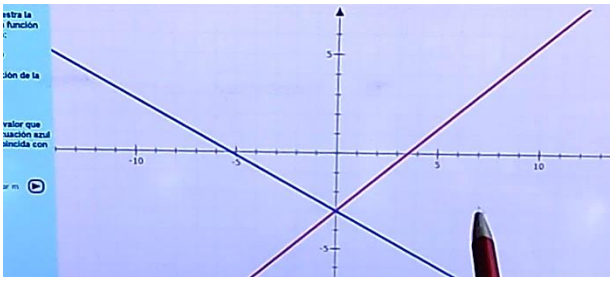
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{7}x - 3$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{6}{7}x - 3$.



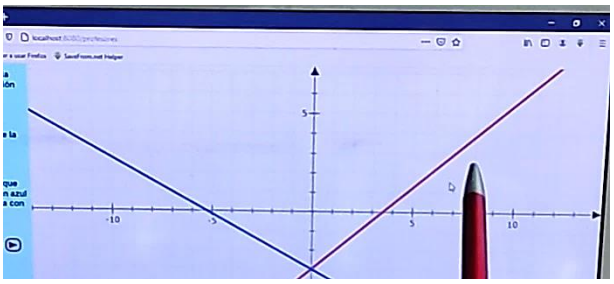
E1: "*Acá -3…*" señala con el esfero el punto de intersección de las rectas.



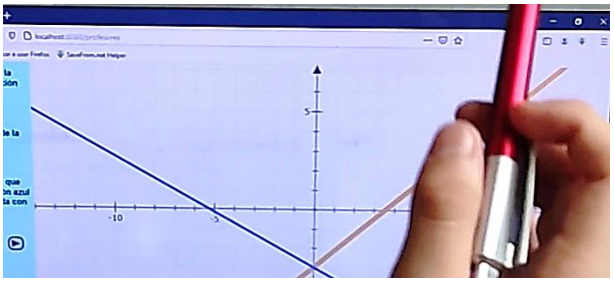
E1: "*…7…*" Cuenta 7 unidades hacia la derecha del punto $(0,-3)$ hasta llegar al punto hasta llegar al punto $(7,-3)$.



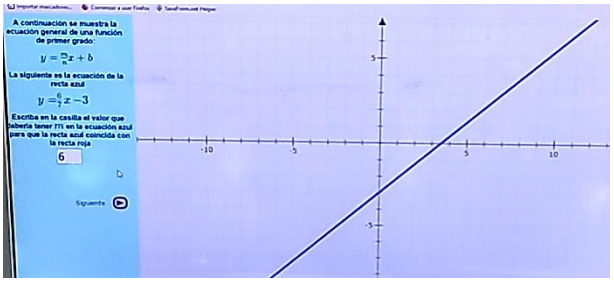
E1 cuenta la cantidad de unidades que hay desde el punto $(7, -3)$ hasta llegar a la recta roja. Dice "*6*" al finalizar el conteo.



E2 sigue el conteo con el puntero hasta llegar a la ubicación (7,3) que está sobre la recta roja. "*Sí, es 6*"

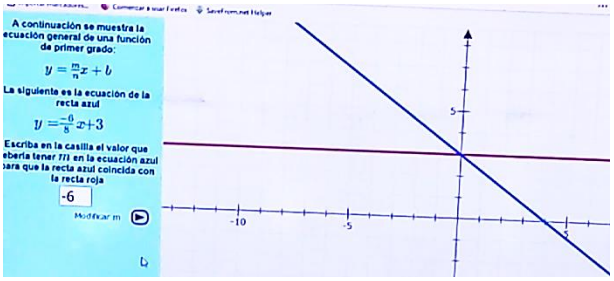


E1 escribe 6 en la casilla, oprime el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.



E2: "*Sí, era el 6*" Oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

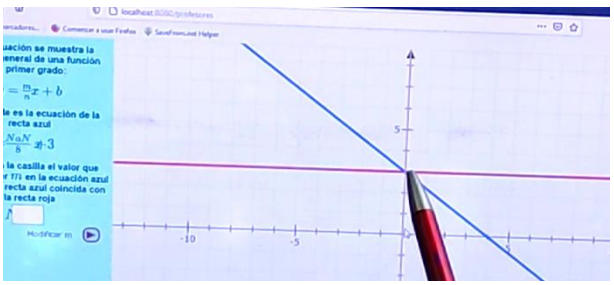
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-4}{7}x - 3$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{6}{7}x - 3$.



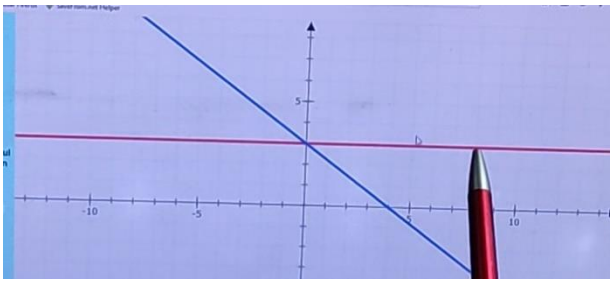
E1: "*y en este qué*"

E2: "*Yo creo que es…*"

E1: "*Acá 3…*" Señala con el esfero el punto e intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.



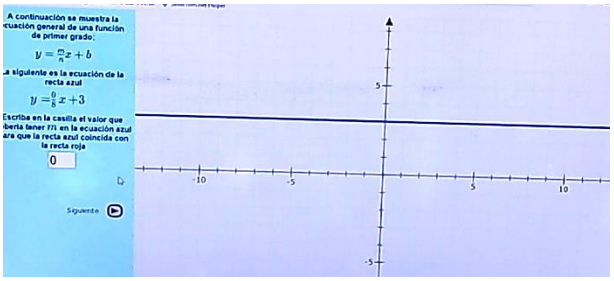
"*...ahora 8...*" Cuenta 8 unidades hacia la derecha del punto (0,3) hasta el punto (8,3).



"*...Sería 8 también ¿cierto?*"

E2: "*Yo creo que es 0...*"

E2 escribe 0 en la casilla, oprime el botón modificar m. Las rectas se sobreponen.



Profesor: "*Por qué sabías que era 0*"

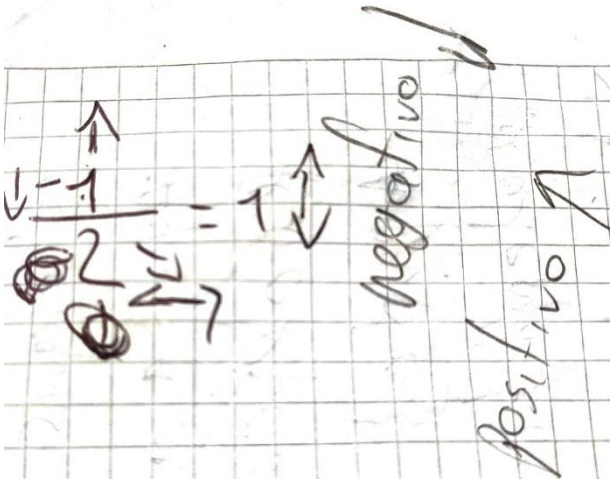
E2: "*porque la línea estaba recta*" Con las manos hace un movimiento de izquierda a derecha.

E1: "*Creo que porque no tocaba subir ni bajar como en los pasados*"

Los ejercicios posteriores de anticipación fueron completados de manera correcta.

Cuando inician la tarea de anticipación los estudiantes no recuerdan cómo se soluciona la tarea. Intentan con algunos valores de manera aleatoria hasta que logran hacer que coincidan las rectas, revisan los apuntes realizados en la tarea de exploración y a partir de allí empiezan a recordar la estrategia de solución: ubicar sobre el eje de las ordenadas el valor del parámetro b, luego contar hacia la derecha o izquierda la cantidad de unidades indicadas por el parámetro n y finalmente contar las unidades hacia arriba (positivo) o hacia abajo (negativo) hasta llegar a la recta roja.

En la tarea de exploración E1 usa representaciones como $\frac{\overleftarrow{*}\overrightarrow{*}}{B}$ y $\uparrow\frac{A}{*}\downarrow$. En la tarea de anticipación acude a una representación similar:

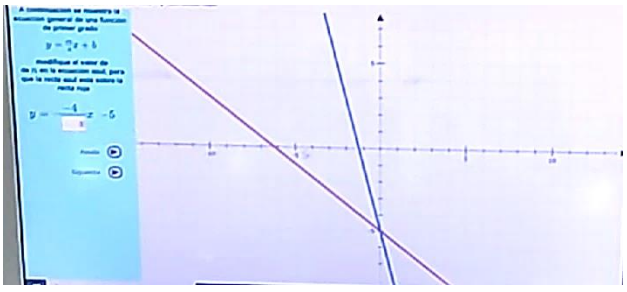


La representación evocada por el estudiante parece ser una forma de relacionar los parámetros m y n de la ecuación con la representación gráfica. En la imagen, -1 puede compararse con el parámetro m, mientras que el 2 con el parámetro n. Las flechas que aparecen junto a -1 aparentemente representan un movimiento hacia arriba y hacia abajo. Las flechas junto al 2 parece ser la forma de representar el movimiento de izquierda a derecha.

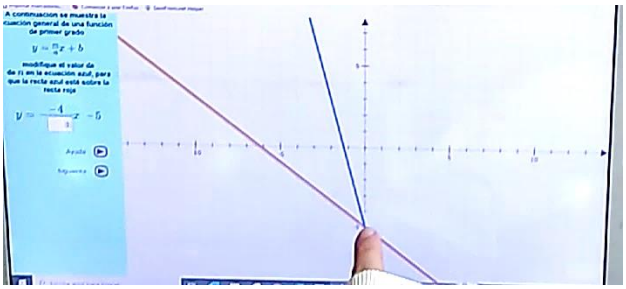
Al realizar la revisión de los registros escritos los estudiantes recordaron algunas características descubiertas en la tarea de exploración y les fue de utilidad para completar la tarea de anticipación. Las representaciones usadas por los estudiantes no se habían previsto en el análisis a priori, aun así, los gestos y afirmaciones manifestadas son evidencia de la construcción de la concepción esperada.

La estrategia expresada y completar la tarea de anticipación haciendo uso de ella se consideran signos visibles del aprendizaje por adaptación.

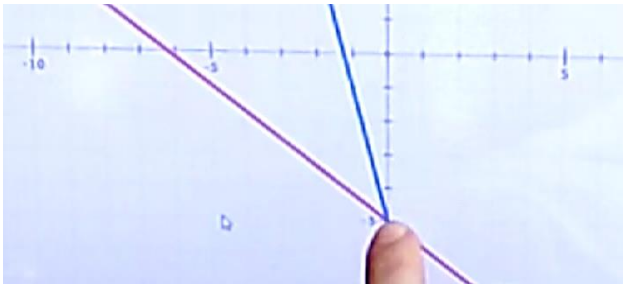
Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de exploración – parámetro n

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{4}{1}x - 5$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{5}x - 5$.	Vídeo de referencia: VID_20210520_165656(1:01) 

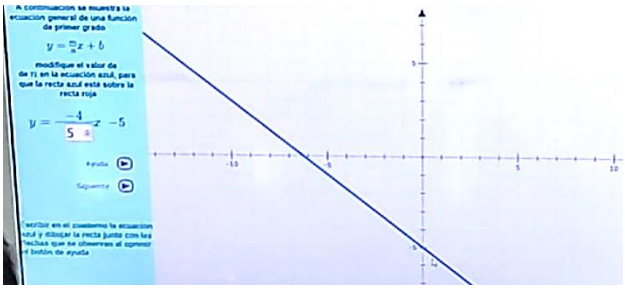
E2: "*Vea el -5 aquí*" Señala la intersección de las rectas.



E1 con el puntero cuenta en voz baja 4 unidades hacia la izquierda del punto $(0, -5)$ hasta el punto $(-4, -5)$.

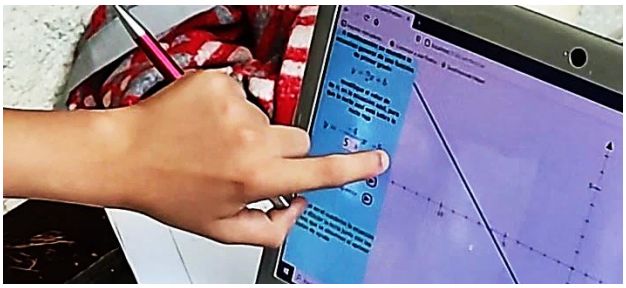


E1 oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta llegar a 5. Las rectas se sobreponen.



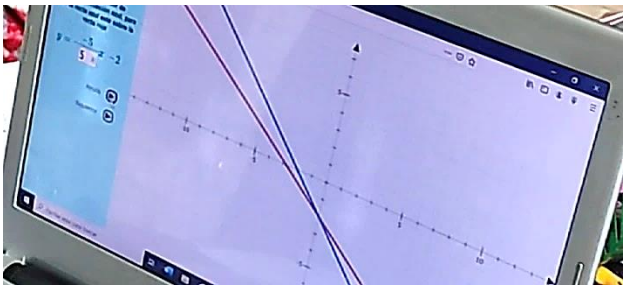
E1: "*pere, ¿por qué 5?*"

E1: "*Ahora tenemos que fijarnos en estos dos números*" Señala con el dedo el parámetro *m* y luego el parámetro *b* de la ecuación azul.

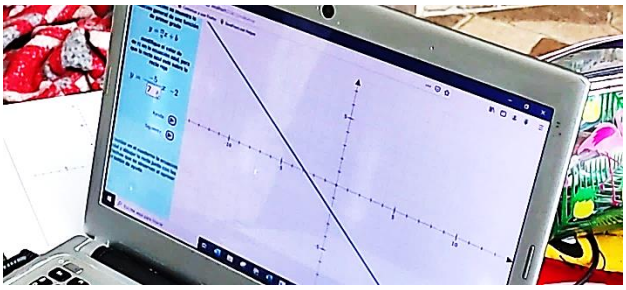


E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-5}{5}x - 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-5}{7}x - 2$.

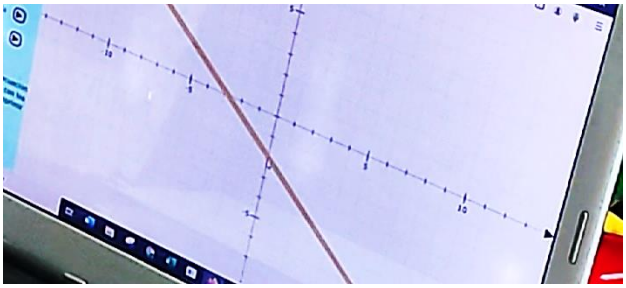


E1 oprime la flecha hacia arriba hasta que las rectas coinciden.

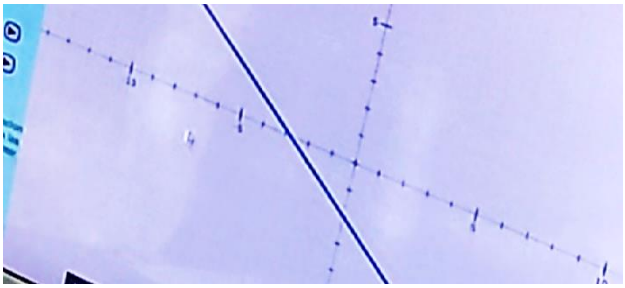


E1: "*¿7? ¿por qué 7?*"

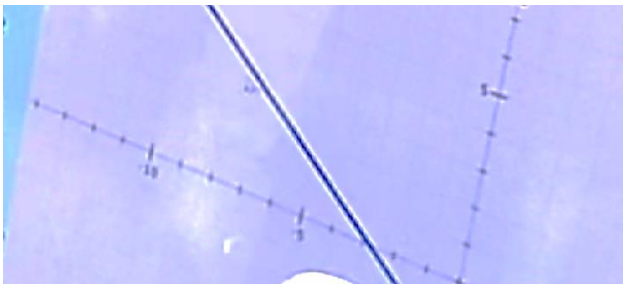
E1 señala con el puntero el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas.



E1 cuenta con el puntero 7 unidades hacia la izquierda desde el punto $(0, -5)$.



Luego cuenta en voz baja 5 unidades hacia arriba desde el punto $(-7, -5)$ hasta llegar al punto $(-7,3)$.



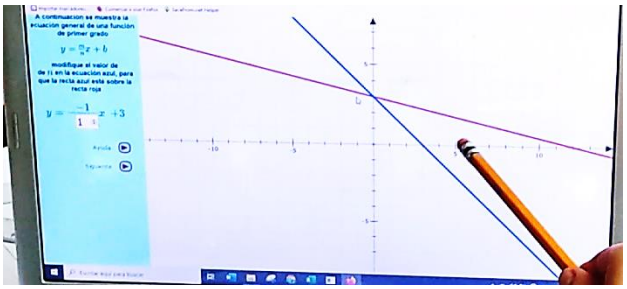
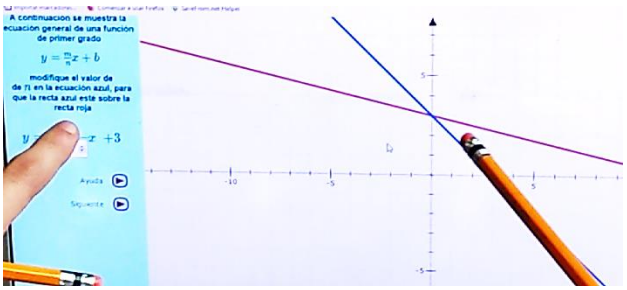
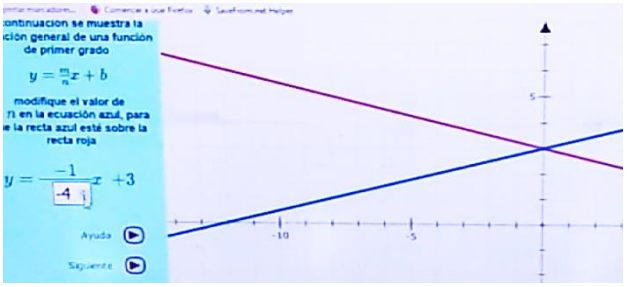
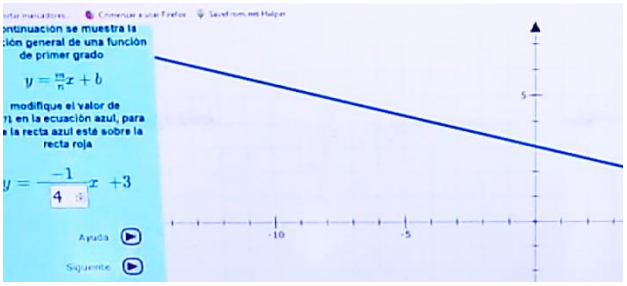
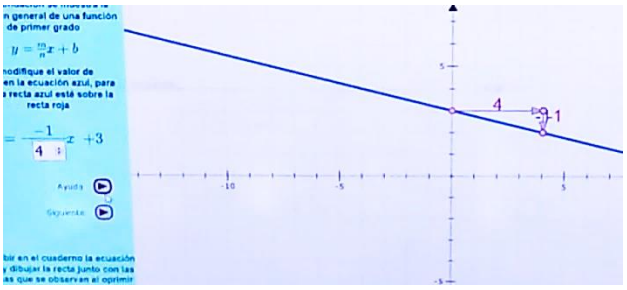
Profesor: "*En las hojas tienen que escribir*"

E2: "*A mí se me había olvidado*"

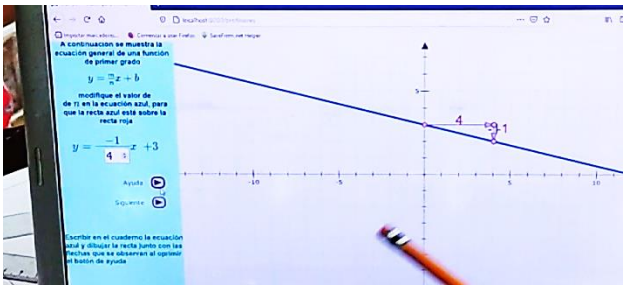
E1 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-1}{1}x + 3$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{4}x + 3$.

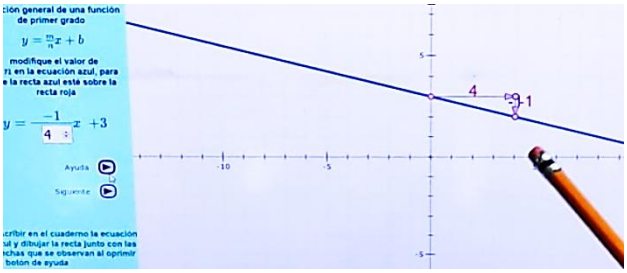
Vídeo de referencia: VID_20210520_170120(0:36)

	
E1: "*Este era hacia abajo*" Señala con el dedo el parámetro *m* de la ecuación azul. E2 trata de señalar con el lápiz el punto de intersección de las rectas. "*acá es 3*"	
E1: "*-1… Entonces -4*" E1 oprime la flecha hacia abajo en la casilla hasta llegar a -4. Las rectas no coinciden.	
E1: "*Entonces 4*" oprime la flecha hacia arriba en la casilla hasta llegar a 4. Las rectas se sobreponen.	
E2 oprime el botón ayuda. Aparecen las flechas en el plano.	

E2: "*Ahhh, nosotros estábamos mirando pa´llá*" Señala con el lápiz hacia la izquierda del eje de las ordenadas.

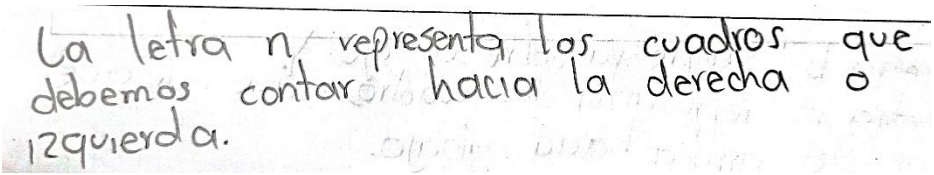


E2: "*Y es pa´ cá*" señala hacia a derecha del eje de las ordenadas. "*Creo que ya estoy entendiendo*"



Los ejercicios posteriores de exploración fueron solucionados de manera acertada.

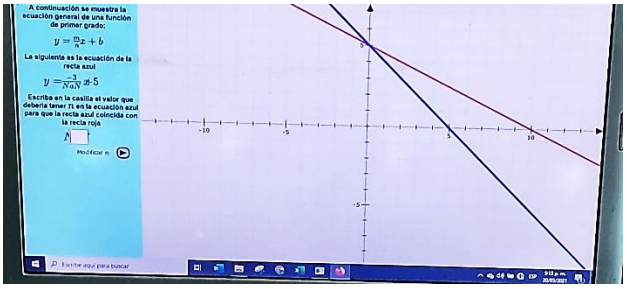
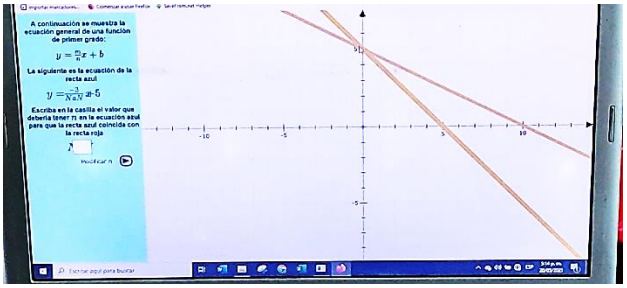
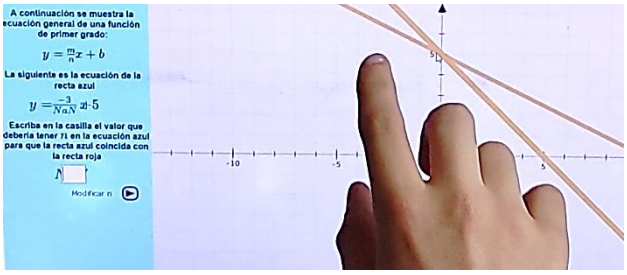
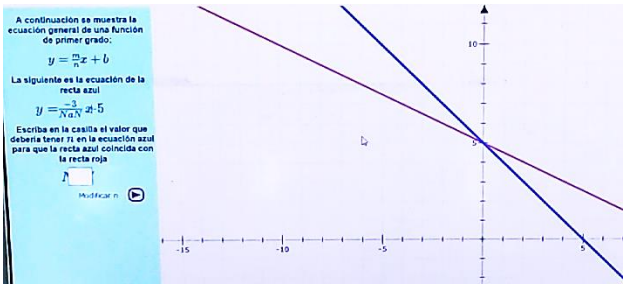
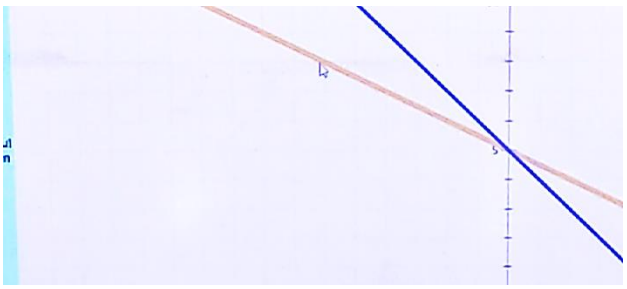
Al aparecer el mensaje "*Has completado 5 ejercicios correctamente. Escribe en tu cuaderno la relación entre el valor de n y la gráfica de la función de primer grado. Luego pasa a la siguiente tarea*" los estudiantes escriben:



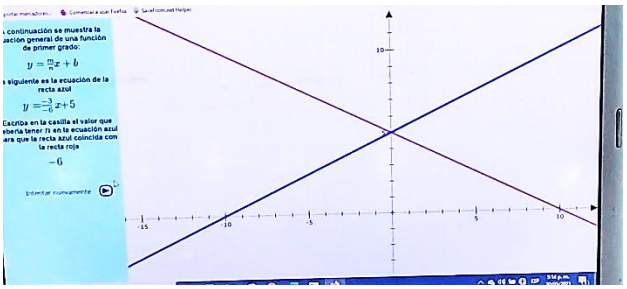
Al iniciar la tarea de exploración, los estudiantes tratan de relacionar la estrategia utilizada para el parámetro *m*: identifican el punto de corte de las rectas con el eje de las ordenadas y luego según el valor del parámetro *m* cuentan hacia la derecha o izquierda. La estrategia es efectiva, solucionan la tarea usando las flechas en la casilla y luego se cuestionan sobre el por qué da ese valor.

Identifican en esta tarea que los valores dados corresponden a los parámetros *m* y *b*, luego relacionan que el parámetro *n* corresponde a un movimiento hacia la derecha o izquierda, pero no tienen certeza sobre el signo que debe ir en la casilla. Cabe destacar que los estudiantes tratan de predecir el parámetro *m*, pero hasta el momento parece ser tienen la estrategia para identificar el valor absoluto, aun así, intentan un número, sí ese número no funciona utilizan su opuesto. Esta estrategia no se había considerado en el análisis a priori y se espera que en la tarea de anticipación se invaliden las estrategias perceptivas.

Pareja B: Conversión del registro Algebraico al gráfico- fase de anticipación – parámetro n

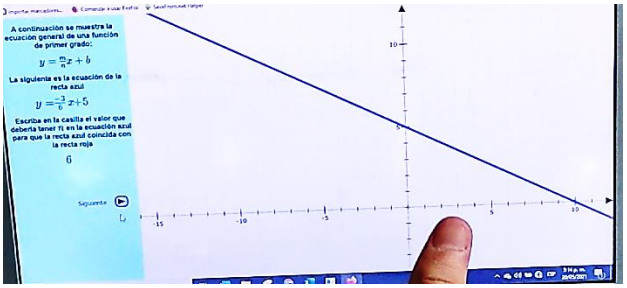
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-3}{1}x + 5$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-5}{6}x + 5$.	Vídeo de referencia: VID_20190520_171355(7:04) 
E2 ubica el puntero sobre el punto de intersección de las rectas.	
E1: "*Es negativo, entonces hacia abajo*" E2: "5" mantiene el puntero sobre el punto de intersección de las rectas. E1: "*-3 acá*" Señala con el dedo el punto $(-3,5)$.	
E2: "*No, no es ahí…*" Cuenta con el puntero 6 unidades hacia la izquierda del punto (0,5).	
"*Es acá…*" Señala con el puntero el punto $(-6,8)$ que está sobre la recta roja.	

E1: "…-6" Escribe -6 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas no se sobreponen.



E2: "*Era 6*"

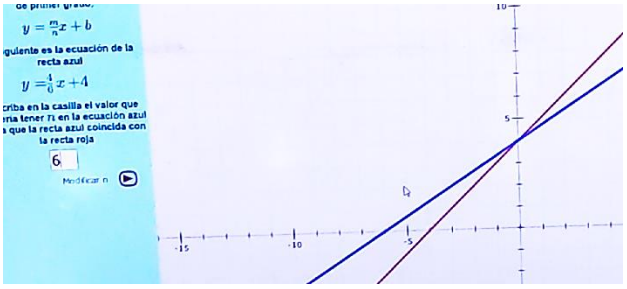
E1 escribe 6 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.



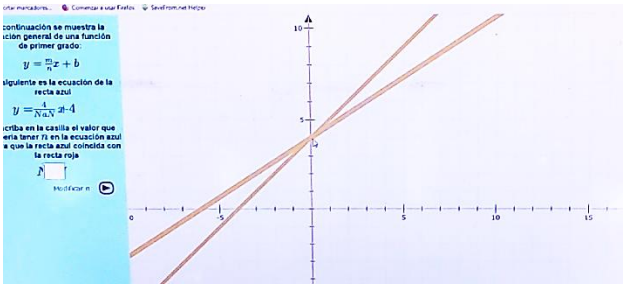
E2: "*¿Sí vio?*"

E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

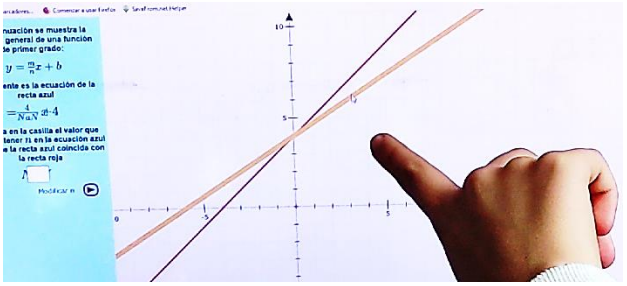
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{4}{6}x + 4$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{4}{4}x + 4$.



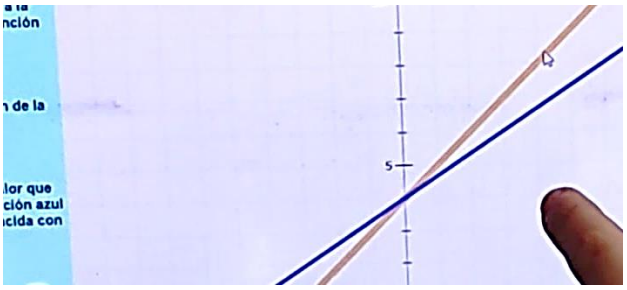
E1 señala con el puntero el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.



E2: "*Acá… es 4*" señala el dedo el punto (4,4)

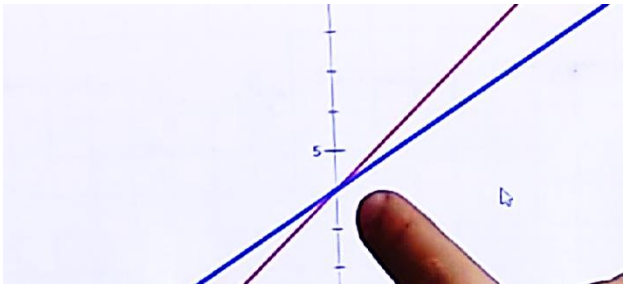


E1 señala con el puntero el punto (4,8). E2 mantiene señalado con el dedo el punto (4,4).

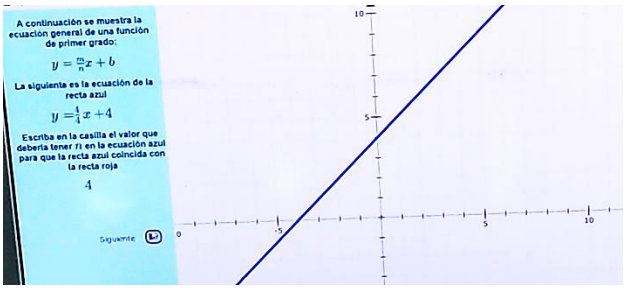


E1 mueve el puntero desde el punto (4,8) hasta el punto (4,4).

E1 cuenta 4 unidades desde el punto cuenta 4 unidades desde el punto (4,4) hasta el punto (0,4).

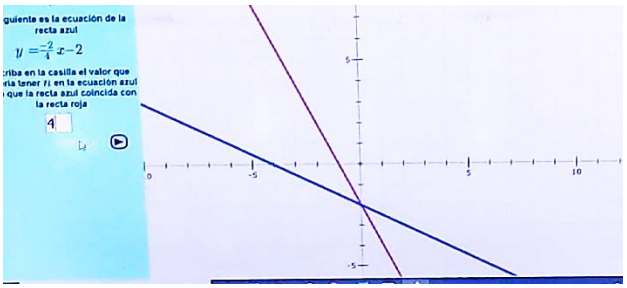


E1 escribe 4 en la casilla, oprime sobre el botón modificar n . Las rectas se sobreponen.

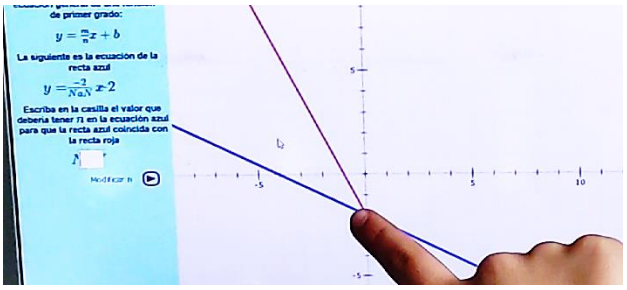


E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

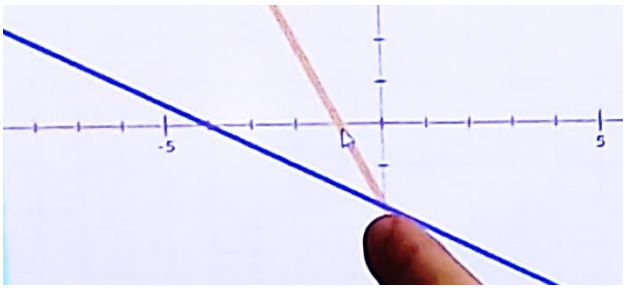
La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-2}{4}x - 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-2}{1}x - 2$.



E2 señala con el dedo el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.

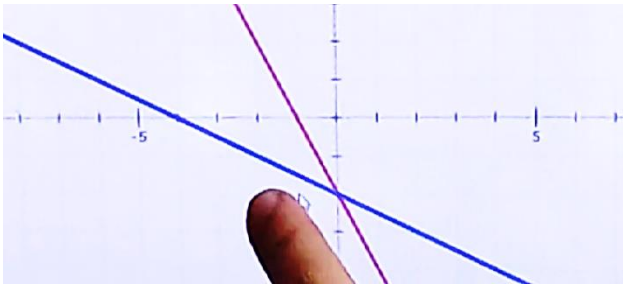


E1 mueve el puntero sobre la recta roja hasta llegar al punto $(-1,0)$.



E1 mueve el puntero desde el punto $(-1,0)$, hasta el punto $(-1,-2)$.

E2 parece que señala el punto $(-2,-2)$



E2: "*-2*"

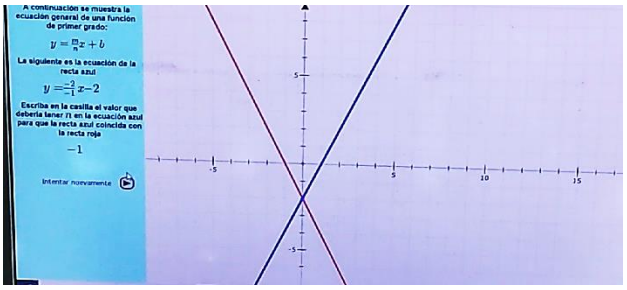
E1: "*-1*"

E2: "*No, no es -1*"

E1: "*¿por qué?*"

E2: "*Hágale y verá que no le da*"

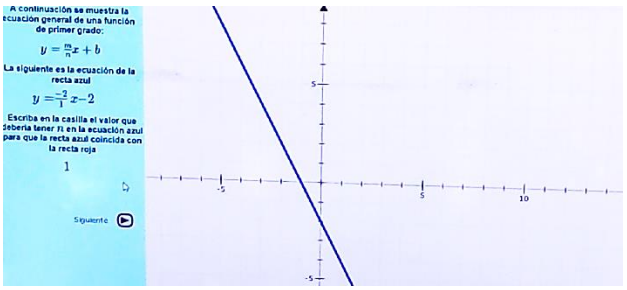
E1 escribe en la casilla -1, oprime el botón modificar n . Las rectas no se sobreponen.



E1: "*Entonces es 1*"

E2: "*No, tampoco es 1*"

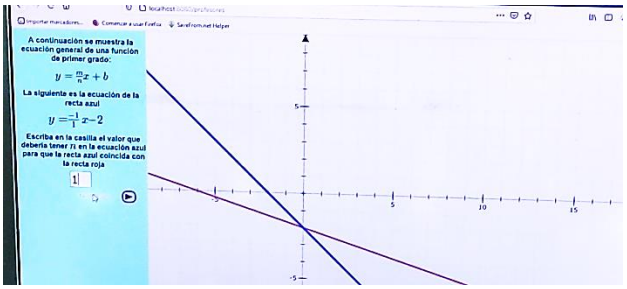
E1 escribe en la casilla 1, oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.



E2: "*Ay sí dio*"

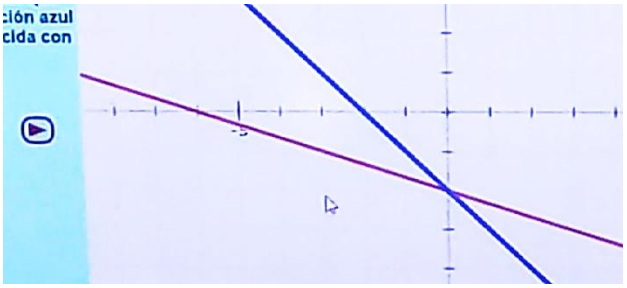
E1 oprime el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{-1}{1}x - 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{-1}{3}x - 2$.

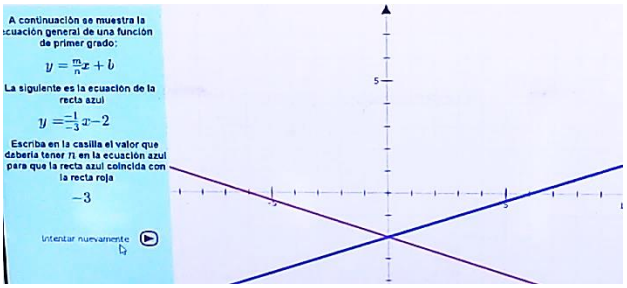


E2: "*da -2*"

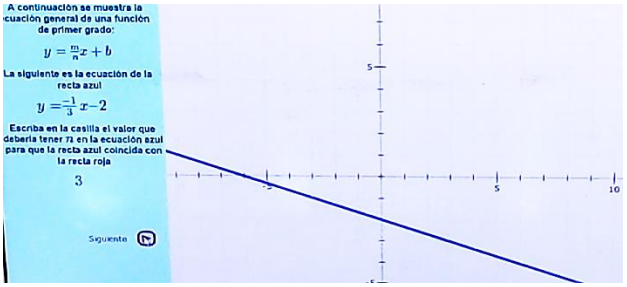
E1 ubica el puntero sobre el punto $(-3, -2)$.



E1: "*Sería -3*" Escribe -3 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas no coinciden.

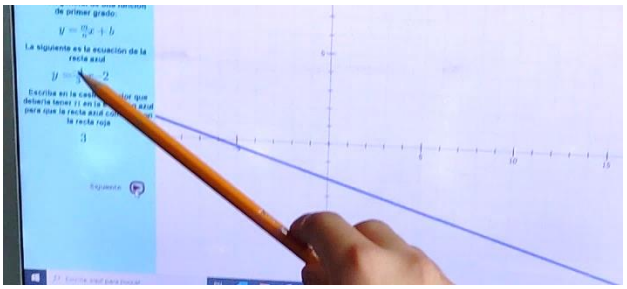


E1: "*Entonces 3*" escribe 3 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.

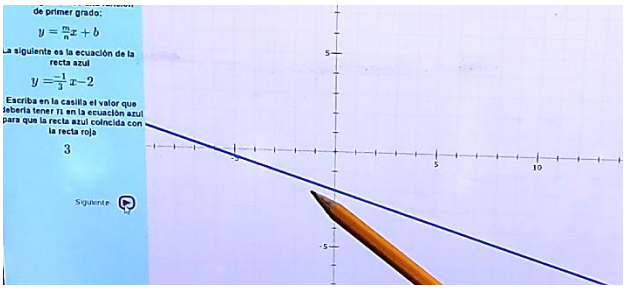


Profesor: "*¿Cómo sabías que era 3?*"

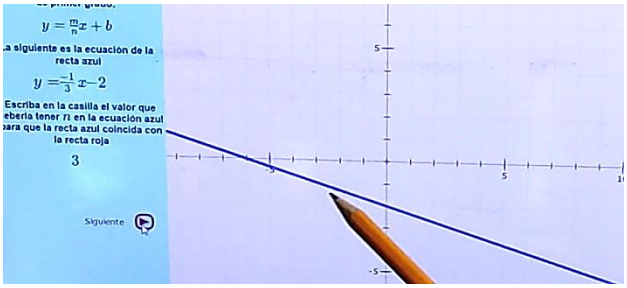
E1: "*Porque yo miro el número 1…*" Señala el parámetro m de la ecuación azul.



"*... entonces como acá...*"

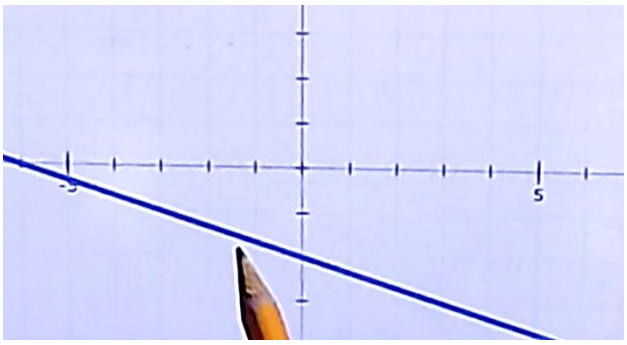


"*...como acá es -1*" Señala la ubicación $(-3, -1)$.

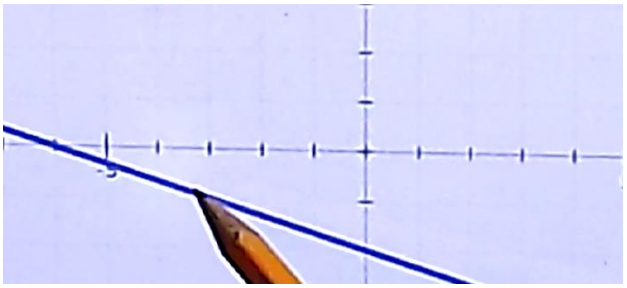


"*Pero este está partido a la mitad...*" Señala con el lápiz el punto de corte de la recta azul con la recta de la cuadrícula $x = -2$.

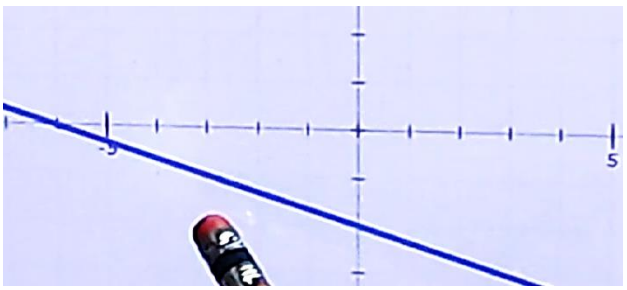
"*...este más abajito de la mitad...*" Señala con el lápiz el punto de corte de la recta azul con la recta de la cuadrícula $x = -1$.



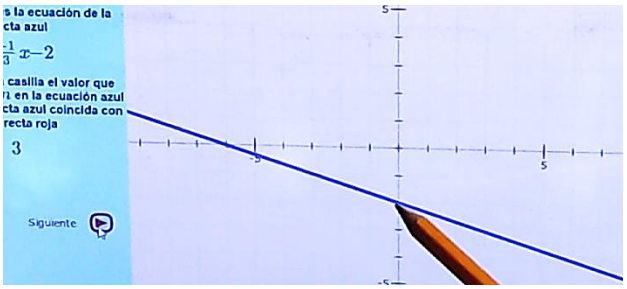
"*... este es el único del -1 que está. Entonces yo lo miro...*"



"*... y cuento 1 hacia abajo...*" Señala con el lápiz el punto $(-3, -2)$

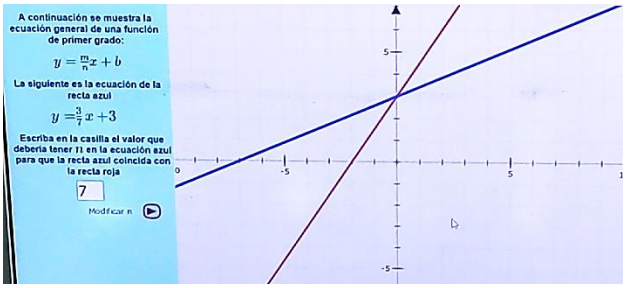


"*... y de ahí cuento hacia el eje*" Señala desde el punto $(-3,-2)$ hasta el punto $(0,-2)$. "*... no se entendió mucho lo que dije, pero es más o menos así*"



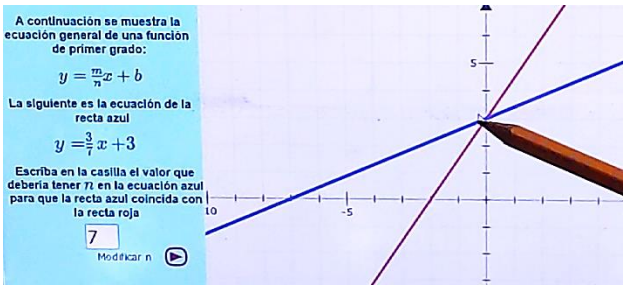
E2 oprime sobre el botón siguiente y avanzan a un nuevo ejercicio. El ejercicio posterior fue solucionado aplicando la misma estrategia para una recta de pendiente negativa.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{7}x + 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{3}{2}x + 2$.



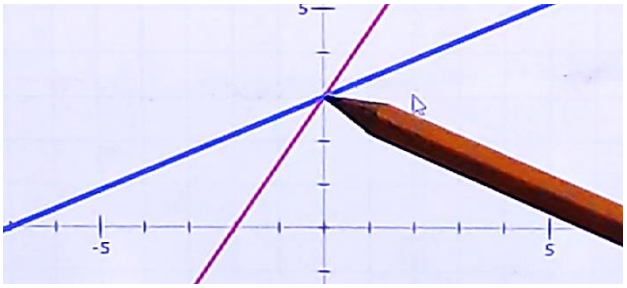
E1: "*Acá es el 3*" Señala con el puntero el punto de intersección de las rectas.

E2: "*3*" Señala con el lápiz el punto de intersección de las rectas.



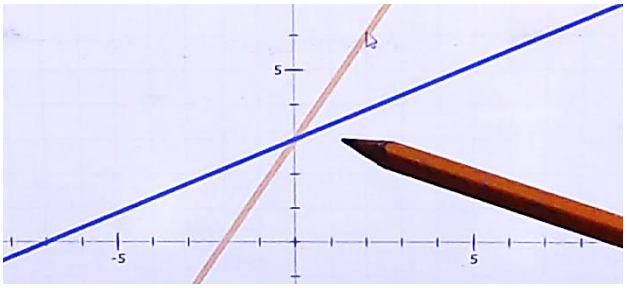
E1 señala con el puntero el punto (2,2).

E1 mantiene señalado con el lápiz el punto (0,2).



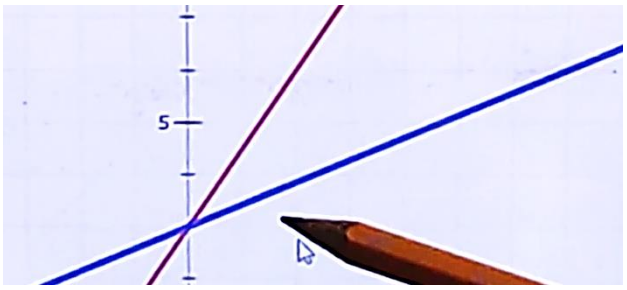
E1: "*Acá serían 3*" Señala el punto (2,6) sobre la recta roja.

E2 cuenta 2 unidades hacia la derecha del punto (0,2) hasta llegar al punto (2,2)



E1 mueve el puntero desde el punto (2,6) hasta el punto (2,2).

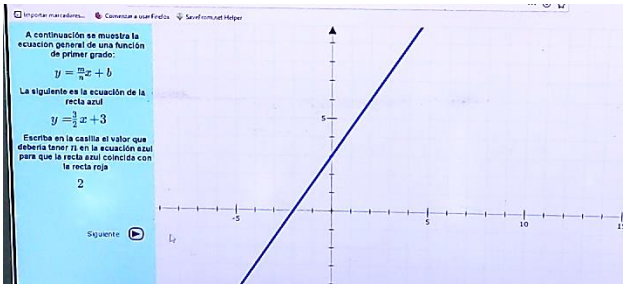
E2 mantiene señalado con el lápiz el punto (2,2).



E1: "*2*"

E2: "*2*"

E1 escribe 2 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.



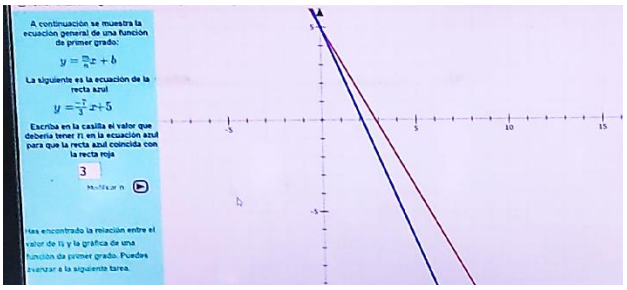
Los demás ejercicios de anticipación fueron realizados de manera satisfactoria.

Posterior al último ejercicio el profesor les pide explicar una última vez la estrategia.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{7}x + 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{3}{2}x + 2$.

Profesor: "*En este ¿cómo lo explicarían?*"

Vídeo de referencia: VID_20210520_175320(3:30)



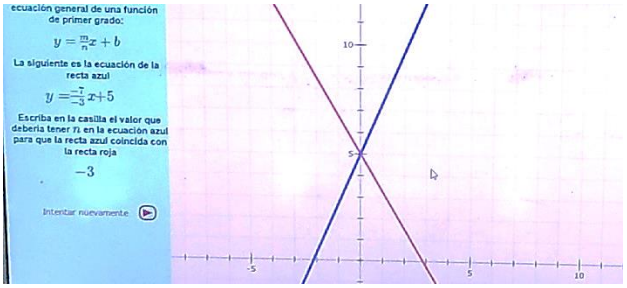
E1: "*Pero espere profe le ponemos un número que no sea*"

Profesor: "*no, no, no, deje así*"

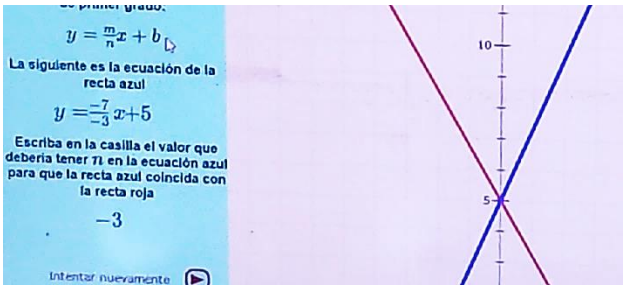
Escribe -3 en la casilla y oprime el botón modificar n.

La ecuación de la recta azul es $y = \frac{3}{7}x + 2$, la ecuación de la recta roja es $y = \frac{3}{2}x + 2$.

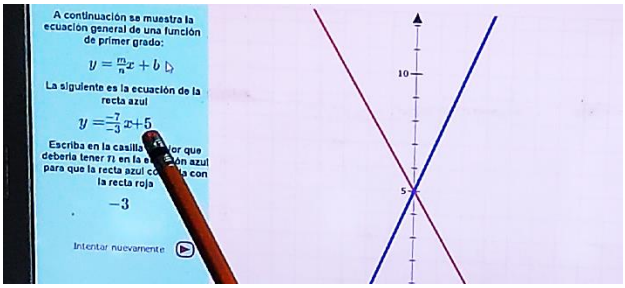
E2 mueve el sistema de coordenadas.



E2: "*yo lo explico… la letra b…*" señala con el puntero el parámetro *b* de la ecuación general. "*… la letra b…la b…*"



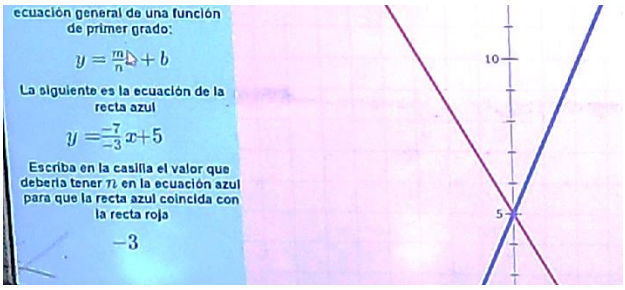
E1: "*Ay no jodás. Yo le explico profe. La b representa el 5…*" Señala con el lápiz el parámetro *b* de la ecuación azul.



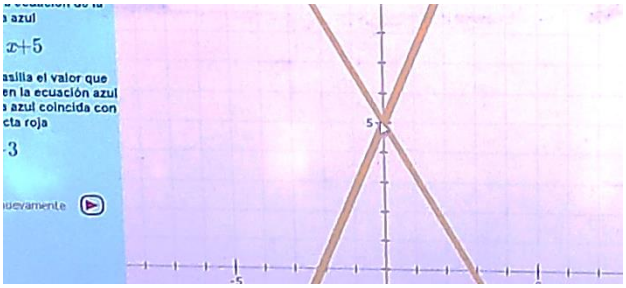
E2 mira una hoja y dice "*…la b siempre va a estar en el eje y*"

E1: "*Eso*"

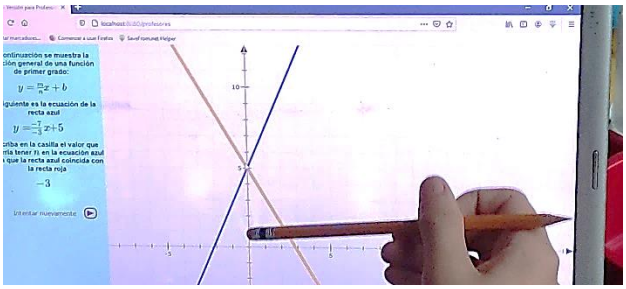
E2: "*La m…*" señala con el puntero el parámetro *m* en la ecuación general.



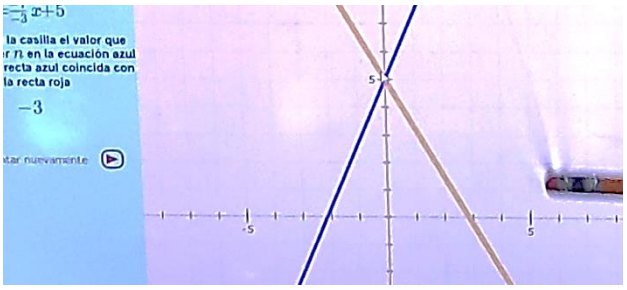
"*… va a estar… ehhh…*" Señala con el puntero el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas. "*…en el eje x*"



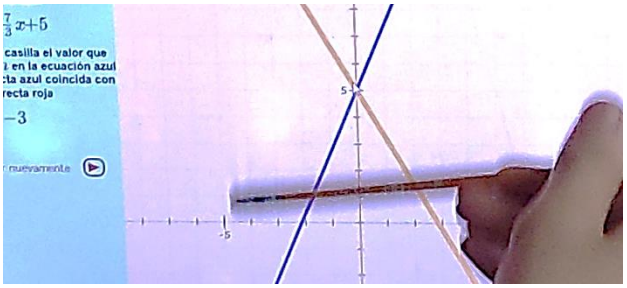
E1: "*No señora… la m también va sobre el eje y…pero no en esta rayita…*" Señala el eje de las ordenadas de arriba hacia abajo.



"*... sino en esta ...*" Señala con el lápiz la línea de la cuadricula correspondiente a $x = 5$.



"*...O a esta...*" Señala con el lápiz la línea de la cuadrícula correspondiente a $x = -5$. "*Así bajando.*"



E2: "*La letra m puede ir por fuera de los ejes...*"

E1: "*Sí, puede ir por fuera.*"

E2: "*... y representa hacia arriba o hacia abajo*" Mueve el puntero de arriba hacia abajo en la pantalla.

E2: "*... de la letra n...*"

Profesor: "*Si quieren opriman en el botón intentar nuevamente y me muestran*"

E2: "*Espérate profe te terminamos de explicar*"

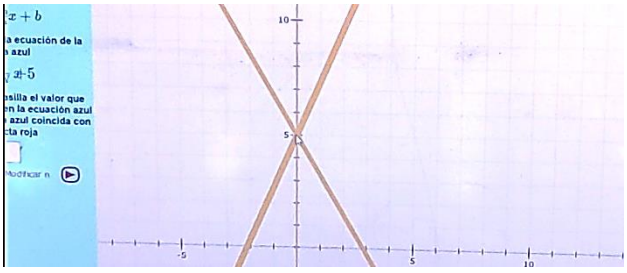
E1: "*La letra n...*"

E2: "*y la letra n va a representar cuántos cuadros debemos correr hacia la izquierda o hacia la derecha de los ejes*"

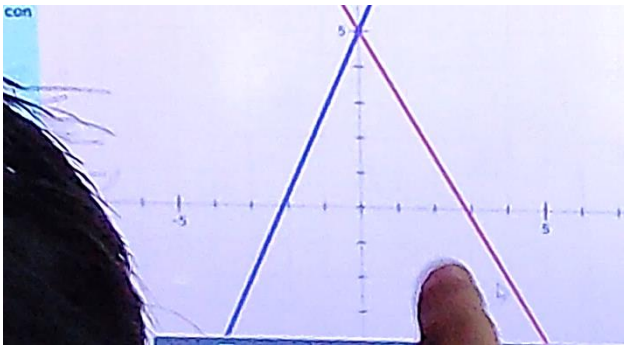
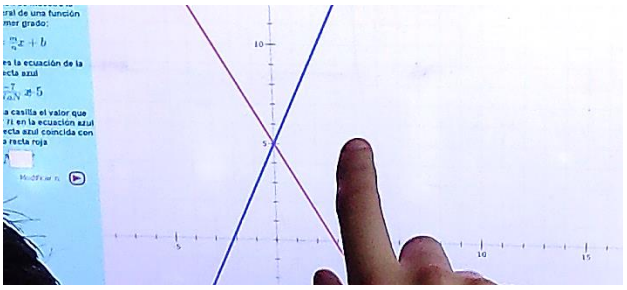
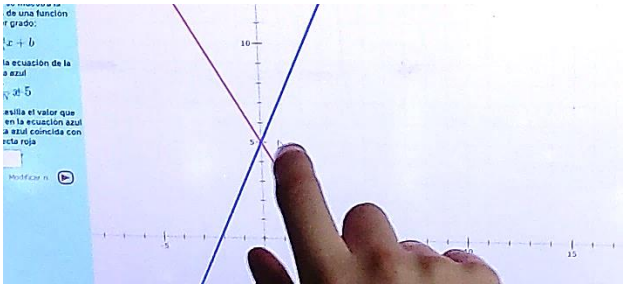
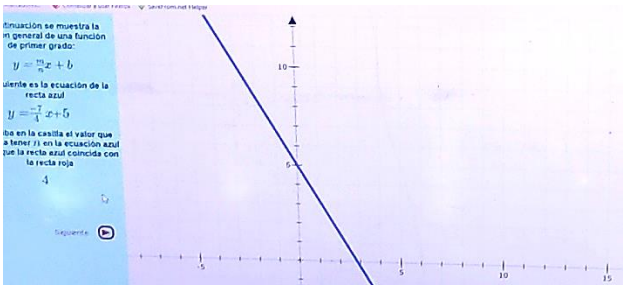
E1: "*Sí*"

E2: "*Por ejemplo aquí sería...*" Oprime el botón intentar nuevamente.

"*... 5...*" Señala con el puntero el punto de intersección de las rectas con el eje de las ordenadas.



E1: "*Ahora sería -7 hacia abajo*"

E2: "*Sí, pero espere que creo, que ya lo encontré…*" Señala con el puntero el punto $(4,-2)$.	
E1 señala con el dedo el conteo de 7 unidades desde el punto $(4,-2)$ hasta el punto $(4,5)$.	
E1 con el puntero y E2 con el dedo cuentan 4 unidades hacia la izquierda del punto $(4,5)$ hasta el punto $(0,5)$.	
E1: "*4*" E2: "*4*"	
E2 escribe 4 en la casilla, oprime el botón modificar n. Las rectas se sobreponen.	

Cuando inician la tarea de anticipación tienen la certeza de la relación entre el parámetro b y el punto de intersección de la recta con el eje de las ordenadas. El parámetro m inicialmente es interpretado como la cantidad de unidades que se debían mover de izquierda a derecha, sin embargo, rápidamente corrigen. Parece ser que la estrategia de los estudiantes es buscar uno de los puntos que compone la recta y cuyas abscisas y ordenadas correspondan a números enteros, es decir, que la representación

objetivo (recta roja) cruce por la intersección de dos rectas perpendiculares de la cuadrícula (el punto (n, m) o $(-n, -m)$). Luego cuentan la cantidad de unidades hacia arriba (m positivo) o abajo (m negativo) y cuentan la cantidad de unidades que se requieren para llegar hasta el eje de las ordenadas o el punto $(0, b)$.

La estrategia de los estudiantes se considera una concepción correcta sobre la relación entre los parámetros m, n y la función de primer grado. En la tarea surge la complicación de no saber el signo que debe ir en la casilla puesto que la estrategia les permite encontrar n o $-n$, por lo tanto, en algunos momentos presentados se observaba cómo los estudiantes ensayaban con el valor de $-n$, si este no funcionaba escribían el valor de n.

En las explicaciones finales dadas por lo estudiantes, llama la atención cómo establecen las relaciones esperadas en tareas previas. Se consolida la relación entre el valor del parámetro b y el punto de corte de la recta con el eje de las ordenadas, se compara el parámetro m con un movimiento hacia arriba o hacia abajo que puede observarse a través de la recta de la cuadrícula que corresponda a $x = n$. Y el parámetro n corresponde a la cantidad de unidades hacia la derecha (n positivo) o izquierda (n negativo) del punto $(0, b)$.

CONCLUSIONES

Este trabajo tenía un doble propósito de investigación: en primer lugar, extender el diseño realizado en trabajos anteriores, integrando el registro tabular, que no es una funcionalidad de base del software DGPad-colombia. Se destaca que las funcionalidades del software de geometría dinámica DGPad-Colombia permitieron incluir las representaciones algebraicas en coordinación con las representaciones tabular y gráfica. Este software tiene potencial para explorar otras conversiones que en este trabajo por razones de tiempo no se lograron abordar. Se habla del caso donde la representación de partida es tabular puesta en coordinación con la representación gráfica y algebraica; y el caso donde la representación de partida es gráfica y la coordinación se hace con los registros algebraicos y tabulares. Se invita a los lectores a explorar con mayor profundidad cómo las funcionalidades de DGPad-Colombia permiten realizar dichas conversiones. Como se pudo observar en el análisis del pilotaje, las programaciones que se realizaron en el software dieron lugar a un aprendizaje por adaptación en coherencia con la conversión entre las representaciones.

En segundo lugar, poner a prueba la hipótesis según la cual, debido a una mayor congruencia entre el registro algebraico y el registro tabular para los parámetros de la pendiente, para los estudiantes sería más fácil trabajar en primer lugar la conversión del registro algebraico al registro tabular y luego la conversión del registro algebraico al registro gráfico. En efecto, en el caso del parámetro b de la

ecuación de una función de primer grado, existe una congruencia tanto con el registro gráfico como con el registro tabular: la unidad de significado (en el sentido de Duval) – la letra b, o el número correspondiente – corresponde en el registro gráfico a la marca del eje de las ordenadas correspondiente a la intersección con la recta gráfica de la función; y en el registro tabular al número de la celda de la columna *y* que se encuentra en la fila que contiene el número 0 de la columna *x.* En cambio, en el caso de la pendiente, los números m y n (numerador y denominador de la pendiente en la ecuación) que son unidades de significado fácilmente reconocibles en el registro algebraico, no tienen unidades de significado del registro gráfico que puedan ponerse en correspondencia directamente, lo cual dificulta la conversión entre los dos registros. Es necesario hacer un tratamiento importante en el registro gráfico: identificar dos puntos de la gráfica y construir con ellos un triángulo rectángulo correspondiente a la cuadrícula, para poder poner en correspondencia directa las medidas de los catetos de ese triángulo con los valores *m* y *n.* En el caso del registro tabular, aunque tampoco existe una congruencia para los valores de esos parámetros, ya que ningún valor de la tabla puede ser puesto en correspondencia con ellos, el tratamiento necesario para construir esa correspondencia es menor: identificar dos filas de la tabla, y calcular las diferencias de las celdas de la columna y y de la columna x.

Se encontró de manera inesperada que la mayor congruencia del registro tabular y el registro algebraico, por un lado, facilitó el trabajo de conversión que realizaron los estudiantes, pero por otro lado condujo a la construcción de esquemas de acción que no son totalmente correctos. Nos referimos a las tres estrategias desarrolladas por los estudiantes: para predecir el parámetro *b* de la ecuación, tomar el valor de la celda *y* de la quinta fila de la tabla, para predecir el valor del parámetro *n* de la ecuación, tomar el valor de la celda inmediatamente inferior al valor 0 de la columna *x*, y para predecir el signo del parámetro *m* de la ecuación, asignar signo positivo si los dos primeros valores de la columna y son negativos y asignar signo negativo y esos dos primeros valores nos positivos. En efecto, el hecho de que las tablas aparezcan siempre ordenadas de menor a mayor en la columna *x* hace que sea imposible invalidar las dos últimas estrategias gracias a las retroacciones del medio. Se identifica este hecho como un efecto de un artefacto cultural: la costumbre de ordenar de manera regular los valores de las tablas.

Las retroacciones de ayuda programadas en los ejercicios de exploración tenían el propósito de hacer evidentes perceptivamente esos tratamientos, tanto del registro gráfico como del registro tabular, que podían ponerse directamente en correspondencia con los parámetros *m* y *n* de la ecuación.

Colocando en contraste la conversión de lo algebraico a la tabular y la conversión de lo algebraico a lo gráfico, se pudo observar que las posibilidades de establecer una relación entre los parámetros m y n se da de manera más eficaz en la conversión de lo algebraico hacia lo gráfico, puesto que se requiere conocer el parámetro b y uno de los parámetros de la pendiente para deducir el otro. En la conversión hacia el registro tabular no parece ser necesario establecer una relación entre los parámetros para deducir el valor que debe ir en la casilla.

Cuando los estudiantes realizan una de las tareas de conversión, no manifiestan de manera explícita la relación encontrada en las tareas de conversión posteriores. Es decir, no ponen en juego las relaciones encontradas en la conversión de lo algebraico a lo gráfico, en las tareas de conversión de lo algebraico a lo tabular y viceversa.

Se esperaba que los estudiantes que iniciaban con la conversión del registro algebraico al registro tabular, lograran completar con mayor facilidad las tareas de conversión del registro algebraico al registro gráfico, pero esto no se dio. Esto implica que no necesariamente aquellos estudiantes que inician con la conversión del registro algebraico al registro tabular, logran completar las tareas de conversión del registro algebraico al registro gráfico con mayor facilidad.

Es importante resaltar el impacto en el aprendizaje de la interacción entre ejercicios de exploración y ejercicios de anticipación. En efecto, en los análisis del pilotaje se pudo constatar cómo las dos parejas tienen un cambio significativo de comportamiento después de realizar la primera serie de ejercicios de exploración y ejercicios de anticipación (independientemente de las conversiones trabajadas). Luego de enfrentarse a los ejercicios de anticipación toman conciencia de la necesidad de predecir los valores de la ecuación que permiten resolver las tareas, y a partir de ese momento utilizan de manera deliberada los ejercicios de exploración y las retroacciones de ayuda para intentar construir las relaciones entre el registro de partida y el registro de llegada que les permitan predecir el cambio necesario en la ecuación para obtener el cambio pedido en el registro de llegada. También se puso en evidencia el uso que hacen las dos parejas de los registros producidos en los ejercicios de exploración, para encontrar regularidades que les ayuden a establecer esas relaciones entre los registros.

En este mismo sentido, se destaca el hecho de que las dos parejas lograron realizar las conversiones entre el registro algebraico y los registros tabular y gráfico, sin una intervención directa del profesor para mostrarles las relaciones. Fue la interacción con el medio la que permitió obtener ese aprendizaje por adaptación.

En el diseño de tareas propuesto no se programaron retroacciones para la conversión entre los registros tabular y gráfico, por lo tanto, existe la necesidad de diseñar tareas para trabajar las conversiones que no se abordaron en este trabajo. Esto podría permitir a los estudiantes construir otras concepciones y establecer relaciones en la conversión con otros registros.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, M., Fiallo, J. (2017). Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. **https://doi.org/10.14483/9789585434462**

Artigue, M. (2015). Perspective on design research: The case of didactical engineering. En A. A. Bikner, K. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 467–496). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer. **https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_17**

Cárdenas, Y., Pinzón, K. (2016). *Diseño de actividades con el software de geometría dinámica CaRMetal, para la enseñanza de la relación de la gráfica y la ecuación de la recta* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Recuperado de: **http://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/5003**

Delaporte, J. (2015). Les registres de représentation sémiotiques : le choix d'un ou de plusieurs registres. Recuperado de **https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-01271618**

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, *9*, 143–168. Recuperado de **http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La habilidad para cambiar el registro de representaci?n.pdf**

Falcade, R. (2006). Théorie des Situations, médiation sémiotique et discussions collectives, dans des séquences d'enseignement avec Cabri-géomètre pour la construction des notions de fonction et graphe de fonction (Tesis Doctoral). Universidad Joseph Fourier, Grenoble, Francia. Recuperado de **https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/85202/filename/These.pdf**

Goos, M., Bennison, A. (2008). Surveying the technology landscape: Teachers' use of technology in secondary mathematics classrooms. En *Mathematics Education Research Journal*, 20(*3*), 102–130. **https://doi.org/10.1007/BF03217532**

Hoyles, C., Lagrange, J. B., Noss, R. (2006). Developing and Evaluating Alternative Technological Infrastructures for Learning Mathematics. En J. Maasz. W. Schlöglmann. (Ed.), *New Mathematics Education Research and Practice* (pp. 263–312). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers. **https://doi.org/10.1163/9789087903510_022**

Lagrange, J. Psycharis, G. (2014). Investigating the potential of computer environments for the teaching and learning of functions: A double analysis from two research traditions. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(3), 255-286. Recuperado de **https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01740459/document**

López, J., Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 308-318. Recuperado de:**http://funes.uniandes.edu.co/4946/1/LópezDificultadesALME2008.pdf**.

López, J., Sosa, L. (2008). Dificultades conceptuales y procedimentales en el aprendizaje de funciones en estudiantes de bachillerato. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 308-318. Recuperado de:**http://funes.uniandes.edu.co/4946/1/LópezDificultadesALME2008.pdf**.

Mariotti, M (2013). Introducing students to geometric theorems: How the teacher can exploit the semiotic potential of a DGS. En *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 45(*3*), 441–452. **https://doi.org/10.1007/s11858-013-0495-5**

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: MEN. Recuperado de **https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf**

Ruíz, L. (1994). La noción de función. Análisis epistemológico y didáctico (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, Granada, España. Recuperado de **http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2013/09/La-noción-de-función.-Análisis-epistemológico-y-didáctico-TESIS-DOCTORAL-Luisa-Ruiz-Higueras_1aParte.pdf**

Russo, C. (2016). Diseño de una secuencia didáctica para el estudio del concepto de función utilizando software de geometría dinámica (Tesis de Maestría). Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México. Recuperado de **https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/maestria/russo_2016.pdf**

Soler, M., García, M. (2018). DGPad como medio para conceptualizar la relación entre los registros de representación algebraico y gráfico de la función cuadrática (Tesis de Maestría). Universidad

Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Recuperado de **http://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/15332**