# LA DEMOCRACIA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

EDNA ROCIO BARRETO GONZÁLEZ

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ
2017

# LA DEMOCRACIA EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

EDNA ROCIO BARRETO GONZÁLEZ

Tesis presentada como requisito parcial para Optar por el título de Magister en Educación énfasis en Educación Matemática Bajo la Modalidad de Investigación.

ASESOR

FRANCISCO JAVIER CAMELO BUSTOS

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

ÉNFASIS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ

2017

# TABLA DE CONTENIDO

**AGRADECIMIENTOS** ..... 5
**INTRODUCCIÓN** ..... 6
**CAPÍTULO I** ..... 9
**DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN** ..... 9
**JUSTIFICACIÓN** ..... 9
**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA** ..... 13
**PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN** ..... 15
**OBJETIVOS** ..... 17
***General*** ..... 17
***Específicos*** ..... 17
**CAPÍTULO II** ..... 18
**MARCO TEÓRICO** ..... 18
**ANTECEDENTES** ..... 18
***La democracia en educación matemática.*** ..... 19
**PERSPECTIVA TEÓRICA** ..... 22
***Teoría Crítica*** ..... 22
***Educación Crítica*** ..... 23
***Educación Matemática Crítica*** ..... 24
***Democracia*** ..... 26
**RELACIÓN ENTRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y DEMOCRACIA** ..... 29
***Resonancia intrínseca*** ..... 31
***Disonancia intrínseca*** ..... 32
***Relación crítica*** ..... 33
**CARACTERÍSTICAS ASOCIADAS A LA DEMOCRACIA**. ..... 34
***Colectividad*** ..... 36
***Transformación*** ..... 36
***Deliberación*** ..... 37
***Coflexión*** ..... 38
**CAPÍTULO III** ..... 39
**MARCO METODOLÓGICO** ..... 39
**TIPO DE INVESTIGACIÓN** ..... 39

*Método de investigación: Investigación Acción* ..... 41
*Fases de la investigación* ..... 41
*Instrumentos para el análisis* ..... 43
*Técnicas de recolección de la información* ..... 47
**CAPÍTULO IV** ..... 50
**IMPLEMENTACIÓN** ..... 50
**CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN** ..... 50
*Colegio de la Salle Bogotá* ..... 50
*PEI: "Una opción en valores"* ..... 51
*Enfoque del área de matemáticas* ..... 52
**DESCRIPCIÓN DEL DOCENTE** ..... 53
*Formación Académica* ..... 53
*Práctica docente* ..... 54
*Declaraciones estudiantes* ..... 57
**CARACTERIZACIÓN TRIDUO LASALLISTA** ..... 60
*Actividades día 1, 2 y 3* ..... 61
**CAPÍTULO V** ..... 63
**ANÁLISIS DE LOS DATOS** ..... 63
**DOCUMENTOS INSTITUCIONALES** ..... 63
**ENTREVISTAS** ..... 65
*Entrevista docente* ..... 65
*Entrevista estudiantes* ..... 70
**VIDEOS** ..... 73
**FASE 1 Y 2: DESCRIPCIÓN Y SELECCIÓN DE EPISODIOS** ..... 73
*Sesión 1* ..... 75
*Sesión 2* ..... 76
*Sesión 3* ..... 79
*Sesión 4* ..... 81
**FASE 4 Y 6: CARACTERIZACIÓN Y COMPARACIÓN** ..... 83
*Triduo Lasallista* ..... 89
*Actividades día 1, 2 y 3* ..... 95
**CATEGORÍAS DE ANÁLISIS** ..... 102

*Colectividad* ..... 102
*Transformación* ..... 107
*Deliberación* ..... 110
*Coflexión* ..... 112
**CAPÍTULO VI** ..... 115
**CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN** ..... 115
**BIBLIOGRAFÍA** ..... 123

# AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a Dios por permitirme continuar en el camino de la vida, por darme fortaleza, paciencia y su infinito amor. A mi mamá Carmen Elisa González y mi hermano Diego Estiven Barreto, quienes me han apoyado en cada uno de los momentos importantes para mi crecimiento a nivel personal, espiritual y profesional, a mi familia quien siempre ha creído en mis capacidades.

Una de las cosas maravillosas que me han pasado a nivel profesional, de este camino que hasta ahora empieza es hacer parte del grupo EdUtopía, quienes me han orientado e inspirado a reflexionar sobre mí quehacer docente sin desconocer la importancia de lo socio político en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, infinitas gracias. A mi asesor Francisco Javier Camelo, por confiar en mi proyecto, por la paciencia, por la constancia, sé que no ha sido un camino fácil, pero también sé que de ahora en adelante los interrogantes que nacen en mí, darán para continuar el camino de la práctica reflexiva con sentido social.

Muchas gracias a todos, sin ustedes esto no sería posible

Edna Rocio Barreto González

# INTRODUCCIÓN

La Educación Matemática Crítica (EMC) ha entrado en el ámbito de la educación matemática como una propuesta que plantea sus bases teóricas en dimensiones sociales y políticas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por ello, esta propuesta enfatiza en la necesidad del reconocimiento del contexto sociopolítico, según Valero (2002, p. 18) esté nace de "la inquietud acerca del vínculo que existe entre lo que sucede en el aula con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las estructuras económicas, sociales, políticas y los procesos históricos que dan significado a esos fenómenos".

De esta manera, se busca establecer las relaciones y la caracterización de cada uno de los espacios en los cuales se dan situaciones de tensión o crisis en el proceso de enseñanza-aprendizaje; posibilitando así, identificar dichos momentos para actuar frente a los mismos con una posición política, cultural y social abierta. Con base en lo anterior es importante identificar las relaciones y actuaciones en el espacio de las prácticas educativas, reconociendo el contexto y las características de los espacios de interacción de los mismos en las instituciones educativas.

Tomando como punto de referencia los planteamientos teóricos de la EMC y la importancia de contribuir al desarrollo de la democracia en el aula de clase, diversos autores plantean que se debe tener en cuenta el carácter democrático y socio político de los ambientes educativos, en paralelo a las políticas educativas actuales y las propuestas que apuntan a mejorar los desempeños en algunas áreas específicas, nace una preocupación con respecto al panorama de las prácticas en educación matemática colombiana. Por esta razón, se analizarán aspectos relacionados con la formación de ciudadanos críticos, con competencias democráticas y capacidad de reflexión – acción.

En una indagación rápida a través de google, se rastreó en la página de la secretaria de educación de la ciudad en la cual vivo y me desempeño como docente, la cantidad de instituciones educativas del sector público y privado, que vinculan aspectos relacionados con la democracia en los nombres de los PEI. Se encontró que, de los 2.544 colegios registrados en la Secretaría de Educación de Bogotá, el 89% de las instituciones en su PEI reconocen o

hacen mención de algunos conceptos como: competencias críticas, desarrollo de pensamiento reflexivo, cooperación, solidaridad, autonomía, ciudadanía, trabajo en equipo, participación, paz, entre otros. Para el presente trabajo de investigación toma sentido analizar como desde la parte escrita, son muchas las instituciones que manifiestan interés en dichos aspectos relacionados con la democracia. Sin embargo, es de vital importancia develar si las intenciones constituidas en dichos documentos se hacen presentes en el ambiente escolar de manera interdisciplinar a través de las diferentes asignaturas y el vivir cotidiano de los estudiantes.

Fruto de dichas indagaciones y el que hacer pedagógico personal, nacen inquietudes con respecto a cómo, a través de las clases de matemáticas, se propician ambientes que potencien en los estudiantes/ciudadanos la crítica, la reflexión, la participación, y un alto sentido democrático y autónomo. Motivo por el cual se aborda el presente trabajo para establecer algunas claridades frente a los presupuestos teóricos asociados al desarrollo de la democracia dentro del aula de matemáticas; dicho concepto será abordado en el marco teórico, con el fin de asumir una postura para la presente investigación.

Si bien desde los estamentos legales, en la mayoría de instituciones educativas, se reconoce y se hace hincapié en lo documental sobre el desarrollo de la democracia y el pensamiento crítico y reflexivo, eso no siempre es lo que ocurre en las prácticas educativas en los salones de matemáticas. Con base en lo anterior y teniendo como punto de referencia central caracterizar un aula de clase particular se presenta este trabajo de grado titulado "*La Democracia en el aula de Matemáticas*".

En la parte inicial se aborda el problema de investigación, en el cual se hace la descripción teórica y personal de las razones que consolidaron interrogantes para abordar la pregunta de investigación, *¿Existe coherencia entre lo planteado a nivel institucional acerca de la democracia y lo que sucede en el aula de matemáticas?*; explicitando la tensión existente entre lo planteado en la parte documental sobre democracia, y lo que se observa en el aula de clase con la relación entre democracia y las matemáticas. Además, se da sustento a la pertinencia del trabajo, mostrando una serie de acontecimientos que permiten rastrear algunas

investigaciones sobre la formación de valores democráticos y la aplicación de Ambientes de Aprendizaje, en el aula de matemáticas.

En la segunda parte se desarrolla una conceptualización teórica, a partir de la Educación Crítica, planteada entre otros por Freire (1973) y Habermas (1987), para puntualizar en la EMC, desde autores como Skovsmose (1999) y Valero (1998). Se realiza un recuento histórico sobre la definición de la democracia. En este apartado se tienen en cuenta los aportes teóricos de Dewey (1966), Adorno (1998), Valero (1999) y Giroux (2003), identificando las posibilidades de educación matemática asociadas a dicho concepto, según el momento histórico presentado. Desarrollando las concepciones contemporáneas se muestra la relación entre matemática y democracia en el aula de clase; con el fin de establecer acuerdos propios en el ámbito educativo.

Con base en lo anterior, se aborda el marco teórico y metodológico para orientar la investigación y sus fases, la recolección de datos y el posterior análisis. Por tal razón se concreta el tipo de investigación, los métodos de recolección y sistematización de los datos, necesarios para responder la pregunta planteada y cada uno de sus elementos. Para finalizar realizando el análisis de la información; terminando con las conclusiones y planteando algunos interrogantes que a partir de esta investigación podrían resultar relevantes para abordar otros trabajos.

# CAPÍTULO I

# DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Identificar las tensiones que se presentan al interior del aula de clase posibilita la reflexión sobre la práctica pedagógica. Teniendo en cuenta lo anterior este capítulo inicia con una justificación, en la cual se presentan algunas características generales de la educación, para ir trazando una ruta en la que se observa la importancia de la democracia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; a través de documentos legales, tales como la ley 115, la constitución política y los lineamientos curriculares de matemáticas. Luego de esto, se realiza la construcción del problema de investigación y la pregunta pertinente para el presente estudio finalizando con los objetivos general y específicos.

## JUSTIFICACIÓN

En el desarrollo de la educación en general, se pueden observar diferentes reflexiones acerca de la práctica educativa y los modelos pedagógicos, los cuales se caracterizan, según Zabala (2007) por tener una concepción epistemológica, psicológica, socio-antropológica y didáctica. Para Flórez (1994), algunos modelos (tradicional y conductista) organizan el conocimiento de forma lineal y cronológica. En el tradicional y el conductista se concibe al docente como trasmisor de conocimiento entendido éste como verdad absoluta, por lo cual el estudiante es un receptor pasivo, a su vez el modelo tradicional se enfoca en trasmitir conocimiento mientras que el conductismo busca cambiar comportamientos a través de estímulos.

Sin embargo, se reconocen otros modelos como: romántico, cognitivo y social. En ellos el conocimiento no se organiza de forma lineal y cronológica; en el romántico y el cognitivo el docente es un mediador que facilita y orienta el proceso del estudiante, quien a través de descubrimientos y participación activa teje su red de aprendizaje; el modelo romántico se enfoca en desarrollar autenticidad y libertad individual del estudiante y el modelo cognitivo busca la construcción del conocimiento a partir de situaciones problema. Por último, tenemos

el modelo social en el cual tanto docente como estudiante tiene un rol importante en el proceso de enseñanza- aprendizaje ya que ambos participan y analizan el contexto social, cultural y político; el enfoque de este modelo consiste en trazar una ruta de acción a partir de las situaciones reconocidas por el estudiante.

Particularmente en el ámbito de la Educación, las matemáticas han sido presentadas e incluidas en todo el sistema educativo, sin algún rasgo ideológico (Mora, 2005). Está concepción es la predominante en el mundo occidental y obedece a la manera en la cual se enseñan y aprenden las matemáticas. Según Mora (2005) las matemáticas son "*entendidas, como un constructo lógico y coherentemente compuesto por un conjunto de elementos, cuyas relaciones y combinaciones establecen un sistema altamente objetivo, donde no están permitidos los errores y las contradicciones de ninguna naturaleza*". Autores como Bishop (1999), Kline (1985) y Bell (1985) plantean que dicha idea se contrapone, incluso con el desarrollo histórico y social de las mismas en cada una de las culturas.

La escuela, desde sus inicios ha incluido en el plan de estudios a las matemáticas, para contribuir en la sociedad, ya que son primordiales para el desarrollo académico de los estudiantes. Sin embargo, según los planteamientos de Mora (2005), las matemáticas y su didáctica responden a cada cultura, a intereses particulares o colectivos, deseos y experiencias del medio social y natural. Es decir *"La educación matemática no es ni pueden ser independiente de la realidad".* En la actualidad, aún se pueden observar y reportar experiencias de enseñanza en las cuales se busca impartir conocimientos descontextualizados y alejados de los intereses de los estudiantes, dejando de lado reflexiones y construcciones acerca de los cambios políticos, sociales y democráticos.

Un ejemplo de lo mencionado anteriormente es la tesis de maestría elaborada por Camelo & Mancera (2006), en la cual se realiza la investigación titulada *"El currículo desarrollado en torno a la proporcionalidad: un estudio cualitativo realizado en secundaria*". En dicho trabajo se reflexiona sobre las clases de matemáticas, el desarrollo de la proporcionalidad y la manera en la cual la metodología de algunas clases exige memorización y repetición.

Trabajos como el anterior, aporta elementos que han surgido del análisis y la reflexión de las prácticas en educación matemática. Con los cuales se ha reconocido el papel de las matemáticas para la comprensión del mundo, el contexto y la importancia de las interacciones entre el docente- estudiante- conocimiento y contexto. Por su parte Skovsmose (2012, p. 2) reconoce a las matemáticas "*como un lenguaje relevante que debería ser dominado por todos*". Identificando que ambos planteamientos asumen una postura social y política, se realizará una revisión en documentos relacionados con la educación y propiamente con la educación matemática.

Partiendo desde los planteamientos de la Constitución Política de Colombia que proclama en el Artículo 67

> La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a *la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y* la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. (Asamblea Nacional Constituyente, 1991, p. 20).

De igual manera en la Ley General de Educación Articulo 14 literal d) se afirma que una de las enseñanzas obligatorias que debe ser impartida en todas las instituciones educativas es "*La educación para la justicia, la paz, la democracia, la solidaridad, la confraternidad, el cooperativismo y, en general, la formación en los valores humanos"* (Ley 115, 1994, p. 24), además en el artículo 20 literal d) se plantea como uno de los objetivos generales para la educación básica.

> Propiciar el conocimiento y comprensión de la realidad nacional para consolidar los valores propios de la nacionalidad colombiana tales como la solidaridad, la tolerancia, la democracia, la justicia, la convivencia social, la cooperación y la ayuda mutua. (Ley 115, 1994, p. 27).

De igual manera en el artículo 23 de la ley 115 de educación se considera que la matemática está dentro de las áreas obligatorias y fundamentales, razón por la cual es impartida en las instituciones educativas desde la básica primaria hasta la media, considerándose de gran importancia para el desempeño académico de los estudiantes.

A su vez el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en los lineamientos curriculares de matemáticas, menciona que "se deben posibilitar debates en grupos, donde se asuman

distintos puntos de vista, cambios de roles argumentativos, ayudando a la formación del espíritu crítico, a la descentración del propio punto de vista y al desarrollo de la tolerancia mutua" (MEN, 1998, p. 67).

Lo mencionado anteriormente nos permite afirmar que tanto en la Constitución Política de Colombia, la Ley General de Educación y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se asume una postura social que incluye valores ciudadanos y democráticos que buscan un acercamiento a la convivencia social y el desarrollo de la ciudadanía. Por tal razón es importante reflexionar sobre la existencia de aspectos relacionados con el desarrollo del pensamiento crítico, la formación de ciudadanos autónomos y comprometidos con su papel en la sociedad, que pueden tomar decisiones y actuar en colectivo.

Siguiendo esta línea de planteamientos, se esperaría entonces que en las instituciones educativas exista coherencia entre lo proyectado en el PEI, el desarrollo de las clases y la convivencia diaria entre la comunidad; además de estar encaminados a la formación de ciudadanos críticos, competentes democráticamente y con un alto sentido de colectividad.

En dichas instituciones se deberían tener evidencias de clases y docentes que reflexionen sobre su práctica profesional, para reconstruir y desarrollar ambientes democráticos en los cuales los estudiantes se apropien de situaciones conflictivas y actúen sobre ellas de manera participativa.

Ahora bien, es importante involucrar la práctica personal, ya que está aporta elementos para analizar algunas de las tensiones que surgen al plantear la pregunta de investigación. En mi práctica profesional, han surgido interrogantes frente a la relación de las matemáticas y lo socio político; dentro de mis comprensiones acerca de la contribución que las matemáticas pueden hacer, está la de formar ciudadanos que aporten en la sociedad, haciendo uso de las herramientas matemáticas para analizar, participar y actuar en todo tipo de situaciones.

Con base en las reflexiones sobre mi práctica profesional y el constante cuestionamiento acerca de la manera en la cual se desarrolla, surge el presente trabajo de investigación; en el que me inquietaba mucho mí que hacer docente y el de mis compañeros de área. Ya que en una ocasión nos encontramos frente al análisis del bajo desempeño de los estudiantes en las

pruebas saber 5 y 9 en el componente de competencias ciudadanas, lo cual no sucedió en las componentes de matemáticas, lenguaje y ciencias naturales, dicho suceso desencadenó una serie de preguntas adicionales acerca de varios aspectos:

- ¿Cómo son las preguntas de estas pruebas?
- ¿Qué se evalúa?
- ¿Cómo puede la clase de matemáticas aportar a la construcción de la democracia y la ciudadanía?
- ¿Qué es lo observado en las prácticas matemáticas actuales de la institución?
- ¿Qué miden en realidad las pruebas saber en cada uno de sus componentes?

Con la situación que se presentó, las preguntas que surgieron y mi inquietud constante acerca de si la manera en la cual desarrollaba mis clases respondía o no a un cambio fundamental en la manera de concebir la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, surge la necesidad de rastrear, documentar y contrastar lo planteado en PEI, la filosofía de la institución, el plan de estudios y lo que sucede el aula de clase.

Por tal razón mi interés particular está centrado en *analizar la coherencia que existe entre lo que se plantea y lo que sucede en el aula de clase*, visto desde los ojos de la democracia, con miras realizar una reflexión acerca de lo que podría ser susceptible de modificación.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La escuela de Frankfurt surge en 1923 con la fundación del instituto para la Investigación Social (IIS), en respuesta a las condiciones políticas, económicas y sociales antes de la segunda guerra mundial. Algunos de sus principales exponentes son: Horkheimer, Adorno, Benjamín y Marcuse. Los cuales durante la guerra partieron a Estados Unidos en busca de refugio por la persecución a los nazis y los izquierdistas. En ese grupo de académicos se evidencia un interés en desarrollar una reflexión global sobre los procesos que consolidan la sociedad.

El momento histórico por el cual estaba pasando Europa, después de la segunda guerra mundial, permite el restablecimiento de la escuela de Frankfurt, con una nueva generación

de teóricos críticos, quienes hacen investigación social en diversas disciplinas. Es entonces cuando en este marco contextual el movimiento filosófico busca formar personas libres y ciudadanos reflexivos, además de presentar en la teoría critica una teoría radical y un análisis de escuela (McLaren, 1984).

En base a dichas reflexiones y realizando el análisis de la escuela, la teoría crítica penetra en el ámbito educativo manteniendo sus preocupaciones y sus intereses, de allí nace la Pedagogía Crítica, aceptando el espacio para la reflexión y la crítica. El principal objetivo de dicha corriente pedagógica está encaminado al carácter político que determina y condiciona cualquier reflexión educativa (Mora, 2005, citando a Althusser, Apple, Salinas)

Este nuevo movimiento es incorporado a la Educación Matemática que resguardaba un proceso algorítmico, memorístico y tradicional; según Freire (1972) se habla entonces de una formación más humanista e integral que dote de capacidad crítica a los individuos, para que se problematice la realidad y sobre la misma se realicen acciones colectivas que conlleven a la transformación de la sociedad a la cual pertenece, en diferentes ámbitos (políticos, sociales, culturales, académicos y económicos). De esta manera, para dar respuesta a interrogantes acerca de la naturaleza de las matemáticas y la perspectiva socio política de la educación propuesta por la Educación Critica, surge la Educación Matemática Crítica [EMC], como un enfoque que privilegia las relaciones políticas, sociales y culturales dentro de una sociedad, así mismo Torres y Sánchez (2009) plantean una serie de postulados importantes, que permiten identificar la relación entre matemáticas-sociedad- política, algunos ellos son:

> "Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su producción o su construcción" Freire (2006).
>
> "..., incluso en el aula de matemáticas, lo social antecede a lo matemático" Gorgorió (2006).
>
> "Las matemáticas no son un conocimiento neutral, sino que son un conocimiento/poder del cual los seres humanos hacen uso en diversas situaciones de la vida social para promover una visión determinada del mundo" Valero (2007).
>
> "Las matemáticas no son un conocimiento único, sino que existen una diversidad de conocimientos matemáticos asociados a diversas prácticas sociales y culturales" Valero (2007).

"las matemáticas otorgan poder, porque muestran una concepción del mundo" Valero (2007).

El recuento histórico presentado anteriormente del papel que han desarrollado diferentes autores en respuesta a los momentos de crisis por los cuales atravesaba la sociedad y la educación, permiten evidenciar que existe una preocupación constante por reconocer la importancia de lo social y lo político en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Del mismo modo, los postulados mencionados permiten reflexionar frente a las prácticas pedagógicas que se están desarrollando dentro y fuera de las instituciones educativas, particularmente al interior del aula de matemáticas. De este modo, surgen algunos interrogantes acerca de las prácticas en educación matemática personales y su normatividad vigente.

En el ejercicio de reflexionar sobre las prácticas de enseñanza, lo planteado a nivel institucional y las construcciones teóricas personales, surge la necesidad de identificar y abordar el tema de la democracia, ya que este debe estar incluido según lo señalado en la ley 115 de 1994 en el Art 14 literal d. Por consiguiente, cada una de las instituciones educativas tanto privadas como oficiales en su PEI debe buscar alcanzar los fines de la educación definidos por la ley; sin embargo, dichos establecimientos tienen autonomía para incluir cada uno de los aspectos estipulados en la Ley 115.

Con el panorama mencionado anteriormente, en el cual se estipulan ciertas directrices en cuanto al desarrollo de la democracia y la ciudadanía; la mayoría de los colegios de Bogotá enuncian desde sus planteamientos filosóficos aspectos relacionados con la formación de ***ciudadanos autónomos y participativos,*** que se manifiesten y transformen la sociedad. En este orden de ideas debería ser posible observar clases, docentes e instituciones preocupadas por reflexionar acerca de la importancia de contribuir al desarrollo de la democracia, a través de sus prácticas pedagógicas.

## PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta que a pesar de los esfuerzos personales por contribuir a cambiar las prácticas de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, me encuentro con nuevos interrogantes sobre ¿Quiénes estamos encargados de las prácticas de Educación Matemática?, ¿Qué objetivos se persiguen? ¿A quiénes favorecen?, ¿Bajo qué referentes

legales están guiadas dichas prácticas? ¿Existe coherencia entre los planteamientos legales, curriculares y las acciones que se desarrollan en el aula de clase? Todo lo anterior causa un interés por documentar y analizar lo que sucede en el colegio en el cual me encuentro trabajando con respecto al tema de la democracia, ya que dicho tema hace parte de su filosofía.

Es de esta manera como se rastrean investigaciones, en las cuales el énfasis estuviera relacionado con la democracia y me encuentro que referente al tema no hay mucha producción escrita. Por tal razón dentro de la búsqueda realizada se incluyen palabras relacionadas con valores asociados a la ciudadanía y la democracia, encontrando algunas referencias que servirán más adelante como antecedentes. Sin embargo la tensión entre lo que sucede al interior de mi aula de clase y lo que debería suceder sigue latente, por éste motivo me planteo la idea de analizar las clases de un compañero de trabajo, a través de una observación y el registro de las mismas en video, con el fin de rastrear y documentar la coherencia que existe entre lo que sucede en las clases de matemáticas y lo planteado en los documentos institucionales frente a la noción de democracia (PEI, mallas curriculares, programaciones, filosofía) en contraste frente a lo que sucede en el aula de clase y las actividades institucionalmente reconocidas.

Si bien es claro que la democracia es un tema que se ha tenido en cuenta desde los diferentes estamentos legales, las instituciones educativas han adoptado su mención para responder a un requisito de ley; no es posible generalizar dicha afirmación por tal razón el presente trabajo busca responder la siguiente pregunta de investigación:

*¿Existe coherencia entre lo planteado a nivel institucional acerca de la democracia y lo que sucede en el aula de matemáticas?*

## OBJETIVOS

### *General*

Analizar la relación que existe entre lo planteado en el PEI, los documentos institucionales y lo que sucede en el aula de matemáticas, a partir de la Educación Matemática Crítica, tomando como base la democracia.

### *Específicos*

- Caracterizar el PEI y los documentos institucionales para rastrear la noción de democracia de la institución.
- Describir las clases de matemáticas con el fin de identificar la coherencia entre los documentos institucionales y la práctica pedagógica con relación al desarrollo de la democracia.
- Analizar nociones asociadas a la democracia en el aula de matemáticas desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica.

# CAPÍTULO II

# MARCO TEÓRICO

El presente capítulo presenta una construcción teórica conceptual basada en la Educación Matemática Crítica y su relación con la democracia para abordar y dar respuesta a la pregunta de investigación del presente estudio. Para tal fin, se establecieron las categorías de análisis que posibilitaron establecer las rutas metodológicas para el trabajo de campo y la recolección de los datos.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, el capítulo inicia rastreando antecedentes que propendan por el desarrollo de la democracia en el aula de matemáticas. Posteriormente se describe la perspectiva teórica con el fin de posibilitar al lector un acercamiento a la teoría, mencionando aspectos históricos de la Teoría Crítica, la Educación Crítica y la Educación Matemática Crítica. Para finalizar con un recorrido en la búsqueda de cómo se ha entendido la democracia y la relación que existe con la educación matemática; situación que permite mencionar las siguientes cuatro categorías de análisis:

- Colectividad.
- Transformación.
- Deliberación.
- Coflexión.

## ANTECEDENTES

En el siguiente apartado, con base en la perspectiva de la EMC se realiza una revisión acerca de los trabajos e investigaciones que involucran la perspectiva socio política de la educación matemática o relacionan la enseñanza de las matemáticas con la democracia, las competencias y valores asociados a la misma; lo anterior se hace con el fin de caracterizar un contexto investigativo que responda a las preocupaciones en este campo y las acciones implementadas hasta el momento.

***La democracia en educación matemática.***

En el trabajo "*Formación y desarrollo de competencias matemáticas a partir de la investigación en didáctica de las matemáticas*" elaborado por el grupo Desarrollo Institucional Integrado[1], se plantea la siguiente pregunta de investigación ¿Cómo contribuir a mejorar las prácticas institucionalizadas de enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos y al diseño de unidades didácticas para fomentar el proceso de formación y desarrollo de competencias matemáticas? Basándose en D'Amore (2008), afirman que "el conocimiento matemático no es una réplica objetiva de una única realidad externa al sujeto, al contrario, es una construcción personal y social de significados".

En su trabajo realizan consideraciones sobre la competencia matemática, en la cual involucran los resultados obtenidos por el proyecto PISA, quienes establecen categorías de análisis para dicha competencia, también se aborda una recopilación de una tarea en matemáticas e, incluyen a Valero (2006) para hacer énfasis en lo social y la democracia vista desde la resonancia intrínseca, de la disonancia y de la relación crítica (Skovsmose & Valero, 2012). El trabajo muestra reflexiones sobre lo que podría mejorar las prácticas de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, *no profundiza en aspectos democráticos y políticos en educación matemática.*

Siguiendo la ruta de busqueda de antecedentes se rastrea el trabajo de Guerrero (2008), quien realiza una revisión de la "*teoría crítica*" y cómo ha influido en el proceso de enseñanza y aprendizaje, destacando la educación dialógica y problematizadora, la reflexión y acción, la emancipación, la competencia democrática, el conocimiento reflexivo matemático, la relación cultura y matemática, la matemática como construcción humana y social y, el docente-alumna(o) como sujetos políticos y no sólo cognitivos como posibilidad de reflexionar acerca de las acciones pedagógicas. En este trabajo a pesar del análisis de aspectos importantes para la formación de sujetos políticos *no se evidencian construcciones o*

[1] Grupo de investigación de la Universidad de Amazonía.

*acercamientos a la democracia;* ya que se realiza un recorrido teórico sobre la Teoría Crítica y la Educación Matemática Crítica.

Además en algunos trabajos como el de Vanegas & Gimenez (1997) se proponen los desafíos que deberían asumir los docentes de matemáticas, según Ubiratán D'Ambrosio en el 15vo ICMI Study (2005), estos desafíos se enfocan hacia el análisis de cuáles son las posibilidades y responsabilidades de los docentes de construir conocimiento matemático para una educación democrática y la necesidad de reflexionar sobre ello, se relacionan los valores básicos y el desarrollo pleno de las personas; con respecto a la ciudadanía proponen que esta "tiene que ver, con la capacidad para enfrentar nuevas situaciones, y con la toma de decisiones en situaciones imprevistas e inesperadas" (p.5). Sin embargo, *no se profundiza en la democracia.*

Otros trabajos desarrollados por grupos de investigación como el presentado por EdUtopía[2], (2011), "Los escenarios de investigación como propuesta desde la EMC para la formación continuada de profesores de matemáticas en ejercicio", que se desarrolló desde el año 2010, se plantean y se vinculan los principios de la EMC. En dicha propuesta de investigación se elaboraron e implementaron ambientes de aprendizaje en el aula de matemáticas, con ayuda de los diferentes colectivos; uno de los objetivos era analizar la formación continuada de los profesores. La metodología para el desarrollo de la investigación fue el trabajo colaborativo entre profesores de la IED Paulo Freire, los docentes y estudiantes de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

En la tesis de Builes, Monsalve & Suarez (2013) titulada "Formación ciudadana en la clase de matemática" se escogen tres instituciones educativas de la ciudad de Medellín con la intención de abarcar todos los estratos socioeconómicos para tener información completa y poder confrontar las observaciones realizadas con las percepciones de maestros y estudiantes. En el estudio se pretenden develar las prácticas de los maestros de matemática que contribuyen a la formación en ciudadanía de sus estudiantes, desde las relaciones

[2] Grupo de investigación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas

interpersonales y las acciones ejecutadas en el aula. La metodología utilizada es la cualitativa y de enfoque etnográfico, por su flexibilidad y apertura.

En *"Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes de grado octavo promovidas mediante la implementación de ambientes de aprendizaje en torno a la estadística y enmarcados en la teoría de la educación matemática crítica"* (Barreto, Cardozo, Chaparro, & Pachón., 2012), se trabajó en el análisis del pensamiento crítico por medio de los Ambientes de Aprendizaje. Tomando como base los resultados obtenidos y la práctica docente, se percibió la necesidad de profundizar en los diferentes ámbitos de la Educación Matemática Critica, particularmente en la democracia y las competencias democráticas, ya que es fundamental para los docentes ser investigadores y reflexivos de sus prácticas, para que puedan documentar y establecer propuestas de clase integrales que respondan a las necesidades actuales, encaminadas al desarrollo de ciudadanos críticos, que participen en la sociedad haciendo uso de sus competencias democráticas.

Teniendo en cuenta trabajos como los anteriormente mencionados, es posible observar que, a pesar de los esfuerzos por incidir en las prácticas matemáticas desde una postura social y política, el ámbito de la democracia y sus características asociadas, se dejan de lado. Se realizan acercamientos a temas de: ciudadanía, convivencia escolar, pensamiento crítico, teoría crítica, educación matemática crítica y formación continuada de docentes. Sin embargo, el tema de la democracia pasa desapercibido y por ello es pertinente la realización de la presente investigación.

A continuación, se realiza una construcción teórica que permite identificar las perspectivas que tienen en cuenta lo social y político en el ámbito educativo, a su vez se realiza un barrido histórico sobre la democracia que posibilita un panorama más amplio de la teoría y el acercamiento a la práctica.

# PERSPECTIVA TEÓRICA

## *Teoría Crítica*

Inició a principios del siglo XX, fue trabajada con profundidad por la Escuela de Frankfurt, que se fundó en el año 1923. La primera generación de intelectuales de dicha escuela fue: Horkheimer, Adorno y Marcuse. Ellos se propusieron interpretar, analizar y actualizar la teoría marxista originaria según su propio espíritu. En palabras de Osorio (2007) "se entiende que el conocimiento no es una simple reproducción conceptual de los datos objetivos de la realidad, sino su auténtica formación y constitución".

La teoría crítica se opone firmemente a la idea de la teoría pura que supone una separación entre el sujeto que observa y la verdad que es observada, e insiste en un conocimiento que está cargado tanto por la experiencia, las prácticas concretas de la época y los intereses teóricos y extra teóricos que se mueven dentro de ellas. La teoría crítica intenta comprender el mundo y el por qué es de cierta manera y se esfuerza por saber cómo debe ser. Dicho de otra manera, según los planteamientos de Osorio (2007).

> Las praxis y los intereses teóricos y extra teóricos que se dan en determinado momento histórico, revisten un valor teórico-cognitivo, pues son el punto de vista a partir del cual se organiza el conocimiento científico y los objetos de dicho conocimiento. (p. 105).

### Principios de la teoría crítica

Para comprender un poco más acerca de los principios que rigen esta teoría social, se presentarán a continuación algunos temas trabajados durante la primera época de la escuela de Frankfurt señalados por Rodríguez (1997):

- La razón como problema.
- Ilustración y contra ilustración.
- Superación del positivismo.
- Revisión de la institución familiar.
- Cultura y contracultura.
- La teoría crítica vs la teoría tradicional.

Fruto de la primera generación de autores pertenecientes a la escuela Frankfurt, surgen algunos planteamientos importantes para la misma, dentro de los cuales se destacarán los mencionados por Mora (2005).

- El autoconocimiento del hombre en el presente no consiste, sin embargo, en la ciencia matemática de la naturaleza, que aparece como logos eterno, sino en la teoría crítica de la sociedad establecida, prescindida por el interés de instaurar un estado de cosas racionales. (Horkheimer 1990).
- Hablar de educación y reflexionar sobre los acontecimientos ocurridos durante la segunda guerra mundial, llevan a Adorno (1998) a afirmar que "Cualquier posible debate sobre ideales educativos resulta vano e indiferente en comparación con esto: que Auschwitz no se repita"
- La teoría crítica debe ser interdisciplinar y se concretará en tres disciplinas fundamentales, sociología, psicoanálisis y economía para que el objeto de estudio del individuo y la sociedad interactúen. (Hannaford, 1998).
- El diálogo es el encuentro amoroso de los hombres que, mediatizados por el mundo se pronuncian, esto es, lo transforman y, transformándolo lo humanizan para la humanización de todos. (Freire 1979).

### *Educación Crítica*

Con base en los resultados de los académicos de la Escuela de Frankfurt, surge una generación de pedagogos que asumen como objetivos de la educación los principios de "autonomía y emancipación" (Maestre, 2009). Klafki denomina la educación crítica como constructiva, porque hace referencia explicita a la práctica, la acción y el cambio. Grundy (1998, citado por Mora, 2005) plantea que existe una relación activa entre autorreflexión y acción, y se estudia el currículo desde un enfoque emancipador que implica la adquisición de autonomía. Según los planteamientos de Carr & Kemmis, (1988) la educación crítica sustentada en la teoría crítico social, tiene los siguientes atributos:

- Ofrece una visión dialéctica de la realidad.
- Propicia el desarrollo sistémico de las categorías interpretativas de los enseñantes.
- Utiliza la crítica ideológica para superar las interpretaciones distorcionadas de la realidad.
- Identifica las situaciones sociopolíticas que impiden conseguir los fines relacionados de la enseñanza educativa, construyendo teorías que ayuden a superar estas situaciones y
- Ayuda al desarrollo de comunidades autorreflexivas que garanticen la unión de la teoría y la práctica.

Para la Educación Crítica la relación entre profesores y estudiantes tiene un papel importante, en especial en esta escuela. Bajo la perspectiva teórica socio crítica, se debe contribuir a la formación de ciudadanos críticos, aptos para el ejercicio democrático. Tal y como lo afirma Giroux (1989, citado por Mora, 2005). “Es necesario defender la escuela como un servicio público importante que posibilite a los estudiantes para ser ciudadanos críticos que puedan pensar, desafiar, correr riesgos y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad en general”

***Educación Matemática Crítica***

Algunos de los autores representativos de la teoría crítica son: Horkheimer, Adorno, Benjamín y Marcuse; quienes se han visto influenciados por la Escuela de Frankfurt. Fruto de las reflexiones de la teoría crítica, nace la pedagogía o educación crítica. Según los planteamientos de Freire (1972) “la pedagogía crítica se convierte en una práctica cultural y un medio de concientización” que permite enfocarse hacia el logro de las competencias políticas y críticas; permitiendo la plena libertad de mujeres y hombres de cada sociedad.

De acuerdo con lo anterior, una manera de trabajar las matemáticas en los contextos escolares puede variar, según la forma como se asuman (objetivamente o subjetivamente) y la concepción de las mismas. Autores como Bishop (1999) afirman que las matemáticas son una producción cultural, en la cual se pueden identificar seis actividades básicas universales que son: conteo, aritmética, medición, clasificación, organización, inferencia y modelamiento. Dichas actividades se dan en las prácticas cotidianas de los grupos culturales, grupos étnicos, grupos de trabajadores, niños de cierto grupo de edad, clases profesionales, entre otros.

Un punto importante a tener en cuenta en las prácticas matemáticas es el relacionado con el asunto o “currículo” aspecto fundamental para la Educación Crítica; según los planteamientos de Skovsmose, (2008) la utilización de un “currículo crítico” tiene en cuenta:

1. **LA APLICABILIDAD DEL ASUNTO:** Este ítem tienen que ver con el uso del asunto, ¿Cuándo se usa? ¿Dónde se usa? ¿Qué cualificaciones son desenvueltas en la Educación Matemática?
2. **LOS INTERESES DETRÁS DEL ASUNTO:** Tiene que ver con la relación que se establece entre los intereses formadores del conocimiento y el asunto.

3. **LOS SUPUESTOS DETRÁS DEL ASUNTO:** Referido a las cuestiones que generan los problemas concretos y los resultados de las matemáticas: ¿Cuáles son los contextos en los que han promovido el desarrollo y control?
4. **LAS FUNCIONES DEL ASUNTO:** Relacionadas con: ¿Podría haber posibles funciones de la cuestión social? Este problema no se refiere principalmente a las posibles aplicaciones, pero la función de un implícito en las actitudes relacionadas con temas de tecnología, las actitudes de los estudiantes sobre sus propias capacidades y así sucesivamente.
5. **LIMITACIONES DEL ASUNTO:** Tiene que ver con cuestiones como: ¿En qué áreas y en relación a las preguntas que esta cuestión no en alguna relevancia? (p. 19).

Lo importante es reconocer la naturaleza crítica de la educación matemática (Skovsmose, 2007, p. 73) y, por tanto, identificar desde la misma, los contextos sociopolíticos en los que se está desempeñando la educación matemática. De acuerdo con esto, Gorgorió (2006) plantea que:

> (...) incluso en el aula de matemáticas, lo social antecede a lo matemático. No conseguiremos que nuestros alumnos aprendan matemáticas si no hay unas condiciones mínimas en el ambiente de aula que permitan que todos se sientan partícipes de su propio proceso de aprendizaje, sin sentirse excluidos por razones de distancia cultural o social.

Una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que posibilite a los estudiantes/ciudadanos ejercer una competencia democrática, esta competencia particular es el conocer reflexivo que se refiere a la capacidad necesaria para "tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos" (Valero, 1999 p. 113).

Es así como la EMC, nos invita a reflexionar y actuar constantemente en el aula de clase, porque permite relacionar el micro-contexto en el que está envuelto el estudiante; sin dejar de lado la importancia de la alfabetización matemática. El ciudadano/estudiante, que busca analizar la información que el mundo le presenta con base en las políticas del estado, necesita una educación matemática "igualitaria", "relacionada con la cultura de los estudiantes" y que "potencie las competencias democráticas", esto según los planteamientos de Valero (2006).

***Democracia***

El término democracia proviene del griego “demokratia”, que significa gobierno del pueblo, al derivarse de las palabras griegas “demos” y “kratos”. Aunque etimológicamente la democracia quiere decir el poder del pueblo, desde un enfoque filosófico es un sistema sociopolítico y económico de hombres libres e iguales, ante la ley y en las relaciones sociales en la vida ciudadana.

La democracia desde sus orígenes ha tenido como parte fundamental el devenir humano, para lo cual es importante la convivencia organizada y tranquila, ya que esto determina una responsabilidad que debe ser asumida tanto por maestros, estudiantes/ciudadanos, padres de familia y comunidad. Se debe colocar atención en las acciones y decisiones que se toman al interior del aula de clase, además de la forma en la cual se asumen las normas. Ya que dichas normas repercuten en acciones concretas, por las cuales se debe responder.

Según Guevara (1998) en la construcción de la democracia, la educación es un elemento indispensable para la formación de una ciudadanía que participe en forma libre, racional y responsable en el desarrollo de los procesos democráticos. Con base en lo anterior, se puede considerar que la democracia es una forma de convivencia entre los hombres, considerados como iguales. Esto implica la libertad de elegir sin restricción o sometimiento; y la formación integral de valores como: la solidaridad, la justicia y la equidad.

A continuación, se realizará una introducción sobre la democracia, desde los diferentes autores representativos. Para contextualizar cronológicamente y realizar una interpretación de la relación que existe entre la democracia y la educación, particularmente la educación matemática.

De acuerdo con los planteamientos de Guevara (1998), los griegos se preocuparon por la capacitación del ciudadano desde un punto de vista práctico, a pesar de ser los precursores del autogobierno democrático y la práctica de la democracia, su organización social era la de una sociedad pre-moderna; la libertad de los griegos, solamente era aceptable dentro de la organización de la comunidad; que sólo era ejercida por una minoría, en pequeñas ciudades y además se sustentaba en una base social esclavista. En Atenas la democracia era

prerrogativa, excluía y daba menos obligaciones a las personas que tenían un cargo alto, más conocimiento o mejor posición social:

Teniendo en cuenta la anterior caracterización de la democracia en la antigua Grecia, se puede pensar en una educación en la cual eran instruidas aquellas personas que tenían una mejor posición social. James Bowen (2001), afirma que durante la última fase de Grecia los niños eran instruidos en cinco asignaturas: música, gimnasia, lectura, escritura y cálculo. Para cada materia existían maestros expertos que trabajaban por una paga determinada. Esto quiere decir que la educación en la antigua Grecia excluía a los ciudadanos, se basaba en las clases sociales predominantes y no constituía algo distinto a la estructura objetiva de su vida espiritual.

En Grecia apareció una forma de educación no formal vinculada a necesidades específicas de la acción política, hacia la mitad del siglo V A.C. aparecieron los sofistas (Protágoras, Gorgias, entre otros). Ellos eran educadores que prestaban sus servicios a jóvenes ricos, quienes posiblemente se convertirían en líderes políticos; la tarea de los maestros, consistía en preparar políticamente a jóvenes de familias adineradas para desempeñarse en la arena pública, en escenarios la asamblea, el clero y en los juicios (Sartori, 1993, p. 16). La educación sofista se mostraba como neutral, ajena al compromiso ético, de modo que la retórica era una técnica que podía servir por igual a una causa buena que a una mala.

Para Sartori (1993), autor de la corriente elitista, la participación significa, en su sentido estricto, "tomar parte en persona". Esto implica un tomar parte en forma voluntaria y activada por el propio sujeto. Así, la participación no sólo significa "ser parte de" (simplemente estar involucrado en algún hecho), ni puede significar jamás el ser obligado a tomar parte por otra voluntad. Por ejemplo, en el caso de la movilización.

Por otro lado, el político inglés J. Roland Pennock (1997) definió la democracia participativa como: "el uso de la democracia directa en varias formas y niveles", tanto en el local como a nivel nacional. La democracia directa consiste, en su rasgo más general y distintivo, en la adopción de las principales decisiones del Estado por los propios ciudadanos.

La democracia participativa surgió como un eslogan de los movimientos estudiantiles de la Nueva Izquierda de los años sesenta. De allí pasó a la clase trabajadora en los sesenta y setenta, como una consecuencia del creciente descontento entre los trabajadores y el extendido sentido de alienación provocado por el funcionamiento de la democracia. Una manifestación de este nuevo espíritu fue el surgimiento de movimientos en pro del control de los trabajadores en las industrias

Rousseau puede ser llamado el teórico por excelencia de la participación, toda la teoría política de Rousseau se centra en la participación individual de cada ciudadano en la adopción de decisiones políticas. El aporte de Rousseau a la teoría democrática participativa está dado por su concepción de la soberanía popular. En su obra "El Contrato Social", cada ciudadano es depositario de una fracción de la soberanía y como tal participa en las decisiones colectivas.

Rousseau pensaba que la situación ideal para la adopción de decisiones era una donde no estuviera presente ningún grupo organizado, sólo individuos, porque los grupos podían hacer prevalecer sus "intereses particulares". Pero como fuera imposible evitar la existencia de asociaciones organizadas en la comunidad, entonces estas deberían ser lo más numerosas y parecidas en poder político que fuera posible, para que ninguno de los grupos pudiera obtener ganancias con respecto del resto.

Mili (1957) adopta en su obra "On Representative Government" dos posiciones tanto a favor como en contra de la participación, por un lado, se presentan las ventajas del sistema del elitismo y por otro una calurosa defensa de la participación.

Según Thompson (1957) los valores de la participación con la competencia o eficiencia son compatibles, la existencia de estos dos principios en la democracia: el principio de la participación busca que la participación de cada ciudadano sea tan amplia como sea posible. Para justificar la participación en gran escala apelan a la necesidad de proteger los intereses de cada ciudadano y de mejorar su educación e inteligencia política, lo que se lograría a través de la experiencia otorgada por la participación política. El segundo principio, llamado de la

"competencia", estipula que la influencia de los ciudadanos más calificados debería ser también tan amplia como fuera posible para promover las metas educativas y proyectivas.

## RELACIÓN ENTRE EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y DEMOCRACIA

A pesar de las pocas claridades que hay con respecto a las relaciones de la educación matemática y la democracia, muchos sucesos han permitido identificar argumentos en pro y en contra de afirmar que la educación matemática es democrática. Sin embargo, algunas investigaciones se han preocupado por visibilizar las tensiones que se dan al estudiar la relaciones. Ejemplos de esto, son los citados por Skovsmose & Valero (2012), que se mencionan a continuación:

- En el currículo 2005 South African Ministry of education, (1997), se habla de una reconstrucción para buscar un "país democrático justo, próspero y principalmente **democrático**". Pero para buscar esto deben cambiar los currículos, además de brindar a los estudiantes las condiciones apropiadas para que sean capaces de tomar sus decisiones responsablemente, evaluando la información de manera crítica, empleando eficientemente crítica y responsablemente "las matemáticas constituyen un lenguaje relevante que debería ser dominado por TODOS"
- Del mismo modo, la ley general de educación colombiana (1994), plantea que se debe hacer hincapié al respeto de los derechos humanos y a los *principios democráticos,* para facilitar la participación de la gente en decisiones que afectan a todos, además de buscar el fortalecimiento tecnológico para mejorar las condiciones de vida.
- Al respecto el curriculum and Evaluation Standards (National Council of Teachers of Mathematics) (2001), manifiesta que los requisitos para comprender el mundo reposan en la comprensión y la alfabetización matemática; que no debería estar solo en manos de unos pocos, sino que debería poder llegar a todos ya que las matemáticas ayudan a mantener los valores democráticos.
- En los lineamientos curriculares Daneses (1995), se sugiere que la enseñanza de las matemáticas debería ayudar a los estudiantes a reconocer y utilizar las matemáticas en la sociedad y la cultura, para que participen y comprendan las maneras en que se usan estás.

- En contraste con lo mencionado anteriormente, Mora (1996), presenta un ejemplo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el cual se muestra que lo que sucede en el aula de clase es una imposición frontal que no contribuye para nada en la anticipación para la vida democrática.
- A su vez Naiddo (1999), expone como algunos maestros de Sudáfrica alimentan una cultura de clase basada en el régimen, la autoridad y la amenaza; produciendo relaciones desequilibradas de poder.
- Sin embargo, Mellin Olsen (1987), plantea que se debe reconocer la dimensión política de las matemáticas, cuestionar el poder, las relaciones y la vida democrática en la sociedad.
- En concordancia con lo planteado por Olsen (1987), Skovsmose &Valero, (2001) identifican la relación entre matemática y democracia, no está dada por sí sola, sino se construye en diversos escenarios y en combinación de diversos tipos de acciones en ellos. Esos escenarios incluyen la manera en cómo la educación matemática se lleva a cabo en el salón de clases, en la institución escolar como una organización, en los sistemas educativos nacionales y dentro de la sociedad global.
- Finalizando Valero, (2002) plantea

  > […] la contribución de la educación matemática a la democracia no se centra sólo en lograr mejores capacidades de pensamiento matemático en los estudiantes. También incluye la oportunidad de que profesores y estudiantes se perciban como seres sociales y políticos, cuyas posibilidades de posicionarse en sitios de mayor o menor influencia en varias actividades en el aula y fuera de ella depende de la manera como distintos conocimientos, habilidades y competencias se despliegan en distintas situaciones. Igualmente incluye la posibilidad de ser consciente de las consecuencias de adoptar una posición determinada y de actuar desde ella con unas herramientas particulares como pueden ser las competencias asociadas con las matemáticas escolares. (p. 38).

Hablar de la conexión que existe entre la democracia y las matemáticas implica una revisión teórica que ha estado en procesos de construcción desde el siglo pasado. En el presente trabajo se van a reconocer los aportes teóricos de Skovsmose & Valero (2012) ya que posibilitan un amplio panorama en el cual analizan dicha relación; así mismo estos autores platean tres tesis desde las cuales establecen que relación entre democracia y educación

matemática no siempre ha sido armoniosa; sin embargo, proponen una alternativa en la cual se podría establecer una situación de equilibrio.

***Resonancia intrínseca***

Según Valero, (2012, citando a Griffiths & Howson, 1974) se han presentado argumentos para la inclusión de las matemáticas en la escolaridad como asignatura relevante y se han formulado diferentes metas para su enseñanza y aprendizaje. De acuerdo con Niss (1996), la educación matemática contribuye al desarrollo tecnológico, socioeconómico, político, ideológico y cultural de la sociedad; además de contribuir a su mantenimiento, brinda a los individuos los requisitos que deben cumplir para desempeñarse en la vida en todos sus ámbitos.

Hay una conexión directa entre la educación matemática y la democracia, de esta manera las matemáticas llegaron a ser la base del *debate racional* que sustituyó los discursos de la vieja retórica y que apoyó la nueva *polis* democrática. Con base en lo anterior es posible señalar que, si los ciudadanos utilizan su discurso y razonamiento, pueden presentar sus argumentos y hacerlos válidos para tomar decisiones; de esta manera la educación matemática debe ser un medio adquirible para todos los ciudadanos. (Valero 2012, citando a Hannaford, 1998).

Valero (2012) plantea que: “Sí los niños reciben una buena enseñanza matemática, esto les enseñará mucho de la libertad, las habilidades y, desde luego, las disciplinas de expresar, disentir y tolerar que necesita la democracia para tener éxito”

Los argumentos presentados anteriormente, sostienen que las matemáticas y la educación matemática están en relación con la democracia. Al respecto Skovsmose & Valero (2012) sostienen que “esa tesis se basa en el supuesto de que, debido a la naturaleza de las matemáticas, la educación matemática puede resguardar los interés democráticos”. Sin embargo, la resonancia intrínseca es lo que por naturaleza le corresponde a la educación matemática, es decir es esa relación armoniosa que se establece entre una y otra.

***Disonancia intrínseca***

A pesar de la tesis presentada anteriormente, en la literatura se puede encontrar evidencia en la cual, se da una influencia negativa de las matemáticas en la sociedad. Según los planteamientos de D'Ambrosio, (1994), "las matemáticas han apoyado al belicismo contemporáneo, la inseguridad, las enfermedades y el deterioro del medio ambiente".

A través de la construcción de diferentes modelos, se han apoyado decisiones que afectan los asuntos sociales, creando estructuras que amenazan la sociedad. Al respecto Skovsmose & Valero (2012), afirman que las matemáticas tienen un poder que escapa a las fronteras de la racionalidad y la argumentación" y por medio de sus aplicaciones, ha llegado a ser una de las fuerzas de la modernización social reflexiva (Skovsmose, 1998a y 1998b), el poder destructivo de las matemáticas ha escapado de las sospechas de los ciudadanos, los científicos y los científicos sociales.

A continuación, se presentan ejemplos citados por Skovsmose & Valero (2012) en los cuales la educación matemática a pesar de justificar la permanencia en el currículo de la escuela, ha desempeñado un papel negativo cumpliendo funciones sociales de diferenciación y exclusión.

- Volmink (1994) plantea que las matemáticas son un misterio para muchos y que se les ha asignado el papel de un juez "objetivo", que decide quiénes son o no capaces en la sociedad. De esta manera ha permeado los procesos de toma de decisiones y determinado quienes serán excluidos, segregados y líderes. Se establece una demarcación entre aquellos que tienen acceso al poder y al prestigio dado por las matemáticas y aquellos que no.
- Bourdieu (1996) afirma que el papel de la educación matemática proporciona una élite y ejerce un poder al mantener filtros sociales para la movilidad social y filtros ideológicos para la comprensión. Se legitima la estratificación, el establecimiento de condiciones prestablecidas al creer en la tesis de la resonancia intrínseca de las matemáticas.

Estos argumentos permiten reflexionar sobre la manera como realmente se usan las matemáticas y se aplican en la sociedad; además de ofrecer un panorama de que es lo que podría estar sucediendo en muchas instituciones y ambientes escolares.

***Relación crítica***

Las investigaciones que apoyan la tesis de la disonancia no la sumen como la única relación posible. Sin embargo, ciertas maneras de enseñanza-aprendizaje producen resonancia. Skovsmose & Valero (2012) afirman que:

> […] No confiamos en la tesis de la resonancia intrínseca ni estamos listos para aceptar la tesis de la disonancia. En lugar de esto, sostenemos que la relación entre la educación matemática y la democracia es *crítica*, esto es, que la relación puede ir en ambos sentidos. (p. 9).

Tomando como referencia lo mencionado anteriormente, no se podría dar por sentada una afirmación que establezca una única conexión entre la educación matemática y la democracia. Ya que tanto como la una como la otra pueden tomar varios caminos o direcciones, es por este motivo que en las prácticas de educación matemática no debemos estar en ningún extremo, sino reconocer que se deben tener en cuenta muchos factores sociales, políticos, económicos y culturales dirigen y redirigen constantemente su desarrollo.

Skovsmose & Valero, (2012) Con base en lo anterior, ya no se le podría dar a las matemáticas el status de "reina de las ciencias", porque se está reconociendo que no son neutrales o apolíticas. No se debe dejar de lado el proceso social en el cual fueron creadas y utilizadas, además de los valores, las intenciones y los intereses de las personas que participan.

Skovsmose & Valero, (2012; citando a Martín, 1997), muchos han sido los cambios que han sufrido las matemáticas, ya que se están desarrollando con el paso del tiempo; no es lo mismo pensar las prácticas de enseñanza de las matemáticas de hace cincuenta años a las de nuestros días, porque las circunstancias sociales no son las mismas, ni responden a las mismas funciones sociales.

En la actualidad existe un reto para las prácticas en educación matemática, el cual está fundamentado en otros tipos de prácticas sociales, que posibilitan la interacción entre el

docente y el estudiante; para que el proceso de enseñanza- aprendizaje tenga un impacto. Según Valero, (2012):

> las prácticas en educación matemática podrían considerar también , por ejemplo la elaboración de políticas generales y curriculares, la escritura de textos de matemáticas y las actividades institucionales, para organizar la educación matemática dentro de la escuela lo mismo que la formación inicial y continuada de profesores. (p. 10).

De acuerdo con lo anterior se esperaría que el proceso sea incluyente y retome los aspectos necesarios para comprender la complejidad de estás prácticas de educación matemática en la sociedad. La educación matemática representa un potencial para contribuir al desarrollo de la democracia, sin embargo, esto depende de muchos aspectos, entre otros; ¿Quién está comprometido con las prácticas de educación matemática? ¿Qué objetivos se persiguen?, ¿Cuándo y donde ocurren las prácticas?, ¿Por qué se llevan a cabo?, ¿Qué se espera de ellas? Aspectos como los mencionados, hacen parte de una reflexión, que busca entender una situación crítica y desarrollar objetivos claros, sin caer en las descripciones y prescripciones establecidas.

Si bien, la EMC pone en tela de juicio muchos factores que corresponderían considerarse al analizar la relación entre educación matemática y democracia, no deja de lado la investigación ya que según Skovsmose & Valero, (2012):

> El reconocimiento de la complejidad de las prácticas en educación matemática nos conduce a re conceptualizar la investigación en educación matemática. Tal empeño, cualquiera que sea la formulación explícita que tome, debería abrir un espacio para considerar la relación entre la educación matemática y la democracia como una pregunta de investigación pertinente legítima. (p. 11).

## CARACTERÍSTICAS ASOCIADAS A LA DEMOCRACIA.

Teniendo en cuenta lo anterior, y una vez revisado el concepto de democracia, se considera pertinente revisar en este apartado las características que para nosotros tiene la democracia.

En cuestiones de definición del concepto democracia, hemos dicho que tiene una gran variedad de significados, abordados desde los diferentes campos de las ciencias políticas, sociológicas y epistemológicas. Algunos autores como Skovsmose & Valero, (2012, citando

a Zemelman (1992) la definen como: “lo que no podemos tener, pero sin embargo no podemos dejar de desear”; otros autores como Schumpeter (1971), sostienen que la democracia “es un procedimiento formal de elección o método de gobierno”. Sin embargo, no podemos dejar que la democracia sea entendida únicamente como una forma de participación, a través de la cuál tomamos decisiones en referendos, plebiscitos y elecciones de gobernantes; ya que los electores y ciudadanos en su mayoría no pueden evaluar racionalmente las acciones de gobierno.

Según Valero (2012), en la tradición liberal, la democracia está basada en el individuo, cada persona debe tener garantizadas unas condiciones para pronunciar sus preferencias personales y perseguir sus propios intereses. Esta idea se cuestiona cuando entran en la escena de la vida social los derechos colectivos o de tercera generación; ya que proporcionar estos derechos requiere un compromiso colectivo de la sociedad como un todo. Este cambio sugiere que la individualidad como valor democrático más importante está cuestionada y la colectividad entra en la escena política (Mouffe, 1992, p. 4-6).

De acuerdo con Valero, (2012) quien analiza una de nociones generalizadas sobre la democracia, es que ella solo está conectada con instituciones formales tales como: la escuela, el gobierno, el salón de clases, la sociedad. Sin embargo, dichas concepciones retratan la creencia de que la democracia es “externa” a la gente, en el sentido de que reside solamente en organizaciones formales y no en las relaciones cotidianas entre las personas que las constituyen. Por si solas las organizaciones no pueden ser democráticas si las personas que participan no comparten valores como el respeto, la igualdad, la responsabilidad social y el interés, y si no actúa coordinadamente en relación con los otros miembros de la comunidad institucional.

La democracia representa una “manera de vivir”, una acción política abierta llevada a cabo por la gente en “la entremezcla compleja de relaciones y procesos locales, nacionales, regionales y globales” (Skovsmose & Valero 2012, citando a Held, 1995, p. 9). En el ámbito de la educación matemática la democracia puede desarrollar o fomentar diferentes conexiones que permitan entender y analizar las prácticas en las interacciones sociales; ya que son las personas las que posibilitan acciones democráticas. Para Fukuyama, (1995, citado

por Skovsmose & Valero 2012), sin el arraigo de valores democráticos en las acciones de la gente, la democracia es incompleta.

La democracia entendida como una acción política abierta, centra su acción en la responsabilidad que tiene un grupo personas. Dicha acción tiene un propósito. Requiere comunicación e incluye comprensión y desarrollo. A continuación, se proponen cuatro nociones, cada una de las cuales refiere a una de las cuatro características asociadas a la democracia (1999, p. 22). Para el presente trabajo se tomarán como categorías de análisis para responder a la pregunta de investigación y los objetivos.

***Colectividad***

Valero (2012) platea que, para defender intereses privados, las personas actúan como individuos pensando en el bien personal. Este comportamiento es la acción política esperada en la tradición liberal. Sin embargo, las personas no son entes libres y aislados, sino seres sociales cuya existencia está ligada a las relaciones multilaterales establecidas entre la gente y la sociedad para crear sus condiciones materiales de vida. (Valero, 2012 citando a Lave 1996): "Ser humano es un asunto relacional, generado en la vida social, históricamente, en formaciones sociales cuyos participantes se comprometen unos con otros como condición y precondición para su existencia" (p. 149).

Acoger esta idea visibiliza ver que la acción humana es social y que la democracia requiere que las personas **compartan la conciencia** de la necesidad de **cooperar** para tomar decisiones y generar condiciones de vida adecuadas para todos. El sentido de igualdad en la comunidad y la conciencia que permite generar acciones sociales, esto implica que todos los miembros de una comunidad pueden desempeñar un papel en una acción conjunta, la comunidad puede asegurar una participación activa (Valero, 2012).

***Transformación***

El cambio es el propósito de la acción política. Este planteamiento se refiere a la capacidad de **acciones colectivas** democráticas para **modificar y mejorar** las condiciones de vida de los involucrados y de la sociedad en general. Es asociada con la percepción de "vida no como

una situación estática de ser sino como un proceso de llegar a ser" (Valero, 2012 citando Aronowitz, 1993, p. 11). En este proceso la gente puede repercutir dándose cuenta de lo que le falta y comprometiéndose en la empresa de llevar a cabo lo que le falta (Freire, 1990). Con base en lo anterior las acciones colectivas pueden ir asociadas con las acciones políticas; al respecto Valero (2012) plantea que:

> La justicia también llega a ser pertinente en esta acción política porque, primero, una **motivación** para la acción puede ser la transformación de condiciones adversas de vida y, segundo, el resultado efectivo de la transformación debería beneficiar a todos los miembros de la comunidad. (p. 14).

### *Deliberación*

La deliberación es un proceso comunicativo por medio del cual la gente considera, atenta y cuidadosamente, tres cosas:

- Las razones o falta de razones para las opiniones de la gente y los juicios previos a la afirmación final verdadera.
- Los pros y los contras de las decisiones posibles antes de realizarlas efectivamente
- Los beneficios y pérdidas de posibles cursos de acción antes de comprometerse en ellos.

Valero (2012) afirma: *"La deliberación es una clase particular de diálogo social que fortalece a la gente para comprometerse en la formulación de problemas, en la toma de decisiones y en los procesos de resolución de problemas"*.

En *Long Walk to Freedom,* Mandela (1994, citado por Valero 2012), describió las reuniones tribales de la antigua Thembuland:

> Todo el que quería hablar lo hizo. Era democracia en su forma más pura. Puede haber existido una jerarquía de importancia entre los oradores, pero cada quien fue oído [...] El fundamento del autogobierno consistía en que todos los hombres fueran libres para expresar sus opiniones y fueran iguales en su valor como ciudadanos. (Las mujeres, me temo, fueron consideradas como ciudadanos de segunda clase.) [...] Las reuniones continuarían hasta que se lograra algún consenso. Terminaban con alguna o ninguna unanimidad. La unanimidad, sin embargo, podría ser un acuerdo para estar en desacuerdo, para esperar un momento más propicio para proponer una solución. La democracia

> significaba que todos los hombres fueran oídos y la decisión se tomara conjuntamente como pueblo. (p. 24-25).

En el fragmento anterior se ejemplifica parte de las características de las acciones colectivas y transformativas, que dependen de la capacidad de la gente involucrada para establecer un diálogo deliberativo dinámico.

### *Coflexión*

La acción política requiere compromiso por parte de la gente, en los procesos epistémicos, ya que la acción colectiva enfatizada en la deliberación y la transformación es el eje central, a través del cual las personas hacen conciencia de su pensamiento. Según Valero (2012) en dicho proceso "las personas, colectivamente, dirigen su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera consciente", cuando se hace parte de una comunidad, la gente "coflexiona", en palabras de Valero (2012) "se da el proceso de pensamiento colectivo, de una manera más consiente, la atención es centrada en los pensamientos y acciones de todos, las personas, colectivamente consideran las acciones, pensamientos y experiencias como parte de un esfuerzo colectivo, y adoptan una posición crítica hacia su actividad".

# CAPÍTULO III

# MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo, se presenta la perspectiva metodológica en la cual se muestra el tipo de investigación, el método que se utilizó para la recolección de la información y la sistematización de los datos. Para tal fin, se plantean las fases de la investigación, los instrumentos de análisis para una posterior caracterización.

## TIPO DE INVESTIGACIÓN

La parte práctica de esta investigación se desarrolló en un contexto escolar, particularmente en un aula de clase de matemáticas, se hace necesaria la construcción de una ruta metodológica ya que es importante tener referentes teóricos a la hora construir y organizar los datos de la presente investigación. Por tal razón se toma como referencia una perspectiva cualitativa. Pues éste tipo de metodología produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Además, le permite al investigador percibir a las personas y el escenario en el cual se mueve la investigación de manera holística, es un enfoque que se basa en la parte humanista, es de tipo descriptivo.

De acuerdo con Le Compte (1995), la investigación cualitativa se refiere a una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan diversas formas: entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y vídeo, registros escritos de todo tipo, fotografías o películas y artefactos.

Según Le Compte (1995, citando a Dewey, 1934 y 1938), la mayor parte de los estudios cualitativos están preocupados, entre otros aspectos, por el contexto de los acontecimientos, y centran su indagación en aquellos en los que seres humanos se implican e interesan, evalúan y experimentan directamente. Esto es lo que significa calidad: lo real, más que lo abstracto; lo global y concreto, más que lo disgregado y cuantificado. La investigación cualitativa investiga contextos que son naturales o tomados tal y como se encuentran, más que reconstruidos o modificados por el investigador (Sherman & Webb, 1988, citados por Le Compte, 1995).

Según Le Compte (1995, citando a Stake), una de las características que diferencia la investigación cualitativa de la investigación cuantitativa es que no existe un enfrentamiento entre el dato cualitativo versus el dato medible, sino que se dispone el terreno epistemológico. Es decir, que el objetivo no se encuentra relacionado con lo cuantitativo, ni que se dispone de dicha información como parte fundamental. Así el objetivo de la investigación cualitativa es la comprensión, su interés está centrado en la indagación de los hechos; la misma se fundamenta buscando las causas, persiguiendo los hechos y la explicación analizando el contexto con sin tener en cuenta lo cuantitativo. Desde la investigación cualitativa se pretende la comprensión de las complejas interrelaciones que se dan en la realidad.

El interés de este enfoque de investigación se centra, principalmente, en captar la realidad social a través de "los ojos" de la gente que está siendo estudiada. Es decir, de la percepción que tiene el individuo de su propio contexto. A continuación, en la *figura 1*, se muestra el proceso que sigue una investigación de tipo cualitativo, según los planteamientos de Bonilla & Rodríguez (1997). De acuerdo con mi comprensión, he modificado sutilmente uno de los aspectos a considerar, en tanto los datos no se recolectan sino se construyen. Es decir, para realizar un proceso de investigación debo ir a la práctica y sin dicha acción no sería posible analizar lo observado. Por tal razón lo que surge del trabajo investigativo es construido y analizado con base en los objetivos.

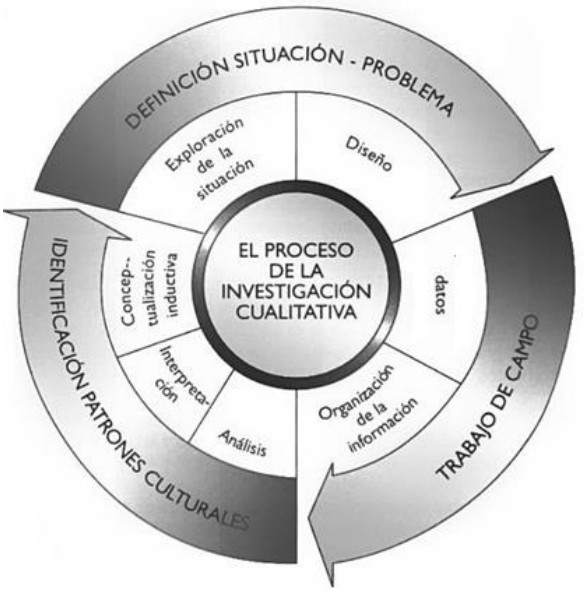



*Figura 1 Bonilla & Rodríguez (1997, p. 34).*

### *Método de investigación: Investigación Acción*

La investigación cualitativa puede ser utilizada a tráves de diversos métodos, en este caso el enfoque de la investigación crítico-social busca el desarrollo comunitario, enfocándose en resolver problemas sociales concretos que afectan la sociedad actual. En este tipo de trabajo los investigadores son sujetos participativos, en interaccion constante con el colectivo donde se desarrolla la investigación.

Como métodologia de trabajo en el campo de la investigación se determinó que la más apropiada para el presente trabajo es la Investigación Acción [IA], ya que está posibilitará la reflexión constante para el análisis relacional de las prácticas y la teoría con miras a la construcción de prácticas de enseñanza favorables. Según Kemmis & McTaggart, (1988) en la Investigación Acción es posible que:

- Sea participativa.
- Siga una espiral introspectiva.
- Sea colaborativa.
- Cree comunidades autocríticas.
- Sea un proceso sistemático de aprendizaje.
- Realice análisis críticos.

### *Fases de la investigación*

Kemmis (1989) apoyándose en el modelo de Lewin, elabora un modelo para aplicarlo a la enseñanza. El proceso lo organiza sobre dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación. Ambas dimensiones están en continua interacción, de manera que se establece una dinámica que contribuye a resolver los problemas y a comprender las prácticas que tienen lugar en la vida cotidiana de la escuela.

El anterior proceso está integrado por cuatro fases interrelacionadas: *Planificación, Acción, Observación* y *Reflexión*. Cada uno de los momentos implica una mirada retrospectiva, y una

intención prospectiva que forman conjuntamente una espiral auto reflexiva de conocimiento y acción.

En el modelo de Kemmis (1989), se representa en una espiral de fases compuesta por cuatro momentos:

- El desarrollo de un plan de acción críticamente informado para mejorar aquello que ya está ocurriendo.
- Un acuerdo para poner el plan en práctica.
- La observación de los efectos de la acción en el contexto en el que tienen lugar.
- La reflexión en torno a esos efectos como base para una nueva planificación, una acción críticamente informada posterior, etc. a través de ciclos sucesivos.

La presente investigación ofrece un primer acercamiento para entender la tensión existente entre lo planteado en los diferentes documento legales e institucionales y lo que ocurre en el aula de clase. Abriendo la posibilidad a nuevos proyectos orientados a desarrollar las características asociadas a la democracia desde el aula de matemáticas, tal y como lo plantea el PEI de la institución en la cual se llevó a cabo el trabajo.

Sin embargo, es importante aclarar que se considera la Investigación Acción como la metodología adecuada ya que se busca tejer un proyecto en cual todos los docentes de matemáticas participen y construyan, tomando como base la experiencia reportada. En el presente trabajo se ofrece una información, con respecto a cómo suceden las clases de matemáticas y los escenarios en los cuales se pueden evidenciar aspectos relacionados con la concepción del docente frente a la relación de las matemáticas y la democracia. Además de otras actividades en las cuales es más visible la competencia democrática y el liderazgo en los estudiantes; dichas actividades corresponden a una decisión metodológica sobre la marcha del presente trabajo de investigación.

La figura 2, representa las fases y los momentos de la investigación-acción planteadas por Kemmis (1989) en cada una de las dimensiones. A continuación, se realizará un planteamiento de la gráfica con base en el proceso seguido en la institución figura 2ª.

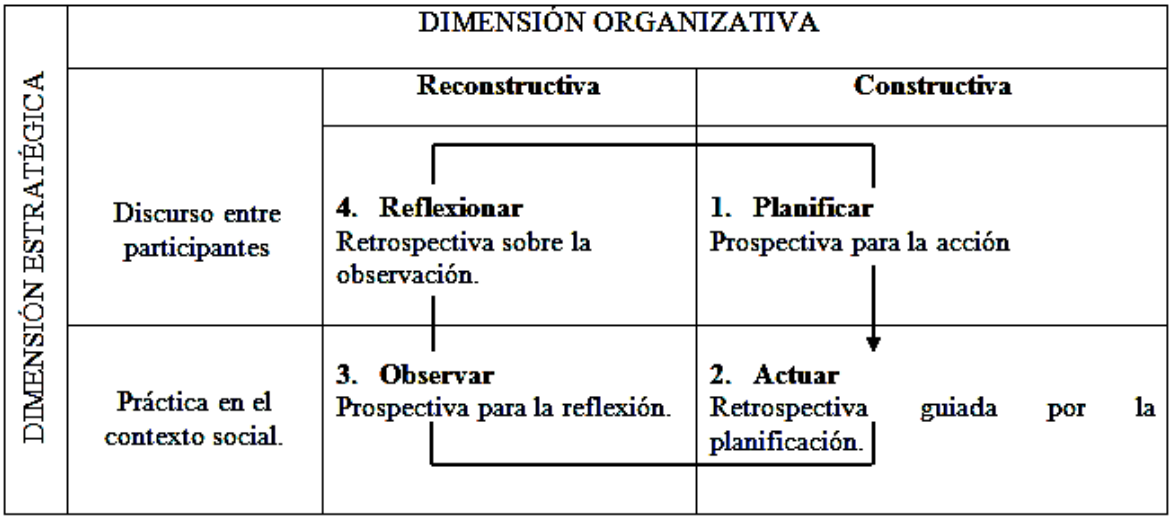



*Figura 2 Kemmis (1989).*

| DIMENSIÓN ESTRATÉGICA | DIMENSIÓN ORGANIZATIVA | | |
|---|---|---|---|
| | | **Reconstructiva** | **Constructiva** |
| | **Discurso entre participantes** | **4. Reflexionar:**<br><br>En el proceso de indagación, ejecución y análisis se evidencia que hay muchas cosas por mejorar ya que existe poca coherencia entre lo que se plantea y lo que se lleva a cabo. | **1. Planificar:**<br><br>Se estableció una base teórica luego de identificar la tensión, se estructuró el proyecto de investigación con el cuál se pretendía analizar la coherencia entre los documentos institucionales y las clases de matemáticas. |
| | **Práctica en el contexto social** | **3. Observar:**<br><br>Se grabaron 4 videos con una duración de 3 horas en tota del aula de matemáticas, se seleccionaron episodios en los cuales se hacen visibles algunos comportamientos que llaman la atención sobre el desarrollo de la democracia. | **2. Actuar:**<br>Se solicitó el aval de directivos de la institución, docentes, padres de familia y estudiantes para poner en marcha el proyecto.<br>Se realizó una revisión documental del PEI, malla curricular y plan de aula, en donde se identificaron los aportes importantes con relación al desarrollo de la democracia en el aula de matemáticas. A demás se entrevistó tanto a estudiantes como docente para contrastar información. |

*Figura 2ª Planteamiento en la institución*

### *Instrumentos para el análisis*

Uno de los aspectos más importantes a la hora de realizar investigación en educación, es tener claro el objetivo de la misma, las tensiones existentes y las personas que intervienen en el

proceso. La presente investigación está enmarcada en la identificación, caracterización y el análisis de las prácticas educativas en matemáticas asociadas a la construcción del concepto de democracia, desde una perspectiva socio crítica. Con base en lo anterior se presentan procedimientos e instrumentos metodológicos que se emplearon para construir y sistematizar la información.

**Revisión documental**

La revisión bibliográfica y documental posibilitó la caracterización y el análisis de los lineamientos institucionales del PEI, del área de matemáticas, la malla curricular y el plan de aula. En dichos documentos se identificaron aspectos relacionados con el desarrollo de la democracia a través de las matemáticas para luego realizar un contraste con lo que ocurre en el aula de clase.

Está constituye uno de los fundamentos en los que se sustenta la investigación educativa. La elaboración del marco conceptual a partir de la revisión documental resulta necesaria, ya que, permite delimitar con precisión el objeto de estudio y verificar los antecedentes previos al mismo, evitando resolver un problema que ya ha sido resuelto con anterioridad. De igual forma, dicha revisión permite identificar la pertinencia e importancia del estudio que se pretende desarrollar, para luego poder realizar comparaciones con base en los resultados (Rodríguez & Vallderiola, 2009).

Antes de iniciar una revisión documental con el fin de construir un marco conceptual, se debe tener claridad acerca del tema de estudio, que en este caso *es la incidencia de las prácticas matemáticas en el desarrollo de la democracia*. Teniendo en cuenta que se utilizarán como una fuente de insumos, más no la única y exclusiva, el documento escrito (PEI, plan de estudios, mallas curriculares) en sus diferentes formas: documentos impresos y electrónicos, es importante realizar un rastreo sobre la base del estudio, para poder realizar una contrastación final. Puntualmente en dicha revisión se centrará la mirada en rastrear si la institución reconoce la importancia de desarrollar la democracia en los estudiantes y cuál es el aporte desde el área de matemáticas. Para tal fin se revisaron los siguientes documentos:

- PEI.

- Objetivos del área.
- Malla curricular.

**Observación no participante**

Es una técnica de construcción de información útil ya que permite: revisar expresiones no verbales de sentimientos, determinar quién interactúa con quién, comprender cómo los participantes se comunican entre ellos y verificar cuánto tiempo se están gastando en determinadas actividades Schmuck (1997), para incrementar la validez del estudio se sugiere que la observación pueda ayudar a tener una mejor comprensión del contexto y el fenómeno en estudio usando otras técnicas como: entrevistas, videos, encuestas, etc.

Uno de los instrumentos utilizados para la construcción de los datos, son las notas de campo, ya que en ellas se incluyen registros de lo que se observa, encerrando conversaciones informales, registros de actividades, roles de clase y preferencias que han sido tomadas diariamente. Kawulich (2005, citando DeWalt, Kathleen. & DeWalt, Billie), describe las notas de campo como datos y como análisis, ya que ellas proporcionan una descripción de lo se está observado y son el producto de procesos de observación.

**Entrevistas**

De acuerdo a Fontana y Frey (2005) este instrumento permite la construcción de información detallada ya que la persona informa y comparte oralmente con el investigador aquello concerniente a un tema específico o evento sucedido en su vida.

Las entrevistas semi-estructuradas le permiten al entrevistador disponer de un «guion» que recoge los temas que debe tratar a lo largo de la entrevista. Sin embargo, el orden en el que se abordan los diversos temas y el modo de formular las preguntas se dejan a la libre decisión y valoración del entrevistador. En el ámbito de un determinado tema, éste puede plantear la conversación como desee, efectuar las preguntas que crea oportunas y hacerlo en los términos que estime convenientes, explicar su significado, pedir a la persona entrevistada aclaraciones pertinentes cuando no entienda algún punto y que profundice en algún extremo cuando le parezca necesario, establecer un estilo propio y personal de conversación.

En la presente investigación se realizaron entrevistas al docente y a los estudiantes; a continuación, se relaciona el formato en el que se registraron las entrevistas:

| **ENTREVISTA A DOCENTE** | |
|---|---|
| *Descripción del momento en el que se realizó la entrevista* | |
| **OBJETIVO**<br>*Identificar concepciones del profesor de matemáticas a cerca del desarrollo de la democracia en el aula de clase.* | |
| Intervención del investigador | Intervención del profesor |
| *Tipo y descripción de las preguntas realizadas por el investigador* | *Respuesta dada por el profesor* |

| **ENTREVISTA A ESTUDIANTES** | |
|---|---|
| *Descripción del momento en el que se realizó la entrevista* | |
| **OBJETIVO**<br>*Reconocer las nociones de los estudiantes sobre la importancia de las matemáticas y el aporte de las mismas en su contexto.* | |
| Intervención del investigador | Intervención del profesor |
| *Tipo y descripción de las preguntas realizadas por el investigador* | *Respuesta dada por el profesor* |

**Videos**

Según los planteamientos de Planas (2006), en la fase de construcción de datos, el video de una sesión de clase proporciona una perspectiva poliédrica de las interacciones que se dan entre participantes y esto permite volver sobre los datos originales una y otra vez. Planas (2006 citando a Pirie 1998) plantea la densidad y la permanencia para referirse a las diferentes características metodológicas que algunos autores señalan, acerca de la utilización de video durante las fases de la investigación ya que las cámaras sólo tienen acceso a parte de lo que ocurre. El video se usó con el fin de recolectar información y tener evidencias para describir, caracterizar y analizar lo que sucede en el interior del aula de matemáticas en torno al concepto de democracia, se grabaron 4 clases de una hora cada una, en las cuales se desarrolla una temática específica; Gutierrez, (2007) denomina como primorial la observación, la reflexión y la interacción entre los participantes. Por tal razón se determina que el video servirá a dichos propositos y se elige como una de las técnicas para recolectar información.

***Técnicas de recolección de la información***

La metodología de investigación seleccionada es la Investigación Acción, puesto que se determinó que es la más apropiada para el presente trabajo, ya que está posibilita la reflexión constante para el análisis relacional de las prácticas y la teoría con miras a la construcción de prácticas de enseñanza, en las cuales el proceso de reflexión esté presente constantemente. Según Kemmis & McTaggart (1988) la Investigación Acción implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre, empieza con pequeños ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, avanzando hacia problemas de más envergadura. El propósito fundamental de la Investigación Acción no es tanto la generación de conocimiento como el cuestionar las prácticas sociales. Entre sus técnicas de recolección y organización de la información, en el presente trabajo se implementaron las siguientes:

| TÉCNICA | INSTRUMENTOS | INFORMACIÓN | CATEGORÍA |
|---|---|---|---|
| OBSERVACIÓN | Notas de campo. | • Conformación de equipos de trabajo<br>• Preferencias del profesor y los estudiantes.<br>• Roles de clase. | Colectividad<br>Transformación<br>Deliberación<br>Coflexión |
| ENTREVISTA | Guía de entrevista. | • Metodología de enseñanza-aprendizaje.<br>• Roles de clase. | Relación matemáticas y democracia.<br>Colectividad<br>Transformación<br>Deliberación<br>Coflexión |

| | | | |
|---|---|---|---|
| FILMACIONES | Selección de episodios. | • Procesos de comunicación.<br>• Interacciones entre profesor-estudiante y estudiante-estudiante.<br>• Toma de decisiones con respecto a las temáticas y situaciones de contexto abordadas. | Colectividad<br>Transformación<br>Deliberación<br>Coflexión |
| REVISIÓN DOCUMENTAL | Documentación teórica | • Documentos institucionales (PEI, plan de estudios, mallas curriculares).<br>• Construcciones individuales y grupales. | Relación matemáticas y democracia.<br>Colectividad<br>Transformación<br>Deliberación<br>Coflexión |

En el desarrollo de la investigación y la reflexión constante de los resultados obtenidos en cada fase del trabajo, de acuerdo con la metodología implementada, se seleccionó un grupo de estudiantes de grado quinto del Colegio De La Salle Bogotá. Se escogió dicha institución por dos razones, en primera medida porque mi horario de trabajo no me posibilitó observar en otra institución, entonces decidí que podría realizarse el proceso de investigación en mi actual trabajo y la segunda luego de una revisión del PEI, me di cuenta que emplea una gran cantidad de términos asociados a la manera en la cual se entiende la democracia.

Las clases de matemáticas observadas fueron cuatro, cada una con un lapso de tiempo de 45 minutos; en las cuales se realizaron grabaciones de video. Sin embargo, se tuvo en cuenta otro momento (triduo lasallista) [3]en el cual los estudiantes participaron activamente.

Teniendo en cuenta que para la construcción de datos como grabaciones de audio es imprescindible la autorización de padres de familia, estudiantes, docentes y directivas de la

[3] El triduo Lasallista es una actividad de tres días, en los cuales los estudiantes de grado undécimo asumen la institución. Dicha actividad está contemplada en el plan de área de matemáticas; por tal razón se incluyó en el presente trabajo de investigación.

institución, se solicitaron todas las autorizaciones pertinentes para la participación, transición y divulgación de dicho estudio.

Durante cada clase se realizó la grabación de video con una perspectiva panorámica del salón de clase y los ambientes seleccionados. Después de cada clase, las grabaciones se organizaron en una carpeta en el aplicativo Dropbox, nombrándolos con la fecha y el número de la clase observada, dentro de la misma se ubicaron tres subcarpetas en las cuales se tuvo en cuenta: las explicaciones del docente, las interacciones estudiante-docente y la participación de los estudiantes. De igual manera es posible encontrar imágenes del trabajo desarrollado por los estudiantes de acuerdo a lo planteado en las diferentes clases o escenarios, según el trabajo que se estuvieran realizando.

Además de lo mencionado anteriormente, se tienen audios de voz y de video con entrevistas tanto a docentes como a estudiantes, con el fin de identificar las metodologías del proceso enseñanza-aprendizaje, los roles de la clase y los intereses de cada uno. La entrevista del docente es realizada antes de iniciar la grabación de las clases y la entrevista a los estudiantes luego de terminada la recolección de los datos. En cada uno de los instrumentos seleccionados y a partir de los datos recolectados, se van a analizar los procesos de comunicación, participación y reflexión en cada uno de los ambientes.

# CAPÍTULO IV

# IMPLEMENTACIÓN

En el presente capítulo, se presenta la fase de *Acción,* en la cual se identificaron aspectos relevantes para la organización y el análisis de los datos. Inicialmente se presenta una síntesis a cerca de la metodología seleccionada, después se realiza una caracterización de la institución en la cual se desarrolló la investigación a partir de los documentos institucionales. Luego se presenta la entrevista al docente y a tres estudiantes previo a las grabaciones de clase; con el fin de identificar las *concepciones del profesor de matemáticas a cerca del desarrollo de la democracia en el aula de clase* y *reconocer las nociones de los estudiantes sobre la importancia de las matemáticas y el aporte de las mismas en su contexto.* Finalmente se caracteriza el "Triduo lasallista" que es un momento diferente al aula de clase de matemáticas ya que en el plan de trabajo del docente se hace mención a este escenario.

## CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN

En el presente apartado se realizó una caracterización de la institución en la cual se trabajó la investigación. En un primer momento se tuvieron en cuenta aspectos generales, en los cuales se evidenciaron los principios filosóficos y cómo surge la institución. Luego se presenta el PEI, la misión, visión y la perspectiva desde el área de matemáticas.

### *Colegio de la Salle Bogotá*

Es una Institución Educativa inspirada en el Evangelio, en las enseñanzas de la Iglesia Católica y en los principios filosóficos y pedagógicos de San Juan Bautista De La Salle, dentro de un contexto cultural colombiano. Es parte de una organización Educativa Internacional animada y orientada por la Comunidad de los Hermanos de las Escuelas Cristianas, o Hermanos De La Salle, fundada por San Juan Bautista De La Salle en Reims, Francia, en 1681.

El Colegio De La Salle de Bogotá, resultó de la fusión de dos colegios: el Instituto De La Salle y el Liceo De La Salle, inició labores en su actual sede, al norte de Bogotá, el 9 de

febrero de 1976, con alumnos entre niños y niñas, su estilo pedagógico es personalizante, cuenta con jornada única, es una institución privada, calendario A, en la actualidad cuenta con alumnos desde grado pre jardín hasta el grado Undécimo.

A continuación, se presentarán algunos apartes del PEI, ya que hace parte de la revisión documental que permitió vislumbrar la tensión entre lo que debería ser y lo que es. Se resaltan con negrilla algunas ideas importantes que se pudieron identificar y analizar con relación a la democracia para un posterior análisis.

***PEI: "Una opción en valores"***

**Horizonte institucional:** Respuestas Nuevas a Hombres Nuevos en Situaciones Nuevas[4].

- El colegio de La Salle realiza su misión educativa en una sociedad cada vez más secularizada de profundos **cambios culturales** y con una estructura familiar cada vez más inestable.
- La globalización y el neoliberalismo constituyen nuevas tendencias económicas y políticas que **afectan la cultura de los pueblos y el bienestar de los ciudadanos**, aumentando la brecha entre los ricos y los pobres.
- El auge de la falsificación de la verdad en la sociedad, ha despertado en muchos grupos humanos el legítimo deseo de vigorizar los **principios éticos** para fortalecer los valores y recuperar la confianza en el otro.

**MISIÓN**

Formar integralmente al educando dentro del estilo pedagógico personalizante desde la visión cristiana del hombre, del mundo, de la historia y del saber, **para que contribuya significativamente en la transformación de la sociedad** y a la conservación del medio ambiente.

**VISIÓN**

[4] Representa un principio filosófico que busca que tanto padres de familia como estudiantes se sientan identificados y comprometidos con la institución y el constante cambio de la sociedad.

El Colegio De La Salle se proyecta como Comunidad Académica y Educativa en pastoral, reconocida por su calidad en la formación humana y cristiana. Será un colegio líder en innovación pedagógica de valores y de virtudes, de educación personalizante y **formación científica** para que en la construcción **de un proyecto de nación aporte a la sociedad jóvenes gestores de un país justo y fraterno con visión moderna del desarrollo.**

***Enfoque del área de matemáticas***

En este apartado se presentan los aspectos importantes desde el área de matemáticas, en los cuales se menciona el desarrollo de competencias matemáticas específicas, tales como: interpretar, razonar, argumentar, modelar, plantear y resolver problemas rutinarios de su entorno, inferenciales, financieros y comerciales. Fruto de dichas concepciones del área se espera que los estudiantes trabajen con: precisión, orden, rigor, rapidez y responsabilidad.

**Perfil del alumno en el área:**

- Es **autocrítico** en el conocimiento matemático, lo socializa, lo organiza estructuralmente y lo aplica para mejorar su nivel en las relaciones interpersonales.
- Es capaz de resolver ejercicios y problemas mediante el manejo operativo, algorítmico y variacional; en diferentes contextos que permitan su propio desarrollo que lo hacen competitivo para **afrontar** con acierto las **dificultades** que se presentan en su diario vivir.
- Desarrolla alta capacidad para resolver problemas geométricos, estadísticos y comerciales, que le ayuden a entender el mundo físico y le **permitan conservar y mejorar su entorno.**
- Posee una visión cristiana y humana que le permite a través del conocimiento matemático trascender en el medio cultural **mejorando su calidad de vida** y la de los demás.
- Es conocedor de las aplicaciones de las matemáticas a la ciencia, la tecnología y áreas afines.

**Objetivos generales del área**

- **Plantear y resolver** problemas generalizados, inferenciales, comerciales, financieros y de emprendimiento, a partir de situaciones cotidianas, de otras ciencias y de la

matemática misma, utilizando signos, símbolos, términos, ecuaciones, relaciones y representaciones, **para comprender y tomar decisiones relacionadas con su entorno.**

- Fomentar el uso de la **argumentación**, la prueba, el ejemplo y el contraejemplo a través de modelos matemáticos, para la validación o rechazo de conjeturas, realización de demostraciones y **toma de decisiones, que le permitan trascender en la sociedad y en particular en la comunidad en la que se desenvuelvan.**
- Desarrollar **habilidades para la comunicación** y representación de ideas, secuencias y modelos matemáticos, mediante el uso de diferentes textos como: enunciados, historias, cuadros, gráficas y notaciones simbólicas, que se presentan en la vida cotidiana.
- Fomentar en los estudiantes el espíritu investigativo a través de situaciones de estadística y de lecturas de historia de la matemática con el fin de **generar curiosidad, habilidad para plantear hipótesis y habilidad para hacer preguntas**.

## DESCRIPCIÓN DEL DOCENTE

En el presente apartado se realizó una caracterización del docente de matemáticas con el cual se trabajó en la investigación. En un primer momento se va a presentar su formación académica, la experiencia en su práctica y la entrevista realizada previa a la grabación de las clases, relacionados con su visión de las matemáticas y la metodología de enseñanza-aprendizaje.

### *Formación Académica*

El docente es licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, graduado en el año 2013, especialista en Matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda, con experiencia en la enseñanza de las matemáticas con adultos durante 3 años. Docente en el Colegio de La Salle Bogotá desde el año 2013, a cargo de grado quinto y sexto. Dentro de su práctica profesional considera que son muchos los factores que inciden en el aprendizaje de las matemáticas, razón por la cual afirma que “la educación debe ser integral, se debe formar al estudiante con habilidades y conocimientos matemáticos, sin desconocer la parte humana”.

Con el fin de profundizar en la práctica del docente y buscando identificar sus concepciones frente a la relación que se establece entre la educación matemática y la democracia se realizó

la siguiente entrevista en la cual se evidencian algunos aspectos importantes para un posterior análisis.

***Práctica docente***

Para realizar el guion de la entrevista se tuvo en cuenta el reconocimiento que tiene el docente acerca de que la educación debe ser integral; se vinculó el conocimiento personal acerca de las matemáticas y su relación con lo social, buscando ahondar en la comprensión de la noción de democracia y la relación con sus clases para poder desarrollarla. Con base en sus respuestas se puede evidenciar la forma como él entiende las matemáticas, la enseñanza y la relación con lo social y lo democrático, entre de las que se resaltan:

- Las matemáticas son una ciencia exacta, que posibilita entender la realidad. Permite comunicación, interpretación, argumentación. Se puede desarrollar a través de la resolución de problemas, sin desconocer lo que el estudiante trae consigo mismo.

- Las matemáticas abren un abanico de posibilidades en cuanto al desarrollo de las capacidades en los estudiantes, una de ellas es la rigurosidad que se logra a través de los procesos matemáticos, la precisión que solo dan las ciencias exactas, la comprensión de situaciones, porque muchas de los problemas que se dan en clase necesitan una lectura previa, una comprensión y una forma de proceder al respecto.

- Para mí la democracia está asociada a las diferentes formas de elección que hay. En el colegio se realizan actos democráticos, en los cuales los estudiantes toman decisiones sobre la persona que quieren que los represente a nivel de cada curso, a nivel del personero, actividades en las que ellos pueden proponer.

Las anteriores afirmaciones posibilitaron reflexiones acerca de los objetivos del presente trabajo, particularmente con la caracterización de la práctica pedagógica y su relación con la democracia, además de analizar nociones asociadas a la democracia en el aula de matemáticas desde el enfoque de la Educación Matemática Crítica.

Lo anterior puede encontrarse en las declaraciones dadas por el docente frente a las preguntas realizadas en la entrevista y sistematizadas en el siguiente formato:

| ENTREVISTA A DOCENTE | |
|---|---|
| *Descripción del momento en el que se realizó la entrevista* | |
| **OBJETIVO**<br>*Identificar concepciones del profesor de matemáticas a cerca del desarrollo de la democracia en el aula de clase.* | |
| Intervención del investigador | Intervención del docente |
| **¿Cómo concibe las matemáticas?** | Las matemáticas son una ciencia exacta, que posibilita entender la realidad. Permite comunicación, interpretación, argumentación. Se puede desarrollar a través de la resolución de problemas, sin desconocer lo que el estudiante trae consigo mismo. |
| **¿Considera que las matemáticas tienen conexión con la parte social?** | Pues, conexión social, no sé. Las matemáticas son utilizadas para entender la sociedad, para interactuar en ella, más bien en la cotidianidad, por ejemplo la aritmética es muy utilizada en todo momento, los niños, jóvenes y adultos reconocen el prestigio que tienen las matemáticas porque posibilitan las relaciones en la sociedad. |
| **¿Por qué dices que las matemáticas dan prestigio y los niños, jóvenes y adultos lo reconocen?** | Pues mira, en el ambiente en el cual se encuentran los niños, jóvenes y padres de familia del colegio De La Salle; las matemáticas son reconocidas una asignatura de especial relevancia. Representan admiración, además de ser una de las herramientas que permiten organizar las empresas y las actividades de comercio. |
| **¿Cuál es su objetivo como docente de matemáticas?** | Mira el ideal es que todos los estudiantes mejoren su nivel cognitivo, lo que yo quisiera lograr es desarrollar habilidades matemáticas, conceptos específicos propios del área, además mejorar las capacidades interpretativas, argumentativas y propositivas. En general la idea es que ellos disfruten del aprendizaje de las matemáticas y pueden utilizar todas las herramientas que ellas brindan, porque son realmente importantes. |
| **¿Cuál es la metodología que utiliza en sus clases?** | En mis clases yo lo que hago está acorde con el estilo personalizante, planteado desde los fundamentos de las escuelas de la Salle. Para comenzar cada periodo o tema, se realiza una socialización de los temas a desarrollar, las estrategias de evaluación, los desempeños que deben alcanzar los estudiantes y las actividades que serán evaluadas a lo largo del periodo. Eso desde la parte institucional, lo que plantea el colegio…mmm ya al interior de la clase yo explico el tema puntual a trabajar, ejercito, oriento los procesos matemáticos y planteo situaciones con problemas que involucren esos temas trabajados. |

| | |
|---|---|
| **¿Qué capacidades considera que se desarrollan a través de las matemáticas? ¿Porque?** | Las matemáticas abren un abanico de posibilidades en cuanto al desarrollo de las capacidades en los estudiantes, una de ellas es la rigurosidad que se logra a través de los procesos matemáticos, la precisión que solo dan las ciencias exactas, la comprensión de situaciones, porque muchas de los problemas que se dan en clase necesitan una lectura previa, una comprensión y una forma de proceder al respecto. Además están las competencias planteadas por el ministerio de educación (interpretación, argumentación, proposición), las cuales también deben ser fomentadas desde todas las asignaturas Y en el caso de matemáticas son muchas las situaciones de problemas que se pueden proponer para su desarrollo. |
| **¿Considera que la democracia se puede fomentar en las clases de matemáticas? ¿Cómo?** | Yo creo que, si es posible, dependería de lo que se considere como democracia. Mmm, por ejemplo, para mí la democracia está asociada a las diferentes formas de elección que hay. En el colegio se realizan actos democráticos, en los cuales los estudiantes toman decisiones sobre la persona que quieren que los represente a nivel de cada curso, a nivel del personero, actividades en las que ellos pueden proponer. Y pues no sé, en la clase de matemáticas podría darse actividades en las cuales los estudiantes deban reconocer sus capacidades y tomar elecciones, en cuanto a procesos matemáticos, grupos de trabajo, forma de expresar y participación en clase. Digamos que a simple vista podría decirse que el hecho de que se desarrolle o no la democracia dependen del docente, la metodología empleada, el estudiante y en general de la organización curricular del área. |
| **¿Cómo debería ser la metodología, la organización curricular y la disposición del estudiante para fomentar la democracia?** | Es una pregunta, bastante difícil de contestar, primero porque hay que hacer conciencia de lo que se entiende por democracia y segundo implicaría diferentes tiempos de elaboración. La verdad no puedo responderte eso; lo más cerca que estaría de poderte contestar es decir que en las clases hay momentos en los cuales los estudiantes deciden o no participar en alguna actividad matemática propuesta, o crear una situación acorde con el tema trabajado, no sé; no se me ocurre algo más. |
| **¿Según lo que mencionas, de que depende que los estudiantes decidan o no participar?** | En general hay diferentes tipos de estudiantes, uno de ellos son aquellos que tienen todos los conocimientos matemáticos para solucionar problemas, ejecutar cálculos y se sienten felices con saber lo que saben, por eso deciden participar, otros son los que de antemano desechan las matemáticas y todas las cosas asociadas a la misma, ellos no participan de las clases, son apáticos y les da igual todo lo que suceda y en última instancia |

| | |
|---|---|
| | están los estudiantes que a pesar de no tener todas las fundamentaciones en matemáticas se esfuerzan por adquirir habilidades matemáticas y participan sin miedo al error. Pero por lo general los estudiantes que participan son aquellos que poseen y confían en sus capacidades. |
| **¿La participación, el trabajo en grupo y la opinión de los estudiantes son herramientas importantes en su clase?** | La participación si, en general a ellos les gusta participar, claro cuan se les da la palabra, trabajos en grupo se deberán pocos, se privilegia el trabajo personal y la discusión sobre lo realizado de forma individual, las opiniones surgen tal vez cuando hay problemas difíciles de abordar o cuando en la solución de los mismos se da creatividad. |

Si bien las consideraciones del docente son importantes y permiten vislumbrar algunas ideas pertinentes para el presente trabajo, de igual manera se hace fundamental tener en cuenta las declaraciones de los estudiantes frente a estos mismos factores, ya que brindan un panorama del aula de clase y los procesos que se dan al interior de la misma. Por lo anterior, se realizó una entrevista semi-estructurada a tres estudiantes de grado quinto.

***Declaraciones estudiantes***

En esta entrevista se tuvo en cuenta el reconocimiento que tienen los estudiantes acerca de la importancia de las matemáticas en su vida cotidiana, se buscó indagar en ellos que noción tienen sobre la democracia. Tomando como referencia sus respuestas se observa la manera en la cual le dan importancia a las matemáticas y como la relacionan con lo social, entre las afirmaciones de los estudiantes se resaltan:

- La matemática es la materia básica que el humano necesita, porque la vamos a necesitar en el colegio y la universidad.
- La verdad mis papás siempre me dicen que las matemáticas son muy importantes para ir a la universidad y poder dirigir las empresas.
- La democracia es que toda la gente puede participar libremente, ósea, como votar libremente, es un método de participación social.

Con base en las respuestas de los tres estudiantes se reflexionó sobre la idea que mantienen acerca de la democracia, la vida cotidiana y la importancia de las matemáticas.

Lo anterior puede encontrarse en las afirmaciones de los estudiantes a las preguntas realizadas en la entrevista y sistematizadas en el siguiente formato:

| **ENTREVISTA A ESTUDIANTES** | |
|---|---|
| *Descripción del momento en el que se realizó la entrevista* | |
| **OBJETIVO**<br>*Reconocer las nociones de los estudiantes sobre la importancia de las matemáticas y el aporte de las mismas en su contexto.* | |
| Intervención del investigador | Intervención de los estudiantes |
| **¿Consideran que las matemáticas les sirven en la vida?** | $E_1$: Si, mucho.<br>$E_2$: La matemática es la materia básica que el humano necesita, porque la vamos a necesitar en el colegio y la universidad.<br>$E_3$: Aparecen en gran parte de la vida cotidiana. |
| **¿Cuándo hablamos de vida cotidiana a que hacemos referencia?** | $E_1$: Cada día de esta vida las necesitamos.<br>$E_2$: En la clase de matemáticas aparecen.<br>$E_3$: Cuando vamos a comprar usamos matemáticas. |
| **¿Creen que las matemáticas les brindan herramientas para desenvolverse en el futuro?, ¿Por qué?** | $E_1$, $E_2$, $E_3$: Si, claro que sí.<br>$E_1$: Pues porque cuando estudiemos alguna carrera o algo podríamos implementar eso.<br>$E_2$: En los momentos más importantes las podemos usar para nuestro beneficio, por ejemplo, cuando debemos pagar recibos, hacer comprar, verificar impuestos, descuentos, y así.<br>$E_3$: La verdad mis papás siempre me dicen que las matemáticas son muy importantes para ir a la universidad y poder dirigir las empresas. |
| **¿Saben qué es la democracia?** | $E_1$: Es que toda la gente puede participar libremente.<br>$E_2$: Para mí la democracia es, eh, ósea, como votar libremente.<br>$E_3$: Es un método de participación social. |
| **¿A qué se refieren con lo social?** | $E_1$: Pues que todas las personas participan.<br>$E_2$: mmm, como que toda la gente hace parte de la sociedad en la que vivimos.<br>$E_3$: Somos todos, preocupados por nuestro país |
| **¿En el colegio les inculcan la participación social? ¿Cómo** | $E_1$, $E_2$, $E_3$: Si, obvio si.<br>$E_1$: Cuando nos integramos, en la votación escolar.<br>$E_2$: Elegimos a nuestro representante y personero. |

| | |
|---|---|
| | $E_3$: Ellos se encargan de escucharnos, analizar nuestras opiniones y defender nuestros derechos. |
| **¿Qué es un derecho?** | $E_1$: Es algo a lo que nos pertenece.<br>$E_2$: Como, por decir el derecho a la vida.<br>$E_3$: Pues, es como algo que debe ser respetado por todas las personas. |
| **¿Cómo es la clase de matemáticas?** | $E_1$: Es divertida, no integran y nos ponen a participar.<br>$E_2$: mmm, es una clase en la que aprendemos mucho.<br>$E_3$: Eh, pues en la clase de matemáticas, el profesor nos hace preguntas, y nos integra, a veces, eh, nos pone ejercicios, pero son ejercicios que básicamente nos enseñan, ósea él nos los pone pero también no los explica. |
| **¿Qué herramientas les han brindado las matemáticas?** | $E_1$: Pues, por ejemplo, digamos vamos a la tienda, entonces eso nos sirve para saber cuánto tenemos que pagar, cuanto nos tienen que devolver.<br>$E_2$: Para poder entender otras materias y asociar los diferentes temas.<br>$E_3$: La comprensión de problemas y la creación de los mismos a partir de un tema. |

Una vez organizadas y sistematizadas las entrevistas (docente y estudiantes), se realizó la organización de los videos, correspondientes a 4 sesiones de clase de 50 minutos cada una, además se tuvo en cuenta otros espacios en los cuales los estudiantes participan en actividades institucionales relacionadas con las matemáticas.

Para realizar dicha tarea se tuvieron en cuenta los planteamientos de Planas (2006) en cuanto al análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático, quien sugiere el desarrollo de las seis fases lineales que son:

1. Estudio y descripción general del video.
2. Identificación de episodios de revisión de significados matemáticos.
3. Búsqueda de procesos de reelaboración de los significados objeto de estudio.
4. Caracterización de interacciones sociales.
5. Elaboración de historias explicativas.
6. Comparación de los episodios de revisión.

Sin embargo, se usaron cuatro de las fases planteadas por la autora, teniendo en cuenta, el objetivo del presente trabajo, ya que el énfasis se realizó en analizar la coherencia que existe entre lo que se plantea con respecto a las nociones asociadas a la democracia y lo que sucede en el aula de clase; a su vez dichas nociones se tomaron como categorias de análisis que son: Colectividad, transformación, deliberación y coflexión. Además se mostraron las relaciones que se establecen entre las matemáticas y la democracia, que son: Resonancia intrinseca, disonancia extrinseca y relación crítica.

## CARACTERIZACIÓN TRIDUO LASALLISTA

A parte de las grabaciones de clase en video se tuvo en cuenta la organización y ejecución del "Triduo lasallista", ya que este, se convierte en un escenario enorme, compuesto por tres días en los cuales los estudiantes asumen la dirección del colegio. Los representantes de grado undécimo, ocupan todos los roles de las directivas y los docentes para organizar diferentes actividades, haciendo uso de sus capacidades en las diferentes asignaturas, además de su liderazgo y personalidad. A pesar que ellos son los encargados, durante los consejos de representantes de curso, se brindan los espacios para la preparación de esta jornada en la cual todos participan haciendo uso de su liderazgo y autonomía.

A continuación, se realizará una caracterización de lo que sucede en esos tres días, con el fin de establecer la participación de los estudiantes en ámbitos académicos. Ya que en los diferentes espacios de la institución es posible vislumbrar características asociadas a la democracia.

| MOMENTO | DESCRIPCIÓN |
|---|---|
| ORGANIZACIÓN DE ACTIVIDADES | Los estudiantes se reúnen con la docente de Pastoral para organizar y plantear las diferentes actividades que se llevarán a cabo. |
| SELECCIÓN DE REPRESENTANTES | Todos los estudiantes de grado undécimo deben participar activamente en el Triduo Lasallista, por esta razón se dan una serie de convenios para poder aspirar a los cargos directivos, docentes y de apoyo. |

| | |
|---|---|
| DELEGACIÓN DE FUNCIONES | Cada uno de los estudiantes en plenaria una vez evaluadas las intenciones de participación, seleccionan y asumen las funciones propias de los cargos establecidos. |
| IZADA DE BANDERA | Acto simbólico de apertura en el cual se entrega la dirección total del colegio a los estudiantes de grado undécimo; quienes asumirán las responsabilidades de los cargos establecidos. |
| DÍA 1, 2 Y 3 | Se llevan a cabo las actividades programadas por los estudiantes, en las cuales cada uno tiene un rol que cumplir para el buen desarrollo de la jornada. |

Dentro de las actividades de los días 1, 2 y 3 se tiene en cuenta la Jornada social y cultural, actividad en la cual los estudiantes desde pre jardín hasta grado undécimo realizan inscripciones a cursos cortos, planteados y desarrollados por estudiantes dependiendo de las áreas de su interés, todas las asignaturas presentan actividades; luego se realiza el montaje de un escenario atractivo para los estudiantes que van a participar de la jornada, los encargados de dichos montajes son los estudiantes de todos los grados. Se inscriben seis por grado y de esos se seleccionan dos que representen la voz de los demás estudiantes para la organización exposición y manejo de los grupos.

Para el presente caso se tuvieron en cuenta los aportes a dicha jornada desde el área de matemáticas, la participación de los estudiantes que dirigen y representan a los compañeros en las diferentes actividades y aquellos que participan en los cursillos que se programan desde el área. En la tabla que se muestra a continuación se realiza una descripción de las intenciones de dicha actividad.

***Actividades día 1, 2 y 3***

| MOMENTO | DESCRIPCIÓN | APORTE A LOS OBJETIVOS |
|---|---|---|
| **RALLY MATEMÁTICO** | De grado undécimo y décimo se convocan estudiantes con liderazgo, habilidades matemáticas y de comunicación para diseñar, consolidar y dirigir estaciones relacionadas con saberes matemáticos y juegos de destrezas. Se conforman varios grupos, con los estudiantes inscritos desde grado primero hasta décimo, con la misma | Caracterización de las actividades institucionales. |

| | | |
|---|---|---|
| | cantidad de estudiantes para superar las diferentes pruebas. | |
| **INSCRIPCIÓN CURSILLOS** | Durante una izada de bandera se brinda la posibilidad de que todos los estudiantes de acuerdo con sus gustos y preferencias se inscriban en diferentes cursillos a cargo de las diferentes asignaturas. | Contrastar lo que sucede en el aula de matemáticas y la libertad de elección de los estudiantes en otro espacio. |
| **CURSILLO MATEMÁTICAS** | Es orientado por dos docentes del área, se plantean juegos relacionados con las habilidades en matemáticas, teniendo en cuenta los niveles que participan. | Identificar las nociones asociadas a la democracia en actividades relacionadas con la matemática. |
| **PRESENTACIÓN POR GRADOS** | En cada grado se trabaja un proyecto matemático, que debe brindar una serie de reflexiones y construcciones donde se relacione la matemática con diferentes situaciones de la actualidad. Una vez culminado el proyecto en cada grado se seleccionan dos estudiantes para que presenten sus aportes con base en el proyecto realizado. | Análisis de lo planteado en el PEI, área de matemáticas y lo que sucede en la institución. |

# CAPÍTULO V

# ANÁLISIS DE LOS DATOS

En este capítulo, se presentan los instrumentos con los cuales se recolectaron e interpretaron los datos de la investigación. En un primer momento se va a mostrar cada uno de los instrumentos (documentos institucionales, entrevistas, sesiones de clase y triduo lasallista) contrastándolos con el marco teórico y las características asociadas a la democracia. Finalmente se realizó un cruce de información entre las interpretaciones de cada instrumento y se elaboró un análisis acorde con cada una de las características relacionadas con la democracia (colectividad, transformación, deliberación y coflexión) planteadas por Valero (2012).

## DOCUMENTOS INSTITUCIONALES

Para la organización de los datos seleccionados como importantes luego de la revisión documental, se elaboraron tablas que permiten caracterizar el PEI y los documentos institucionales, para rastrear la noción de democracia de la institución. La tabla está organizada en tres columnas, en la primera se menciona en que aparte del PEI se encuentra el texto relevante para rastrear la noción de democracia, en la segunda se podrá encontrar una trascripción de los documentos y en la última columna una relación de lo encontrado y el marco teórico.

| DOCUMENTO | TEXTO | INTERPETACIÓN |
|---|---|---|
| **PEI** | **Una opción en valores** | El colegio de la Salle se caracteriza por ser una institución católica en la cual la parte fundamental de su apuesta pedagógica se centra en la construcción de un ser humano integral que posibilite transformaciones sociales y construcción de un país justo, a partir de la formación en valores.<br>Valores entre los cuales se destacan: la justicia, la equidad y la cooperación, para fortalecer la posibilidad de decidir; aportando en la práctica del ser humano para la actuación en situaciones de cambio. Algunas características asociadas a la democracia en las cuales se incluye la participación, la colaboración, la comunicación y la toma de conciencia permiten a los |
| | **Respuestas Nuevas a Hombres Nuevos en Situaciones Nuevas** | |

| | | |
|---|---|---|
| | | estudiantes construir una identidad y participar activamente de los cambios sociales y comunitarios del país en el cual viven. A su vez Valero (2012) plantea que la democracia incluye:<br><br>…la posibilidad de ser consciente de las consecuencias de adoptar una posición determinada y de actuar desde ella con unas herramientas particulares como pueden ser las competencias asociadas con las matemáticas escolares. (p. 38).<br><br>Con respecto a planteado anteriormente se visibiliza en el horizonte institucional la importancia de considerar que los estudiantes serán capaces de responder a todas situaciones que se presenten en la cotidianidad, asumiendo posturas críticas acordes con los valores, habilidades, competencias y conocimientos inculcados en la institución. |
| **MISIÓN** | Formar integralmente al educando dentro del estilo pedagógico personalizante desde la visión cristiana del hombre, del mundo, de la historia y del saber, **para que contribuya significativamente en la transformación de la sociedad** y a la conservación del medio ambiente. | La institución educativa se caracteriza con un estilo pedagógico personalizante, en el cual el estudiante mantiene un papel importante en tanto se reconoce como parte de una comunidad y a su vez de la sociedad en la cual los valores son fundamentales para la construcción de su futuro. Su modelo pedagógico podría estar relacionado con el socio crítico ya que en su misión institucional se contempla como importante la contribución a la transformación de la sociedad. Al respecto Mora (2005) plantea que:<br><br>"Es necesario defender la escuela como un servicio público importante que posibilite a los estudiantes para ser ciudadanos críticos que puedan pensar, desafiar, correr riesgos y creer que sus acciones pueden marcar una diferencia en la sociedad en general" (p. 38).<br><br>En ese orden de ideas el colegio de La Salle desde lo declarado en el PEI considera que a través de la enseñanza en valores tanto docentes como estudiantes pueden aportar significativamente en la sociedad trasformado situaciones de crisis. |
| **VISIÓN** | El Colegio De La Salle se proyecta como Comunidad Académica y Educativa en pastoral, reconocida por su calidad en la formación humana y cristiana. Será un colegio líder en innovación pedagógica de valores y de virtudes, de educación personalizante y | La justicia como uno de los valores principales de la institución educativa permite la construcción de relaciones equitativas dentro y fuera del aula de clase; en las cuales toda la comunidad puede salir beneficiada.<br><br>Desde lo planteado a nivel institucional se considera que la formación en valores y las virtudes que deberían |

| | | |
|---|---|---|
| | **formación científica** para que en la construcción **de un proyecto de nación aporte a la sociedad jóvenes gestores de un país justo y fraterno con visión moderna del desarrollo.** | ser desarrolladas en la práctica pedagógica pueden aportar elementos para la consolidación de un proyecto de vida y comunidad que permita desarrollar una sociedad en la cual todos participen.<br><br>Al respecto Valero (2012) plantea que la transformación:<br><br>…es referida a la capacidad colectiva para **modificar y mejorar** las condiciones de vida; la justicia llega a ser pertinente en la acción política porque, primero una **motivación** para la acción puede ser la transformación de condiciones adversas de vida y, segundo, el resultado efectivo de la transformación debería beneficiar a todos los miembros de la comunidad. (p. 14). En ese orden de ideas se evidencia que la apuesta filosófica de la institución declarada en lo escrito se basa en potenciar la formación científica para mejorar la nación y. para tener un país con justicia, desarrollo y formación en valores. |
| **PERFIL DEL ESTUDIANTE Y OBJETIVOS DEL ÁREA** | • Es **autocrítico**<br>• **Mejora su calidad de vida** y la de los demás.<br>• Desarrollar **habilidades para la comunicación** y representación de ideas, secuencias<br>• **Plantear y resolver** problemas **para comprender y tomar decisiones relacionadas con su entorno.** | Desde el área de matemáticas las características que se esperan de los estudiantes a través de la interacción en el aula de clase están involucradas con la perspectiva de contribuir a la sociedad; en la cual las matemáticas posibilitan una comprensión del contexto socio político. Por lo tanto, se hace necesario desarrollar competencias matemáticas y democráticas en las cuales la colectividad prevalezca a la hora de tomar decisiones.<br><br>Según Valero (2012) la toma de conciencia posibilita la cooperación y esto "implica que todos los miembros de una comunidad pueden desempeñar un papel en una acción conjunta, la comunidad puede asegurar una participación activa" |

# ENTREVISTAS

### *Entrevista docente*

Tomando como base las respuestas del docente de matemáticas, se pueden establecer algunas nociones acerca de las matemáticas, la relación con la democracia y la metodología de clase empleada. Al respecto se resaltan las siguientes construcciones.

| CATEGORÍA | PREGUNTAS Y RESPUESTAS DEL DOCENTE | INTERPRETACIÓN |
|---|---|---|
| **RELACIÓN MATEMÁTICAS-DEMOCRACIA** | • **¿Cómo concibe las matemáticas?**<br><br>Las matemáticas son una ciencia exacta, que posibilita entender la realidad. Permite comunicación, interpretación, argumentación. Se puede desarrollar a través de la resolución de problemas, sin desconocer lo que el estudiante trae consigo mismo.<br><br>• **¿Por qué dices que las matemáticas dan prestigio y los niños, jóvenes y adultos lo reconocen?**<br><br>Pues mira, en el ambiente en el cual se encuentran los niños, jóvenes y padres de familia del colegio De La Salle; las matemáticas son reconocidas una asignatura de especial relevancia. Representan admiración, además de ser una de las herramientas que permiten organizar las empresas y las actividades de comercio. | Según lo planteado por Skovsmose & Valero (2012) con respecto a la relación que existe entre las matemáticas y la democracia; la resonancia intrínseca:<br><br>*"se basa en el supuesto de que, debido a la naturaleza de las matemáticas, la educación matemática puede resguardar los intereses democráticos"*<br><br>Según las respuestas del docente se puede decir que él asume una postura en la cual las matemáticas son una ciencia exacta, que permite interpretar, comunicar, argumentar y entender la sociedad.<br><br>En ese orden de ideas se podría pensar que de alguna manera él considera que las matemáticas pueden contribuir al desarrollo de valores sociales. Ya que las matemáticas brindan herramientas para desenvolverse en la sociedad y la vida cotidiana. |
| **COLECTIVIDAD** | • **¿Cómo debería ser la metodología, la organización curricular y la disposición del estudiante para fomentar la democracia?**<br><br>Es una pregunta, bastante difícil de contestar, primero porque hay que hacer conciencia de lo que se entiende por democracia y segundo implicaría diferentes tiempos de elaboración. La verdad no puedo responderte eso; lo más cerca que estaría de poderte contestar es decir que en las clases hay momentos en los cuales los estudiantes deciden o no participar en alguna actividad matemática propuesta, o crear una situación acorde con el tema trabajado, no sé; no se me ocurre algo más.<br><br>• **¿Según lo que mencionas, de que depende que los estudiantes decidan o no participar?** | Según lo declarado por el docente en la entrevista se observa que él reconoce en sus estudiantes los procesos matemáticos y las habilidades que posibilitan la decisión de participar o no en el aula de clase.<br><br>Sin embargo, la democracia para él es asumida en gran medida como la posibilidad de participar, elegir o comunicar el proceso matemático llevado a cabo en el aula de clase.<br><br>Manifiesta también que a los estudiantes la participación, les llama la atención en la medida en la cual es una posibilidad de expresar sus ideas, conocimientos |

| | | |
|---|---|---|
| | En general hay diferentes tipos de estudiantes, uno de ellos son aquellos que tienen todos los conocimientos matemáticos para solucionar problemas, ejecutar cálculos y se sienten felices con saber lo que saben, por eso deciden participar, otros son los que de antemano desechan las matemáticas y todas las cosas asociadas a la misma, ellos no participan de las clases, son apáticos y les da igual todo lo que suceda y en última instancia están los estudiantes que a pesar de no tener todas las fundamentaciones en matemáticas se esfuerzan por adquirir habilidades matemáticas y participan sin miedo al error. Pero por lo general los estudiantes que participan son aquellos que poseen y confían en sus capacidades.<br><br>• **¿La participación, el trabajo en grupo y la opinión de los estudiantes son herramientas importantes en su clase?**<br><br>La participación si, en general a ellos les gusta participar, claro cuando se les da la palabra, trabajos en grupo se dejan pocos, se privilegia el trabajo personal y la discusión sobre lo realizado de forma individual, las opiniones surgen tal vez cuando hay problemas difíciles de abordar o cuando en la solución de los mismos se da creatividad | y estrategias de resolución a los problemas presentados en clase.<br><br>Según Valero (2012) *"para defender intereses privados, las personas actúan como individuos pensando en el bien personal, acción política que no posibilita la colectividad ya que se debe establecer una relación entre la gente y la sociedad para crear sus condiciones materiales de vida"*<br><br>Metodológicamente hablando el docente manifiesta que durante el desarrollo de su práctica profesional privilegia el trabajo individual dejando de lado la posibilidad de interactuar en grupo. Además, reconoce a sus estudiantes como individuos para la construcción de conocimiento matemático, en el cual la participación posibilita el desarrollo de la democracia.<br><br>Postura que se contrapone con los planteamientos de Valero (2012) quien afirma que la colectividad está referida:<br>*Con la capacidad de tener conciencia compartida en determinada situación de la cual se crea la necesidad de cooperar para tomar decisiones.* |
| **TRANSFORMACIÓN** | • **¿Qué capacidades considera que se desarrollan a través de las matemáticas? ¿Porque?**<br><br>Las matemáticas abren un abanico de posibilidades en cuanto al desarrollo de las capacidades en los estudiantes, una de ellas es la rigurosidad que se logra a través de los procesos matemáticos, la precisión que solo dan las ciencias exactas, la comprensión de situaciones, porque muchas de los problemas que se dan en clase necesitan una lectura previa, una comprensión y una forma de proceder al respecto. Además, están las competencias planteadas por el ministerio de educación (interpretación, argumentación, proposición), las cuales también deben ser fomentadas desde todas las asignaturas Y en | El docente manifiesta que en la clase de matemáticas se da la posibilidad de elegir, participar y comunicar; lo cual presenta para él características equiparables con la democracia y la transformación de la sociedad, razón por la cual considera que sus clases contribuyen a desarrollar características asociadas a la democracia.<br><br>También se puede identificar que en su entendimiento para trasformar las prácticas en educación matemática e involucrar con más profundidad la |

| | | |
|---|---|---|
| | el caso de matemáticas son muchas las situaciones de problemas que se pueden proponer para su desarrollo.<br><br>• **¿Considera que la democracia se puede fomentar en las clases de matemáticas? ¿Cómo?**<br><br>Yo creo que, si es posible, dependería de lo que se considere como democracia. Mmm, por ejemplo, para mí la democracia está asociada a las diferentes formas de elección que hay. En el colegio se realizan actos democráticos, en los cuales los estudiantes toman decisiones sobre la persona que quieren que los represente a nivel de cada curso, a nivel del personero, actividades en las que ellos pueden proponer. Y pues no sé, en la clase de matemáticas podría darse actividades en las cuales los estudiantes deban reconocer sus capacidades y tomar elecciones, en cuanto a procesos matemáticos, grupos de trabajo, forma de expresar y participación en clase. Digamos que a simple vista podría decirse que el hecho de que se desarrolle o no la democracia dependen del docente, la metodología empleada, el estudiante y en general de la organización curricular del área | democracia el mayor reto sería analizar la organización curricular del área ya que está no permite privilegiar el trabajo en grupo ya que los tiempos son escasos y se deben abarcar artos temas, entonces se deberían especificar tiempos de acción.<br><br>Sin embargo, Valero (2012) afirma que en la transformación:<br><br>*"La justicia también llega a ser pertinente en esta acción política porque, primero, una **motivación** para la acción puede ser la transformación de condiciones adversas de vida y, segundo, el resultado efectivo de la transformación debería beneficiar a todos los miembros de la comunidad. (p. 14)"*<br>Dentro de los retos más importantes a los que se podría enfrentar el docente sería plantear situaciones que generen conflicto y sean resueltas en grupo, las cuales permitan analizar, cooperar, modificar y pensar en un bien común. |
| **DELIBERACIÓN** | • ¿Cuál es su objetivo como docente de matemáticas?<br>Mira el ideal es que todos los estudiantes mejoren su nivel cognitivo, lo que yo quisiera lograr es desarrollar habilidades matemáticas, conceptos específicos propios del área. Mejorar las capacidades interpretativas, argumentativas y propositivas.<br>En general la idea es que ellos disfruten del aprendizaje de las matemáticas y pueden utilizar todas las herramientas que ellas brindan, porque son realmente importantes.<br><br>• **¿Considera que las matemáticas tienen conexión con la parte social?**<br><br>Pues, conexión social, no sé. Las matemáticas son utilizadas para entender la sociedad, para interactuar en ella, más bien en la cotidianidad, por ejemplo, la aritmética es muy utilizada en todo momento, los niños, | El docente reconoce que la enseñanza de las matemáticas es importante ya que están presentes en las situaciones cotidianas, involucra en su práctica pedagógica el estilo personalizante en el cuál mantiene un diálogo continuo con cada uno de los estudiantes para validar el conocimiento matemático.<br><br>En el aula de clase esperaría trabajar a través del planteamiento y la resolución de problemas en los cuales se involucren las temáticas para mejorar el nivel cognitivo de los estudiantes.<br><br>Al respecto Valero (2012) afirma:<br><br>"*La deliberación es una clase particular de **diálogo social** que* |

| | | |
|---|---|---|
| | jóvenes y adultos reconocen el prestigio que tienen las matemáticas porque posibilitan las relaciones en la sociedad.<br><br>• **¿Cuál es la metodología que utiliza en sus clases?**<br><br>En mis clases yo lo que hago está acorde con el estilo personalizante, planteado desde los fundamentos de las escuelas de la Salle. Para comenzar cada periodo o tema, se realiza una socialización de los temas a desarrollar, las estrategias de evaluación, los desempeños que deben alcanzar los estudiantes y las actividades que serán evaluadas a lo largo del periodo. Eso desde la parte institucional, lo que plantea el colegio…mmm ya al interior de la clase yo explico el tema puntual a trabajar, ejercito, oriento los procesos matemáticos y planteo situaciones con problemas que involucren esos temas trabajados. | *fortalece a la gente para comprometerse en la formulación de problemas, en la toma de decisiones y en los procesos de resolución de problemas"*<br><br>En contraste con lo mencionada anteriormente se podría intuir que el docente dentro de sus ideales esperaría que por medio de sus clases los estudiantes desarrollarán habilidades matemáticas que les permitan interpretar, analizar y proponer, desde luego mejorando sus capacidades para desenvolverse en la sociedad actual.<br><br>Sin embargo, según los planteamientos de Valero (2012) con respecto a la deliberación se puede concluir que la metodología que el docente declara realiza en clase no permite un diálogo dinámico que permita consenso y toma de decisiones pensando en el bien colectivo. |
| **COFLEXIÓN** | • ¿Qué aspectos considera fundamentales para el buen desarrollo de las clases de matemáticas?<br><br>Primero que todo, hay que tener un buen espacio, agradable, bien ambientado, que posibilite un ambiente armónico.<br><br>En segundo lugar la disposición de los estudiantes es muy importante, ellos deben tener gusto por aprender, ser curioso, indagar, cuestionar, participar y por último tener material concreto, ayudas audiovisuales, laboratorios con los cuales se pueda captar la atención de los estudiantes. | Para el docente es importante tener un espacio agradable que posibilite un ambiente armónico en el cual los estudiantes quieran participar. Sin embargo, las características asociadas a la democracia deben tener en cuenta la toma de conciencia colectiva, para considerar las acciones pertinentes a la hora de tomar una decisión. Al respecto Valero (2012) plantea que: *"las acciones colectivamente se consideran, con pensamientos y experiencias como parte de un esfuerzo colectivo, para adoptar una posición crítica hacia su acción"* |

***Entrevista estudiantes***

Del mismo modo, cabe resaltar que con base en las respuestas de los estudiantes se identifican opiniones acerca del aprendizaje de las matemáticas y la democracia, entre las cuales se resaltan:

| CATEGORÍA | PREGUNTAS Y RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES | INTERPRETACIÓN |
|---|---|---|
| **RELACIÓN MATEMÁTICAS-DEMOCRACIA** | • ¿Consideran que las matemáticas les sirven en la vida?<br><br>*$E_1$: Si, mucho.*<br>*$E_2$: La matemática es la materia básica que el humano necesita, porque la vamos a necesitar en el colegio y la universidad.*<br>*$E_3$: Aparecen en gran parte de la vida cotidiana.*<br><br>• ¿Saben qué es la democracia?<br><br>*$E_1$: Es que toda la gente puede participar libremente.*<br>*$E_2$: Para mí la democracia es, eh, ósea, como votar libremente.*<br>*$E_3$: Es un método de participación social.* | Los estudiantes consideran que las matemáticas son muy importantes e identifican diferentes escenarios en los cuales pueden utilizarlas, tales como: el colegio, la universidad y la vida cotidiana.<br><br>Al indagar por las concepciones acerca de la democracia los estudiantes manifiestan que ésta tiene que ver con la participación, la libertad, la sociedad y la posibilidad de elegir a al alguien o algo al votar.<br><br>De acuerdo con lo anterior podría pensarse que los estudiantes entienden que la participación y la posibilidad de elección involucra características de la democracia. |
| **COLECTIVIDAD** | • ¿Cómo es la clase de matemáticas?<br><br>*$E_1$: Es divertida, nos integran y nos ponen a participar.*<br>*$E_2$: mmm, es una clase en la que aprendemos mucho.*<br>*$E_3$: Eh, pues en la clase de matemáticas, el profesor nos hace preguntas, y nos integra, a veces, eh, nos pone ejercicios, pero son ejercicios que básicamente nos enseñan, ósea él nos los pone pero también no los explica.* | Según los aportes de Valero (2012) en cuanto a la colectividad se dice que:<br><br>*"los miembros de una comunidad pueden desempeñar un papel en una acción conjunta, la comunidad puede asegurar una participación activa."*<br>En contraste con lo anterior se evidencia que los estudiantes identifican que el docente explica las temáticas relacionadas con el área, en las cuales plantea ejercicios para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Manifiestan que durante la clase se sienten **integrados,** ya que el docente los invita a **participar** haciéndoles preguntas relacionadas con las temáticas abordadas. |

| | | |
|---|---|---|
| | | Pese al sentimiento de los estudiantes es fundamental identificar la manera en la que la comunidad educativa entiende la democracia, ya que en la noción asociada a la misma está priorizada la forma de participar o elegir para contribuir al desarrollo de la misma. .La integración y la forma en que el docente les pregunta a los estudiantes les hace pensar que la clase de matemáticas es democrática. |
| **TRANSFORMACIÓN** | • ¿Creen que las matemáticas les brindan herramientas para desenvolverse en el futuro?, ¿Por qué?<br><br>*$E_1$, $E_2$, $E_3$: Si, claro que sí.*<br>*$E_1$: Pues porque cuando estudiemos alguna carrera o algo podríamos implementar eso.*<br>*$E_2$: En los momentos más importantes las podemos usar para nuestro beneficio, por ejemplo, cuando debemos pagar recibos, hacer comprar, verificar impuestos, descuentos, y así.*<br>*$E_3$: La verdad mis papás siempre me dicen que las matemáticas son muy importantes para ir a la universidad y poder dirigir las empresas* | Los estudiantes declaran que las matemáticas les permiten **modificar las condiciones de vida** al ir a la universidad, desenvolverse en la cotidianidad y manejar empresas.<br>Además, reconocen el prestigio que les dan sus padres al manifestar que aprender matemáticas les ayudará en el direccionamiento de su vida y las empresas en las cuales se desenvolverán a futuro.<br>Para Valero (2012) la transformación es:<br><br>*"la capacidad de tomar acciones colectivas que permite modificar y mejorar las condiciones de vida de los involucrados y de la sociedad en general"*<br><br>En se orden de ideas las nociones que tienen los estudiantes acerca de la utilidad de las matemáticas podría dar rasgos de modificar condiciones de vida. A pesar de eso, los estudiantes se conciben como individuos en los cuales el colectivo en general no tiene mayor relevancia.<br><br>En contraste con lo anterior y los planteamientos de Valero, las concepciones de los estudiantes no tienen características de la democracia en tanto no hay una conciencia compartida, un diálogo armónico y una acción política que transforme condiciones de vida para todos los estudiantes que hacen parte del colectivo. |

| | | |
|---|---|---|
| **DELIBERACIÓN** | • ¿Cuándo hablamos de vida cotidiana a que hacemos referencia?<br><br>*$E_1$: Cada día de esta vida las necesitamos.*<br>*$E_2$: En la clase de matemáticas aparecen.*<br>*$E_3$: Cuando vamos a comprar usamos matemáticas*<br><br>• ¿Qué es un derecho?<br><br>*$E_1$: Es algo a lo que nos pertenece.*<br>*$E_2$: Como, por decir el derecho a la vida.*<br>*$E_3$: Pues, es como algo que debe ser respetado por todas las personas* | Mandela (1994) menciona que:<br><br>… "la democracia significaba que todos los hombres fueran oídos y la decisión se tomara conjuntamente como pueblo"<br><br>Los estudiantes hacen alusión a los derechos, como "algo que les pertenece y debe ser respetado". Plantean como un ejemplo el derecho a la vida. A pesar de que en las declaraciones de los estudiantes se observa que hay una idea en conjunto en la cual se habla de la necesidad de aprender matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana, no hay ejemplo de diálogo, ni cooperación para analizar pros y contras en una situación, por tal razón la deliberación no es asociada en la entrevista realizada. |
| **COFLEXIÓN** | • ¿Qué herramientas les han brindado las matemáticas?<br><br>*$E_1$: Pues, por ejemplo, digamos vamos a la tienda, entonces eso nos sirve para saber cuánto tenemos que pagar, cuanto nos tienen que devolver.*<br>*$E_2$: Para poder entender otras materias y asociar los diferentes temas.*<br>*$E_3$: La comprensión de problemas y la creación de los mismos a partir de un tema* | Los pensamientos y las acciones de todos forman parte fundamental para tomar una posición crítica; los estudiantes manifiestan la importancia de las matemáticas afirmando que:<br><br>• Las matemáticas les sirven para hacer cuentas, por ejemplo, cuando van a una tienda.<br>• Comprenden problemas y elaboran situaciones relacionadas con los temas abordados en clase<br>• Las matemáticas les ayudan a realizar asociaciones con otros temas y materias.<br>La coflexión tiene que ver con la acción política que posibilita transformar condiciones de vida de un colectivo que coopera y comparte conciencia, sin embargo, los estudiantes se asumen como seres individuales para los cuales las matemáticas les ayuda en situaciones cotidianas empleando la aritmética y el cálculo numérico para poder hacer cuentas, lo que no tiene que ver con las características asociadas a la democracia. |

## VIDEOS

Para la organización de los datos recolectados en los videos, se tomarán las ideas de Planas (2006) donde se plantea un modelo de análisis para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. Por los objetivos del presente trabajo se privilegiaron cuatro fases de las propuestas por esta autora.

Cabe destacar que para la grabación de los videos se realizó una identificación del plan de aula del docente, en el cual se observó que por cada una de las clases había una temática diferente; por tal razón se escogieron las primeras cuatro sesiones.

## FASE 1 Y 2: DESCRIPCIÓN Y SELECCIÓN DE EPISODIOS

A continuación, se realizará una breve descripción de cada una de las clases, identificando aspectos generales del aula de clase; además, se describirán otros escenarios en los cuales las matemáticas hacen presencia.

| SESIÓN DE CLASE | DESCRIPCIÓN |
|---|---|
| **SESIÓN #1 TEMA: POTENCIACIÓN** | Se desarrolla la clase de manera habitual, el docente ingresa al salón y saluda. Los estudiantes responden, acto seguido el docente escribe en el tablero la fecha, e inicia con el tema a abordar. Durante la clase **se dicta el concepto** de la potenciación, se plantean varios ejemplos, se pregunta si existen dudas acerca del tema y se dejan una gran cantidad de ejercicios para practicar. Mientras tanto el docente da rondas por el salón de clase, resolviendo dudas y monitoreando el trabajo de los estudiantes. Luego de un tiempo comienza una "Puesta en común", para la cual solicita la participación de los estudiantes, quienes en un primer momento se mostraron tímidos, pero luego accedieron a continuar con la clase. Para cerrar la clase se deja tarea sobre el tema y se realiza una despedida. |
| **SESIÓN #2 TEMA: RADICACIÓN** | Se inicia la sesión de clase con el saludo habitual, luego de esto se realiza un recuento de la potenciación para iniciar con la radicación como operación inversa. Se da la definición, se recuerdan los componentes de la potenciación para ejemplificar la radicación. Se dejan ejercicios para reforzar el tema y clarificar cada una las dudas de los estudiantes. |

| | |
|---|---|
| **SESIÓN 3 TEMA: PERIMETRO Y ÁREA** | El docente da inicio a la clase recordando lo trabajado sobre construcción de polígonos, perímetro y área. Para esta clase se utiliza video beam y el software geogebra para la realización de la actividad en clase. Se plantean inquietudes y se inicia con la resolución de ejercicios de manera individual. Algunos estudiantes no entienden la forma en la cual deben representar en el cuaderno el perímetro y el área de acuerdo con lo presentado por el docente. |
| **SESIÓN #4 TEMA: ECUACIONES** | Se realiza la consignación en el cuaderno de los conceptos de ecuaciones aditivas y multiplicativas, el docente dicta y los estudiantes escriben. De cada uno de los temas se plantean tres ejemplos desarrollados por el docente; luego de esto se plantean ejercicios para que los estudiantes los desarrollen de manera individual. Una vez los estudiantes han reforzado el tema, se utiliza el video beam, con el programa That quiz, para que los estudiantes en una discusión grupal encuentren la solución a diferentes ecuaciones de manera intuitiva. Para la siguiente sesión de clase se proponen varios ejercicios de ecuaciones y problemas que las involucren. |

Una vez realizada la revisión general de los videos (día por día) se eligieron algunos episodios en los que se tuvieron en cuenta las interacciones del docente y los estudiantes, que dan cuenta de algunas de las características asociadas a la democracia en las diferentes sesiones de clase. De esta forma se realizó la trascripción de los momentos relevantes sin omitir algún detalle, para poder analizar y caracterizar el aula de matemáticas con relación a la democracia y sus características.

De acuerdo a los videos que se tienen, se determinan las siguientes letras para una mayor comprensión de la transcripción realizada; la letra “S” determina la sesión de clase que se está observando, el número que la acompaña indica si corresponde a la primera, la segunda, la tercera o la cuarta sesión. Además de esto, con la letra “E” se designarán los episodios de cada video. Es decir, el momento en el cual hay acciones puntuales, se acompañarán de números para dar un mayor orden, por ejemplo “E5”, hace referencia al episodio 5.

De igual manera, para identificar las acciones del docente y los estudiantes se utilizarán las siguientes letras o símbolos:

$L_n$: Línea en la cual se dan las intervenciones.

D: Intervención del docente

$E_n$: Intervención del estudiante. El subíndice determina si interviene uno o varios estudiantes.

Con base en lo anterior se tendrán en cuenta aquellos episodios en los cuales se observan algunas intervenciones que dan cuenta de las relaciones entre la democracia y las matemáticas; y las nociones de la democracia (colectividad, transformación, deliberación y coflexión).

***Sesión 1***

Temática a desarrollar: Potenciación

**S1: E1**

Se da inicio con un saludo cordial a los estudiantes, recordando las pautas para el buen desarrollo de la clase, además de dar el orden en el cual se llevarán a cabo los diferentes momentos de clase.

**L1: D**
Buenos días niños, el día de hoy quiero recordarles algunos de los "acuerdos que hemos establecido entre todos para el buen desarrollo de la clase". ¿Quién puede ayudarme a mencionarlos?

**L2: $E_3$**

El respeto, la organización, la participación. (Hablan todos los estudiantes al tiempo).

**L3: D**
Muchachos les recuerdo que uno de nuestros acuerdos es pedir la palabra para hablar, respetar el orden establecido para dar los aportes, participar, ser responsable y tener en cuenta a todos los estudiantes.

**L4: $E_1$**
Nosotros ya conocemos el manejo de la clase y como debemos comportarnos solo que algunas veces nos emocionamos y queremos todos participar a la vez.

**L5: D**
Bueno, la verdad me alegra que tengan claros nuestros acuerdos, ya que estos no han sido impuestos por mí, hemos sido todos los que propusimos y aprobamos ciertas normas para el desarrollo de la clase.

**L6: $E_n$**
**Si profe, tiene razón, esas son nuestras normas (Varios estudiantes asienten con la cabeza).**

**L7: D**

Como ya hemos aclarado los acuerdos de clase, iniciamos con el tema de la potenciación. Escriban como título, la potenciación, es una operación en la cual debemos multiplicar la base tantas veces como nos indique el exponente.

Por ejemplo: $2^3$ es tener $2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$

¿Entendieron?

**L8: $E_3$**
Si, más o menos, (se escucha ruido, los estudiantes hablan entre sí).

**L9: D**
Entonces ahora realizaremos varios ejercicios para que podamos practicar el tema de hoy.




***Sesión 2***

Temática a desarrollar: Radicación

**S2: E3**

**L14: D**
Como ya hemos copiado en el cuaderno la definición de la "radicación" y su relación con la potenciación, ahora analizaremos los elementos que permiten que estás dos operaciones se den de manera simultánea. Entonces quien puede decirme ¿por qué para poder radicar se debe saber hacer la potenciación?

**L15: $E_3$**

(Varios estudiantes, levantan la mano para participar, se muestran inquietos por dar sus opiniones). **Profe yo, yo, yo.**

**L16: D**
Niños, por favor mantengan la calma, todos van a poder participar en la clase, esa no será la única pregunta que se realizará.

**L17: $E_1$**
Profesor, mire lo que pasa es que en la potenciación y en la radicación se manejan, ehhh, como explicarlo; (el profesor lo invita a que continúe su intervención) como las mismas partes, en la potenciación tienes que dar el resultado teniendo la base y el número pequeño y en la radicación te dan el número pequeño y el resultado, pero tú debes encontrar la base.

**L18: D**
Niños ustedes **¿están de acuerdo con lo que acabaron de decir?**

**L19: $E_6$**
(Se ven caras desconcertadas, **muchos estudiantes asienten con la cabeza otros en voz alta**), **Pues si profesor, así es, para poder hacer radicación hacemos potenciación.**

**L20: D**
Bueno podría decirse que es cierto, recuerden siempre que debemos tener en cuenta la base, la potencia y exponente para poder hacer la radicación.
Ahora vamos a encontrar $\sqrt{16} = 4$, porque $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

**L21: $E_1$**
**Profe, copiamos en el cuaderno eso**

**L22: D**
Si, "copien, ese ejemplo" y ya vamos a hacer una tabla de ejercicios para ver si entendieron.

**L23: $E_1$**
Copiamos eso también. (El estudiante señala una parte del tablero)

**L24: D**
Simplemente copien la definición y ese ejemplo. Así como esta, con "ese cuadradito acá, para que usted se acuerde que lo que está encontrando es la base"

**L25: $E_5$**
Bueno profe, entonces ahora podemos hacer la radicación con el cuadrito que usted dice para encontrar la base.

**L26: D**
Listo, es importante que tengan en cuenta todo lo que hemos trabajado sobre la potenciación para que puedan realizar un buen desarrollo del tema abordado hoy, ya que se complementan. Bueno ahora digamos que nos preguntarán por $\sqrt{81}$

**L27: $E_6$**
**Varios estudiantes están levantando la mano** y algunos contestan sin que la palabra sea asignada, dicen en unísono, la respuesta es 9 .








***Sesión 3***

Temática a desarrollar: Perímetro y área

**S3: E2**

**L22: D**
¿Lista la figura?, es que necesito borrar la cuadricula.

**L23: $E_1$**
No, no, no; espera.

**L24: D**
Mira Juan Diego no es tan complicado, cuenta los cuadros que vas a utilizar para hacer esto de acá arriba, (Señala la figura y cuenta los cuadros internos), seis cuadritos chiquitos de la cuadricula que tienes en el cuaderno, cuente hacia abajo cuántos son. Esa es la cuadricula de su cuaderno, va a hacer esa figura.

**L25: $E_1$**
¿Profe y los de adentro? **(Se ven caras de desconcierto)**

**L26: D**
Era sin hacerle lo de adentro pero ya que dejen así. Mientras que van terminando vayan coloreando ese polígono. Échele un colorcito por dentro, coloree ese polígono.

**L27: $E_4$**
(Se escucha bastante ruido, los estudiantes están buscando la aceptación de los compañeros y el docente frente a la tarea realizada; se escuchan varias voces al tiempo) **Profe así, me quedó bien, dígame si ya está bien.**

**L28: D**
Si, era sin lo de adentro. Ya esperen un momento ya les digo lo que acabamos de representar ahí. (Se observa cara de impaciencia en el docente)

**L29: $E_3$**
Profe pues son cuadros dentro de una figura, ¿Todas las figuras pueden tener cuadros?

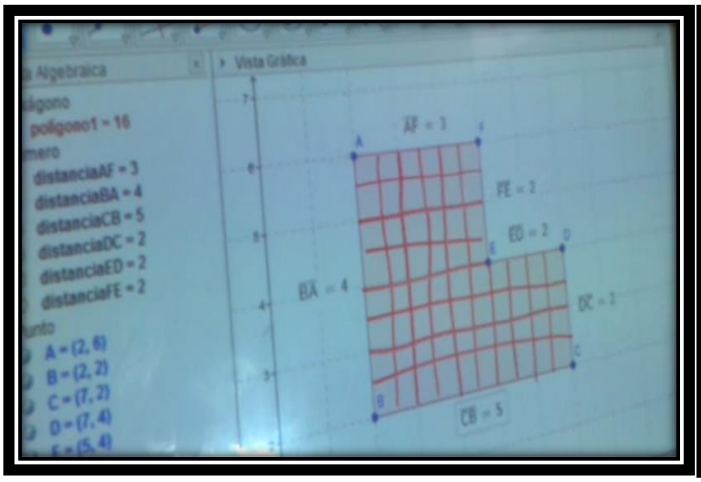
**L30: D**
¿Ustedes que creen? (Señalando a los demás estudiantes)

**L31: $E_2$**
**(Continúan las caras de desconcierto),** luego se escuchan dos voces discutiendo sobre la posibilidad de realizar cuadros en diferentes figuras. Uno le dice al otro –Mira no en todas las figuras es posible rellenar con cuadros, por ejemplo, en el triángulo no es posible, - Su compañero contesta, que podrían descomponerse los cuadros en triángulos.

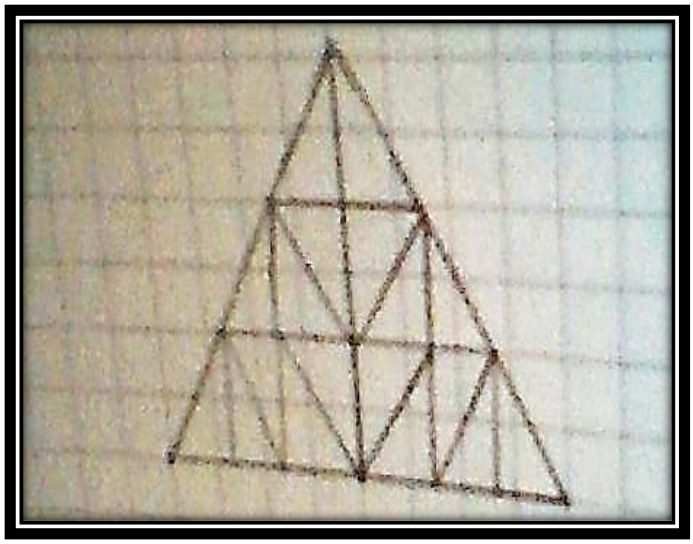
**L32: D**
Entonces ojo, voy a borrarle la cuadricula, si usted se fija la longitud de AF la va a colocar, ¿Cuánto dice que mide AF?

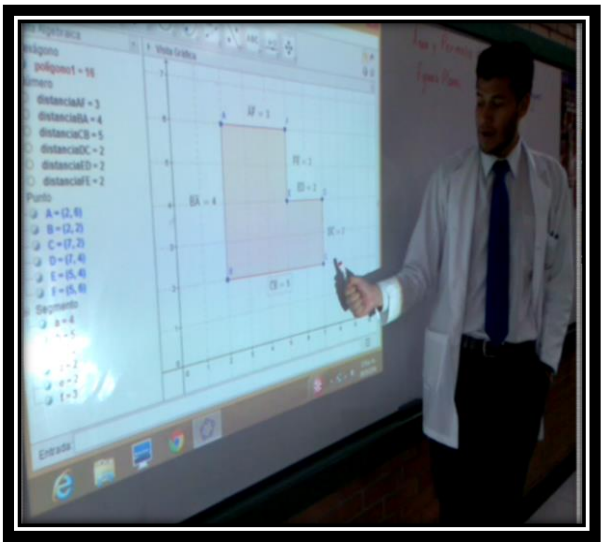
**L33: $E_1$**
3 centímetros.

**L34: D**
Entonces coloque las magnitudes igualitas que están acá, AF mide 3, FE, mire lo que dice- mide 2- cuanto mide ED, ahí dice, cuánto mide DC, cuánto mide CB y cuánto mide BA, entonces alrededor de esa figura va escribiendo las medidas que le dice esa imagen, vaya haciéndolo.







### *Sesión 4*

Temática a desarrollar: Ecuaciones aditivas.

**S4: E6**

Durante esta sesión de clase se evidencia bastante ruido antes de comenzar, el docente hace un llamado de atención fuerte, empieza la clase de matemáticas diciendo a los estudiantes que hagan silencio y coloquen en el cuaderno el título de ecuaciones. Luego de esto procede a dar la siguiente definición:

**L14. D**

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones en las que aparecen valores conocidos o datos,

**L15: E**
Profe como así valores conocidos

**L16: D**
Ya vamos a aclarar esos términos, listo. Valores conocidos o datos y valores desconocidos o incógnitas. Repito la última vez (Da toda la definición). Subtítulo ecuación aditiva, son aquellas.

**L17:$E_3$**
Espera, espera vas muy rápido y no entiendo.

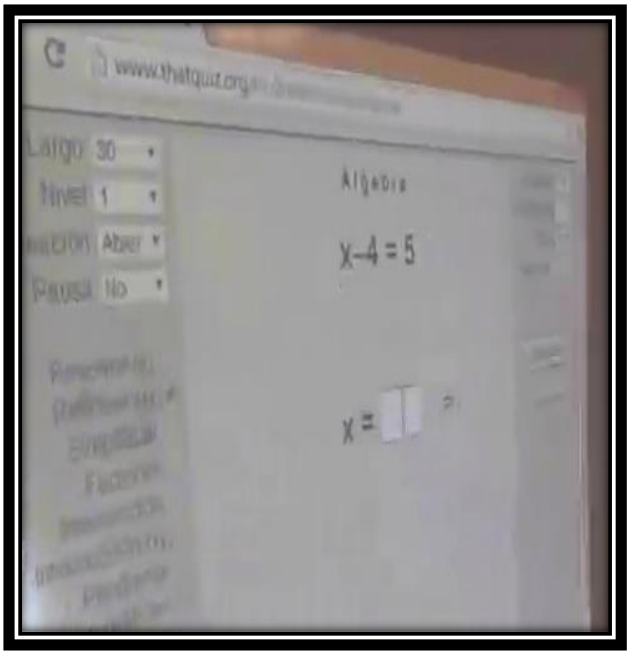
**L18: D**
Son aquellas que se resuelven mediante sumas, y con esta operación se establece el valor desconocido. Entonces, ojo acá, estamos hablando de cosas importantes. Entonces miren acá, vamos a ver un principio de lo que es una ecuación. Por ejemplo, me dicen a mí, - no vayan a copiar todavía y no quiero que me digan todavía la respuesta, ¿listo? Primero pongan atención-, hablamos de dos cosas importantes, esto de acá es el valor adivinen cual, valor desconocido. **(Varios estudiantes hablan al mismo tiempo diciendo el número)**

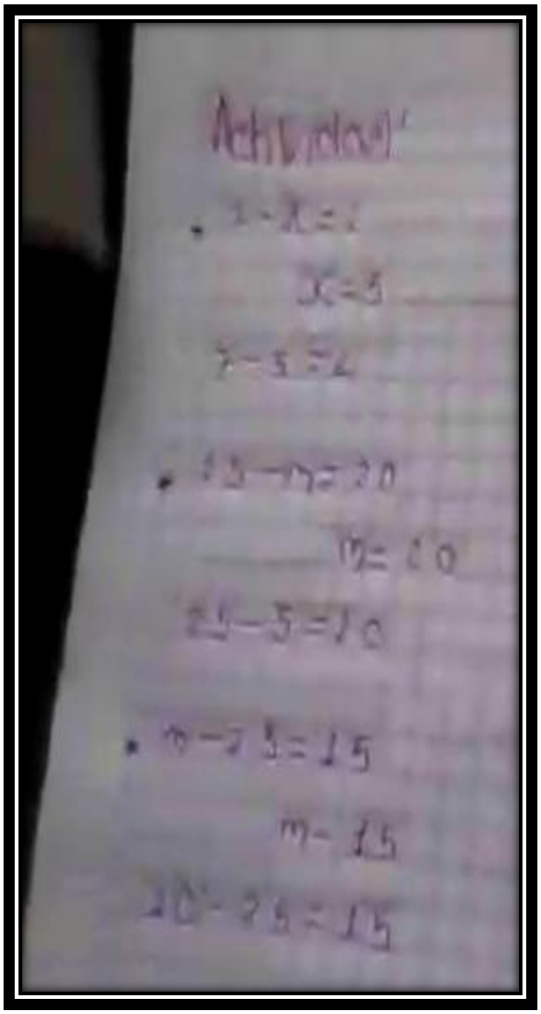
**L19: E**
El dos y el 27 es el valor conocido.

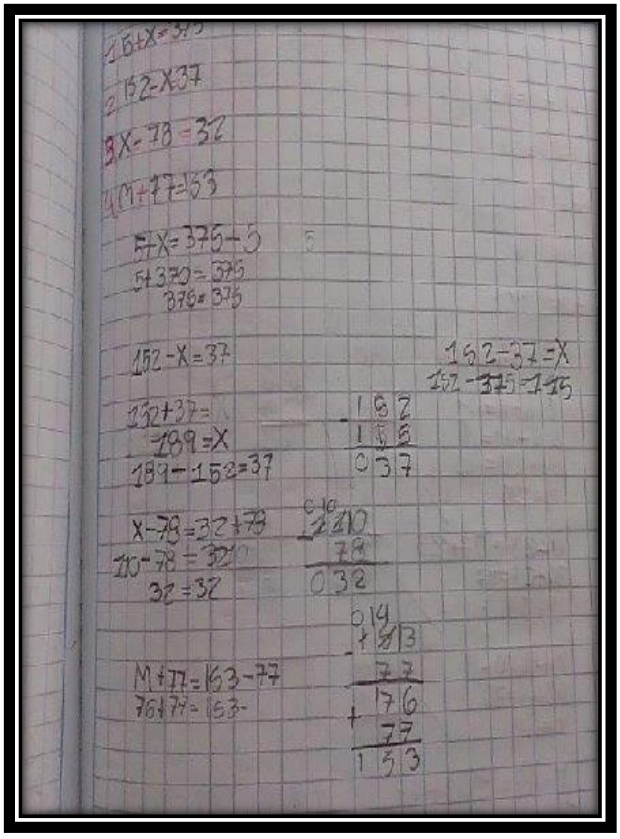
**L20: D**
(Les pide silencio a los estudiantes que quieren participar diciendo shhhhh) Entonces, ahí me decía **¿conoce usted valores conocidos o datos?**, estos son los datos que usted, tiene para encontrar, el valor desconocido, de tal manera que la igualdad se cumpla. Ahora sí, dígame usted, que valor debe tomar esta casilla para que sumado con algo de 27. (Se escucha en uní solo 25) **Si quieren participar deben pedir la palabra**. - El docente le asigna la palabra a un estudiante.

**L21: E**
El valor que debe tomar es 25.

**L22: D**
Muy bien ahora realizaremos la prueba. – Se procede a comprobar el valor encontrado, realizando la respectiva suma- (Utilizando el video beam se plantean varias ecuaciones aditivas para que uno a uno los estudiantes contesten)


www.thatquiz.org
Largo 30
Nivel 1
Algebra
X-4 = 5
x =


Actividad


152-X=37
8X-78=32
4M+77=153
152-37=X
152-375=115
X-78=32+78
110-78=32
32=32
M+77=153-77
76+77=153-



## FASE 4 Y 6: CARACTERIZACIÓN Y COMPARACIÓN

En la siguiente tabla se presentan las características asociadas a la democracia, que estuvieron presentes en cada uno de las sesiones de clase.

| | COLECTIVIDAD | TRANSFORMACIÓN | DELIBERACIÓN | COFLEXIÓN | INTERPRETACIÓN |
|---|---|---|---|---|---|
| **SESIÓN DE CLASE 1**<br>En esta sesión de clase, se evidencia que el docente recordó los acuerdos establecidos en sesiones previas, que fueron compartidos y aceptados por los estudiantes.<br>Los estudiantes aceptan los acuerdos y los ponen sobre la marcha, recordándolos y estableciéndolos como una necesidad<br>En el video se observa que, en el desarrollo del contenido matemático, el docente explica el tema "Potenciación" y para validar el proceso de aprendizaje y aplicación del conocimiento de los estudiantes dispone varios ejercicios. Finalmente da por terminada la clase dejando varios ejercicios de tarea. | D: hoy quiero recordarles algunos de los "acuerdos que hemos establecido entre todos para el buen desarrollo de la clase"<br><br>E: "Esas son nuestras normas **(Varios estudiantes asienten con la cabeza)"** | En varios momentos de clase el docente atiende dudas e inquietudes, relacionados con la aplicación del concepto potenciación en diferentes ejercicios. | D: ¿Quién puede ayudarme a mencionar los acuerdos de clase?<br>E: **"El respeto, la organización, la participación.**<br>(Hablan todos los estudiantes al tiempo) | | El docente recuerda algunos acuerdos establecidos previamente con los estudiantes, que han sido establecidos en consenso según es mencionado.<br>Por su lado los estudiantes se muestran pasivos con la realización de los ejercicios, sin embargo buscan participar en clase para validar el conocimiento matemático desarrollado.<br><br>En contraste de lo anterior con la revisión documental, es posible afirmar que la organización y el desarrollo de esa clase no posibilita lo que se espera tanto de los estudiantes como del área. Ya que los planteamientos de la institución están orientados a la motivación, la resolución de problemas, la capacidad para socializar argumentar, autocriticar y la disposición para analizar, modelar y |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | plantear problemas relacionados con el contexto.<br><br>En esta sesión de clase es posible rastrear algunos indicios de características de participación en las cuales tanto el docente como los estudiantes coinciden en que a través de ellas se posibilita el desarrollo de la democracia.. |
| **SESIÓN DE CLASE 2**<br><br>Durante esta sesión de clase se evidencia que el docente hace uso del tablero para explicar el tema radicación, la distribución del salón es la misma que en la sesión anterior, los estudiantes al inicio de la sesión son receptores de información, pero luego van participando algunos de manera tímida y otros de manera espontánea y desordenada.<br>El docente les solicita a los estudiantes que "copien lo que está en el tablero" lo cual los estudiantes lo realizan tal cual lo indica el docente, como se puede evidenciar. el docente, | D: Niños, por favor mantengan la calma, todos van a poder **participar en la clase**, esa no será la única pregunta que se realizará. | D: "Pedir la palabra antes de hablar" | D: Niños ustedes **¿están de acuerdo con lo que acabaron de decir?**<br><br>E: (Se ven caras desconcertadas, **muchos estudiantes asienten con la cabeza otros en voz alta**), **Pues si profesor, así es, para poder hacer radicación hacemos potenciación.** | | El docente hace alusión a las *normas sociales establecidas en sesiones previas con los estudiantes* lo que conlleva a pensar que en algún momento previo a las grabaciones se realizaron dichos acuerdos.<br><br>La colectividad en alguna medida se presenta, ya que los estudiantes se muestran motivados y ansiosos por participar.<br><br>Sin embargo, la participación según Valero (2012) debe realizarse con la conciencia compartida del colectivo creada a partir de la necesidad de cooperar para construir conocimiento, lo cual no sucede en el aula de clase. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| quien plantea varios ejercicios que deben ser desarrollados antes de que finalice la clase, lo cual trabaja con dos ejemplos y hace alusión a la importancia de entender la potenciación para trabajar la radicación.<br>Finalmente da por terminada la clase dejando varios ejercicios de tarea | | | | | Por otra parte, la transformación como característica asociada a la democracia no es percibida, ya que si bien los estudiantes tratan de respetar los acuerdos frente a las normas tales como: Pedir la palabra antes de hablar" lo hacen porque existe una necesidad de validar el conocimiento individual lo cual se contrapone a los planteamientos institucionales<br><br>Por otro lado, el docente pone en consideración de los estudiantes algunas ideas que han salido de la interacción y las preguntas que se orientan en la clase; allí se observa que la deliberación se presenta de manera superficial en el escenario del diálogo; ya que los estudiantes como colectivo analizan las afirmaciones emitidas por los compañeros y plantean una conclusión. |
| **SESIÓN DE CLASE 3**<br><br>En esta sesión de clase el docente emplea un recurso visual, el video beam, para | | (Se escucha bastante ruido, los estudiantes están buscando la aceptación de los compañeros y el docente frente a la tarea realizada; se | E: se escuchan dos voces discutiendo sobre la posibilidad de realizar cuadros en diferentes figuras. | | Se plantean diferentes tareas para el desarrollo de la clase, los estudiantes hacen ruido y en cada una de las tareas asignadas necesitan la |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| trabajar perímetro y área luego de algunas conversaciones acerca de la clase de matemáticas y la manera en que se desarrollan las competencias asociadas a la democracia. Su papel durante el desarrollo de la sesión es de indicaciones hacia los estudiantes, de supervisión y aprobación de diversas tareas.<br><br>La organización del salón de clase no cambia, en las intervenciones de los estudiantes se evidencia que el trabajo realizado es el solicitado por el docente. Durante las tareas laboradas en algunos estudiantes surgen cuestionamientos que son relacionados con el área, aunque dicho tema no ha sido abordado aún. | | escuchan varias voces al tiempo) **Profe así, me quedó bien, dígame si ya está bien.** | Uno le dice al otro – Mira no en todas las figuras es posible rellenar con cuadros, por ejemplo, en el triángulo no es posible, - a lo cual el compañero contesta, podrían hacerse triángulos dentro de los cuadros. | | aprobación de los procesos que han desarrollado; la toma de conciencia y la participación que se tienen en cuenta en la transformación se desaparece al trabajar de manera individual y no construir en colectivo el conocimiento matemático para llegar a resultados con ayuda de los compañeros.<br><br>Sin embargo, en esta clase se presenta un episodio de reflexión, argumentación y diálogo entre dos estudiantes, quienes se inquietan al completar las figuras con los cuadros de adentro, ellos dos plantean una discusión corta que visibiliza la necesidad de diseñar situaciones que permitan dialogar, interactuar y construir con un colectivo, eso lo posibilita clases en las cuales se privilegie el trabajo en grupo y se organice metodológicamente la clase de manera diferente.. |
| **SESIÓN DE CLASE 4**<br><br>Esta es la última sesión de clase filmada y en ella podemos observar que se presentan situaciones repetitivas, tales como: el | **D: Si quieren participar deben pedir la palabra**. - El docente le asigna la palabra a un estudiante. | El uso del video beam, capto la atención de los estudiantes, con la herramienta That Quiz, ya que todos podían resolver ejercicios y comunicar las | Muy bien ahora realizaremos la prueba. – Se procede a comprobar el valor encontrado, realizando la respectiva suma- | | El llamado constante del docente a “pedir la palabra”, permite observar que en la mayoría de las clases los estudiantes querían hablar al tiempo sin respetar los acuerdos aceptados por todos, |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| llamado de atención del docente al acuerdo de pedir la palabra, la organización de los estudiantes en fila, las indicaciones y orientaciones del docente y la necesidad de aprobación de los estudiantes de las tareas realizadas, bien fuero por los mismos estudiantes o el docente; para el buen ambiente de clase el docente quería una clase ordenada, en la cual todos participarán, pero siguiendo la indicación que se daba. | (Varios estudiantes hablan al mismo tiempo diciendo el número) | estrategias empleadas para la resolución. | (Utilizando el video beam se plantean varias ecuaciones aditivas para que uno a uno los estudiantes contesten) | | la necesidad de participar y validar con sus compañeros y docente lo que se había entendido se observa en todas las sesiones de clase.<br><br>La intención de diálogo del docente abiertamente no se percibió, sin embargo, durante todas las sesiones de clase se observó al docente pendiente de las inquietudes de los estudiantes, manteniendo comunicación constante para verificar y validar el conocimiento matemático.<br><br>La transformación en cuánto el docente intenta modificar y mejorar sus prácticas pedagógicas podría posibilitar más interacción entre los estudiantes y los procesos comunicativos para facilitar procesos de deliberación y argumentación en el aprendizaje de las matemáticas analizando las estrategias empleadas para la resolución. Sin embargo, pese a involucrar herramientas diferentes al aula de clase la metodología empleada es la misma. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| En las sesiones de clase se observa que el docente hace alusión a las normas sociales establecidas previamente. Los estudiantes se muestran motivados y ansiosos por participar, se evidencia que tanto estudiantes como docente asumen que la democracia y el colectivo aparece en el aula de clase cuando se presenta participación para validar conocimiento y consensos en tanto se negocian tiempos de evaluaciones y otras actividades desarrolladas en clase.<br><br>La *colectividad* hace presencia cuando se toma conciencia y es compartida además deben evidenciarse rasgos de cooperación y colectividad al privilegiar el bienestar de toda la comunidad sobre lo individual. En contraste con lo observado en las clases no es posible evidenciar trabajo en grupo, diálogo dinámico, conflicto de intereses por la organización metodológica de la clase. | En una sesión de clase se observa que a partir de una actividad matemática relacionada con el perímetro y área explicada con el recubrimiento de superficies, dos estudiantes sienten curiosidad al pensar en cubrir la superficie de un triángulo con cuadrados y allí nace un cuestionamiento y un diálogo que posibilita la negociación de significados, a pesar de ello la conversación no trascendió en el aula de matemáticas ni en la trayectoria de la sesión d clase<br>La transformación en alguna medida es observada cuándo el docente pretende modificar y mejorar sus acciones frente al desarrollo de sus prácticas pedagógicas; pero dicha acción es individual, en tanto no reconoce el colectivo de estudiantes, sus intereses, motivaciones y preocupaciones, por tal motivo no es la transformación que se esperaría de la apuesta teórica de Valero (2012) quien plantea que la motivación para la acción conlleva a un cambio que beneficia a todo el colectivo en tanto busca mejorar condiciones de vida. | La intención de diálogo del docente con todos los estudiantes abiertamente no se percibió, sin embargo, durante todas las sesiones de clase se observó al docente pendiente de las inquietudes de los estudiantes, afianzando los conocimientos matemáticos.<br><br>La reflexión, argumentación y diálogo entre el colectivo de estudiantes no se percibió, ya que, si bien se presentó un episodio de diálogo, motivación e inquietud entre dos estudiantes, esto no modificó el curso de la clase. Por lo anterior se hace necesario diseñar situaciones para interactuar, dialogar, y construir en colectivo, donde es fundamental la acción del docente en la creación de ambientes de aprendizaje que permitan el trabajo en grupo<br><br>. | En las sesiones de clase no fue posible rastrear características de la coflexión, ya que no se dio trabajo en grupo y a pesar de reconocer la participación de los estudiantes no se posibilitaron diálogos, consensos, análisis de argumentos a favor y en contra de algún tema que apoyará acciones y decisiones que permitieran rasgos de la misma. |

***Triduo Lasallista***

Como se había mencionado anteriormente este momento es analizado en el presente trabajo ya que en el plan de aula del docente se hace mención a la construcción y preparación del mismo. Este evento reúne algunas características importantes para la institución, desde su PEI y su horizonte filosófico. Se tiene la evidencia de audios, que son trascritos de acuerdo a los apartes importantes y fotografías, que muestran momentos de la actividad; en todo momento se rastreó la presencia de características asociadas a la democracia.

| DESCRIPCIÓN MOMENTO | FOTOGRAFÍAS |
|---|---|
| **ORGANIZACIÓN DE ACTIVIDADES**<br><br>La docente de pastoral realiza la presentación de la propuesta para la celebración del Triduo Lasallista. Los estudiantes indagan sobre las respectivas inquietudes y las posibles contrapuestas. En las primeras reuniones se encuentran todos los representantes de curso, (Consejo estudiantil), quienes escuchan con atención y plantean alternativas. Para la segunda reunión se deja la invitación abierta a proponer o reestructurar la propuesta inicial.<br><br>En dicha reunión el personero, plantea la posibilidad de alargar la duración del triduo para una semana. *Este planteamiento es votado por los demás participantes, quienes proponen lo siguiente*:<br>$R_6$: Es complicado que nos den toda una semana, no creo que las directivas aprueben esa propuesta.<br>$R_9$: Para nosotros, los estudiantes de noveno, *-hablo en representación de mis compañeros-* no es conveniente, tenemos muchas actividades pendientes y e días nos perjudicarían.<br>$R_4$: Podía ser, a mí me gusta la idea.<br>$R_{10}$: Es una idea que debe ser analizada y avalada por el consejo directivo. Mmm y ya por cuestiones de tiempo, *creo que debemos empezar a planear con base en los tres días.*<br>D: Bueno, como hay diferentes posturas, ¿*les parece si teniendo en cuenta los argumentos presentados votamos*? |  |

**SELECCIÓN DE REPRESENTANTES**

Durante las direcciones de curso de grado 11 y las clases de religión se establecen acuerdos importantes para la participación de todos los estudiantes en las actividades planteadas. De acuerdo con cada una de las cualidades de los estudiantes de grado undécimo, se designan las posibilidades de seleccionar los diferentes roles en la institución. El personero elegido por los estudiantes será el representante del Rector, de ahí en adelante se realizarán votaciones entre los grados de undécimo para la selección de, vicerrector, coordinaciones, docentes, entre otros.

Los estudiantes, asumen que cada uno tendrá a cargo una función acorde con sus cualidades, el personero realiza la siguiente intervención en la clase de religión - *yo considero muy importante la participación de todos, quiero que esta actividad deje en alto nuestro nombre - pero para eso cada uno debe dar muestra de compromiso, responsabilidad, tolerancia y ante todo sinceridad*.








**DELEGACIÓN DE FUNCIONES E IZADA DE BANDERA**

Se seleccionaron previamente cada uno de los roles para llevar a cabo la actividad del Triduo Lasallista, durante la dirección de curso se establecieron los cargos y se dieron a conocer las funciones del mismo. Los estudiantes manifestaron lo siguiente al conocer sus cargos "*nosotros como grupo de trabajo encargado, vamos a velar porque las actividades sean lo más agradables para todos".* En la izada de bandera se hicieron entrega de: La rectoría, cada una de las coordinaciones y las cargas académicas docentes.

La expectativa de los estudiantes es visible en sus rostros, están ansiosos por tomar la dirección de la institución y mostrar sus habilidades, para como lo mencionaba el personero anteriormente "*dejar en alto nuestro nombre mostrando compromiso, responsabilidad, tolerancia y ante todo sinceridad"*










**DÍA 1, 2 Y 3**

Según lo acordado con los representantes de cada curso y en colaboración con los padres de familia se programaron las siguientes actividades para los tres días de Lasallismo.

DÍA 1: Se realizó la apertura de la actividad. La izada de bandera es un acto fundamental para destacar el liderazgo y la personalidad de cada uno de los estudiantes.

Finalizando la izada de bandera los estudiantes realizaron la inscripción a diferentes cursillos o talleres que se desarrollaron para cada una de las asignaturas.

DÍA 2: Durante las primeras horas hubo una eucaristía en la cual se hizo reconocimientos a los docentes, por su paciencia, tolerancia y compromiso con la calidad educativa.

Luego de esto los estudiantes de grado undécimo dirigieron los talleres y actividades en cada curso, según previa planeación.

DÍA 3: Hubo actividades deportivas en las cuales los estudiantes encargados hicieron uso de su creatividad y su competencia para organizar y delegar funciones.

Además, se realizó una presentación por cursos relacionando algunos contenidos abordados en las clases de matemáticas y otras asignaturas.







| MOMENTOS | COLECTIVIDAD | TRANSFORMACIÓN | DELIBERACIÓN | COFLEXIÓN | INTERPRETACIÓN |
|---|---|---|---|---|---|
| **ORGANIZACIÓN DE ACTIVIDADES** | *"Este planteamiento es votado por los demás participantes, quienes proponen lo siguiente"* | | $R_{10}$: Es una idea que debe ser analizada y avalada por el consejo directivo. Mmm y ya por cuestiones de tiempo, *creo que debemos empezar a planear con base en los tres días.*<br><br>$R_9$: Para nosotros, estudiantes de noven *-hablo representación de mis compañeros-* **no es conveniente**, tenemos muchas actividades pendientes y e**sos días nos perjudicarían** | P: Bueno, como hay diferentes posturas, ¿les parece si teniendo en cuenta los argumentos presentados votamos? | Valero (2012) plantea que en la coflexión:<br><br>*"se da el proceso de pensamiento* ***colectivo, de una manera más consiente,*** *la atención es centrada en los pensamientos y acciones de todos, las personas, colectivamente consideran las acciones, pensamientos y experiencias como parte de un esfuerzo colectivo, y adoptan una posición crítica hacia su actividad"*<br><br>Dicha situación se puede percibir en las declaraciones de los estudiantes que organizan la actividad desde el principio de la situación, en la cual se asume una actitud de escucha colectiva, de pensar en ***un bienestar común,*** donde se presentan argumentos en pro y en contra al decidir la duración de la jornada; consientes de adoptar una posición crítica hacia la actividad pensando en el **bienestar común**. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **SELECCIÓN DE REPRESENTANTES** | Identificar como *colectivo* de estudiantes que para el buen desarrollo de la actividad cada uno debería *asumir un rol de acuerdo a sus capacidades*. | $R_{11}$: *"yo considero muy importante la participación de todos, quiero que esta actividad deje en alto nuestro nombre - pero para eso cada uno debe dar muestra de compromiso, responsabilidad, tolerancia y ante todo sinceridad*" | Momento en el cual durante la dirección de curso se establecieron los cargos y se dieron a conocer las funciones del mismo, *encontrando aceptación por parte de los estudiantes.* | | La colectividad según los planteamientos de Valero (2012):<br><br>*"implica que* ***todos*** *los miembros de una comunidad pueden* ***desempeñar un papel en una acción conjunta****, la comunidad puede asegurar una* ***participación activa****."*<br><br>El planteamiento de Valero (2012) puede observarse a la hora de definir los roles y las responsabilidades que deben asumirse en la actividad; se evidencia que los estudiantes desean la participación de *todos, reconocen que es importante el compromiso, la motivación, el liderazgo y el diálogo para llegar a consensos.* |
| **DELEGACIÓN DE ESTUDIANTES E IZADA DE BANDERA** | Grupo de estudiantes undécimo: "*nosotros como grupo de trabajo encargado, vamos a velar porque las actividades* ***sean lo más agradables para todos****".* | | "*dejar en alto nuestro nombre mostrando compromiso, responsabilidad, tolerancia y ante todo sinceridad"* | | La izada de bandera es un momento en el cual los estudiantes manifiestan agrado, expectativa y han pensado en hacer actividades *agradables para todos.* Valero (2012) afirma que la transformación es:<br>*la capacidad de* ***acciones colectivas*** *democráticas para* ***modificar y mejorar*** *las condiciones de vida* |

***Actividades día 1, 2 y 3***

En dicha actividad se realizaron muestras artísticas, científicas y familiares, en las cuales se reflejó la participación y el compromiso de toda la comunidad educativa. Sin embargo, solamente se hace referencia a las actividades que tienen que ver con las matemáticas. A continuación, se describen algunos momentos relevantes para el presente trabajo.

| MOMENTO | CARACTERIZACIÓN |
|---|---|
| **REALLY MATEMÁTICO**<br><br> | Los estudiantes de grado undécimo y décimo mantienen la siguiente discusión, en uno de los espacios brindados para la planeación del really matemático.<br><br>$E_{11}$: La idea es presentar **un desafío matemático que sea integral.**<br>$E_{10}$: ¿Con integral a que se refieren?<br>$E_{11}$: mmmm, pues la idea sería que se **muestre el trabajo en equipo** y que no solo sean contenidos matemáticos.<br>$E_{10}$: ¿Qué contenidos no matemáticos se podrían dar?<br>$E_{11}$: Por ejemplo, podría hacerse algo del tipo desafío, con **todos los estudiantes de diferentes grados participando y ayudándose todos con todos**.<br>$E_{10}$: ¿Pero si es tipo desafío debe existir la competencia?<br>$E_{11}$: ehh… si puede ser.<br>$E_{10}$: Pero **la competencia debe ser justa**…<br>$E_{11}$: Debería ser equitativo, pero ¿cómo plantearlo si todo el colegio en simultaneo debe participar? – Luego de un silencio responden-<br>$E_{10}$: ahhh, a mí se me ocurre que podríamos **distribuir diferentes equipos** en forma rotativa, niños de todos los cursos y toda clase de pruebas.<br>$E_{11}$: Es una excelente idea, **todos interactúan, cumplen diferentes funciones y participan**.<br>$E_{10}$: También sería bueno combinar pruebas de habilidad matemáticas y físicas. |

**INSCRIPCIÓN CURSILLOS**







Después de la izada de bandera se plantean desde las diversas áreas cursillos con los cuales se invita a los estudiantes **a la toma de conciencia y la acción desde su interés personal**. La siguiente es una conversación tomada en notas de campo, donde dos niños de tercero hablan sobre la indecisión acerca de en qué curso inscribirse.

$E_{1:}$ No sé en qué curso **debo participar**.

$E_{2:}$ ¿Eso será obligatorio, dará nota en algo?

$E_{1:}$ No, **eso es decisión de cada uno**, simplemente no sé si escoger algo que me gusta o algo en lo que soy bueno.

$E_{2:}$ mmmm, pues si es por lo que me gusta, educación física… pero, pues en matemáticas no soy muy bueno.

$E_{1:}$ mmmm, yo en matemáticas soy el mejor… podría ir a ese curso.

$E_{2:}$ No, yo me aburro, **no me gustan las matemáticas**. Vamos mejor a educación física.

$E_{1:}$ Pero, no. Yo no quiero eso, quiero matemáticas. **Hagamos algo, vamos juntos, tú repasas, yo te ayudo y compartimos lo que suceda.**

$E_{2:}$ aich… será, ¿y si nos separan?

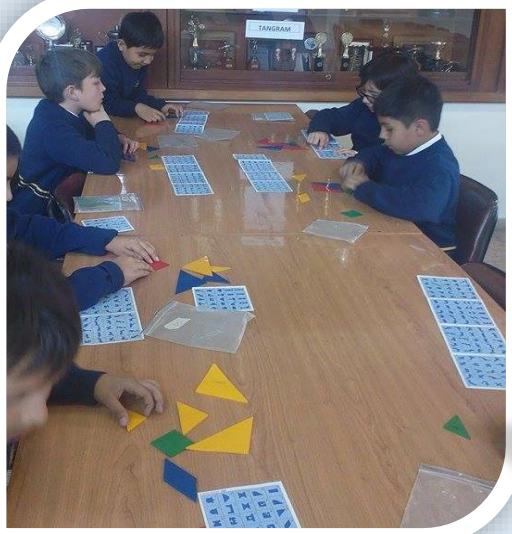
$E_{1:}$ Pues, pensemos bien a dónde ir que nos guste a los dos.

## CURSILLO MATEMÁTICAS



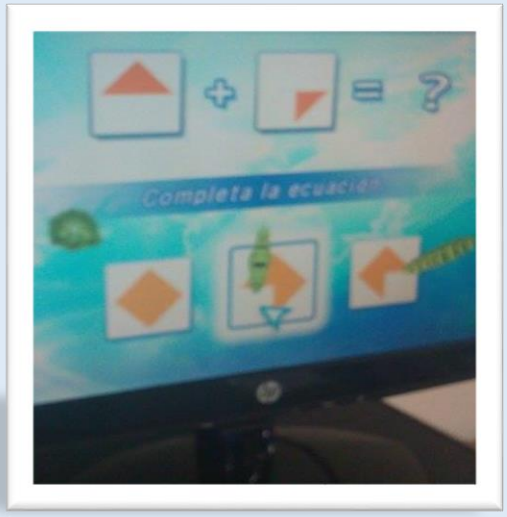







Este es un espacio de interacción con estudiantes de todas las edades, en las cuales se busca desarrollar diferentes habilidades matemáticas. A continuación, se presenta un diálogo entre dos niños que jugaban a resolver ecuaciones online.

$E_1$: Esa suma está fácil
$E_2$: Esa no es una suma es una ecuación.
$E_1$: ¿Una ecuación? (Cara de poca comprensión)
$E_2$: Si es, nosotros estamos viendo eso en matemáticas.
$E_1$: **Pues para mi es una suma**, mira medio triángulo y otro pedacito…
$E_2$: Pero mira en la pantalla dice ecuación
$E_1$: oye… siiii, mmmm
$E_2$: Ese tema es de quinto, yo lo vi
$E_1$: **Pues es una ecuación de sumar**, y la respuesta es medio triángulo y un poquito… solo que está al revés el triángulo pequeño.
$E_2$: Si, esa es la respuesta a la ecuación.
$E_1$: **Qué rico poder compartir con estudiantes más grandes**. Hoy aprendí que una ecuación es como la suma.
$E_2$: mmmm, luego lo entenderás mejor, también **me gustó compartir contigo.**



## PRESENTACIÓN POR GRADOS





El grado en el cuál se realizaron las observaciones de clase, debía presentar un proyecto relacionado con los sistemas de numeración. Durante el desarrollo de las diferentes sesiones de clase; el docente presentó el tema a desarrollar y dejó una consulta acerca de los sistemas de numeración a través de la historia.

De dichas consultas surgieron interrogantes en los estudiantes que los ayudaron a pensar la manera de presentar el proyecto.

Los estudiantes decidieron hacer un comparativo entre las características del sistema de numeración romano y el sistema de numeración egipcio.

En un **consenso realizado en el curso decidieron** ambientar la presentación, con la **participación de todos,** entonces unos exponían, otros decoraban, otros se disfrazaban.



| ACTIVIDAD | COLECTIVIDAD | TRANSFORMACIÓN | DELIBERACIÓN | COFLEXIÓN | INTERPRETACIÓN |
|---|---|---|---|---|---|
| **REALLY MATEMÁTICO** | $E_{11}$: **un desafío matemático que sea integral.**<br>$E_{10}$: que se **muestre el trabajo en equipo** y que no solo sean contenidos matemáticos. | $E_{11}$: Por ejemplo, podría hacerse algo del tipo desafío, con **todos los estudiantes de diferentes grados participando y ayudándose todos con todos**. | $E_{10}$: Pero **la competencia debe ser justa**…<br>$E_{11}$: Debería ser equitativo, pero ¿cómo plantearlo si todo el colegio en simultaneo debe participar? | $E_{10}$: ahhh, a mí se me ocurre que podríamos **distribuir diferentes equipos** en forma rotativa, niños de todos los cursos y toda clase de pruebas.<br>$E_{11}$: Es una excelente idea, **todos interactúan, cumplen diferentes funciones y participan**. | La colectividad requiere que las personas **compartan conciencia** y sientan la necesidad de **cooperar;** lo cual puede observarse en el diálogo de los estudiantes; además se presentan *algunos rasgos de transformación* en la medida en la que los estudiantes a través de **acciones colectivas** permiten **modificar y mejorar** las condiciones que se necesitan para involucran las matemáticas en una competencia. De igual formase plantea la *equidad* y *la justicia*¸ como un parámetro importante para la participación. Al respecto Valero (2012) menciona que en la coflexión:<br><br>"*las personas, colectivamente, dirigen su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera consciente"*<br><br>Lo anterior se puede observar en la **interacción, el juego de roles y la participación que tienen en cuenta los estudiantes**. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **INSCRIPCIÓN CURSILLOS** | $E_{1:}$ No sé en qué curso **debo participar**.<br><br>$E_{1:}$ No, **eso es decisión de cada uno**, simplemente no sé si escoger algo que me gusta o algo en lo que soy bueno.<br><br>**la toma de conciencia y la acción desde su interés personal**. | | $E_{1:}$ Pero, no. Yo no quiero eso, quiero matemáticas.<br>**Hagamos algo, vamos juntos, tú repasas, yo te ayudo y compartimos lo que suceda.** | | En el fragmento tomado en notas de campo acerca de la conversación de dos estudiantes que no sabían en que curso inscribirse se puede resaltar que:<br><br>La *colectividad* hace presencia cuando se toma **conciencia** y es compartida además se ven rasgos de cooperación al pensar en el bienestar de los dos a partir de intereses personales.<br><br>Luego de una conversación en la que se analizaron los aspectos a favor y en contra los estudiantes en consenso deciden hacer algo juntos, en esa parte se observan acciones relacionadas con la *deliberación* ya que antes de comprometerse en una acción y decisión se toman en consideración los alcances de la misma, las ganancias y las posibles pérdidas a través de un **proceso comunicativo significativo y armónico**. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **CURSILLO MATEMÁTICAS** | $E_{1:}$ **Pues para mi es una suma**, mira medio triángulo y otro pedacito…<br><br>$E_{1:}$ **Pues es una ecuación de sumar**, y la respuesta es medio triángulo y un poquito… solo que está al revés el triángulo pequeño. | $E_{1:}$ **Qué rico poder compartir con estudiantes más grandes**. Hoy aprendí que una ecuación es como la suma<br><br>$E_{2:}$ mmmm, luego lo entenderás mejor, también **me gustó compartir contigo.** | | | Compartir con diferentes personas posibilita adquirir nuevos conocimientos y construir un proceso comunicativo en el cual se modifican y mejoran concepciones frente a la construcción del conocimiento.<br><br>La trasformación implica un cambio en las condiciones de vida; sin embargo, como rastro superficial de dicha categoría se observa como a través del dialogo los estudiantes comparten y modifican sus construcciones personales y las relacionan con las matemáticas. |
| **PRESENTACIÓN POR GRADOS** | En un **consenso realizado en el curso** los estudiantes **decidieron** ambientar la presentación, con la **participación de todos,** entonces unos exponían, otros decoraban, otros se disfrazaban. | | | | En este momento de la actividad se ponen en juego varias cosas, entre las cuales encontramos:<br>• Capacidad de comunicar conocimientos matemáticos.<br>• Liderazgo para organizar la presentación.<br>• Posibilidad de participación de todos.<br>• Capacidad de deliberación previa a llegar al consenso. |

## CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Al analizar la coherencia que existe entre lo que se plantea en la institución educativa y lo que sucede en el aula de clase, tomando como foco el desarrollo de la democracia, se presentan diversos cuestionamientos frente a las posturas institucionales, personales y los espacios brindados para tal fin. Uno de los objetivos del presente trabajo consistió en describir lo que sucedió al interior de la clase de matemáticas en contraste con lo que se plantea desde los documentos institucionales, analizando así los aportes a la democracia que pueden darse.

Cabe resaltar, como se ha mencionado en capítulos anteriores, que las clases de matemáticas no fueron lo único que se tuvo en cuenta, ya que, para presentar dicho análisis, se realizaron varias tareas, entre las cuales se encuentran, caracterizar los documentos institucionales, las entrevistas, las sesiones de clase y otro espacio mencionado en el plan de aula del docente en el cual hay intervención del aprendizaje de las matemáticas. Con base en lo anterior, se puede decir con respecto a cada categoría que:

### *Colectividad*

De acuerdo a la presentación teórica relacionada con anterioridad, y teniendo en cuenta los señalamientos de Valero (2012), —sobre las características asociadas a la democracia—, se muestra a continuación la presencia de rasgos de colectividad en los diferentes instrumentos analizados.

Inicialmente en la caracterización del PEI de la institución se evidencia que se reconoce el modelo pedagógico socio crítico, asumido desde el horizonte institucional en el cual se menciona la formación en valores como la justicia, la equidad y la responsabilidad para contribuir significativamente en la sociedad. Dentro de los objetivos del área de matemáticas se espera que los estudiantes comprendan el contexto socio político de la sociedad a través del desarrollo de las competencias democráticas tales como:

> […] la autocrítica, el mejoramiento de su calidad de vida y la de los demás, el desarrollo de habilidades para la comunicación y representación de ideas, secuencias y el planteamiento y resolución de problemas para comprender y tomar decisiones relacionadas con su entorno. (Caracterización documentos institucionales, Cap. V).

Lo anterior se puede vincular con los planteamientos de Valero (2012) acerca de la toma de conciencia para posibilitar la cooperación y esto "implica que todos los miembros de una comunidad pueden desempeñar un papel en una *acción conjunta, la comunidad puede asegurar una participación activa*" que debe ser propiciada a partir del desarrollo de las clases de matemáticas.

Sin embargo, para conocer al docente se hizo necesario reconocer su trayectoria académica y su quehacer docente en su lugar de trabajo (Colegio de la Salle Bogotá). En las declaraciones del docente en la entrevista realizada se puede evidenciar que su posición está en contravía con lo propuesto con Valero (2012) en tanto no hay colectividad.

> […] primero porque hay que hacer conciencia de lo que se entiende por democracia y segundo implicaría diferentes tiempos de elaboración. La verdad no puedo responderte eso; lo más cerca que estaría de poderte contestar es decir que en las clases hay momentos en los cuales los estudiantes **deciden o no participar** en alguna actividad matemática propuesta, o crear una situación acorde con el tema trabajado, no sé; no se me ocurre algo más. (Entrevista Docente, Cap. IV).

Con base en lo anterior, se precisan algunas cosas relacionadas con la noción ingenua del docente quien asocia la democracia con la posibilidad de decidir o participar en determinado momento, para validar conocimiento matemático. De esta manera se buscó indagar más profundo en las concepciones del docente frente a la *participación en la clase de matemáticas y la relación con la democracia*, con el fin de identificar su conocimiento del grupo con el que trabaja, de acuerdo con eso el docente considera que:

> […] la participación si, en general a ellos les gusta participar, claro cuando se les da la palabra, trabajos en grupo se dejan pocos, se privilegia el trabajo personal y la discusión sobre lo realizado de forma individual, las opiniones surgen tal vez cuando hay problemas difíciles de abordar o cuando en la solución de los mismos se da creatividad. (Entrevista Docente, Cap. IV).

En contraste de las declaraciones del docente con los planeamientos institucionales se puede identificar en la respuesta del docente que él tiene en cuenta los procesos cognitivos y sociales en sus estudiantes ya que permite la decisión de participar o no en el aula de clase. Él reconoce que la *participación* es una herramienta que llama la atención a los estudiantes, a pesar de ello la manera en la cual se concibe la relación entre la democracia y las matemáticas deja poco espacio para la interacción, el diálogo y la construcción colectiva de conocimiento.

Al respecto Valero (2012) establece que cuando se tiene *conciencia compartida* de determinada situación s*e crea la necesidad de cooperar para tomar decisiones lo cual caracteriza la colectividad*. Sin embargo, en la entrevista el docente manifiesta que se privilegia el trabajo y la construcción individual, lo que no posibilita la cooperación y la conciencia compartida ya que el diálogo no se da al interior del aula de clase. Los estudiantes requieren un proceso comunicativo cuando se presentan problemas difíciles, en ese momento toman determinaciones para la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

Por su parte los estudiantes identifican que el docente explica las temáticas relacionadas con el área de matemáticas, en las cuales plantea ejercicios para complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

> […] manifiestan que durante la clase se sienten **integrados,** ya que el docente los invita a **participar** haciéndoles preguntas relacionadas con las temáticas abordadas. (Entrevista Estudiantes, Cap. IV).

En contraste con lo anterior, se puede identificar en las declaraciones de los estudiantes algunas ideas personales de lo que podría relacionarse con la democracia, para ellos el sentirse integrados a través de la participación les permite ser parte de un grupo ya que se sienten motivados y activos en el aula de matemática de manera individual. Dichas opiniones de los estudiantes están en oposición con lo planteado por Valero (2012) quien afirma que:

> "las personas no son entes libres y aislados, sino seres sociales cuya existencia está ligada a las relaciones multilaterales establecidas entre la gente y la sociedad para crear sus condiciones materiales de vida"

De alguna manera las nociones tanto del docente como de los estudiantes coinciden al entender que las características asociadas a la democracia están presentes en la medida en la cual se les presenta una posibilidad de participar sin tener en cuenta si existe cooperación, un bienestar común, un diálogo dinámico y una construcción colectiva; lo cual no tiene relación con los planteamientos de Valero.

Dentro de las relaciones multilaterales entre estudiantes y la sociedad, el PEI de la institución propone que la formación de los educandos debe propiciar ciudadanos comprometidos con transformar la sociedad y cuidar el medio ambiente generando mejores condiciones de vida

Al contrastar la planteado por la institución en algunos documentos y las entrevistas de docente y estudiantes, parecería pertinente decir que en alguna medida ellos reconocen aspectos de la democracia bajo el supuesto que está se da siempre y cuando exista participación y capacidad de decisión individual; la colectividad se tiene en cuenta para los alcances planteados en la misión y visión, además de esto documentos del área de matemáticas también se encuentran apartes que se pueden vincular a la noción planteada por Valero (2012); sin embargo, es importante contrastar dicha información con los videos y los demás momentos que se tiene en cuenta dicha característica de la democracia.

Durante las cuatro sesiones de clase, los estudiantes se muestran pasivos con la realización de los ejercicios. Sin embargo, en la trascripción de las clases se pueden observar algunos apartes importantes, que se presentan a continuación:

> […] **D:** Buenos días niños, el día de hoy quiero recordarles algunos de los **"acuerdos que hemos establecido entre todos para el buen desarrollo de la clase"**. ¿Quién puede ayudarme a mencionarlos?
>
> **$E_3$**: El respeto, la organización, **la participación**. (Hablan todos los estudiantes al tiempo).
>
> **D:** Muchachos les recuerdo que uno de nuestros acuerdos es **pedir la palabra para hablar, respetar el orden establecid**o para dar los aportes, participar, ser responsable y **tener en cuenta a todos los estudiantes.**
>
> **$E_1$**: Nosotros ya conocemos el manejo de la clase y como debemos comportarnos solo que algunas veces **nos emocionamos y queremos todos participar a la vez.**
>
> **D:** Bueno, la verdad me alegra que tengan claros nuestros acuerdos, ya que estos no han sido impuestos por mí, hemos sido todos los que propusimos y aprobamos ciertas normas para el desarrollo de la clase.
>
> **$E_n$: Si profe, tiene razón, esas son nuestras normas (Varios estudiantes asienten con la cabeza).**
>
> (Transcripción video, Cap. IV)

En esa sesión de clase se habla sobre las normas establecidas para el desarrollo de la clase, parece que los estudiantes aceptan los acuerdos y tratan de respetarlos, sin embargo, se hace necesario estar recordándolos y estableciéndolos como una necesidad para el buen desarrollo de la clase de matemáticas; se cree que en algunas sesiones previas a la grabación el grupo de estudiantes debió aceptar, tal vez negociar y asumir dichos acuerdos que fueron propuestos por el docente y validados al interior del aula de clase.

La colectividad según los planteamientos de Valero (2012):

> "implica que **todos** los miembros de una comunidad pueden **desempeñar un papel en una acción conjunta**, la comunidad puede asegurar una **participación activa**."

La anterior noción no está presente en el aula de clase, ya que, pese a que los estudiantes se muestran **motivados y ansiosos por participar**, estas intervenciones buscan validar el conocimiento matemático presentado por el docente. Por otro lado, el docente pone en consideración de los estudiantes algunas ideas que han salido en el desarrollo de la clase y las preguntas que orientan la misma.

En contraste de lo evidenciado en las sesiones de clase y las entrevistas realizadas al docente y los estudiantes, se tiene información de otros momentos en los cuales se observan rasgos de la noción de colectividad, ejemplo de esto se da en el triduo Lasallista, en el cual los estudiantes afirman que:

> […] nosotros como grupo de trabajo encargado, vamos a velar porque las actividades **sean lo más agradables para todos.** (Transcripción triduo lasallista, Cap. IV).

Las declaraciones de los estudiantes de grado undécimo dejan ver, que para la elaboración de las actividades se tiene en cuenta a los integrantes que *participarán de las mismas y a toda la comunidad educativa.* Cuando se plantean las funciones que cada uno debe asumir puede observarse los estudiantes desean la ***participación*** de ***todos,*** *reconocen que es importante* ***el compromiso y la responsabilidad, además de asumir un rol específico para el éxito de la actividad***.

En términos de lo señalado por Valero (2012) la colectividad requiere que las personas **compartan conciencia** y sientan la necesidad de **cooperar;** de igual manera se plantea la *equidad* y *la justicia*¸ como un parámetro importante para la **participación**.

> […] $E_{11}$: **un desafío matemático que sea integral.**
>
> $E_{10}$: que se **muestre el trabajo en equipo** y que no solo sean contenidos matemáticos.
>
> $E_{11}$: Por ejemplo, podría hacerse algo del tipo desafío, con **todos los estudiantes de diferentes grados participando y ayudándose todos con todos**. (Transcripción Really matemático, Cap. IV).

Los estudiantes encargados de organizar las actividades trabajan utilizando el diálogo, escuchado las razones con las cuales se puede privilegiar el trabajo en equipo la necesidad de cooperar y compartir conciencia para lograr un bien común.

Los anteriores fragmentos muestran algunas situaciones que se dieron en las actividades, con relación a las nociones de colectividad, en ellas es posible observar que en espacios diferentes al aula de matemáticas se pueden desarrollar la democracia en la medida que las actividades posibiliten la interacción y comunicación, de la misma manera se evidencian características señaladas en el PEI.

***Transformación***

Teniendo como base teórica los planteamientos de Valero (2012), —sobre las características asociadas al desarrollo de la democracia en el aula de matemáticas —, se muestra a continuación aspectos relacionados con la transformación en los diferentes instrumentos analizados.

En las actividades de triduo Lasallista, se evidencia la transformación en cuánto los estudiantes representantes de cada curso mantienen una interacción dinámica y un proceso comunicativo armónico en el cual se consideran los pros y los contras de la jornada; lo cual facilita la deliberación y la argumentación A continuación, se presenta un ejemplo de eso:

> […] $R_{11:}$ "yo considero muy importante **la participación de todos**, quiero que esta actividad deje en alto nuestro nombre - pero para eso cada uno debe **dar muestra de compromiso, responsabilidad, tolerancia** y ante todo sinceridad"
> E11: Por ejemplo, podría hacerse algo del tipo desafío, con todos los estudiantes de diferentes grados **participando y ayudándose** todos con todos.

Participar en la organización de diferentes momentos y compartir con las personas facilita la interacción y la cooperación además desarrolla procesos comunicativos en los cuales se respetan los puntos de vista de todos los involucrados y se toman decisiones pensando n e bienestar de todos. La trasformación involucra un cambio en las condiciones de vida; ya que es a través del diálogo que se comparten y modifican las acciones se llevarán a cabo para el desarrollo de las actividades propuestas.

En las diferentes sesiones de clase grabadas no es posible rastrear episodios que tengan características de reflexión, argumentación y diálogo, ya que la organización metodológica y el desarrollo de clase privilegia el trabajo individual y no permite diálogo, interacción y cooperación; a continuación, se muestra un episodio en el cual se desarrolla un concepto matemático:

> D:Iniciamos con el tema de la potenciación. Escriban como título, la potenciación, es una operación en la cual debemos multiplicar la base tantas veces como nos indique el exponente.
> Por ejemplo: $2^3$ es tener $2 \times 2 = 4 \times 2 = 8$
> ¿Entendieron?
> **L8: $E_3$**
> Si, más o menos, (se escucha ruido, los estudiantes hablan entre sí).
> **L9: D**
> Entonces ahora realizaremos varios ejercicios para que podamos practicar el tema de hoy.(Transcripción videos, Cap. IV)

Es importante identificar que el papel del docente es fundamental para que se den al interior del aula de clase algunos rasgos de transformación; sin embargo, tanto el docente como los estudiantes consideran que por el hecho de participar y poder elegir algunas cosas en el aula la clase es democrática; en oposición a esto Valero (2012) plantea que:

> […] la justicia también llega a ser pertinente en esta acción política porque, primero, una **motivación** para la acción puede ser la transformación de condiciones adversas de vida y, segundo, el resultado efectivo de la transformación debería beneficiar a todos los miembros de la comunidad. (p. 14).

En contraste con lo evidenciado en las clases observadas en la entrevista los estudiantes expresan que las matemáticas les permiten modificar las condiciones de vida al ir a la universidad; se reconoce la importancia que les dan sus padres al declarar que aprender matemáticas les permitirá el direccionamiento de las empresas en un futuro; lo declarado por los estudiantes permite considerar que la noción institucional que se tienen de la democracia dista mucho de la apuesta teórica planteada por Valero.

Pese al uso del video beam en las últimas dos clases, el docente cautivó la atención de los estudiantes, con la herramienta That Quiz, ya que todos conseguían resolver ejercicios y **comunicar las respuestas solicitadas por el docente**, sin embargo, la metodología de clase no obtuvo cambio alguno, en tanto el trabajo re realiza de manera individual y el docente deja ejercicios que después valida uno a uno con sus estudiantes. Se diseñan diferentes tareas

para el desarrollo de la clase, los estudiantes hacen ruido y en cada una de las tareas asignadas necesitan la **aprobación de los procesos** que han desarrollado.

En el docente la intención de diálogo abiertamente no se observó, sin embargo, durante todas las sesiones de clase se observó al docente pendiente de las inquietudes de los estudiantes con respecto a los contenidos matemáticos ejecutados en clase. En contraste con lo observado en las clases y lo declarado en las entrevistas en el PEI se proclama que:

> […] uno de los valores principales de la institución educativa **es la justicia** como valor que posibilita la edificación de relaciones equitativas en las cuales toda la comunidad salga beneficiada. Los valores y las virtudes desarrolladas en la práctica pedagógica aportarán elementos para la construcción de un proyecto de vida y comunidad que permita desarrollar una sociedad en la cual todos participen. Al respecto. (Caracterización PEI, Cap. V).

El fragmento anterior permite observar en los planteamientos de la institución, que se considera como importante la formación integral de los educandos, asumiendo a su vez que la justicia es un valor que permite generar relaciones equitativas; generando así motivación para participar en la sociedad.

> […] ¿Creen que las matemáticas les brindan herramientas para desenvolverse en el futuro?, ¿Por qué?
>
> $E_1$, $E_2$, $E_3$: Si, claro que sí.
>
> $E_1$: Pues porque cuando estudiemos alguna carrera o algo podríamos implementar eso.
>
> $E_2$: En los momentos más importantes las podemos usar para nuestro beneficio, por ejemplo, cuando debemos pagar recibos, hacer comprar, verificar impuestos, descuentos, y así.
>
> $E_3$: La verdad mis papás siempre me dicen que las matemáticas son muy importantes para ir a la universidad y poder dirigir las empresas. (Transcripción entrevista estudiantes, Cap. IV).

De la misma manera en las declaraciones de los estudiantes se observa que se presenta un reconocimiento de las matemáticas para mejorar calidad de vida a partir de la noción de futuro; pensando en las posibilidades de ir a la universidad o dirigir empresas.

Los preliminares fragmentos muestran un ambiente de clase en cual no es posible relacionar las características asociadas a la transformación, pese a que en los imaginarios tanto del docente como de los estudiantes la clase de matemáticas es democrática; se ve también que en espacios en los cuales los estudiantes tienen un rol especifico y están abiertos al diálogo las características asociadas a la democracia se evidencian con mayor fuerza.

### *Deliberación*

La revisión teórica mencionada anteriormente y los señalamientos de Valero (2012), —sobre las características concernientes a la *deliberación*—, se presentan a continuación en los diferentes instrumentos analizados.

El docente identifica que las matemáticas están en la vida cotidiana, en su práctica pedagógica usa el estilo personalizante a través de la resolución de problemas en los que se involucren los temas del plan de aula y se mejore el nivel cognitivo de los estudiantes. Al respecto de las características asociadas con la deliberación, Valero (2012) afirma:

> "La deliberación es una clase particular de diálogo social que fortalece a la gente para comprometerse en la formulación de problemas, en la toma de decisiones y en los procesos de resolución de problemas"

Al respecto se evidencia que el docente dentro de sus ideales espera que en sus clases los estudiantes desarrollen competencias matemáticas que les permitan interpretar, analizar y proponer acciones colectivas mejorando sus capacidades para desenvolverse en la sociedad actual. Sin embargo, en las clases no es posible observar compromiso frente a la toma de decisiones y el diálogo que permite la resolución de problemas.

Por su parte en las entrevistas de los estudiantes se observa que ellos asumen los derechos como: "algo que les pertenece y debe ser respetado", se menciona un ejemplo de lo anterior y es el derecho a la vida. En las declaraciones se asume una idea en conjunto, en la cual se habla de que las matemáticas son necesarias, tanto en la clase como la vida, por ejemplo, cuando van a comprar. Por su parte el docente busca consenso para recordar los acuerdos de clase y la aplicación del conocimiento matemático, como se observa a continuación:

> […] D: ¿Quién puede ayudarme a mencionar los acuerdos de clase?
> E: "El respeto, la organización, la participación. (Hablan todos los estudiantes al tiempo)
> D: Niños ustedes ¿están de acuerdo con lo que acabaron de decir?
> E: (Se ven caras desconcertadas, muchos estudiantes asienten con la cabeza otros en voz alta), Pues si profesor, así es, para poder hacer radicación hacemos potenciación. (Transcripción entrevista estudiantes, Cap. IV).

De lo anterior podemos decir que en los fragmentos presentados está ausente el diálogo que se espera se desarrolle para evidenciar las características asociadas a la democracia. En una sesión de clase se evidencia la siguiente situación:

> […] D: Muy bien ahora realizaremos la prueba. – Se procede a comprobar el valor encontrado, realizando la respectiva suma- (Utilizando el video beam se plantean varias ecuaciones aditivas para que uno a uno los estudiantes contesten)
> E: El dos y el 27 es el valor conocido.
> **D**: (Les pide silencio a los estudiantes que quieren participar diciendo shhhhh) Entonces, ahí me decía **¿conoce usted valores conocidos o datos?**, estos son los datos que usted, tiene para encontrar, el valor desconocido, de tal manera que la igualdad se cumpla. Ahora sí, dígame usted, que valor debe tomar esta casilla para que sumado con algo de 27. (Se escucha en uní solo 25) **Si quieren participar deben pedir la palabra**. - El docente le asigna la palabra a un estudiante.
> **E:** El valor que debe tomar es 25. (Trascripción sesión de clase 4, Cap. IV).

De lo anterior se puede observar que los estudiantes participan en clase como una estrategia del docente para validar el conocimiento matemático desarrollado. Sin embargo, la motivación de los estudiantes no es genuina en tanto la palabra es asignada y cada uno debe responder una ecuación.

Un contraste de lo observado en el aula de clase se da en el Really matemático, ya que se dan intervenciones que relacionan la justicia, la equidad y la acción colectiva, como se evidencia a continuación:

> […] E10: Pero la competencia debe ser justa…
> E11: Debería ser equitativo, pero ¿cómo plantearlo si todo el colegio en simultaneo debe participar?
> E1: Pero, no. Yo no quiero eso, quiero matemáticas. Hagamos algo, vamos juntos, tú repasas, yo te ayudo y compartimos lo que suceda.
> R10: Es una idea que debe ser analizada y avalada por el consejo directivo. Mmm y ya por cuestiones de tiempo, creo que debemos empezar a planear con base en los tres días.
> R9: Para nosotros, los estudiantes de noveno, -hablo en representación de mis compañeros- no es conveniente, tenemos muchas actividades pendientes y esos días nos perjudicarían. (Transcripción really matemático, Cap. IV).

En la situación anterior se evidencian características relacionadas con la deliberación, a través del proceso comunicativo entre los estudiantes para la planeación del Really matemático, como se muestra a continuación

- Las razones o falta de razones para las opiniones de la gente y los juicios previos a la afirmación final verdadera.
- Los pros y los contras de las decisiones posibles antes de realizarlas efectivamente
- Los beneficios y pérdidas de posibles cursos de acción antes de comprometerse en ellos.

En otro momento durante la dirección de curso se establecieron los cargos y se dieron a conocer las funciones del mismo, encontrando aceptación por parte de los estudiantes para "dejar en alto nuestro nombre m*ostrando compromiso, responsabilidad, tolerancia y ante todo sinceridad*"

La deliberación se da en la medida en la que la situación permita diálogo armónico y comunicación constante, lo cual se dio en los espacios exteriores a la clase de matemáticas.

***Coflexión***

Valero (2012) menciona que en la coflexión

> […] las personas, colectivamente, dirigen su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera consciente.

Dicha definición se puede percibir en las declaraciones desde el principio, ya que en ella se toma una escucha colectiva, pensando en el bienestar común, donde manifiestan argumentos en pro y en contra al decidir la duración de la jornada; consientes de adoptar una posición crítica hacia la actividad pensando en el colectivo.

> […] E10: ahhh, a mí se me ocurre que podríamos distribuir diferentes equipos en forma rotativa, niños de todos los cursos y toda clase de pruebas.
> E11: Es una excelente idea, todos interactúan, cumplen diferentes funciones y participan. (Trascripción really matemático, Cap. IV).

De igual manera se plantea la equidad y la justicia¸ como un parámetro importante para la participación. Lo anterior se puede observar en la interacción, el juego de roles y las fotografías de los estudiantes.

A través de la entrevista a estudiantes se evidencia que los pensamientos y las acciones de todos forman parte fundamental para tomar una posición crítica; los estudiantes manifiestan la importancia de las matemáticas afirmando que:

- Las matemáticas les sirven para hacer cuentas, por ejemplo, cuando van a una tienda.
- Comprenden problemas y elaboran situaciones relacionadas con los temas.
- Las matemáticas les ayudan a realizar asociaciones con otros temas y materias.

Contrastando las respuestas de los estudiantes con el docente acerca de la clase y el ambiente en el aula de matemáticas; se menciona que

> D: Primero que todo, hay que tener un buen espacio, agradable, bien ambientado, que posibilite un ambiente armónico. (Trascripción entrevista, Cap. IV).

Para el docente es fundamental tener un ambiente armónico en el cual los estudiantes quieran participar; la actitud de los estudiantes es importante, ellos deben tener gusto por aprender, ser curiosos, investigar, discutir y participar. Las ayudas audiovisuales, los laboratorios con los cuales se pueda captar la atención de los estudiantes.

De las declaraciones tanto del docente como de los estudiantes se pude decir que la noción asociada a la democracia percibida por ellos está muy distante de la planteada por la institución en los documentos legales, ya que, si bien la participación y la armonía del espacio de clase es clave en el desarrollo de la misma, la metodología empleada privilegia el trabajo individual n el cual no es posible establecer diálogo, interacción o necesidad de cooperar con otros.

Otros aspectos para analizar los elementos en pro y en contra a la hora de tomar una decisión pudieron evidenciarse en la organización del triduo Lasallista.

> D: Bueno, como hay diferentes posturas, ¿les parece si teniendo en cuenta los argumentos presentados votamos?

Valero (2012) plantea que en la coflexión:

> "se da el proceso de pensamiento colectivo, de una manera más consiente, la atención es centrada en los pensamientos y acciones de todos, las personas, colectivamente consideran las acciones, pensamientos y experiencias como parte de un esfuerzo colectivo, y adoptan una posición crítica hacia su actividad"

Se tomó conciencia por parte de los estudiantes de grado undécimo en la organización de las actividades para los demás cursos que se puede buscar el bien común respetando acuerdos y teniendo en cuenta el análisis de argumentos en pro y en contra.

La coflexión es una de las características que no es posible rastrear en las sesiones de clase, ya que no se posibilita trabajo en equipo que permita un proceso de pensamiento colectivo adoptando una posición crítica para una actividad.

# CAPÍTULO VI

# CONCLUSIONES Y REFLEXIÓN

Hablar sobre democracia y sus características asociadas en el aula de matemáticas es importante y complejo, pues en la actualidad hay muchas sociedades que son llamadas democráticas, lo que abre un amplio panorama para su interpretación. Sin embargo, en el análisis desarrollado aquí, se concluye que dicho concepto es relacionado fuertemente con la capacidad de elección de representantes; ya que los valores como la equidad y la justicia no se evidencian. Contribuir a potenciar la democracia en los estudiantes desde la clase de matemáticas, se nos presenta como un reto que sugiere tener en cuenta diversos aspectos tales como:

- El conocimiento de la relación entre las matemáticas y la democracia.
- El concepto de democracia.
- Diálogo.
- Flexibilización del currículo.
- Disposición del docente.
- Acompañamiento institucional.
- Trabajo en grupo

Para realizar prácticas en educación matemática en las cuales se contribuya a la construcción de democracia, entendida esta como una acción política abierta y en vías de construcción según lo plantean Skovsmose & Valero (2012), requiere en primer lugar la identificación y disposición del docente en cuanto a las alternativas de presentar a los estudiantes el conocimiento matemático, de tal manera que este les permita entender su contexto inmediato y realizar diálogos que les posibilite tomar posturas políticas para mejorar su calidad de vida.

Con base en lo anterior es importante que el docente dentro de su metodología de clase tenga presente la relación que existe entre las matemáticas y la democracia que ha sido analizada y presentada con base en el sustento teórico tomado de Skovsmose & Valero (2012); quienes realizan una conceptualización tomando diversos autores que permiten entender cómo

pueden existir por lo menos tres perspectivas que sean relevantes a la hora de llevar a cabo las practicas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

La resonancia intrínseca nos lleva a pensar la clase de matemáticas como armoniosa, debido a la naturaleza de la misma. Ya que propiciar todos los conceptos, algoritmos y conocimientos matemáticos permiten que los estudiantes sean capaces de tomar sus propias decisiones con base a sus razonamientos. Skovsmose & Valero (2012) plantean que "…la enseñanza de las matemáticas empodera a la gente".

Por su parte la disonancia intrínseca rompe toda armonía entra las matemáticas y la democracia, porque nos presenta ejemplos de algunos trabajos que permiten observar la influencia negativa de las matemáticas, ya que estás permiten la construcción de modelos que no favorecen a toda la sociedad, si no que van en busca de los intereses personales y benefician a unos. Llevado esto al aula de clase, podríamos presenciar clases de matemáticas en las cuales el docente es quien imparte conocimiento, mantiene el control total y toma las decisiones pertinentes para llevar a cabo el plan de estudios. Lo anterior hace que en este tipo de prácticas se presente exclusión, segregación, selección y estatus tanto positivos como negativos de acuerdo a los desempeños de los estudiantes quienes son valorados por su conocimiento matemático.

En un intento de encontrar un equilibrio entre las matemáticas y la democracia se plantea la relación crítica como la posibilidad de no aceptar la armonía ni la barbarie de las matemáticas. Skovsmose & Valero (2012) plantea que las prácticas matemáticas que potencien la democracia no puede sustentarse solamente en los constructos de la disciplina ni en sus cualidades; debe tener en cuenta los aspectos sociales, políticos, económicos y culturales tomando como referencia su desarrollo constante.

Una clase de este tipo debería posibilitar el diálogo y la interacción entre docente-estudiante-conocimiento-contexto, ya que entender la comunicación como algo lineal, moderado, pausado y seleccionado no permite entrar en contacto con el otro. Dicha clase que permita el desarrollo de la democracia debe propender por utilizar el conocimiento y su construcción

con base en las necesidades e intereses de los estudiantes, pero además no debe desconocer su realidad social.

No es pertinente desde la EMC brindar recetas, pasos o listas ya que eso estaría en contra de las bases teóricas, sin embargo, si es necesario entender que la formación docente y su relación con las matemáticas permitirán o no el desarrollo de la democracia en el aula de clase. La importancia de las matemáticas y su relación con la democracia es ampliamente abordada en la ley general de educación, los estándares y los currículos institucionales, sin embargo, cada comunidad educativa tiene autonomía al plantear su PEI y es por eso que se adopta toda una línea pedagógica utilizando esos planteamientos, pese a eso nada garantiza que dicha relación se evidencie al interior de las clases.

Con base en el análisis realizado en el presente trabajo de investigación relacionado con la democracia es posible afirmar que:

- Para rastrear la noción de democracia se caracterizó el PEI y los documentos institucionales, observando que el modelo pedagógico asumido por el colegio es el socio crítico, ya que se reconoce al educando como un ser humano integral gestor de transformaciones sociales, a partir de la. formación en valores. Dichos valores contribuyen a la formación del ser humano, facilitando su actuación en situaciones de cambio. La institución asume valores asociados a la democracia tales como: la justicia, la participación y la toma de conciencia, que ayuda a los estudiantes en la construcción de la identidad participando en la generación de cambios sociales y comunitarios del país en el cual viven. Los valores y las virtudes desarrolladas en la práctica pedagógica contribuirán en la elaboración de un proyecto de vida y comunidad que permita desarrollar una sociedad en la cual todos participen.

  Con respecto a lo anterior el horizonte institucional deja ver que los estudiantes serán competentes para responder en situaciones de la cotidianidad, asumiendo posturas acordes con los valores inculcados en la institución. Por su arte desde los objetivos del área de matemáticas las características que se esperan de los estudiantes posibilitarán una comprensión del contexto socio político del país; por lo cual se hace necesario desarrollar competencias matemáticas y democráticas en las cuales la colectividad prevalezca a la

> hora de tomar decisiones, así mismo se deben desarrollar competencias asociadas a la interpretación, análisis y argumentación tanto de contenidos matemáticos como sociales. Desde el área de matemáticas se plantea que el desarrollo de las mismas posibilita un entendimiento de la realidad, la comprensión de la sociedad, la participación y la trasformación de la misma. A través de las herramientas que se adquieren en el ámbito escolar deben establecerse relaciones que trasciendan en la participación colectiva.

Ahora bien, para realizar un contraste entre lo planteado a nivel institucional desde los documentos legales y lo observado en las sesiones de clase analizadas es posible afirmar que en ellas no se evidencian escenarios en los cuáles los estudiantes puedan analizar, discutir, interpretar, cooperar, compartir conciencia o construir en colectivo. Sin embargo, al dialogar con el docente, él pone de manifiesto que:

- Los conceptos propios de las matemáticas posibilitan que los estudiantes razonen acerca de la actualidad y los contextos sociales, económicos, políticos y culturales, además en la clase los estudiantes pueden participar para dar a conocer sus procedimientos matemáticos.
- Los contenidos curriculares son extensos, van más adelante de lo planteado por los estándares y lineamientos de matemáticas, lo cual dificulta inducir situaciones problema en las cuales se construya el contenido matemático; otro aspecto que dificulta la creación e implementación de nuevas apuestas pedagógicas es la rigidez del tiempo de ejecución de los planes de trabajo, ya que no es posible tardar más tiempo el señalado en un contenido.
- La democracia se desarrolla en el aula de clase en tanto los estudiantes se sienten motivados, integrados y pueden participar, comunicar y explorar los conocimientos matemáticos presentados.

En las declaraciones del docente se observa que hay una concepción erronea de la democracia y las características asociadas a la misma; a su vez se evidencian obstáculos institucionales que no posibilitan implementar nuevas apuestas teóricas en tanto los tiempos y contenidos para cada nivel abarcan más de lo planteado en los estándares curriculares.

En la parte escrita desde la constitución política, la ley general de educación y los lineamientos curriculares se reconoce la importancia de la democracia al interior del aula de clase de matemáticas, por tal razón las instituciones educativas involucraron dichos aspectos a sus apuestas pedagógicas. En el trabajo desarrollado en el Colegio de La Salle se observa que existen unos parámetros desde los principios filosóficos, curriculares y los planteamientos del PEI que propenden por enfocar la misión y la visión en las características asociadas a la democracia. A pesar de ello, dichas apuestas metodológicas y filosóficas se quedan de alguna manera en lo escrito, ya que en el que hacer pedagógico estas situaciones planteadas no se llevan a cabo en su totalidad; al respecto podemos exaltar que:

- Durante las 4 sesiones analizadas, se evidencia que cada clase tiene una duración de 45 minutos, en los cuales los primeros minutos están destinados para iniciar tema nuevo, esto deja poco espacio para la construcción del conocimiento matemático, luego de eso se proponen una serie de ejemplos con los que se busca que los estudiantes comprendan los conceptos abordados, finalmente se deja una gran cantidad de ejercicios para ejercitar y validar el conocimiento matemático abordado en clase.
- En las 4 sesiones de clase se privilegia el trabajo individual, hay poco espacio para la comunicación, la cooperación y la interacción; la participación es guiada e inducida por el docente, quien mantiene un diálogo constante con los estudiantes para aclarar dudas e inquietudes con respecto a las temáticas abordadas.
- La aceptación de las normas de clase establecidas en sesiones previas a las analizadas, son difíciles de llevar a la práctica en tanto todos los estudiantes sienten la necesidad de validar su conocimiento a través de la participación y ejecución de procedimientos.

De la misma manera al contrastar la concordancia que existe entre lo planeado y lo que ocurre en el aula de clase con respecto al desarrollo de la democracia, se concluye que:

- Los sentires tanto de docentes, como de estudiantes reflejan que las matemáticas en sí mismas brindan la posibilidad de ser ciudadanos activos, comprometidos con el rol social y el cambio constante de la sociedad. Todo esto se debe a la manera en la que perciben las matemáticas y las prácticas culturales que los han acercado a las mismas.

- La mayoría de los estudiantes declaran que las matemáticas son fundamentales para diversas tareas o profesiones, además de identificar que para sus padres de familia son una ciencia que permite un *status.* Razón por la cual asumen una *buena disposición para la participación* y negociación de significados. Sin embargo, dichas nociones distan mucho de lo esperado según lo planteado en los documentos instituciones les, ya que si bien la motivación y la participación son importantes lo que se espera es un diálogo dinámico en el cual prevalezcan los intereses del colectivo.
- Según lo conversado con los estudiantes la mayoría se siente satisfecho con la clase de matemáticas, porque en ella asumen que son parte de un conjunto de reglas y normas establecidas bajo previo acuerdo y consenso con ellos. Es por esta razón que piensan que *la participación en clase de manera ordenada los hace aprender más y mejor*; aunque en muchas oportunidades algunos rompieron la norma ya que querían dar a conocer que tenían claridad en algún tema, el docente nuevamente llamaba a la calma y generalmente le daba la opción de participar a los estudiantes que habían permanecido en silencio. Tanto el docente como los estudiantes manifiestan que al interior de la clase hay participación y que esto hace que la clase sea democrática, ya que tienen la posibilidad de decidir si validan el conocimiento o no, lo cual no tiene nada que ver con las características asociadas a la democracia.
- Se evidencia que el docente quiere mantener la atención y el control de grupo, llevando el hilo de su secuencia para la construcción del contenido matemático. Las normas establecidas y aceptadas por los estudiantes facilitaron que metodológicamente el docente mantuviera la linealidad de la clase. La manera en la cual es gestionada la clase, desde la planeación, acción y reflexión posibilita o no la caracterización de un ambiente democrático. En el caso presentado se evidencia que al no existir trabajo grupal, acciones colaborativas y situaciones en contexto la presencia de la democracia no es percibida.Durante las 4 sesiones de clase observadas, en ningún episodio es posible observar rastros de colectividad, transformación, deliberación o coflexión; ya que el trabajo en grupo no se dio en el aula de clase; desde los planteamientos de la clase se privilegia el trabajo individual,

lo cual no permite generar acciones, decisiones, acciones, cooperación y compromisos colectivos.

En contraste de lo observado en las sesiones de clase se observan otros escenarios en los cuales los estudiantes mantienen un diálogo que permite características asociadas a la democracia, al respecto decimos que:

- En el desarrollo de las actividades que se dan exteriores al aula de matemáticas se observa una mayor presencia de características asociadas a la democracia; ya que a través de las diversas actividades es posible notar que los estudiantes participar, cooperan, interactúan, dialogan, asumen roles y lideran varias tareas.

- Permitir que los estudiantes sean gestores activos de actividades posibilita que se den espacios de reflexión en los cuales se da la deliberación, en tanto se respetan los puntos de vista del colectivo, se busca el bienestar de la comunidad educativa y se analizan argumentos a favor y en contra para tomar una posición crítica y actuar.

Describir la clase de matemáticas, llevo a cuestionamientos acerca de la manera como se desarrollan los contenidos, ya que es el docente quien estructura la dinámica de clase y mantiene una concepción del estudiante como individuo, que sigue indicaciones; los estudiantes asumen que las matemáticas proporcionan un status que debe mantenrse al poder compender los contenidos de clase.

Lo anterior se evidencia en las entrevistas realizadas a los estudiantes, quienes en su discurso manifiestan que la clase de matemáticas es un lugar sagrado, en el que se da conocimiento específico que luego será de vital importancia a la hora de elegir una carrera. Desde casa se brinda una fundamentación en la cual el aprendizaje de la matemática genera un reconocimiento mayor que el de otras asignaturas, desconociendo que dichas consideraciones generan en el estudiante procesos de exclusión o apatía con las matemáticas.

Otra de las consideraciones importantes recae en la manera en la cual se desarrolla la clase de matemáticas, ya que, según la construcción, el análisis y la reflexión de dicha información, es posible considerar que a través de las discusiones con el docente la forma en la cual él

entiende el proceso de enseñanza- aprendizaje no se permeó. Ya que a pesar del uso de algunas herramientas tecnológicas como lo fue el video beam, para la enseñanza del área y el perímetro de figuras, y las ecuaciones, los planteamientos generales de la clase fueron los mismos. Sin embargo, el docente en todas las sesiones de clase, mantiene un diálogo con cada uno de los estudiantes tratando de validar el conocimiento.

El trabajo en grupo y la interacción entre los estudiantes es fundamental para desarrollar la democracia, si en alguna de las sesiones de clase el docente hubiese planteado trabajo grupal, tal vez se hubiese generado la posibilidad de observar un ambiente democrático que estuviera acorde con lo planteado a nivel institucional en los documentos del colegio. Ya que probablemente se habría dado un intercambio de ideas y una negociación de significados, que posibilitaría acciones concretas que visibilizaran estrategias de cambio y coflexión, sin embargo, esto queda en el campo de las suposiciones.

En otros espacios exteriores al aula de clase los estudiantes mostraron sus capacidades y algunas características asociadas a la democracia, en las cuales se destacó el liderazgo, en esos escenarios se evidenció una mayor presencia de Colectividad, transformación, deliberación y coflexión, según lo planteado por Valero (1999). Que esto suceda genera aún más interrogantes frente a cómo las matemáticas posibilitan la democracia, o si por el contrario los sucesos descritos en el presente trabajo dan pie para pensar que las actuales prácticas de educación matemática imposibilitan y desconocen la naturaleza sociopolítica de las matemáticas y su estrecha relación con la democracia.

# BIBLIOGRAFÍA


Barreto, E., Cardozo, H., Chaparro, A., & Pachón, Y. (2012). *Contribuciones al desarrollo del pensamiento crítico en estudiantes de grado octavo promovidas mediante la implementación de ambientes de aprendizaje en torno a la estadística y enmarcados en la teoría de la educación matemática crítica.* Bogotá: Universidad Distrital.

Bonilla, C., & Rodríguez, S. e. (1997). *Más allá del dilema de los métodos:*. Bogotá: Norma.

Bonilla, E., Hurtado, J., & Jaramillo, C. (2009). *La investigación. Aproximaciones a la construcción del conocimiento científico.* Colombia: Alfaomega.

Camelo, & Mancera. (2006). El currículo desarrollado en torno a la proporcionalidad:Un estudio cualitativo realizado en secundaria. Bogotá, Colombia.

Carr, & Kemmis. (1988). *Teoría crítica de la enseñnza. La investigación-acción en la formación del profesorado.* Barcelona: Martínez Roca.

EdUtopía. (2011). *Los escenarios de investigación como propuesta desde la EMC para la formación continuada de profesores en ejercicio.* Bogotá.

Flórez, R. (1994). *Hacia una pedagogia del conocimiento.* Santafé de Bogotá: MacGraw Hill.

Freire, P. (1972). *Pedagogía del Oprimido.* Buenos Aires: Siglo XXI Argentina Editores.

Freire, P. (2006). Pedagogía de la autonomía: saberes necesarios para la práctica educativa. . En P. Freire. México: Siglo XXI.

Gorgorió, N. (2006). El aula de matemáticas intercultural: distancia cultural, normas y negociación. En *Matemáticas e interculturlidad* (págs. 7-23). Barcelona: Biblioteca de Uno.

Guerrero, O. (2008). Educación Matemática Crítica: Influencias teóricas y aportes. Bogotá.

Hannaford, C. (1998). *Mathematics teaching is democratic education.* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.

Kawulich, B. (2005). La observación participante como método de recolección de datos. *FORUM: QUALITATIVE SOCIAL RESEARCH*.

Kemmis, S., & Mctaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción.* Barcelona: Laertes.

Le Compte, M. (1995). Un matrimonio conveniente:Diseño de investigación cualitativa y estándares para la evaluación de programas. Colorado.

Maestre, A. (2009). Relexión sobre la pedagogía crítica. Andalucia, España.

Mora, D. (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomatemática.* Boliva : Campo Iris.

Osorio, S. (2007). *La teoría crítica de la sociedad de la escuela de Frankfurt: Algunos presupuestos teórico-críticos.* Bogotá: Universidad Militar Nueva Granada.

Planas, N. (2006). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conoccimiento matemático. *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal* , 40-45.

Quiroga, B., Coronado, A., & Montealegre, L. (s.f.). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas.

Rodríguez Rojo, M. (1997). *Hacia una didáctica crítica.* Madrid: La Muralla, S.A.

Skovsmose, O. (2008). *Educação Matemática Crítica: A questão da democracia.* Brasil: Papirus.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. En Skovsmose, & Valero. Colombia: Uniandes.

Valero, P. (1999). Deliberative mathematics education for social democratization in Latin America. (pág. 22). Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación. 53-57.

Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Foro educativo NAcional*.

Valero, P. (2008). Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Granada.

Zabala, V. A. (2007). *La práctica educativa: Cómo enseñar.* Barcelona: Editorial Grao.