IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA BASADA EN EL TRABAJO EN COLABORACIÓN Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE ALGUNOS ASPECTOS ASOCIADOS AL CONCEPTO DE ÁREA

CONSTANZA MARTÍNEZ BERNAL

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BOGOTÁ D.C.

2017

IMPLEMENTACIÓN DE UNA PROPUESTA BASADA EN EL TRABAJO EN COLABORACIÓN Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE ALGUNOS ASPECTOS ASOCIADOS AL CONCEPTO DE ÁREA

CONSTANZA MARTÍNEZ BERNAL

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Educación

Director
Luis Ángel Bohórquez Arenas
PhD en Educación

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BOGOTÁ D.C.

DICIEMBRE DE 2017

Contenido

Introducción 9

Capítulo 1. Delimitación del problema 12

1.1. Objetivos 15

1.2. Pregunta orientadora 16

1.3. Antecedentes 16

1.3.1. El concepto de área 25

1.3.2. El área: Contexto escolar y contexto real 27

1.3.3. La comunicación de la medida y el uso del sistema métrico decimal 29

Capítulo 2. Marco teórico 31

2.1 Referentes curriculares 31

2.1.2. Estudio del área en el contexto escolar 33

2.1.3. Situaciones en que se presenta el área 34

2.2. Aspectos asociados al aprendizaje del concepto y medida del área 36

2.2.1. Percepción 37

2.2.2. Comparación 38

2.2.3. Medida 41

2.2.4. Aritmetización 46

2.2.5. Estimación 49

Capítulo 3. Metodología 52

3.1. Descripción del instrumento 53

3.2. Descripción de la propuesta. 55

3.3. Elección de la propuesta 58

3.4. El contexto de implementación de la propuesta 61

3.5.1. Situación problema 1: “La herencia de los hermanos Torres”. 64

3.5.2. Situación problema 2: “Un nuevo caso de peritaje”. 65

3.5.3. La situación problema 3: Calculando el área de terrenos” 67

3.5.4. Decorando baldosas 68

3.5.5. Situación problema 4: “El área del cuadradito”..... 68

3.5.6. Situación problema 5: “La zona sombreada”..... 70

3.5.7. Situación problema 6: “Pintando el interior del aula”. 71

Capítulo 4. Análisis 72

4.1. Las categorías de análisis 72

4.2. Criterios de categorización 73

4.3. Codificación de los estudiantes 74

4.4. Resultados de la primera aplicación del instrumento 75

4.5. Resultados de la segunda aplicación del instrumento 88

4.6. Análisis comparativo de los resultados obtenidos en a la primera y segunda aplicación del instrumento de indagación. 103

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones 104

5. 1 Conclusiones 104

5. 2 Recomendaciones 109

Bibliografía 110

6. Anexos 112

Anexo1. Instrumento de indagación. 112

Índice de tablas

Tabla 1:Estructura del instrumento de indagación. 53
Tabla 2: Descripción de las categorías y subcategorías de análisis. 72
Tabla 3: Descripción de los criterios de categorización. 74
Tabla 4: Codificación de los estudiantes del grado 502. ..... **¡Error! Marcador no definido.**
Tabla 5: Resultados ítem 1. Primera aplicación del instrumento. 75
Tabla 6: Resultados ítem 2. Primera aplicación del instrumento. 76
Tabla 7: Resultados ítem 3. Primera aplicación del instrumento. 77
Tabla 8: Resultados ítem 4. Primera aplicación del instrumento. 77
Tabla 9: Resultados ítem 5. Primera aplicación del instrumento. 78
Tabla 10: Resultados ítem 6. a. Primera aplicación del instrumento de indagación. 79
Tabla 11:Resultados ítem 6.b. Primera aplicación del instrumento. 79
Tabla 12: Resultados ítem 7. Primera aplicación de instrumento. 80
Tabla 13: Resultados del ítem 8. Primera aplicación del instrumento 81
Tabla 14: Resultados del Item 9.a Primera aplicación del instrumento. 81
Tabla 15: Resultados del ítem 9.b. Primera aplicación del instrumento. 82
Tabla 16: Resultados del ítem 9.c. Primera aplicación del instrumento 82
Tabla 17:Resultados del ítem 10. Primera aplicación del instrumento 83
Tabla 18:Resultados ítem 11. Primera aplicación del instrumento. 84
Tabla 19: Resultados del ítem 12. Primera aplicación del instrumento. 84
Tabla 20: Ubicación de los estudiantes de acuerdo con su desempeño general en la primera aplicación del instrumento. 87
Tabla 21: Resultados ítem 1. Segunda aplicación del instrumento. 88
Tabla 22: Resultados ítem 2. Segunda aplicación del instrumento. 89
Tabla 23: Resultados ítem 3. Segunda aplicación del instrumento. 90
Tabla 24: Resultados ítem 4. Segunda aplicación del instrumento. 90
Tabla 25: Resultados ítem 5. Segunda aplicación del instrumento. 91
Tabla 26: Resultados ítem 6. a. Segunda aplicación del instrumento de indagación. 91
Tabla 27: Resultados ítem 6.b. Segunda aplicación del instrumento. 92
Tabla 28: Resultados ítem 7.Segunda aplicación de instrumento. 93

Tabla 29: Resultados del ítem 8. Segunda aplicación del instrumento. 93
Tabla 30: Resultados del Item 9.a Segunda aplicación del instrumento. 94
Tabla 31: Resultados del ítem 9.b. Segunda aplicación del instrumento. 94
Tabla 32: Resultados del ítem 9.c. segunda aplicación del instrumento. 95
Tabla 33: Resultados ítem 11. Segunda aplicación del instrumento..... 96
Tabla 34: Resultados del ítem 12. Segunda aplicación del instrumento. 97

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Estudiantes de grado quinto resolviendo las situación "la herencia de los hermanos Torres". 64
Ilustración 2. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "un nuevo caso de peritaje" 66
Ilustración 3. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "un nuevo caso de peritaje" 67
Ilustración 4. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "el área del cuadrito". 68
Ilustración 5. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "la zona sombreada". 70
Ilustración 6. Desempeño del estudiante E22 en el ítem 2. Primera aplicación del instrumento. 86
Ilustración 7. Desempeño del estudiante E33 en el ítem 2. Primera aplicación del instrumento. 87
Ilustración 8. Desempeño del estudiante E1 en el ítem 2. Segunda aplicación del instrumento. 98
Ilustración 9. Desempeño del estudiante E 15 en el ítem 2. Segunda aplicación del instrumento. 99
Ilustración 10. Desempeño del estudiante E10 en el ítem 1. Segunda aplicación del instrumento. 100
Ilustración 11. Desempeño del estudiante E10 en el ítem 3. Segunda aplicación del instrumento. 100
Ilustración 12. Desempeño del estudiante E27 en el ítem 6 literal a. Segunda aplicación del instrumento. 101
Ilustración 13. Desempeño del estudiante E27 en el ítem 9 literales ay b. segunda aplicación del instrumento. 102

Agradecimientos

Agradezco principalmente al profesor Luis Ángel Bohórquez Arenas por su comprensión, paciencia, orientación y acompañamiento permanente durante este proceso. Asimismo, agradezco a los docentes del Énfasis en Educación Matemática por la oportunidad de aprendizaje y reflexión a nivel profesional y personal que me brindaron en cada uno de los seminarios, así como sus aportes, los cuales de alguna forma están presentes en este trabajo. A los niños de la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala. A mi madre a quien debo todo lo que soy, a mi familia, a mi esposo por su compañía, a mi hijo Bastian Gabriel por quién quiero ser mejor.

Introducción

En este informe se presenta el proceso de investigación en la modalidad de profundización desarrollado con el propósito de indagar qué aspectos vinculados a la comprensión del concepto de área, aprende un grupo de estudiantes del grado quinto de una institución educativa oficial del municipio de Soacha, (Colombia) con la implementación de una propuesta basada en el trabajo en colaboración y la resolución de problemas. El interés en el concepto de área y su aprendizaje, radica en que este conocimiento hace parte de los contenidos curriculares fundamentales de la básica primaria, cuya comprensión está relacionada con el desarrollo del pensamiento métrico y en este sentido porque de acuerdo con los resultados institucionales de las pruebas saber 2016, el componente Geométrico-Métrico, uno de los tres componentes que se evalúan desde las competencias: Razonamiento, Comunicación y Resolución de problemas es el que presenta mayor debilidad. Al respecto se reconoce desde la literatura que el bajo desempeño de los estudiantes relacionado con la comprensión de los conceptos y procedimientos del pensamiento métrico puede estar asociado al tiempo que se dedica a su enseñanza, a la importancia que se le da en el currículo frente a otros pensamientos como el numérico, a un tratamiento en el cuál no se toman en cuenta los elementos didácticos que se sugieren para abordar su enseñanza, así como la falta del conocimiento didáctico y disciplinar requerido para orientar el desarrollo del proceso de aprendizaje.

Con el propósito de fortalecer el saber profesional y la práctica pedagógica con relación a los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto de área y favorecer en los estudiantes el acercamiento significativo y útil a este conocimiento y a su uso, se elige implementar la propuesta de Bohórquez (2004) que por sus características, está alineada con planteamientos didácticos actuales, atiende a las orientaciones de tratamiento didáctico sugeridas y en esa medida puede ajustarse a los requerimientos de aprendizaje en el contexto educativo nacional y las necesidades de aprendizaje de los estudiantes de un grado quinto de una institución educativa oficial del municipio de Soacha (Cundinamarca).

Esta propuesta está basada en principios constructivistas del aprendizaje; expuestos por Piaget y Vygotsky y fundamentalmente en la idea "zona de desarrollo próximo" de este último autor según la cual se aprende en colaboración de socios de aprendizaje más avanzados. Esta consideración sobre el aprendizaje es la base del trabajo en colaboración el cuál se define como una práctica que constituye un proceso de negociación y discusión entre pares que favorece la argumentación y la sustentación de ideas (Rogoff, 1993; citado por Bohórquez, 2004, p. 6).

En relación al concepto de área, se propone situaciones problema, que en su diseño guardan relación con la propuesta de Del Olmo, Moreno y Gil (1993) para la adquisición del concepto y las cuales abordan los aspectos relacionados con su comprensión, como percepción, comparación, medida, aritmetización y estimación.

Para corresponder a los propósitos investigativos se emplean elementos correspondientes a uno de los diseños de tipo experimental en investigación educativa denominados diseño pretest y posttest con un grupo para lo cual se utiliza un instrumento de indagación adaptado por Bohórquez (2004) el cual permite indagar por la comprensión que los estudiantes han adquirido con respecto al concepto de área, este se aplica al inicio y al final de la implementación con la intención de realizar un análisis comparativo entre los resultados de la primera y segunda aplicación.

Este trabajo se compone de cinco capítulos los cuales se describen a continuación:

En el Capítulo 1, se describe la problemática relacionada con el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de área y el desempeño de los estudiantes con relación al componente métrico en las pruebas externas, se plantea la pregunta que orienta la investigación, el objetivo general y los objetivos específicos así como los aportes encontrados en los diferentes documentos revisados para la elaboración de este trabajo.

Capítulo 2. En éste se desarrollan los elementos conceptuales relacionados con el concepto de área a nivel disciplinar y didáctico, que constituyen el saber profesional requerido para la

orientar la implementación de la propuesta y en el análisis del desempeño de los estudiantes en la aplicación del instrumento.

Capítulo 3. Allí se describe los elementos de diseño experimental empleados para atender a los propósitos investigativos y el tipo de análisis que se hace de los resultados, así como la descripción del instrumento, los criterios de categorización que permiten ubicar a un estudiante en un determinado nivel de comprensión. Además se describe la propuesta, el contexto en el que se intervino y se da cuenta de la implementación de las situaciones problema.

En el capítulo 4, se dan a conocer las categorías de análisis las cuales corresponden a desempeños asociados a la comprensión de los aspectos del concepto de área observables en las respuestas dadas por los estudiantes a los ítems del instrumento, los criterios de categorización que permiten ubicar a un estudiante en un determinado nivel en correspondencia a las respuestas dadas y finalmente los resultados obtenidos en la primera y segunda aplicación del instrumento y su análisis comparativo.

Finalmente, en el capítulo 5, se presentan conclusiones y recomendaciones que atienden a los resultados obtenidos con respecto al aprendizaje de los aspectos vinculados al concepto de área, el trabajo en colaboración, las situaciones problema, el proceso de investigación y la práctica pedagógica.

Capítulo 1. Delimitación del problema

Las magnitudes y su medida constituyen un conocimiento conceptual fundamental para el desarrollo del pensamiento métrico y por ende un objetivo principal en el aprendizaje matemático en la básica primaria. La importancia que tiene el estudio de la medida, es que permite al estudiante vincular el aprendizaje matemático con su realidad cotidiana, dando sentido y significado a las matemáticas que aprende; el estudio de las magnitudes ofrece al estudiante la oportunidad de aplicar su conocimiento en la solución de situaciones prácticas en las que se hacen necesarias la medidas y vincular habilidades sensoriales, conceptos y procedimientos del pensamiento numérico y geométrico.

En la literatura se reporta, sin embargo, que las magnitudes y su medida no tienen la debida importancia en la enseñanza de la matemática escolar; al respecto, se menciona que a pesar de los trabajos didácticos existentes y de la propuestas curriculares del MEN, en muchas instituciones de carácter oficial no se enseñanza el tema de la magnitudes o se hace siguiendo un "enfoque aritmético" en el cual no se tienen en cuenta elementos de carácter didáctico sugeridos, al respecto Posada et al. (2006) señalan que no hay un relación entre "*el tratamiento matemático y el tratamiento físico*"; pues las prácticas pedagógicas se remiten al cálculo de medidas mediante fórmulas y operaciones aritméticas, al trabajo con unidades estandarizadas utilizadas en la conversión, a la presentación de ejercicios y problemas que se relacionan con las magnitudes pero que no son formulados, ni tratados en un contexto de medición y al uso de textos que se relacionan con las magnitudes pero en los que no hay tratamiento didáctico ni conexión entre ellas.

Contexto institucional

La institución educativa en la cual se hace la implementación, está ubicada en la comuna cuatro del municipio de Soacha y ofrece el servicio educativo alrededor de unos 1.800

estudiantes distribuidos en los niveles de preescolar, primaria, básica secundaria y media, en dos jornadas mañana y tarde. Como institución educativa, se ajusta a las políticas orientadas al mejoramiento de la calidad de la educación en el país y participa en aplicación anual de pruebas SABER a los estudiantes de 3°, 5° y 9°.

Al respecto en el año 2.015, los 193 estudiantes de grado 5° participaron en la aplicación de la Prueba Saber, en la cual se evaluaban las áreas de lenguaje, matemáticas y competencias ciudadanas; particularmente para el área de matemáticas se evaluaban tres componentes: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio; en tres competencias: razonamiento y argumentación, comunicación, representación y modelación, planteamiento y resolución de problemas. De acuerdo con el reporte de resultados, respecto al componente geométrico-métrico y las tres competencias se encontró, que en

- **La competencia, representación y modelación:** El 44% de los estudiantes no respondió correctamente los ítems que evalúan la competencia. Según este reporte el 58% de los estudiantes no identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales, el 47% de los estudiantes no establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes.
- **La competencia razonamiento y argumentación:** El 47% de los estudiantes no respondió los ítems correspondientes a esta competencia. Con respecto a los aprendizajes, el 32% de los estudiantes no construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de condiciones dadas.
- **La competencia planteamiento y resolución de problemas:** Se identificó que el 44% de los estudiantes no resolvió los ítems correspondientes a este componente. En relación a los aprendizajes el 55% de los estudiantes no utiliza relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.

Respecto a la comparación de resultados de los estudiantes a nivel municipal y nacional que se ofrecen también en el reporte, se concluye que un 45% de los estudiantes de grado quinto

de las instituciones oficiales del país no se encuentran preparados para resolver los ítems correspondientes al componente geométrico-métrico, siendo este componente uno de los más débiles de los resultados en la Prueba SABER.

En comparación con el desempeño de estudiantes de otros países del mismo nivel escolar se encontró en el reporte de resultados del TERCE (UNESCO, 2016),[1] que solo el 41% de los estudiantes responde adecuadamente los ítems correspondientes a los dominios de medición y de geometría, confirmándose este componente como uno de los que presenta mayor debilidad en la formación matemática de los estudiantes.

Entre las razones que podrían explicar los bajos desempeños de los estudiantes en las pruebas SABER, se encuentra que en el contexto escolar se dedica mayor tiempo a la enseñanza del componente numérico-variacional en comparación al que se dedica al geométrico métrico y al aleatorio. Esto podría adjudicarse a diferentes motivos, la falta de tiempo para cubrir la totalidad de contenidos, un diseño curricular que no permite un cubrimiento total de los componentes, a que no se le dé la debida importancia o que los docentes que orientan los procesos de enseñanza aprendizaje no cuenten con la preparación didáctica y disciplinar para hacerlo (Gómez, 2011, p. 7).

Analizar los resultados de las pruebas y reconocer la problemática que se está presentando, lleva a pensar que en el ambiente escolar las prácticas educativas no permiten una adecuada comprensión de conocimientos matemáticos relacionados con la medida y su uso en la solución de situaciones cotidianas reales, en este sentido se hace una reflexión a la luz de la comprensión del desarrollo cognitivo y didáctico del concepto de medida, entorno a cuál sería la práctica pedagógica que permitiría a los estudiantes la construcción significativa y

[1] TERCE: Tercer Estudio Regional, Comparativo y Explicativo, en el cual participan alrededor de 15 países incluido Colombia. Se evalúa la calidad de la educación a través del análisis de otros aspectos como el currículo y los factores que están asociados al logro de los aprendizajes. Son áreas de evaluación lenguaje, ciencias, lectura y escritura (UNESCO, 2016).

comprensiva de este conocimiento y con ello la prevención de dificultades, errores y deficiencias en el aprendizaje.

Esta reflexión implica reconocer la existencia de deficiencias a nivel didáctico y disciplinar del conocimiento requerido para orientar adecuadamente los procesos de enseñanza aprendizaje de la medida en la propia práctica y en ese mismo sentido la necesidad de plantear una propuesta que permita a los estudiantes construir un adecuado aprendizaje de estos conceptos.

Con el propósito de fortalecer el saber profesional y la práctica pedagógica con relación a los procesos de enseñanza aprendizaje del concepto de área y favorecer en los estudiantes el acercamiento significativo y útil a este conocimiento y a su uso, se elige implementar la propuesta de Bohórquez (2004) que por sus características, está alineada con planteamientos pedagógicos actuales, atiende a las orientaciones de tratamiento didáctico sugeridas y en esa medida puede ajustarse a los requerimientos de aprendizaje en el contexto educativo nacional y las necesidades de aprendizaje de los estudiantes de un grado quinto de la jornada mañana de una institución educativa oficial del municipio de Soacha Cundinamarca.

1.1. Objetivos

Objetivo general

Establecer qué aspectos vinculados a la comprensión del área, aprenden los estudiantes de un grupo de quinto de primaria, con la implementación de una propuesta basada en la resolución de problemas y el trabajo en colaboración.

Objetivos específicos

- Identificar qué aspectos del concepto de área comprende un grupo de estudiantes de grado quinto de primaria.

- Determinar los aspectos del área que fueron comprendidos al finalizar la implementación de la propuesta.
- Reconocer en qué aspectos vinculados al concepto de área los estudiantes lograron avances con respecto a la comprensión.

1.2. Pregunta orientadora

Teniendo en cuenta estos propósitos la pregunta que orienta este trabajo de investigación en la modalidad de profundización es ¿Qué aspectos vinculados a la comprensión del concepto área, aprende un grupo de estudiantes de un grado quinto de primaria, de una institución educativa oficial del municipio de Soacha con la implementación de una propuesta pedagógica basada en la resolución de problemas y el trabajo en colaboración?

1.3. Antecedentes

En este apartado se describe los aportes más importantes encontrados en la revisión documental y que son de interés para los propósitos del presente trabajo en diversos aspectos como, el planteamiento de la problemática, la formulación del marco teórico, el diseño metodológico, el desarrollo de la práctica pedagógica, la implementación de la propuesta y el análisis de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes con la implementación.

Al respecto, se revisó el documento de Dickson, Brown y Gibson (1991) en el cuál se halló en primera instancia referencia a investigaciones realizadas en contextos internacionales adelantadas con el propósito de indagar acerca del desarrollo de conceptos fundamentales para la comprensión del proceso de medida. Las experiencias y resultados reportados allí se consideraron de utilidad para comprender el desarrollo de los niños con respecto a la

adquisición de estos conceptos y la forma cómo se puede indagar e interpretar las actuaciones de los niños en el desarrollo de las tareas que se les plantean.

En este documento también se encontraron ejemplos de situaciones extraídas de contextos escolares reales, las cuales se consideraron importantes para comprender la dificultad que se le presenta al niño para adquirir una adecuada comprensión del proceso de medida, cuando se emplean para la enseñanza representaciones ideales de las superficies o situaciones alejadas de lo que significa medir en un contexto real. En este sentido la ejemplificación contribuye a comprender los efectos de las prácticas tradicionales asociadas a la enseñanza de las magnitudes que se manifiestan como dificultades, confusiones, errores y deficiencias en el aprendizaje.

Otra fuente importante; en la construcción de este trabajo es el documento de carácter didáctico de Del Olmo, Moreno y Gil (1993) en el que también se encontraron referencias a las investigaciones realizadas por Piaget y otros investigadores, que ponen a prueba y discuten sus experiencias y hallazgos, asi como de otros que exploran el desarrollo de estos conceptos desde la perspectiva del desarrollo del conocimiento matemático e indagan por la comprensión de las propiedades del area, por el paso de estructuras aditivas a estructuras multiplicativas o por la transición de la comprensión de la medida por iteración a la medida como producto de dimensiones lineales. Este documento también aporta y ofrece estas experiencias y resultados de forma explícita mencionando su utilidad para la investigación de estos conceptos así como para el logro de avances en su comprensión mediante su implementación en la enseñanza.

Del trabajo de Del Olmo, Moreno y Gil (1993) se tienen en cuenta en este estudio, los aportes de las investigaciones que se reportan, la propuesta o tratamiento didáctico, secuencial y diferenciado para la enseñanza del concepto de área, del cual se extraen los elementos conceptuales utilizados como fundamento para la construcción del marco teórico ya que las definiciones y referencias hechas por estos autores están relacionadas con los procesos asociados al aprendizaje del concepto de área.

Otro documento de carácter didáctico de igual importancia es el trabajo de Godino, Batanero y Roa (2002) en este se hace una descripción más detallada acerca del desarrollo cognitivo del niño y las dificultades que se le presentan para resolver ciertas actividades relacionadas con la comprensión de los aspectos de percepción, comparación (conservación), presentándose a propósito una serie de actividades sugeridas para lograr el desarrollo de la comprensión de estos aspectos. Los aportes de este trabajo, se emplean en el reconocimiento de la dificultad que conlleva para los niños realizar ciertas tareas asociadas a la percepción, la comparación directa, y conservación del área, debido a su complejidad perceptual, las cuales pueden aún encontrarse en niños mayores según lo reportado en investigaciones posteriores a las realizadas por Piaget, retomadas por Del Olmo et al (1993). Algunas de estas ideas se emplean en la construcción del marco de referencia particularmente las que están relacionadas con el desarrollo del concepto de medida en el niño y el proceso de aprendizaje en el contexto escolar y otras se tienen en cuenta en el análisis de los resultados de los estudiantes tras la aplicación de un instrumento de indagación que tiene como propósito la exploración del aprendizaje del concepto de área.

Con respecto a la enseñanza del concepto de área en la básica primaria, se revisa el documento de Corberán (1996) en el cual se encuentran, sugerencias didácticas y un tratamiento dirigido al aprendizaje de las manifestaciones del área, en el cual se propone inicialmente orientar el proceso hacia la identificación de la cualidad y el reconocimiento de su autonomía (de la forma) y conservación, para lo cual se sugiere el uso de procedimientos geométricos en la realización tareas de comparación de superficies con el propósito de establecer relaciones de equivalencia o inclusión. Posteriormente se sugiere continuar con un tratamiento orientado al reconocimiento de la autonomía (del número) de la cualidad con respecto a la medida, mediante procedimientos de carácter numérico (pavimentación y construcción de fórmulas) en tareas de comparación y medición de superficies cuyo propósito es cuantificar el área. Las ideas de esta autora son significativas, para comprender conocimientos didácticos y matemáticos del concepto de área y abordar de

manera preventiva las dificultades y errores con que pudieran encontrarse los estudiantes, relacionados con la confusión entre magnitudes y el papel de la unidad de medida.

En la revisión de antecedentes también se tuvo en cuenta los aportes de aquellos documentos que tienen un carácter de referente curricular, entre los cuales está el documento de Posada, Gallo, Gutiérrez, Jaramillo, Monsalve, Múnera, Obando, Silva y Vanegas (2006) en el cual se presenta una problemática general relacionada en primera instancia con prácticas tradicionales de enseñanza de las magnitudes o "enfoque aritmético", la cual complejizan con la denuncia del desconocimiento de la enseñanza de las magnitudes y de los elementos didácticos que se recomiendan para su tratamiento en el contexto escolar, unido a esto, presentan una problemática nacional e internacional expresada en los bajos resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas departamentales, nacionales e internacionales en las cuales se evalúa el dominio de conceptos y procedimientos relacionados con el pensamiento métrico, en este sentido hacen una reflexión sobre la necesidad de revisar los conceptos que involucra la enseñanza de las magnitudes y su presentación en la escuela.

Posada et al. (2006) ofrecen una propuesta para la enseñanza de las diferentes magnitudes continuas, presentando los fundamentos, curriculares, históricos-epistemológicos y teóricos generales asociados a las magnitudes y su medida. Esta propuesta se formula en correspondencia con la propuesta de Estándares Curriculares en Matemáticas (2006) y Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) en lo que tiene ver con el desarrollo del pensamiento métrico. En la unidad correspondiente a la magnitud superficie, precisan la problemática particular de la enseñanza de la magnitud, acogen algunas sugerencias didácticas de Del Olmo et al. (1993), Godino et al. (2002) y Chamorro y Belmonte (1994) y plantean una serie de situaciones en un contexto de medición para la enseñanza del concepto de esta magnitud.

El documento de Posada et al., (2006) contribuye a la concepción de este trabajo en varios aspectos, permite formular una problemática puntual relacionada con una práctica pedagógica tradicional y facilita asociar unas situaciones adversas a unos bajos resultados, a

nivel disciplinar y didáctico permite comprender elementos de carácter histórico-epistemológico y teórico, relacionados; con el desarrollo del concepto de magnitud y de número y con la necesidad un sistema estandarizado de unidades de medida. En igual forma proporciona elementos conceptuales y sugerencias didácticas derivadas del trabajo Del Olmo et al. (1993) y de Godino et al. (2002 los cuales son empleados en la construcción del marco teórico.

De otra parte, por su carácter de propuestas para orientar el desarrollo de los proceso de aprendizaje de las magnitudes en el contexto escolar nacional, se revisaron los documentos Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) los cuales permiten identificar unos niveles de complejidad en el aprendizaje de la medida en el contexto escolar, particularmente en la básica primaria y en esa medida contextualizar la propuesta a implementar para el aprendizaje del concepto de área y articularla con las metas de aprendizaje y parámetros de evaluación de la educación en el contexto nacional.

Adicionalmente se revisaron tesis de maestría y se emplearon aportes de aquellas en las cuales se encontró identidad con este trabajo en lo relacionado con alguno o varios de estos aspectos, la problemática de las prácticas de enseñanza en el contexto escolar, el concepto de área, el ofrecimiento de un tratamiento para su adecuada comprensión y una práctica pedagógica que lo favorece. Con respecto al proceso de investigación aquellas que ofrecen aportes en lo que tiene que ver el uso del enfoque experimental y el diseño de la investigación (pretest y postest con un grupo), así como el uso de un análisis cualitativo de los resultados obtenidos.

El primer trabajo de investigación, base de este estudio, corresponde a una propuesta pedagógica diseñada e implementada por Bohórquez (2004) cuyo propósito de investigación fue analizar la incidencia de una práctica pedagógica basada en la resolución de problemas, el trabajo en colaboración y el cabry-geometry en la comprensión de aspectos asociados al

área, investigación que parte de la necesidad de crear un ambiente efectivo en el aprendizaje de conceptos relacionados con la geometría.

El estudio se desarrolló con un grupo de 33 estudiantes de un grado noveno de un colegio femenino de Bogotá, durante un lapso de dos meses y medio, tiempo en el cual se hace la implementación y se recoge la información que permite responden a la preguntas de investigación para lo cual, se aplica un instrumento de indagación al inicio y al final de la implementación, se graban las conversaciones de cuatro grupos de trabajo durante las sesiones de clase, se realizan entrevistas a estudiantes pertenecientes a los grupos de trabajo grabados y se recogen las hojas de trabajo de los estudiantes en la solución de los problemas.

Los resultados de la prueba se someten a un análisis cuantitativo y éste se complementa con un análisis cualitativo de los desempeños de los estudiantes en la prueba para lo cual se hace uso de unas categorías de análisis y unos criterios de categorización, esto tiene como propósito determinar el avance en la comprensión del concepto de área. Los datos obtenidos del uso de las otras técnicas son analizados cualitativamente para determinar la implicación del trabajo en colaboración y el software en el logro de una mejor comprensión de los aspectos del área.

Bohórquez (2004) encuentra en su investigación que las estudiantes logran avanzar en el aprendizaje de los aspectos del área y que lo demuestran en las estrategias generadas para resolver los problemas, con respecto al trabajo en colaboración señala que favorece la ayuda mutua en la comprensión y que facilita la familiarización de las estudiantes con el concepto, con relación a los elementos de su propuesta indica, que en el diseño de las situaciones problema tuvo en cuenta que las estudiantes tuviesen que tratar con los aspectos a través de la generación de estrategias y procedimientos para enfrentarlas y así mismo que el trabajo en colaboración facilitará la confrontación de estrategias y su discusión lo cual incidió en el aprendizaje y se muestra cómo evidencia la efectividad de la propuesta.

Otro trabajo de tesis consultado es el desarrollado por Arenas (2012) cuyo propósito es diseñar e implementar una estrategia para la enseñanza de la geometría, particularmente de las nociones de área y perímetro de figuras planas, idea que parte del reconocimiento de la incorporación cada vez mayor de herramientas tecnológicas para el apoyo de los procesos de enseñanza aprendizaje. En la estrategia propone una serie de actividades en las cuales vincula la manipulación del tangram y el uso de la plataforma moodle en la comprensión de estos conceptos. Está investigación fue adelantada con un grupo de sexto grado integrado por 27 estudiantes con edades entre los 11 y 15 años, en una institución de carácter oficial de Medellín por un lapso de 7 semanas, tiempo en el cual se cumple con unas etapas de diseño, implementación y análisis. De acuerdo con la metodología está es un investigación de tipo cuasi experimental en la cual no se maneja un grupo de control para validar los resultados, se emplea en cambio la aplicación de un análisis pre y post test y se hace el registro de lo observado por el investigador durante la implementación acerca del cambio comportamental y actitudinal de los estudiantes a partir de la estrategia.

De acuerdo con lo observado en el trabajo anteriormente citado, se evidencia la motivación que generada en los estudiantes por el cambio de aula y el uso de los computadores, se reporta la interacción que se da entre ellos al ofrecerse a ayuda en el manejo de la plataforma. En la implementación se declara nuevamente el desarrollo de habilidades sociales, al darse una tendencia al trabajo en grupo, como también a la participación activa de los estudiantes en la construcción de su conocimiento, a partir de la manipulación del tangram. En este sentido señala que el uso de estas herramientas tecnológicas propició un cambio conceptual y actitudinal en los estudiantes hacia el aprendizaje de la matemática. Con respecto al análisis comparativo de los resultados de la primera y segunda aplicación, se muestra un cambio conceptual significativo con respecto a la adquisición de los conceptos de área y perímetro y su distinción. Sugiere la necesidad de modificar los métodos tradicionales abstractos de enseñanza por métodos más lúdicos y atractivos para el aprendizaje. Esta investigación es de interés para el presente trabajo por la metodología empleada para llevar a cabo la investigación, en particular por la forma como se hace y presenta el análisis comparativo de los resultados obtenidos por los estudiantes en la aplicación inicial y final de una prueba, lo

cual tenía como finalidad validar el impacto de la estrategia en el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro.

Finalmente se revisó el trabajo adelantado por Roldán y Rendón (2014) que tiene como propósito la implementación de una propuesta para promover el estudio de los conceptos de área y perímetro de figuras en estudiantes de una institución educativa oficial de la ciudad de Medellín. Este trabajo surge ante el reconocimiento de los bajos resultados obtenidos en el componente geométrico métrico de las pruebas SABER aplicadas en el año 2012. El propósito investigativo es identificar las ideas iniciales de los estudiantes con relación a los conceptos de área y perímetro en figuras planas y las dificultades para la aplicación práctica de estos conocimientos. En la implementación de esta propuesta se abordan elementos relacionados con el modelo socio crítico, modelo pedagógico adoptado por la institución, contexto en el cual se desarrolla la investigación. En línea con estos elementos se hace énfasis en el trabajo colaborativo y cooperativo los cuales consideran fundamentales para fomentar el aprendizaje de nuevos conocimientos y el desarrollo de un espíritu de investigación.

La anterior investigación se adelantó con un grupo de 25 estudiantes de grado séptimo, noveno y undécimo, 19 hombres y 6 mujeres, con edades entre los 12 y los 17 años, los cuales fueron seleccionados atendiendo a su grado de escolaridad y permanencia en la institución, para la conformación de un grupo de trabajo, cuyo objetivo es la detección de situaciones cotidianas en las que las matemáticas son utilizadas y en las cuales también se emplean para dar solución a interrogantes sociales y políticos surgidos a partir de los planteamientos de los estudiantes. En atención al enfoque de la propuesta se utiliza una metodología cualitativa en la cual se emplean las actividades implementadas para hacer la recolección de la información, con este propósito se llevan a cabo conversatorios, entrevistas semi-estructuradas, taller diagnóstico, grupo de discusión y trabajo de campo.

Roldan y Rendón (2014) concluyen en su investigación que una propuesta debe permitir acercarse al conocimiento previo del estudiante, facilitar su intervención a partir de sus

intereses y cuestionamientos, permitir el diálogo con la experiencia de otros, generar espacios para la expresión de la opinión, la crítica y la construcción de acuerdos, lo cual es posible gracias a las actividades empleadas en el desarrollo de la propuesta. Rescatan la importancia de la conformación de grupos heterogéneos de trabajo, indican que facilitan la cooperación, la motivación y la participación activa de cada uno de los participantes y con ello el afianzamiento de los conceptos de área y perímetro. Con respecto a los propósitos de investigación mencionan que es posible al inicio de la implementación identificar las ideas iniciales de los estudiantes sobre el conocimiento del perímetro y el área y durante la implementación hacer que los estudiantes lleguen a reflexionar sobre las falsas relaciones entre los conceptos. Entre las sugerencias presentan, el fortalecer desde la educación primaria conceptos geométricos básicos, un cambio en el modelo de enseñanza teniendo en cuenta las sugerencias pedagógicas acerca del trabajo colaborativo, para lo cual es indispensable el entrenamiento de los profesores y su compromiso, un reorientación del tratamiento de la magnitud a través del ofrecimiento de situaciones de aprendizaje donde sea el estudiante quien construya el concepto a partir de procesos de medición observando la importancia que tiene la comunicación de la medida y la utilización de diferentes procedimientos para hallar el área.

La anterior investigación contribuyó a identificar propósitos comunes entorno a la problemática, y articular este trabajo con las sugerencias presentadas, en particular las que tienen que ver con el fortalecimiento de los conceptos geométricos en la primaria , el cambio de modelo de enseñanza por una práctica que favorezca la construcción del conocimiento por parte del estudiante a partir de la interacción con otros (el trabajo cooperativo), así como la implementación de situaciones en las que los estudiantes desarrollen procesos de medición para la comprensión del concepto de área.

En síntesis la revisión de propuestas, permite identificar tendencias que orientan hacia el diseño e implementación, de estrategias pedagógicas, en las cuales se da lugar a la participación activa del estudiante en su proceso de aprendizaje y se facilitan los espacios

sociales que permiten las interacciones que promueven que se dé el aprendizaje en el contexto escolar.

1.3.1. El concepto de área

En la implementación de una propuesta que busca favorecer el aprendizaje del concepto de área se hace necesario como parte de la construcción conceptual requerida para orientar los procesos de aprendizaje detenerse un momento en hacer claridad sobre este concepto. Con este propósito se emplean a continuación las definiciones y referencias encontradas en los diferentes documentos relacionados en los antecedentes, en un intento por establecer un significado del término área y su distinción con término superficie, así como las posibles consecuencias que pudiera tener ello en el proceso de aprendizaje.

El área se concibe desde la propuesta de Lineamientos (MEN, 1998, p. 42) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006, p.63) como una "magnitud" término general bajo el cual se denomina un tipo de conocimiento conceptual asociado al desarrollo del pensamiento métrico, el cual hace referencia a una cualidad susceptible de medirse y en el sentido del aprendizaje al dominio de una serie de habilidades, conceptos y procedimientos que están involucrados en la adquisición significativa y comprensiva de este concepto.

En correspondencia con la idea del área como magnitud Godino et al., (2002) la definen de forma similar, refiriéndose a ella como una característica variable en los objetos en atención de la cual es posible medirlos y compararlos, al respecto menciona: "…una propiedad de los objetos o fenómenos susceptible de tomar diferentes valores numéricos [...] cualquier aspecto de las cosas que puede expresarse cuantitativamente [...] cantidad es el aspecto por el cual se diferencian entre sí las porciones de la misma cosa o conjuntos de la misma clase…". (Godino et al., 2002, p. 615)

De acuerdo con la referencia encontrada en los Estándares Básicos de competencia y el planteamiento de Godino et al., (2002) queda claro que no es posible construir un concepto del área o definirla sin tener en cuenta su carácter de magnitud, es decir sin reconocer su estrecha relación con la percepción de la cualidad y de su comparación.

Con respecto a la distinción entre el concepto de área y superficie es importante mencionar que en los diferentes documentos consultados se denomina la cualidad o magnitud bajo el término área, sin embargo es importante en la claridad de los conceptos establecer la diferencia entre ellos, con relación a lo cual Godino et al., (2002) ofrece un distinción a partir del reconocimiento de la forma y la medida señalando los siguiente:

> "…Si nos fijamos en los cuerpos o figuras geométricas debemos distinguir entre la forma que tienen (esférica, piramidal, rectangular, plana, alabeada, etc.) y la mayor o menor extensión que ocupan. La palabra superficie se debería reservar para designar la forma del cuerpo o figura (superficie plana, alabeada, triangular), mientras que la palabra área debería designar la extensión de la superficie. El rasgo o característica de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el área o extensión" (Godino et al., 2002, p.623)

De acuerdo con lo expuesto es posible referirse a la superficie como cualidad y al área como su medida o referirse al área para hablar de la cualidad y de la medida no dando lugar o confusión, en este trabajo se acoge la definición dada por Del Olmo et al., quienes no presentan las distinciones anteriormente mencionadas, (aunque reconocen que algunos autores las hacen) prefiriendo referirse al área "como una cualidad que puede medirse a través de sus unidades" (Del Olmo, et al ., 1993, p.15).

Con relación a la implicación que puede tener la introducción de esta distinción en la enseñanza del concepto, se acoge la sugerencia presentada en el documento Las magnitudes y su medida en la básica primaria, según la cual se menciona no es útil hacer que los estudiantes adquieran formalmente las nociones de área y superficie, en su lugar tiene mayor sentido para quienes están en proceso de adquisición acercarse al conocimiento a través de situaciones de medida en las que se pongan en juego la

comprensión de la noción que tienen de área (Las magnitudes y su medida en la educación primaria, p. 224). [2]

1.3.2. El área: Contexto escolar y contexto real

En este apartado se menciona cómo el uso exclusivo de representaciones figúrales (por ejemplo rectángulos) presentados en el contexto escolar con el objetivo de enseñar el área puede llevar a la confusión entre la medida entera y la medida exacta, en oposición se señala como las situaciones reales en las que se presenta la medida del área pueden llevar a una comprensión de la naturaleza de la magnitud y del proceso de medida.

En los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) se hace una advertencia importante con respecto al uso de la representación de la superficie de forma rectangular como medio para acercar a los estudiantes a la comprensión del concepto de medida, al respecto se menciona que su uso es apropiado como acercamiento inicial al concepto de área, sin embargo se señala que es necesario realizar otras actividades que le permitan a los estudiantes llegar a una mejor comprensión del proceso de medida, ya que su uso exclusivo puede llegar a promover un carácter discreto y exacto, que si no se supera oportunamente, obstaculiza el desarrollo de los procesos de medición.

Lo dicho anteriormente tiene relación con la confusión que se presenta entre la medida entera y la medida exacta del área, lo cual se presenta porque el uso de las representaciones mencionadas y el procedimiento utilizado para hallar el área (conteo de unidades enteras que cubren la superficie) facilita creer que dar como el área un número entero de unidades es ofrecer una medida exacta. Esta dificultad fue reportada inicialmente por Dickson et al.

[2] Recuperado de http//aplicaciones2. Colombiaaprende.edu.co/ntg/ca/Modulos/magnitudes/docs/LAS%20MAGNITUDES%20EN%20LA%20EDUCACION%20PRIMARIA.pdf

(1991, p.102) para referirse a los problemas que son planteados a los estudiantes en el contexto escolar, con el propósito de estudiar el área; dichos autores mencionan que con la presentación de estas representaciones se priva al estudiante de una comprensión profunda acerca del proceso de medición el cual es caracterizado por la aproximación y el error y en el cual la exactitud tiene una precisión aproximativa dada la naturaleza de la magnitud. Estos autores mencionan que en situaciones reales, es posible que al intentar cubrir una superficie, las unidades utilizadas no la recubran exactamente presentándose huecos o solapamientos, con lo cual se hace evidente que la medida de magnitudes continuas solo puede ser aproximada.

En este sentido sólo cuando el estudiante se da cuenta de que la superficie no es cubierta por un número de unidades completas tiene la oportunidad de preguntarse cómo mejorar la medición y en esa vía encontrar un procedimiento que le permita comprender que el uso de unidades de menor área o subdivisiones de la unidad de medida usada inicialmente, pueden ser estrategias convenientes para solucionar esta situación, hecho fundamental en la adquisición de compresiones adecuadas con respecto a la medición.

De modo similar, Dickson et al., (1991) señalan la existencia de un "conflicto entre el mundo real" y "el diseño del mundo con fines educativos", asunto importante relacionado con las situaciones cotidianas en que se presenta la necesidad de medir el área y las representaciones a través de las cuales se enseña a hacerlo, al respecto estos autores presentan un ejemplo para ilustrar que en el mundo real las superficies presentan formas irregulares cuya medición no se aborda regularmente en el contexto escolar, lo cual deja al estudiante sin herramientas para enfrentarse a la medida en su contexto cotidiano.

Todo lo dicho anteriormente se resume en la siguiente idea extraída de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1991) "Siempre que al medir podamos refinar la medida indefinidamente tomando unidades más y más pequeñas estaremos ocupándonos de una variable continua" (p. 44) y se podría agregar que esto es lo fundamental para el aprendizaje

de la medida del área en el contexto escolar lo cual no se puede lograr sino a partir del ofrecimiento situaciones de medición más próximas a la realidad.

1.3.3. La comunicación de la medida y el uso del sistema métrico decimal

La adopción de un sistema estandarizado de medida está relacionada con la necesidad de medir y de expresar el resultado de la medición, de un modo abreviado y directo a personas que se encuentran alejadas de nosotros por el tiempo y el espacio (Godino et al., 2002, p. 617); en este sentido, su uso permite por un lado hacer más efectiva está comunicación y otro que se puedan efectuar medidas más precisas y consistentes con la seguridad de que las medidas que son estándares en un lugar también lo son en otro.

El Sistema Métrico Decimal, es el sistema métrico que se usa en muchas partes del mundo y que ha hecho posible la comunicación y entendimiento de las medidas, en el mundo actual (Godino et al., 2002, p. 640). De allí que el aprendizaje del sistema métrico decimal ocupe un lugar importante en el proceso de adquisición de la medición de cualquier magnitud en el contexto escolar, aspecto en el cual la percepción personal de esta necesidad por parte del estudiante juega un papel importante en la comprensión de su significado y utilidad (Posada et al., p. 65) como la preparación para un mundo en el que se utilizan estas unidades para realizar y comunicar las medidas y en que el que se requiere comprender y expresar lo que significa la escritura una medida.

La incomprensión del sistema métrico se ve refleja en la escritura incorrecta del resultado de un medida, en la que no se tienen en cuenta escribir la unidad con que se ha medido, o se escribe una, que desde la percepción de quien si está familiarizado con ella le resulta imposible y por tanto errónea, estos errores son reportados con frecuencia en la literatura y se asocian con el uso de una metodología tradicional de enseñanza a través de la cual los

estudiantes no tienen la oportunidad de participar en la realización de mediciones y por tanto en la comprensión necesaria en la comunicación de la medida.

Al respecto en el documento Las magnitudes y su medida en la educación primaria se señala lo siguiente:

> "…entre los errores y dificultades que se dan en las mediciones directas podemos señalar lo siguientes: evaluar la magnitud de una medida solo por el número que la expresa, olvidando la unidad que se ha utilizado […] elección de una unidad de medida inadecuada, uso inadecuado de instrumentos [... escritura errónea o sin sentido de los resultados de una medición; problemas con las representaciones en los que interviene un origen y una escala" (p. 229).[3]

Para finalizar se podría agregar que en la comprensión de la utilidad del sistema métrico y la prevención de estas dificultades se precisa de situaciones reales en las cuales sea necesario medir y comunicar la medida, aspectos cuya atención debe ser uno de los propósitos principales en el desarrollo del proceso del aprendizaje.

[3] Recuperado de http//aplicaciones2. Colombiaaprende.edu.co/ntg/ca/Modulos/magnitudes/docs/LAS%20MAGNITUDES%20EN%20LA%20EDUCACION%20PRIMARIA.pdf

Capítulo 2. Marco teórico

En este capítulo se describen los elementos conceptuales que constituyen el conocimiento disciplinar y didáctico necesario para orientar el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de área, durante la implementación de una propuesta pedagógica para su aprendizaje. Estos constituyen a su vez el conocimiento requerido para hacer el análisis de los desempeños de los estudiantes en la aplicación de un instrumento de indagación que tiene como propósito establecer la adquisición de la comprensión del concepto por parte de un grupo de estudiantes de grado quinto de primaria.

Para alinear está propuesta con las orientaciones y metas educativas que se proponen para la enseñanza y evaluación del aprendizaje en el contexto educativo nacional, bajo parámetros de pruebas externas como la prueba SABER, se toman las sugerencias presentadas en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998, p. 41-46) para orientar los procesos de enseñanza aprendizaje del pensamiento métrico; en particular los conceptos y procesos relacionados con la comprensión de las magnitudes, la medida y el uso de los sistemas métricos, así como los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006, pp.63-83) en los cuales se precisan los aprendizajes esperados con relación a la comprensión de estos conceptos y procedimientos.

2.1 Referentes curriculares

Para establecer de qué forma la propuesta atiende al desarrollo del concepto de magnitud área y a los procesos que involucra su aprendizaje, se revisaron los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), documento en el cual se expone de manera general y breve cada uno de los conceptos y procedimientos requeridos tanto para la construcción del concepto, como para el desarrollo de los procesos asociados a la comprensión de medida y el uso de sistemas métricos.

Los conceptos y procedimientos sugeridos para la construcción del concepto de cualquier magnitud en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998, pp. 41-46) son:

- La construcción de conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de procesos de conservación de las magnitudes.
- La estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes y los aspectos de "capturar lo continuo con lo discreto"
- La apreciación del rango de las magnitudes
- La selección de unidades de medida, patrones y de instrumentos y procesos de medición.
- La diferencia entre la unidad y los patrones de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.

De acuerdo con estas orientaciones el tratamiento de una magnitud inicia desde la creación y abstracción de la cualidad que es objeto de la medición, hasta la adquisición de habilidades necesarias para llevar a cabo mediciones de mayor complejidad con unidades estandarizadas. En correspondencia con el desarrollo de estos procesos se sugiere su tratamiento en el contexto escolar.

Así mismo, refiriendo a lo presentado en los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006, p.83), respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se encontró que la adquisición de habilidades, conceptos y procedimientos relacionados con la compresión de las magnitudes abarcan la totalidad del currículo de la básica primaria, de tal manera que los estándares formulados para el desarrollo de pensamiento métrico en el primer ciclo (1° a 3°) como en el segundo (de 4° a 5°), exista una coherencia vertical que vaya conduciendo al dominio de la magnitud desde niveles de complejidad mayor, a medida que el estudiante avanza en dicho grupo de grados.

En consonancia con lo anterior, se espera que el estudiante de grado quinto se encuentre preparado para enfrentar diversas situaciones en donde intervienen magnitudes y que esté en capacidad de distinguir ordenar y comparar, diferentes atributos medibles en objetos y

fenómenos, atendiendo a la selección de unidades, patrones e instrumentos adecuados para realizar diferentes mediciones, al uso y justificación de la estimación en diferentes contextos de la vida social y de las ciencias.

Al respecto es importante aclarar que la implementación de la propuesta busca favorecer la construcción del concepto de la magnitud área y el desarrollo de los procesos involucrados en su medida, los cuales se describen en el proceso de enseñanza sugerido por Del Olmo et al., (1993) y guardan relación con los procesos generales descritos en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), particularmente aquellos relacionados con la construcción de la magnitud y el proceso de medida.

2.1.2. Estudio del área en el contexto escolar

Es de señalar que el estudio de la magnitud área en el contexto escolar tiene gran importancia al considerarse un concepto que está presente en una variedad considerable de situaciones que hacen parte de la vida cotidiana. En este sentido es un conocimiento matemático que permite que el estudiante de significado y utilidad a las matemáticas que aprende.

La adquisición del concepto de área presenta a los estudiantes la oportunidad de aprender y aplicar habilidades sensoriales, conceptos y procedimientos que hacen parte de otros pensamientos, particularmente de los pensamientos numérico y geométrico, así como establecer nexos con otros campos como las sociales, las ciencias y el arte (Godino, Batanero y Roa, 2002, p. 639).

A continuación se relacionan los principales referentes utilizados en este trabajo, haciendo la salvedad de que los conceptos son referenciados en mayor medida desde Del Olmo et al.,

(1993); y que se utilizan como aportes a la conceptualización las ideas encontradas en Dickson, Brown y Gibson (1991); Corberán (1996); Godino, Batanero y Roa (2006); y finalmente desde la propuesta de Posada, Gallo, Gutiérrez, Jaramillo, Monsalve, Múnera, Obando, Silva y Vanegas (2006).

2.1.3. Situaciones en que se presenta el área

Para que el estudiante comprenda el significado de la magnitud y de la medida se hace necesario ofrecer una serie de contextos que le permitan apreciar las múltiples aplicaciones que tiene en la cotidianidad este concepto y que se le presenten una serie de situaciones donde su uso sea indispensable para dar solución a problemas prácticos (Posada et al., 2006); ya que como indica (Las magnitudes y su medida en la educación primaria, p. 229) "podemos señalar que la primera dificultad en el estudio de las magnitudes nace al abordar éstas separadas de los fenómenos y situaciones en los que se presentan". [4]

Así mismo, Del Olmo et al. (1993, p. 19-21) presentan tres aproximaciones a partir de las cuales puede construirse el concepto de área: repartir equitativamente, comparar y reproducir y medir. Las cuales se sintetizan a continuación.

Repartir equitativamente. Se refiere a aquellas situaciones en las que dado un objeto hay que repartirlo. Hecho muy común en la vida cotidiana y que se puede resolver utilizando procedimientos como:

- Aprovechamiento de regularidades. El cual consiste en descubrir ejes de simetría en los objetos que se desea repartir.
- Estimación. En este caso se puede superponen las posibles partes que se van equilibrando, en este caso los repartos tienen un carácter aproximativo.

[4] Recuperado de http//aplicaciones2. Colombiaaprende.edu.co/ntg/ca/Modulos/magnitudes/docs/LAS%20MAGNITUDES%20EN%20LA%20EDUCACION%20PRIMARIA.pdf

- Medida. Consiste en medir la cantidad a repartir, dividir el resultado de esa medida entre las partes deseadas y luego medir cada uno de ellas.

Comparar y reproducir. Se incluyen las situaciones en las que hay que comparar dos superficies y aquellas donde se quiere obtener una superficie con diferente forma. Pueden resolverse mediante los siguientes procedimientos:

- Por inclusión. Donde la comparación es directa pues exige que una superficie esté contenida en otra de área mayor.
- Por transformaciones de romper-rehacer. Consiste en descomponer una superficie en diversas partes y organizarlas posteriormente obteniendo superficies diferentes con la misma área.
- Por estimación. Proceso en el que para comparar hay que pensar en una área que no está presente.
- Por medida. Consiste en utilizar procesos de pavimentado o instrumentos de medición para dar con exactitud la medida. También se puede utilizar para tener copias de otra superficie.
- Por medio de funciones. En matemáticas superiores las superficies suelen presentarse por medio formulas y para comparar dos de ellas u obtener una reproducción se recurre a funciones que conservan el área.

Medir. Incluye situaciones en las que el área aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir, valorar. Su realización puede efectuarse mediante cuatro formas:

- Por exhaución con unidades. Donde se recubre una superficie con unidades de medida y en aquellas partes donde no quepan se recurre a rellenar con unidades de área inferior a la primera. Esta técnica también se puede emplear para medir cualquier superficie irregular.
- Por acotación entre un valor superior e inferior esta forma de estimación “consiste en aproximar la superficie desde su interior. Se acude a superponer una rejilla a la superficie que se desea medir y contar el número de unidades que son totalmente interiores a la superficie y por otra parte el número de cuadrados que intersecan, así

se obtiene una medida por defecto y otra por exceso. Si se quiere refinar la medida se puede acudir a utilizar una rejilla más fina.

- Por transformaciones de romper y rehacer; en aquellas situaciones donde se debe descomponer una superficie dada en otras superficies para poder hallar su medida. Así se suele obtener las fórmulas en el contexto escolar.
- Por medio de relaciones geométricas este procedimiento consiste en la obtención de un área por medio de fórmulas, midiendo en primer lugar, las dimensiones lineales de la superficie calculada.

Es importante aclarar que las situaciones problemas, correspondientes a la propuesta que se implementó cumplían con la característica de ser situaciones reales en las que se presenta el área y que requieren de su uso para ser resueltas. Bohórquez (2004, p.13), hace explícito en su propuesta que las situaciones problema diseñadas por él, corresponden a problemas auténticos en su relación con la vida real,[5] haciendo una distinción importante con los problemas rutinarios que se presentan en los libros de texto, utilizados para la enseñanza en el ámbito escolar.

2.2. Aspectos asociados al aprendizaje del concepto y medida del área

Los conceptos: percepción, comparación, medida, aritmetización y estimación corresponden a las etapas del proceso de enseñanza para la adquisición del concepto área propuestos por Del Olmo et al. (1993, pp. 47-96). En su descripción se emplean los aportes de autores, que hacen la distinción de estos como procesos que corresponden al desarrollo cognitivo y progresión del aprendizaje del niño y en correspondencia a procesos en el estudio del área

[5] El término "auténticos" es usado por Bohórquez (2004, p.13) para referirse al principio constructivista "desempeños auténticos" el cual hace referencia a los problemas que enfrentan los especialistas de las disciplinas que las practican o utilizan en el mundo real.

en el contexto escolar,[6] así como los aportes relacionados con las sugerencias didácticas para su tratamiento.

La importancia que tiene el aprendizaje de estos aspectos es la consideración teórica que se hace de estos como conceptos y procesos previos requeridos para la adecuada comprensión de la aritmetización de área y como conceptos y procedimientos que a su vez permiten construir y manejar el área en las distintas situaciones en que se presenta. (Posada et al., 2006).

2.2.1. Percepción

El desarrollo del proceso de medida inicia con el reconocimiento de la cualidad que se desea medir, en la literatura se señala que la cualidad no está dada en los objetos, sino que se requiere de una actividad creadora del cerebro y de una actividad humana previa para abstraerse y crearse en el objeto. En este sentido se hace la precisión de que los niños requieren de tiempo para poder construir en el objeto la magnitud (MEN, 2006, p.42).

Distintos autores llaman la atención sobre el desconocimiento que se hace de este hecho en el contexto escolar, señalando que es común la creencia de que el estudiante ya ha construido la cualidad de modo intuitivo y por consiguiente que no es necesario realizar actividades prácticas para su descubrimiento, así que el desarrollo de esta capacidad se deja al azar y no llega a ser objeto del tratamiento didáctico.

Al respecto Posada et al. (2006, p.22) mencionan en su crítica, que en los textos escolares al referir a las magnitudes: "No hay un tratamiento previo de la cualidad como tal que permita

[6] Godino (2006) realiza dicha distinción al referir el "Desarrollo cognitivo y progresión del aprendizaje" así como al abordar las "facetas y etapas en el estudio de la medición en la escuela".

percibirla; esto es, aislarla y distinguirla de las demás cualidades propias del objeto situación que desde la perspectiva del adulto, para el niño es obvia y no parece esencial".

Del Olmo et al. (1993) mencionan que es el profesor quien debe ayudar al estudiante a percibir los atributos medibles, presentándole actividades variadas con material no estructurado y estructurado que contribuyan a que el niño realice aproximaciones al área desde la noción de recubrimiento por repetición de una unidad.[7]

Siguiendo estas sugerencias, Posada et al. (2006) mencionan que esta idea también puede desarrollarse a través del trabajo con unidades no estándar (figuras geométricas) con la cuales los estudiantes pueden acercarse al descubrimiento de la cualidad (MEN; 1998, p. 44) y a la idea de descomposición de la superficie,[8] como medio más conveniente para medirla.

2.2.2. Comparación

Una vez percibida la cualidad de algún objeto es natural que se compare con la misma cualidad que tienen otros objetos, en estas primeras comparaciones se acude a las impresiones sensoriales acerca del tamaño y no se requiere habilidad numérica para hacerlo ya que el propósito no es indicar una medida en principio sino establecer una relación entre el tamaño de los objetos. Al respecto Del Olmo et al. (1993) señalan que las comparaciones de objetos con respecto a esa cualidad se realiza mediante los términos relacionales "más

[7] Del Olmo et al. (1993) presentan como material no estructurado al que está fácilmente disponible para que el niño realice actividades de cubrimiento de objetos como alimentos, cáscaras de alimentos, rollos de papel, etc. Y describen como material estructurado al material didáctico del que se dispone en el medio educativo como tangram, poliminós, polihexes, polidiamantes y poliábolos.

[8] Posada et al. (2006) mencionan la descomposición como una propiedad del área, relacionada con su carácter de magnitud extensiva.

que", "menos que" y "tanto cómo" y que el uso de este último término comparativo supone la adquisición de igualdad respecto de esa cualidad y, por tanto de cantidad de magnitud.[9]

En correspondencia con las ideas de Del Olmo et al., (1993) en cuanto a la realización de estas comparaciones iniciales Corberán (2006) manifiesta que tienen como propósito establecer relaciones equivalencia o desigualdad entre las áreas comparadas y no su cuantificación "…el objetivo no es cuantificar el área si no comparar áreas de superficies para establecer entre ellas relaciones de desigualdad o inclusión, pudiendo en determinadas ocasiones concretar el tipo de relación por ejemplo: que una área es el triple de la otra. (p.6)

De acuerdo con esto, las comparaciones, se pueden realizar por medio de procedimientos geométricos, los cuales son: estimación, superposición, recorte y pegado, descomposición conveniente de la figura, reconfiguración por complementariedad de formas de las partes en que se ha dividido la superficie, descomposición conveniente de la figura con posterior reconfiguración por complementariedad de formas.

Estos mismos procedimientos son sugeridos también por Del Olmo et al. (1993) quienes señalan que las áreas pueden compararse directamente, si una es parte de la otra o indirectamente mediante transformaciones de romper y rehacer.[10]

Es importante hacer énfasis a la sugerencia que hace Del Olmo et al. (1993, p. 51) acerca de la de la utilización de las transformaciones romper rehacer para que los estudiantes puedan comprender la invariancia del área. Pues es precisamente la disociación entre el área y la forma de una superficie, la evidencia de la adquisición del concepto de conservación,[11] el cual se considera fundamental para la consolidación del concepto de área.

---

[9] Posada et al., (2006) citando las palabras de Godino (2006) define cantidad de magnitud "aquello que tienen en común, los elementos iguales entre sí, todos los objetos que tienen la misma cantidad de magnitud forman una clase de equivalencia".

[10] Las transformaciones de romper rehacer consisten en descomponer una superficie en diversas partes y reorganizarlas posteriormente obteniendo formas diferentes que tiene la misma área (Del Olmo et al., 1993).

[11] Algunos autores como Dickson et al. (1991, p. 92) mencionan atendiendo a los aportes de Piaget que la conservación y la transitividad" son dos operaciones fundamentales en las que se basa el proceso de medida

Del Olmo et al. (1993, p. 12) definen la conservación como "cierta cualidad de los objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos". De forma similar Godino (2002, p 673) la define como "…la invariancia de cierta cualidad, en determinado objeto, cuando se realizan determinadas transformaciones sobre dicho objeto".

Con respecto a desarrollo cognitivo del niño y el proceso de aprendizaje de la conservación Godino (2002) señala que un niño ha adquirido la capacidad si no se deja llevar por su percepción, menciona que no cometer errores de este tipo es señal de que el niño ha adquirido la capacidad de conservación con respecto a una determinada propiedad.

Es de señalar que en el medio educativo las transformaciones de romper rehacer ofrecen experiencias a los estudiantes que además de permitir la captación de la conservación les permiten explorar las relaciones entre, área y perímetro, entre área y las dimensiones de una figura, el área y la forma, la relación entre áreas. Al respecto Corberán (2006, p.6)) señala que los procedimientos geométricos juegan un papel significativo en la interpretación del concepto de área y que aquellos referidos a la diferenciación entre área y forma, así como del perímetro de la superficie, favorecen el trabajo con el área como magnitud autónoma, evitando la confusión entre las magnitudes.

Algunos procedimiento planteados por Del Olmo et al. (1993) para abordar la comparación de modo directo y cuantitativo, están relacionados con el uso de rejillas o pavimentación,[12] lo cual se desarrollará con más detalle en el siguiente apartado.

[12] En el texto de Del Olmo, Moreno y Gil (1993) la pavimentación se refiere a recubrir con figuras semejantes que tienen la misma forma que la superficie a medir (p.66).

2.2.3. Medida

En la literatura se menciona que medir es comparar una magnitud objeto de la medida, con otra que se utiliza como referente, para establecer cuántas veces está contenida la cantidad utilizada como referencia en la cantidad a medir en el objeto que se está midiendo, esta acción dará como resultado el número de unidades que se requiere para cubrir la superficie o medida del área (Godino, et al., 2002, p. 616).

El proceso de medida para obtener el área previa a la aritmetización es el recubrimiento que como ya se dijo es útil en el contexto escolar para el descubrimiento de la magnitud y para realizar un acercamiento a la medida del área a través de la aproximaciones. El recubrimiento también permite al estudiante ir adquiriendo la idea de subdivisión[13] del área en partes iguales o descomposición del área.

Del Olmo et al. (1994, p.64) sugiere que se aborde la pavimentación con la exploración de recubrimiento de superficies con el uso de diferentes figuras geométricas que "teselen" el plano,[14] es decir con el uso de distintas figuras geométricas, que pavimentan adecuadamente la superficie, de las cuales puede usarse alguna de ellas o su combinación, experiencia tras la cual es común que, se elija el cuadrado como la más conveniente pues cumple más fácilmente con las características de la unidad; de fácil reproducción, fácil descomposición y total recubrimiento (Corberán, 1996, p. 7).

La utilidad de las actividades de "pavimentación" es que permiten el paso de estructuras aditivas,[15] a estructuras multiplicativas, debido a ello el uso de estas actividades, facilita a los estudiantes la adquisición de la aritmetización del área modo significativo y comprensivo

[13] Posada et al. (2006) menciona que este concepto es tomado De Olmo, Moreno y Gil (1993).

[14] Del Olmo et al. (1993, p. 46) lo utilizan para referirse al proceso de pavimentación.

[15] Del Olmo et al. (1993, p. 46) se refieren a la iteración como la recubrimiento por repetición de un unidad.

(Del Olmo et al., 1993, p.46), ya que les permite comprender cómo se puede pasar de contar las unidades para obtener la medida a la multiplicación de la medida de las dimensiones (largo y ancho) para obtenerla.

En el proceso de adquisición de la medida en el contexto escolar es importante brindar la oportunidad a los estudiantes de apreciar ciertas cuestiones relacionadas con las características de la unidad y de su papel como intermediario que permite la comparación, ya que están íntimamente relacionadas con la adquisición del concepto y la compresión de la medida.

Lo primero que un estudiante debe captar es el papel que juega la unidad en el proceso de medición, en este sentido se sugiere presentar experiencias de medición que brinden la oportunidad al estudiante de percibir que el valor del área o número de unidades requeridas para recubrir la superficie, depende del tamaño de la unidad que ha sido elegida para hacer la medición, la comprensión de esta relación le permitirá al estudiante hacer valoraciones adecuadas sobre el resultado de una medición, entendiendo que entre más pequeña sea la unidad habrá necesidad de reiterar la un número de veces mayor para llegar a cubrir la superficie medida, caso contrario cuando el tamaño de la unidad es mayor (Dickson et al., 1991, p. 97)

En la literatura se menciona que es frecuente que los estudiantes realicen juicios equivocados sobre el resultado de la medida cuando no han tenido la oportunidad de apreciar la relación inversa entre el tamaño de la unidad y el número de unidades utilizadas para la medida, hecho que solo se puede apreciar cuando se mide y se acude a la utilización de diferentes unidades para la obtención del área, los distintos valores que puede tener el área están dados en atención al tamaño de la unidad que ha sido empleada para su comparación.

Corberán (1996, p.10) señala que es precisamente la comprensión de esta relación, lo permite la adquisición de "la disociación del área del número que la mide" o "el concepto de área como magnitud autónoma".

Con respecto a las características de la unidad, es importante que los estudiantes tengan a la oportunidad de darse cuenta que la unidad se puede dividir en partes iguales al igual que puede hacerse con la superficie, hecho que pone en evidencia el carácter continuo del área (que puede ser medida, con el uso de unidades más pequeñas para refinar la medida). Si el propósito de esta medición es cuantificar el área, la compresión de esta propiedad de la superficie, facilita la asignación de un número al área, el cual puede ser que no sea un número entero.[16]

Cómo ya se había mencionado con relación al papel de la unidad de medida en el proceso de medición es importante que el estudiante comprenda las características de una adecuada unidad de medida, lo cual puede aprenderse como ya mencionó mediante la realización de actividades de pavimentación; estas propiedades de acuerdo con Corberán (1996, p. 7) son: cubrir exactamente (que se pueda cubrir tanto con ella como con sus partes), ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no dejar huecos en el momento de recubrir la superficie con sus unidades o fracciones.

En la medida con el uso de unidades de medida estandarizadas[17] también hay unos asuntos de importancia que se abordaran no sin antes recordar que la medición estandarizada surgió de la necesidad de encontrar patrones fijos para realizar las medidas ante la variación del resultado de la medición con el uso de referentes corporales.

[16] Posada et al. (2006, p.45) señala que hay dos tipos de medición directa e indirecta y en ambas se pueden obtener medidas enteras o medidas racionales.

[17] Del Olmo et al. (2006, p. 71) señala que la medición estandarizada, se refiere al uso de unidades del sistema métrico decimal que para el caso del área, son derivadas de las unidades de longitud.

En este sentido como ya se había indicado al inicio de este apartado, la necesidad de unidades de medida surge como una exigencia social inicialmente relacionada con las actividades de construcción y comercio. Al respecto Dickson et al. (1991, pp. 88-89) refiriéndose al desarrollo histórico de la medida señala este hecho y lo vincula de forma interesante con su desconocimiento a la hora de iniciar la enseñanza de la medida, hecho con el que se inicia también su incomprensión.

Dickson et al. (1991, p. 88-89) menciona que el énfasis puesto en el número y su enseñanza ha llevado a que los niños sean introducidos al conocimiento de la medida a través de instrumentos refinados y complejos como el sistema métrico decimal, con lo cual indica se les ha alejado de la posibilidad de reconocer "los principios en los cuales se funda la medición" y por ende se les ha impedido acercarse al desarrollo histórico de la medida, trayendo como consecuencia, que no perciban la necesidad de medir, no sepan que la unidad de medida emergió de una "noción de igualdad socialmente aceptada" al comparar el tamaño, la importancia , el valor, hecho que se aprecia en situaciones comerciales o de trueque. Este tratamiento inadecuado, lleva a que los niños no reconozcan que a partir de la repetición de una única unidad de medida el hombre llegó al número y al recuento y que esta situación dio paso a la necesidad de patrones fijos de medida.[18]

Lo que se describe es la usual introducción a la medida de forma tradicional con el uso de unidades estandarizadas, sin previo tratamiento de las magnitudes y otros conceptos y procesos requeridos para su utilización con significado y sentido, a lo cual se atribuye generalmente las deficiencias de los estudiantes en los aprendizajes relacionados con el proceso de medida.

[18] En los lineamientos (MEN, 1998, p. 45) se llama atención acerca de la distinción entre patrón y unidad de medida al respecto señalan que el patrón es más concreto y la unidad es más abstracta, señalan que el patrón debe tener en lo posible una unidad de área para el caso de la medida de la superficie, pero que la unidad no tiene por qué estar asociada a un patrón, de este modo señalan que un cualquier patrón puede usarse, no necesariamente el cuadrito de un centímetro de lado, también lo puede ser el triángulo de un centímetro cuadrado de área.

Para finalizar este apartado también es necesario retomar los asuntos pendientes en torno a la utilización del sistema estandarizado de unidades o sistema métrico decimal, [19] o sistema métrico decimal, según el cual las unidades de medida para el área son derivadas de las unidades empleadas para medir la longitud, [20] cuya unidad fundamental es el metro con sus correspondientes múltiplos y submúltiplos.

La utilización de unidades estandarizadas, tiene un sentido más real con respecto a lo que se hace en la práctica o en la medición de cantidades de magnitud en la situaciones cotidianas, de acuerdo con Del Olmo et al. (1993, p.71) en la práctica el uso de unidades bidimensionales para medir el área sería algo poco práctico "por su dificultad para la materialización de las unidades" pero en el contexto escolar su utilización o ejemplificación tiene la utilidad de familiarizar al estudiante con el tamaño o cantidad que representa una unidad, permitirle compararla en relación de tamaño o cantidad con respecto a unidades mayores (múltiplos) o menores (submúltiplos) y diferenciarlas de las unidades de medida empleadas para medir longitudes.

En correspondencia a la utilización de unidades derivadas de la longitud, para la medición práctica de magnitudes se emplea, las dimensiones lineales, y se utilizan los mismos instrumentos que se emplean para medir longitudes (De Olmo et al., 1993, p. 75).[21]

[19] Posada et, al. (2006, p.36) plantean que un sistema de unidades incluye; los patrones de medida, un método para formar unidades mayores y menores y las definiciones de magnitudes derivadas. Dado un conjunto de unidades de medida de una magnitud, estandarizadas o no y si entre ellas se guarda una relación constante; entonces constituyen un sistema de unidades de medida para esa magnitud. Sistema que demás de posibilitar el cambio entre unidades permite dar la medida de la cantidad de magnitud con mayor exactitud.

[20] Posada et al. (2006, p. 34) afirman que magnitudes fundamentales son aquellas que se definen por sí mismas en el proceso de medición, utilizando sus respectivas unidades de medida son también indefinidas o primarias son cinco unidades las que se han definido para el sistema métrico decimal; longitud, masa, tiempo, intensidad de corriente eléctrica, temperatura termodinámica, cantidad de sustancia e intensidad luminosa, así mismo las magnitudes que se definen a partir de otras (fundamentales) que no son medibles directamente se denominan derivadas.

[21] Posada et al. (2006, p. 43) afirman que un instrumento de medida es un objeto que comparte la misma magnitud con el objeto a medir, en el cual se ha determinado una escala constituida por una serie de marcas que indican de forma sucesiva y continua cómo puede trasladarse o superponerse la unidad elegida en el instrumento de medida. La separación entre las marcas coincide con la unidad elegida para la medición y constituye la constante del instrumento. Para facilitar la medición algunas de las marcas son identificadas con

En la vida real la medición del área con unidades estandarizadas, requiere de ciertas habilidades relacionadas con los aspectos del área antes descritos; Identificar la magnitud a medir, hacer una estimación perceptual del rango en que se encuentra,[22] establecer un procedimiento para la medición y realizar la asignación numérica.[23]

En los Lineamientos (MEN, 1998, p. 44) se hace una reflexión importante sobre lo que ocurre en el contexto escolar con respecto al desarrollo de las habilidades antes mencionadas *"*la apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades son habilidades poco desarrolladas en los niños y aún en las personas adultas debido tratamiento libresco y descontextualizado que se da a la medición"

Posada et al. (2002, p. 65) citando Chamorro & Belmonte (1994, p. 43) menciona algo parecido señala que la comprensión de lo que significan los múltiplos y submúltiplos del sistema está relacionada con la necesidad que los estudiantes perciban su uso, hecho prácticamente imposible si no se realizan actividades prácticas de medición en el contexto escolar.

2.2.4. Aritmetización

un número entero que facilita el conteo sobre la escala. Un rango de la escala que corresponde a la diferencia entre el valor máximo medible en la escala y el valor mínimo medible en la escala.

[22] El rango se define en los Lineamientos (MEN, 1998, p. 44) como una franja más amplia que el orden de magnitud para explicarlo ofrecen el siguiente ejemplo: "la longitud de la carretera de Bogotá a Tunja estaría en el mismo rango que la distancia del extremo norte de La Guajira a Leticia, rango en que son útiles los Kilómetros, pero en distinto orden de magnitud: una distancia es del orden de los centenares y la otra de los miles de kilómetros". Godino et al. (2002, p. 615) define la asignación numérica en el proceso de medir como la asignación de un código identificativo a las distintas modalidades o grados de un característica de un objeto o fenómeno perceptible.

[23] Se refiere a la asignación de un número a la medida del área lo cual depende de la unidad de medida o unidades que se haya empleado y del requerimiento de presión de la medida (MEN, 1998 p. 44)

Del Olmo et al. (1993, p.76) se refiere a los aspectos previos a la aritmetización como "tratamiento unidimensional de área" destacando su igualdad con los procesos requeridos para desarrollar los procesos de enseñanza aprendizaje de cualquier magnitud y se refiere a "la aritmetización" como el tratamiento bidimensional del área" al reconocer que esta puede ser obtenida como producto de dos longitudes y que puede ser expresada con unidades derivadas de la longitud.

Como ya se había mencionado en el apartado anterior la pavimentación se considera un proceso anterior a la aritmetización que permite su adecuada comprensión, la utilidad de las actividades de pavimentación, es que permiten el paso de las estructuras aditivas, (la obtención del área por conteo) a estructuras multiplicativas (la obtención del área por medio de fórmulas) por ello estas actividades facilitan la adquisición de la aritmetización del área de modo más útil y efectivo (Del Olmo et al., 1993, p. 46).

En el proceso de enseñanza se sugiere realizar actividades de pavimentación que permitan desarrollar estrategias multiplicativas para ello se proponen actividades de pavimentado con figuras semejantes, estas permiten "transformar" una actividad multiplicativa en otra de recuento aditiva e ir descubriendo la fórmula. En este sentido es posible en el paso de la pavimentación a la aritmetización en el sentido de que tras reiteradas mediciones el estudiante pueda llegar a deducir que el área se puede obtener mediante la multiplicación de la medida del largo por el ancho hecho que puede captar al hacer una análisis de un resultado de la medida por pavimentación y un análisis los datos de las longitudes; largo y el ancho con la medida del área (Posada et al., 2006, p. 71)

En el proceso de adquisición de la aritmetización también es posible acudir a las transformaciones de romper rehacer, para descomponer una superficie y recomponerla en otra que sea más fácilmente medible como el rectángulo, con este mismo propósito también son utilizados la reduplicación de la figura, el recorte y añadido. Esta es la forma de obtener la fórmula de las diferentes figuras geométricas en el contexto escolar (Del Olmo et al., p.21).

En el caso del círculo para obtener su área; se emplean variados procedimientos de aproximación como; aproximación por defecto y exceso con el uso de mallas; descomposición en falsos triángulos y recomposición en una figura regular, mediante el uso de polígonos inscritos de numerosos lados (Del Olmo et al., 1993, pp. 77-80)

Es importante señalar que en el contexto educativo el medio que generalmente se utiliza para su enseñanza es el tradicional o "enfoque aritmético" en el que se hace énfasis el cálculo de las medidas empleando el trabajo con fórmulas y la conversión de unidades.[24] Suele pasar que para iniciar el estudio de la magnitud se dé una definición a los estudiantes de área, se proceda a introducir las unidades del sistema métrico decimal y sus equivalencias y se ofrezca la fórmula para hallar un número el cual se identifica con el área.

El énfasis en el trabajo con fórmulas sin desarrollo de los aspectos antes mencionados conduce a que el énfasis no esté en la medición sino en la operación, de igual manera, el trabajo con unidades estandarizadas sin utilidad real, sin más propósito que hacer cálculos numéricos, promueve un aprendizaje memorístico de la fórmula y del valor de las unidades del sistema del sistema, poco útil a la hora de enfrentarse a la medida del área en un contexto real. Posada et al., (2006, p. 65).

En la literatura se reporta el aprendizaje de la aritmetización del área como un proceso largo y complejo, que no solo requiere de habilidades para hacer cálculos, algunos autores refieren desde un punto de vista cognitivo lo que requiere su comprensión y la dificultad que comporta en el contexto escolar tradicional "comprender el área como producto de dos dimensiones requiere de madurez mental" y "una formación matemática" específica que los estudiantes no poseen cuando la fórmulas le son presentadas" (Corberán, 1996, p. 3)

[24] Esta denominación la usan Posada et al. (2006, p. 64) para referirse al tratamiento tradicional de área que el cual se refiere al cálculo de medidas y que enfatiza en el trabajo con fórmulas y la conversión de unidades.

La fórmula que tanto repiten no tiene sentido si no pueden entender de qué forma se vinculan las magnitudes; para hallar la medida, al respecto Dickson et al. (1991, p. 97) “Los niños repiten la frase base por altura pero no pueden ver de qué forma puede una simple multiplicación convertir de repente, como por arte de magia los centímetros en centímetros cuadrados…”

2.2.5. Estimación

La estimación se considera un proceso; importante en el desarrollo y adquisición de la medida; debido a su utilidad para comprender los distintos aspectos que se ponen en el juego en su realización; la cualidad que se mide, el proceso de medición, el tamaño de las unidades (Godino et al., 2002, p. 646).

Del Olmo et al. (1993, p. 88) considera la estimación como el proceso mediante el cual se puede obtener una medida sin la ayuda de instrumentos, se refiere a la medida perceptual de una cualidad determinada en un objeto. Este proceso está asociado con el desarrollo de la capacidad de una persona para expresar la medida sin recurrir a instrumentos de medición o sin comparar directamente, la unidad de medida con el objeto a medir. (Posada et al., 2006, p. 20)

El desarrollo de esta habilidad está relacionado con su uso práctico, en este sentido la estimación se emplea en la vida cotidiana para realizar medidas aproximadas en los casos en los que no se puede realizar una medida directa, o en los que realizarla resultaría algo engorroso e innecesario como; calcular el área de un estadio, cancha de fútbol e incluso el área del piso de un casa o la pared de un salón, etc. La estimación se puede emplear en casos que como los anteriores, en los cuales no sea necesario dar una medida precisa, ya que dichas medidas admiten un margen de tolerancia (o de error). (Del Olmo et al., 1993, p. 89).

En el contexto escolar la utilidad que tiene la adquisición de esta habilidad es por una parte ayudar a los estudiantes a fortalecer a una serie de habilidades, conceptos y procesos relacionados con la medición como; la comprensión de la cualidad que se mide, la comprensión del concepto de unidad, la comprensión del tamaño de la unidades, la habilidad de comparar los objetos respecto de la cualidad objeto de la medida, la habilidad de repetir la unidad, la habilidad de seleccionar y utilizar la estrategia más adecuada para hacer una estimación, la habilidad de verificar la estimación. (Del Olmo et al., 1993, p. 89)

De otra parte su aprendizaje busca que los estudiante se den cuenta que con frecuencia en la vida cotidiana es suficiente con hacer una estimación de una medida, que no es necesario como ya se expresó, en ciertas situaciones acudir a instrumentos de medida para hacer una medición.

Con relación a su aprendizaje en la literatura se menciona que la estimación es una habilidad que debe ser desarrollada mediante la práctica, para este propósito se sugiere presentar a los estudiantes diferentes situaciones; en las que se requiera hacer estimaciones estando el objeto y la unidad presente, estando alguno de los dos ausente o estando ausentes los dos. También se menciona que la estimación puede ser adquirida mediante otro tipo de situaciones en los que se da la unidad de medida y se ofrecen los objetos a los que le pueda corresponder o se da la medida y se buscan los objetos a los que pueda corresponder. La realización de estimaciones no requiere solamente de habilidades, conceptos y procedimientos también requiere de unas estrategias de estimación; se pueden en emplear estrategias para estimar la longitud por su relación con el cálculo del área o estrategias usadas para hallar el área (Del Olmo et al., 1993, pp. 90-92).

Pese a la utilidad ya mencionada de la estimación, en la literatura se reporta que en el contexto escolar, ésta no es una habilidad muy potenciada lo cual obedece en parte a que esta habilidad no es dominada por los profesores y a que no se sepa cómo enseñarla, esto

explicaría porque no es el tipo de habilidad, que se ha potenciado desde la enseñanza tradicional quizás y porque no se destina tiempo a su aprendizaje y práctica (Del Olmo et al., p. 88).

Con respecto a su desarrollo y aprendizaje en la primaria Del Olmo et al. (1993, p. 95) proporciona las siguientes sugerencias para desarrollarla; brindar a cada estudiante unos referentes mentales para cada unidad seleccionada (objetos del entorno que se han medido con dicha unidad de los cuales se ha memorizado la medida), practicar la estimación, enfrentarse a situaciones prácticas donde haya que predecir la medida, practicar las estrategias de estimación, presentar variadas actividades de estimación cambiando las unidades para estimar la cualidad de un mismo objeto, practicar de manera continua esta habilidad a fin de fortalecer las habilidades adquiridas.

En la literatura se sugiere que las actividades para adquirir la estimación se realicen a la par con las de medición, inicialmente que se realicen con unidades no estandarizadas avanzando progresivamente hacia el uso de unidades estandarizadas especialmente a los de uso común. Una vez adquirida la estimación relativamente exacta de lo que significa una unidad mediante la comparación de predicciones y la verificación, se debe guiar a la estimación que no se puede verificar directamente o cuya comprobación es más compleja (Unesco, 2016, p. 55).

Capítulo 3. Metodología

En este capítulo se describe la metodología que se empleó para el logro de los objetivos investigativos formulados con el propósito de establecer qué aspectos vinculados a la comprensión del área aprenden los estudiantes un grupo de quinto grado de primaria de la institución educativa pública del municipio de Soacha (Cundinamarca) con la implementación de una propuesta basada en la resolución de problemas y el trabajo en colaboración (Bohórquez, 2004).

Se describen inicialmente los elementos de diseño experimental que se emplean para llevar a cabo el proceso de investigación y el tipo de análisis que se realiza de los resultados obtenidos. Con respecto al diseño se describen el instrumento y el propósito de su aplicación al inicio y final de la implementación, en relación a la propuesta se hace una descripción de la misma, presentando los elementos pedagógicos en común con propuestas más actuales que justifican su vigencia y pertinencia, al final se presenta el contexto de la implementación y la descripción de las situaciones problema.

En este estudio se emplearon los elementos correspondientes a uno de los diseños del enfoque experimental en investigación educativa, denominado diseño de pretest y posttest con un grupo, el cual consiste según Arquero, Bergosa, García y Monje (2009, p. 5) en que a un grupo de sujetos se le aplica en primer lugar un test, a continuación el tratamiento y finalmente un segundo test y luego se valoran los cambios producidos entre la primera y la segunda aplicación.

En el desarrollo de este trabajo se aplicó un instrumento de indagación adaptado por Bohórquez (2004) al inicio y al finalizar la implementación de la propuesta. Con la primera

aplicación se pretendió obtener información que permitiera atender al primer objetivo específico de "Identificar qué aspectos del concepto de área comprende un grupo de estudiantes de un grado quinto de primaria" previo a la implementación.

Con la segunda aplicación se buscó recoger información para atender al segundo objetivo específico formulado "determinar los aspectos del área que fueron comprendidos al finalizar la implementación de la propuesta". Se aplicó este instrumento porque guarda relación con los aspecto del área que se busca los estudiantes comprendan (Bohórquez, 2004, p. 17) y la propuesta de Del Olmo et al. (1993) para la enseñanza del concepto de área. De igual manera porque se observó similitud con las experiencias que ofrecen y sugieren Del Olmo et al. (1993) para investigar la adquisición de estos aspectos.

3.1. Descripción del instrumento

Este instrumento consta de doce ítems a través de los cuales se puede observar si los estudiantes comprenden aspectos como la percepción, si diferencian la cualidad de otros atributos, si acuden a procedimientos de comparación directa o indirecta para determinar si dos figuras geométricas son o no de igual área, medida si eligen una unidad de medida apropiada para medir el área de las figuras, aritmetización si deduce una fórmula para hallar el área, estimación si calculan el área sin acudir a comparación directa o utilización de instrumentos.

Tabla 1: Estructura del instrumento de indagación.

Ítem	Propósito de indagación
1. Conservación	Reconocimiento la conservación del área frente a transformaciones como rotaciones, traslaciones, el romper y rehacer.
2. Percepción	Identificación del área por recubrimiento de una superficie con una unidad dada. Se espera que se mantenga la unidad y se sobreponga lo

	cual requiere percepción muy desarrollada de la cualidad.
3. Conservación	Reconocimiento de la conservación del área frente a transformaciones por sustracción de superficies congruentes.
4. Medida (Iteración)	Realización de procesos de medición acudiendo a procedimientos de pavimentación con el uso de unidades enteras y fracciones de está.
5. Comparación	Realización de comparaciones directas cuando una superficie está contenida en una superficie de área mayor.
6.a Aritmetización	Realización de procesos de medición por medio de aritmetización.
6.b Aritmetización	Aplicación de procesos de aritmetización en la construcción de una figura.
7. Medida o Conservación	Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unida/ Realización de comparaciones por medio de transformaciones de romper rehacer.
8. Medida	Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unidad de medida.
9. a. Medida (Iteración)	Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras.
9. b. Medida (Iteración)	Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras y fracciones.
9.c. Aritmetización	Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de aritmetización.
10. Comparación	Realización de comparaciones de superficies congruentes, con agujeros.
11. Estimación	Realización de estimaciones estando ausente la unidad.
12. Aritmetización	Realización de procedimientos de cálculo del área con el uso de procedimientos de aritmetización.

Para el análisis de los resultados de la aplicación del instrumento se emplea el análisis cualitativo, el cual según Pérez (1994, p. 29) tiene como finalidad la producción de datos descriptivos de las propias palabras habladas o escritas de las personas y la conducta observable. En este sentido se realiza un análisis del desempeño de los estudiantes en relación al propósito de investigación y se aplican unos criterios para asignar a un estudiante un nivel de desempeño o categoría. Es importante aclarar que el análisis de los datos estuvo

acompañado de la información suministrada en una entrevista que se realiza a algunos de los niños atendiendo a las respuestas que dan a los ítems del instrumento.

Se emplea la entrevista en atención a que se trata de una técnica de investigación cualitativa en la que el informante tiene más posibilidad de expresión, lo cual hace que se pueda comprender más sus puntos de vista, actitudes, sentimientos e ideas (Martínez, 2011, p. 28-29). El tipo de entrevista es informal la cual según Martínez (2011) es aquella en que el investigador interactúa con el informante generando preguntas de acuerdo con el desarrollo de la conversación.

3.2. Descripción de la propuesta.

La situaciones problema, la resolución de problemas y trabajo en colaboración hacen parte de las características de la propuesta de Bohórquez (2004) a partir de estas, se plantea la generación de un ambiente efectivo para el aprendizaje de los aspectos vinculados a la comprensión del concepto de área.[25] La creación de este ambiente está apoyada en la concepción constructivista del desarrollo cognoscitivo y del aprendizaje, según la cual se considera que el aprendizaje es un fenómeno que ocurre permanentemente a las personas en sus medios de socialización (Ordoñez, 2004 p. 4).

Los principios constructivistas en que se fundamenta la propuesta provienen de dos concepciones teóricas básicas acerca del desarrollo cognoscitivo; la teoría de Piaget (1970) citado por Bohórquez, (2004, p.2) y la teoría de Vygotsky (1978 citado por Bohórquez (2004,

[25] Ordóñez (2004, p. 4) se refiere a los ambientes como las experiencias y formas de interacción que favorecen el desarrollo de la comprensión: "Crear ambientes...obliga a concentrarnos...en los formas como debemos relacionarnos, los protagonistas entre nosotros, con otros participantes y con multitud de medios y herramientas en un proceso paulatino de comprensión en la acción".

p.2). Piaget concibe el desarrollo cognitivo como un proceso gradual de construcción a partir de la experiencia, que ocurre en la interacción del sujeto con los objetos y con el medio. En este mismo sentido, Vygotsky considera a los otros como parte de la experiencia que rodea al individuo y concibe el desarrollo cognoscitivo como un proceso que ocurre a partir de aprendizaje que se da en la interacción del sujeto, con los otros, el lenguaje y los objetos como mediadores.

En conexión con las ideas de Vygotsky (1978, citado por Bohórquez, 2004, p. 2) se considera el aprendizaje como un fenómeno que ocurre en una Zona de Desarrollo Próximo, en la cual quien aprende puede resolver con el apoyo de "socios de aprendizaje más avanzados" problemas más complejos de los que podría resolver individualmente. El trabajo en colaboración se basa en estas ideas y Bohórquez (2004, p. 6), citando a Rogoff (1993), lo define como "un trabajo que constituye un proceso de negociación y discusión entre pares que favorece la argumentación y sustentación de ideas". Desde el punto de vista teórico, es posible que en este tipo de trabajo ocurra un avance en la comprensión, debido a que en la interacción, se da un proceso de comunicación en el cual surgen ideas que sirven como fuente de información para quienes escuchan, proceso recíproco y activo en que los otros resultan de gran importancia (en la generación del conflicto o) en la evaluación de la comprensión adquirida, ya que aportan puntos de vista distintos que ponen a prueba los conocimientos y en consecuencia fomentan el desarrollo de nuevos aprendizajes.

Teniendo en cuenta lo anterior, es posible determinar lo que un estudiante aprende y lo que está aprendiendo por medio de "desempeños" o acciones que ponen en juego su comprensión (Bohórquez, 2004, p.6). La idea de "desempeños auténticos" es la siguiente concepción constructivista del aprendizaje en la que se apoya la construcción de esta propuesta. De acuerdo con Perkins (1997; citado por Bohórquez, 2004, p. 7) la comprensión se manifiesta cuando una persona puede pensar y actuar con autonomía a partir de lo que sabe, en este sentido la comprensión de un concepto está unida a una capacidad de ejecución.

En consonancia con lo anterior, para observar la comprensión que una persona ha adquirido acerca de un concepto, es útil solicitarle que elabore una explicación, que desarrolle un producto, en síntesis que demuestre su comprensión por medio de desempeños (Perkins, 1997 citado por Bohórquez, 2004), en línea con esta idea la respuesta que una persona brinda constituye la evidencia de su comprensión actual y el punto de partida para hacerla avanzar.

En este sentido la discusión en grupo en la solución de un problema puede considerarse como parte de un desempeño o serie de desempeños, que evidencian distintos niveles de comprensión de los participantes y a su vez el desarrollo de una comprensión más avanzada por parte de cada uno.

El concepto de comprensión antes expuesto es la idea bajo la cual se sustenta el principio de "desempeños auténticos", los cuales se definen como las acciones y formas de pensar de los expertos que utilizan el conocimiento en la vida real, o aquellas acciones y formas de pensar que se reconoce al analizar los problemas y formas de pensar empleadas en la vida diaria, para llegar a solucionar un problema,

> "…Los desempeños auténticos, bien pueden constituirse tanto en medios como en objetos de aprendizaje, este concepto cambia la idea de actividad de aprendizaje para la clase, porque para abordar desempeños auténticos de diferentes disciplinas se requiere llegar a la práctica con acciones específicas, la producción de un objetos y obras de distinta naturaleza, el logro de metas, la planeación individual o en equipo, la ejecución y evaluación de proyectos (Ordóñez, 2004; citado por Bohórquez, 2004, p.7).

Bohórquez (2004), citando a Charnay (1988), afirma que algunas de estas acciones están asociadas a la resolución de problemas, pues cuando un estudiante se enfrenta a un problema matemático genera estrategias y procedimientos que le facilitan predecir el efecto de una acción que aún no se ha realizado (planear, discutir, evaluar). Menciona que se considera como característica importante del problema ofrecer un reto tal que lleve al estudiante hacer avanzar su conocimiento, así como la realización de acciones de investigación.

3.3. Elección de la propuesta

A continuación se presentan los elementos comunes; a nivel pedagógico, encontrados entre la propuesta de Bohórquez (2004), algunas propuestas actuales como la de Arenas (2012), la de Roldan y Rendón (2014) y la propuesta de Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006) así como las exigencias de diseño tenidas en cuenta en la creación de las situaciones problema para el aprendizaje del concepto de área que permiten justificar la vigencia de la propuesta y la pertinencia de su implementación.

De acuerdo con la revisión documental, se pudieron establecer elementos conceptuales comunes a nivel pedagógico entre la propuesta de Bohórquez (2004), las propuestas más recientes (Arenas, 2012, Roldán y Rendón, 2014) y la propuesta de Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas con relación a la concepción constructivista del aprendizaje.

En el trabajo de Arenas (2012, p. 36) se hace explícito que uno de los propósito de aprendizaje es el cambio conceptual de los estudiantes con respecto a las ideas de área y perímetro y en ello se reconoce que el aprendizaje ocurre debido a "la participación activa de los estudiantes en la construcción de estos conceptos" como resultado de la manipulación y uso de las herramientas ofrecidas.

A su vez en la propuesta de Roldán y Rendón (2014, p. 3) se reconoce está concepción de aprendizaje, cuando se plantea que el trabajo colaborativo y el trabajo cooperativo son fundamentales para el aprendizaje de nuevos conocimientos y el desarrollo de un espíritu investigativo y cuando se expresa como sugerencia que una propuesta debe permitir "acercarse al conocimiento previo y facilitar la participación de los estudiantes en su propio aprendizaje a partir de sus intereses y cuestionamientos".

En la propuesta de Estándares Curriculares de Competencia, se hace referencia a las ideas constructivistas del aprendizaje, cuando se menciona que al comenzar el aprendizaje de concepto nuevo, lo que el estudiante ya sabe (formal o informalmente) ósea sus concepciones previas, sus potencialidades y actitudes son la base de su aprendizaje y que es a partir de estas que puede comenzar a cuestionar sus preconcepciones, incrementar sus potencialidades y modificar sus actitudes para el avance hacia nuevos aprendizaje, lo cual ocurrirá como como resultado de una tensión (conflicto) entre lo que comprende y cree comprender y lo que se propone aprender y a su vez generara una posición activa y una actitud positiva para enfrentar nuevos aprendizajes (MEN, 2006, p. 73)

Hasta aquí se puede ver una relación común en torno a la tendencia pedagógica constructivista que orienta las propuestas hacia la participación activa del estudiante en la construcción de su propio aprendizaje, proceso en el cual se parte de lo que lo que se sabe o se comprende, para la construcción de una comprensión mejor o más efectiva de los conocimientos.

Continuando con la concepción constructivista del aprendizaje en el sentido de las condiciones (o formas de organizar el aprendizaje en el contexto escolar), que lo facilitan se evidencia en las propuestas el mencionar como una práctica común el trabajo en colaboración.

Arenas (2012) señala como uno de los hallazgos de su investigación, la identificación de una tendencia al trabajo en grupo y a la manifestación de habilidades sociales relacionadas con el cooperativismo y la ayuda mutua dado que los estudiantes se ofrecen a apoyar a otros en el manejo de la plataforma y en el desarrollo de las actividades propuestas con el tangram.

Por otra parte, Rendón y Roldán (2014) en su investigación parten de la conformación de un grupo de trabajo para el desarrollo de su propuesta y mencionan como sugerencia la conformación de grupos de trabajo, debido a que facilitan la cooperación, la motivación y la participación activa de cada uno de los integrantes así como el afianzamiento de los conceptos.

Con respecto al trabajo en colaboración en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2004, p. 73) se menciona en atención a la concepción constructivista del aprendizaje, la necesidad de favorecer las formas de interacción necesarias para la comunicación y negociación de significados, en este sentido la importancia de incluir el trabajo en grupo y favorecer la colaboración entre los estudiantes mediante el diseño de situaciones matemáticas que posibiliten; tomar decisiones, exponer opiniones, ser receptivos a las de los demás, generar discusión, desarrollar la capacidad de justificar las afirmaciones con argumentos. Y es precisamente la atención a estas sugerencias, en el diseño de las situaciones problema lo que hace que las situaciones elaboradas por Bohórquez (2004) sean aún pertinentes para el aprendizaje del concepto de área.[26] Junto con las orientaciones en los Lineamientos se menciona que, una situación debe apuntar a distintos contenidos y estructuras matemáticas, que no deben ser evidentes en sí mismos, sino que deben ser interpretados activamente por los estudiantes y que un mismo contenido debe presentarse a través de distintas situaciones, que le permitan al estudiante captar sus diferentes significados y expresiones.

En ese sentido se menciona que una situación está "bien preparada" cuando el conocimiento surge como herramienta más útil en la solución de problemas relacionados con la misma y

[26] En los Estándares Básicos de Competencia se define unas situaciones como el conjunto de problemas, proyectos, investigaciones, construcciones, instrucciones y relatos que se elaboran basados en las matemáticas, en otras ciencias y en los contextos cotidianos que en su tratamiento generan el aprendizaje de los estudiantes (MEN, p. 72).

cuando puede estimular la actividad[27] del estudiante, pues es a través de ésta que puede avanzar y profundizar en la comprensión, en el desarrollo las habilidades así como en el cambio en las actitudes.

Se encuentra relación con la atención a estas orientaciones cuando Bohórquez (2004) menciona que la efectividad de su propuesta con respecto a la comprensión de los aspectos del área, se debe entre otras cosas al diseño de las situaciones problema, al respecto dice que las situaciones permiten que las estudiantes generen las estrategias y procedimientos para enfrentarlas y por otro lado que es una intención de su diseño es que a través de su tratamiento los estudiantes tengan que ver con los aspectos del área.

Otras características relacionadas con el diseño tienen que ver con la sugerencia que se hace a nivel didáctico de presentar situaciones reales en las cuales se requiere acudir a la aplicación de este conocimiento en su solución (Posada et al., 2006), al respecto se encuentra que las situaciones que Bohórquez diseña (2004, p. 13) corresponden a "problemas auténticos" en su relación con problemas de la vida real, en tanto se plantean situaciones parecidas a las que enfrentan profesionales o personas que utilizan este conocimiento en la vida real.

3.4. El contexto de implementación de la propuesta

La implementación de la propuesta diseñada por Bohórquez (2004) se realiza en el contexto de la clase de matemáticas de un grupo de estudiantes de quinto grado, conformado por 40 estudiantes; de los cuales 22 son niños y 18 niñas, cuya edad está entre los 9 y 10 años.

[27] La actividad se refiere al trabajo intelectual personal y grupal de los estudiantes tales como; definir estrategias para interpretar, analizar, modelar y reformular la situación (MEN, p.72).

Grupo asignado para el desempeño de las funciones como docente de la básica primaria en la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala del municipio de Soacha en el año 2016.

Los niños y niñas de este grado hacen parte de un grupo poblacional ubicado en la comuna 4 del municipio de Soacha, caracterizado por su condición de vulnerabilidad, dada la exposición que han sufrido a las diferentes manifestaciones de violencia en el país. Las familias a las que pertenecen algunos de estos estudiantes en muchos casos no han alcanzado condiciones de estabilidad y oportunidades económicas diferentes a un trabajo ambulante o informal asociado esto a una baja preparación académica dado que su formación en la mayoría de los casos no supera la básica secundaria. Las familias están constituidas por uno de los padres (madre en su mayoría) y uno o varios hijos.

Estas situaciones afectan los procesos de aprendizaje de los estudiantes en tanto, es difícil para los niños encontrar un apoyo efectivo por parte de sus padres que favorezca sus procesos de aprendizaje como también contar con recursos necesarios para suplir en ocasiones necesidades básicas para asistir al colegio.

El PEI Institucional "La tolerancia como instrumento de convivencia en la institución con proyección a la comunidad educativa" en atención a las condiciones sociales, económicas y culturales de la comunidad en cuyo entorno se ubica la institución, tiene como propósito la formación integral de los niños a través de prácticas pedagógicas fundamentadas en el modelo pedagógico social que promueven el desarrollo de habilidades sociales, emocionales y cognitivas necesarias para aprender y participar activamente en la transformación social del entorno.

Esta propuesta se implementa en este contexto dado que se articula con los propósitos de formación institucionales y en ese sentido también con la necesidad de atender a la

problemática asociada a las deficiencias en el aprendizaje de los conceptos, en esta vía la implementación de esta propuesta dadas sus características pedagógicas y el diseño de las situaciones permite desarrollar un práctica pedagógica que facilita a los estudiantes de grado quinto acercarse comprensivamente al concepto de área.

3.5. La implementación de las situaciones problema

Las situaciones problema que hacen parte de la propuesta de Bohórquez (2004) se implementaron durante las clases de matemáticas adelantadas durante el primer periodo del año 2016 en un grado quinto de una institución educativa oficial del municipio de Soacha. Las situaciones problema atienden en su diseño a la propuesta de Del Olmo et al., para el aprendizaje del concepto de área (Bohórquez, 2004, p. 13) siendo un propósito de su diseño facilitar el reconocimiento del área y su distinción de otras cualidades medibles, generar la necesidad de comparar cualitativamente utilizando estrategias y procedimientos de comparación directa (por medio de inclusión y aplicación de congruencias) o indirecta (por medio de la aplicación de transformación de romper rehacer y otras transformaciones que dejan invariante el área). De igual manera llevar a los estudiantes a sentir necesidad de hacer mediciones utilizando unidades de medida, en principio unidades arbitrarias hasta la elección de la unidad de medida más adecuada para llevar a cabo el proceso de medición, en este mismo sentido generar la necesidad de acudir a un estrategia de medición que facilite obtener la medida del área de forma más resumida (más relacionada con los procedimientos que utilizan en la vida real) y finalmente a la necesidad de utilizar estrategias para el cálculo de la medida sin acudir a la medición directa o el uso de instrumentos.

Para abordar los problemas se organiza a los niños en grupos de tres estudiantes atendiendo al criterio que en cada uno se ubicará un niño que en el salón se destacó por su buen desempeño en el área de matemáticas.

Los problemas que se presentan a continuación hacen parte de un grupo de problemas llamados casos de peritaje.

3.5.1. Situación problema 1: “La herencia de los hermanos Torres”.

En esta situación los estudiantes deben resolver un conflicto entre tres hermanos que han recibido una herencia representada en tres lotes que tienen formas irregulares. La inconformidad se presenta cuando uno hermano manifiesta que su terreno no tiene la misma área que la de los demás, razón por la cual se solicita la intervención de un experto que ayude a solucionar el problema, para lo cual se requiere que sea muy claro en sus explicaciones. Con esta situación se busca fortalecer los aspectos de comparación y medida.



Ilustración 1. Estudiantes de grado quinto resolviendo las situación "la herencia de los hermanos Torres".

En el tratamiento dado inicialmente por los estudiantes a la situación problema se observó una tendencia a medir longitudes, haciendo uso de la regla y la asignación de un número como medida, como se muestra en la ilustración 1, tras el fracaso en la intención de ofrecer una explicación acerca del procedimiento empleado para medir, los estudiantes reconocen que no saben que es el área.

Se orienta la búsqueda de un procedimiento más efectivo, mediante el reconocimiento de la cualidad que se está midiendo y la pregunta acerca de cómo se podría medir, algunos estudiantes utilizan como estrategia "cuadricular la superficie" y rápidamente se convierte en el procedimiento utilizado, cuando se les pide que expliquen, cuál es la medida, los niños acuden a contar los cuadritos, en algunos casos ignoran los cuadritos que no cubren en su totalidad la superficie, otros cuentan los cuadritos incompletos como uno, o medio y medio como uno completo, la forma "cómo contar" los cuadritos, se convirtió en objeto de discusión entre los niños y oportunidad para investigar y mejorar la comprensión del aspecto de medida.

Es importante aclarar que algunos niños utilizaron como estrategia para abordar el problema, la comparación directa de la cualidad de forma visual, pero cuando se les preguntaba si Gonzalo tenía razón y su terreno tiene menos área mencionan que era difícil saber por la forma de los terrenos, entonces se les cuestionó acerca de si era posible ver en los terrenos alguna forma que reconocieran, algunos niños mencionan que veían en uno de los terrenos un cuadrado, entonces se les pidió que explicaran cómo lo veían observándose que algunos lo veían en el interior y otros en el exterior, al respecto si podría ese terreno transformarse en un cuadrado y en ese caso qué podía hacerse con los sobrantes o con los faltantes, los primeros no ofrecieron respuesta mientras que los otros mencionaron que lo que sobraba se podía colocar en lugar donde faltaba, lo cual demostraron cortando las superficies y reubicando lo que sobraba en el lugar donde faltaba.

3.5.2. Situación problema 2: "Un nuevo caso de peritaje".

En esta situación se pidió a los estudiantes que dada su experiencia en el caso de los hermanos Torres, ayuden a establecer si el área de los terrenos que presentan estas formas es diferente o es la misma. En particular en este problema se les pide que hagan una descripción del procedimiento utilizado y que consideren si una de las condiciones para solucionar el problema fuera no usar medidas como lo harían. Con esta situación se buscaba fortalecer los aspectos de comparación y la conservación.

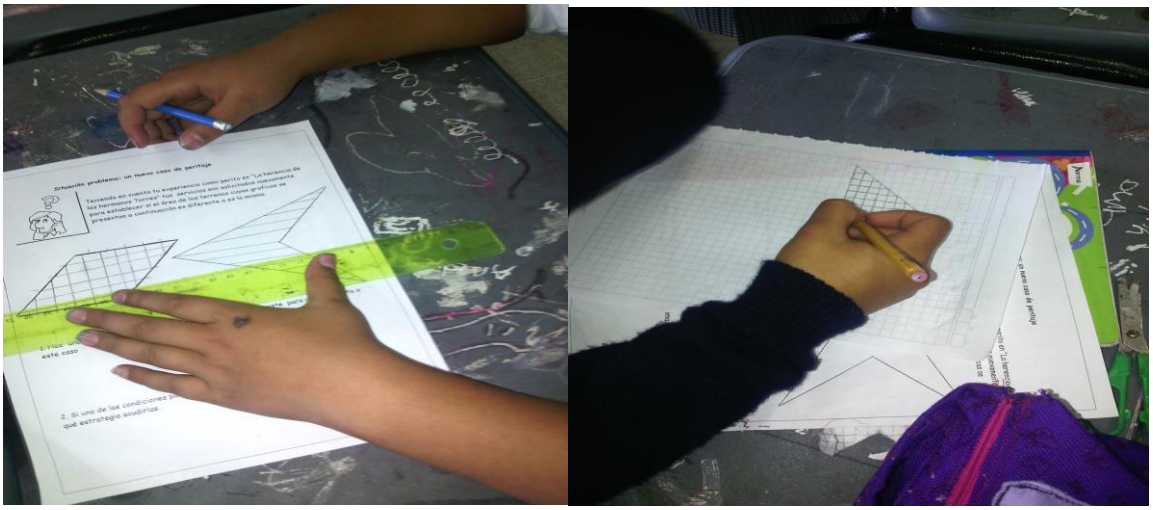


Ilustración 2. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "un nuevo caso de peritaje".

En la búsqueda de una solución al problema se observó que los estudiantes no atendían a la condición y que tendían a "cuadricular" la superficie como parte de la estrategia utilizada para medir como se muestra en la ilustración 2, cuando explicaban su intención, se les cuestiona acerca de si de esta manera estarían cumpliendo con la condición del problema. Algunos niños acudieron a establecer una relación de desigualdad atendiendo a la forma de las superficies.

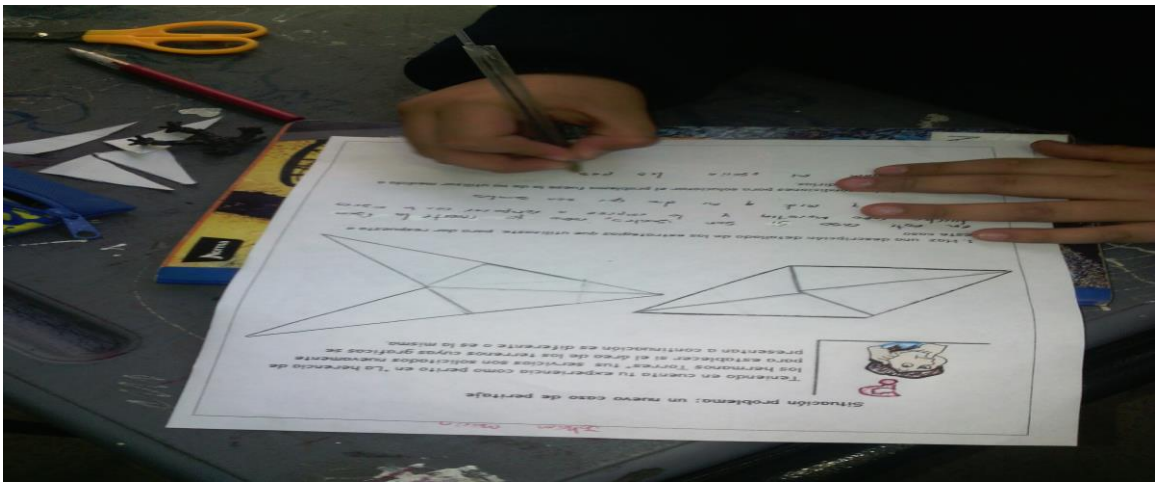


Ilustración 3. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "un nuevo caso de peritaje".

Dada la complejidad que presenta el problema se hizo necesario presentar experiencias a través de las cuales pudieran percibir si superficies con formas diferentes podían tener igual área o no y volver sobre el problema, algunos niños ofrecieron como estrategia descomponer la superficie en triángulos iguales como se evidencia en la ilustración 3.

Es importante aclarar que en la propuesta de Bohórquez (2004) aparece un grupo de problemas con el nombre "calculando el área de terrenos" de los cuales se tomó un problema. Con el propósito de fortalecer la conservación del área. (Pues demandan el uso del software)

3.5.3. La situación problema 3: Calculando el área de terrenos"

En este problema se ofrecen dos parejas de cuadrados los cuales tienen en común una zona sombreada. En una de las parejas esta zona corresponde a un cuadrado y en la otra a un paralelogramo irregular. Se pide a los estudiantes que validen si lo qué dijo un experto con relación a las áreas de las figuras es verdad, en este caso el experto afirmó que las superficies

sombreadas eran de igual área. Este problema tiene como intención fortalecer el aspecto de conservación.

Los estudiantes para abordar este problema acudieron como estrategia a descomponer la forma irregular y reorganizar las partes en un cuadrado, lo cual no presentó dificultad quizás porque era posible ver cómo se formaba, a continuación acudieron a comparar directamente por superposición el cuadrado formado con el cuadrado de la otra pareja.

3.5.4. Decorando baldosas

Las situaciones que se presentan a continuación hacen parte de un grupo de problemas denominados decorando baldosas, en los cuales se invita a los estudiantes a que dada su experiencia en el cálculo, ayuden a solucionar los casos que se le presentan.

3.5.5. Situación problema 4: “El área del cuadradito”

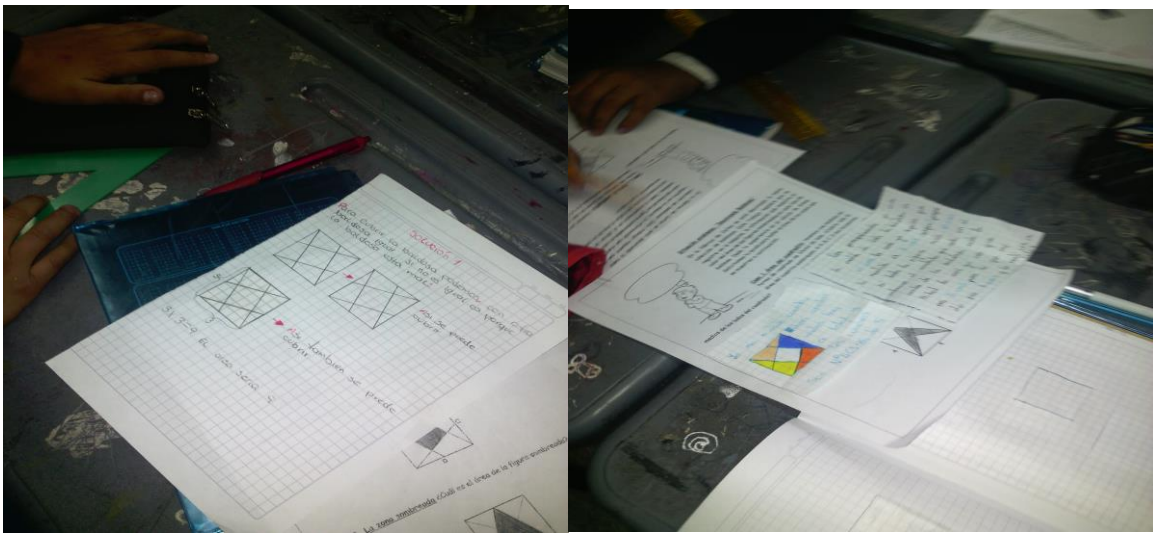


Ilustración 4. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "el área del cuadrito".

Se presenta una situación relacionada con una fábrica, en la cual para realizar la decoración de la nueva colección de baldosas, se requiere ingresar en una máquina la medida del área sombreada. En este caso se brinda la medida de la longitud de uno de los lados de la baldosa. Esta situación tiene como propósito fortalecer el aspecto de aritmetización.

Resolver este problema demandó de parte de los niños varias estrategias, en primera instancia determinar qué relación había entre el área sombreada y el área de la baldosa, en este sentido algunos niños reconocieron que la baldosa estaba cubierta por cuadritos, al preguntarles cuántos cuadritos eran, algunos estudiantes acudían a contarlos y unir fracciones para armar cuadritos completos, lo cual demostraron descomponiendo la baldosa y recomponiendo las partes en cuadritos completos o coloreando las partes con la cuales se podrían formar cuadritos completos como se aprecia en la ilustración 4.

Posteriormente se les preguntó cómo se podía conocer el área del cuadrito utilizando lo que habían descubierto y la medida de un lado de la baldosa, está situación no pudo ser fácilmente elaborada por los estudiantes quienes reconocieron que era necesario averiguarlo. Algunos niños ofrecieron como estrategia después de su investigación que era necesario calcular el área, empleando para ello la multiplicación de la medida de un lado por la del otro, mencionando que así se podía calcular el área de toda la baldosa y que sabiendo eso se podía dividir entre 5 cuadritos para saber el área de 1. Sin embargo fue difícil para ellos entender por qué se multiplican la medida de los lados para saber el área convirtiéndose esto en ocasión para ofrecerles algunas experiencias de pavimentación que les permitieran captar el sentido de la multiplicación de las medidas longitudinales o mejorar la comprensión del aspecto de aritmetización.

3.5.6. Situación problema 5: “La zona sombreada”.

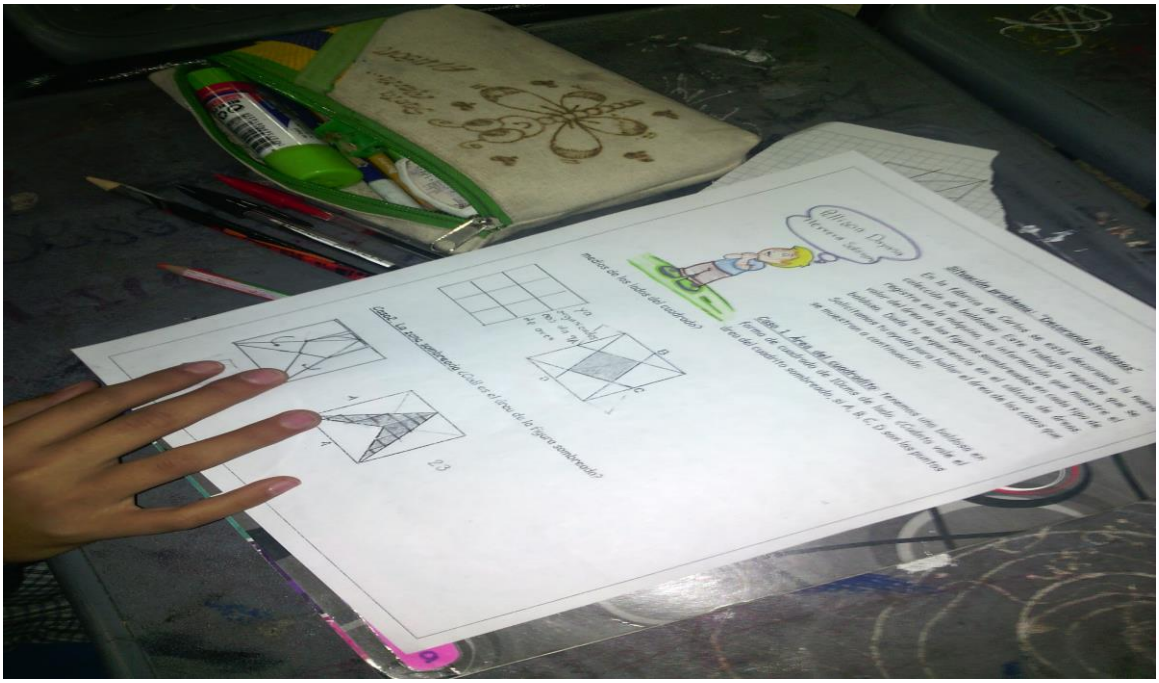


Ilustración 5. Estudiantes de grado quinto resolviendo la situación "la zona sombreada".

En esta situación se les presenta a los estudiantes una baldosa, la cual tiene un diseño interior, en el que se presenta una zona sombreada y se les pide que en este caso averigüen cuál es el área de esta región. Algunos niños encontraron en este problema similitud con el problema del cálculo del área del cuadrito, mencionando que se podía saber el área de la baldosa, pero que no se podía saber el área de lo que estaba sombreado porque no era un cuadrito.

Otros niños utilizaron como parte de su estrategia recortar las partes y reorganizarlas para armar figuras reconocidas como se puede observar el la ilustración 5, pero cuándo se les preguntaba para qué hacían esto, no podían dar cuenta de la utilidad de este procedimiento. Para poder orientar la actividad de los niños, fue necesario preguntarles qué sentido había tenido en la actividad anterior armar cuadritos con las partes y se les dejó como investigación encontrar qué figuras se podían armar con las partes que veían.

Para que los niños pudieran encontrar un solución al problema fue necesario, pedirles que comparan las área de las figuras que habían podido armar con el área de la baldosa, algunos niños coincidieron en afirmar que habían podido armar un rectángulo y que este correspondía a la mitad de la baldosa, para poder seguir avanzando, se les preguntó si era posible averiguar qué parte de área era la otra figura (un triángulo equilátero) y las partes que componían la zona sombreada.

Algunos niños llegaron a encontrar que se trataba de la otra mitad. Nuevamente se les cuestionó acerca de si era posible saber de esa mitad, que área era lo sombreado. Esta situación fue difícil para los niños. Quienes pudieron establecerlo, cuando se les presentó una experiencia de transformación con el tangram, luego pudieron establecer la relación numérica entre el área de la baldosa y la parte sombreada

3.5.7. Situación problema 6: "Pintando el interior del aula".

En la situación se invita a los estudiantes a realizar un presupuesto, para pintar el interior del aula, para lo cual deben hacer una estimación del área del techo y las paredes y con ese dato, establecer la cantidad y costo de la pintura, la mano de obra (personas y tiempo requerido) y costos adicionales. Con este problema se pretende fortalecer el aspecto de estimación.

En el desarrollo de una estrategia para estimar el área los estudiantes tuvieron que realizar varias tareas de investigación para lo cual se les sugirió hablar con personas conocidas que en la vida cotidiana realizan este trabajo. Como experiencia se presentó la representación de diferentes unidades para medir áreas preguntándoles cuáles eran las más adecuadas para hacer medición en atención al área del objeto que se les plantea medir y los niños en esta experiencia hacían predicciones sobre la medida, que luego podían verificar.

Capítulo 4. Análisis

En este capítulo se describen los resultados de la primera y la segunda aplicación del instrumento de indagación descrito en el capítulo anterior, con los correspondientes análisis cualitativos del desempeño de los estudiantes en cada ítem. Seguidamente se presenta la ubicación de los estudiantes en un nivel de comprensión del concepto de área en atención al análisis de sus desempeños y la aplicación de los criterios de categorización. Finalmente se presenta una comparación entre los resultados de la primera y segunda aplicación del instrumento para atender al propósito de la investigación.

4.1. Las categorías de análisis

Se describen a continuación los desempeños asociados a la compresión de los aspectos del concepto de área que son observados en las respuestas dadas por los estudiantes a los ítems del instrumento, estos permiten ubicar a un estudiante en un determinado nivel de comprensión, tras el cumplimiento de algunos criterios de categorización. Es importante aclarar que estas categorías son construidas por Bohórquez (2004, pp. 18-20) en atención a la propuesta de Del Olmo et al. (1993) para la enseñanza del concepto de área.

Tabla 2: Descripción de las categorías y subcategorías de análisis.

Categorías y subcategorías	Descripción de la categoría
Categoría 0	Se ubican en esta categoría los estudiantes que no muestran comprensión de ninguna de las propiedades del área.
Categoría 1. Percepción	Corresponde a los estudiantes que distinguen el área de una región poligonal de otros atributos medibles. Se pueden establecer dos tipos de desempeños Identificar el área solamente o Identificar el área y conservarla.
● Categoría 1P. Identificación	Están ubicados los estudiantes que reconocen la superficie de una región y la pavimentan utilizando unidades enteras y no fracciones.

● Categoría 2P. Conservación.	En esta subcategoría se ubican los estudiantes que además de cumplir con las condiciones de la categoría 1P reconocen la conservación del área frente a ciertas transformaciones, como rotaciones, traslaciones, romper rehacer, sustracción de superficies congruentes y aplicación de congruencias.
Categoría 2. Comparación	Corresponde a los estudiantes que realizan comparaciones utilizando como criterio la equivalencia o desigualdad del área.
● Categoría 1C. Comparación cualificada	Se ubican los estudiantes que realizan comparaciones sin recurrir a unidades de medida, empleando para ello la percepción visual y el uso de términos relacionales generales.
● Categoría 2C. Comparación Cuantificada	Corresponde a los estudiantes que realizan comparaciones empleando expresiones de cuantificación como "el doble", "el triple, "la mitad".
Categoría 3. Medida	En esta se encuentran los estudiantes que acuden a procedimientos de pavimentación para realizar procesos de medición, eligen una unidad de medida apropiada e incluyen en sus cálculos fracciones de la unidad. De igual manera aquellos estudiantes, que son capaces de construir figuras que tengan el doble y o el triple de unidades dadas.
● Categoría 1M. Iteración	Se ubican estudiantes que realizan proceso de medición acudiendo a procedimientos de pavimentación con unidades enteras y fracciones.
● Categoría 2M.	Se encuentran los estudiantes que eligen o construyen una unidad de medida conveniente para realizar la medición.
Categoría 4. Aritmetización	Corresponde a estudiantes que realizan procesos de medición acudiendo a procedimientos aritméticos.
Categoría 5. Estimación	Están ubicados los estudiantes que realizan estimaciones sin acudir a la comparación directa o al uso de instrumentos.

4.2. Criterios de categorización

Con el propósito de asignar una determinada categoría de comprensión a un estudiante, se aplican las siguientes pautas de categorización relacionadas con el desempeño o respuesta dada a varios ítems del instrumento que pueden asociarse con la comprensión del mismo aspecto (Bohórquez, 2004, pp. 24-25).

Tabla 3: Descripción de los criterios de categorización.

Categorías	Subcategorías	Criterios de categorización
Categoría 1 Percepción	Categoría 1P. Identificación	Responde adecuadamente el ítem dos y realiza mediciones, sin fragmentar la unidad en el ítem cuatro.
	Categoría 2P. Conservación	Cumple el anterior criterio y responde adecuadamente el ítem uno y el ítem tres.
Categoría 2 Comparación	Categoría 1C. Comparación cualificada	Responde correctamente los ítems dos, tres y diez.
	Categoría 2C Comparación cuantificada	Cumple con el anterior criterio y responde adecuadamente el ítem cinco.
Categoría 3 Medida	Categoría 1M. Iteración	Responde el ítem cuatro, el literal a del ítem seis y literal a y b del ítem nueve.
	Categoría 2M. Elección de una unidad de medida	Responde acertadamente los ítems, cuatro, siete, y ocho.
Categoría 4 Aritmetización		Responde de forma correcta los ítems, seis, literal c del ítem nueve e ítem doce
Categoría 5 Estimación		Responde correctamente el ítem doce

4.3. Codificación de los estudiantes

Con el propósito de poder ubicar a un estudiante en una determinada categoría en la primera aplicación del instrumento y poder seguir su avance o movilización hacia otra categoría de comprensión al finalizar la implementación es necesario asignar a cada uno de los estudiantes un código el cual corresponde a su número de lista, en este caso la letra E mayúscula corresponde a la palabra estudiante y el número a su código.

4.4. Resultados de la primera aplicación del instrumento

La primera aplicación del instrumento tiene como propósito identificar la comprensión previa que los estudiantes del grado quinientos dos (502) de la Institución Educativa Julio Cesar Turbay Ayala han adquirido con respecto al concepto de área durante su proceso formativo. La información obtenida permitirá responder al primer objetivo de investigación y servirá como referencia para la comparación de los resultados obtenidos en la segunda aplicación del instrumento con lo cual se busca atender al propósito general de indagación.

A continuación se presentan los resultados obtenidos por los estudiantes en cada ítem, para lo cual se utiliza un tabla, en la cual se muestra la pregunta, el propósito de indagación en atención a la exploración de la comprensión de un aspecto del área, las respuestas dadas por los estudiantes clasificadas como Tipo1, Tipo2 o Tipo 3 en atención al análisis del desempeño, indicando en cada caso la cantidad de estudiantes que dieron esta respuesta y un porcentaje de respuesta frente al cuál se hace una conclusión general.

Tabla 4: Resultados ítem 1. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 1 Se corta un cuadrado A en tres piezas y se recompone, sin sobreponerlas, en dos nuevas formas B y C. Se observa que A Tiene mayor área. B Tiene mayor área. A, B y C Tienen igual área. No se puede decidir cuál de las áreas es mayor		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Reconocimiento de la conservación del área frente a transformaciones como rotaciones traslaciones, el romper y rehacer.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo 1: Las figuras A, B y C tienen la misma área. **Tipo 2:** La figura A tiene mayor área o la figura B tiene mayor área. **Tipo 3:** No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.	**Tipo 1.** Los estudiantes reconocen que el área se conserva y lo justifican al identificar que las formas A, B y C están compuestas por las mismas piezas. **Tipo 2.** Los estudiantes no reconocen el área, su respuesta está sujeta a la percepción de la longitud de uno de los lados de las formas. **Tipo 3.** Los estudiantes no distinguen la cualidad área, dan esta respuesta en atención a la diferencia en las formas.	**Tipo 1: 15 estudiantes (37.5%)** **Tipo 2: 15 estudiantes (37.5%)** **Tipo 3: 10 estudiantes (25%)**

Con esta pregunta se identifica que la mayoría de los estudiantes no reconoce la invariancia del área frente a la transformación, al no acudir a descomponer y rehacer las superficies para realizar la comparación. Es posible que los estudiantes como menciona Godino et al. (2002, p. 67) tengan dificultades perceptuales para realizar la conservación.

Los estudiantes que dan una respuesta de Tipo 1 podrían ubicarse en la subcategoría 2P. Los estudiantes que ofrecen las respuestas Tipo 2 y 3 quedarían ubicados en la categoría 0 que corresponde a quienes no perciben ni reconocen ninguna propiedad del área.

Tabla 5: Resultados ítem 2. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 2 Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo con figuras como la que se muestra a continuación ¿Cuántas necesitarías para cubrirla?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Identificación del área por recubrimiento de una superficie con una unidad dada. Se espera que se mantenga la unidad y se sobreponga lo cual requiere percepción muy desarrollada de la cualidad.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
po1. Calculan que para cubrir el área de la hoja se requieren entre 4 y 5 unidades. **Tipo2**. Respuestas variadas.	**Tipo 1.** Estos estudiantes identifican el área recurren al recubrimiento de la superficie con la unidad dada. **Tipo 2.** Estos estudiantes asocian la hoja con la unidad e intentan cubrirla utilizando las formas o figuras del item1, por relación de semejanza.	**Tipo 1: 1 estudiante (2.5%)** **Tipo 2: 39 estudiantes (97.5%)**

El desempeño de los estudiantes en este ítem muestra que la mayoría de ellos no percibe el área. En este caso es probable que hayan leído la pregunta pero no comprendan el enunciado, quizás porque no identifican en principio que es el área. Es probable que la dificultad encontrada por los estudiantes para reconocer el área se deba según Posada et al. (2006, p.22)

a que el estudiante no haya participado de una proceso de enseñanza orientado en primera instancia a percibir, distinguir y aislar la cualidad en los objetos, lo cual Del Olmo et al., (1993) sugiere podría adquirirse recurriendo al recubrimiento de objetos.

Tabla 6: Resultados ítem 3. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 3 Se tomaron dos láminas A y B del mismo tamaño, luego se perforan cuatro agujeros iguales, en cada una de ellas así: Se observa que: A´ Tienen mayor área. B´ Tiene mayor área. A´ y B´ Tienen la misma área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Reconocimiento de la conservación del área frente a transformaciones por sustracción de superficies congruentes.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. A´ y B´ tienen la misma área. **Tipo 2.** A´ tiene mayor área o B´ tiene mayor área.	**Tipo 1.** Los estudiantes que dan esta respuesta reconocen que el área de las dos superficies A´ y B´ es la misma porque se han sustraído dos superficies del mismo tamaño y forma. **Tipo 2**. Los estudiantes que responde de esta manera no admiten la conservación. Es posible que debido a la transformación crean que el área de una las formas ha cambiado.	**Tipo 1: 30 estudiantes (75%)** **Tipo 2: 10 estudiantes (25%)**

Por medio de este ítem se observó que la mayoría de los estudiantes conservan el área ante la transformación, lo cual es posible de acuerdo con Del Olmo, et al., (1993, p.62) al comparar directamente el tamaño de las superficies sustraídas. Sin embargo es probable que la respuesta se ofrezca en atención a la comparación de las formas A y B o que hayan contestado al azar de acuerdo con la posibilidad de elegir una opción de respuesta.

Tabla 7: Resultados ítem 4. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 4 ¿Cuántas baldosas como ésta  cubren completamente a cada una de las figuras?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procesos de medición acudiendo a procedimientos de pavimentación con el uso de unidades enteras y fracciones de está.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo1. Pavimentan la superficie con unidades completas y fracciones. **Tipo 2.** Pavimentan con unidades completas ignorando las fracciones. **Tipo 3**. No responden la pregunta.	**Tipo 1.** Los estudiantes pavimentan totalmente la figura. Para establecer el área consideran unidades completas y fracciones **Tipo 2.** -Los estudiantes se encuentran con dificultades para establecer el área cuando no la superficie no está pavimentada con unidades completas. **Tipo 3.** Los estudiantes que no responden es probable que tengan dificultades para establecer el área.	**Tipo 1: 8 estudiantes (20%)** **Tipo 2: 25 estudiantes (62.5%)** **Tipo 3: 7 estudiantes (17.5%)**

De acuerdo con los resultados en este ítem, se puede observar que la mayoría de los estudiantes identifica el área pero encuentra dificultad para cuantificarla cuando la superficie no está cubierta por unidades completas, es probable que el desempeño de los estudiantes, se deba a su experiencia en la resolución de cartillas de prueba SABER cómo parte de un práctica institucional. La dificultad para fragmentar la unidad puede atribuirse a que no se comprenda las características de la unidad ni el papel que juega en el proceso de medición (Corberán, 1996, p. 7).

Tabla 8: Resultados ítem 5. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 5 Halle el área del triángulo, sabiendo que el área del rectángulo es de 46 centímetros cuadrados.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de comparaciones directas cuando una superficie está contenida en una superficie de área mayor.		
Respuestas	Análisis de las respuestas	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. El área del triángulo es la mitad de la del rectángulo. **Tipo2.** Se proporciona una o dos medidas que corresponden a la longitud de sus lados. **Tipo3.** Se proporcionan respuestas variadas o no responden la pregunta.	**Tipo1.** Los estudiantes acuden a la comparación directa de las superficies, para establecer la relación entre las áreas. **Tipo 2**. Los estudiantes no perciben la relación entre las superficies. **Tipo 3**. Los estudiantes que responden de esta forma no compren el enunciado.	**Tipo 1: 1 estudiante (2.5%)** **Tipo 2: 16 estudiantes (40%)** **Tipo 3: 23 estudiantes (57.5%)**

En el desempeño de los estudiantes en este ítem se evidencia que la mayoría no acude a comparar las áreas para establecer una relación de igualdad o no entre ellas, esto podría explicar porque no interpretan en la representación empleada en la pregunta una situación de comparación por inclusión entre las áreas de las figuras. Lo anterior podría atribuirse a que a los estudiantes no se les hayan ofrecido experiencias o situaciones de comparación

entre las superficies de los objetos, por ejemplo de las piezas del tangram como es sugerido por Del Olmo et al. (1993 p.6).

Tabla 9: Resultados ítem 6. a. Primera aplicación del instrumento de indagación.

Ítem 6.a El siguiente cuadrado tiene 1 centímetro cuadrado de área. a) Calcule el área del siguiente rectángulo		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procesos de medición por medio de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Area del rectángulo 10. **Tipo 2.** Área del rectángulo 7 **Tipo 3.** Área del rectángulo-respuestas variadas	**Tipo1.** Estos estudiantes pavimentan el área recurren al conteo de unidades para cuantificarla. **Tipo 2.** Los estudiantes tienen dificultades para pavimentar la figura y establecer el área. **Tipo 3.** Se asigna como medida del área sin acudir a la pavimentación de la figura.	**Tipo 1: 3 estudiantes (7.5%)** **Tipo 2: 21 estudiantes (52.5 %)** **Tipo 3: 7 estudiantes (17.5%)**

Los resultados en este ítem, evidencian que los estudiantes no acuden a proceso de aritmetización para establecer el área de una figura. Esta dificultad de acuerdo con Del Olmo et al. (1993, p. 46) está asociada la comprensión del significado de las fórmulas, en este sentido mencionan que los niños no las identifican como herramienta para calcular el área sino que prefieren en principio utilizar otras estrategias como el cálculo de cuadritos, lo cual explica el desempeño de los estudiantes en esta pregunta.

Tabla 10: Resultados ítem 6.b. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 6.b (Pregunta Cerrada) El siguiente cuadrado tiene 1 centímetro cuadrado de área b) Dibuje un cuadrado que tenga el doble del tamaño del cuadrado A		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Aplicación de procesos de aritmetización en la construcción de una figura.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo1. Dibujan la figura a partir de la unidad de medida atendiendo a las condiciones de forma y área solicitadas. **Tipo2.** Dibujan la figura atendiendo la forma pero no a la medida del área. **Tipo 3**. Dibujan un cuadrado o cualquier figura.	**Tipo 1.** Los estudiantes que brindan esta respuesta son capaces de construir la figura teniendo en cuenta la relación entre la medida de los lados y el área. **Tipo 2.** Los estudiantes que dan esta respuesta no acudir conscientemente a la medida de los lados para obtener una figura de la forma y área licitadas. **Tipo 3**. Los estudiantes que respondieron de esta no sabían cómo atender a las condiciones solicitadas o confundieron el rectángulo del ítem 6 .a.	**Tipo 1: 3 estudiantes (7.5%)** **Tipo 2: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 3: 13 estudiantes (30%)**

Los resultados obtenidos en este ítem dejan ver que la mayoría de los estudiantes no está en capacidad de construir una figura, atendiendo a la forma y área solicitada. Esto porque posiblemente no comprenden la relación que hay entre las dimensiones de una figura y el área, relación que podría captarse de acuerdo con Del olmo et al., (1993) mediante la realización de actividades de pavimentación.

Tabla 11: Resultados ítem 7. Primera aplicación de instrumento.

Ítem 7 (Pregunta Cerrada) 7. Compare el tamaño de las siguientes figuras		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unida/ Realización de comparaciones por medio de transformaciones de romper rehacer.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. La figura A tiene menor o la figura D tiene mayor área. **Tipo 2**. Todas las figuras tienen distintas áreas	**Tipo 1**. Los estudiantes hacen juicios sobre las áreas basados en la percepción de la longitud de los lados de las figuras. **Tipo 2.** Los estudiantes que dan estas respuestas basan sus juicios en la percepción de la forma, tal vez crean que diferente forma implica diferente área.	**Tipo 1: 22 estudiantes (55%)** **Tipo 2: 18 estudiantes (45%)**

Este ítem permite establecer que la mayoría de los estudiantes no acude a la elección de una unidad ni a la descomposición para efectuar la comparación de las áreas. Esto podría explicarse porque es posible que los estudiantes no distingan la superficie, de las demás características de la figura como los lados y la forma. De acuerdo con Del Olmo (1993) esta dificultad se presenta porque no se realizan actividades dirigidas a que los estudiantes, distingan, perciban y aíslen la cualidad.

Tabla 12: Resultados del ítem 8. Primera aplicación del instrumento

Ítem 8 Explique porque una de las dos figuras tiene mayor área		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unidad de medida.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Explican basados en su percepción que la figura A tiene mayor área, o que la figura B tiene mayor área. **Tipo 2.** No responden	**Tipo 1.** Los estudiantes responden a acudiendo a una comparación cualitativa y basan sus juicios del tamaño en la percepción de la forma y cantidad de lados de las figuras. **Tipo2**. Los estudiantes que no responden es posible que no identifiquen las áreas.	**Tipo 1: 30 estudiantes (75.5%)** **Tipo 2: 10 estudiantes (22.5%)**

Los resultados obtenidos en este ítem permiten identificar que la mayoría de los estudiantes no acude a elección de una unidad como medio para cuantificar y comparar el área de superficies perceptiblemente diferentes. Es posible que la dificultad de deba en principio a que no identifiquen, diferencien y aíslen la cualidad en las figuras y que debido a ello la confundan con las otras características.

Tabla 13: Resultados del ítem 9.a Primera aplicación del instrumento.

Ítem 9.a En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. a) Rectángulos de 18 unidades cuadradas de área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Construyen dos figuras diferentes con el área y forma solicitadas. **Tipo 2.** Construyen dos figuras con la forma solicitada pero no con el área. **Tipo 3.** Construyen cualquier tipo de figura, o no responden.	**Tipo 1.** Los estudiantes recurren a la iteración de la unidad y el conteo para construir la figura solicitada. Realizan pavimentaciones diferentes. **Tipo 2**. Los estudiantes recurren a la forma para construir la figura pero no establecen relación entre el area **Tipo 3**. Los estudiantes que ofrece esta respuesta es probable que no comprenden el enunciado.	**Tipo 1: 1 estudiantes (2.5 %)** **Tipo 2: 18 estudiantes (45%)** **Tipo 3: 21 estudiantes (47.5%)**

Este ítem permite reconocer que la mayoría de los estudiantes no acuden a procesos de pavimentación en la construcción de una figura con una determinada área, esta dificultad

posiblemente se deba a que los estudiantes no comprendan la relación que existe entre el área y las dimensiones de la figura. Lo cual como ya se dijo podría tener relación con la comprensión inicial de la medida por iteración y la correspondiente deducción del área como producto de la longitud de los lados.

Tabla 14: Resultados del ítem 9.b. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 9.b (Pregunta abierta) 9. En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. b) Cuadriláteros de 11 unidades cuadradas de área		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras y fracciones.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Construyen dos cuadrados de área diferente a la solicitada. **Tipo 2.** Construyen otro tipo de figuras cuadriláteros o no sin atender a la medida o no responden.	**Tipo 1.** Los estudiantes asocian cuadriláteros con cuadrados en este caso no les es posible atender a la solitud del área porque quizás no comprendan que es necesario fragmentar. **Tipo 2**. Los estudiantes no comprenden que figuras corresponden a la categoría de cuadrilátero debido a ello no les es posible atender las condiciones solicitadas.	**Tipo 1: 4 estudiantes (10%)** **Tipo 2: 36 estudiantes (90%)**

De acuerdo con los resultados en este ítem, la mayoría de los estudiantes no acude a la pavimentación con unidades y fragmentos como medio para construir una figura cuya área atienda a la medida solicitada. Es posible que la dificultad para responder esta pregunta en principio se deba a la deficiencia en la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.

Tabla 15: Resultados del ítem 9.c. Primera aplicación del instrumento

Ítem 9.c (Cerrada) 9. En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. c. Triángulos de 12 unidades cuadradas de área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo 1. Construyen triángulos que no cumplen con la solicitud de área. **Tipo 2.** Construyen otras figuras o no responden.	**Tipo 1.** Los estudiantes asocian triángulos con triángulos equiláteros, este caso no les es fácil atender a la exigencia del area por pavimentación. **Tipo 2.** Los estudiantes no atienden al enunciado	**Tipo 1: 25 estudiantes (62.5%)** **Tipo 2: 15 estudiantes (37.5%)**

Esta pregunta permite identificar, que la mayoría de estudiantes no acuden a un proceso de aritmetización, ante las dificultades de construir una figura acudiendo a la pavimentación. Esto se podría adjudicar a que quizás no comprendan las propiedades de la figura y la relación geométrica que tiene con el rectángulo, esto porque según Del Olmo et al., (1993, p. 21) es posible obtener el área del triángulo a partir de su descomposición.

Tabla 16: Resultados del ítem 10. Primera aplicación del instrumento

Ítem 10 Para elaborar aretes de lámina de oro, un artesano tiene los siguientes diseños. Ordene de mayor a menor de acuerdo con la cantidad de material que se requiere para realizarlos.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de comparaciones de superficies congruentes, con agujeros.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Se ordenan de mayor a menor las láminas teniendo en cuenta el área de los agujeros. **Tipo 2**. Se ordenan de mayor a menor las láminas teniendo en cuenta la forma de los agujeros. **Tipo 3.** No responden	**Tipos 1.** Estos estudiantes perciben la relación entre el área de la superficie y el área del agujero. **Tipo 2**. Estos estudiantes perciben la diferencia entre las formas y lo utilizan como criterio para establecer el orden. **Tipo 3.** Es posible que no entiendan el enunciado.	**Tipo 1: 8 estudiantes (20%)** **Tipo 2: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 3: 8 estudiantes (20%)**

Este ítem permite identificar que la mayoría de los estudiantes no acuden a comparar las áreas de los agujeros como medio para establecer la relación de orden entre las superficies. La dificultad para atender a la pregunta se podría atribuir en parte a que los estudiantes no identifiquen en la representación utilizada, las formas como agujeros. De acuerdo con Del Olmo et al., (1993, p.62) solucionar esta situación implicaría, recurrir a la reconstrucción de los trozos que faltan y compararlos, esto porque la relación entre las láminas es inversa a la de los agujeros.

Tabla 17: Resultados ítem 11. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 11. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la siguiente figura		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de estimaciones estando ausente la unidad.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Proporcionan como área la medida de uno o dos lados de la figura con la utilización de la regla. -**Tipo 2.** No responden	**Tipo1**. Los estudiantes intentan hallar el área acudiendo al uso de instrumentos. **Tipo 2**. Es posible que no comprendan el enunciado.	**Tipo 1: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 2: 16 estudiantes (40%)**

De acuerdo con los resultados en este ítem, la mayoría de los estudiantes no realiza estimaciones para establecer el área de la figura, es posible que esto se deba a que no la identifiquen como un medio obtener una medida aproximada del área. Esto podría explicarse porque según Del Olmo et al. (1993, p. 88) esta habilidad no es muy desarrollada en el contexto escolar debido a los docentes carecen de la habilidad y de pautas para orientar su enseñanza.

Tabla 18: Resultados del ítem 12. Primera aplicación del instrumento.

Ítem 12. 12. En una competencia organizada por el profesor de matemáticas, gana el equipo que logre encerrar con una cinta de 36 metros la mayor área en el patio del colegio. Se han conformado 10 equipos en total. Los 3 primeros equipos propusieron las siguientes soluciones…. Si usted perteneciera al cuarto equipo. ¿Cuál solución plantearía para garantizar que ninguno de los equipos restantes pueda obtener una figura de mayor área?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procedimientos de cálculo del área con el uso de procedimientos de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Se proporciona un valor por imitación de las medidas de perímetro y área de las figuras dadas como solución al problema. **Tipo 2.**Se proporciona cualquier par de números como medida del perímetro y área.	**Tipo1.** Los estudiantes que responden de esta forma es posible que hayan ignorado lo que realmente les pide la situación. Es posible que no hayan comprendido el enunciado al no decírseles claramente que deben representar su solución **Tipo 2** .Los estudiantes que no responden es posible que en principio no comprendan la situación	**Tipo 1: 20 estudiantes (50%)** **Tipo 2: 10 estudiantes (25%)** **Tipo 3: 10 estudiantes (25%)**

Esta pregunta permite identificar que la mayoría de los estudiantes no acude a la relación entre perímetro y área, en este caso para hallar un área el estudiante requeriría establecer unas dimensiones que mantengan el perímetro pero que permitan establecer un área mayor. La dificultad para poder responder el ítem, se podría explicar porque es probablemente que los estudiantes no hayan participado de experiencias que les hayan permitido explorar relaciones entre área y perímetro. Ya que como menciona Posada et al. (2006, p. 89) esta relación es conflictiva para los estudiantes quienes designan lo uno con lo otro no dándose cuenta que no solo ponen en juego la bidimensionalidad, si no que se trata de magnitudes diferentes, en este sentido señala que es interesante plantear a los estudiantes situaciones como la presentada, donde se mantenga un medida y se haga variar la otra.

Asignación de categorías

Para ubicar a un estudiante en una determinada categoría y subcategoría se tuvo en cuenta su desempeño en los diferentes ítems (del instrumento) asociados a la comprensión de un mismo aspecto y en este sentido que tras haberse ubicado en una categoría y subcategoría no cumpliese con el criterio para ubicarse en la siguiente.

En la primera aplicación del instrumento se observó que 39 de los 40 estudiantes aunque podían establecer cuántas baldosas se requerían para cubrir la superficie de las figuras en el ítem 4 (en el cual las figuras se presentan pavimentadas) no calculaban el área de la superficie de la hoja de trabajo con la unidad dada en el ítem 2. Las respuestas dadas por los estudiantes estaban basadas en una relación de semejanza entre la figura del segundo ítem y las figuras del primero. Como se puede evidenciar en la ilustración 6, el estudiante E22 no responde la pregunta acerca de cuántas unidades necesitaría para cubrir la hoja, en su lugar muestra la relación de semejanza que encontró entre la figura del item2 y la pieza A del ítem 1, lo cual puede atribuirse a que no comprendió el enunciado, quizás porque no sabía a qué hace referencia lo que se pedía en el ítem. Al no cumplir con el criterio para ubicarse en la categoría 1, los 39 estudiantes se ubican en la categoría 0 la cual corresponde a quien no identifica el area.

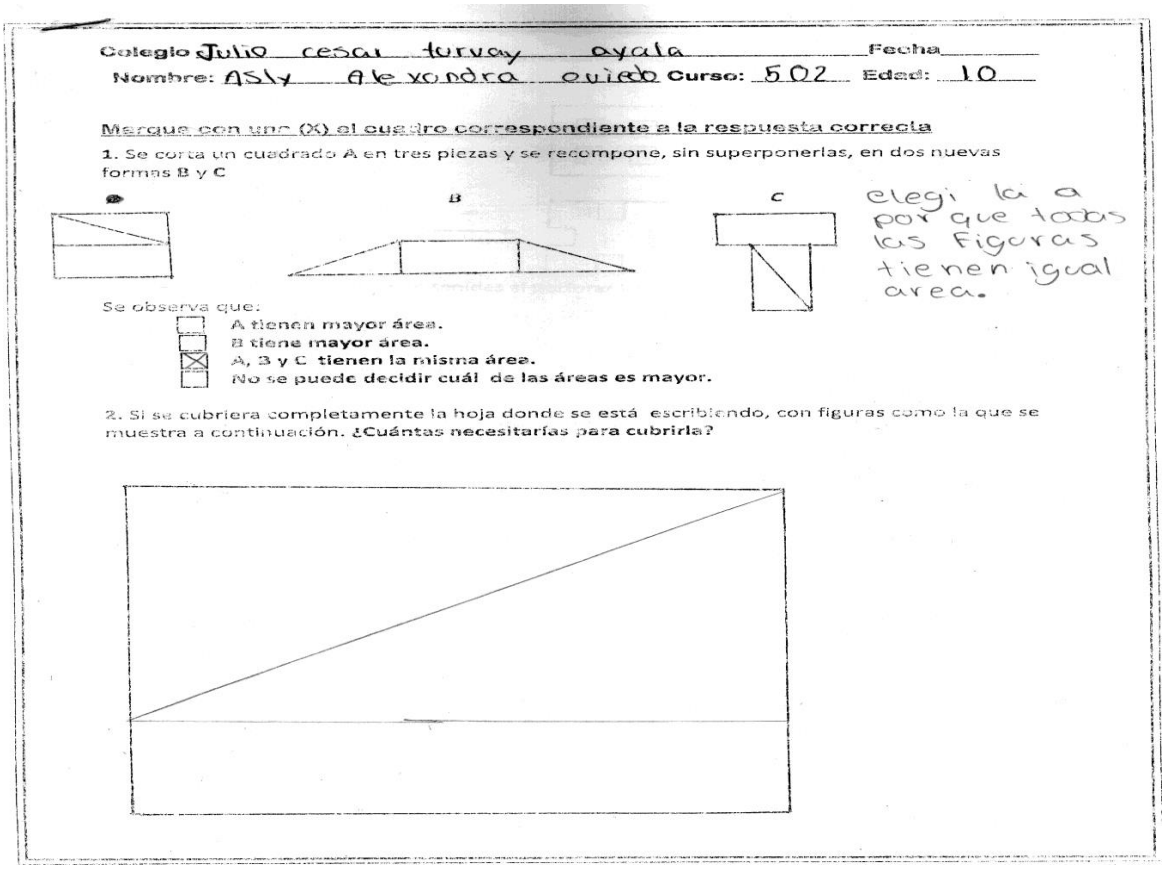
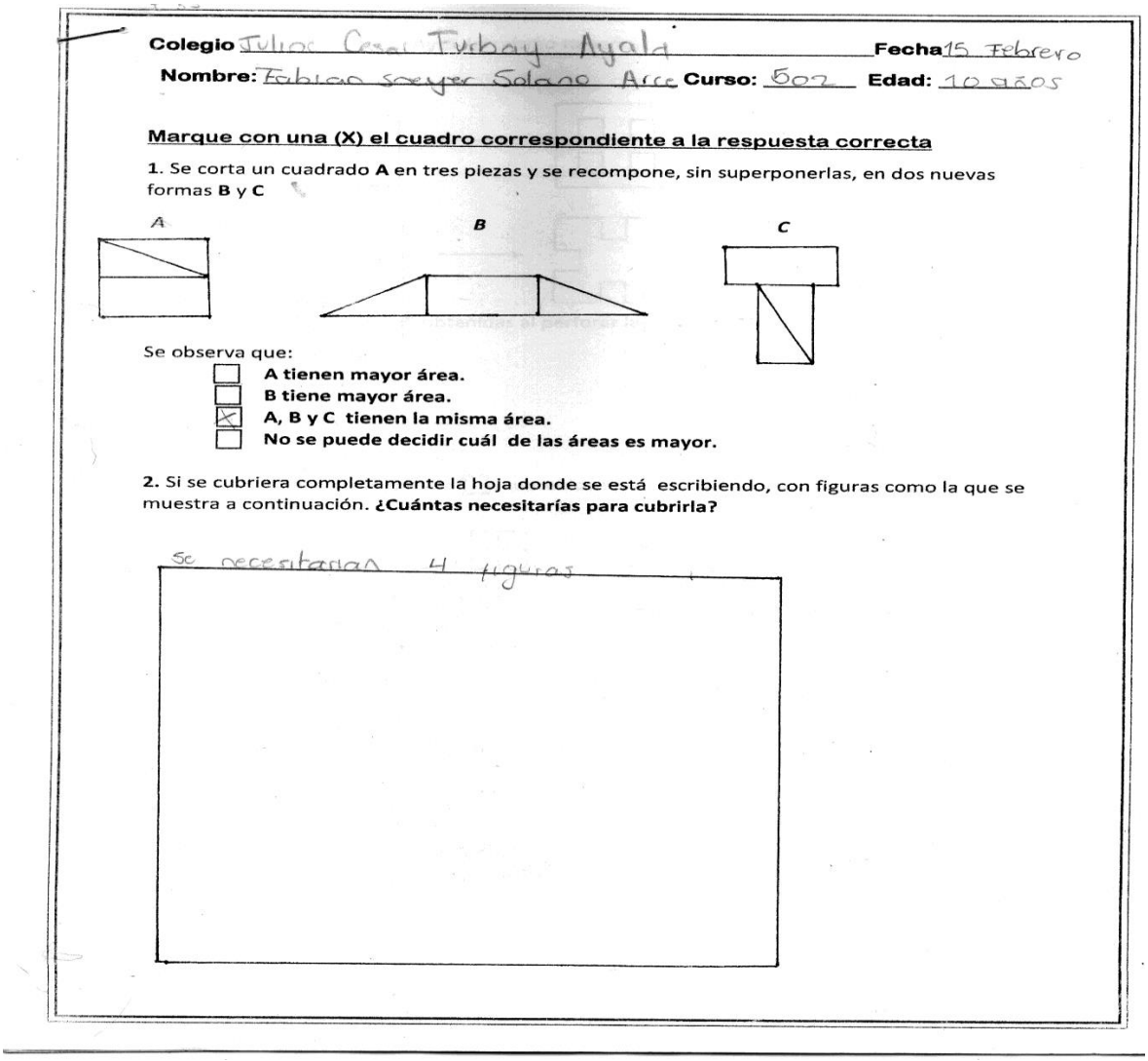

Colegio Julio cesar turvay ayala Fecha
Nombre: Asly Alexandra ovied Curso: 502 Edad: 10
Marque con una (X) el cuadro correspondiente a la respuesta correcta
1. Se corta un cuadrado A en tres piezas y se recompone, sin superponerlas, en dos nuevas formas B y C
A B C
elegi la a porque todas las figuras tienen igual area.
Se observa que:
A tienen mayor área.
B tiene mayor área.
A, B y C tienen la misma área.
No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.
2. Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo, con figuras como la que se muestra a continuación. ¿Cuántas necesitarías para cubrirla?

Ilustración 6. Desempeño del estudiante E22 en el ítem 2. Primera aplicación del instrumento.

Responder adecuadamente este ítem 2 era determinante para ubicarse en la subcategoría 1P (identificación), de los 40 estudiantes solo 1 realiza una estimación adecuada del área de la superficie de la hoja de trabajo, lo cual se muestra en la ilustración 7 en la cual el E33 establece como cantidad de figuras requeridas para cubrir el área 4 figuras, sin embargo al no cumplir con los criterios de las siguientes categorías el estudiante se ubica en la categoría 1 subcategoría 1P que corresponde a la identificación del área.



Colegio Julio Cesar Tysbay Ayala Fecha 15 Febrero

Nombre: Fabian Soeyer Solano Arce Curso: 502 Edad: 10 años

Marque con una (X) el cuadro correspondiente a la respuesta correcta

1. Se corta un cuadrado **A** en tres piezas y se recompone, sin superponerlas, en dos nuevas formas **B** y **C**

A B C

Se observa que:

- ☐ **A tienen mayor área.**
- ☐ **B tiene mayor área.**
- ☒ **A, B y C tienen la misma área.**
- ☐ **No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.**

2. Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo, con figuras como la que se muestra a continuación. **¿Cuántas necesitarías para cubrirla?**

Se necesitarían 4 figuras

Ilustración 7. Desempeño del estudiante E33 en el ítem 2. Primera aplicación del instrumento.

Tras la aplicación de los criterios de categorización se estableció la ubicación de los 40 estudiantes en las diferentes categorías o niveles de comprensión del concepto de área, clasificación que se presenta en la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 19: Ubicación de los estudiantes de acuerdo con su desempeño general en la primera aplicación del instrumento.

Categoría	Estudiantes que cumplen con los criterios de la categoría.	Número de estudiantes
Categoría 0	E1-E40	39 estudiantes

Categoría 1 Percepción. 1P	E 33	1 estudiante.
Categoría 1 Percepción 2P	0	0
Categoría 2 Comparación 1C.	0	0
Categoría 2 Comparación 2C	0	0
Categoría 3 Medida. 1M	0	0
Categoría 3 Medida 2M	0	0
Categoría 4 Aritmetización	0	0
Categoría 5 Estimación	0	0

De acuerdo con los resultados generales los estudiantes del grado 502 en su mayoría no comprenden ningún de los aspectos del concepto de área, lo cual posiblemente se deba a que encuentren dificultades para percibirla, conservarla y distinguirla de otras cualidades como la longitud, la cantidad de lados o la forma.

4.5. Resultados de la segunda aplicación del instrumento

La segunda aplicación del instrumento tiene como objetivo establecer que aspectos fueron comprendidos por los estudiantes del grado 502 tras la implementación de la propuesta. Con el propósito de hacer comparables los resultados obtenidos con los de la primera aplicación se emplea el mismo instrumento y aplican las mismas pautas de clasificación.

A continuación se dan a conocer los resultados obtenidos por ítem en la segunda aplicación para lo cual se utiliza en cada caso una tabla con estructura igual a la empleada en la presentación de los resultados de la primera aplicación. Al finalizar la presentación resultados se da a conocer la ubicación de los estudiantes con relación a la comprensión de los aspectos al culminar la implementación.

Tabla 20: Resultados ítem 1. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 1
Se corta un cuadrado A en tres piezas y se recompone, sin sobreponerlas, en dos nuevas formas B y C. Se observa que A Tiene mayor área. B Tiene mayor área. A, B y C Tienen igual área. No se puede decidir cuál de las áreas es mayor
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA
Reconocimiento de la conservación del área frente a transformaciones como rotaciones traslaciones, el romper y rehacer.

Respuestas	Análisis de las respuestas	Cantidad y porcentaje de respuesta
Tipo 1: Las figuras A, B y C tienen la misma área. **Tipo 2:** La figura A tiene mayor área o la figura B tiene mayor área. **Tipo 3:** No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.	**Tipo 1.** Los estudiantes acuden a la descomposición de las formas para compararlas y establecer que el área se conserva. **Tipo 2.** Los estudiantes acuden a la percepción de la longitud de las formas para establecer el juicio. **Tipo 3.** Los estudiantes no perciben el area es posible que atendiendo a la diferencia de las formas no puedan hacer un juicio.	**Tipo 1: 28 estudiantes (70%)** **Tipo 2: 5 estudiantes (12.5%)** **Tipo 3: 7 estudiantes (17.5%)**

Este ítem permite establecer que la mayoría de los estudiantes conserva el área ya que acude a la descomposición de las formas para poder establecer la comparación. De acuerdo con Godino et al., (2002, p. 673) este desempeño es evidencia de la conservación del área al respecto menciona que un niño ha adquirido la capacidad de conservación si no comete errores relacionados con su percepción.

Tabla 21: Resultados ítem 2. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 2 Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo con figuras como la que se muestra a continuación ¿Cuántas necesitarías para cubrirla?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Identificación del área por recubrimiento de una superficie con una unidad dada. Se espera que se mantenga la unidad y se sobreponga lo cual requiere percepción muy desarrollada de la cualidad.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. Se requiere entre 4 y 5 cuadrados para cubrir la hoja **Tipo 2.** Asocian la unidad con la superficie a cubrir. **Tipo 3.** Dibujan sobre el cuadrado la forma A del ítem 1 u otras figuras.	**Tipo 1.** Estos estudiantes perciben el área, cubren la hoja con la unidad dada y hacen una aproximación adecuada. **Tipo 2.** Estos estudiantes tienen dificultad asociada a la comprensión del enunciado. **Tipo 3.** Estos estudiantes no identifican el área, responden por asociación con el ítem 1.	**Tipo 1: 14 estudiante (35.5%)** **Tipo 3: 11 estudiantes (27.5%)** **Tipo 4: 15 estudiantes (37.5%)**

Los resultados obtenidos en este ítem, muestra que la mayoría de los estudiantes no identifican el área. Esta dificultad puede estar asociada a que como se dijo anteriormente, no se perciba el área como una cualidad de los objetos, identificación que logra y evidencia, según (Del Olmo et al., 1993, p. 48) mediante la idea de cubrir objetos.

Tabla 22: Resultados ítem 3. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 3 Se tomaron dos láminas A y B del mismo tamaño, luego se perforan cuatro agujeros iguales, en cada una de ellas así: Se observa que: A´ Tienen mayor área. B´ Tiene mayor área. A´ y B´ Tienen la misma área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Reconocimiento de la conservación del área frente a transformaciones por sustracción de superficies congruentes.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. A´ y B´ tienen la misma área. **Tipo 2.** A ´o B´ tiene mayor área.	**Tipo 1.** Los estudiantes reconocen la conservación del area, lo justifican mediante la comparación de las áreas sustraídas. **Tipo 2**. Los estudiantes acuden a la percepción de las formas para determinar el área.	**Tipo 1: 32 estudiantes (80%)** **Tipo 2: 8 estudiantes (20%)**

El desempeño de los estudiantes en este ítem, evidencia que la mayoría de los ellos, puede conservar el área ante la transformación, esto porque acuden a la comparación directa de las formas lo cual según Posada et al., (2002, p. 69, citando a Chamorro, 1994, p. 57-58) puede realizarse como en este caso, mediante utilización de la percepción o acudiendo a la superposición.

Tabla 23: Resultados ítem 4. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 4 ¿Cuántas baldosas como esta ☐ cubren completamente a cada una de las figuras?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procesos de medición acudiendo a procedimientos de pavimentación con el uso de unidades enteras y fracciones de está.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. Pavimentan la superficie con unidades completas y fracciones. **Tipo 2.** Pavimentan con unidades completas ignorando las fracciones. **Tipo 3**. No responden la pregunta.	**Tipo 1.** Los estudiantes pavimentan, completamente la figura tiene en cuenta para establecer el área, las baldosas enteras y las fracciones. **Tipo 2.** -Los estudiantes pavimentan parcialmente la figura, establecen el cálculo con unidades completas ignorando las fracciones. **Tipo 3.** Es posible que tengan dificultades para establecer el área.	**Tipo 1: 25 estudiantes (62.5%)** **Tipo 2: 11 estudiantes (27.5%)** **Tipo 3: 4 estudiantes (10%)**

Este ítem permite identificar que la mayoría de estudiantes establecen el área de las figuras acudiendo a la pavimentación con unidades completas y fracciones. Es posible que este desempeño este asociado a la adquisición de la comprensión del proceso de medida del área. Ya que siguiendo la ideas de Dickson et al. (1.991, p. 102) situaciones donde se hace necesario refinar la unidad de medida (fragmentarla) ponen de manifiesto la naturaleza de magnitud y en ese sentido la naturaleza continúa del proceso de medida.

Tabla 24: Resultados ítem 5. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 5 Halle el área del triángulo, sabiendo que el área del rectángulo es de 46 centímetros cuadrados.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de comparaciones directas cuando una superficie está contenida en una superficie de área mayor.		
Respuestas	Análisis de las respuestas	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. El área del triángulo es la mitad de la del rectángulo. **Tipo2.** Miden el área del rectángulo y la dividen en dos. **Tipo3.** Se proporcionan respuestas variadas o no responden la pregunta.	**Tipo1.** Los estudiantes comparan y establecen una relación geométrica y métrica entre las figuras. **Tipo 2**. Los estudiantes acuden la aritmetización para esta obtener un valor del área, pero no tienen en cuenta el enunciado. **Tipo 3**. Los estudiantes no tienen en cuenta el enunciado, identifican una situación de medida y acuden a medir los lados del triángulo.	**Tipo 1: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 2: 7 estudiantes (17.5%)** **Tipo 3: 9 estudiantes (22.5%)**

De acuerdo con los resultados obtenidos en este ítem, la mayoría de los estudiantes compara directamente las áreas para establecer la relación entre ellas. Este desempeño puede atribuirse a la comprensión se este aspecto ya que según Corberán (1996, p.6) comparar directamente tiene como propósito establecer una relación de inclusión pudiéndose establecer como en este caso la relación especifica entre las áreas.

Tabla 25: Resultados ítem 6. a. Segunda aplicación del instrumento de indagación.

Ítem 6.a El siguiente cuadrado tiene 1 centímetro cuadrado de área. a) Calcule el área del siguiente rectángulo		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procesos de medición por medio de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo 1. Área del rectángulo 10 cm2 **Tipo 2.** Área del rectángulo 10 **Tipo 3.** Área del rectángulo-respuestas variadas	**Tipo1.** Estos estudiantes establecen el área por iteración no la asocian a un procedimiento aritmético. **Tipo 2.** Estos estudiantes pavimentan el area asignan un número al área pero olvidan la unidad. **Tipo 3.** Estos estudiantes no reconocen el area pavimentan la figura pero no logran establecer el área.	**Tipo 1: 19 estudiantes (47.5 %)** **Tipo 2: 12 estudiantes (30%)** **Tipo 3: estudiantes (7.5%)**

Los resultados de este ítem, muestran que la mayoría de los estudiantes pavimentan la figura con la unidad y recurren al recuento para establecer el área, pero no admiten que el área pueda ser expresada cómo producto de longitudes. Esta dificultad puede atribuirse porque cómo menciona Del Olmo et al., (1993, p. 76) la comprensión de la bidimensionalidad del área es un proceso complejo de implica por trasformar una tarea aditiva en una de multiplicación, (a nivel cognitivo pasar de estructuras aditivas a estructuras multiplicativas).

Tabla 26: Resultados ítem 6.b. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 6.b El siguiente cuadrado tiene 1 centímetro cuadrado de área b) Dibuje un cuadrado que tenga el doble del tamaño del cuadrado A		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Aplicación de procesos aritméticos e la construcción de una figura.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo1. Dibujan la figura a partir de la unidad de medida atendiendo a las condiciones de forma y área solicitadas. **Tipo2.** Dibujan la figura atendiendo la forma pero no a la medida del área. **Tipo 3**. Dibujan un rectángulo.	**Tipo 1.** Estos estudiantes son capaces de construir la figura teniendo en cuenta la relación entre el área y las dimensiones. **Tipo 2.** Los estudiantes tienen dificultad asociada con la bidimensionalidad del área. **Tipo 3**. Los estudiantes confundieron el rectángulo del ítem 6 .a.	**Tipo 1: 4 estudiantes (10%)** **Tipo 2: 7 estudiantes (17.5%)** **Tipo 3: 29 estudiantes (72.5%)**

Los resultados en este ítem, muestran que la mayoría de los estudiantes no atendieron al enunciado y que acudieron a responder identificando como figura el rectángulo de la pregunta 6.a, es posible sin embargo que estos estudiantes tengan dificultades asociadas a la bidimensionalidad, duplican solo la medida de un lado porque entienden que el doble de 1 ^{cm2} es 2^{cm2}.

Tabla 27: Resultados ítem 7.Segunda aplicación de instrumento.

Ítem 7 Compare el tamaño de las siguientes figuras		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unida/ Realización de comparaciones por medio de transformaciones de romper rehacer.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Todas las figuras tienen igual área. **Tipo 2.** . La figura A tiene menor o la figura D tiene mayor área. **Tipo 3.** Todas las figuras tienen distintas áreas.	**Tipo 1**. Los estudiantes acuden a la descomposición de las figuras para comparar sus áreas. **Tipo 2.** Los estudiantes nos conservan el área eligen su respuesta atendiendo la longitud de la figura. **Tipo 3.** Los estudiantes eligen esta opción atendiendo a la percepción de la forma.	**Tipo 1: 5 estudiantes (12.5%)** **Tipo 2: 12estudiantes (30%)** **Tipo 3: 23 estudiantes (57.5%)**

El desempeño en este ítem, permite identificar que la mayoría de los estudiantes no conserva el área, es posible que los estudiantes encuentren esta dificultad para responder porque según Godino et al., (2002, p. 67) es difícil para los niños conservar el área, cuando las figuras son perceptualmente distintas o muy irregulares.

Tabla 28: Resultados del ítem 8. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 8 Explique porque una de las dos figuras tiene mayor área		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Desarrollo de procesos de medición acudiendo a la elección de una unidad de medida.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Pavimentan las figuras pero no mantienen la unidad. **Tipo 2.** A tiene más área o B tiene más área por su forma o longitud. **Tipo 2.** No responden	**Tipo 1.** Estos estudiantes acuden a una unidad de medida para comparar, pero no la mantienen. **Tipo 2.** Eligen la respuesta basados en otras características de la figura. **Tipo3**. Los estudiantes que no responden es probable que no reconozcan el área.	**Tipo 1: 10 estudiantes (25%)** **Tipo 2: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 3 estudiantes 6 (15%)**

Los resultados obtenidos en este ítem, permiten observar que la mayoría de los estudiantes no elige una unidad de medida para comparar las áreas de las figuras. El desempeño de los estudiantes quizás se deba a que no identifican la cualidad entonces acuden a la comparación de otras características perceptibles para dar un argumento. Esta dificultad puede atribuirse

como menciona Del Olmo et al., (1993, p. 46) a que los estudiantes se introduzcan a la estudio de la magnitud, sin realizar actividades orientadas a que se distinga esta cualidad de las restantes cualidades perceptibles en el objeto.

Tabla 29: Resultados del ítem 9.a Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 9.a En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. a) Rectángulos de 18 unidades cuadradas de área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Construyen dos figuras diferentes con el área y forma solicitadas. **Tipo 2.** Construyen las figuras de forma y área igual. **Tipo 3.** Construyen cualquier tipo de figura, o no responden.	**Tipo 1.** Estos estudiantes acuden a la pavimentación para construir las figuras, realizan diferentes pavimentaciones para cumplir con la forma y el área. **Tipo 2**. Esto estudiantes dibujan la figura con la forma pero toman en cuenta las dimensiones para cumplir con el área solicitada. **Tipo 3**. Estos estudiantes es probable que no comprendan el enunciado.	**Tipo 1: 27 estudiantes (67.5%)** **Tipo 2: 5 estudiantes (12.5%)** **Tipo 3: 8 estudiantes (20%)**

En este ítem, los resultados permiten ver que la mayoría de los estudiantes construye figuras acudiendo a pavimentaciones diferentes para dar cumplimiento a las condiciones de forma y área solicitada esto es posible porque de acuerdo con Del Olmo et al. (1993) para los niños es más fácil recurrir a este tipo de procedimientos que a procedimientos aritméticos para establecer el área (Del Olmo, p. 46).

Tabla 30: Resultados del ítem 9.b. Segunda aplicación del instrumento.

ítem 9.b En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. b) Cuadriláteros de 11 unidades cuadradas de área		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de pavimentación con unidades enteras y fracciones.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**

Tipo 1. Construyen dos cuadriláteros con el área solicitada. **Tipo 2.** Construyen dos figuras iguales de la misma área construyen dos figuras, una cumple con el requisito del área la otra no. **Tipo 3.** Construyen diferentes figuras sin corresponden al área solicitada.	**Tipo 1.** Los estudiantes que responden de esta forma realizan pavimentaciones diferentes con unidades enteras y fragmentos. **Tipo 2**. Estos estudiantes no pueden pavimentar de formas diferentes acudiendo a la fragmentación de la unidad. **Tipo 3.** Estos estudiantes no relacionan la forma con la medida del área.	**Tipo 1: 7 estudiantes (17.5%)** **Tipo 2: 20 estudiantes (50%)** **Tipo 3: 13 estudiantes (32.5%)**

De acuerdo con los resultados en este ítem, la mayoría de los estudiantes no puede construir figuras de diferentes de igual forma y área, acudiendo a procesos de pavimentación con unidades completas y fracciones, también es probable que persistan dificultades asociadas a conceptos y propiedades geométricas.

Tabla 31: Resultados del ítem 9.c. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 9.c 9. En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas. c. Triángulos de 12 unidades cuadradas de área.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Construcción de figuras poligonales que cumplan con características y áreas solicitadas para lo cual se acude a procesos de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Construyen dos triángulos por tanteo. **Tipo 2.** Construyen dos triángulos sin atender a la medida. **Tipo 3.** No Responden	**Tipo 1.** Los estudiantes intentan pavimentar el triángulo con unidades y fracciones. **Tipo 2.** Los estudiantes atienden a la solicitud de forma pero ignoran el área, es probable que no la identifiquen. **Tipo 3.** Los estudiantes que no responden es probable que tengan dificultades asociadas en principio al reconocimiento del área.	**Tipo 1: 12 estudiantes (30%)** **Tipo 2: 24 estudiantes (60%)** **Tipo 3: 4**

En este esté ítem, se puede observar que los estudiantes no acuden a procesos de aritmetización en la construcción de figuras que son difíciles de obtener por procesos de pavimentación. Esta dificultad quizás este asociada con el desconocimiento de procesos como la descomposición del triángulo, los cuales de acuerdo con Del Olmo et al. (1993, p. 21) son a partir de los se deduce la fórmula del triángulo y en este caso mediante el cual se podría obtener la medida.

Tabla 33. Resultados del ítem 10. Segunda aplicación del instrumento

Ítem 10 Para elaborar aretes de lámina de oro, un artesano tiene los siguientes diseños. Ordene de mayor a menor de acuerdo con la cantidad de material que se requiere para realizarlos.		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de comparaciones de superficies congruentes, con agujeros.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Se ordenan de mayor a menor las láminas teniendo en cuenta area de los agujeros. **Tipo 2**. Se ordenan de mayor a menor las láminas teniendo en cuenta la forma de los agujeros.	**Tipos 1.** Los estudiantes perciben la relación entre el área de la superficie y el area del agujero y lo utilizan como criterio para establecer el orden. **Tipo 2**. Los estudiantes perciben la diferencia entre las formas y lo utilizan como criterio para establecer el orden.	**Tipo 1: 8 estudiantes (20%)** **Tipo 2: 32 estudiantes (80%)**

Los resultados en este ítem, permiten evidenciar que la mayoría de los estudiantes no acuden a procesos de comparación cualitativa del área para establecer relaciones de orden. El desempeño de los estudiantes se puede explicar porque no identifican en principio cual es la superficie de la cual se requiere saber el área para poder ordenar.

Tabla 32: Resultados ítem 11. Segunda aplicación del instrumento.

Ítem 11. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la siguiente figura		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de estimaciones estando ausente la unidad.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Miden los lados de figura con la regla y usan fórmula. **Tipo2.** Pavimentan la superficie de la figura. **Tipo 3.**Otras respuestas**.**	**Tipo1**. Los estudiantes intentan hallar el área acudiendo al uso de instrumentos. **Tipo 2**. Los estudiantes intentan hallar el area pavimentando. **Tipo 3**. Es posible que no reconozcan la cualidad.	**Tipo 1: 6 estudiantes (15%)** **Tipo 2: 22 estudiantes (55%)** **Tipo 3: 12 (30%)**

Los resultados en este ítem, muestran que la mayoría de los estudiantes no acude a procesos de estimación para calcular el área, el desempeño de los estudiantes quizás se pueda explicar porque la estimación es una habilidad que requiere de la comprensión de los aspectos

relacionados con la medición y de habilidades relacionadas con la percepción que es posible que los estudiantes a un no hayan adquirido. (Del Olmo et al., 1993)

Tabla 33: Resultados del ítem 12. Segunda aplicación del instrumento.

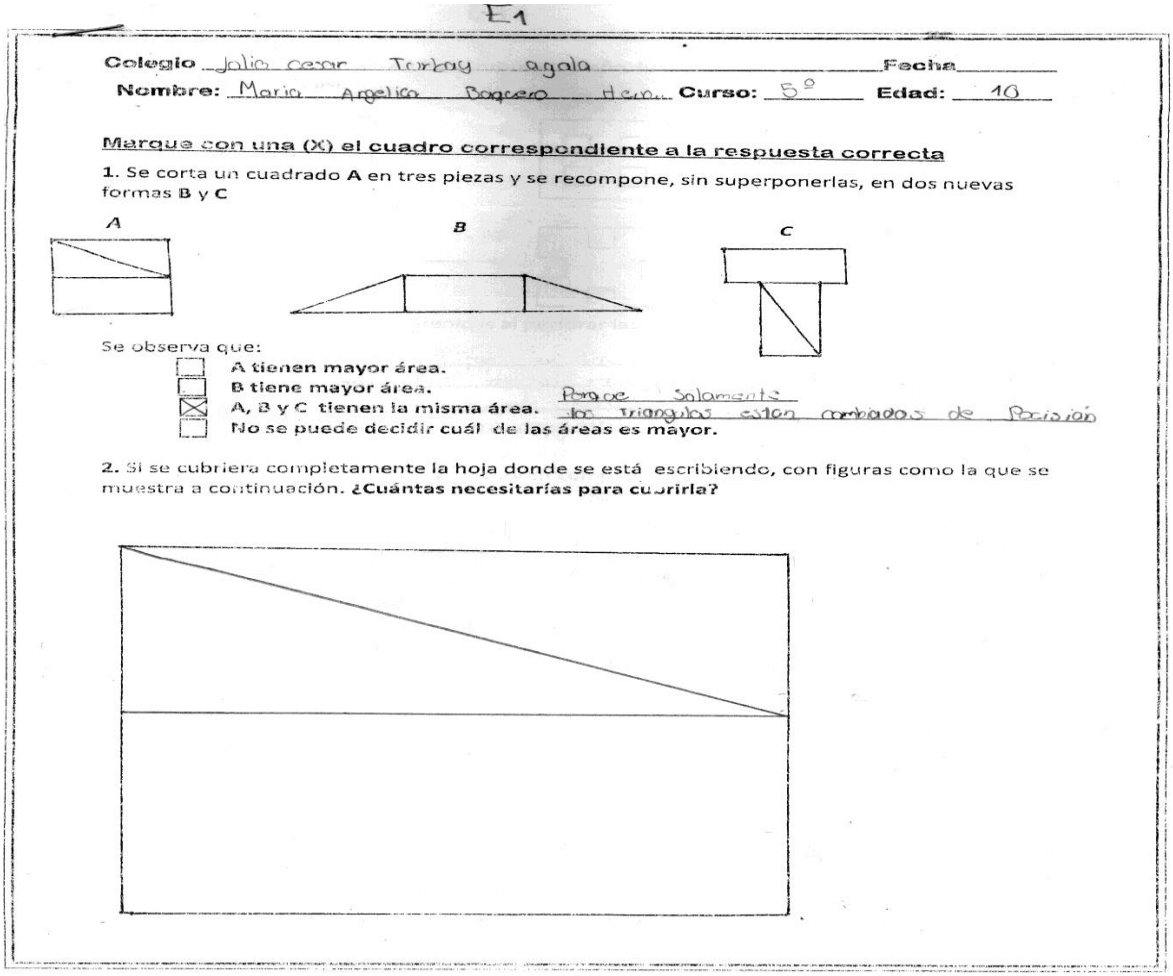
Ítem 12 12. En una competencia organizada por el profesor de matemáticas, gana el equipo que logre encerrar con una cinta de 36 metros la mayor área en el patio del colegio. Se han conformado 10 equipos en total. Los 3 primeros equipos propusieron las siguientes soluciones…. Si usted perteneciera al cuarto equipo. ¿Cuál solución plantearía para garantizar que ninguno de los equipos restantes pueda obtener una figura de mayor área?		
PROPÓSITO DE LA PREGUNTA Realización de procedimientos de cálculo del área con el uso de procedimientos de aritmetización.		
Respuestas	**Análisis de las respuestas**	**Cantidad y porcentaje de respuesta**
Tipo 1. Estudiantes que establecen el área por medio de procesos de aritmetización. **Tipo 2.** Estudiantes que proporcionan un número cualquiera como valor del area.	**Tipo 1.** Los estudiantes relacionan las medidas dimensionales de la figura para obtener el area y mantener el perímetro. **Tipo 2.** Los estudiantes ofrecen un número cualquiera atendiendo solo a la indicación de ser mayor**.**	**Tipo 1: 7 estudiantes (17.5%)** **Tipo 2: 33 estudiantes (82.5%)**

Los resultados dos en este ítem, permite identificar que la mayoría de los estudiantes no acuden a procesos de aritmetización para hallar el área, lo cual implicaría en este caso determinar unas dimensiones que permitan mantener el perímetro y variar el área.

Asignación de categorías

Para ubicar a un estudiante en un determinado nivel o categoría se tuvo en cuenta al igual que en la primera aplicación su desempeño en los diferentes ítems relacionados con la comprensión de un aspecto del concepto de área, para asignar a un estudiante un nivel de comprensión avanzado se observó que cumpliera con el criterio del nivel anterior.

En esta aplicación se observó que 29 de los 40 estudiantes que responden la pregunta 4 según lo especificado en el criterio, no responden adecuadamente el ítem 2 en el cuál se les solicita estimen el área de la hoja de trabajo, lo cual requiere en primer lugar identificar la superficie para luego cubrirla con unidad, en este caso los estudiantes dan respuestas de tipo 2. Como se evidencia en la ilustración 8 el estudiante E1 relaciona la figura del ítem 2 por su semejanza con la pieza A del ítem 1, esto demuestra que el estudiante no entiende el anunciado quizás por inicialmente no comprende a que hace referencia lo solicitado. Este tipo de desempeño ubica a los 29 estudiantes en la categoría 0 que corresponde a quien no muestra comprensión de ninguna de la propiedades del área.


E1

Colegio Julio cesar Tovar agala Fecha

Nombre: Maria Angelica Bogotá Hern. Curso: 5° Edad: 10

Marque con una (X) el cuadro correspondiente a la respuesta correcta

1. Se corta un cuadrado A en tres piezas y se recompone, sin superponerlas, en dos nuevas formas B y C

A B C

Se observa que:

- [ ] A tienen mayor área.
- [ ] B tiene mayor área.
- [x] A, B y C tienen la misma área. Porque Solamente los triangulos estan cambiados de Posición
- [ ] No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.

2. Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo, con figuras como la que se muestra a continuación. ¿Cuántas necesitarías para cubrirla?

Ilustración 8. Desempeño del estudiante E1 en el ítem 2. Segunda aplicación del instrumento.

De acuerdo con los resultados se pudo establecer que 2 estudiantes calcularon adecuadamente cuántas baldosas requerían para cubrir la superficie de las figuras en el ítem 4 y en el ítem 2 identificaron la superficie de la hoja calculando su área haciendo uso de la unidad dada. Como se puede observar en la ilustración 9 el estudiante E15 establece como 4 la cantidad de figuras que se necesitarían para cubrir la hoja. Estos estudiantes solo cumplieron con este criterio por esta razón se ubican en la categoría 1 (percepción) en la subcategoría 1P que corresponde a quien identifica el área.

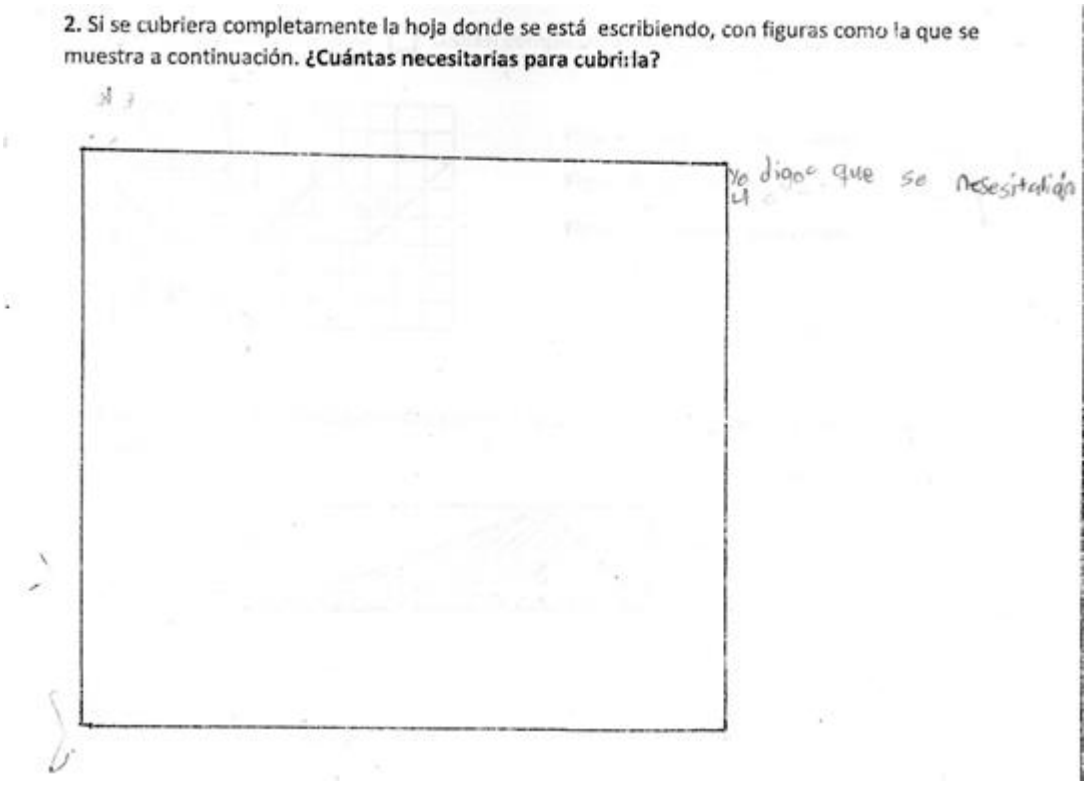
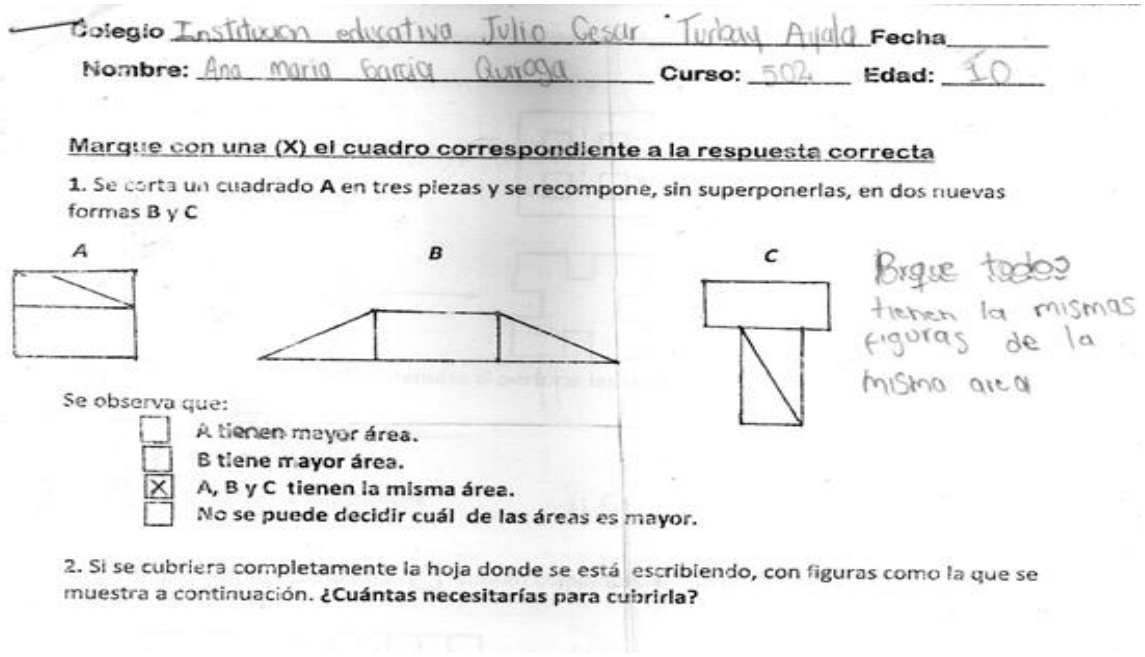


Ilustración 9. Desempeño del estudiante E 15 en el ítem 2. Segunda aplicación del instrumento.

También se pudo determinar que 9 estudiantes después de haber cumplido con el criterio de la subcategoría 1P (identificación) podían ubicarse en la subcategoría 2P (conservación) pues además de identificar el área la conservaban frente a trasformaciones cómo romper rehacer y la sustracción de superficies congruentes, lo cual se evidenció en las respuestas dadas a los ítems 1 y 3 del instrumento. Como se puede observar en la ilustración 10 y 11

el estudiante E10 argumenta la elección de su opción de respuesta con base la descomposición en el ítem 1 y la percepción del tamaño de las figuras en el ítem 3. Es importante sin embargo aclarar que estos estudiantes no cumplen con los criterios para ubicarse en la siguiente categoría por eso se ubican en la categoría 2P (conservación).


Colegio Institucion educativa Julio Cesar Turbay Ayala Fecha
Nombre: Ana maria Garcia Quiroga Curso: 502 Edad: 10

Marque con una (X) el cuadro correspondiente a la respuesta correcta

1. Se corta un cuadrado A en tres piezas y se recompone, sin superponerlas, en dos nuevas formas B y C

A B C

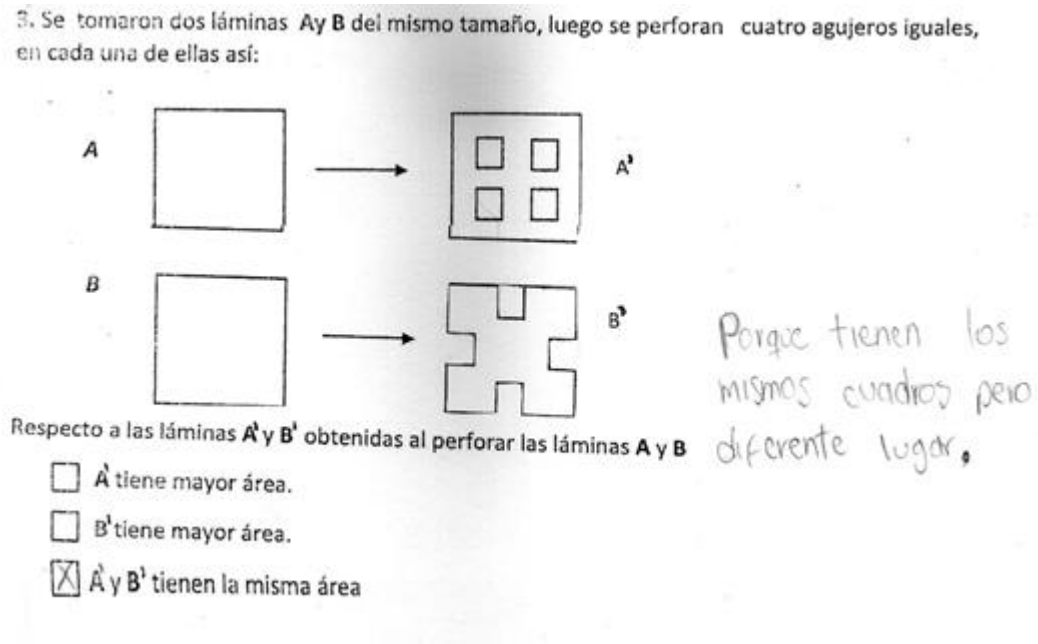
Porque todos tienen la mismas figuras de la misma area

Se observa que:

- [ ] A tienen mayor área.
- [ ] B tiene mayor área.
- [X] A, B y C tienen la misma área.
- [ ] No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.

2. Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo, con figuras como la que se muestra a continuación. **¿Cuántas necesitarías para cubrirla?**

Ilustración 10. Desempeño del estudiante E10 en el ítem 1. Segunda aplicación del instrumento.


3. Se tomaron dos láminas A y B del mismo tamaño, luego se perforan cuatro agujeros iguales, en cada una de ellas así:

A → A'

B → B'

Porque tienen los mismos cuadros pero diferente lugar.

Respecto a las láminas A' y B' obtenidas al perforar las láminas A y B

- [ ] A' tiene mayor área.
- [ ] B' tiene mayor área.
- [X] A' y B' tienen la misma área

Ilustración 11. Desempeño del estudiante E10 en el ítem 3. Segunda aplicación del instrumento.

Finalmente se pudo evidenciar que 2 estudiantes tras haber cumplido los criterios de las anteriores categorías (categoría 1percepción, categoría 2 comparación) podían ubicarse en la categoría 3 que corresponde a la categoría medida en la subcategoría 1M (iteración) que corresponden a quienes realizan procesos de medición acudiendo a la pavimentación con unidades enteras y fracciones, lo cual se pudo observar en las respuestas dadas a los ítems 6 literal a y el ítem 9 literal a y b. Como se aprecia en la ilustración 12 y 13 el estudiante E27 establece el área del rectángulo en ítem 6 literal a. pavimentando la figura y en los literales a y b del ítem 9 utiliza la pavimentación para cumplir con la construcción de los rectángulos y cuadriláteros con las condiciones de forma y área solicitadas. Estos estudiantes no cumplen con los criterios para ubicarse en la siguiente subcategoría.

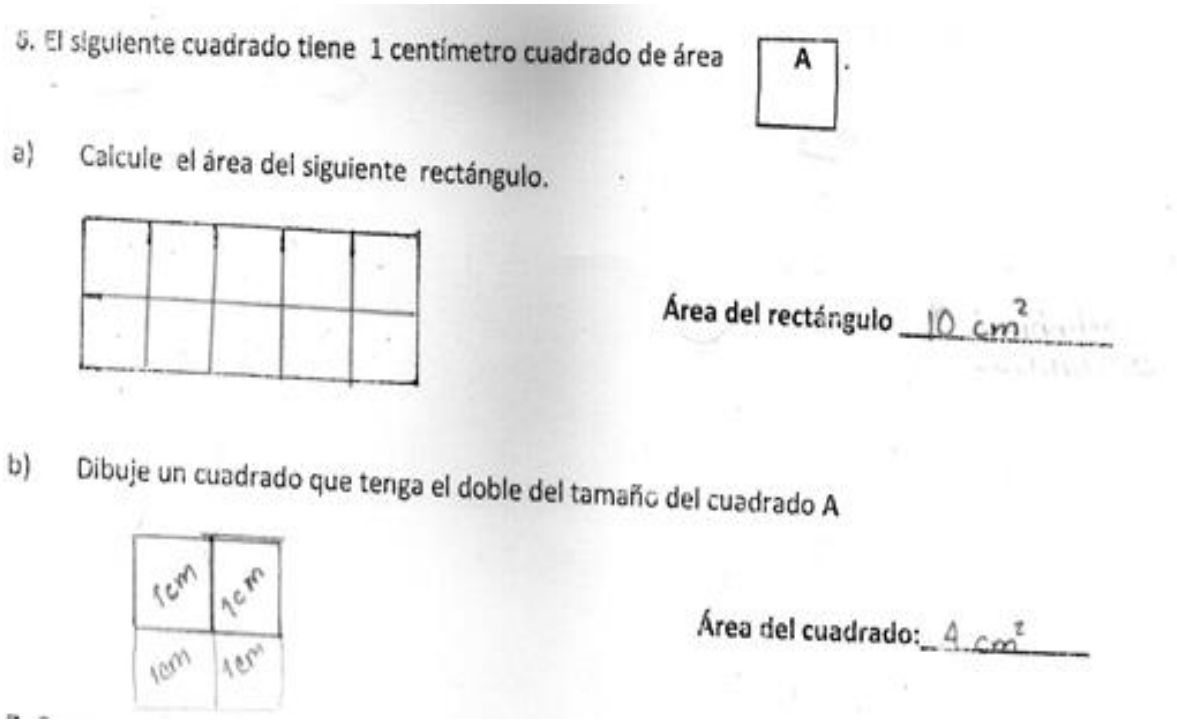


Ilustración 12. Desempeño del estudiante E27 en el ítem 6 literal a. Segunda aplicación del instrumento.

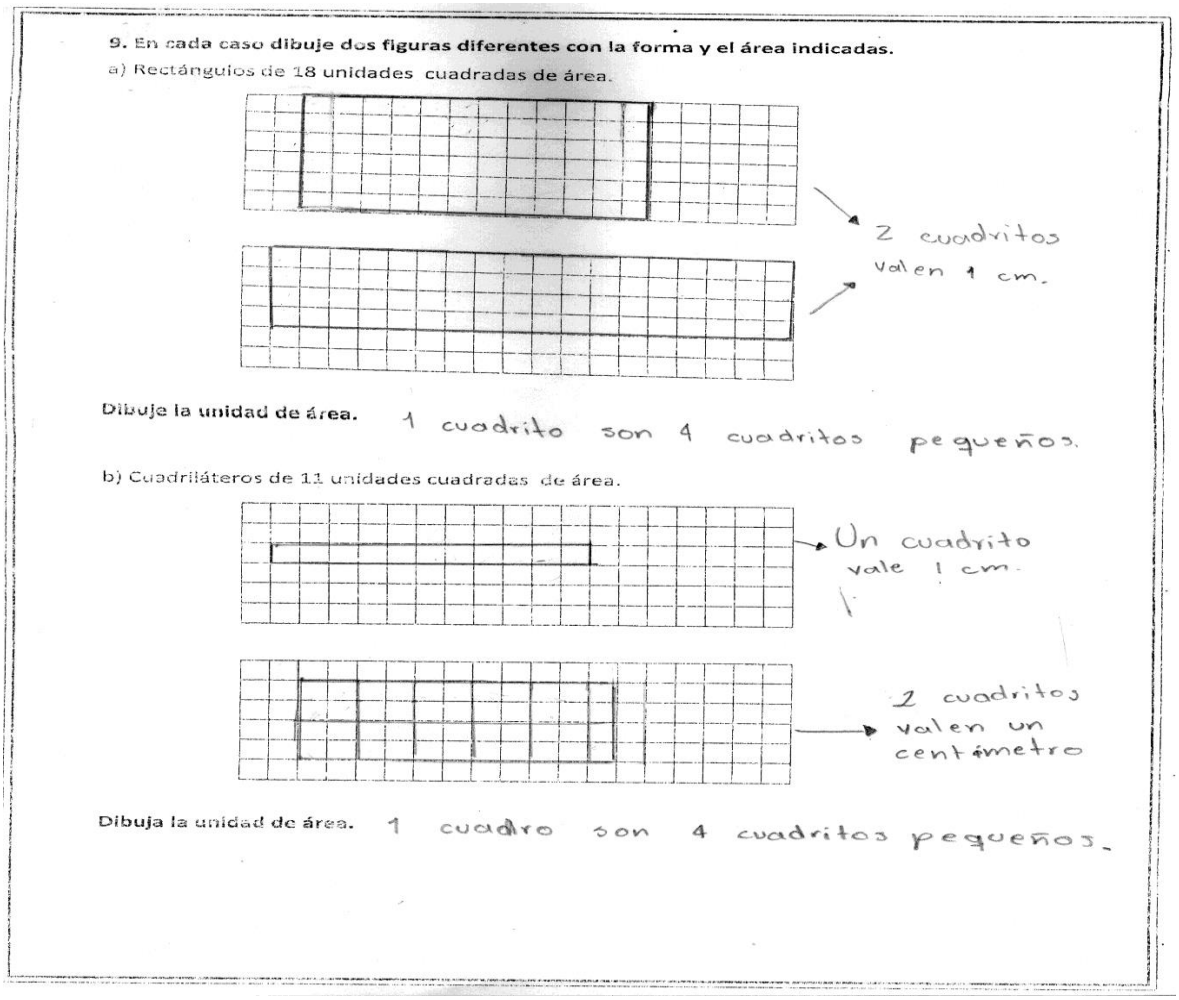


Ilustración 13. Desempeño del estudiante E27 en el ítem 9 literales ay b. segunda aplicación del instrumento.

Al igual que en la primera aplicación se asignó una categoría y subcategoría a los estudiantes de acuerdo con los resultados generales obtenidos y la aplicación de las pautas de categorización, tras lo cual los estudiantes se ubicaron como muestra en la siguiente tabla.

Tabla 36. Ubicación de los estudiantes de acuerdo con su desempeño general en la segunda aplicación del instrumento.

Categoría	Estudiantes que cumplen con los criterios de la categoría.	Número de estudiantes
Categoría 0	E1,E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E30, E31, E32,E35, E36, E38,E40	29 estudiantes
Categoría 1 Percepción. 1P	E 15, E39	2 estudiantes

Categoría 1 Percepción 2P	E2, E10, E14, E26, E27, E28, E33, E34, E37.	9 estudiantes
Categoría 2 Comparación 1C.	0	0
Categoría 2 Comparación 2C	0	0
Categoría 3 Medida. 1M	E16, E27	2
Categoría 3 Medida 2M	0	0
Categoría 4 Aritmetización	0	0
Categoría 5 Estimación	0	0

De acuerdo con los resultados en la segunda aplicación del instrumento se puede establecer que algunos estudiantes identifican y reconocen el área incluso algunos llegan a la comprensión de la medida por iteración, sin embargo la mayoría de los estudiantes se ubicó en la categoría cero, la cual corresponde a quien no reconoce ningún de los aspectos del área, en ese sentido se puede concluir que el aspecto hacia el que hubo movilización fue hacia el de la percepción del área.

4.6. Análisis comparativo de los resultados obtenidos en a la primera y segunda aplicación del instrumento de indagación.

En la primera aplicación del instrumento un solo estudiante se ubicaba en la subcategoría 1P y treinta y nueve estudiantes en la categoría 0, en la segunda aplicación del instrumento, dos estudiantes se ubicaron en la subcategoría 1P, nueve estudiantes se ubicaron en la subcategoría 2P y dos estudiantes se ubicaron en la subcategoría 1M. La mayoría de los estudiantes se ubicó en la categoría 0.

Atendidos en su totalidad a los objetivos específicos planteados se puede concluir que el aspecto del área que fue comprendido por algunos estudiantes tras la implementación de la propuesta corresponde a la percepción del área.

Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

5. 1 Conclusiones

Con la implementación de esta propuesta se pudo confirmar que la adquisición del concepto de área está relacionado con un proceso complejo y extenso, cuyo punto de partida es indefectiblemente la identificación de la magnitud, sin este reconocimiento los estudiantes se encuentran con serias dificultades para comprender otros aspectos relacionados con el concepto de área cómo la comparación, la conservación, la medida, la aritmetización y la estimación.

A través de la aplicación del instrumento se pudo evidenciar, por ejemplo que cuando se pide a los estudiantes que comparen las figuras atendiendo al área, ellos comparan utilizando como referencia otras cualidades como la longitud, la cantidad de lados o la forma de las figuras, esto lleva a reconocer que es necesario que en el contexto escolar se realicen tareas de recubrimiento y de comparación desde los primeros grados para que los estudiantes puedan descubrir la magnitud y distinguirla de otras cualidades, comprensión inicial e indispensable en el aprendizaje de la medida.

Así mismo, se observó que cuando se pide a los estudiantes que establezcan si dos figuras con apariencia diferente tienen la misma área, estos comparan atendiendo a la percepción de la forma, hecho que pone de manifiesto la necesidad de que los estudiantes realicen tareas de comparación en las cuales haya que realizar transformaciones que les permitan reconocer la autonomía del área con respecto a la forma.

Con la segunda aplicación del instrumento y con relación a la medida del área se pudo establecer que muchos estudiantes lograban dar respuesta a algunas preguntas que estaban asociadas con la medida del área por iteración, sin embargo cuando se enfrentaban a preguntas en las que se debía establecer una medida acudiendo al recubrimiento, era

evidente que no reconocían qué era lo que debía recubrirse, ni cómo debían hacerlo, hecho que confirma que los estudiantes, en este caso particular, cuentan cuadritos como parte de una práctica que se ha enseñado pero tal vez no son conscientes de la relación de esta práctica con un proceso de medición. Este hecho lleva a pensar que se hace necesario realizar prácticas de medición desde los primeros grados que les permitan a los estudiantes captar que significa medir y el papel que tiene la unidad en este proceso.

Con relación a la aritmetización, se pudo observar que los estudiantes no establecen ninguna relación geométrica ni métrica entre las figuras como medio para obtener el área de una de ellas. Establecen el área por medio de iteración es decir, contando cuadritos y realizando pavimentaciones diferentes pero, como ya se dijo, no son conscientes de que se trata de un proceso de medición y tampoco de qué es lo que se está midiendo. Este hecho plantea la necesidad de un adecuado proceso de aprendizaje que permita a los estudiantes hacer una transición adecuada de la medida por iteración a la medida cómo producto de dos dimensiones.

Para finalizar esta relación entre la identificación del área y la comprensión de los aspectos de la medida se pudo establecer que los estudiantes no estiman sino cuentan cuadritos y miden lados, lo cual es evidencia de que aunque el conteo de unidades resulta básico para la medida, los niños no pueden establecer la relación de esta tarea con lo que significa medir y tampoco pueden establecer la medida sin acudir a estos medios, este hallazgo permite darse cuenta de la necesidad de que la habilidad para realizar estimaciones sea desarrollada desde los primeros grados como parte indispensable del proceso de aprendizaje de la medida y dada su utilidad en la vida cotidiana.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente se puede concluir que siendo la adquisición de este concepto de tal complejidad como la mencionan Del Olmo et al. (1993. P.46) quienes proponen estos aspectos para su enseñanza. Es posible que la implementación de una propuesta en este grado como medio para la adquisición de este concepto sea insuficiente dado el tiempo y las particularidades que puede conllevar su aprendizaje para

los estudiantes. Esta complejidad se puede confirmar en el documento de Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas (2006) en el cual se proponen estándares asociados a la comprensión de las magnitudes y de su medida, tanto para el primer ciclo (1° a 3°) como para el segundo ciclo de la básica primaria (4° y 5°). En este sentido la adquisición y la comprensión de estos conceptos atraviesa los diferentes grados de la básica primaria (con un determinado nivel de complejidad) siendo el grado quinto el nivel donde se espera, hayan sido consolidados tras el proceso iniciado y secuenciado en los grados anteriores

Con relación a la propuesta se concluye que las situaciones problema particularmente las referidas a los "casos de peritaje", en las que los estudiantes ponen a prueba sus saberes, fueron útiles para cuestionarlos acerca de lo que creían saber sobre el área, ya que cuando se les pedía que dieran cuenta de la estrategia que habían empleado y el procedimiento que habían seguido para hallar la medida para solucionar el problema esta argumentación les resultaba conflictiva. Es probable que dar cuenta del procedimiento y construir una explicación coherente permita evidenciar que los niños no manejen aún el concepto de área.

Se concluye entonces que es trascendental utilizar para el aprendizaje matemático, situaciones problema cercanas a los estudiantes que les motiven a encontrar una solución y que permitan realizar construcciones conceptuales importantes de forma comprensiva, en este sentido que les permitan adquirir la conciencia acerca de lo que se sabe y lo que es necesario comprender para poder plantear una estrategia efectiva que permita dar una solución a un problema.

Con respecto al trabajo en colaboración se pudo observar que los niños tienden a trabajar juntos en la solución de una situación, pero que normalmente no discuten, sino que adoptan la solución, resulte coherente o no, de aquel que primero que haya encontrado un medio para solucionarla. Esto evidencia que el trabajo en colaboración es favorable para el aprendizaje de los estudiantes pero que es necesario transformar la dinámica. Es posible que los niños interactúen así, ya que cuando trabajan en grupo lo hacen para encontrar la solución a un ejercicio de modo que, lo que han percibido es que se trabaja con otro para hallar una

respuesta. En esta implementación el trabajo en colaboración se dio en el sentido de encontrar diferentes estrategias en los grupos al pedir a los estudiantes que socializaran a aquellas que se percibieran diferentes para que los niños pudieran notar esas diferencias y discutir sobre ellas.

A nivel profesional es importante mencionar que no fue fácil realizar la implementación de esta propuesta en primera lugar, porque las situaciones diseñadas con el propósito de aprender sobre los aspectos del área desde el inicio constituyeron un desafío para la docente cuya formación es en básica primaria, en un primer momento la docente tuvo que enfrentarse personalmente a las situaciones para poder comprender cómo orientar a los estudiantes en la resolución de los problemas, este acercamiento hizo que la profesora reconociera que necesitaba estudiar acerca del área y de su enseñanza para abordar las situaciones y poder orientar adecuadamente el aprendizaje de los estudiantes.

Con respecto a lo dicho anteriormente la revisión de documentos de carácter didáctico, de carácter curricular y de propuestas didácticas para abordar la enseñanza-aprendizaje del área en el contexto escolar permitió hacer un reflexión importante acerca de la propia práctica pedagógica llegando a comprender que lo que efectivamente se venía haciendo para abordar los procesos de enseñanza del área correspondía a un "enfoque aritmético" y no a un proceso que implicaba la comprensión previa de otros aspectos del concepto de área.

Por otra parte también fue un reto implementar situaciones problema cuyas características las hacían muy diferentes a los problemas que la docente conocía, problemas rutinarios en los cuales un estudiante podía encontrar de forma explícita la información que requería para poder solucionarlo y en que los que debía seguir una serie de pasos para poder llegar a la solución, junto a esta idea también la fuerte creencia acerca de que si a los estudiantes se les brindaba unas claves o pistas como identificar ciertas palabras en el enunciado de un problema podían llegar más fácilmente a reconocer cual era el algoritmo requerido para darle solución.

Estas concepciones llevaban a que la docente considera que las situaciones problema de la propuesta no eran apropiadas para los estudiantes de quinto ya que pensaba que estos no contaban con los conocimientos sobre el área necesarios para poder enfrentarse a ellas, en este sentido había un temor acerca de si los estudiantes podrían resolver las situaciones sin haberles explicado previamente que era el área o como debían proceder para poder resolverlos.

La revisión de la literatura sobre resolución de problemas y la comprensión de su significado en la propuesta le permitió a la docente darse cuenta de la existencia de estas concepciones y de su influencia en su forma de emplear la resolución de problemas en el aula. Con el desarrollo de este trabajo se considera haber superado la concepción tradicional acerca de la enseñanza del área y el significado de la resolución de problemas, la cual se entiende ahora cómo una forma de abordar el trabajo matemático en aula y de favorecer el desarrollo del pensamiento matemático.

Es importante reconocer, sin embargo, que el desarrollo de estas prácticas innovadoras se hace una tarea que se complejiza a razón de la cantidad de estudiantes y la cultura de trabajo matemático que se ha impuesto en el aula, no obstante es necesario persistir y conservar la conciencia sobre la formación requerida para realizar una adecuada orientación de los procesos de aprendizaje y del trabajo en colaboración como medio para que los estudiantes puedan lograr mejores aprendizajes.

Con respecto a la investigación es importante resaltar que el instrumento utilizado fue pertinente para la indagación de la comprensión de los aspectos del área, en combinación con la aplicación de los criterios de categorización, ya que, aunque en el análisis de un ítem parecía mostrar que los estudiantes habían adquirido la comprensión de un determinado aspecto del área, esto no se podía concluir sino hasta que se recogiese la suficiente información que pudiese llevar a una conclusión determinante.

Realizar es análisis del aprendizaje se considera una experiencia importante e inherente a los procesos de enseñanza, ya que, conocer específicamente las dificultades encontradas por los estudiantes puede llevar a acciones pertinentes en procura de mejorar los aprendizajes, así mismo, permite retroalimentar a los estudiantes y ayudándoles a identificar qué han aprendido y qué les falta por aprender.

5. 2 Recomendaciones

Se sugiere implementar situaciones problema tendiente al descubrimiento de la magnitud, ya que se pudo establecer que las situaciones, en su mayoría, tratan con aspectos relacionados con la medida; sin embargo, el diseño de las situaciones era pertinente para estos propósitos.

Es posible que algunas de las acciones que permitan hacer una intervención efectiva sobre estos problemas de comprensión estén asociadas a los conceptos y propiedades de las figuras. Al igual que con la relación con otras magnitudes de modo que, se podrían incluir en la propuesta situaciones que atiendan a estos propósitos.

Bibliografía

Arenas, M. (2012) *Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas* (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Medellín, Colombia.

Arquero, B., Bernosa, A., García, N., Moje, M. (2009) *Investigación Experimental. Métodos de la investigación educativa.* Disponible en: *https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Experimental_doc.pdf*

Bohórquez, L. (2004). *Aprendizaje del concepto de área. Incidencia del trabajo en colaboración, la resolución de problemas y el Cabri-Geometry en la comprensión de aspectos asociados al concepto de área* (Tesis de maestría). CIFE. Centro de Investigación y Formación en Educación. Universidad de los Andes: Bogotá.

Corberán, R. (1996). *El Área. Recursos didácticos para su enseñanza en primaria.* Recuperado de http://www.kekiero.es/area/ElArea.pdf

Del Olmo, M., Moreno, F., & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.

Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas.* Barcelona: Labor.

Godino, J. D., Batanero, C. y Roa, R. (2003). *Medida y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/

Gómez, M. (2011). Pensamiento Geométrico y Métrico en las Pruebas Nacionales (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Bogotá, Colombia.

ICFES. (2016). Saber 5°. *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2016.* Bogotá. D.C.

"…El documento titulado: Las magnitudes y su medida en la educación primaria contiene orientaciones curriculares, la descripción de confusiones, dificultades y errores asociados al aprendizaje de las diferentes magnitudes y algunas propuestas didácticas sugeridas para abordar el proceso de enseñanza-aprendizaje en la primaria".(s.f). Recuperado de

http://aplicaciones2.colombiaaprende.edu.co/ntg/ca/Modulos/magnitudes/docs/LAS%20MAGNITUDES%20Y%20SU%20MEDIDA%20EN%20LA%20EDUCACION%20PRIMARIA.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas.* Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Informe por colegio. Pruebas Saber 3°, 5° y 9°. Aterrizando los resultados en el aula. IE Julio Cesar Turbay Ayala.* Bogotá. D.C.

Pérez, G. (1994). Investigación cualitativa: Retos e interrogantes. Madrid: La muralla.

Posada, F., Gallo, O., Gutiérrez, J., Jaramillo, C., Monsalve, O., Múnera, J., Vanegas, M. (2006). *Módulo 3. Pensamiento métrico y sistemas de medidas.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Roldán, G & Rendón, H. (2014). *Estrategia para el estudio del área y el perímetro de figuras planas articulado al modelo socio crítico para los estudiantes de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez* (Tesis de maestría). Universidad de Medellín. Departamento de Ciencias Básicas. Medellín, Colombia.

Ordoñez, C. (2004) Editorial: Pensara pedagógicamente el constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. *Revista de estudios sociales.* (p. 7-12)

UNESCO. (2016). TERCE. *Aportes para la enseñanza de la matemática.* Recuperado de http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002448/244855s.pdf

6. Anexos

Anexo1. Instrumento de indagación.

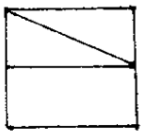
Colegio _____ **Fecha**_____

Nombre: _____ **Curso:** _____ **Edad:** _____

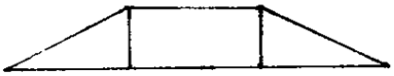
Marque con una (X) el cuadro correspondiente a la respuesta correcta

1. Se corta un cuadrado **A** en tres piezas y se recompone, sin superponerlas, en dos nuevas formas **B** y **C**

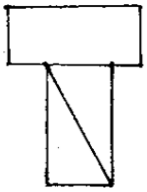
A



B



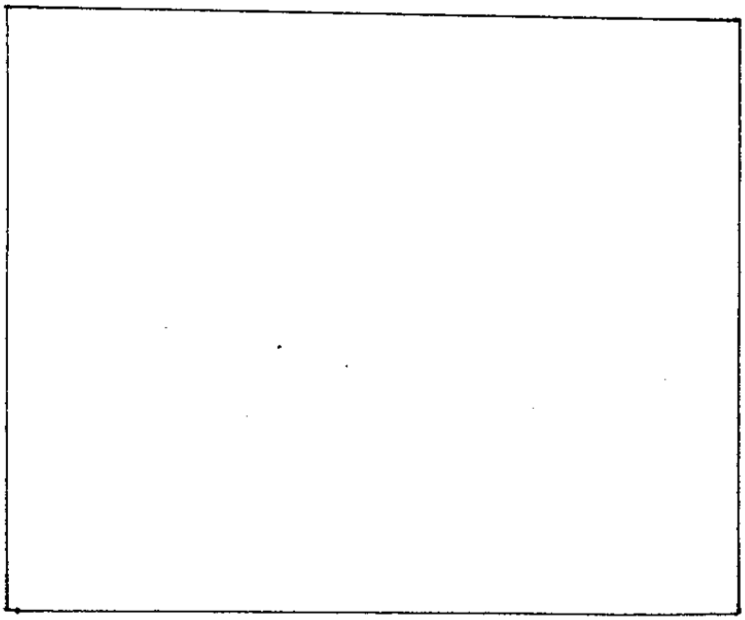
C



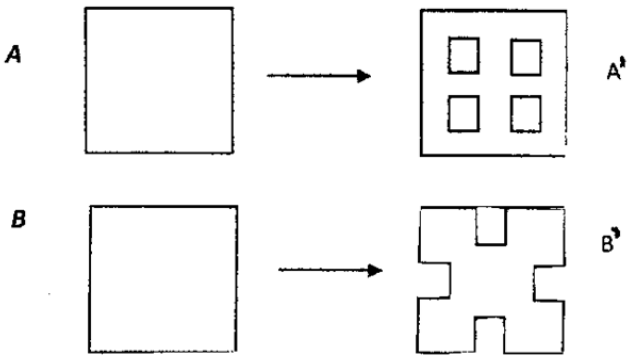
Se observa que:

- ☐ **A tienen mayor área.**
- ☐ **B tiene mayor área.**
- ☐ **A, B y C tienen la misma área.**
- ☐ **No se puede decidir cuál de las áreas es mayor.**

2. Si se cubriera completamente la hoja donde se está escribiendo, con figuras como la que se muestra a continuación. **¿Cuántas necesitarías para cubrirla?**



3. Se tomaron dos láminas **Ay B del mismo tamaño,** luego se perforan cuatro agujeros iguales, en cada una de ellas así:



Respecto a las láminas **A'** y **B'** obtenidas al perforar las láminas **A** y **B**

- ☐ **A'** tiene mayor área.
- ☐ **B'** tiene mayor área.
- ☐ **A'** y **B'** tienen la misma área

4. ¿Cuántas baldosas como esta ☐ cubren completamente a cada una de las figuras?

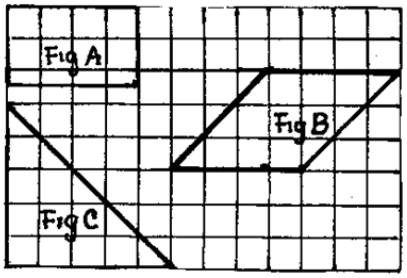


Figura A. Número de baldosas _____

Figura B. Número de baldosas _____

Figura C. Número de baldosas _____

5. Halle el área del triángulo, sabiendo que el área del rectángulo es de 46 centímetros cuadrados.

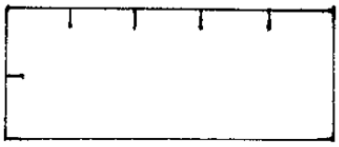


Área de la parte sombreada: _____

6. El siguiente cuadrado tiene 1 centímetro cuadrado de área 

.

a) Calcule el área del siguiente rectángulo.

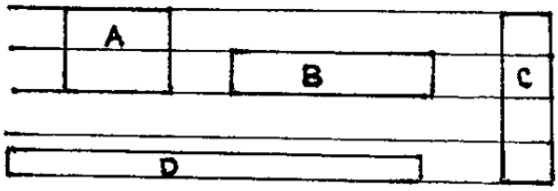


Área del rectángulo _____

b) Dibuje un cuadrado que tenga el doble del tamaño del cuadrado **A**

Área del cuadrado:_____

7. Compare el tamaño de las siguientes figuras.



Se observa que:

☐ **Todas las figuras tienen distinta área.**

☐ **La figura D tiene mayor área.**

☐ **La figura A tiene menor área.**

☐ **Todas las figuras tienen igual área.**

Explica que hiciste para encontrar la respuesta._____

_____

8. Explique porqué una de las dos figuras tiene mayor área.

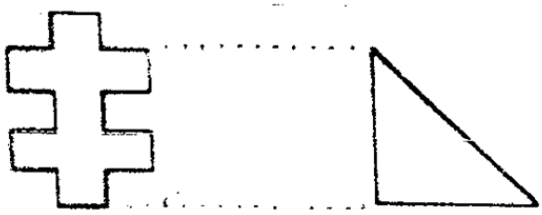
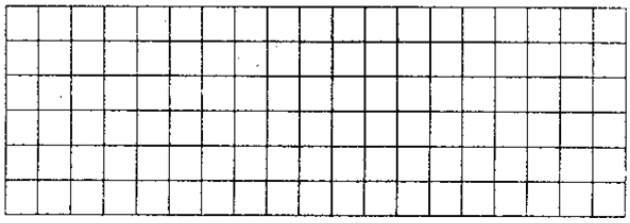
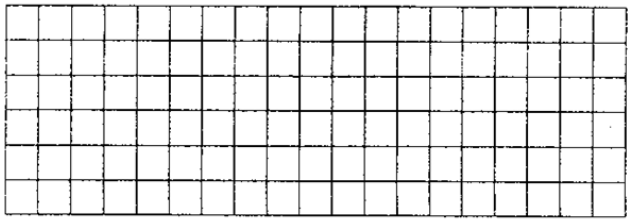


Fig. A Fig. B

9. En cada caso dibuje dos figuras diferentes con la forma y el área indicadas.

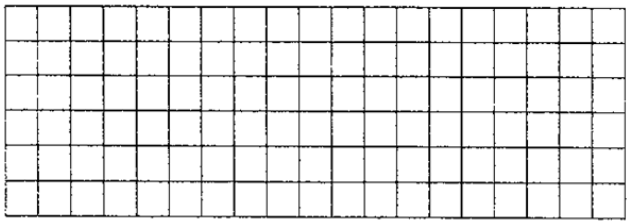
a) Rectángulos de 18 unidades cuadradas de área.

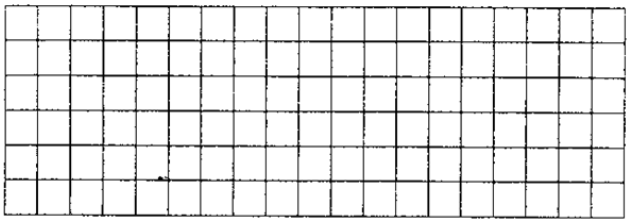




Dibuje la unidad de área.

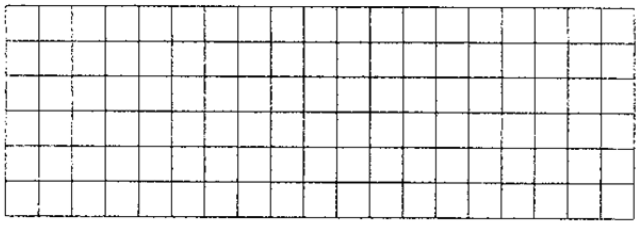
b) Cuadriláteros de 11 unidades cuadradas de área.

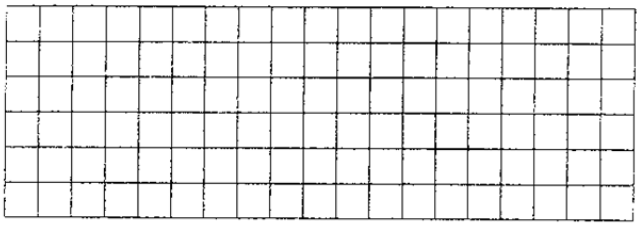




Dibuja la unidad de área.

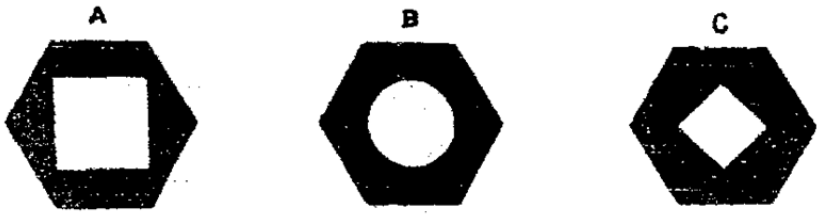
c) Triángulos de 12 unidades cuadradas de área.





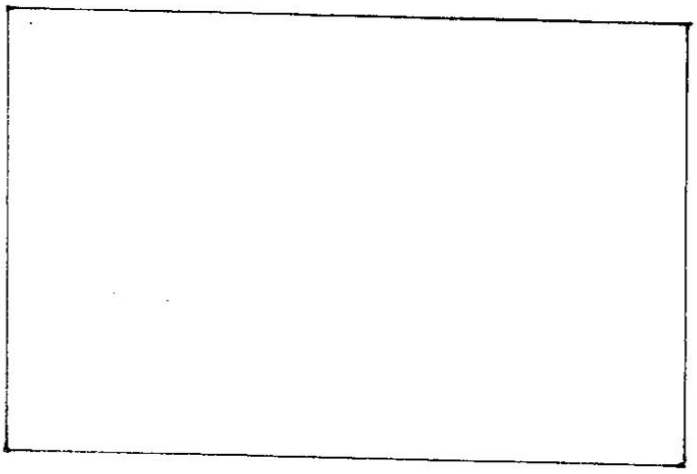
Dibuja la unidad de área.

10. Para elaborar aretes en lámina de oro, un artesano tiene los siguientes diseños.



Ordene los diseños **de MAYOR a menor** de acuerdo con la cantidad de material que se requiere para realizarlos.

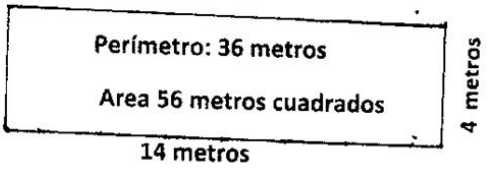
11. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la siguiente figura?



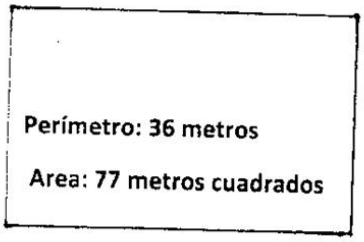
Explica el procedimiento

12. En una competencia organizada por el profesor de matemáticas gana el equipo que logre encerrar con una cinta de 36 metros la mayor área en el patio del colegio. Se han conformado 10 equipos en total. Los 3 primeros equipos propusieron las siguientes soluciones:

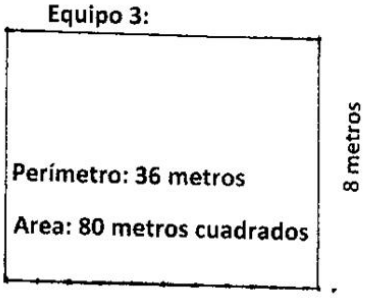
Equipo 1:



Equipo 2:



Equipo 3:



¿Si usted perteneciera al cuarto equipo, cual solución plantearía para garantizar que ninguno de los equipos restantes pueda obtener una figura de mayor área?

Perímetro: _____

Area: _____