ELABORACIÓN DE UN AVA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A PARTIR DE SITUACIONES PROBLEMA

ESTUDIANTE

YANCEL ORLANDO SOTO HERNÁNDEZ

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA

BOGOTÁ, D. C.

ELABORACIÓN DE UN AVA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A PARTIR DE SITUACIONES PROBLEMA

ESTUDIANTE

YANCEL ORLANDO SOTO HERNÁNDEZ

Trabajo de grado para optar por el título de Especialista en Educación en Tecnología

DIRECTOR DEL TRABAJO

NELSON OTÁLORA PORRAS

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad de Ciencias Y Educación

Especialización en Educación en Tecnología

Bogotá, D. C.

2020

RESUMEN ANALÍTICO

RESUMEN ANÁLITICO EN EDUCACIÓN		
TIPO DE DOCUMENTO: INFORME TRABAJO DE GRADO	**TIPO DE IMPRESIÓN:** DIGITAL EN COMPUTADOR	**NIVEL DE CIRCULACIÓN:** GENERAL
ACCESO AL DOCUMENTO		
Lugar: Repositorio Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá Colombia (RIUD). Programa de Especialización en Educación en Tecnología		**Número**:
TÍTULO: ELABORACIÓN DE UN AVA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A PARTIR DE SITUACIONES PROBLEMA		
AUTOR(ES): Soto Hernández, Yancel Orlando	**PUBLICACIÓN:** Bogotá- Colombia. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Junio de 2020.	
UNIDAD PATROCINANTE: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Programa de Especialización en Educación en Tecnología		
PALABRAS CLAVES: Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), Funciones Matemáticas, Aprendizaje Basado en Problemas, Educación con Tecnología.		

DESCRIPCIÓN:

En la propuesta entregada como informe final, el autor presentó el diseño de una secuencia de actividades en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) en la plataforma Moodle; apoyándose de recursos digitales como GeoGebra, ExeLearning y Thatquiz para fortalecer el concepto de función matemática en estudiantes de grado décimo.

Los objetivos y estructura metodológica se enfocaron en la construcción de un AVA que a posteriori permita mejorar competencias y superar dificultades sobre el concepto de función matemática, partiendo de la comprensión de un problema, asociación de situaciones con formas matemáticas, variación de estructuras en gráficos geométricos y álgebra de funciones.

Se estructuró un marco referencial desde cuatro categorías las cuales son: Funciones matemáticas, Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA), Aprendizaje basado en problemas y Educación con tecnología que permitieron estructurar la propuesta.

Se dejó como producto final el AVA **(VER AQUÍ),** el documento escrito con los parámetros establecidos y una matriz de indicadores con unos niveles de alcance de acuerdo a una actividad o tarea matemática específica, la cual permitirá analizar el nivel de avance de los estudiantes en una posible aplicación.

FUENTES:

El autor del trabajó consideró 29 fuentes bibliográficas entre libros y artículos publicados en diferentes bases de datos. Se destacan las siguientes referencias:

- Betancur, J. (2010). *Un acercamiento a la noción de función lineal en entornos virtuales a través del software matemático GeoGebra.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.
- Briceño, S. (2009). *Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje y conocimiento tecnológico y didáctico del contenido.* Congreso Mundial de Educación Superior a distancia.
- Castro, I. (2007). *Un paseo finito por lo infinito. El infinito en matemáticas.* Universidad Pontificia Javeriana. ISBN 9789586839372. Bogotá- Colombia.
- Domínguez, E; Matos, R y otros. (2011). *El ABP mediado con tecnología móvil como estrategia pedagógica para el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas*. Universidad del Norte. Barranquilla- Colombia.

- García, J. (2017). *Análisis del rendimiento académico en el estudio de los límites de funciones de variable real con el apoyo de objetos interactivos de aprendizaje.* Universidad de Manizales. Caldas- Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas; Potenciar el pensamiento matemático, un reto escolar.* Bogotá- Colombia.
- Páez, L. (2017). *AVA. Dibujando mí historia para NUESTRATOON. Aprendiendo a dibujar para mi web.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.
- Portilla, J. (2014). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en primero de bachillerato de ciencias y tecnología.* Universidad de la Rioja. Sevilla- España.
- Rueda, R & Quintana, A. (2013). Ellos vienen con el chip incorporado. Aproximación a la cultura informática escolar. Serie Investigación IDEP. Bogotá D.C. Tercera edición.
- Sychocki, R y Dos Reis, S. (2019). Funções quadráticas e tecnologias móveis: ações cooperativas em um experimento no ensino médio. Gôndola Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

CONTENIDOS:

Los contenidos principales del trabajo de grado considerados por el autor fueron los siguientes: objetivos, problema, contexto, antecedentes, propuesta y proyecciones. Los elementos destacados de cada apartado del trabajo se describen a continuación:

- **OBJETIVOS:** Propone el diseño de un AVA centrado en el concepto de función matemática que permita observar patrones numéricos y relaciones de cambio. Realiza una secuencia de actividades en la plataforma Moodle estudiando diferentes herramientas tecnológicas apropiadas para conceptualizar sobre las funciones que posteriormente permita sistematizar avances en una tarea matemática determinada.

- **PROBLEMA:** Los estudiantes que hacen parte del Consorcio Salesianos en Educación media presentan dificultades para resolver problemas en los que se utiliza el concepto de función matemática. Esta población carece de herramientas conceptuales que les permita reconocer elementos del pensamiento variacional.

- **CONTEXTO:** Estudiantes de grado décimo con edades entre los 14 y 16 años de cualquiera de las 4 instituciones del Consorcio Salesianos.

- **PROPUESTA:** Desarrollada en los espacios de formación Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA) y uso didáctico de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en las cuales el autor realizó diferentes bosquejos de la estructura de las actividades en las plataformas Moodle 1.9 y 2.5 y ExeLearning. Integró otras herramientas digitales y recursos de apoyo en el AVA elaborado, al cual se puede acceder dando **CLICK AQUÍ.**

- **PROYECCIONES:** Las proyecciones del autor están encaminadas a lo siguiente:

    1. Elaboración de un diseño completo del AVA (representaciones gráficas) con una serie de actividades que puedan ser aplicadas a posteriori.

    2. Justificación de manera concreta los niveles de una tarea matemática en cada una de las actividades para argumentar el grado de avance y evaluación de los estudiantes.

    3. Incorporación de otro tipo de herramientas tecnológicas como Tracker, Wólfram o Cabri que fortalezcan la comprensión de la variación de patrones desde lo matemático

    4. Explicación brindada en el AVA con tutoriales de autoría propia en cada uno de los componentes modulares.

Es importante resaltar que, dentro de estos aspectos, el autor siempre tuvo presente el marco referencial que fue construido a partir de unas categorías previas, las cuales fueron justificadas y validadas en el AVA elaborado.

METODOLOGÍA:

El autor de la propuesta trabajó y estructuró los diferentes aspectos de la misma en 8 momentos o fases las cuales son:

- ***Indagación:*** Se concibió una temática de interés sobre el área de conocimiento de forma general y se construyeron unas categorías de trabajo.

- ***Recolección:*** Se recolectó información primaria sobre las categorías construidas en una matriz de referencia.
- ***Delimitación:*** Se generaron criterios de delimitación de los trabajos referenciados en la matriz para su utilización en los antecedentes y marco de referencia.
- ***Análisis:*** Se tomaron los aspectos relevantes de los trabajos seleccionados para ser expuestos en los antecedentes y marco de referencia.
- ***Organización:*** Se comenzaron a estructurar elementos del trabajo escrito como objetivos, preguntas problema, antecedentes, marco de referencia y justificación.
- ***Presentación y retroalimentación:*** Se presentó el primer avance del trabajo con las componentes trabajadas en los momentos anteriores.
- ***Reestructuración:*** Se realizaron los respectivos ajustes de acuerdo a las recomendaciones dadas y se comenzó a sistematizar la propuesta relacionándola con los aspectos del trabajo construidos a lo largo del proceso.
- ***Sustentación y conclusión:*** Se presentó la propuesta con los componentes solicitados, se elaboraron proyecciones para posibles aplicaciones y se ajustaron componentes teóricos en función al AVA.

CONCLUSIONES:

- ✓ El autor presentó el diseño de un AVA (representaciones gráficas) con una serie de actividades que son propicias para ser aplicadas a posteriori.
- ✓ El autor construyó una tabla con una serie de niveles de una tarea matemática (ver anexo 5) que permitirá al profesor argumentar el grado de avance de los estudiantes en las actividades propuestas.
- ✓ El autor dentro de sus proyecciones futuras pretende mejorar las explicaciones con tutoriales de autoría propia en cada uno de los componentes modulares del AVA para ser trabajado con estudiantes de este nivel de escolaridad.
- ✓ El autor estructuró cada una de las actividades siguiendo de forma coherente las componentes didáctica y pedagógica, teniendo en cuenta cada fase de desarrollo, tiempos de trabajo y avances conceptuales de los estudiantes.
- ✓ El autor reflexiona sobre la articulación del material teórico y práctico a otros conceptos del análisis matemático como las derivadas e integrales.

AUTOR DEL RAE: YANCEL ORLANDO SOTO HERNÁNDEZ
FECHA DE ELABORACIÓN: 10 DE JUNIO DE 2020

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN 8
2. CONTEXTO DE TRABAJO 9
3. ANTECEDENTES 9
4. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO 10
4.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 11
4.2. JUSTIFICACIÓN 11
4.3. PREGUNTAS ORIENTADORAS 11
4.3.1. GENERAL 11
4.3.2. ESPECÍFICOS 11
4.4. OBJETIVOS DEL TRABAJO 12
4.4.1. GENERAL 12
4.4.2. ESPECÍFICOS 12
5. METODOLOGÍA DE TRABAJO 12
6. ASPECTOS TEÓRICOS 12
6.1. DESDE EL ASPECTO TECNOLÓGICO 13
6.2. DESDE EL ASPECTO PEDAGÓGICO 14
6.3. DESDE EL ÁREA DE CONOCIMIENTO 15
7. PROPUESTA 16
7.1. ACCESO AL AULA VIRTUAL (AVA) 17
7.2. ESTRUCTURA DEL AVA EN MOODLE 18
8. PROYECCIONES 20
9. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS 21
10. ANEXOS DE LA PROPUESTA 23

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Aportes significativos de los antecedentes para la propuesta (Fuente propia, 2019). 10
Tabla 2: Relación entre el modelo DECA y RP acompañado de la aplicación de cada momento (Fuente propia, 2019). 15
Tabla 3: Aspectos implícitos desarrollados en la propuesta de AVA (Fuente propia, 2020). 19

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Aspectos relevantes desde lo institucional, lo matemático y lo contextual (Fuente propia, 2020). 9
Ilustración 2: Relaciones entre los apartados del trabajo de grado (Fuente propia, 2020). 10
Ilustración 3: Estructura metodológica para la elaboración del trabajo de grado (Fuente propia, 2020). 12
Ilustración 4: Organización estructural y relación de las categorías (C) y subcategorías en el marco referencial con su respectiva numeración (Fuente propia, 2019). 13
Ilustración 5: Aspectos clave en la relación matemáticas y tecnología en el marco referencial (Fuente propia, 2020). 14
Ilustración 6: Representación del cambio de un círculo haciendo uso del programa GeoGebra (Tomado de Bortolossi; 2016). 14
Ilustración 7: Aspectos relevantes en la didáctica de la tecnología (Fuente propia, 2020). 15
Ilustración 8: Presentación del Blog Moviéndome con Funciones en la plataforma Blogger (Fuente propia, 2020). 16
Ilustración 9: Boceto de primeras actividades realizadas en la plataforma Moodle versión 1.9 (Fuente propia, 2020). 17
Ilustración 10: Diseño para insertar las representaciones gráficas en el aula virtual Moodle (Fuente propia, 2020). 17
Ilustración 11: Ejemplo de diseño y actividades en el aula virtual Moodle (Fuente propia, 2020). 17
Ilustración 12: Interfaz de usuario y contraseña de la versión de Moodle de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Fuente propia, 2020). 18
Ilustración 13: Interfaz de acceso como invitado al aula virtual de FUNCIONES MATEMÁTICAS que está disponible en los cursos de Moodle (Fuente propia, 2020). 18
Ilustración 14: Portada de presentación del aula virtual con cada uno de sus módulos y bienvenida (Fuente propia, 2020). 18
Ilustración 15: Aspectos generales de organización del AVA en la plataforma Moodle (Fuente propia, 2020). 19

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1: Indicadores de aprendizaje por porcentaje tomados del Colegio Chuniza Fámaco para el año 2018. Los colores rojos indican que los aprendizajes están por debajo de la media con respecto a otras instituciones educativas del país (Fuente propia, 2020). 23
Anexo 2: Indicadores de aprendizaje por porcentaje tomados del Colegio Chuniza Fámaco para el año 2018. Los colores rojos indican que los aprendizajes están por debajo de la media con respecto a otras instituciones educativas del país (Fuente propia, 2020). 24
Anexo 3: Estructuración del AVA y muestra de la presentación de los módulos de bienvenida e introducción a las funciones con su material interactivo y vídeos de apertura en cada unidad (Fuente propia, 2020). 25
Anexo 4: Estructuración del AVA y muestra de la presentación de los módulos de funciones y aplicaciones junto con las actividades ExeLearning incorporadas en el espacio final de los módulos o unidades de estudio (Fuente propia, 2020). 26
Anexo 5: Cuadro de indicadores de una tarea matemática para analizar los niveles de avance de los estudiantes en su proceso interactivo con el AVA teniendo presente 3 categorías para identificar para evaluar el concepto de función matemática (Fuente propia, 2020). 27
Anexo 6: Evidencia de las preguntas propuestas en el proceso de autoevaluación de los estudiantes teniendo en cuenta las 3 componentes formativas, lo cognitivo, lo procedimental y lo actitudinal (Fuente propia, 2020). 28

ELABORACIÓN DE UN AVA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN A PARTIR DE SITUACIONES PROBLEMA

Yancel Orlando Soto Hernández
Especialización en Educación en Tecnología
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Bogotá, Colombia
shyancelo@correo.udistrital.edu.co

RESUMEN: *La presente propuesta se plantea con el proposito de exponer el diseño de una secuencia de actividades en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) utilizando la plataforma Moodle y apoyándose de recursos digitales como GeoGebra, ExeLearning y Thatquiz para fortalecer el concepto de función matemática en estudiantes de grado décimo en una institución educativa.*

Los objetivos y estructura metodológica están enfocados en estudiar obstáculos y dificultades de los estudiantes sobre las funciones en matemáticas partiendo de la comprensión de un problema, asociación de situaciones con formas matemáticas, variación de estructuras a partir de modelación de gráficas geométricas y álgebra de funciones.

El marco referencial está estructurado desde cuatro categorías las cuales son: Función Matemática, Ambiente Virtual de Aprendizaje, Aprendizaje Basado en Problemas y Educación con Tecnología.

En la última parte, se reflexiona sobre el grado de avance del trabajo, su importancia y posibles bondades en una aplicación a posteriori.

PALABRAS CLAVE: Ambiente Virtual de Aprendizaje, Funciones Matemáticas, Aprendizaje Basado en Problemas, Educación con Tecnología.

ABSTRACT: *This proposal aims is presented with the purpose to expose the design of a sequence of activities in a Virtual Learning Environment (VLE) using the Moodle platform and supported by digital resources such as Geogebra, Exelearning and Thatquiz to strengthen the concept of mathematical function in tenth grade students of an educational institution.*

The objectives and methodological structure are focused on studying obstacles and difficulties of the learners about the functions in mathematics starting from the understanding of a problem, the association of situations with mathematical forms, structure variation from geometric graph modeling and function algebra.

The frame of reference is structured from four categories which are: Mathematical Function, Virtual Learning Environment (VLE), Problem-based Learning and Technology Education.

In the last part, we reflect on the degree of progress of the work, its importance and possible benefits in an ex-post application.

KEYWORDS: Virtual Learning Environment, Mathematical Analysis, Problem Solving, Technology Education.

1. INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de la Especialización en Educación en Tecnología, se contempló la posibilidad de elaborar una propuesta pedagógica que permitiera aportar elementos en el campo de la tecnología, haciendo énfasis en un concepto particular. Se decidió trabajar sobre el concepto de función porque ha sido objeto de interés y estudio en los últimos años por profesores e investigadores en el área de matemáticas, puesto que posee potencialidades al momento de desarrollar competencias asociadas al pensamiento flexible y dinámico de las matemáticas (MEN; 2006).

La razón expuesta en el anterior párrafo, es una fuente de partida para aportar a dicha línea de estudio a través de la elaboración de un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) que reconociera fortalezas, bondades y significaciones del análisis matemático desde el campo educativo.

El concepto de función matemática debe ser estudiado de manera singular, teniendo en cuenta algunas variables como el planteamiento de las actividades y, el uso de elementos de la educación con tecnología como integrador de conocimientos, puesto que, se reconoció que los estudiantes presentan obstáculos con respecto a la adquisición de este conocimiento por la forma en que se enseña en las clases, las herramientas que se utilizan en el aula y el trabajo individualizado en los espacios escolares (ver anexo 1).

Se centró la propuesta en el diseño de un AVA con una serie de actividades asociadas a la función desde el movimiento, identificación de patrones y realización de gráficas en un contexto específico. Además, se sistematizaron una serie de indicadores para los estudiantes al momento de ejecutar una tarea matemática.

En el desarrollo del escrito, se encontrará de manera detallada, el contexto de referencia, las preguntas orientadoras, los objetivos del trabajo de grado, la metodología empleada para recolectar la información y el marco referencial desde las categorías consideradas.

Finalmente, se dejó una muestra (ver anexo 3) del resultado de la elaboración del AVA diseñado en los diferentes espacios de la Especialización en Educación en Tecnología y proyecciones de la misma a la luz de los objetivos y preguntas orientadoras del proceso.

A continuación, se presenta una breve descripción sobre el contexto del trabajo y los elementos considerados en el mismo como fuente en el desarrollo de la propuesta desde lo institucional, académico y espacio en el cual se desenvuelven los estudiantes en su cotidianidad. Además, algunos aspectos relevantes para comprender los apartados posteriores del escrito que están ligados directamente a la

institución, el área de matemáticas y el grupo de jóvenes sobre los cuales se pensó las actividades en el AVA.

2. CONTEXTO DE TRABAJO

La propuesta de AVA acerca de la enseñanza del concepto de función se propuso para ser trabajada con estudiantes de grado décimo con edades entre los 14 a 16 años en condiciones económicas limitadas por las tareas que deben emplear en espacios extraescolares.

Se observa a partir de las experiencias vividas, que los estudiantes se suelen apoyar de gráficos, esquemas y representaciones geométricas para aprender sobre conceptos matemáticos abstractos y están acostumbrados a trabajar a través del ejemplo, la explicación y la ejecución de procesos, los cuales a menudo se realizan en grupos de 3 o 4 personas.

Respecto a la institución educativa sobre la cual se pensó la propuesta (Colegio Don Bosco 4 o Chuniza Fámaco), se encuentra ubicada en la localidad de Usme en el sur de Bogotá y actualmente es administrada por el Consorcio Salesianos que renovó la licitación actual con Secretaría de Educación (SED) en el año 2016.

En el área de matemáticas, la institución estructura las siguientes componentes: matemática en contexto, problemas de la cotidianidad, razonamiento, comunicación, uso de las TIC, modelación y argumentación. En relación al trabajo de tipo institucional, se evalúa a los estudiantes de manera formativa desde 3 tópicos los cuales son: cognitivo, procedimental y actitudinal.

En el siguiente esquema se presentan aspectos relevantes que están relacionados con lo matemático, contextual e institucional.



Ilustración 1: Aspectos relevantes desde lo institucional, lo matemático y lo contextual (Fuente propia, 2020).

De acuerdo a los aspectos relevantes identificados, se pretende hacer énfasis en la enseñanza de un concepto del cálculo o análisis matemático porque es una parte fundamental del pensamiento variacional que permite desarrollar las componentes matemáticas propuestas institucionalmente en los últimos grados de escolaridad que dentro de los procesos matemáticos y tecnológicos se han omitido por su complejidad al momento de contextualizarse de manera práctica.

3. ANTECEDENTES

En la búsqueda de trabajos que aportaran de manera significativa a la propuesta, se encontraron 30 escritos en los que se incluyen: ***artículos, trabajos de grado y experiencias de aula*** que contienen características para sustentar de manera teórica que en diferentes momentos se ha manifestado el interés por estudiar la relación entre las matemáticas y la tecnología en el campo de la educación.

Los trabajos encontrados en las diferentes bases de datos se comenzaron a sistematizar teniendo en cuenta las categorías: Funciones Matemáticas, Tecnologías digitales, Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) y para seleccionar los 6 trabajos se tuvieron presente los siguientes criterios:

- Relación entre matemáticas y tecnología a través del uso del programa GeoGebra.
- Relación entre el concepto de función con la virtualidad y utilización de material digital haciendo énfasis en la solución de una situación problema.
- Identificación de dificultades al momento de adquirir el concepto de función matemática y utilización de modelo cercano al ABP en entornos de tipo virtual.
- Identificación de 2 palabras clave en el escrito e indicios de una tercera palabra clave.
- Consideración de los AVA teniendo en cuenta lo tecnológico y el modelo pedagógico de Resolución de Problemas (RP) en la estructuración de las actividades de aprendizaje.

A partir de los criterios establecidos y la sistematización realizada en una matriz, se comenzó con la selección de los trabajos que permitieron determinar la importancia y el estudio de los aspectos relevantes de la propuesta. Se generaron los aportes a los antecedentes desde la línea de las matemáticas escolares, tecnologías digitales, ABP y AVA. Es importante resaltar que los antecedentes que aportaron a la propuesta, fueron utilizados en el marco referencial y estructuración de la propuesta pedagógica del AVA generado en el espacio Moodle.

En la siguiente tabla (ver tabla 1), se exponen los trabajos que están encaminados a la contribución de la propuesta diseñada, elementos clave en la línea de estudio y aspectos que permiten resaltar su importancia.

Se organizó la información en dos columnas. La primera, el título de cada uno de los trabajos con los respectivos

autores y año de publicación. La segunda, aportes que se generan a la propuesta pedagógica.

Título	Aportes
Funciones cuadráticas y tecnologías móviles: acciones cooperativas en un experimento para la enseñanza en educación media Sychocki, R & Reis Pinto, S. (2019).	➢ Se gesta la necesidad de buscar información para solucionar una situación matemática. ➢ El artefacto tecnológico y trabajo entre pares permitió entender fenómenos en movimiento (cambio de parámetros).
Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1° de bachillerato en ciencia y tecnología Portilla, J. (2014).	➢ Los diferentes programas son un medio para superar dificultades en relación a la adquisición del concepto de función. ➢ Se incrementa la motivación de los estudiantes por aprender el concepto de función utilizando el programa GeoGebra.
Apropiación del concepto de función utilizando el software GeoGebra Martínez, J. (2013).	➢ Se maneja el programa GeoGebra haciendo uso de representaciones tabulares, algebraicas y gráficas puesto que se identifican obstáculos en el aprendizaje de este concepto.
Análisis del rendimiento académico en el estudio de los límites de funciones de variable real con el apoyo de objetos interactivos de aprendizaje. García, J. (2017).	➢ Las contribuciones de los AVA a través de la elaboración de situaciones problema en contexto físico e interactivo (digital). ➢ El mejoramiento del grupo de estudiantes en la ejecución de actividades haciendo uso de tecnologías digitales y recursos interactivos.
Un acercamiento a la noción de función lineal en entornos virtuales a través del software matemático interactivo GeoGebra Betancur; J. (2010).	➢ La representación de cambios y variación en estado naturales de los objetos, pensamientos y cantidades.
Diseño de un AVA para fortalecer la expresión gráfica a través de la metodología proyectual. Ramos; P. (2018).	➢ Posibilidades de los recursos tecnológicos para representar y compartir información. ➢ Los AVA generan espacios o lugares de aprendizaje que han sido previamente diseñados desde lo digital.

Tabla 1: Aportes significativos de los antecedentes para la propuesta (Fuente propia, 2019).

En los trabajos presentados, se destaca el uso de plataformas digitales como GeoGebra en el área de matemáticas, porque enriquece el trabajo en el área de y facilita la ejecución de ciertos procesos como la tabulación y graficación. Por otro lado, la construcción de un AVA en un contexto educativo permite que los estudiantes realicen los siguiente:

- Reconocer de manera práctica situaciones a resolver en el campo de las matemáticas.
- Interactuar con herramientas digitales en espacios asincrónicos.
- Apropiar sus aprendizajes teniendo presente entornos de colaboración y representación (Ramos; 2018, p.20).

Finalmente, se verifica que, al momento de realizar diferentes actividades, los estudiantes establecen roles que van fortaleciendo el trabajo independiente, haciendo uso de herramientas que permiten articular lo tecnológico y lo matemático.

4. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO

El trabajo de grado estructurado se centró en la construcción de un AVA que en un futuro permita a un grupo de estudiantes de educación media, experimentar de manera alternativa conceptos de las matemáticas escolares (funciones), en los que presentan dificultades y requieren un grado de apoyo para examinar situaciones en donde la tecnología y uso de plataformas como Moodle o ExeLearning, pueden ser fundamentales para la comprensión de dichos conocimientos. En el siguiente esquema se describen de manera general las relaciones existentes entre la justificación, las preguntas orientadoras, objetivos, marco de referencia y propuesta.



Ilustración 2: Relaciones entre los apartados del trabajo de grado (Fuente propia, 2020).

La ilustración 2 presenta de manera sistemática las relaciones entre los diferentes apartados de la propuesta en correspondencia a una problemática general la cual se explicará en el siguiente apartado.

4.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el área de matemáticas se plantea para el último ciclo de educación escolar secundaria realizar un trabajo sobre el desarrollo del pensamiento variacional (MEN;2006) porque este permite abstraer conceptos matemáticos trabajados previamente y elevarlos a un nivel superior, siendo esto importante para el desarrollo de competencias como la modelación, la comunicación y el razonamiento.

A través de los antecedentes, se observa que los estudiantes en estos niveles de escolaridad carecen de las herramientas digitales que les permita identificar los elementos clave del pensamiento variacional, los cuales están asociados al cambio, la continuidad de patrones y los fenómenos dinámicos.

Se verifica con los diferentes documentos de estudio y estadísticos del Colegio Chuniza Fámaco IED del ***DÍA E del año 2018*** (ver en anexos 1 y 2) de manera específica que los estudiantes presentan dificultades para reconocer el concepto de función matemática, sus aplicaciones en contextos cotidianos, generalidades, tendencias de cambio y patrones en valores numéricos.

Puntualmente, se percibió que las principales problemáticas teniendo en cuenta el contexto y los antecedentes son las siguientes:

- Dificultades de los estudiantes para resolver problemas matemáticos asociados al concepto de función.

- Falta de herramientas y uso de recursos digitales como GeoGebra para reconocer elementos conceptuales que hacen parte del pensamiento variacional.

Esta serie de razonamientos, produjeron el diseño de algunas actividades en las que se vieron involucradas unas competencias matemáticas que permitieran trabajar sobre estas dificultades, haciendo uso del concepto de función que es una puerta de entrada al análisis matemático y desarrollo de estructuras dinámicas en los estudiantes de educación media y preuniversitaria.

4.2. JUSTIFICACIÓN

La justificación de este trabajo se proyectó desde los componentes pedagógico, tecnológico y epistemológico. A continuación, se presenta de manera concreta el aporte desde cada una de las componentes generales.

En relación a lo pedagógico, la utilización de la Resolución de Problemas (RP) es importante en la estructuración del trabajo porque los conocimientos matemáticos se construyen a partir del planteamiento de situaciones reales (Domínguez, et al.,2011), las cuales permitirán visibilizar con mayores bondades los conceptos expuestos. Se resalta que el modelo de RP es de tipo autodirigido y se va desarrollando por etapas (Castrillón y Narváez; 2010) lo cual permite el reconocimiento de aprendizajes en contextos asincrónicos e independientes.

Se observó la necesidad de implementar este modelo en la enseñanza aprendizaje de funciones, porque permitió establecer etapas que son importantes al momento de comprender relaciones de cambio y dinámica entre los objetos. Además, el tipo de material se puede organizar de manera concreta en un espacio digital como un AVA por la flexibilidad, solidez y manipulación que el mismo genera.

Respecto al componente tecnológico, la elaboración de un AVA es pertinente en el proceso porque es un material flexible, independiente y duradero (Jaramillo et al.,2013) que puede contener de manera práctica diversos materiales interactivos como blogs, foros de preguntas, formularios y construcciones dinámicas.

Los diferentes recursos digitales propuestos en el AVA, permiten mediar los conocimientos a través de la exposición del mismo desde diferentes representaciones (icónico o simbólico).

Finalmente, se considera en lo epistemológico el análisis matemático puesto que a través de la identificación de patrones geométricos y algebraicos es posible reconocer qué cambia en los objetos y cómo cambian cuando están en movimiento (Díaz; 2013). Este tipo de cambios con la materialización de las matemáticas a través de la tecnología permitió reconocer la variación como un fenómeno de generalización en una relación de dependencia (MEN; 2006), lo cual puede fortalecer el pensamiento divergente en estudiantes de grado décimo que están desarrollando competencias en diferentes campos del conocimiento.

4.3. PREGUNTAS ORIENTADORAS

4.3.1. GENERAL

¿Cuáles elementos son propicios en la estructuración y diseño de un AVA centrado en el concepto de función en situaciones problema asociadas al cambio, generación de patrones y cantidades numéricas?

4.3.2. ESPECÍFICOS

¿Qué relación existe entre el concepto de función con el desarrollo del pensamiento variacional en el área de matemáticas?

¿Cuáles son los componentes de la tecnología más adecuados para trabajar diferentes tipos de funciones?

¿Cuáles pueden ser los criterios de evaluación de actividades en un AVA para determinar el grado de avance de los estudiantes en relación a una tarea matemática?

4.4. OBJETIVOS DEL TRABAJO

4.4.1. GENERAL

Diseñar un AVA centrado en el concepto de función con actividades asociadas a patrones simples y dependencia de cantidades numéricas.

4.4.2. ESPECÍFICOS

Utilizar recursos digitales como GeoGebra, ThatQuiz y ExeLearning para el reconocimiento de funciones matemáticas en un AVA.

Definir los recursos tecnológicos para el diseño de gráficas de funciones utilizando representaciones numéricas, algebraicas y geométricas.

Realizar a partir de las actividades elaboradas en el AVA, una tabla que permita reconocer una serie de indicadores evaluativos de una tarea matemática.

5. METODOLOGÍA DE TRABAJO

En el siguiente gráfico (ver ilustración 3) se presenta de manera esquemática las fases consideradas, las cuales se desarrollaron de manera constante, teniendo presente que en el proceso no fueron estrictamente lineales.



Ilustración 3: Estructura metodológica para la elaboración del trabajo de grado (Fuente propia, 2020).

Las fases metodológicas presentadas en el anterior gráfico, se enmarcaron en un contexto documental porque en el proceso se recopiló información y se delimitó la misma con la finalidad de definir de manera precisa lo que se pretendía alcanzar en la propuesta.

Se definieron 8 momentos o fases para la construcción de la propuesta (ver ilustración 3), teniendo en cuenta los aportes de cada espacio de formación de la Especialización en Educación en Tecnología.

A continuación, se presenta de manera concreta lo que se realizó en cada uno de los momentos.

- ***Indagación:*** Se concibió una temática de interés sobre el área de conocimiento de forma general y se construyeron unas categorías de trabajo.
- ***Recolección:*** Se recolectó información primaria sobre las categorías construidas en una matriz de referencia.
- ***Delimitación:*** Se generaron criterios de delimitación de los trabajos referenciados en la matriz para su utilización en los antecedentes y marco de referencia.
- ***Análisis:*** Se tomaron los aspectos relevantes de los trabajos seleccionados para ser expuestos en los antecedentes y marco de referencia.
- ***Organización:*** Se comenzaron a estructurar elementos del trabajo escrito como objetivos, preguntas problema, antecedentes, marco de referencia y justificación.
- ***Presentación y retroalimentación:*** Se presentó el primer avance del trabajo con las componentes trabajadas en los momentos anteriores.
- ***Reestructuración:*** Se realizaron los respectivos ajustes de acuerdo a las recomendaciones dadas y se comenzó a sistematizar la propuesta relacionándola con los aspectos del trabajo construidos a lo largo del proceso.
- ***Sustentación y conclusión:*** Se presentó la propuesta con los componentes solicitados, se elaboraron proyecciones para posibles aplicaciones y se ajustaron componentes teóricos en función al AVA.

Finalmente, dentro de la estructura metodológica los documentos trabajados estaban categorizados desde las palabras clave y se sistematizaron con criterios concretos como: aportes, resumen y ficha teórica que posteriormente se estudiaron en las fases de análisis y reestructuración.

6. ASPECTOS TEÓRICOS

El marco referencial o de referencia del presente trabajo se construyó a partir ***de libros, artículos, disertaciones e investigaciones*** en el ámbito nacional e internacional y se estructuró teniendo en cuenta unas categorías ligadas directamente a las preguntas orientadoras planteadas.

En el siguiente esquema (ver ilustración 4) se consideran las categorías y subcategorías del marco de referencia

realizado y su relación explícita. Estas categorías se desarrollaron en los componentes pedagógico, tecnológico y epistemológico.

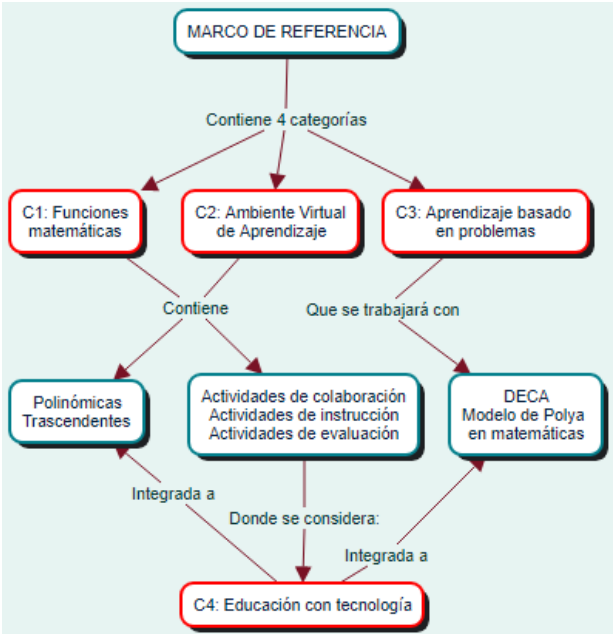


Ilustración 4: Organización estructural y relación de las categorías (C) y subcategorías en el marco referencial con su respectiva numeración (Fuente propia, 2019).

En el anterior esquema, se establece la relación entre las 4 categorías teniendo en cuenta que el eje articulador es la Educación con Tecnología (C4) porque aporta a cada categoría los siguientes elementos.

- La concepción de lo físico e inmaterial en las funciones se puede transformar a partir de la tecnología.

- Las actividades pensadas en el AVA requieren utilización de momentos sincrónicos y asincrónicos los cuales permiten construir procesos de mediación y facilita la participación de los sujetos en la construcción de conocimientos (Briceño; 2009, p.933).

- El modelo de Resolución de Problemas en matemáticas es fortalecido a través del diseño teniendo presente los factores, ***contexto, necesidades*** y ***plan de actividades*** (Soto; 2000, p.113).

6.1. DESDE EL ASPECTO TECNOLÓGICO

El aspecto tecnológico está construido desde dos categorías que deben ser diferenciadas; puesto que, dentro del proceso que se ejecutó en la propuesta, la Educación con Tecnología se relaciona con las 3 categorías o componentes principales del trabajo.

A continuación, se presenta la estructura de los AVA y posteriormente se aborda la Educación con Tecnología desde el enfoque artefactual sistémico y la relación matemática tecnología. Las definiciones de AVA adoptadas para el trabajo fueron las siguientes:

- Conjunto de recursos digitales que son auto contenibles en sí mismos y se puede reutilizar y rediseñar (Aponte y Rivera; 2017).

- Material que permite generar procesos de enseñanza en cualquier lugar y momento a través de interconectividad (Aponte y Rivera; 2017).

- Es un recurso de tipo tecnológico que contiene una estructura y es adaptado a propuestas curriculares dentro y fuera del aula (Guzmán; 2016).

- Son instrumentos o herramientas mediáticas que facilitan procesos de participación e interacción en acciones educativas definidas por el autor o tutor (Briceño; 2009).

Se puede percibir a partir de las definiciones propuestas que los AVA están enmarcados como recursos o materiales que se categorizan dentro de ***generalidades,*** las cuales en este caso son de tipo tecnológico, incorporadas en el proceso de enseñanza aprendizaje de manera progresiva.

Los OVA hacen parte de lo que se denomina Redes Virtuales de Aprendizaje (Páez; 2017) y se diferencian de los AVA y EVA porque para los Objetos Virtuales se requiere un espacio específico. En el caso del OVA, es necesario únicamente tener a disposición ***objetos*** los cuales pueden ser manipulados de manera física o digital.

Respecto a la Educación con Tecnología y su articulación con las categorías propuestas, se genera la necesidad dentro del marco referencial tecnológico definir el concepto de tecnología. Se consideraron las siguientes posturas.

- La tecnología es entendida como *"la utilización de bienes, artefactos y efectos en el ejercicio de individuos, sociedades técnicas y debate público"* (Mitcham; 2006, p.1139).

- La tecnología se puede comprender como un medio de trasformación en la cultura y con implicaciones en las dinámicas de la misma (Rueda & Quintana; 2013, pp.46-48).

- "Una práctica tecnológica es una práctica social cuyas acciones empíricas y conceptuales están basadas en un enfoque científico necesario para alcanzar con éxito los objetivos propuestos" (Herrera; 2005, p.102).

A partir de las definiciones expuestas, se observa que las mismas son tratadas desde un enfoque de tipo artefactual sistémico porque se espera que los estudiantes manipulen exploren plataformas, programas y aplicativos como GeoGebra o ExeLearning que les permitan transformar dinámicas de clase y optimizar en un tiempo moderado una serie de conocimientos específicos.

En relación a lo artefactual, se observa la importancia de las herramientas para construir una fuerza de cambio en las que la máquina es fundamental (Osorio; 2002). Los diferentes recursos digitales propuestos responden a esta perspectiva en cuanto permiten generar procesos de optimización de tareas, tiempos y materiales.

En relación a lo sistémico, se observa la construcción de un sistema de acciones orientadas a la transformación de objetos para conseguir resultados concretos en una práctica social (Osorio; 2002), las cuales se aplican al momento de generar una serie de indicadores u objetivos de trabajo con las herramientas propuestas en el AVA, para mejorar resultados académicos dentro de un contexto determinado.

Esta reflexión en el marco de la tecnología y sus componentes, es importante porque permite dentro de los espacios escolares, dotarla de significados diversos que son importantes para orientar y mediatizar procesos de enseñanza aprendizaje. Finalmente, su naturaleza en sí misma permite que se trabaje de manera paralela con diferentes ciencias.

En el campo de la educación matemática, la naturaleza de las matemáticas como tipo inmaterial requiere de variadas expresiones físicas que deben ser compartidas socialmente (Duval y Sáenz; 2016; p.157) y la tecnología es un mediador en este proceso, porque reconoce la construcción de simbologías y entidades que pueden ser comprensibles para los sujetos desde diversas perspectivas (ver ilustración 5).

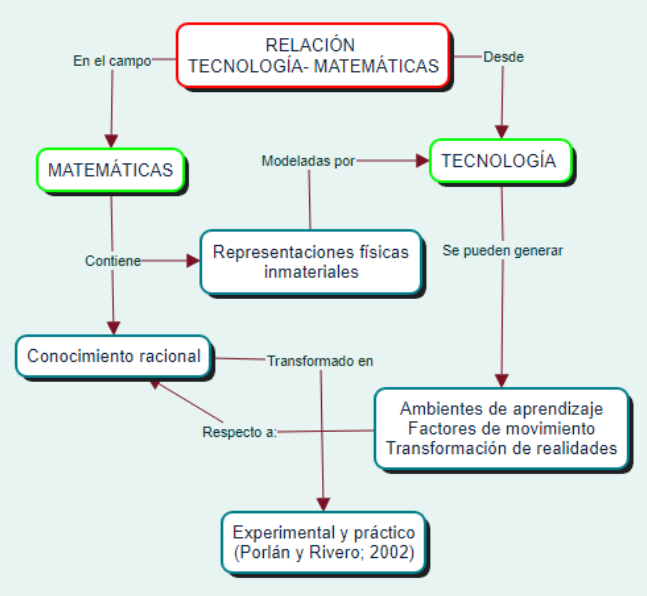


Ilustración 5: Aspectos clave en la relación matemáticas y tecnología en el marco referencial (Fuente propia, 2020).

Estos campos se pueden complementar a partir de la generación de representaciones o registros que pueden ser gráficos, simbólicos o combinados (Duval y Sáenz; 2016, p.71), en donde la educación con tecnología juega un papel fundamental porque permite generar transformaciones a través de interactividad, conectividad y generación de movimientos, los cuales no se encuentran de manera propia en las matemáticas aunque se generen propiedades demostrables en campos como la física, el análisis, la geometría, teoría de conjuntos, teoría de números o combinatoria.

A continuación, se presenta la transformación de un círculo en movimiento con el apoyo del recurso tecnológico GeoGebra.

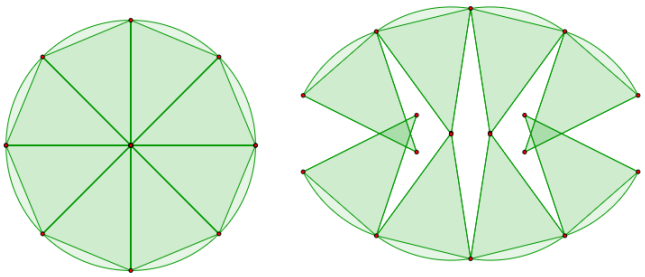


Ilustración 6: Representación del cambio de un círculo haciendo uso del programa GeoGebra (Tomado de Bortolossi; 2016).

En la figura de la imagen, se presenta una construcción geométrica en la que se pueden estudiar variaciones a través del movimiento dinámico, el cual se puede tabular y representar con ayuda de registros tecnológicos de tipo icónico que podrían renovar las prácticas ejecutadas, potenciando procesos y actividades encaminadas a la interacción, la construcción de conocimiento y la investigación de los sujetos involucrados. (Peña y Otálora; 2018, p.67).

6.2. DESDE EL ASPECTO PEDAGÓGICO

Para el desarrollo y aplicación de la propuesta, se propone utilizar el modelo pedagógico de Resolución de Problemas (RP) el cual está sustentado por 4 momentos o pasos propuestos por Polya (1944) que están organizados de la siguiente forma:

- ***La compresión del problema:*** En donde se identifican las incógnitas, los datos, las condiciones iniciales del problema y se hace un diagnóstico o estudio sobre conocimientos previos.

- ***El concebimiento de un plan:*** En donde se comienzan a establecer formas o maneras de encontrar relaciones conceptuales que acerquen a una primera solución del problema propuesto.

- ***Las ejecuciones del plan propuesto:*** En donde se comprueba paso a paso el plan concebido y se evidencia de manera explícita si el plan es favorable o desfavorable.

- ***Las visualizaciones y soluciones a la situación propuesta:*** En donde se verifican resultados entre pares

y se observa la posibilidad de resolver el problema de formas diferentes, se retroalimenta y estudia la manera de trabajar sobre otras situaciones.

Los momentos propuestos se pueden aplicar con los estudiantes en el aula de clase teniendo en cuenta el modelo metodológico DECA (Guerrero et al.,2005), en donde se establece la siguiente relación:

La resolución de problemas	El modelo DECA	Aplicación práctica
Comprensión del problema	De introducción	Presentación de la situación problema y activación de saberes previos
Concebimiento del plan	De desarrollo y estructuración	Trabajo con los estudiantes sobre situaciones problema de menor alcance que estén relacionadas con el concepto de función.
Ejecuciones del plan	De profundización y aplicación	Aplicación de los conocimientos al problema planteado
Soluciones de la situación propuesta	De evaluación	Observación de los grados de alcance de la solución a través de la verificación y verbalización de algunos aprendizajes

Tabla 2: Relación entre el modelo DECA y RP acompañado de la aplicación de cada momento (Fuente propia, 2019).

El modelo DECA es una fuente de apoyo en el desarrollo de la propuesta, porque permite relacionar las acciones generadas en el modelo de RP y estructurar de forma dinámica las actividades de acuerdo al nivel de avance generado en cada módulo de trabajo en el AVA diseñado en la propuesta.

Por otro lado, se debe tener presente que los aspectos pedagógicos desde el área de matemáticas están vinculados con algunos componentes de la didáctica de la tecnología, que permiten estudiar la estructura de RP y modelo DECA.

En el siguiente esquema (ver ilustración 7), se establece de manera concreta la relación entre la didáctica de la tecnología y los elementos pedagógicos considerados de acuerdo a unos descriptores propuestos por Vásquez y Alarcón (2010) que se relacionan con ***la ciencia***, ***la sistematización*** y ***la complejidad.***



Ilustración 7: Aspectos relevantes en la didáctica de la tecnología (Fuente propia, 2020).

En el esquema presentado, se articulan elementos desde lo pedagógico y lo didáctico resaltando el modelo DECA y la didáctica de la tecnología, la cual permitió estructurar y justificar la sistematización de las actividades siguiendo el modelo de RP que se reflejó en el diseño del AVA.

6.3. DESDE EL ÁREA DE CONOCIMIENTO

El concepto de función en el campo de la didáctica de la matemática se puede estudiar desde varias perspectivas. Sin embargo, en el desarrollo de esta propuesta es pertinente estudiar únicamente tres elementos: ***historia, enseñanza y epistemología***, los cuales se conectan en los ambientes escolares y universitario a través del desarrollo de pensamiento variacional (MEN; 2006; pp.61-70).

Respecto a lo histórico, se resalta la labor de los matemáticos de la antigua Grecia por explicar procesos y fenómenos por medio de la matematización del infinito y estudio de secuencias icónicas y simbólicas (Castro; 2007). En esta etapa de la historia, la función se hallaba como un proceso estático que no se relacionaba con el movimiento de objetos y cambio de cantidades numéricas (Díaz; 2013).

En la época del renacimiento, la función pasó a ser parte fundamental de las matemáticas porque a través de ella, se lograron explicar problemas asociados al movimiento, comenzando por Euler y Fourier hasta llegar a Dirichlet, Dedekind y Bourbaki; quienes, en sus aportes, permitieron definir este concepto a partir de las siguientes ideas:

- La asociación del pensamiento geométrico y métrico visto de manera general (lo variacional).
- El estudio y representación del fenómeno del cambio y movimiento de objetos de manera dinámica (asociado al continuo).
- La invención de cantidades variables que se pueden denotar de manera discreta (estática) o continua (dinámica).

En relación a la enseñanza del concepto de función Díaz (2013, p.18) resalta los siguientes elementos:

- ✓ Dificultades para reconocer regularidades cambiantes y relaciones entre ellas.
- ✓ Explicitar lo que está cambiando y cómo está cambiando.
- ✓ La adaptación de lo geométrico y lo algebraico (forma independiente y dependiente).

Las herramientas generadas en el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de función a nivel escolar y universitario, están asociadas a que el estudiante comprenda los siguientes aspectos (MEN; 2006; pp.61-70).

- ➢ Variación como un proceso de generalización (la cual está asociada al cambio y también a la secuencia del infinito).
- ➢ Dependencia de magnitudes que cambian de acuerdo a comportamientos reales y expuestos de manera analítica.

En lo que concierne a lo epistemológico, el concepto de función se interpretará de la siguiente manera:

1. *"La forma y es una función de una variable x definida en el intervalo a<x<b si a todo valor de la variable* x *en este intervalo le corresponde un valor definido de la variable y. Además, es irrelevante en qué forma se establezca esta correspondencia"* (Kleiner, 1989. Citado por Díaz; 2013, p. 17).

2. La función es una herramienta que permite modelar diferentes situaciones de variación y cambio a través de una relación (Posada; 2016).

3. Es una expresión que permite estudiar relaciones entre cantidades de manera particular, además de ser cuantitativo y no uniforme (Sánchez; 2016).

4. Es la forma de representar una relación, patrón o regla de manera algebraica, tabular y gráfica (Portilla; 2014).

El concepto de función ha sido objeto de estudio a lo largo de la historia y la enseñanza del mismo puede enfocarse desde varias perspectivas matemáticas que permitan desarrollar competencias asociadas directamente al pensamiento variacional.

7. PROPUESTA

El producto de la propuesta concretamente se desarrolló en los espacios de formación Entornos Virtuales de Aprendizaje y uso didáctico de las Tecnologías de la Información y comunicación (TIC) de la Especialización en Educación en Tecnología de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Se realizaron diferentes bosquejos de la estructura de las actividades en las plataformas Moodle versión 1.9; 2.5 y ExeLearning. Posteriormente, se integraron diferentes herramientas digitales y recursos de apoyo para la elaboración del material que se encuentra en cada uno de los espacios trabajados.

La elaboración de las actividades de aprendizaje, foros, vídeos, tareas y esquemas gráficos de manera sistemática se dividieron en 3 fases las cuales son la siguientes.

- **Fase 1:** *Construcción de una serie de actividades en el programa ExeLearning que fueron incorporadas en Blogger.*

En esta primera fase, se construyó un blog que contenía una estructura de OVA puesto que se trabajó únicamente con la plataforma ExeLearning en la cual se elaboraron 6 actividades y se incorporó en la herramienta Blogger.

Se diseñó también una presentación general, una ruta y un formulario de preguntas generales. En la siguiente imagen (ver ilustración 8) se observa una muestra del trabajo realizado y se puede ir directamente al blog dando click aquí.



Ilustración 8: Presentación del Blog Moviéndome con Funciones en la plataforma Blogger (Fuente propia, 2020).

La elaboración del blog fue importante porque permitió determinar de manera precisa la temática a desarrollar y los objetivos que se esperaban alcanzar con cada una de las actividades incorporadas en ExeLearning. Después se continuó el trabajo en la plataforma Moodle versión 1.9 por ser más completa en cuanto a la incorporación de herramientas.

- **Fase 2:** *Elaboración de un borrador de AVA en la plataforma Moodle 1.9 y diseño gráfico de esquemas y primeras actividades.*

Posteriormente, se trabajó en la plataforma Moodle versión 1.9 la cual tenía más recursos en relación al blog elaborado previamente.

Se decidió estructurar el trabajo y encaminarlo a la elaboración de un AVA en reemplazo del OVA porque contiene una definición más amplia en el sentido de la incorporación y utilización de los recursos disponibles (Briceño; 2009).

En la plataforma se exploraron varias herramientas para la creación de ***etiquetas, tareas*** y ***foros*** además de examinar las opciones para insertar vínculos, vídeos, imágenes, construcciones dinámicas y formularios.

En la ilustración 9 se observa un bosquejo de lo realizado en la plataforma.



Ilustración 9: Boceto de primeras actividades realizadas en la plataforma Moodle versión 1.9 (Fuente propia, 2020).

Al trabajar sobre esta plataforma, se comenzó a pensar de manera paralela en una serie de gráficos que permitieran interactuar en el aula virtual de manera dinámica. Se construyeron algunos dibujos (ver ilustración 10), los cuales se querían colocar de manera dinámica en el MENÚ DE BIENVENIDA. Finalmente se realizaron 7 dibujos como los presentados en el ejemplo de la ilustración 10 que permitieron idear el ambiente de cada uno de los módulos de manera visual.

Este proceso fue indispensable porque posteriormente permitió gestionar los vínculos, enlaces y gráficos de manera concreta para cada módulo, tomando como fuente de partida el bombillo de bienvenida.

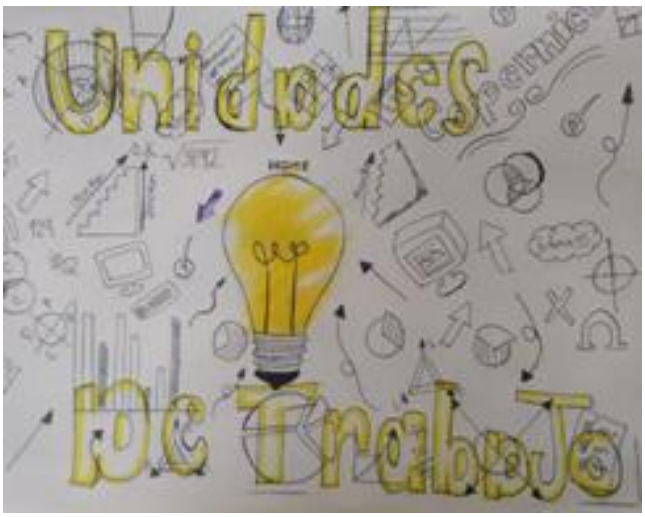


Ilustración 10: Diseño para insertar las representaciones gráficas en el aula virtual Moodle (Fuente propia, 2020).

Con el diseño gráfico del aula virtual teniendo en cuenta los apartados del trabajo, se procedió a colocar de manera explícita cada uno de los gráficos en el Moodle versión 2.5 para comenzar con la fase 3 o fase final del proceso.

- **Fase 3:** *Incorporación de las actividades y diseños gráficos realizados para montaje del AVA en la plataforma Moodle versión 2.5 con la estructuración de módulos.*

En la última fase de trabajo, se incorporaron los diferentes diseños y actividades elaboradas (ver ilustración 11), las cuales se fueron estructurando por módulos, teniendo presente los objetivos de aprendizaje, los conocimientos previos y la estructura de las tareas ajustadas a la propuesta pedagógica y tecnológica presentada en el marco referencial.

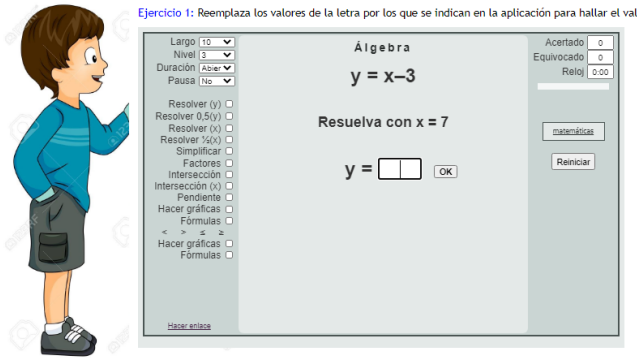


Ilustración 11: Ejemplo de diseño y actividades en el aula virtual Moodle (Fuente propia, 2020).

Se puede acceder de manera libre a cada uno de los módulos, aunque se espera que el estudiante que esté trabajando allí, intente seguir la secuencia de actividades para comprender de manera más concreta cada concepto matemático puesto en contexto.

7.1. ACCESO AL AULA VIRTUAL (AVA)

El acceso al aula virtual elaborada en caso de no estar matriculado y estar interesado en explorarlo es el siguiente:

• Se deberá ingresar al espacio de **EVA 2020** dando click aquí; al hacerlo, aparecerá un listado de diferentes cursos en funcionamiento de los cuales se elegirá el que está titulado con el nombre de **FUNCIONES MATEMÁTICAS.**

• Posteriormente, aparecerá una ventana de registro (ver ilustración 12) en la que se ingresará ***USUARIO*** y ***CONTRASEÑA*** de la cuenta o dominio de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas como si se fuera a acceder a un curso, aula o espacio en el cual se esté matriculado previamente. En caso de no contar con este **USUARIO** y **CONTRASEÑA** se deberá comunicar directamente con la administración de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas para que le generen registro o le recuperen la información en dado caso de haberse olvidado alguno de los datos.



Ilustración 12: Interfaz de usuario y contraseña de la versión de Moodle de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Fuente propia, 2020).

• Finalmente, al ingresar al espacio del AVA, el sistema solicitará una contraseña de acceso a ***invitados*** la cual es **9518**, esta se deberá colocar en el espacio señalado con color rojo de la imagen (ver ilustración 13).

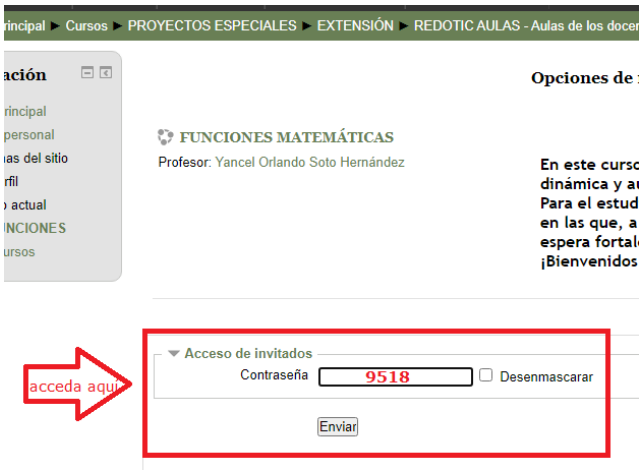


Ilustración 13: Interfaz de acceso como invitado al aula virtual de FUNCIONES MATEMÁTICAS que está disponible en los cursos de Moodle (Fuente propia, 2020).

En caso de presentar inconvenientes con el acceso, se deberá solicitar el permiso de ingreso al autor de la presente propuesta a través del correo institucional.

Para acceder al ***MENÚ DE BIENVENIDA*** del aula virtual cuando se está matriculado o se ha ingresado como invitado previamente, se puede realizar dando click aquí. Al hacerlo, se verá una presentación genérica de cada uno de los módulos (ver imagen 8) que se podrá explorar y navegar de manera interactiva.

En caso de unirse al espacio virtual directamente desde el ***MENÚ DE BIENVENIDA*** sin el proceso previo, se deberá realizar la secuencia de pasos explicada en las ilustraciones 12 y 13 respectivamente.

En la siguiente imagen (ver ilustración 14) se observa la estructuración de los módulos y organización en el espacio del aula virtual módulo a módulo, a los cuales se podrá ingresar dando click encima de las imágenes o de los respectivos títulos estando dentro del espacio virtual.

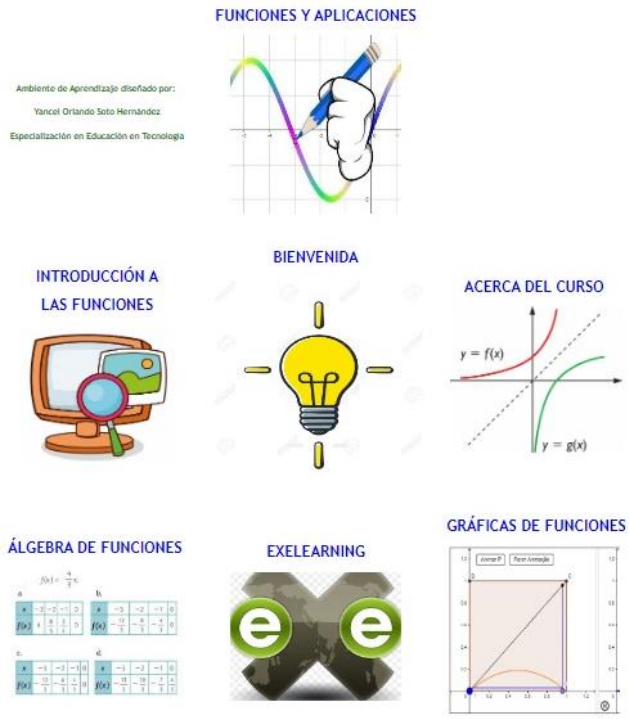


Ilustración 14: Portada de presentación del aula virtual con cada uno de sus módulos y bienvenida (Fuente propia, 2020).

Los contenidos de la pantalla principal se estructuraron siguiendo los principios pedagógicos, tecnológicos y epistemológicos construidos en los antecedentes y marco referencial en donde se consideran una serie de momentos que se pueden comparar de la siguiente manera:

- La introducción: Se aborda en los módulos de acerca del curso e introducción a las funciones.
- El desarrollo: Se aborda en los módulos gráficas de funciones y funciones y aplicaciones.
- La estructuración: Se aborda en el módulo de álgebra de funciones.
- La evaluación: Se aborda con las actividades complementarias presentadas en el ExeLearning.

7.2. ESTRUCTURA DEL AVA EN MOODLE

En el siguiente mapa conceptual, se logra visualizar de manera concreta cómo se organizaron las diferentes componentes a partir de módulos, objetivos de aprendizaje y proceso evaluativo, articulando aspectos del contexto y preguntas problema.

Se realizó también énfasis en el tipo de actividades presentadas en cada uno de los módulos, verbos indicadores o estándar de acciones ejecutables en el AVA y metodología a emplear en una posible aplicación de la propuesta elaborada.

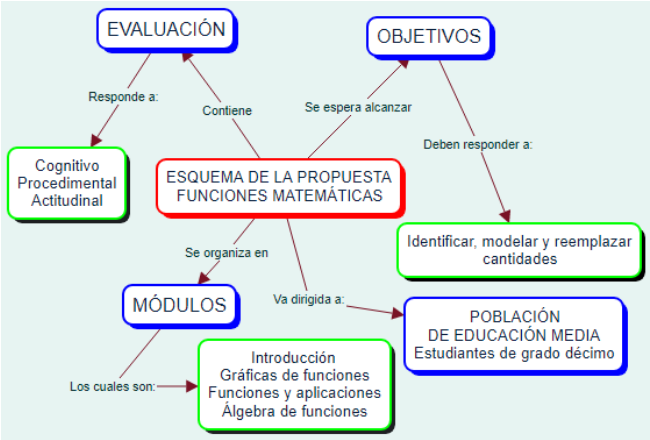


Ilustración 15: Aspectos generales de organización del AVA en la plataforma Moodle (Fuente propia, 2020).

El AVA contiene 4 elementos articuladores los cuales son: población, objetivos, módulos y evaluación. Se puntualizará sobre cada uno de los mismos teniendo presente el esquema 7 que ha sido mostrado previamente.

- ***Población:*** Es un AVA dirigido a estudiantes de grado décimo en donde los contenidos conceptuales se sustentan desde el Ministerio de Educación Nacional.

- ***Objetivos:*** En el AVA se espera que los estudiantes logren identificar y modelar funciones matemáticas a partir de situaciones en contexto, para posteriormente reconocer representaciones y reemplazar valores numéricos comprendiendo la generalidad.

- ***Módulos:*** El AVA contiene 7 módulos de trabajo (ver imagen 5) que se estructuraron bajo el modelo de RP propuesto por Polya (1944) porque se dejó un formulario de ideas previas y una situación problema, después se propusieron situaciones prácticas y al final se diseñó una autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación para verificar el grado de avance. En los anexos 3 y 4, se verifica el contenido general de cada uno de los módulos con las tareas propuestas.

- ***Evaluación:*** El proceso evaluativo que se proyectó está justificado desde los componentes curriculares del contexto educativo, teniendo en cuenta lo cognitivo, procedimental y actitudinal.

Se diseñó un formulario de autoevaluación para los estudiantes, el cual está insertado en el AVA.

Para la heteroevaluación y coevaluación se construyó una matriz con indicadores que permiten determinar el progreso en relación a una tarea matemática específica (ver formulario y tabla de indicadores en los anexos 5 y 6).

Los indicadores de aprendizaje se organizan siguiendo 2 descriptores. El primero asociado a los niveles de complejidad alcanzados (Vargas y Gamboa; 2013) y el segundo a la actividad matemática realizada que refiera a los objetivos de aprendizaje propuestos.

En la tabla del anexo 5 se muestra de manera específica la organización teniendo en cuenta el nivel y la actividad matemática. En el cuadro se resalta de manera general los componentes implícitos describiendo el aporte en cada uno en la propuesta elaborada.

Aspecto	Descripción
La pertinencia	Las actividades del AVA diseñadas en la plataforma Moodle se ajustan a los parámetros epistemológicos, pedagógicos y tecnológicos puesto que se organizan los módulos de manera interactiva, se propone el material de apoyo necesario y las tareas a realizar de manera comprensible y relación a las explicaciones previas. (ver ilustración 15).
La competencias	En el módulo titulado “ACERCA DEL CURSO” se proponen una serie de habilidades a desarrollar por parte de los estudiantes en relación al concepto de función. Para ir al módulo, dar click aquí.
La organización	En el mapa conceptual presentado (ver ilustración 15) se observa que el AVA se organizó en 7 módulos los cuales son: bienvenida, acerca del curso, introducción a las funciones, funciones y aplicaciones, gráficas de funciones, algebra de funciones y actividades de ExeLearning. En la ilustración 14 se observa la presentación de estos módulos.
Lo pedagógico	Las actividades diseñadas en el AVA están estructuradas siguiendo el modelo de RP en donde las diferentes tareas de los módulos se estructuran siguiendo la secuencia de lo introductorio, lo aplicativo y finalmente lo evaluativo.
El proceso	La aplicación de AVA se proyectó para ser implementada a un grupo de estudiantes de grado décimo con la realización de las actividades una vez por semana y el abordaje de un módulo cada 15 días. Para ir a las acciones del aula, dar click aquí.

Tabla 3: Aspectos implícitos desarrollados en la propuesta de AVA (Fuente propia, 2020).

Las actividades del AVA en su estado actual y configuración (diseño de cada módulo) se pueden encontrar en la plataforma MOODLE o en los anexos 3 y 4. Por último, el cuadro del anexo 5 complementa el proceso evaluativo y permitió sistematizar las actividades de las unidades, teniendo en cuenta una tarea matemática diseñada previamente.

8. PROYECCIONES

Dentro de las proyecciones del trabajo de grado, teniendo en cuenta los objetivos, la metodología, el marco de referencia, la propuesta y la problemática elaborada se resaltan los siguientes aspectos.

- Se debe realizar un diseño completo del AVA (representaciones gráficas) con una serie de actividades que puedan ser aplicadas a posteriori.

- En un futuro cercano, es importante justificar de manera concreta los niveles de una tarea matemática en cada una de las actividades para argumentar el grado de avance y evaluación de los estudiantes.

- Se pueden incorporar otro tipo de herramientas tecnológicas como Tracker, Wólfram o Cabri que fortalezcan la comprensión de la variación de patrones desde lo matemático

- Es posible mejorar las explicaciones brindadas en el AVA con tutoriales de autoría propia en cada uno de los componentes modulares para ser trabajado con estudiantes de este nivel de escolaridad.

- Se podría mejorar la estructuración de las actividades siguiendo de forma coherente las componentes didáctica y pedagógica, teniendo en cuenta cada fase de desarrollo, tiempos de trabajo y avances conceptuales.

- Es posible articular el material teórico y práctico a otros conceptos del análisis matemático como las derivadas e integrales.

- El marco tecnológico construido se logró relacionar con los aspectos físicos e inmateriales de las matemáticas y es importante seguir fortaleciendo esta relación desde la educación con tecnología.

Las proyecciones presentadas anteriormente, son una fuente que permite generar oportunidades en un futuro cercano en relación a las fortalezas de la propuesta presentada desde los objetivos planeados. Se observa que para cada uno de los objetivos se logró alcanzar lo siguiente:

1. Se diseñó un AVA propicio y oportuno que está relacionado en su totalidad con el concepto de función matemática (ver anexos 3 y4).

2. La secuencia de actividades está construida con las herramientas digitales propuestas y además se presentan tareas específicas de acuerdo a las potencialidades y manipulación de los recursos disponibles para el estudio del concepto de función.

3. El Ambiente Virtual en cada uno de sus módulos responde a los componentes tecnológicos y pedagógicos por la estructuración módulo a módulo.

4. Se sistematizaron niveles de generales para la ejecución de tareas matemáticas que permitirán en una posible aplicación evaluar el grado de avance de los estudiantes en su proceso asincrónico (ver cuadro de anexo 5).

En relación al grado de alcance de los objetivos propuestos, se realizó una reflexión de cada una de las preguntas encaminando la misma al mejoramiento con la posible aplicación y reestructuración de algunos aspectos de la propuesta desde las proyecciones mencionadas anteriormente.

A continuación, se presenta el análisis de cada una de las preguntas, las cuales se respondieron a partir de las fortalezas y referentes teóricos estudiados a lo largo del documento.

¿Cuáles elementos son propicios en la estructuración y diseño de un AVA centrado en el concepto de función en situaciones problema asociadas al cambio, generación de patrones y cantidades numéricas?

Se observó a través de los antecedentes que el recurso GeoGebra es propicio en un Ambiente Virtual de Aprendizaje (AVA) porque permite comprender relaciones matemáticas más allá de los estático, además de construir representaciones numéricas, geométricas y algebraicas (MEN; 2006).

Por otro lado, la elección de la plataforma Moodle es propicia porque es una plataforma reconocida, utilizada en el campo de la tecnología y que, permite estructurar de manera lógica los módulos del AVA desde lo matemático (Briceño;2009, p.932).

¿Qué relación existe entre el concepto de función con el desarrollo del pensamiento variacional en el área de matemáticas?

Desde el componente epistemológico se definió una función como una relación entre objetos en la que se pueden estudiar variaciones y cambios (Posada; 2016). Estas variaciones numéricas y geométricas hacen parte del pensamiento variacional en el cual se fabrica pensamiento de tipo dinámico.

¿Cuáles son los componentes de la tecnología más adecuados para trabajar diferentes tipos de funciones?

Los componentes tecnológicos adecuados para trabajar en general con las matemáticas se encontraron en el campo de la didáctica de la tecnología en el que Vásquez y Alarcón (2010) proponen la sistematización, relaciones con la ciencia y complejidad, el primer componente permite estructurar las funciones matemáticas diferenciado los tipos de pensamiento que se encuentran allí para la organización de las actividades. Respecto al segundo y tercer componente, se logra instaurar de manera relación en enfoque desde lo científico y el paso del mismo de lo estático a lo dinámico partiendo de análisis, fabricaciones y conclusiones de una actividad (Soto; 2000, p.92).

¿Cuáles pueden ser los criterios de evaluación de actividades en un AVA para determinar el grado de avance de los estudiantes en relación a una tarea matemática?

Los criterios construidos para sistematizar el nivel de avance de una actividad en un AVA son los siguientes:

- Modelación de gráficas matemáticas en una situación particular- concreta.
- Apropiación de los recursos digitales en cada módulo para desarrollar las tareas matemáticas propuestas en el AVA.
- Reemplazo de valores numéricos y comprensión de los mismos en un espacio limitado.

Se consideran los anteriores criterios a partir del Modelo de Van Hiele (Vargas y Gamboa; 2013) en el cual se proponen niveles de alcance al momento de ejecutar una actividad matemática en un espacio determinado.

9. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Aponte, P y Rivera, M. (2017). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de número entero presentadas en un Objeto Virtual de Aprendizaje.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Betancur, J. (2010). *Un acercamiento a la noción de función lineal en entornos virtuales a través del software matemático GeoGebra.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Briceño, S. (2009). *Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje y conocimiento tecnológico y didáctico del contenido.* Congreso Mundial de Educación Superior a distancia. Tomado:https://hemeroteca.unad.edu.co/index.php/memorias/article/view/2923/2969.

Castrillón, E y Narváez, A. (2010). *Construcción de objetos virtuales de aprendizaje para ingeniería desde un enfoque basado en problemas.* Universidad Católica del Norte. Antioquia- Colombia.

Castro, I. (2007). *Un paseo finito por lo infinito. El infinito en matemáticas.* Universidad Pontificia Javeriana. ISBN 9789586839372. Bogotá- Colombia.

Díaz, J. (2013). *El concepto de función; ideas pedagógicas a partir de su historia e investigaciones.* Universidad de Sonora. pp. 13-25. Vol.4. México D.F. 2013. Tomado de: http://funes.uniandes.edu.co/14913/1/Diaz2013El.pdf.

Duval, R. y Sáenz, A. (2016). *Compresión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas.* Doctorado Interinstitucional en Educación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Bogotá- Colombia.

Domínguez, E; Matos, R; Castro, I; Molina, C. y Gómez, I. (2011). *El ABP mediado con tecnología móvil como estrategia pedagógica para el desarrollo de la competencia matemática en resolución de problemas*. Universidad del Norte. Barranquilla- Colombia. Tomado de:http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewArticle/3714/4734.

García, J. (2017). *Análisis del rendimiento académico en el estudio de los límites de funciones de variable real con el apoyo de objetos interactivos de aprendizaje.* Universidad de Manizales. Caldas- Colombia.

Guerrero, F; Sánchez, N y Lurduy, O. (2005). *La práctica docente a partir del modelo DECA y la teoría de situaciones didácticas.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Guzmán, L. (2016). *OVA para el programa VPS SENA.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Herrera, R. (2005). Tecnología: una concepción general. Revista de Filosofía. Universidad de Costa Rica. Mayo-diciembre 2005. pp. 99-108.

Jaramillo, C; Pascuas, Y; y Verástegui, F. (2013). *Desarrollo de objetos virtuales de aprendizaje como estrategia para fomentar la permanencia estudiantil en educación superior*. Bogotá- Colombia, pp. 116-129.

Marrugo, I y Zúñiga, K. (2016). *Objetos virtuales de aprendizaje y desarrollo de aprendizaje autónomo.* Universidad Nacional abierta y a distancia. Cartagena- Colombia.

Martínez, J. (2013). *Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra.* Universidad Nacional de Colombia. Manizales- Colombia. Departamento de Matemáticas y Estadística. Documento tomado de: http://www.bdigital.unal.edu.co/9498/1/8411011.2013.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas; Potenciar el pensamiento matemático, un reto escolar.* Bogotá- Colombia.

Mitcham, C. (2006). *Os desafios colocados pela tecnologia à responsabilidade ética.* Analise social. Vol. 12. pp. 1127-1141.

Osorio, C. (2012). Enfoques sobre la tecnología. Revista Iberoamericana de Ciencia y Tecnología. Recuperado de: https://www.oei.es/historico/revistactsi/numero2/osorio.htm.

Páez, L. (2017). *AVA. Dibujando mí historia para NUESTRATOON. Aprendiendo a dibujar para mi web.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Peña, F. y Otálora, N. (2018). Educación y tecnología: problemas y relaciones. Pedagogía y Saberes, pp. 48,59-70. Bogotá- Colombia. Documento tomado de: http://www.scielo.org.co/pdf/pys/n48/0121-2494-pys-48-00059.pdf.

Portilla, J. (2014). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en primero de bachillerato de ciencias y tecnología.* Universidad de la Rioja. Sevilla- España.

Posada. F. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función desde una perspectiva variacional.* Universidad de Antioquia. Medellín- Colombia.

Ramos, P. (2018). *Diseño de un Ambiente Virtual de Aprendizaje para fortalecer la expresión gráfica a través de la metodología proyectual.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Rueda, R y Quintana, A. (2013). *Ellos vienen con el chip incorporado. Aproximación a la cultura informática escolar.* Serie Investigación IDEP. Bogotá D.C. Tercera edición. ISBN. 978-958-824798-4. Documento tomado de:http://www.idep.edu.co/sites/default/files/libros/Ellos%20vienen%20con%20el%20CHIP%20incorporado.pdf

Sánchez, D. (2016). *Conceptualización de la función lineal y afín: una experiencia de aula.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Sychocki, R y Dos Reis, S. (2019). Funções quadráticas e tecnologias móveis: ações cooperativas em um experimento no ensino médio. Góndola Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá- Colombia.

Soto, A. (2000). *Educación en tecnología. Un reto y una exigencia social*. Editorial Magisterio. Bogotá- Colombia. Colección de aula abierta. ISBN 958-20-0362-6.

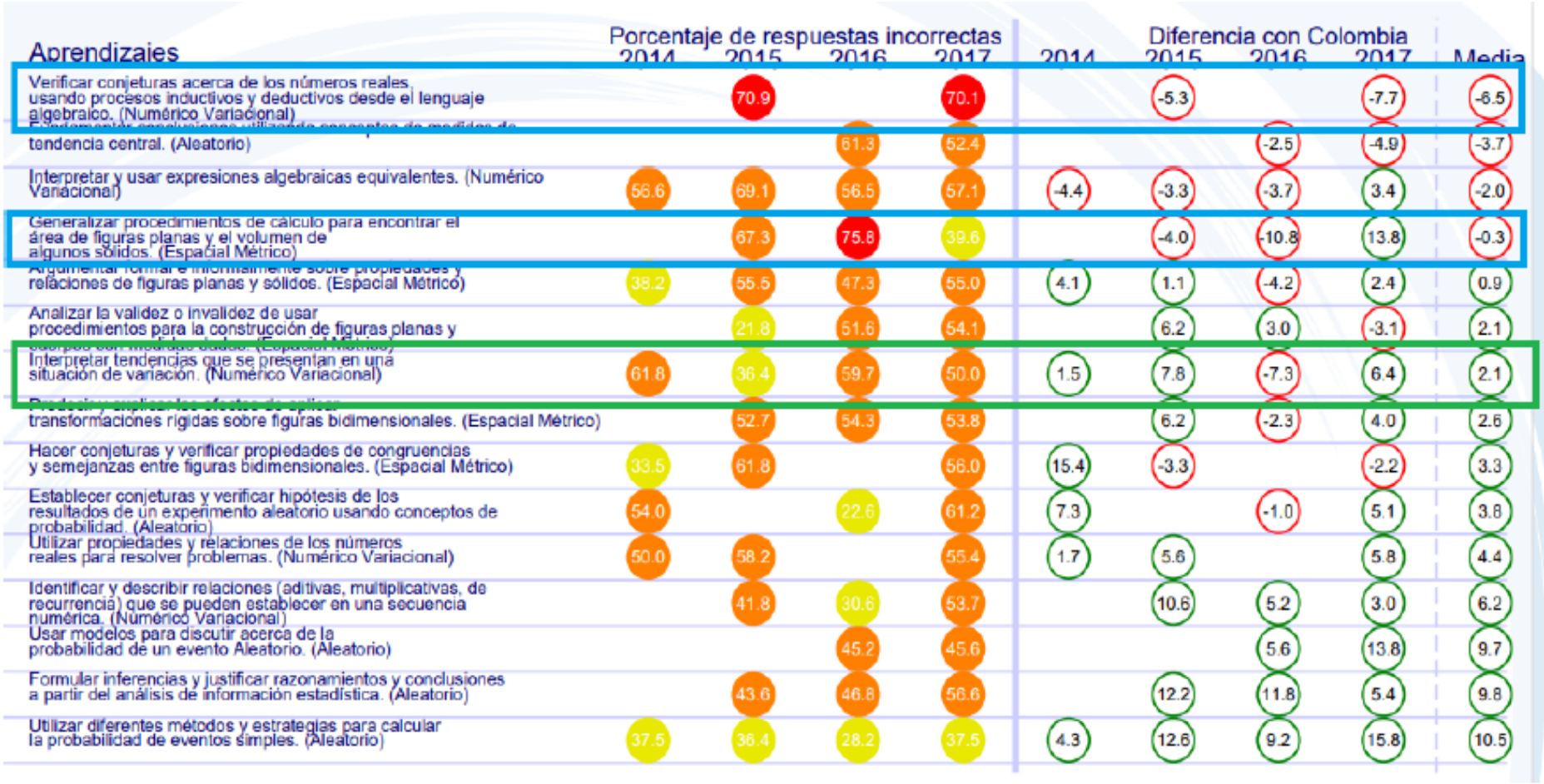
Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). *El modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría.* Uniciencia. Vol.27. Revista académica. Universidad Nacional de Costa Rica. Tomado:https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf.

Vásquez, A. y Alarcón, M. (2010). Didáctica de la tecnología. Editorial Síntesis. Madrid- España. ISBN 978-84-975670-7-7.

10. ANEXOS DE LA PROPUESTA

Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas 2014	2015	2016	2017	Diferencia con Colombia 2014	2015	2016	2017
Resolver problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación. (Numérico Variacional)	67.1		83.9	72.2	-6.1		-12.7	-9.7
Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad. (Aleatorio)		50.9	47.6	76.0		3.5	-2.8	-10.8
Establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes. (Espacial Métrico)	65.8		66.1	68.2	4.5		-7.1	-3.4
Resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales. (Numérico Variacional)	75.0	69.1	37.1	61.7	-5.8	0.2	-1.0	-0.9
Resolver y formular problemas, que requieren inferir a partir de datos estadísticos provenientes de diferentes fuentes. (Aleatorio)		76.4		55.2		-3.1		1.0
Resolver y formular problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas de estimación y aproximación. (Espacial Métrico)	72.4	34.5		62.5	-7.7	9.5		3.8
Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular. (Aleatorio)	50.9	16.4	47.3	72.7	4.7	11.0	0.5	-8.0
Resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida. (Espacial Métrico)			61.3	54.8			-0.6	5.7
Resolver problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. (Numérico Variacional)	40.1	66.1	69.3	66.2	10.5	5.4	-1.9	-3.2
Resolver y formular problemas usando modelos geométricos. (Espacial Métrico)	7.9	54.5	41.1	27.6	11.2	-0.9	-2.0	18.1
Resolver problemas que requieran usar e interpretar medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos. (Aleatorio) "Es necesario el conjunto"	55.3	32.7		44.5	6.1	10.9		6.1

Anexo 1: Indicadores de aprendizaje por porcentaje tomados del Colegio Chuniza Fámaco para el año 2018. Los colores rojos indican que los aprendizajes están por debajo de la media con respecto a otras instituciones educativas del país (Fuente propia, 2020).

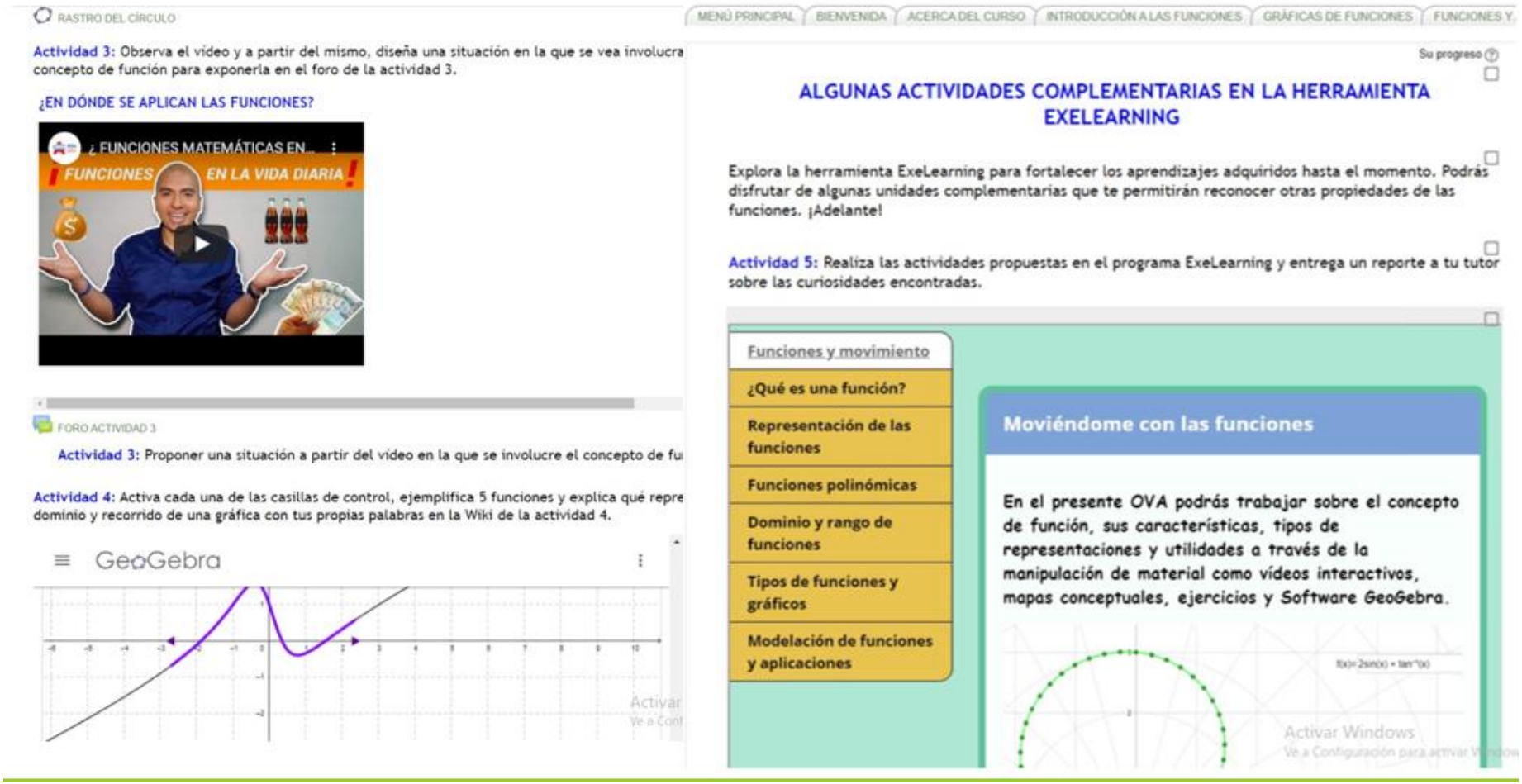


Aprendizajes	Porcentaje de respuestas incorrectas 2014	2015	2016	2017	Diferencia con Colombia 2014	2015	2016	2017	Media
Verificar conjeturas acerca de los números reales usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico. (Numérico Variacional)		70.9		70.1		-5.3		-7.7	-6.5
tendencia central. (Aleatorio)			61.3	52.4			-2.5	-4.9	-3.7
Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes. (Numérico Variacional)	56.6	69.1	56.5	57.1	-4.4	-3.3	-3.7	3.4	-2.0
Generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos. (Espacial Métrico)		67.3	75.8	39.6		-4.0	-10.8	13.8	-0.3
relaciones de figuras planas y sólidos. (Espacial Métrico)	38.2	55.5	47.3	55.0	4.1	1.1	-4.2	2.4	0.9
Analizar la validez o invalidez de usar procedimientos para la construcción de figuras planas y		21.8	51.6	54.1		6.2	3.0	-3.1	2.1
Interpretar tendencias que se presentan en una situación de variación. (Numérico Variacional)	61.8	36.4	59.7	50.0	1.5	7.8	-7.3	6.4	2.1
transformaciones rígidas sobre figuras bidimensionales. (Espacial Métrico)		52.7	54.3	53.8		6.2	-2.3	4.0	2.6
Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales. (Espacial Métrico)	33.5	61.8		56.0	15.4	-3.3		-2.2	3.3
Establecer conjeturas y verificar hipótesis de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos de probabilidad. (Aleatorio)	54.0		22.6	61.2	7.3		-1.0	5.1	3.8
Utilizar propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. (Numérico Variacional)	50.0	58.2		55.4	1.7	5.6		5.8	4.4
Identificar y describir relaciones (aditivas, multiplicativas, de recurrencia) que se pueden establecer en una secuencia numérica. (Numérico Variacional)		41.8	30.6	53.7		10.6	5.2	3.0	6.2
Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento Aleatorio. (Aleatorio)			45.2	45.6			5.6	13.8	9.7
Formular inferencias y justificar razonamientos y conclusiones a partir del análisis de información estadística. (Aleatorio)		43.6	46.8	56.6		12.2	11.8	5.4	9.8
Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples. (Aleatorio)	37.5	36.4	28.2	37.5	4.3	12.6	9.2	15.8	10.5

Anexo 2: Indicadores de aprendizaje por porcentaje tomados del Colegio Chuniza Fámaco para el año 2018. Los colores rojos indican que los aprendizajes están por debajo de la media con respecto a otras instituciones educativas del país (Fuente propia, 2020).



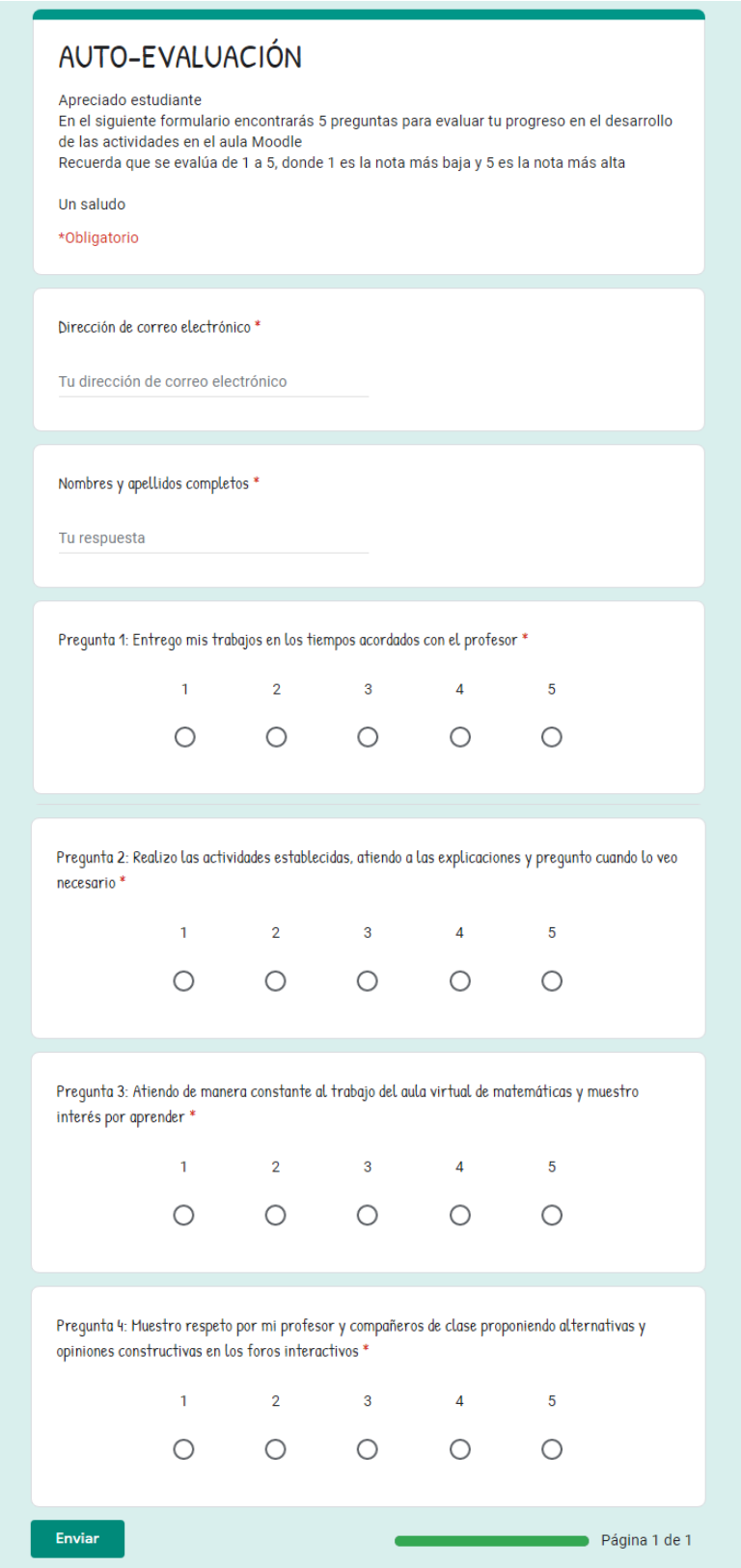
Anexo 3: Estructuración del AVA y muestra de la presentación de los módulos de bienvenida e introducción a las funciones con su material interactivo y vídeos de apertura en cada unidad (Fuente propia, 2020).



Anexo 4: Estructuración del AVA y muestra de la presentación de los módulos de funciones y aplicaciones junto con las actividades ExeLearning incorporadas en el espacio final de los módulos o unidades de estudio (Fuente propia, 2020).

Nivel y tarea matemática	**Nivel 1 (Reconocimiento)**	**Nivel 2 (Análisis)**	**Nivel 3 (Cálculo)**	**Nivel 4 (Representación)**	**Nivel 5 (Modelación)**
TM 1: Movimiento de objetos y gráficas (Deslizadores en la gráfica)	Observa patrones con líneas o curvas en software matemático	Analiza el crecimiento, decrecimiento y oscilaciones de patrones	Comprueba de forma tabular el comportamiento de las gráficas asignando valores específicos	Construye la forma matemática de las funciones polinómicas, logarítmicas, constante, racional y trigonométrica	Modela familias de funciones de forma analítica y gráfica dada cualquier situación
TM 2: Uso de programas digitales (GeoGebra o Cabri)	Introduce valores numéricos para generar una representación gráfica (discreto)	Construye una coordenada numérica para visualizar un rastro (discreto)	Identifica a partir de la gráfica una secuencia general (continuo) y lo asocia a un valor desconocido	Justifica a través de los programas la relación de $f(x)$ para cualquier valor con la gráfica de la situación	Maneja comando de tipo gráfico y analítico teniendo en cuenta las representaciones algebraicas
TM 3: Situaciones propuestas con álgebra de funciones	Asigna un valor único a la letra, sin asociar ningún patrón o relación con las funciones	Indaga sobre el concepto de función, aunque no lo integra de forma directa a la tabulación	Calcula diferentes valores en una determinada función sin integrar en su totalidad otro tipo de representaciones	Representa de manera analítica un conjunto de números reales que cumplen con una secuencia o patrón correspondiente a una función	Analiza y calcula la secuencia algebraica de cualquier función y logra relacionarla con diversas representaciones

Anexo 5: Cuadro de indicadores de una tarea matemática para analizar los niveles de avance de los estudiantes en su proceso interactivo con el AVA teniendo presente 3 categorías para identificar para evaluar el concepto de función matemática (Fuente propia, 2020).



AUTO-EVALUACIÓN

Apreciado estudiante
En el siguiente formulario encontrarás 5 preguntas para evaluar tu progreso en el desarrollo de las actividades en el aula Moodle
Recuerda que se evalúa de 1 a 5, donde 1 es la nota más baja y 5 es la nota más alta

Un saludo

*Obligatorio

Dirección de correo electrónico *

Tu dirección de correo electrónico

Nombres y apellidos completos *

Tu respuesta

Pregunta 1: Entrego mis trabajos en los tiempos acordados con el profesor *

1 2 3 4 5

Pregunta 2: Realizo las actividades establecidas, atiendo a las explicaciones y pregunto cuando lo veo necesario *

1 2 3 4 5

Pregunta 3: Atiendo de manera constante al trabajo del aula virtual de matemáticas y muestro interés por aprender *

1 2 3 4 5

Pregunta 4: Muestro respeto por mi profesor y compañeros de clase proponiendo alternativas y opiniones constructivas en los foros interactivos *

1 2 3 4 5

Enviar

Página 1 de 1

Anexo 6: Evidencia de las preguntas propuestas en el proceso de autoevaluación de los estudiantes teniendo en cuenta las 3 componentes formativas, lo cognitivo, lo procedimental y lo actitudinal (Fuente propia, 2020).