

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Programa Académico de Matemáticas

Informe de Pasantía para Optar al Título de Matemático

Modelos estocásticos del esquema de pruebas de resistencia mediante procesos SARIMAX y extensiones con variables exógenas

---

María Fernanda Arévalo González

20212167046

Docente Director

Heber Sarmiento Barrera

Profesional Designado

Juan Sebastián Fagua Fagua

Bogotá D.C., Colombia

2026

Resumen

Este trabajo se basa en la teoría de procesos estocásticos y series temporales, en particular, se utilizan conceptos como, estacionariedad, operadores de rezago, diferenciación, procesos autorregresivos, procesos de media móvil, estacionalidad, variables exógenas y estimación estadística. En particular, se propone una metodología de modelación estocástica, basada en modelos SARIMAX, con el fin de proyectar trayectorias bajo un escenario base y un escenario adverso, incorporando variables macroeconómicas exógenas.

En el componente aplicado, se analizan las líneas de microcrédito, consumo, cartera comercial y cartera total. Para cada una de ellas se construyen trayectorias proyectadas bajo escenarios diferenciados, los resultados no se presentan mediante valores absolutos, sino a través de variaciones porcentuales, brechas relativas e interpretación de curvas (Esta forma de presentación permite conservar la lectura cuantitativa sin revelar información sensible de la entidad).

Entre los resultados se observa que el escenario adverso genera trayectorias inferiores frente al escenario base, aunque la sensibilidad no es homogénea entre las líneas analizadas. se observo que microcrédito presenta la mayor sensibilidad relativa, seguido por consumo, cartera total y cartera comercial, el modelo SARIMAX permite comparar escenarios, medir sensibilidad y aportar una estructura para la discusión técnica del EPR.

Finalmente, el modelo no debe interpretarse como una predicción determinista del futuro, es mas bien una herramienta prospectiva, para evaluar posibles trayectorias bajo supuestos. Su aporte principal consiste en vincular el rigor de la modelación estocástica, con una necesidad concreta del análisis financiero bancario, en un entorno regulado por la Superintendencia Financiera de Colombia.

Palabras clave

Esquema de Pruebas de Resistencia, SARIMAX, series de tiempo, cartera bancaria, variables macroeconómicas, escenarios adversos, sensibilidad financiera.

1. Introducción

La gestión del riesgo financiero exige medios que permitan mirar más allá del histórico de las variables, como en una entidad bancaria no basta con saber cómo ha evolucionado la cartera en el pasado, también es necesario preguntarse cómo podría comportarse ante cambios en el entorno económico. Esta pregunta es relevante cuando se analizan escenarios de tensión, en los que variables como la inflación, la tasa de política monetaria, el crecimiento económico, la tasa de cambio o el desempleo pueden modificar la dinámica esperada del crédito.

En este ambiente se ubica el Esquema de Pruebas de Resistencia (EPR), entendido como un

ejercicio prospectivo, que ayuda a evaluar la sensibilidad de una entidad financiera frente a escenario macroeconómicos adversos. Tiene el propósito de analizar posibles trayectorias, bajo condiciones de estrés y aportar elementos cuantitativos para la gestión del riesgo, la planeación financiera y la discusión técnica dentro de la entidad.

El trabajo en cuestión, propone una metodología de modelación estocástica para líneas de cartera del Banco Santander, utilizando modelos de la familia SARIMAX. Esta elección se justifica porque estos modelos permiten combinar tres elementos relevantes: la dependencia temporal de la serie, posibles patrones estacionales y la incorporación de variables macroeconómicas exógenas. Así, la cartera no se modela únicamente con base en su historia, sino también a partir de condiciones externas que diferencian un escenario base de un escenario adverso.

La motivación principal del trabajo proviene de una limitación práctica de los modelos puramente autorregresivos. Aunque estos modelos pueden capturar patrones históricos, no incorporan de manera directa información externa sobre el entorno económico. Como por ejemplo el caso de la cartera bancaria, esta omisión puede ser importante, porque la demanda de crédito, la capacidad de pago de los deudores y la evolución de las distintas modalidades de cartera, pueden verse afectadas por variables, como, inflación, Producto Interno Bruto (PIB), tasa de política monetaria, Tasa Representativa del Mercado (TRM) y desempleo.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

Aplicar un modelo SARIMAX para proyectar las líneas de cartera de microcrédito, consumo, comercial y cartera total de Banco Santander bajo escenarios base y adverso, incorporando variables exógenas como inflación, Producto Interno Bruto (PIB), tasa de política monetaria, Tasa Representativa del Mercado (TRM) y desempleo, con el objetivo de evaluar su sensibilidad dentro del Esquema de Pruebas de Resistencia (EPR).

2.2. Objetivos específicos

- Organizar la información histórica de las líneas de cartera de microcrédito, consumo, comercial y cartera total, con el fin de representarlas como series temporales observadas periodo a periodo.
- Caracterizar la estructura temporal de cada serie, considerando dependencia entre observaciones, posibles tendencias, patrones estacionales y transformaciones por diferenciación.
- Formular modelos SARIMAX que relacionen la dinámica histórica de cada línea de cartera, con variables macroeconómicas exógenas, como inflación, PIB, tasa de política monetaria, TRM y desempleo.

- Construir trayectorias proyectadas bajo un escenario base y un escenario adverso, interpretando cada proyección como una esperanza condicionada a la información histórica y a los supuestos macroeconómicos considerados.
- Comparar las trayectorias proyectadas mediante brechas relativas y variaciones porcentuales.
- Identificar las líneas de cartera con mayor sensibilidad frente al escenario adverso y discutir su relevancia dentro del análisis prospectivo del EPR.

3. Marco teórico

El propósito de este marco teórico es presentar las ideas que sostienen el uso de modelos SARIMAX en el análisis del Esquema de Pruebas de Resistencia (EPR), la idea, es tener en cuenta que una línea de cartera a lo largo del tiempo no se comporta de manera aislada, su evolución puede depender de su propia historia, de choques no observados y de condiciones macroeconómicas externas.

Por esta razón, el capítulo avanza paso a paso, lo primero es explicar qué es una serie de tiempo y por qué el orden de las observaciones es importante, para luego introducir conceptos como estacionariedad, rezagos, diferenciación, modelos autorregresivos y modelos de media móvil y finalmente, se presenta el modelo SARIMAX, que permite incorporar variables exógenas como inflación, Producto Interno Bruto, tasa de política monetaria, tasa de cambio y desempleo.

3.1. Series de tiempo y procesos estocásticos

Cuando una variable financiera se observa periodo a periodo, puede representarse como una serie de tiempo, una serie de tiempo puede verse como una colección ordenada de variables aleatorias:

$$\{Y_t : t \in T\}, \qquad T \subseteq \mathbb{Z}.$$

veamos que, Y_t representa el valor observado de una línea de cartera bancaria en el periodo t, como por ejemplo, Y_t puede corresponder a microcrédito, consumo, cartera comercial o cartera total. El conjunto T representa los periodos de observación, que pueden ser meses, trimestres o años, según la frecuencia de los datos disponibles.

La diferencia con una muestra transversal es que aquí el orden sí importa. No es lo mismo observar una cartera en 2024, luego en 2025 y después en 2026, que ver esos datos sin secuencia temporal, en una serie de tiempo, el pasado puede contener información útil para entender el presente y proyectar el futuro [1].

La información disponible hasta el periodo t se muestra como

$$\mathcal{F}_t = \sigma(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots).$$

Esta notación puede leerse de manera sencilla, $\mathcal{F}_t$ representa toda la información conocida hasta el periodo t, el termino $\sigma(\cdot)$ indica la sigma-álgebra generada por la historia observada de la serie, esta recoge todos los eventos o situaciones que pueden describirse usando los valores pasados y presentes de la serie.

Con esta idea, una predicción a h pasos, se puede escribir como una esperanza condicionada:

$$\widehat{Y}_{t+h} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t).$$

Significa que el pronóstico de Y_{t+h}, se construye usando la información disponible hasta t, generando así una pregunta poco usual, dada la historia de la cartera y las condiciones macroeconómicas esperadas, ¿cuál podría ser la trayectoria futura de cada línea de cartera?

3.2. Operador de rezago y diferenciación

El operador de rezago ayuda a expresar de forma compacta la relación entre una variable y sus valores pasados, se denota por B y se define como

$$BY_t = Y_{t-1}.$$

Es decir, aplicar B una vez equivale a mirar la serie, un periodo hacia atrás. De manera general:

$$B^k Y_t = Y_{t-k}, \qquad k \in \mathbb{N}.$$

La notación en si es útil porque muchos modelos de series de tiempo se escriben mediante polinomios en el operador B, como por ejemplo, la primera diferencia de una serie se define como

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1},$$

y usando el operador de rezago puede escribirse como

$$\Delta Y_t = (1 - B)Y_t.$$

La diferencia de orden d se expresa como

$$\Delta^d Y_t = (1 - B)^d Y_t.$$

La diferenciación permite estudiar los cambios de la serie entre periodos consecutivos, en lugar de trabajar directamente con sus niveles, muy importante porque muchas variables financieras presentan tendencias o crecimientos acumulados, al diferenciar, se busca obtener una serie más estable para su modelación.

La idea de usar operadores para simplificar problemas e un ejemplo en sistemas continuos, como la transformada de Laplace permite convertir ciertas operaciones diferenciales en operaciones

algebraicas:

$$\mathcal{L}\{f(t)\}(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt.$$

Aunque SARIMAX no utiliza directamente la transformada de Laplace, la intuición es similar, representar la dinámica mediante operadores para hacerla más tratable.

3.3. Estacionariedad

Antes de ajustar un modelo de series de tiempo, es importante preguntarse si la serie tiene un comportamiento relativamente estable, a esta propiedad se le llama estacionariedad. De forma intuitiva, una serie estacionaria es aquella cuya estructura estadística no cambia de manera sistemática con el tiempo.

Una definición usual es la estacionariedad débil. Una serie $\{Y_t\}$ es débilmente estacionaria si cumple:

$$\mathbb{E}(Y_t) = \mu,$$

$$\mathrm{Var}(Y_t) = \sigma^2 < \infty,$$

$$\mathrm{Cov}(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma(k).$$

Mas fragmentado, la primera condición indica que la media de la serie es constante, la segunda señala que la varianza no cambia con el tiempo y la tercera establece que la relación entre Y_t y Y_{t-k} depende únicamente del rezago k, no del periodo exacto en el que se observe la serie.

Una propiedad importante porque muchos modelos clásicos de series temporales se construyen bajo la idea de que, después de aplicar ciertas transformaciones, la serie tiene una estructura probabilística estable [2].

En la praxis, una línea de cartera bancaria puede no ser estacionaria en niveles,puede crecer por expansión del negocio, cambiar por decisiones comerciales o responder a ciclos económicos y por eso se utiliza la diferenciación:

$$\Delta Y_t = (1 - B)Y_t.$$

Si una serie se vuelve estacionaria después de aplicar d diferencias, se dice que es integrada de orden d, y se denota como

$$Y_t \sim I(d).$$

3.4. Modelos autorregresivos y de media móvil

Los modelos autorregresivos parten de una idea sencilla: el valor actual de una serie puede depender de sus valores pasados. Un proceso autorregresivo de orden p, denotado AR(p), se escribe como

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t.$$

Aquí, c es una constante, $\phi_1, \ldots, \phi_p$ son parámetros que miden el efecto de los rezagos de la serie, y ε_t representa una innovación o choque aleatorio en el periodo t.

El término ε_t suele asumirse como ruido blanco:

$$\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0, \qquad \mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2, \qquad \mathrm{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0 \quad \text{si } t \neq s.$$

Con el operador de rezago, el modelo AR(p) puede escribirse como

$$\phi(B)Y_t = c + \varepsilon_t,$$

donde

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p.$$

Por otra parte, un modelo de media móvil MA(q) incorpora el efecto de errores pasados:

$$Y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}.$$

De forma compacta:

$$Y_t = c + \theta(B)\varepsilon_t,$$

donde

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \cdots + \theta_q B^q.$$

En términos intuitivos, el componente AR recoge la memoria de la serie, mientras que el componente MA recoge el efecto de choques pasados. Ambos componentes son fundamentales en la modelación clásica de series de tiempo [3].

3.5. Modelo ARIMA

El modelo ARIMA combina tres elementos: autorregresión, diferenciación y media móvil. Se denota como ARIMA(p, d, q) y puede escribirse como

$$\phi(B)(1 - B)^d Y_t = c + \theta(B)\varepsilon_t.$$

En esta especificación:

- p indica el número de rezagos autorregresivos.
- d indica el número de diferencias aplicadas a la serie.
- q indica el número de errores rezagados incluidos en el modelo.

ARIMA es útil cuando una serie no es estacionaria en niveles, pero puede estabilizarse mediante diferenciación [1]. Sin embargo, para el propósito de esta tesis tiene una limitación importante: la proyección depende principalmente de la historia de la propia serie.

En un ejercicio de pruebas de resistencia, esta restricción puede ser fuerte. Un escenario adverso no se explica solamente por lo que ocurrió antes con la cartera, sino también por cambios en el entorno macroeconómico. Por eso se requiere un modelo que permita incorporar variables externas.

3.6. Modelo SARIMA

El modelo SARIMA extiende ARIMA al incorporar componentes estacionales. Se denota como

$$SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s.$$

Su forma general es

$$\Phi(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \Theta(B^s)\theta(B)\varepsilon_t.$$

Los parámetros no estacionales son p, d, q, mientras que los parámetros estacionales son P, D, Q. El parámetro s representa la periodicidad estacional. Por ejemplo, si los datos son mensuales, suele tomarse $s = 12$; si los datos son trimestrales, suele tomarse $s = 4$.

En esta expresión:

- $\phi(B)$ recoge la parte autorregresiva no estacional.
- $\theta(B)$ recoge la parte de media móvil no estacional.
- $\Phi(B^s)$ recoge la parte autorregresiva estacional.
- $\Theta(B^s)$ recoge la parte de media móvil estacional.
- $(1-B)^d$ representa la diferenciación ordinaria.
- $(1-B^s)^D$ representa la diferenciación estacional.

SARIMA permite capturar patrones que se repiten en el tiempo, como efectos de calendario, cierres contables o ciclos de demanda. Sin embargo, al igual que ARIMA, sigue dependiendo principalmente de la historia de la variable. Para el EPR se necesita además incorporar información macroeconómica externa.

3.7. Modelo SARIMAX

El modelo SARIMAX incorpora variables exógenas al modelo SARIMA. Sea

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{rt})^\top$$

un vector de variables externas observadas en el periodo t. Una forma general del modelo es

$$\Phi(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D\left(Y_t-\beta^\top X_t\right)=\Theta(B^s)\theta(B)\varepsilon_t.$$

También puede escribirse de manera interpretativa como

$$Y_t=\mu+\sum_{i=1}^{p}\phi_i Y_{t-i}+\sum_{j=1}^{q}\theta_j\varepsilon_{t-j}+\beta^\top X_t+\varepsilon_t.$$

En esta ecuación:

- Y_t es la línea de cartera que se desea proyectar.
- μ es una constante.
- ϕ_i mide el efecto de los valores pasados de la cartera.
- θ_j mide el efecto de choques o errores pasados.
- X_t contiene variables macroeconómicas externas.
- β mide el efecto lineal de esas variables sobre Y_t.
- ε_t representa el error del modelo.

Según la documentación de *statsmodels*, SARIMAX permite estimar modelos estacionales autorregresivos integrados de media móvil con regresores exógenos, dentro de una representación de espacio de estados [4]. En términos prácticos, puede entenderse como una regresión con errores que conservan estructura temporal tipo SARIMA [5].

En esta tesis, las variables exógenas consideradas son:

$$X_t=(\mathrm{IPC}_t,\mathrm{PIB}_t,\mathrm{TPM}_t,\mathrm{TRM}_t,\mathrm{Desempleo}_t)^\top.$$

Cada una cumple un papel dentro del escenario macroeconómico:

- IPC_t: aproxima la presión inflacionaria y el efecto sobre el ingreso real.
- PIB_t: recoge el dinamismo de la actividad económica.
- TPM_t: representa el canal del costo del crédito.
- TRM_t: aproxima la presión cambiaria y sus efectos sobre costos y expectativas.
- $\mathrm{Desempleo}_t$: recoge condiciones del mercado laboral y capacidad de pago de los hogares.

Así, el modelo SARIMAX permite que la proyección de cartera no dependa solo de su historia, sino también de un conjunto de condiciones macroeconómicas que diferencian el escenario base del escenario adverso.

3.8. Estimación y selección del modelo

Una vez definido el modelo, se deben estimar sus parámetros. En este trabajo, especificar el modelo significa elegir los órdenes $(p, d, q)(P, D, Q)_s$, seleccionar las variables exógenas incluidas en X_t y estimar los parámetros asociados a la dinámica temporal y al efecto macroeconómico.

El vector de parámetros del modelo puede representarse como

$$\vartheta = (\mu, \phi_1, \ldots, \phi_p, \theta_1, \ldots, \theta_q, \Phi_1, \ldots, \Phi_P, \Theta_1, \ldots, \Theta_Q, \beta_1, \ldots, \beta_r, \sigma^2).$$

Aquí, σ^2 representa la varianza de las innovaciones. Bajo el supuesto usual de innovaciones gaussianas,

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2),$$

los errores del modelo se interpretan como choques aleatorios con media cero y varianza constante.

La estimación puede plantearse mediante máxima verosimilitud. Para una muestra observada $Y_1, \ldots, Y_n$, junto con las variables exógenas $X_1, \ldots, X_n$, la función de verosimilitud se escribe como

$$L(\vartheta) = f(Y_1, \ldots, Y_n \mid X_1, \ldots, X_n; \vartheta).$$

El estimador de máxima verosimilitud se define como

$$\widehat{\vartheta} = \arg\max_{\vartheta} \log L(\vartheta).$$

Esta expresión significa que se buscan los parámetros que hacen más probable la trayectoria observada. En la práctica, esta optimización suele resolverse mediante métodos numéricos, debido a la presencia simultánea de rezagos, medias móviles, diferenciación, estacionalidad y variables exógenas [2, 3].

Para comparar especificaciones alternativas se usan criterios de información como AIC y BIC:

$$AIC = -2 \log L(\widehat{\vartheta}) + 2k,$$

$$BIC = -2 \log L(\widehat{\vartheta}) + k \log(n).$$

En estas expresiones, k es el número de parámetros estimados y n es el número de observaciones. Valores menores indican un mejor equilibrio entre ajuste y simplicidad del modelo. Sin embargo, la selección final también debe considerar la coherencia económica, la estabilidad de los parámetros y la interpretación financiera de las proyecciones [9, 10].

3.9. Pruebas de resistencia y escenarios

Las pruebas de resistencia buscan evaluar cómo podría comportarse una entidad financiera bajo condiciones adversas. No se trata de adivinar el futuro, sino de estudiar la sensibilidad frente a escenarios de tensión. El Banco de la República describe los *stress tests* como ejercicios que permiten estimar pérdidas potenciales bajo escenarios extremos y analizar canales de transmisión hacia la estabilidad financiera [6].

En Colombia, la Superintendencia Financiera incorpora el Esquema de Pruebas de Resistencia dentro de la Circular Básica Financiera. El Capítulo 9 establece que el EPR debe apoyar la planeación financiera de las entidades y servir como insumo para la evaluación de estabilidad por parte del supervisor [7]. Además, la Circular Externa 021 de 2025 imparte instrucciones sobre el EPR y sobre los procesos de autoevaluación de capital y liquidez [8].

Matemáticamente, el EPR puede representarse como una comparación entre dos esperanzas condicionadas:

$$\widehat{Y}_{t+h}^{Base} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t, X_{t+h}^{Base}),$$
$$\widehat{Y}_{t+h}^{Adverso} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t, X_{t+h}^{Adverso}).$$

La primera trayectoria usa supuestos macroeconómicos base. La segunda usa supuestos adversos. La diferencia entre ambas permite medir cómo cambia la cartera esperada cuando el entorno económico se deteriora.

3.10. Brecha relativa entre escenarios

Para cuantificar la sensibilidad frente al escenario adverso se utiliza una brecha relativa:

$$\Delta_{\%}(t) = \left(\frac{\widehat{Y}_t^{Base} - \widehat{Y}_t^{Adverso}}{\widehat{Y}_t^{Base}} \right) \times 100.$$

Si $\Delta_{\%}(t) > 0$, la trayectoria adversa está por debajo de la trayectoria base. Entre mayor sea esta brecha, mayor es la sensibilidad relativa de la línea de cartera frente al escenario adverso.

Esta medida es útil porque permite comparar líneas de cartera con tamaños diferentes sin revelar valores absolutos. Por eso, en este trabajo los resultados se presentan mediante porcentajes, brechas e interpretación de curvas. El modelo SARIMAX no se entiende como una predicción determinista, sino como una herramienta para comparar escenarios y apoyar la discusión técnica del EPR.

4. Metodología

La metodología se apoya en la formulación SARIMAX, dado que esta permite combinar dependencia temporal, componentes estacionales y variables exógenas dentro de una misma estructura

de modelación [1, 4].

La mteodología propuesta se fundamenta en el modelo SARIMAX, el objetivo no es construir una predicción determinista del futuro, sino comparar trayectorias condicionadas a distintos supuestos macroeconómicos, los cuales buscan evaluar la sensibilidad de las entidades financieras frente a escenarios adversos [6, 7].

La metodología se desarrolla en cinco etapas, inicialmente la organización de la información, para luego definir variables mas las especificaciones del modelo, luego construir los debidos escenarios y hacer el análisis comparativo de resultados.

4.1. Organización de la información

La primera etapa consiste en organizar la información histórica de las líneas de cartera seleccionadas. Para cada modalidad se construye una serie temporal de la forma

$$\{Y_t\}_{t=1}^{n},$$

donde Y_t representa el valor observado de la cartera en el periodo t, y n corresponde al número total de observaciones disponibles.

Las líneas analizadas corresponden a microcrédito, consumo, comercial y cartera total. Estas series se ordenan cronológicamente para preservar su estructura temporal, ya que en modelos de series de tiempo el orden de las observaciones es parte esencial de la información disponible [1].

4.2. Definición de variables

Para cada línea de cartera se define una variable dependiente Y_t, la cual representa la trayectoria financiera que se desea proyectar. De manera complementaria, se incorpora un vector de variables exógenas

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{rt})^{\top},$$

donde cada componente recoge información macroeconómica relevante para la dinámica de la cartera.

Ademas, el vector X_t puede incluir variables como inflación, Producto Interno Bruto, tasa de política monetaria, tasa de cambio y desempleo. Estas variables permiten representar el entorno macroeconómico bajo el cual se condicionan las proyecciones. Su inclusión resulta pertinente pues el comportamiento de la cartera bancaria no depende únicamente de su historia, sino también de factores externos que afectan la demanda de crédito, el costo del endeudamiento y la capacidad de pago de los deudores.

4.3. Especificación del modelo SARIMAX

Para cada línea de cartera se plantea un modelo SARIMAX. En forma general, el modelo puede escribirse como

$$\Phi(B^s)\phi(B)(1-B)^d(1-B^s)^D\left(Y_t-\beta^\top X_t\right)=\Theta(B^s)\theta(B)\varepsilon_t.$$

los polinomios $\phi(B)$ y $\theta(B)$ recogen la dinámica no estacional del modelo, lo que hace el primero es describir la dependencia de la serie respecto a sus propios rezagos, mientras que el segundo incorpora el efecto de choques pasados a través del error. Análogamente, $\Phi(B^s)$ y $\Theta(B^s)$ agregan la dinámica estacional, es decir, relaciones que se repiten cada s periodos.

Por otra parte, $(1-B)^d$ representa la diferenciación ordinaria y $(1-B^s)^D$ la diferenciación estacional. Dichas transformaciones se utilizan para tratar tendencias o patrones persistentes y finalmente, X_t denota el vector de variables exógenas, incorporadas al modelo, mientras que β contiene los coeficientes que miden su efecto sobre Y_t.

De manera interpretativa y omitiendo por simplicidad la notación estacional, el modelo puede entenderse como

$$Y_t=\mu+\sum_{i=1}^{p}\phi_iY_{t-i}+\sum_{j=1}^{q}\theta_j\varepsilon_{t-j}+\beta^\top X_t+\varepsilon_t.$$

Esto permite ver que la variable de interés no se explica únicamente por su comportamiento pasado, sino también por choques previos y por condiciones externas.

La formulación permite explicar la variable financiera a partir de tres fuentes de información, su propia historia, los choques pasados y las condiciones macroeconómicas externas. Es decir que SARIMAX, resulta más adecuado que un modelo puramente ARIMA cuando el objetivo es analizar escenarios macroeconómicos diferenciados [3, 5].

4.4. Estimación y selección del modelo

El modelo se apoya en la información histórica, tanto de la serie principal como de las variables exógenas, bajo el supuesto usual de innovaciones gaussianas,

$$\varepsilon_t\sim N(0,\sigma^2),$$

los parámetros del modelo pueden estimarse mediante máxima verosimilitud. Si Θ agrupa los parámetros desconocidos del modelo, el estimador se define como

$$\widehat{\Theta}=\arg\max_{\Theta}\log L(\Theta),$$

donde $L(\Theta)$ corresponde a la función de verosimilitud asociada a la trayectoria observada, este procedimiento busca los valores de los parámetros que hacen más probable el comportamiento registrado por la serie dentro de la estructura del modelo propuesto.

La selección de la especificación SARIMAX debe considerar tanto el ajuste del modelo como su complejidad. Para ello se pueden emplear criterios de información como

$$AIC = -2\log L(\widehat{\Theta}) + 2k,$$

$$BIC = -2\log L(\widehat{\Theta}) + k\log(n),$$

donde k representa el número de parámetros estimados y n el número de observaciones. Estos criterios permiten comparar especificaciones alternativas y favorecer modelos que logren un equilibrio entre ajuste y parsimonia [9, 10].

4.5. Construcción de escenarios

Una vez estimado el modelo, se construyen dos trayectorias de proyección: un escenario base y un escenario adverso. El escenario base representa una trayectoria central o esperada de las variables macroeconómicas, mientras que el escenario adverso representa una trayectoria de tensión.

Matemáticamente, la diferencia entre escenarios puede expresarse mediante proyecciones condicionadas:

$$\widehat{Y}_{t+h}^{Base} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t, X_{t+h}^{Base}),$$
$$\widehat{Y}_{t+h}^{Adverso} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t, X_{t+h}^{Adverso}),$$

donde $\mathcal{F}_t$ representa la información disponible hasta el periodo t, y X_{t+h}^{Base}, $X_{t+h}^{Adverso}$ corresponden a trayectorias macroeconómicas alternativas.

Esta estructura es coherente con la lógica de las pruebas de resistencia, ya que permite evaluar cómo cambia la trayectoria esperada de la cartera cuando el entorno macroeconómico se deteriora [6, 8].

4.6. Indicadores de comparación

Para evitar la exposición de valores absolutos, la comparación entre escenarios se realiza mediante indicadores relativos. El primero es la brecha porcentual:

$$\Delta_{\%}(t) = \left(\frac{\widehat{Y}_t^{Base} - \widehat{Y}_t^{Adverso}}{\widehat{Y}_t^{Base}} \right) \times 100.$$

Este indicador mide qué tanto se reduce la proyección adversa frente a la proyección base. Si $\Delta_{\%}(t) > 0$, entonces el escenario adverso se encuentra por debajo del escenario base.

El segundo indicador es la variación porcentual periodo a periodo:

$$g_t = \left(\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \right) \times 100.$$

Este indicador permite analizar si una línea de cartera crece, se desacelera o se contrae bajo cada escenario. Así, el análisis no depende de revelar montos reales, sino de estudiar la forma de las trayectorias y su sensibilidad relativa.

Por ultimo, puede utilizarse un índice normalizado:

$$I_t = \frac{Y_t}{Y_{t_0}} \times 100,$$

donde t_0 representa el periodo base. Esta transformación conserva la forma de la curva y permite interpretar la evolución relativa de cada serie sin mostrar cifras absolutas.

4.7. Lectura metodológica del ejercicio

La metodología propuesta permite conectar la teoría de series temporales con la finalidad práctica del EPR. El modelo SARIMAX aporta la estructura matemática para proyectar las líneas de cartera; las variables exógenas incorporan el entorno macroeconómico; y los indicadores porcentuales permiten comparar escenarios sin revelar información sensible.

En consecuencia, el ejercicio no debe interpretarse como una predicción exacta del futuro, sino como una herramienta cuantitativa para evaluar sensibilidad, comparar trayectorias y apoyar la discusión técnica del riesgo financiero bajo escenarios macroeconómicos diferenciados.

5. Resultados

Este capítulo presenta las trayectorias obtenidas mediante el modelo SARIMAX bajo dos escenarios: base y adverso, con la finalidad de evaluar el comportamiento de variables financieras bajo condiciones macroeconómicas adversas [6, 7].

5.1. Caracterización del escenario macroeconómico

En el modelo SARIMAX, el escenario macroeconómico entra mediante el vector de variables exógenas

$$X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{rt})^\top.$$

Por tanto, la proyección de cartera puede escribirse como una esperanza condicionada:

$$\widehat{Y}_{t+h} = \mathbb{E}(Y_{t+h} \mid \mathcal{F}_t, X_{t+h}),$$

donde $\mathcal{F}_t$ representa la información disponible hasta el periodo t.

Para cada variable macroeconómica Z_t, se define la brecha relativa entre el escenario adverso y

el escenario base como

$$B^{Z}_{\%}(t) = \left(\frac{Z_t^{Adverso} - Z_t^{Base}}{Z_t^{Base}} \right) \times 100.$$

Una brecha positiva en tasa de interés, inflación, TRM o desempleo representa mayor presión macroeconómica. En cambio, una brecha negativa en PIB indica menor dinamismo económico. Bajo esta lectura, el escenario adverso se caracteriza por condiciones más restrictivas: mayor costo financiero, mayor presión de precios, mayor tensión cambiaria, menor crecimiento y mayor desempleo.

5.1.1. Tasa de política monetaria

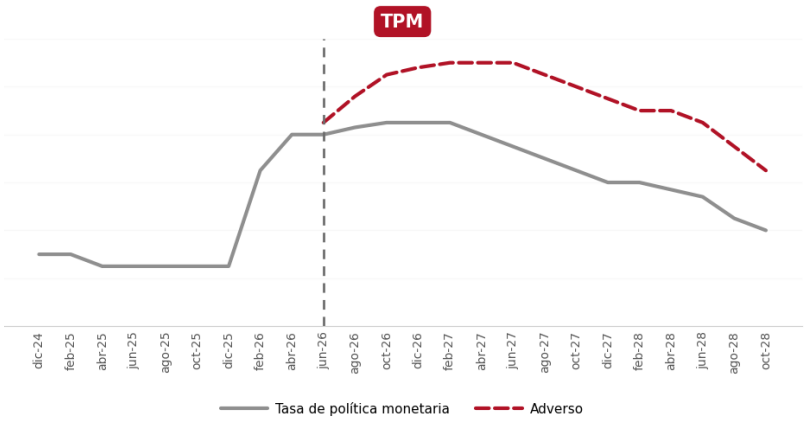


Figura 1: Trayectoria de la tasa de política monetaria bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 1 muestra que la TPM adversa se mantiene por encima de la trayectoria base. Por tanto,

$$B^{TPM}_{\%}(t) > 0,$$

lo que representa un entorno de financiamiento más restrictivo. Al cierre del horizonte, la diferencia relativa entre el escenario adverso y el escenario base es cercana al 12.5 %.

En el modelo, esta diferencia entra por medio de X_t y afecta la esperanza condicionada de la cartera. Económicamente, una TPM más alta puede encarecer el crédito y moderar la demanda esperada de cartera.

5.1.2. Inflación

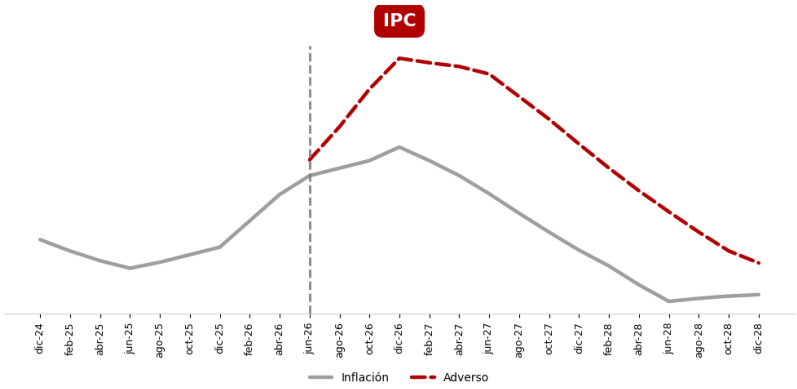


Figura 2: Trayectoria del IPC bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 2 muestra una trayectoria adversa superior a la base, por lo que

$$B_{\%}^{IPC}(t) > 0.$$

Al cierre del horizonte, la brecha aproximada entre ambas trayectorias es cercana al 9.4 %.

Desde la lectura financiera, una inflación más alta puede reducir el ingreso real y afectar la capacidad de pago. Por ello, el IPC funciona como un canal macroeconómico relevante para explicar menor dinamismo en algunas líneas de cartera.

5.1.3. Tasa representativa del mercado

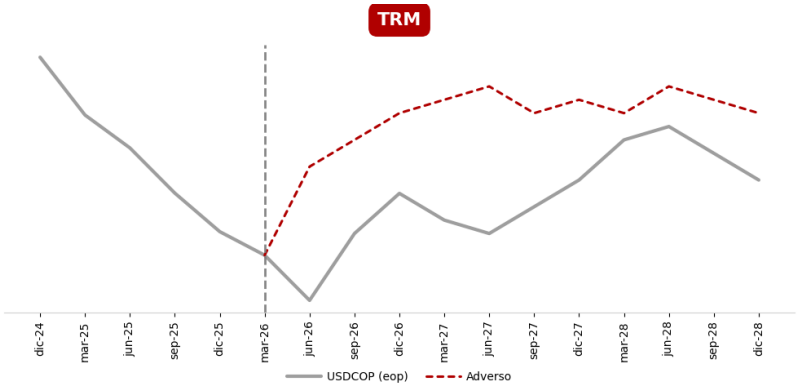


Figura 3: Trayectoria de la TRM bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 3 muestra que la TRM adversa se ubica por encima de la trayectoria base durante el horizonte de proyección. En consecuencia,

$$B_{\%}^{TRM}(t) > 0.$$

Al cierre del horizonte, la brecha relativa aproximada es de 6.3 %.

Una TRM más alta representa mayor presión cambiaria. Este canal puede transmitirse a precios, costos financieros y expectativas de inflación, por lo que aporta información exógena relevante para diferenciar el escenario base del escenario adverso.

5.1.4. Producto Interno Bruto

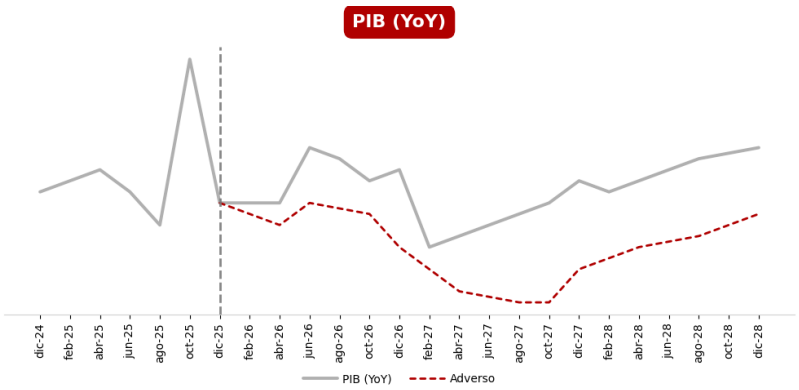


Figura 4: Trayectoria del PIB bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 4 muestra que el PIB adverso se ubica por debajo de la trayectoria base. En este caso,

$$B_{\%}^{PIB}(t) < 0,$$

lo cual refleja menor dinamismo económico. Al cierre del horizonte, la diferencia relativa aproximada entre ambas trayectorias es cercana al $-21.4\,\%$.

Este resultado es relevante porque el PIB aproxima el canal de actividad económica. Una menor expansión del producto puede reducir la demanda de crédito, limitar decisiones de inversión y afectar la generación de ingresos de hogares y empresas.

5.1.5. Desempleo

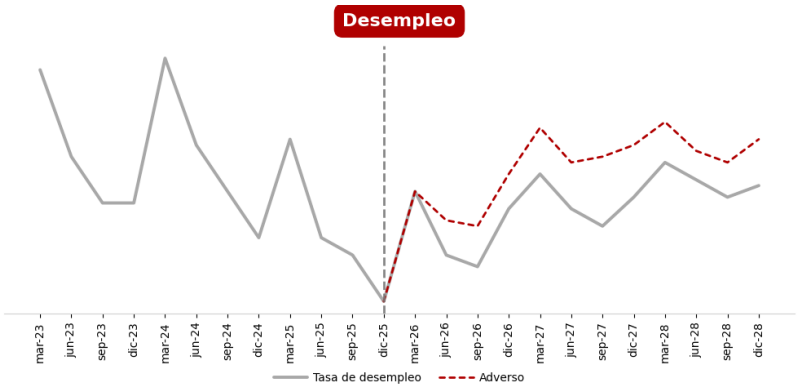


Figura 5: Trayectoria de la tasa de desempleo bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 5 muestra que el desempleo adverso se mantiene por encima de la trayectoria base. Por tanto,

$$B_{\%}^{Des}(t) > 0.$$

Al cierre del horizonte, la diferencia relativa aproximada entre el escenario adverso y el escenario base es cercana al 8.2 %.

Desde una lectura financiera, un mayor desempleo puede deteriorar la capacidad de pago de los hogares y aumentar la vulnerabilidad de algunas modalidades de cartera. En consecuencia, esta variable conecta el escenario macroeconómico con la trayectoria esperada de la cartera.

5.2. Respuesta de las líneas de cartera

Una vez caracterizado el escenario macroeconómico, se analizan las trayectorias proyectadas de las líneas de cartera. Para cada línea se define la brecha relativa:

$$B_{\%}^{Y}(t) = \left(\frac{Y_t^{Adverso} - Y_t^{Base}}{Y_t^{Base}} \right) \times 100.$$

Si $B_{\%}^{Y}(t) < 0$, la trayectoria adversa se encuentra por debajo de la trayectoria base. Esta medida permite comparar sensibilidad sin revelar montos absolutos.

5.2.1. Microcrédito

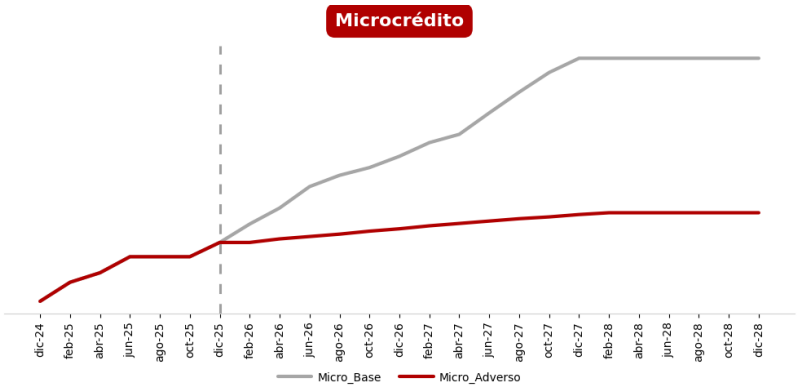


Figura 6: Trayectoria de microcrédito bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 6 muestra la mayor separación entre escenarios. La trayectoria adversa crece a un ritmo menor que la base y, al cierre del horizonte, se obtiene

$$B_{\%}^{Micro}(2028) \approx -36.0\,\%.$$

Este resultado ubica a microcrédito como la línea más sensible del ejercicio. Económicamente, esto es coherente con una mayor exposición a tasas de interés, inflación y deterioro de la capacidad de pago de pequeñas unidades productivas.

5.2.2. Consumo

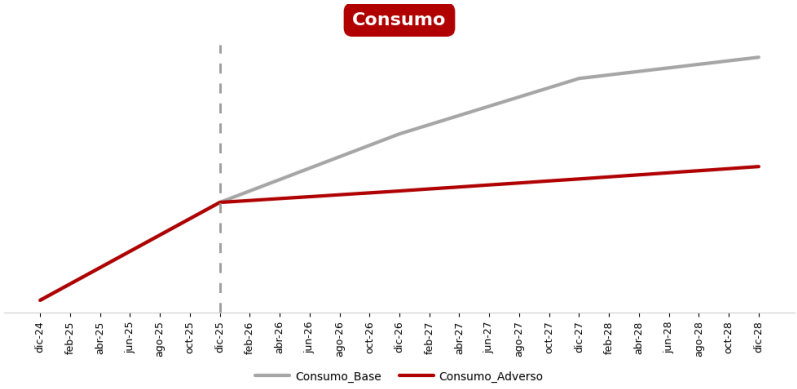


Figura 7: Trayectoria de la cartera de consumo bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 7 muestra que la trayectoria adversa permanece por debajo de la base durante el horizonte proyectado. Aunque ambas curvas mantienen una tendencia creciente, el escenario adverso presenta menor pendiente.

La brecha relativa al cierre del horizonte es aproximadamente

$$B_{\%}^{Cons}(2028) \approx -23.2\,\%.$$

Esto indica una sensibilidad media-alta. La cartera de consumo responde a variables como ingreso disponible, inflación, desempleo y costo del endeudamiento; por ello, el escenario adverso se expresa principalmente como menor crecimiento relativo.

5.2.3. Cartera comercial

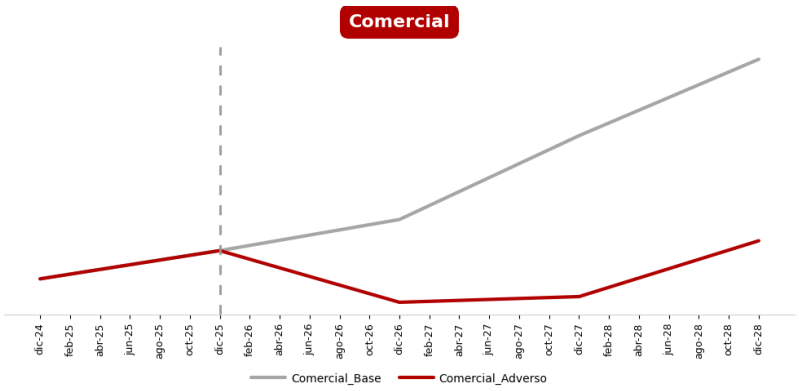


Figura 8: Trayectoria de la cartera comercial bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 8 muestra una trayectoria adversa inferior a la base, con un ajuste inicial y una recuperación parcial hacia el final del horizonte. La brecha relativa al cierre es aproximadamente

$$B_{\%}^{Com}(2028) \approx -16.3\,\%.$$

Este resultado sugiere una sensibilidad menor frente a microcrédito y consumo. Sin embargo, la diferencia sigue siendo relevante porque refleja menor dinamismo productivo, mayor incertidumbre y condiciones de financiamiento menos favorables.

5.2.4. Cartera total

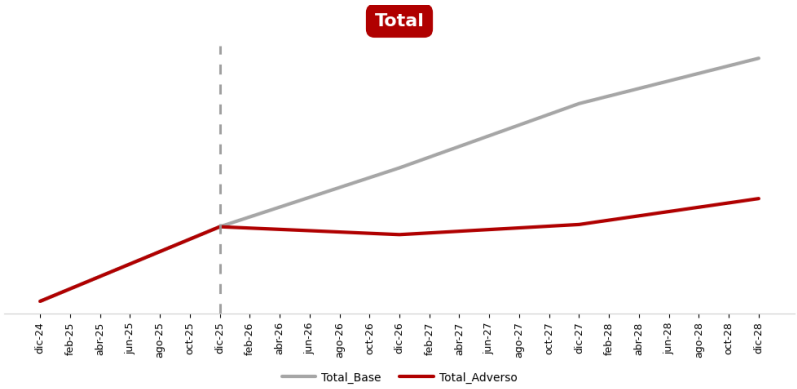


Figura 9: Trayectoria de la cartera total bajo escenario base y escenario adverso.

La Figura 9 resume el efecto agregado del escenario adverso. La trayectoria adversa permanece por debajo de la base y presenta una brecha aproximada de

$$B_{\%}^{Tot}(2028) \approx -20.6\,\%.$$

Además, las variaciones interanuales muestran menor dinamismo: mientras el escenario base crece aproximadamente 11 %, 11 % y 7 %, el adverso presenta variaciones cercanas a $-2\,\%$, $2\,\%$ y $5\,\%$. Esto indica que el estrés no implica necesariamente una contracción permanente, sino una pérdida de crecimiento relativo.

5.3. Comparación de sensibilidad

La comparación de las brechas relativas permite ordenar las líneas de cartera según su sensibilidad frente al escenario adverso.

Cuadro 1: Brecha relativa aproximada entre escenario base y adverso al cierre del horizonte

Línea de cartera	Brecha relativa aproximada
Microcrédito	$-36.0\,\%$
Consumo	$-23.2\,\%$
Cartera total	$-20.6\,\%$
Comercial	$-16.3\,\%$

Los resultados muestran que microcrédito presenta la mayor sensibilidad relativa, seguida por consumo. La cartera comercial registra la menor brecha porcentual, mientras que la cartera total recoge el efecto agregado de las modalidades analizadas.

Matemáticamente, la diferencia entre escenarios puede interpretarse como

$$D_{t+h} = \widehat{Y}_{t+h}^{Base} - \widehat{Y}_{t+h}^{Adverso}.$$

Cuando $D_{t+h} > 0$, la trayectoria base supera a la adversa. En las líneas analizadas esta condición se cumple de forma persistente, lo que confirma que el escenario adverso modifica la trayectoria esperada durante varios periodos.

5.4. Síntesis del capítulo

En conjunto, el escenario adverso genera trayectorias inferiores frente al escenario base. Esta reducción no es homogénea: microcrédito presenta la mayor sensibilidad relativa, consumo muestra una sensibilidad media-alta, comercial presenta una respuesta más moderada y la cartera total sintetiza el efecto agregado del ejercicio.

El aporte del análisis está en cuantificar diferencias porcentuales entre escenarios sin revelar montos internos. Así, el modelo SARIMAX funciona como una herramienta útil para el EPR, al comparar trayectorias condicionadas por supuestos macroeconómicos diferenciados y medir sensibilidad relativa frente al riesgo.

6. Referencias

Referencias

[1] Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice* (3rd ed.). OTexts. Disponible en: `https://otexts.com/fpp3/`

[2] Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

[3] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (5th ed.). Wiley.

[4] Statsmodels. (2026). *statsmodels.tsa.statespace.sarimax.SARIMAX*. Disponible en: `https://www.statsmodels.org/dev/generated/statsmodels.tsa.statespace.sarimax.SARIMAX.html`

[5] Statsmodels. (2026). *SARIMAX: Introduction*. Disponible en: `https://www.statsmodels.org/stable/examples/notebooks/generated/statespace_sarimax_stata.html`

[6] Banco de la República. (s.f.). *Ejercicios de sensibilidad (stress tests) sobre el sistema financiero*. Disponible en: `https://www.banrep.gov.co/es/estabilidad-financiera/stress-testing-sistema-financiero`

[7] Superintendencia Financiera de Colombia. (2026). *Circular Básica Financiera: Capítulo 9 - Esquema de pruebas de resistencia (EPR)*. Disponible en: https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10116084/circular-basica-financiera-circular-externa-004-de-2026/

[8] Superintendencia Financiera de Colombia. (2025). *Circular Externa 021 de 2025: instrucciones sobre el esquema de pruebas de resistencia (EPR) y la implementación de los procesos de autoevaluación de capital (PAC) y liquidez (PAL)*. Disponible en: https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10115459/circulares-externas-2025/

[9] Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723.

[10] Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.