

Diseño de una aplicación para el modelamiento de elementos de sistemas de potencia y construcción de la matriz de admitancias nodal para flujo de carga

Jeisson F. Romero G.

jfromerog@correo.udistrital.edu.co

Melany P. Núñez E.

mpnuneze@correo.udistrital.edu.co

Tecnología en Electricidad
Facultad Tecnológica
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Bogotá D.C., Colombia

Resumen—

- **Objetivo:** Diseñar una aplicación para el modelamiento de elementos de sistemas de potencia con el fin de obtener la matriz de admitancias nodal para flujo de carga.
- **Método:** Se realizó una investigación mediante distintos tipos de documentos relacionados con el tema tratado como libros, artículos, fuentes de internet, entre otras, a nivel nacional e internacional para, de ésta forma lograr obtener la implementación de la aplicación desarrollada. La totalidad del diseño de la aplicación se llevó a cabo en el software Matlab.
- **Resultados:** Se realizó un software que entrega los parámetros eléctricos para los componentes de un sistema de potencia, arrojando correctamente la matriz Y-bus para flujo de carga.
- **Conclusión:** La aplicación es capaz de modelar de forma correcta los elementos que conforman un sistema de potencia y construye la matriz de admitancias nodal correspondiente a los elementos simulados para flujo de carga.

Abstract—

- **Objective:** To design an application for the modeling of elements of power systems in order to obtain the nodal admittance matrix for load flow.
- **Method:** An investigation was carried out through different types of documents related to the topic treated as books, articles, internet sources, among others, at national and international level, in order to obtain the implementation of the application developed. The entire design of the application was carried out in Matlab software.
- **Results:** A software was developed that delivers the electrical parameters for the components of a power system, correctly ejecting the Y-bus matrix for load flow.
- **Conclusion:** The application is able to correctly model the elements that make up a power system and builds the nodal admittance matrix corresponding to the simulated elements for load flow.

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP) son claves para el bienestar y el progreso de la sociedad moderna. Éstos permiten el suministro de energía eléctrica con la calidad

adecuada para manejar motores, iluminar hogares y calles, hacer funcionar plantas de manufacturas, negocios, así como para proporcionar potencia a los sistemas de comunicaciones y de cómputo. El punto de inicio de los sistemas eléctricos son las plantas generadoras que convierten energía mecánica a energía eléctrica; ésta energía es entonces transmitida a grandes distancias hacia los grandes centros de consumo mediante sistemas de transmisión; finalmente, es entregada a los usuarios mediante redes de distribución [1].

En la actualidad, los sistemas de potencia y los elementos que constituyen al mismo son la columna vertebral de cualquier entidad que haga parte de cualquiera de las etapas del proceso de suministro de energía eléctrica [2]. Los estudios de flujo de carga son claves en la planeación y diseño de la expansión futura de los sistemas eléctricos de potencia, así como también en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas existentes [3].

La importancia de los estudios alrededor de éstos sistemas radica en la posibilidad de poder determinar la cantidad de energía que un sistema puede transferir sin que colapse ante perturbaciones o cambios de cargas, en cuanto a métodos para la solución de flujos de carga, en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas se llevó a cabo el desarrollo de un proyecto basado en un método de solución de flujo de carga radial no convencional, el modelo propuesto por los estudiantes para cortocircuito permite manejar, visualizar y obtener expresiones sencillas de una manera clara, para tener idea del comportamiento de una falla en sistemas de distribución radiales [4]. En cuanto al desarrollo de aplicaciones académicas relacionadas con la Ingeniería Eléctrica y profesiones afines en la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Craiova, Rumania, se diseñó un software integrado para el análisis de la calidad de la energía en dicha facultad, los parámetros relacionados con armónicos de tensión/corriente se analizaron mediante la herramienta Matlab [5]. En Alemania se desarrolló e implementó un software que modela analíticamente elementos de máquinas eléctricas, teniendo

en cuenta aspectos electromagnéticos, térmicos, estructurales y dinámicos [6].

Cabe resaltar que no se encontró ningún registro bibliográfico que buscara el diseño de un software para el modelamiento de elementos de sistemas de potencia y la construcción de la matriz de admitancias nodal para flujo carga.

El artículo se encuentra organizado de la siguiente forma: En la sección II se presenta la metodología utilizada para el desarrollo de la aplicación que incluye los conceptos preliminares necesarios para la implementación de la misma, así como el esquema de funcionamiento que conforma el código y su correspondiente interfaz gráfica. En la sección III se muestra un análisis de los resultados obtenidos mediante un caso de estudio específico y, por último, la sección IV concluye el artículo.

II. METODOLOGÍA

II-A. Conceptos preliminares

II-A1. Cálculos en por Unidad: Para los cálculos de los sistemas de potencia se utiliza una normalización de variables llamada cálculos en por unidad que es especialmente conveniente si están involucrados gran cantidad de transformadores y altos niveles de tensión.

La idea general es elegir valores bases para cantidades como voltajes, corrientes impedancias, fuentes, y también definir cantidades en por unidad, como se define en la ecuación 1.

$$\text{Cantidad en por unidad} = \frac{\text{Valor real}}{\text{Valor base}} \quad (1)$$

Los valores base se seleccionan con el fin de satisfacer el mismo tipo de relación que las variables reales. Por ejemplo, para la ecuación $V = Z * I$, posteriormente a seleccionar sus valores base se puede expresar como lo indica la ecuación 2.

$$V_{pu} = Z_{pu} * I_{pu} \quad (2)$$

II-A2. Generador Sincrónico: El modelo de la máquina síncrona es necesario para análisis de cortocircuito, estabilidad, transitorios, entre otros, por lo tanto no se hace indispensable para la construcción de la matriz de admitancias nodal para flujo de carga, el modelamiento que se realiza es con un propósito estrictamente académico.

Los elementos principales que conforman una máquina síncrona son de un material ferromagnético, el estator o armadura es prácticamente un cilindro hueco que se comporta de forma estacionaria, tiene cortes en donde se encuentran las bobinas del devanado de armadura, por medio de los cuales se suministra a la carga por el generador la corriente necesaria. Otra elemento principal es el denominado rotor y es el que rota dentro del estator [7]. En la Figura 1 se muestra el circuito equivalente de un generador síncrono de polos lisos después de la obtención de sus parámetros mediante la gráfica de comportamiento ante las pruebas de CC y OC mostrada en la Figura 2

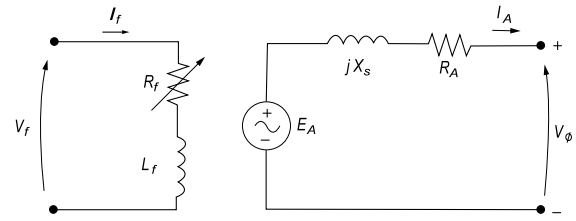


Figura 1. Circuito equivalente de un generador síncrono de polos lisos. La resistencia de campo y la resistencia externa variable se resumen en R_f [8].

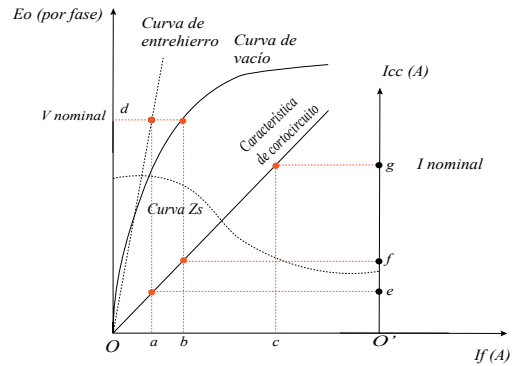


Figura 2. Gráfica del comportamiento de la máquina síncrona durante las pruebas experimentales [8].

II-A3. Transformador: Mediante los ensayos de CC, OC, medición de resistencia de devanados y polaridad se determina el modelo mostrado en la Figura 3.

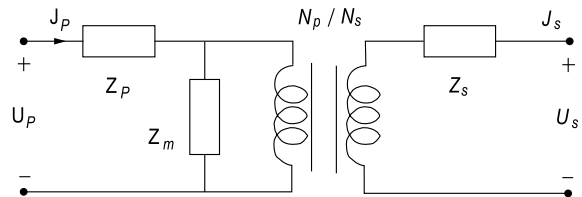


Figura 3. Circuito equivalente por fase de un transformador [8].

II-A4. Líneas de Transmisión: La definición de una línea de transmisión larga o corta no está dada nada más por su longitud, existen otros parámetros a tener en cuenta, debido a sus variaciones tan altas de corriente y tensión en los trayectos del conductor, este aspecto es la longitud de onda (λ) la cual está distribuida en el espacio de acuerdo a la frecuencia que se maneja, y cuyo valor para una línea larga, tiene que superar el producto de su longitud y un cuarto de la longitud de onda que está atravesando el conductor, como está definido en la siguiente ecuación 3 [9].

$$\text{Línea larga} > l * \frac{1}{4} * \lambda \text{ y Línea corta} \leq l * \frac{1}{4} * \lambda \quad (3)$$

- Modelo "π": Uno de los modelos utilizados para modelar líneas de transmisión es el modelo "π", en éste método la capacitancia de cada conductor es dividida en dos, una en

el extremo que envía tensión (V_s) y la otra en el extremo que la recibe (V_r), como lo muestra la Figura 4. Éste método es normalmente utilizado en líneas de longitud larga. [10].

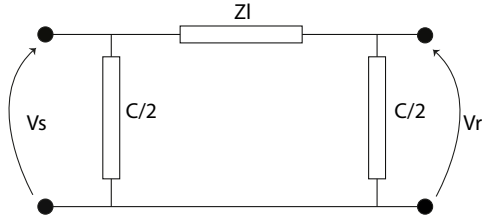


Figura 4. Circuito equivalente "π" de una línea de transmisión [8].

- Radio Medio Geométrico Para el caso de un circuito trifásico sencillo el RMG es el RMG del conductor, ahora bien, las ecuaciones para configuraciones de dos, tres, cuatro y n conductores en haz, respectivamente, se describen en las ecuaciones 5, 6, 7 y 8.

$$RMG = RMG_{Conductor} \quad (4)$$

$$RMG (haz) = \sqrt[2]{RMG * d} \quad (5)$$

$$RMG (haz) = \sqrt[3]{RMG * d^2} \quad (6)$$

$$RMG (haz) = \sqrt[4]{RMG * d^3 * \sqrt[2]{2}} \quad (7)$$

$$RMG (haz) = \sqrt[n]{n * RMG * A^{n-1}} \quad (8)$$

Donde,

n =número de conductores.

A =radio de configuración definido [11].

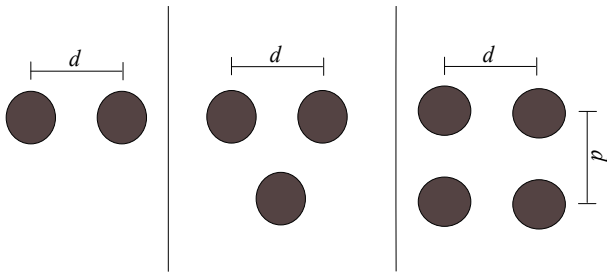


Figura 5. Configuración de dos, tres y cuatro conductores en haz.

- Distancia Media Geométrica Debido a que es un factor determinante en el cálculo de los parámetros que conforman el modelo de una línea de transmisión, la fórmula para determinar la DMG "Distancia Media Geométrica", teniendo en cuenta las distancias de separación entre fases, se muestra en la ecuación 9.

$$DMG = \sqrt[3]{Dab * Dca * Dbc} \quad (9)$$

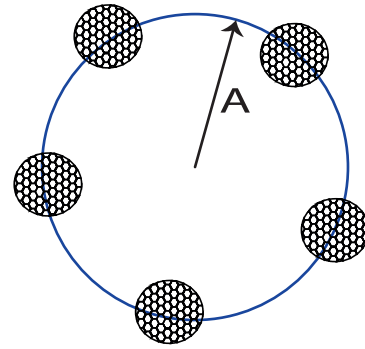


Figura 6. Configuración para n conductores en haz.

De este modo se puede realizar el cálculo de los parámetros resistivos, capacitivos e inductivos de la línea, de la siguiente manera:

- Parámetro Resistivo: Es el responsable del calentamiento en los conductores y de la caída de tensión a lo largo de los mismos, ésta depende del material con el que esté hecho el conductor [11]. Para el caso de la resistencia de una línea de transmisión, se deben conocer los datos de fabricante para un conductor de una fase y proseguir con la división, si es el caso, entre los n conductores (en haz) de la fase de la manera en que se describe en la ecuación 10 [9].

$$Ra = \frac{R}{n} [\Omega] \quad (10)$$

- Parámetro Capacitivo: Debido a las corrientes que se desplazan en derivación entre conductores y entre conductores y el suelo, dichas corrientes se encargan de que éstos se carguen aún con la línea en vacío, la ecuación 11 describe el cálculo de éste parámetro [11].

$$C = \frac{2\pi * \epsilon_0}{\ln(\frac{DMG}{R_{ext}})} [F/m] \quad (11)$$

Donde,

$$\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} [F/m]$$

- Parámetro Inductivo: Debido a los enlaces de flujo que se encuentran alrededor del conductor, por su propia corriente y corrientes de otros conductores, la ecuación 12 muestra el cálculo de éste parámetro [11].

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} * \ln(\frac{DMG}{RMG}) * n [H/m] \quad (12)$$

Donde,

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [N * A^{-2}]$$

En ésta ecuación se está incluyendo las inductancias externas e internas de la línea.

II-B. Desarrollo del algoritmo

El algoritmo está basado en funciones correspondientes a cada elemento simulado, en las Figuras 7, 8, 9 se muestran los diagramas de entradas y salidas de cada función desarrollada, la Figura 10 muestra el diagrama general.

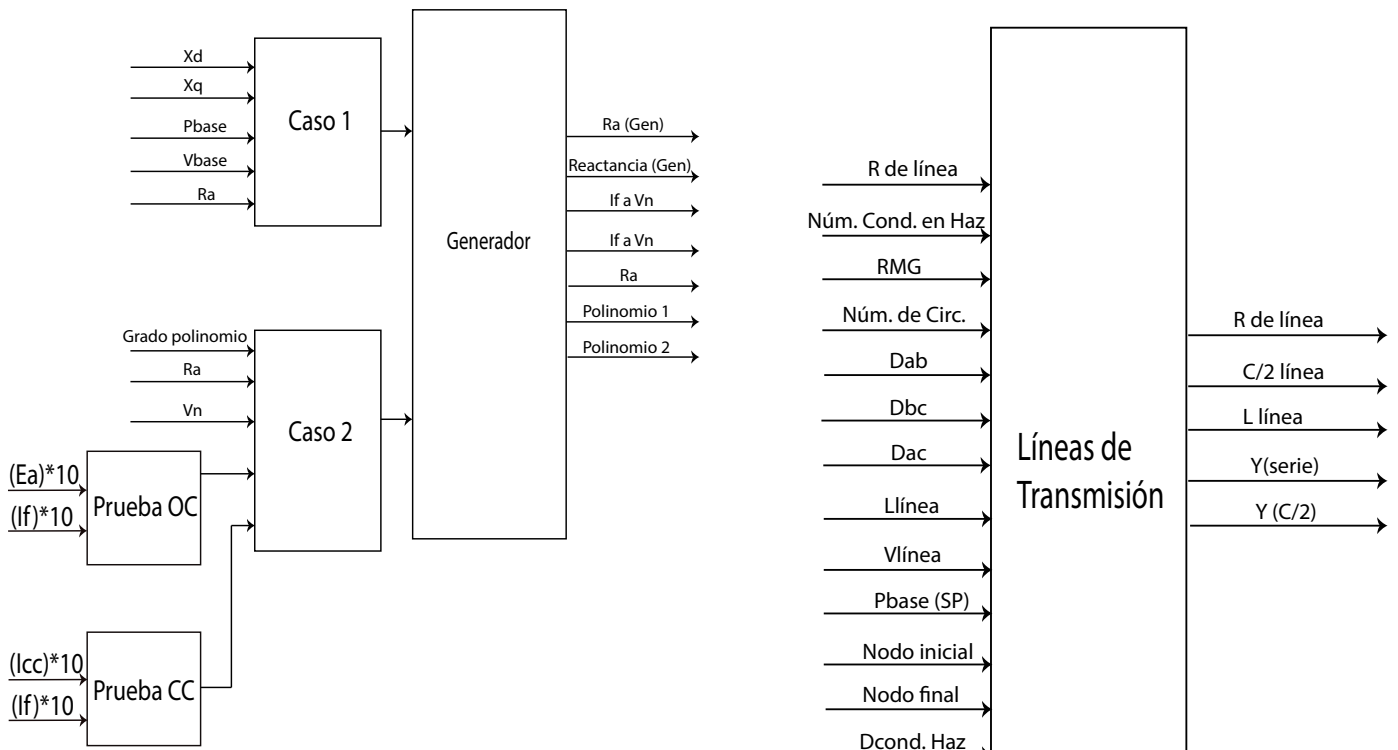


Figura 7. Diagrama de entradas y salidas para la obtención del modelo del generador de polos lisos.

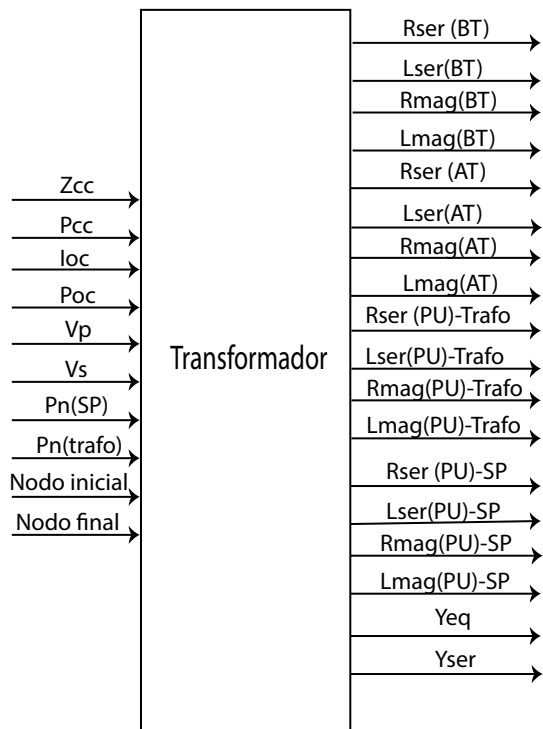


Figura 8. Diagrama de entradas y salidas para la obtención del modelo del transformador.

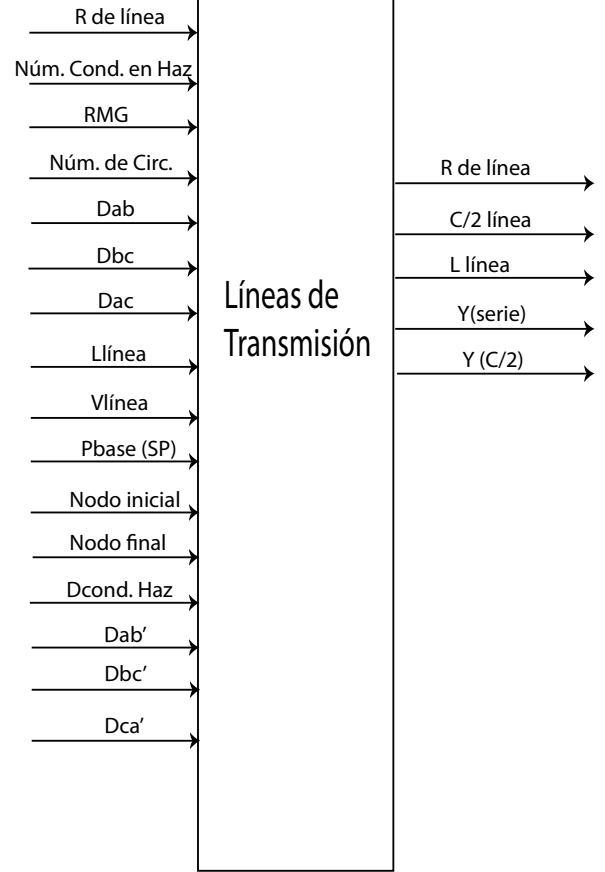


Figura 9. Diagrama de entradas y salidas para la obtención del modelo de las líneas de transmisión.

II-C. Desarrollo de interfaz gráfica

ModelApp® es una aplicación especializada en la obtención de los modelos de elementos de sistemas de potencia a partir de la solicitud de datos de placa de dichos elementos. Así como la construcción de la matriz de admitancias nodal del sistema de potencia solicitado.

Al ejecutar ModelApp®, se abre la ventana de inicio mostrada en la Figura 11 donde se debe indicar el número de nodos del sistema (de lo contrario se generará un error y no se podrá seguir el proceso), posteriormente, se debe elegir el elemento del sistema de potencia que se desea modelar. En la esquina superior izquierda se muestran dos pestañas: Al seleccionar “Acerca de” se despliega toda la información pertinente sobre la aplicación y sus autores, por su parte la pestaña “Reiniciar” borra todos los datos ya introducidos del sistema de potencia, ya que al cerrar la ventana de un elemento ésta no es editable.

En el caso de seleccionar la opción “Transformador” se abre la ventana mostrada en la Figura 12.

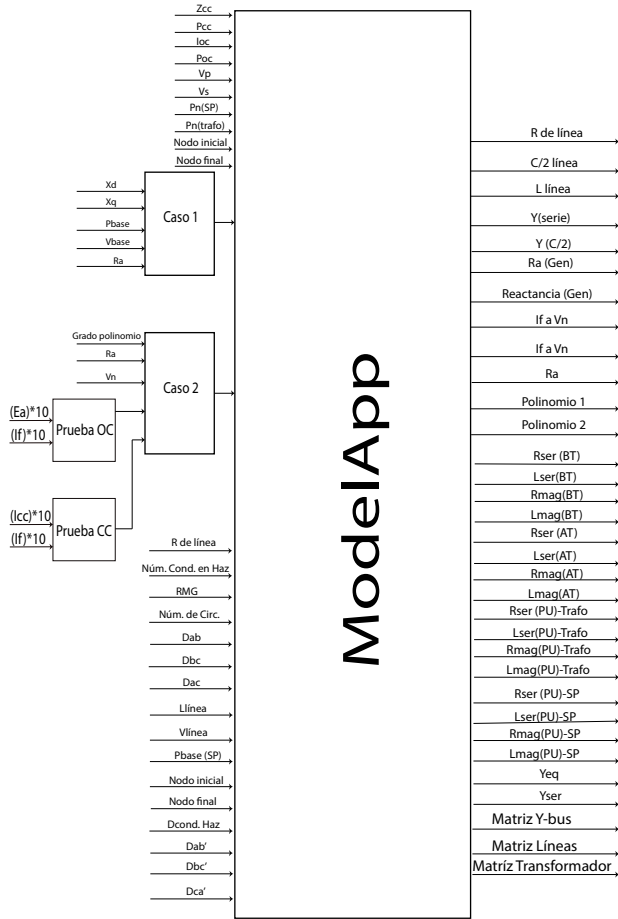


Figura 10. Diagrama de entradas y salidas para la obtención del modelo de las líneas de transmisión.

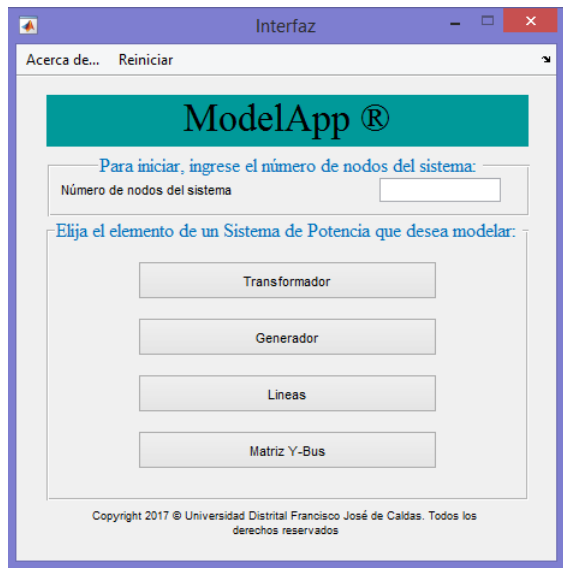


Figura 11. Ventana de Inicio de ModelApp®.

En el caso de seleccionar la opción “Generador” se abre la



Figura 12. Ventana para la configuración de los parámetros del transformador.

ventana mostrada en la Figura 13.



Figura 13. Ventana para la configuración de los parámetros del generador.

Ésta última depende de los datos conocidos por el usuario, reactancias sincrónicas de eje de cuadratura y eje directo (Figura 14) o datos de prueba de vacío y de cortocircuito (Figura 15).

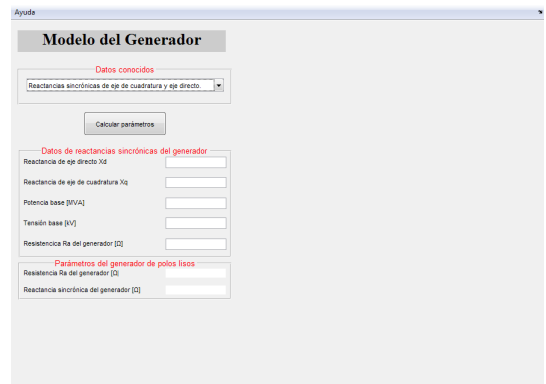


Figura 14. Ventana para la configuración de los parámetros del generador (caso 1).

En el caso de seleccionar la opción “Lineas” se abre la ventana mostrada en la Figura 16.

En el caso de seleccionar la opción “Matriz Y-bus” se abre la ventana mostrada en la Figura 17.

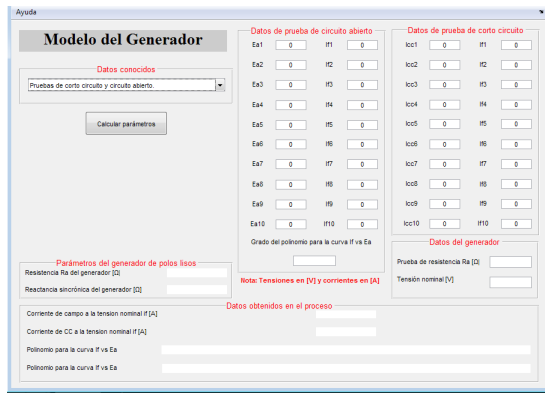


Figura 15. Ventana para la configuración de los parámetros del generador (caso 2).

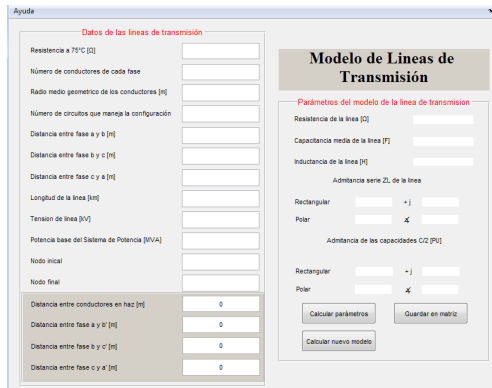


Figura 16. Ventana para la configuración de los parámetros de las líneas de transmisión.

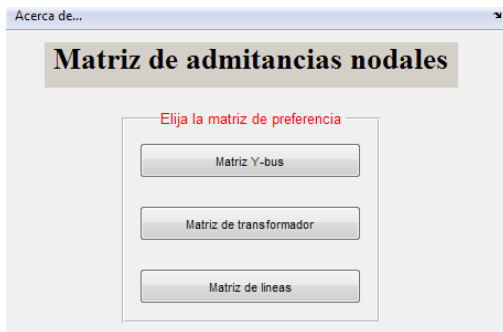


Figura 17. Ventana para la obtención de la matriz requerida por el usuario.

En todos los elementos, excepto la matriz Y-bus, se encuentran la opción de “Ayuda” en la esquina superior izquierda de la ventana, que despliega una ayuda teórica sobre los procesos llevados a cabo para la obtención de todos los resultados mostrados y del uso de la aplicación. En lugar de ésta pestaña, en la ventana de la matriz de admitancias nodales se encuentra la pestaña “Acerca de” donde se encuentra la información de los creadores de la aplicación y toda la información pertinente. Al seleccionar cualquiera de las opciones en la ventana para la obtención de la matriz Y-bus se abre un archivo de Excel, mostrando la matriz deseada.

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la evaluación de los resultados arrojados por la aplicación se realizaron ejercicios de forma manual y se compararon con los entregados por ModelApp, a continuación se muestra un ejemplo práctico para el sistema de potencia de tres nodos y de una potencia base de 100 MVA mostrado en la Figura 18. El sistema tiene las siguientes características:

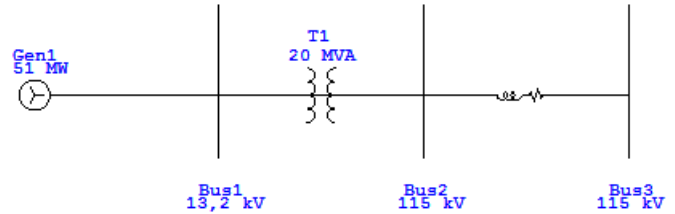


Figura 18. Caso de estudio.

- **Generador Sincrónico:**
 $S_n=60\text{MVA}$, $V_n=13,2\text{kV}$, conectado en Y con $R_a=0.9 \Omega$
 - Ensayo en vacío:

If(A)	44	84	137	165	196	219	231
Ea(kV)	2,0	4,5	6,6	7,5	8,4	9	9,3

Tabla I
DATOS DE VACÍO.

- Ensayo de corto circuito:

If(A)	240
Icc(A)	Icc nominal

Tabla II
CASO DE CORTO CIRCUITO.

La forma correcta de introducir los datos entregados para el generador sincrónico a ModelApp lo muestra la Figura 19.

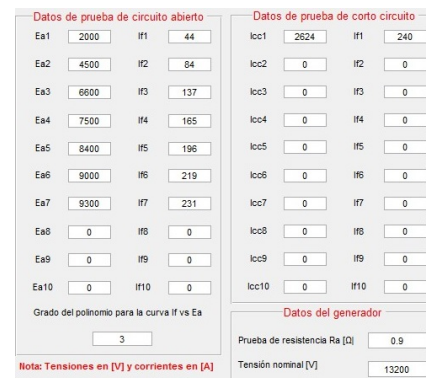


Figura 19. Datos introducidos en ModelApp para caso de estudio.

- **Transformador:**

Conexión	YgYg
Tensión nominal	13,2kV/115kV
Snominal (1Φ)	20 MVA
Frecuencia	60 Hz

Tabla III

DATOS DE TRANSFORMADOR.

- Los datos de la prueba son mostrados en la Tabla 4.

Zcc	14 %	Io	4 %
Pcc	1 %	Po	0,4 %

Tabla IV

DATOS DE PRUEBA.

La forma correcta de introducir los datos entregados para el transformador a ModelApp lo muestra la Figura 20.

Figura 20. Datos introducidos en ModelApp para caso de estudio.

■ Líneas:

La línea de transmisión del sistema pertenece a un circuito sencillo, con una configuración de dos conductores en haz con una distancia de separación de 0,4m, la distancia entre las fases a y b es de 4m, tiene una resistencia de 0,107 (Ω/Km), un RMG de 9,96mm y su longitud es de 100 Km.

La forma correcta de introducir los datos entregados para la línea a ModelApp lo muestra la Figura 21.

III-A. Solución de Forma Manual

■ Modelamiento del generador:

El proceso para la obtención del modelo del generador sincrónico lo muestran las ecuaciones 13, 14, 15, 16.

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} * V_n} [A] \quad (13)$$

$$V_n = \frac{V_n}{\sqrt{3}} [V] \quad (14)$$

Se realiza una aproximación para obtener la corriente de campo correspondiente a la tensión nominal por fase, teniendo en cuenta los datos de la prueba de vacío. Al

Figura 21. Datos introducidos en ModelApp para caso de estudio.

graficar I_{cc} vs. I_f se obtiene la corriente de cortocircuito que se obtiene a la corriente de campo.

$$Z_s = \frac{E_a}{I_{cc}} [\Omega] \quad (15)$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_a^2} [\Omega] \quad (16)$$

Para obtener como datos finales:

$$X_s = 4,16(\Omega) \text{ y } R_a = 0,9(\Omega)$$

■ Modelamiento del transformador:

El proceso para la obtención del modelo del transformador lo muestran las siguientes fórmulas:

$$P_{cc} = P_{cc} \% * S_n [W] \quad (17)$$

$$Z_{cc} = Z_{cc} \% * Z_b [\Omega] \quad (18)$$

$$I_o = I_o \% * I_n [A] \quad (19)$$

$$P_o = P_o \% * S_n [W] \quad (20)$$

$$I_{cc} = \frac{S_n}{V_n} [A] \quad (21)$$

$$V_{cc} = I_{cc} * Z_{cc} [V] \quad (22)$$

$$Z_{eq} = \left(\frac{V_{cc}}{I_{cc}} \right) \angle \cos^{-1} \left(\frac{S_n}{V_{cc} * I_{cc}} \right) [\Omega] \quad (23)$$

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} [S] \quad (24)$$

$$Y_{mag} = \left(\frac{I_o}{V_o} \right) \angle -\cos^{-1} \left(\frac{P_o}{V_o * I_o} \right) [S] \quad (25)$$

$$R_{eq} = \frac{V_{cc}^2}{S_n} [\Omega] \quad (26)$$

$$Q_{cc} = \sqrt{S_{cc}^2 - P_{cc}^2} [VAR] \quad (27)$$

$$R_m = \frac{V_o^2}{P_o} [\Omega] \quad (28)$$

$$Q_o = \sqrt{(V_o * I_o)^2 - (P_o)^2} [VAR] \quad (29)$$

$$X_m = \frac{V_o^2}{Q_o} [\Omega] \quad (30)$$

Para obtener como datos finales:

$$R_m = 165,3(K\Omega), X_m = 16,6(K\Omega), Y_{eq} = 0,103 - 1,44i(\Omega) \text{ y } Y_m = 0,8 * 10^{-3} - 0,008i[S]$$

■ Modelamiento de línea:

El proceso para la obtención del modelo de la línea lo muestran las siguientes fórmulas:

$$R_{linea} = \frac{R_u * l}{n} [\Omega/Km] \quad (31)$$

donde n=número de conductores en haz.

$$RMG_{configuracion}(2 haz) = \sqrt{RMG * d} [m] \quad (32)$$

$$RMG' = RMG * e^{-\frac{1}{4}} [m] \quad (33)$$

$$DMG = \sqrt[3]{D_{ab} * D_{ca} * D_{bc}} [m] \quad (34)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} * \ln\left(\frac{DMG}{RMG * e^{-\frac{1}{4}}}\right) * n [H/m] \quad (35)$$

Donde,

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [N * A^{-2}]$$

$$C = \frac{2\pi * \epsilon_0}{\ln\left(\frac{DMG}{RMG}\right)} [F/m] \quad (36)$$

Donde,

$$\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} [F/m]$$

$$Z_{ser} = R_{linea} + i(2\pi * f * l) [\Omega] \quad (37)$$

$$Z_{C/2} = \frac{-i}{2\pi * f * \left(\frac{C}{2}\right)} [\Omega] \quad (38)$$

Para obtener como datos finales:

$$Y_{ser} = 0,5791 - 3,74i[S] \text{ y } Y_{C/2} = 0,0318i[S]$$

Por lo tanto, la matriz de admitancias nodal es:

$$\begin{pmatrix} 0,1022 - 1,432i & -0,103 + 1,44i & 0 + 0i \\ -0,103 + 1,44i & 0,6821 - 5,148i & -0,5791 + 3,74i \\ 0 + 0i & -0,5791 + 3,74i & 0,5791 - 3,708i \end{pmatrix}$$

III-B. Solución con ModelApp

Las Figuras 22, 23, 24, 25, 26 muestran los resultados arrojados por ModelApp para el caso de estudio.

```
matriz =
0.1028 - 1.4329i -0.1020 + 1.4249i 0.0000 + 0.0000i
-0.1020 + 1.4249i 0.6812 - 5.1321i -0.5792 + 3.7392i
0.0000 + 0.0000i -0.5792 + 3.7392i 0.5792 - 3.7072i
```

Figura 22. Datos arrojados por ModelApp para la matriz de admitancias nodal.



Figura 23. Datos arrojados por ModelApp para el generador.

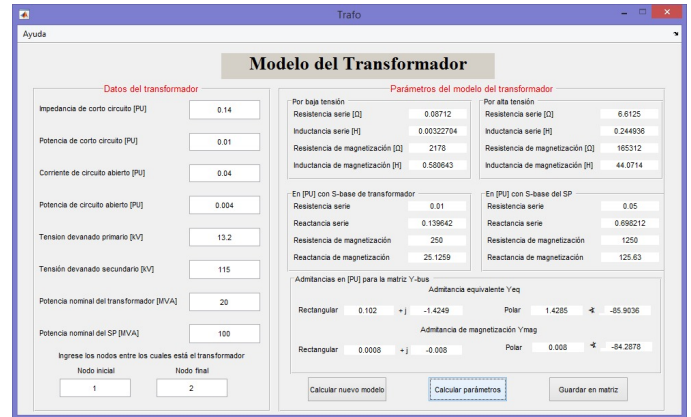


Figura 24. Datos arrojados por ModelApp para el transformador.

En la Figura 26 se muestra la gráfica de comportamiento del generador sincrónico en el caso de estudio, durante las pruebas de CC y OC.

Se obtienen, para todas las posiciones de la matriz, un error promedio del procedimiento echo manualmente de 0,02 % teniendo una gran acertación de los resultados arrojados por ModelApp, comprobando así, el correcto funcionamiento de la aplicación.

REFERENCIAS

Figura 25. Datos arrojados por ModelApp para la línea.

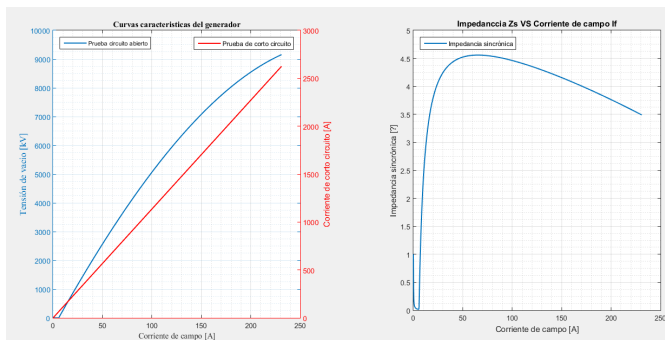


Figura 26. Gráfica arrojada por ModelApp para el comportamiento del generador sincrónico.

IV. CONCLUSIONES

- Se recopiló toda la información necesaria para obtener una base teórica confiable y lograr el correcto funcionamiento de la aplicación.
- Se elaboró un software capaz de simular los modelos de la máquina sincrónica, el transformador y líneas de transmisión transpuestas para, de ésta forma, lograr la construcción de la matriz de admitancias nodal para flujo de carga.
- Se realizaron ejercicios provenientes de fuentes confiables de forma manual y se compararon con los resultados arrojados por ModelApp para, de ésta forma, evaluar el correcto funcionamiento del mismo.

- [1] D. Barco, "Análisis de sensibilidad de flujos de potencia activa respecto a variaciones de carga nodal". Programa de Tecnología Eléctrica, Facultad de Tecnología, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, 2015.
- [2] R. C. L.A. Romero, "Guía de trabajos independientes para Sistemas Eléctricos de Potencia". Facultad de Ingeniería, Programa de Ingeniería Eléctrica, Universidad de la Costa, Barranquilla, Colombia, 2013.
- [3] M. Dolores, "Flujos de Potencia con Matlab". Facultad de Ingeniería Mecánica Eléctrica, Universidad Veracruzana, Veracruz, México, 2012.
- [4] J. P. J.M. Badillo, "Desarrollo de un software que realice la simulación del flujo de carga en N nodos para sistemas radiales". Facultad Tecnológica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, 2009.
- [5] L. M. D. F. D. Rusinaru, D. Popescu, "Integrated didactic software package for computer based analysis of power quality". Faculty of Electrical Engineering, University of Caiova, Romania, 2012.
- [6] K. H. M. Schoning, "Virtual product development for electrical motors". Institute Of Electrical Machines, RWTH, Aachen University, Schinkelstr.4, Aachen University, 2007.
- [7] W. S. J.J. Grainger, "Análisis de Sistemas de Potencia". 1st Ed., México D.F. México, McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [8] J.F.Romero Guavita, M.P. Nunez Eguis. Estudiantes Tecnología en Electricidad, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, 2017.
- [9] A. P. T. C. Inc., "Electrical Transmission and Distribution Reference Book". 5th. Ed., North Carolina, U.S.A, Thirteenth Printing, 1997.
- [10] "Performance Of Transmission Lines". [Online] Disponible en: <http://www.nct-tech.edu.lk>, Sri Lanka.
- [11] L. Cardona, "Modelación de Redes de Transmisión de Energía Eléctrica". Escuela de Ingeniería Eléctrica y Mecánica, Universidad Nacional de Colombia, 2004.