

**LA ARGUMENTACIÓN INFANTIL EN UNA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE
APRENDIZAJE DEL ÁREA Y PERÍMETRO**

CECILIA ALEXANDRA CARABALLO SANDOVAL

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
BOGOTÁ
2021**

**LA ARGUMENTACIÓN INFANTIL EN UNA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE
APRENDIZAJE DEL ÁREA Y PERÍMETRO**

CECILIA ALEXANDRA CARABALLO SANDOVAL

**TRABAJO FINAL DE INVESTIGACIÓN, COMO OPCIÓN DE TRABAJO DE
GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN**

**GRUPO DE INVESTIGACIÓN INTERDISCIPLINARIA EN PEDAGOGÍA DEL
LENGUAJE Y LAS MATEMÁTICAS – GII PLyM – UNIVERSIDAD DEL VALLE
– UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

DIRECTORA

OLGA LUCÍA LEÓN CORREDOR DOCTORA EN EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

FACULTAD DE CIENCIAS Y EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BOGOTÁ D.C.

2021

Nota de aceptación

Jurado

Jurado

Dedicatoria

A la razón, el motivo, el motor; a mi hija amada que me ha impulsado a crecer, a querer dejar huella y transformar pensamientos que trasciendan en el tiempo y haga la diferencia.

Agradecimientos

Gracias a Dios por el valor, la perseverancia y la sabiduría para afrontar cada fase de esta maestría, con sus aprendizajes y enseñanzas me permitieron crecer personal y profesionalmente.

Agradezco a todos a aquellos que con su apoyo, cariño y entusiasmo me impulsaron a emprender este proyecto; a los que creen en mí y hacen crecer esperanza, dedicación y trabajo por el mañana.

A Sara, Camila, Manuel, Diana, Katerín y Jacobo por su tiempo, compromiso y entrega en cada una de las actividades; agradezco su confianza, espontaneidad y alegría para permitirme vivir experiencias de investigación enriquecidas por su humanidad.

A la profesora Olga Lucía León le agradezco su tiempo, paciencia, disposición y acompañamiento gracias por su compromiso y apoyo; por permitirme descubrir de su mano la metodología de investigación basada en las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA)

A los profesores Rodolfo Vergel, Pedro Rojas y Julio Romero les agradezco sus aportes, sus correcciones, su motivación a mejorar y avanzar en cada momento.

A mis compañeros de maestría les agradezco su compañía en este proceso, su trato cálido y el compartir sus conocimientos y aportes desde sus diferentes líneas teóricas.

Doy gracias a la vida por retarme a vivir esta experiencia.

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO.....	6
1 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	11
2 OBJETIVOS.....	16
2.1 Objetivo General.....	16
2.2 Objetivos Específicos.....	16
3 MARCO HIPOTÉTICO DE LA TRAYECTORIA. MARCOS DE REFERENCIA PARA LAS HIPOTESIS DE LA TRAYECTORIA.	17
3.1 Longitud.....	17
3.1.1 <i>Caracterización de los procesos de Longitud</i>	21
3.2 Perímetro.....	31
3.2.1 <i>Caracterización de los procesos para el perímetro</i>	32
3.3 Área.....	36
3.3.1 <i>Caracterización de los procesos</i>	38
<i>Subproceso representación del área</i>	38
3.4 Argumentación.....	45
3.4.1 <i>Elementos de la Argumentación</i>	46
3.4.2 <i>El desarrollo de la comunicación y el lenguaje</i>	49
3.4.3 <i>Elementos que permiten la aparición de la argumentación</i>	55
3.4.4 <i>Técnicas de Argumentación</i>	58
<i>Identidad (total o parcial) y definición en la argumentación</i>	63
<i>Analiticidad, Análisis Y Tautología</i>	64
<i>Reciprocidad:</i>	64
<i>Relaciones matemáticas</i>	65
<i>La comparación:</i>	68
4 METODOLOGÍA.....	69
4.1 Población.....	71
4.2 Recolección de datos.....	72
5 DISEÑO Y FORMULACIÓN DE LA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE SECUENCIA DE ENSEÑANZA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE ENSEÑANZA.	73
5.1 Niveles de la trayectoria.....	76

5.2	Trayectoria hipotética de enseñanza (THE). Secuencia de actividades	82
6	EVOLUCIÓN DE LA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE. RECOLECCIÓN DE DATOS Y ANÁLISIS.....	85
7	ANÁLISIS DE RESULTADOS: IDENTIFICACIÓN DE LA TRAYECTORIA REAL DE APRENDIZAJE (TRA).....	86
7.1	Análisis a posteriori por niveles	86
7.1.1	<i>Nivel 1</i>	86
7.1.2	<i>Nivel 2</i>	89
7.1.3	<i>Nivel 3</i>	93
7.1.4	<i>Nivel 4</i>	97
7.1.5	<i>Nivel 5</i>	101
7.1.6	<i>Nivel 6</i>	105
7.2	Análisis a posteriori; Seguimiento al desarrollo al desarrollo de procesos en la TRA. 111	
7.2.1	<i>Longitud</i>	111
7.2.2	<i>Área</i>	120
7.2.3	<i>Perímetro</i>	128
7.3	Desarrollo de la Argumentación desde la trayectoria.....	132
7.3.1	<i>El Desarrollo de la Enunciación</i>	132
7.3.2	<i>Las Técnicas Argumentativas Empleadas En La Trayectoria Real De Aprendizaje.</i> 149	
	<i>Contradicción e incompatibilidad</i>	149
	<i>Reprocidad</i>	150
	<i>Comparación</i>	150
8	CONCLUSIONES.....	152
9	BIBLIOGRAFÍA.....	160

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Procesos para el desarrollo de la longitud.....	20
Tabla 2. Procesos para el desarrollo del perímetro	31
Tabla 3. Procesos para el desarrollo del área	37
Tabla 4. Articulación de procesos de la longitud, el perímetro y el área; en el desarrollo de los niños desde los 0 años a los 8 años.....	44
Tabla 5. Componentes del lenguaje	51
Tabla 6. Procesos para el desarrollo de la comunicación y el lenguaje en el rango de edad de 0 a 8 años.	51
Tabla 7. Articulación de procesos y subprocesos de la trayectoria hipotética de aprendizaje.	74
Tabla 8. Hipótesis de aprendizaje nivel 1	76
Tabla 9. Hipótesis de aprendizaje nivel 2	77
Tabla 10. Hipótesis de aprendizaje nivel 3	78
Tabla 11. Hipótesis de aprendizaje nivel 4	79
Tabla 12. Hipótesis de aprendizaje nivel 5	80
Tabla 13. Hipótesis de aprendizaje nivel 6	81
Tabla 14. Formato utilizado en el diseño de las actividades	84
Tabla 15. Indicadores Nivel 1	86
Tabla 16. Manifestación de indicadores Nivel 1	87
Tabla 17. Indicadores Nivel 2	89
Tabla 18. Manifestación de indicadores Nivel 2.....	90
Tabla 19. Indicadores Nivel 3	93
Tabla 20. Manifestación de indicadores Nivel 3.....	94
Tabla 21. Indicadores Nivel 4	97
Tabla 22. Manifestación de indicadores Nivel 4.....	98
Tabla 23. Indicadores Nivel 5	101
Tabla 24. Manifestación de indicadores Nivel 5.....	102
Tabla 25. Indicadores Nivel 6	105
Tabla 26. Manifestación de indicadores Nivel 6.....	106
Tabla 27. Trayectoria Hipotética de Aprendizaje y Trayectorias Reales para cada estudiante.	109
Tabla 28. Registro fotográfico -Proceso de percepción de la Longitud en Jacobo.	112
Tabla 29. Registro fotográfico- Proceso de percepción de la Longitud en Diana.....	113
Tabla 30. Registro fotográfico Proceso Conservación de la Longitud en Jacobo	115
Tabla 31. Registro Proceso Conservación de la Longitud en Diana	115
Tabla 32. Registro fotográfico proceso de Medición de la Longitud en Jacobo	117
Tabla 33. Registro fotográfico proceso de Medición de la Longitud en Diana.....	118
Tabla 34. Registro fotográfico Proceso de percepción del área en Jacobo	121
Tabla 35. Registro fotográfico Proceso de percepción del área en Diana	121
Tabla 36. Registro fotográfico - Proceso de conservación del área en Jacobo.....	124
Tabla 37. Registro fotográfico- Proceso de conservación del área en Diana	124
Tabla 38. Registro fotográfico- Proceso de medida del área en Jacobo.....	126
Tabla 39. Registro fotográfico-Proceso de medida del área en Diana	127
Tabla 40. Proceso de percepción del perímetro en Jacobo.....	129
Tabla 41. Proceso de percepción del perímetro en Diana	129
Tabla 42. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Jacobo	133
Tabla 43. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Jacobo.	135
Tabla 44. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Diana.....	136
Tabla 45. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Diana.....	137
Tabla 46. Expresiones valorativas del grupo.....	139
Tabla 47. Representaciones gestuales	140
Tabla 48. Avances en el dominio del lenguaje.....	141

Tabla 49. Representaciones obtenidas en la trayectoria.....	142
Tabla 50. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Katerín	143
Tabla 51. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Katerín.	144
Tabla 52. Registro fotográfico – Desarrollo proceso Lecto- escritor en Katerín.	148

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1. Procesos para la construcción de la longitud.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 2. Elementos para la caracterización del Perímetro</i>	<i>31</i>
<i>Figura 3. Elementos de la argumentación</i>	<i>45</i>
<i>Figura 4. Argumentos Cuasi-lógicos según Perelman y Olbrechts-tyteca</i>	<i>58</i>
<i>Figura 5. Esquema metodológico THA-Área y perímetro</i>	<i>70</i>
<i>Figura 6. Trayectorias para el nivel 1.</i>	<i>88</i>
<i>Figura 7. Trayectorias para el nivel 2.</i>	<i>91</i>
<i>Figura 8. Trayectorias para el nivel 3.</i>	<i>95</i>
<i>Figura 9. Trayectorias para el nivel 4.</i>	<i>99</i>
<i>Figura 10. Trayectorias para el nivel 5.</i>	<i>103</i>
<i>Figura 11. Trayectorias para el nivel 6.</i>	<i>107</i>

RESUMEN

Este proyecto de Investigación presenta los resultados de la articulación de los procesos, subprocesos e indicadores de la longitud, el perímetro y el área, junto al desarrollo del proceso de enunciación a partir de los indicadores del desarrollo del lenguaje presentados por Pérez y Salmerón (2006); asimismo, muestra la evolución de la trayectoria hipotética de aprendizaje (THE) y la identificación de las trayectorias reales (TRA). Se desarrolló bajo las condiciones de confinamiento por la pandemia COVID 19; con el propósito de Identificar en el aprendizaje del área y perímetro, los procesos de argumentación desarrollados en estudiantes de básica primaria. Su pertinencia surge al considerar dos aspectos; en un primer lugar, la identificación de la importancia de la argumentación en el contexto escolar , reconociendo su necesidad desde un espacio de aprendizaje como lo es la clase de matemáticas, y en un segundo lugar, el tratamiento del área y el perímetro reconociendo estas temáticas del desarrollo geométrico como atributos medibles que presentan dificultad en su apropiación y diferenciación, debido a su tratamiento de enseñanza que involucra actividades monótonas, descontextualizadas referidas en gran cantidad al aspecto numérico. (Roldán y Rendón, 2013). Para su desarrollo se utilizó la metodología de investigación cualitativa, basada en el diseño a través de los experimentos de aprendizaje mediante la selección de trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA); ejecutando las cuatro fases de la metodología propuestas por Clements y Sarama (2015); el análisis de los resultados relaciona la construcción de las magnitudes longitud, área y perímetro, incorporando el desarrollo de la argumentación desde los elementos propuestos por Perelman y Olbrechts-tyteca (1989), reconociendo la importancia de la argumentación como factor que contribuye al aprendizaje a partir de la identificación de las trayectorias reales de aprendizaje (TRA) de los niños y el seguimiento a los procesos planteados para la investigación.

1 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El interés de esta investigación por el desarrollo de procesos de argumentación matemática en la educación primaria surge al reconocer en la argumentación un rol fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y de la necesidad de responder al reto de generar un proceso de comunicación, de diálogo, que propicie el trabajo colaborativo bajo el principio de la mediación didáctica (Aldana y López, 2016). Se trata de mejorar la práctica argumentativa desarrollando una actitud favorable hacia la discusión a través de la toma de conciencia de los obstáculos que se presentan en la discusión (Martínez, 2005), se requiere en los escenarios de la vida diaria, el diálogo y la comunicación asertiva, disminuir los niveles de intolerancia e irrespeto, la argumentación puede ser en muchos casos la otra vía de resolución de conflictos diferente a la de la violencia y la opresión del más fuerte (Perelman y Olbrechts-tyteca, 1989); la argumentación hace conciencia del sujeto en un contexto de diálogo, que da prelación a la opinión buena, razonable, justificada, elementos que faltan como medio eficaz para evitar en nuestro país y nuestras aulas la violencia, pero también como lo destaca Gómez para tener una responsabilidad sobre los argumentos.(Córdoba, 2017).

En el contexto escolar, el grado de presencia de la comunicación con argumentos está directamente relacionado con el desarrollo de la cultura del diálogo en la escuela, siendo esta última fundamental para la convivencia en la sociedad. *“la argumentación es considerada como un acto de habla complejo que busca resolver un conflicto, una diferencia de opinión”* (Van Eemeren 2002, p. 14). Se requiere que el desarrollo de los niños sea en un ambiente de respeto mutuo, en el que se establezca un diálogo social fraterno, respetuoso, asertivo, justo y solidario; a través de éste podrán comprender la complejidad del mundo, la multiplicidad de visiones, las

explicaciones, valoraciones y problemas diversos de los comportamientos que plantea la vida en común. (Camilli, 2008)

El lugar que las instituciones escolares asignan usualmente al desarrollo de la argumentación está en las asignaturas del área de lenguaje (Buitrago, y otros 2013), se hace necesario ampliar la mirada de la argumentación desde asignaturas diferentes a esta área.

En el caso de la clase de matemáticas el profesor se limita a exponer conceptos y algoritmos que los estudiantes deben aprender y aplicar, dejando de lado la argumentación y otros procesos que son esenciales para la constitución del pensamiento matemático. Así, la forma de interacción entre estudiantes y docentes se torna lineal, vertical y unidireccional donde el estudiante queda reducido a ser un receptor pasivo de información, sin espacios para preguntar y discutir las interpretaciones de los conceptos y las reglas, lo cual es fundamental para comprenderlos y usarlos (Jiménez y Pineda, 2013 p. 103).

Desde la matemática, la argumentación favorece el desarrollo de competencias y habilidades en la construcción significativa del conocimiento (Solar-bezmalinovic, 2018); de aquí la relevancia de su trabajo en el aula de clases y aún más la mirada puesta en la población infantil “los primeros años son de especial importancia para el desarrollo matemático, los niños tienen una habilidad para aprender matemáticas y para desarrollar un interés propio por ellas” (Clements, y Sarama, 2015 p. 9).

La clase de matemáticas involucra una postura social que hace referencia al reconocimiento del otro; para establecer entre las diferentes partes una interrelación dirigida a la aprobación de procesos y actuaciones frente al conocimiento (León, 2005); en este caso se refiere a la construcción de las nociones y sus interacciones con los procesos que en su génesis se

utilizan; de esta manera los estudiantes identifican un lenguaje u objeto de argumentación, dando sentido a los aspectos matemáticos y cognitivos en su construcción personal. “Cuando un niño argumenta críticamente el proceso de resolución y la solución de una situación, usando su lenguaje o bien otros recursos, estructura su pensamiento a la vez que muestra y va desarrollando su capacidad de razonar” (Alsina, 2014 p.12).

La geometría como parte de la matemática, involucra elementos como la percepción, la visualización, la interpretación y el uso de representaciones en su desarrollo; elementos que favorecen la adquisición de conocimiento desde una postura argumentativa.

González y Larios (2012) expresan la necesidad de enseñar la geometría en la escuela, incluso desde los primeros años, para que ésta pueda desempeñar su papel en la vida cotidiana. Un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida, porque permite ubicarse en el espacio físico, calcular distancias, distinguir formas, pero sobre todo permite desarrollar pensamiento lógico-deductivo; busca que el estudiante desarrolle un nivel de conocimiento que le permita entender, resolver situaciones matemáticas y expresarse con un lenguaje matemático (Toro, 2015, p.33).

Pero la realidad en el aula de clases, es que la enseñanza de la geometría se ha centrado en procedimientos y algoritmos, dejando de lado las características y atributos de las figuras; es necesario entonces pensar en ambientes de aprendizaje que potencien la construcción de conocimiento matemático, para lo cual se pueden considerar los diseños didácticos para todos en una educación matemática inicial los cuales contemplan: La práctica matemática, es decir, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar construcciones y reconocer construcciones útiles a prácticas matemáticas en cada cultura; La cantidad, la forma y

la magnitud como campos que estructuran la matemática escolar y en consecuencia hacen parte de la práctica matemática (León, 2014).

En la escuela primaria, una de las temáticas a tratar es el área y el perímetro; estos atributos medibles presentan dificultad en su apropiación y diferenciación, debido a su tratamiento de enseñanza que involucra actividades monótonas, descontextualizadas referidas en gran cantidad al aspecto numérico. (Roldán y Rendón, 2013).

Son numerosas las dificultades que tienen los estudiantes para diferenciar el área del perímetro (Dickson et al, 1991; Estrada y Ávila, 2009) así como los profesores (D'Amore y Fandiño, 2007). También existe un gran desconocimiento de las relaciones entre estos dos tipos de magnitudes (Montis, Mallocci y Polo, 2003). (Marmolejo y González, 2015).

Las dificultades con el área y el perímetro trascienden a los años superiores de escolaridad evidenciando como una dificultad su apropiación asociada simplemente a la utilización de fórmulas, lo que genera dificultades en la argumentación geométrica y la comprensión en temas de índole superior (Aldana y López, 2016).

La estructura matemática de los conceptos área y perímetro es transversal al pensamiento numérico, variacional, al pensamiento espacial y al métrico. Por ello, su tratamiento, comprensión y construcción está adscritos en diversos niveles de la educación: básica, media y superior a nivel del cálculo, como lo menciona Artigue (1990). Los estudiantes en el análisis del Área y el perímetro desarrollan una “concepción de Forma” que está inscrita en el pensamiento espacial y sistemas geométricos, lo mismo que una “concepción de número”, inscrita en el pensamiento numérico, dos conceptos fundamentales, en su desempeño escolar que se asocian a algunas actividades de la vida diaria.

Dicho lo anterior, esta investigación esta guiada por la pregunta problema **¿Qué procesos de argumentación desarrollan los estudiantes de básica primaria a través de una trayectoria hipotética de aprendizaje que potencie la construcción de las nociones de área y perímetro?**

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Identificar en el aprendizaje del área y perímetro los procesos de argumentación desarrollados en estudiantes de básica primaria.

2.2 Objetivos Específicos

- Articular los procesos de argumentación con los procesos de aprendizaje de área y perímetro en trayectorias hipotéticas de aprendizaje.
- Diseñar una trayectoria hipotética de enseñanza a partir de una trayectoria hipotética de aprendizaje del área y perímetro que incorpore procesos argumentativos.
- Evolucionar en escenarios naturales la trayectoria hipotética de aprendizaje del área y perímetro en los estudiantes de básica primaria.
- Identificar procesos de argumentación matemática en trayectorias reales de aprendizaje del área y el perímetro en la población infantil.

3 MARCO HIPOTÉTICO DE LA TRAYECTORIA. MARCOS DE REFERENCIA PARA LAS HIPÓTESIS DE LA TRAYECTORIA.

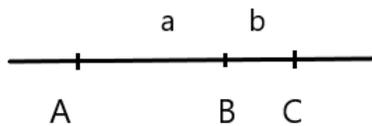
Estos resultados corresponden al estudio e identificación de los procesos, subprocesos e indicadores de las temáticas de estudio el perímetro, el área y la argumentación infantil, considerando los elementos que fundamentan su aprendizaje; todo esto, apoyado en la teoría y la literatura; lo cual permite dar origen a las hipótesis de aprendizaje, que involucran el reconocimiento de las características de desarrollo gradual de los niños en relación a los procesos de asimilación y apropiación de los saberes establecidos.

A continuación, se presenta la revisión teórica realizada desde los aspectos geométricos que involucran la adquisición y conceptualización del área y el perímetro; además de los aspectos de la comunicación y el desarrollo de los procesos de argumentación.

3.1 Longitud

Euclides menciona en su definición II del primer libro “*una línea es una longitud sin anchura*” (Euclides, 1991 p. 189); aquí aparece por primera vez enunciada la longitud en la obra euclidiana, la cual es asignada a la línea. De la misma manera en la definición 1-6 menciona “*los extremos de una superficie son líneas*” (p.192) de lo que se puede deducir que dichos extremos tienen una determinada longitud que Euclides manipula como una magnitud geométrica; “*las magnitudes son abstracciones o idealizaciones de objetos geométricos que únicamente consideran la cantidad, i. e. la longitud en el caso de las líneas*” (p.74) desde estas definiciones la longitud es vista como una propiedad de la línea geométrica (línea Euclidiana) que hace referencia a la experiencia, así se nombra borde, frontera, límite de los objetos etc.; implica la visualización en este caso puede tomarse la definición “*recordada y criticada por Aristóteles la línea es el límite de la superficie*” que aparece en el libro I de los elementos de Euclides (p.191)

La longitud puede apreciarse como un atributo que está presente en los segmentos y puede ser operada. En el trabajo de Hilbert (Citado por Serrano 2010) se muestra “la longitud de un segmento expresada como la suma de dos más “La longitud de $\vec{A_1A_3}$ es igual a las sumas de las longitudes $\vec{A_1A_2}$ y $\vec{A_2A_3}$.” (p.15). Hartshorne por su parte menciona también que una longitud puede sumarse “Se define $a+b$ que se representa por el segmento \vec{AC} ” y establece las propiedades de esta suma en un plano de Hilbert.



1. $a+b$ está bien definida, es decir, para las diferentes selecciones de puntos A, B, C en un segmento, se tendrá la congruencia de $a+b$ con el segmento \vec{AC} .
2. $a+b = b+a$ los correspondientes segmentos lineales son congruentes.
3. $(a+b) + c = a + (b+c)$
4. Dadas cualesquiera dos clases a, b, una y solo una de las siguientes condiciones se cumple:
 - (i) $a=b$
 - (ii) Existe una clase c tal que $a+c=b$
 - (iii) Existe una clase d tal que $a = b+d^*$ ” (p. 15-16)

La longitud es una magnitud física fundamental (llamamos magnitud física a la característica observable, describible, comparable, clasificable y cuantificable de las sensaciones

producidas por un cuerpo o un acontecimiento del entorno (Godino, 2004), en tanto que no puede ser definida en términos de otras magnitudes que se pueden medir.

En ámbitos naturales se suele vincular con la distancia entre dos puntos, es relacionada con la anchura, la altura, el recorrido, el camino, el largo entre otros; aunque en términos generales definir la longitud en la actualidad no es una tarea fácil; es un concepto que presenta dificultad en su caracterización en la escuela; reconocida como una magnitud (propiedad de los cuerpos que puede ser medida) en algunos casos su significado está asociada a su uso desde diferentes áreas del conocimiento y se centra en su proceso de medición. Algunas de las definiciones encontradas caracterizan a la longitud como una medida que expresa la distancia entre un punto dado de la superficie terrestre, distancia de un lugar a otro; es la cantidad de espacio que hay entre dos puntos; distancia plana y lineal; dimensión lineal de una superficie plana; se emplea el término longitud para medir la distancia o el largo de las cosas o de los fenómenos, etc. Es fundamental distinguir la longitud como una magnitud y la distancia como la medida de esta distancia.

Al identificar las caracterizaciones que presenta la longitud es importante reconocer dos campos de trabajo, los cuales vinculan un tratamiento geométrico y numérico que puede desarrollarse de manera individual y se hace complementario en los procesos de su construcción. Además, es importante mencionar que la conceptualización de la longitud da paso a la construcción del perímetro el cual se define como la medida lineal de una figura plana, se distingue en este la frontera o contorno, que es la línea cerrada que delimita un polígono (D'Amore y Fandiño 2009). Los procesos de la longitud se presentan en la Figura 1 y Tabla 1.

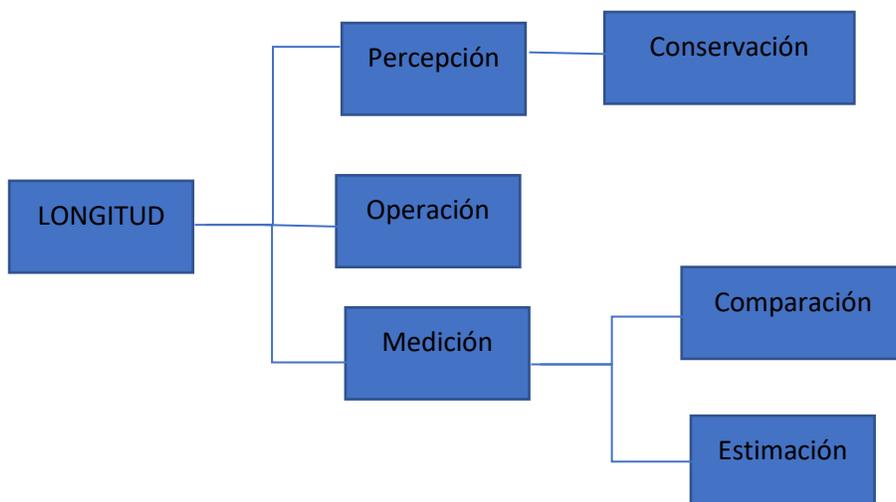


Figura 1. Procesos para la construcción de la longitud
Fuente: Elaboración propia, 2020

Tabla 1. Procesos para el desarrollo de la longitud.

LONGITUD		
Procesos	Subproceso	Indicadores
PERCEPCIÓN	Representación y expresión de la longitud.	Uso de representaciones de longitud
	Clasificación de la longitud en una o dos dimensiones.	Reconocimiento de características previas a la longitud. Reconocimiento de características de longitud.
CONSERVACIÓN	Conservación de la longitud de una o más líneas.	Relación entre las distancias de dos o más líneas.
MEDICIÓN	Comparación de longitudes igualdad y desigualdad.	Comparador directo de longitud. Comparador de longitud indirecta.

	Estimación descomposición y recomposición.	Descomposición y recomposición.
	Asignación de unidades y precisión de medida	Repetidor y relacionador de unidades de longitud.
		Medidor de regla conceptual.
	Operación	Operador de longitudes

Fuente: Elaboración propia, 2020

3.1.1 Caracterización de los procesos de Longitud

A continuación, se describen cada uno de los procesos y subprocesos de la longitud, junto a los indicadores de desarrollo en los niños permitiendo identificar y organizar avances en el aprendizaje de la longitud en la población infantil.

3.1.1.1 Percepción de la longitud.

La construcción de la magnitud longitud debe realizarse desde la percepción, es decir, desde el reconocimiento de las cualidades comunes en una serie de objetos (concretos o abstractos). (Álvarez y Salazar, 2017).

Sea $O = \{\underline{AB}, \underline{CD}\}$ el conjunto O está formado por todos los objetos de los que podemos percibir una cualidad llamada longitud (largo, ancho, profundidad, distancia, etc.), estos pueden ser: bandas, cintas de papel, cuerdas, segmentos fijos. Esta cualidad nos permite establecer qué elementos pertenecen o no al conjunto. (Godino, 2004).

Subproceso de representación y expresión de la longitud

Definida por Euclides, la longitud en un primer momento es asociada a la línea incluyendo la utilización de elementos geométricos como lo son los puntos, la recta y sus extremos; usando como medio de expresión el dibujo o la imagen (representación gráfica); además, la longitud puede reconocerse haciendo uso de palabras como hilo, rayo, etc. (representación verbal) implicando el carácter visual de esta magnitud. (Euclides, 1991)

Indicador uso de representaciones de longitud

Los niños utilizan palabras para expresar la longitud como largo, distancia, lejos, cerca, espacio, trayecto, línea, camino, alto, etc. Gráficamente trazan líneas entre puntos dados, pueden usar líneas rectas o curvas para representar la distancia. En espacios reales los estudiantes hacen uso de pasos, manos (partes del cuerpo) o elementos materiales como hojas, fichas, palitos u otros elementos colocando uno detrás de otro para distinguir la longitud como espacio ocupado entre dos puntos o lugares dados. (Hernández, 2004).

Subproceso clasificación de la longitud en una y dos dimensiones

Una dimensión: Líneas “*Una línea es una longitud sin anchura*” (Euclides, 1991p.189). y dos dimensiones (Lados, bordes). “*Una superficie es lo que sólo tiene longitud y anchura.*” (Euclides, 1991p.189); estas definiciones se asocian al reconocimiento de una dimensión en la línea y dos dimensiones en el plano procesos fundamentales en la noción del perímetro.

Indicador reconocimiento de características previas a la longitud.

No identifica la longitud como un atributo. “*Esto es largo. Todo lo que es rectilíneo es largo. Si no es rectilíneo no puede ser largo.*” Intuitivamente los niños comparan, ordenan y

construyen con muchos tipos de materiales incrementando el aprendizaje del vocabulario para dimensiones específicas. (Clements y Sarama, 2015 p.272)

Indicador: Reconocedor de características de Longitud.

Identifica la longitud/ distancia como un atributo. Es posible que entienda la longitud como un descriptor Absoluto (Ej., Todos los adultos son altos), pero no con un descriptor comparativo (Ej., una persona es más alta que otra).” Yo soy alto, ¿Lo ves? Es posible que compare partes de figuras no correspondientes al momento de determinar la longitud lateral. (Clements y Sarama, 2015 p.272). Los niños identifican las dimensiones: Una dimensión. (Líneas) dos dimensiones (Lados, bordes).

3.1.1.2 Conservación de la longitud

Corresponde al reconocimiento que frente a determinados cambios que pueda sufrir la longitud, la magnitud puede conservarse o no.

Según Piaget (1947) y Flavell (1963), la noción de conservación representa una importante fase en el desarrollo cognitivo del niño: supone el paso desde el pensamiento prelógico al lógico. La capacidad de conservar muestra la habilidad para reconocer que ciertas propiedades, como es el caso de la longitud, permanecen invariantes aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición. Con el pensamiento lógico, el niño toma conciencia de que las relaciones cuantitativas entre dos objetos permanecen constantes pese a que puedan darse deformaciones perceptivas irrelevantes. (Citado por Martínez, 2014 p. 7)

Subproceso de conservación de longitud, movimiento y forma de una o más líneas

La longitud de una línea o más líneas (ya sea recta, curva o poligonal) va a depender solo de los extremos

1. Conserva la distancia entre A y B a pesar de la interposición de cualquier número de elementos.
2. Hay que tener dos aspectos en cuenta en el desarrollo de esta idea: conservación después del movimiento y conservación al cambiar de forma.
3. En caso de inversión del orden de los extremos A por B y B por A, igualdad de distancias $d(A, B) = d(B, A)$.
4. Desigualdad de distancias $d(A, C) < d(A, B)$ si C está colocado entre A y B. Ejemplo: A C A B la conservación, basada en la intuición y la percepción. Cuando se produce una deformación del objeto, que no altere sus dimensiones, igualmente se producen una serie de reacciones intermedias, que van desde la no conservación a la conservación. (Martínez, 2014)

Indicadores de no conservación.

- Los niños siguen visualmente el desplazamiento dándole importancia solo al punto donde termina, por lo que piensa que aumentó la distancia.
- Algunos solo se fijan en un extremo y dependen del más grande o pequeño.
- Algunos creen que el desplazamiento conlleva a un alargamiento de la longitud.
- Otros se fijan en el extremo posterior, por lo que creen que le falta un extremo.
- Un cambio de forma es asociado con la pérdida de la conservación. (Rejón, 2007)

3.1.1.3 Medición de longitud

La medición juega un papel importante en el proceso que persigue desarrollar en los niños las habilidades necesarias para la estimación de resultados de cálculos y mediciones; además, que lo involucra en el manejo de los instrumentos de medición con sus respectivas unidades arbitrarias o convencionales.

Para medir la longitud de un objeto se cuenta cuántas veces es necesario aplicar una unidad de longitud prefijada de antemano a ese objeto. El “transporte o “aplicación” de esa unidad al objeto es claramente una operación geométrica, mientras que contar “cuantas veces ...” es un cálculo aritmético, (Chamorro y Belmonte, 2000 p. 126)

Medir una longitud en palabras de Freudenthal, es darle un tratamiento numérico, que inicia con la elección de la unidad, que en un principio es arbitrario y la mayoría de las veces es de carácter antropométrico, continúa con la iteración de la unidad sobre la longitud o la distancia, en donde esta última es preciso considerar la rectilinealidad del trayecto para efectuar la medición y culmina con la asignación numérica. La medición se realiza a partir de acciones directas sobre los objetos, o el espacio en el caso de la distancia. (Hernández, 2004).

Subproceso de comparación de igualdad y desigualdad.

Hace referencia al destacar cualidades de los objetos para establecer relaciones de igualdad y desigualdad.

Indicador: Comparador directo de longitud.

La comparación directa puede realizarse utilizando la visión o desplazando un objeto al lado del otro. Alinea físicamente dos objetos para determinar cuál es más largo o si tienen la

misma longitud. *Coloca dos palos en posición vertical, uno al lado del otro, sobre una mesa y dice, “Este es más grande”* (Clements y Sarama, 2015 p.273)

Indicador: Comparador de longitud indirecta.

Compara la longitud de dos objetos representándolos con un tercer objeto evidenciando relaciones de igual que, mayor que y menor que- a partir de la percepción visual. (Clements y Sarama, 2015 p.273)

Compara la longitud de dos objetos con un pedazo de cuerda. Cuando se le pide que mida, es posible que asigne una longitud adivinando o usando una longitud (sin unidades iguales de medida) para recorrer el largo del objeto a medida que cuenta.

Recorre con su dedo un segmento de línea, diciendo 10, 20, 30,31, 32 Puede estar en capacidad de medir con una regla, pero normalmente le hace falta entendimiento o habilidad (Ej., ignora el punto de inicio). *Mide dos objetos con una regla para verificar si tienen la misma longitud, pero no establece con precisión el “punto cero” para uno de los objetos.* (Clements y Sarama, 2015 p.273)

Subproceso Estimación descomposición y recomposición

Estimar es calcular la distancia que existe de un punto a otro, a partir de la percepción visual y según la unidad que se use; seguido a un proceso de estimación continua un proceso de medición para comprobar los resultados.

Indicador: Descomposición y recomposición.

Se refiere a estimar una cantidad con diferentes partes. Se procede a descomponer mentalmente la cantidad a estimar, reconociendo cada una de las partes y realizando una valoración conjunta de todas.

Subproceso de Identificación de instrumentos de medida.

Se refiere al medio o elemento, por el cual se obtienen los datos de una medida; la cual surge al relacionar el objeto de estudio y la unidad de referencia.

Indicador Instrumentos de medida Intuitivos o no convencionales

Los instrumentos de medida **no convencionales** son los que no se identifican ni relacionan en el sistema internacional de unidades; en este caso para medir la longitud el niño puede utilizar partes del cuerpo o elementos como: manos, pasos, pies, estambre, palitos, lanas pitas, etc.

Indicador Instrumentos de medida Convencional

En los instrumentos de medida con unidades convencionales como la regla, las unidades son estándar, tienen la misma longitud, y ya están iteradas adecuadamente (embaldosadas) sobre dicho instrumento. Puede decirse, por lo tanto, que la herramienta ya está preparada para usarse directamente en tareas de medida. Sin embargo, si el niño no es consciente, o no percibe, cómo se ha construido dicho instrumento, aunque el objeto sea familiar para ellos por encontrarlo tanto en casa como en el colegio, su uso no tiene por qué resultar intuitivo. Como consecuencia, no podrá realizar un uso correcto y comprensivo del mismo sin una instrucción previa específica (Kellman

y Massey, 2013; McDonough y Sullivan, 2011). Citado por (Gómez, Fernández y Guerrero, 2019 p. 70)

Subproceso asignación unidades y precisión de medida

Hace referencia a la asignación de un número a la propiedad longitudinal centrandolo su mirada en el carácter cuantitativo, al integrar en su desarrollo la elección y uso de los instrumentos de medida asociados a la utilización de unidades de medida.

Las unidades ofrecen precisión al cuantificar magnitudes continuas. Sin las unidades, sólo se podría estimar aproximadamente una longitud (Solomon et al., 2015). Asimismo, Lehrer (2003) define una red de ideas o conceptos relacionados con la unidad: relaciones atributo-unidad, iteración, embaldosado (tiling), unidades idénticas, estandarización, proporcionalidad, adición (additivity) y origen de la medida (punto cero). Este autor relaciona la iteración de la unidad con la reutilización de ésta, basándose en la subdivisión del elemento a medir en partes congruentes y la traslación de estas. El autor argumenta que el niño percibe la longitud como una distancia que puede subdividirse y recomponerse cuando este itera una unidad de longitud concreta. Además, entiende que estas subdivisiones pueden ser acumuladas y reorganizadas para componer una longitud total, sin superponerse ni dejar huecos. Esta determinada manera de rellenar el espacio es lo que Lehrer (2003) denomina embaldosado (tiling). (Gómez, Fernández y Guerrero 2019, p. 68)

Indicador: Repetidor y relacionador de unidades de longitud

Mide mediante el uso repetitivo de una unidad (puede que al principio no sea preciso en este tipo de iteraciones). Relaciona tamaño y número de unidades explícitamente (pero es imposible que no pueda apreciar la necesidad de tener unidades idénticas en las diferentes situaciones).

Relaciona tamaño y número de unidades de manera explícita.

“Si mides con centímetros en vez de pulgadas, necesitarías más centímetros debido a que cada centímetro es más pequeño”.

Puede sumar dos longitudes para obtener una longitud total.

“Este tiene cinco de largo y este otro tiene tres de largo, entonces los dos juntos tienen ocho de largo.”

Iterar una sola unidad para medir. Puede reconocer que las unidades diferentes resultarán en medidas diferentes y que se deberían usar unidades idénticas, por lo menos de forma intuitiva y/o en algunas situaciones. Usa regla con muy poca ayuda. *Mide la longitud de un libro de un libro de manera precisa.* (Clements y Sarama, 2015 p.278).

Subproceso de Operación relación física y numérica

Se refiere a la relación física o numérica, que se establece entre una o varias longitudes, de manera que puede diferenciar algunas de sus características teniendo como referencia una unidad (Ramírez, 2016). El transporte o la aplicación de una unidad a un objeto es claramente una operación geométrica, mientras que contar “Cuantas veces ...” Es un cálculo aritmético. (Chamorro y Belmonte 2000)

Indicador: Operador de longitudes.

Considera la longitud de un camino con diferentes direcciones como la suma de sus partes (no como la distancia entre sus extremos). Mide (sabiendo cual necesario es tener unidades idénticas) la relación entre unidades diferentes, particiones de unidades, punto cero en una regla, y la acumulación de las distancias.

Comienza a estimar.

“Utilicé una barra de un metro tres veces, al final sobra un poco. Entonces alineó esta distancia desde 0 y observé 14 centímetros. Entonces, son tres metros, 14 centímetros en total”. (Clements y Sarama, 2015 p.279)

Indicador: Medidor de regla Conceptual.

Posee una herramienta “interna” de medida. Recorre un objeto mentalmente, lo segmenta, y cuenta los segmentos. Efectúa operaciones aritméticas sobre las medidas (“Longitudes Conectadas”). Hace estimaciones con precisión.

Los niños miden con unidades de diferente tamaño, relacionan estas unidades con exactitud, ellos también discuten cómo se enfrentan al espacio entero y como parte. Los niños aprenden estrategias para estimar longitudes.

“Me imagino barras de un metro una después de la otra recorriendo el costado de una habitación. Esa es la forma en la que estimé que la longitud de la habitación es de 9 metros.” (Clements y Sarama, 2015 p.279).

3.2 Perímetro

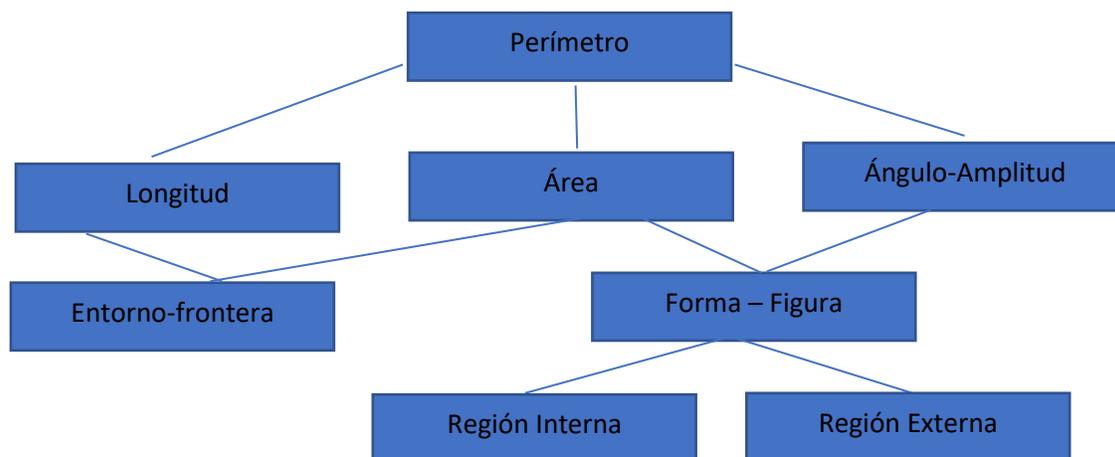


Figura 2. Elementos para la caracterización del Perímetro
Fuente: Elaboración propia, 2020

En la Tabla 2, se presentan los procesos, subprocesos para el desarrollo del perímetro, considerando los hallazgos teóricos.

Tabla 2. Procesos para el desarrollo del perímetro

Perímetro		
Proceso	Subproceso	Indicadores
Percepción del Entorno-Frontera	Clasificación del contorno-borde	Clasificación.
Percepción forma -figura	Reconocimiento de la Forma- Figura	Identificación región Interna Identificación de región Externa
Apreciación del ángulo-amplitud	Visualización de la amplitud y giro.	Reconocimiento - representación de ángulo y giro
	Comparación de ángulos	Indicador Igualador de ángulos Indicador Comparador de ángulos

Fuente: Elaboración propia, 2020

3.2.1 Caracterización de los procesos para el perímetro

A continuación, se describen cada uno de los procesos y subprocesos para el perímetro, junto a los indicadores de desarrollo en los niños permitiendo identificar y organizar avances en el aprendizaje del perímetro en la población infantil.

3.2.1.1 Percepción del entorno-frontera de una figura.

“Se apoya en la representación de figuras geométricas asociadas con espacios cerrados, los cuales están limitados por bordes indicados por líneas que guardan una relación directa con los lados de una figura” (Aldana y López, 2016, p.17).

Subproceso clasificación del contorno borde de una figura

Los contornos de las figuras están formados por trazos: líneas rectas, ángulos y curvas independientemente de la figura, delimitan y dan forma llamados también “bordes”, elementos que pueden facilitar la clasificación de acuerdo con las características de la figura y el manejo del lenguaje que se usa para distinguirlos.

Indicador de la Clasificación.

Los niños son capaces de reconocer líneas y trazos de contornos resaltando sus colores o señalando su lugar (Fidalgo, A. 2016); pueden agrupar elementos de acuerdo con las características de la figura.

Reconocimiento de la Forma- Figura: *“El reconocimiento de figuras permite al estudiante un acercamiento a las características de la figura como el número de lados, de vértices y la visualización de algunas formas geométricas de la figura”* (Aldana, y López, 2016, p.).

Indicador de Identificación Región Interna.

La región interna de una superficie es considerada como lo que está por *dentro* de la figura. Los niños usan la visualización para determinar las características de la figura, asocian o mencionan los elementos que “llenen” la figura como lo es el color.

Indicador de Identificación Región Externa.

La región externa de una superficie es considerada como lo que está por *fuera* de la figura. Los niños usan la visualización para reconocer las líneas y trazos del contorno, de esta manera reconocen el borde como frontera que da paso a la región externa de una figura.

3.2.1.2 Apreciación del ángulo- amplitud

El ángulo en su naturaleza se caracteriza por ser una cualidad, por su forma; una cantidad, porque es susceptible de medirse, y una relación, por cómo se acota y define usando otros elementos; y de tener usos y representaciones que le confieren carácter estático o dinámico en diferentes situaciones: (Rotaèche y Montiel, 2017).

Definido tradicionalmente como:

Un ángulo se puede considerar como la intersección de dos semiplanos cerrados, obtenidos a partir de dos rectas incidentes. Ambas semirrectas son los lados del ángulo y el punto de concurrencia es el vértice. También se usa la palabra ángulo para designar a la figura geométrica formada solamente por el conjunto de los lados y el vértice. Un ángulo, si no es nulo o llano, separa al plano en dos regiones llamadas el interior y el exterior del ángulo. (Godino y Ruíz, 2002. p.460).

Es importante reconocer el ángulo desde diferentes contextos correspondiendo a uno de estos como lo es el giro; el giro es tomado como la cantidad de movimientos necesarios para hacer coincidir una línea o un plano con el otro, o hacer que queden paralelos (Clements y Sarama, 2015)

Subproceso de visualización de la amplitud y giro

Habilidad para determinar los elementos del ángulo, identificando la relación existente entre sus lados, el vértice y su apertura elementos que determinan la amplitud del ángulo.

De esta manera, en el primero se involucra la composición de los componentes o partes de la figura geométrica y en el segundo la medida del tamaño del ángulo, la cual implica una relación entre los dos aspectos (Clements y Sarama, 2015)

Indicador del reconocimiento - representación de ángulo y giro.

Los niños de preescolar y primeros años de primaria a menudo forman conceptos de ángulo apreciándose como forma o movimiento, incide en esta apreciación la longitud de los segmentos ya sean iguales o diferentes (Clements y Sarama, 2015)

Los niños son capaces de relacionar las rectas, abertura y movimiento generando dibujos y explicaciones sencillas.

Ponen bloques formando ángulos rectos y bloques paralelos entre sí (Con el respaldo de percepción dado por los mismos bloques) Con el objetivo de construir una “calle”.

Reconocen ángulos rectos; usan la palabra “ángulo o esquina” u otro tipo de vocabulario descriptivo para describir algunas de estas situaciones. (Clements y Sarama, 2015 p. 301).

Subproceso de comparación de ángulos

Reconocimiento y relación de las características de dos o más ángulos, utilizando la observación e identificación de sus elementos, la superposición, el movimiento de los lados, el sentido además de su longitud.

Indicador Igualador de ángulos.

Mediante movimientos o superposiciones se puede determinar que dos ángulos son iguales al verificar que tienen el mismo sentido y tamaño.

“Clasifica los ángulos en más pequeños o grandes “(pero puede que se deje confundir por características irrelevantes, tales como la longitud de los segmentos de línea)

Los niños utilizan el conjunto de formas para encontrar formas que tienen los mismos ángulos, incluso si las formas no son congruentes.

Resuelve rompecabezas atendiendo al tamaño del ángulo. (Clements y Sarama, 2015)

Indicador Comparador de ángulos.

Relaciona las características de las figuras para diferenciar ángulos y tamaños de ángulos, a partir de figuras y contextos, también compara tamaños de ángulos.

Compara giros simples, de forma similar habla sobre los giros y sus medidas en contexto de movimiento como salir a caminar o realizar mapas.

Relaciona la longitud del ángulo y la medida del ángulo.

3.3 Área

La noción de área se puede reconocer desde las definiciones de Euclides: Definición 1-5 “Una superficie es lo que tiene longitud y anchura” asigna a la superficie la propiedad de tener dos dimensiones. En las definiciones 1-6 “Los extremos de una superficie son líneas”, 1-13 “Límite es aquello que es extremo de algo” y 1-14 “Una figura es lo contenido por uno o varios límites” (p.191-192-193), se caracteriza la superficie como contenida por extremos, que son definidos como límites, es decir, una superficie también es una figura que involucra un carácter de bidimensionalidad que define el área. Aspecto que se hace visible en la proposición 1-34 “En todo paralelogramo los lados y los ángulos opuestos son iguales, y la diagonal divide el área del paralelogramo en dos áreas iguales” (p.244); en donde Euclides compara áreas, mencionando la igualdad entre dos áreas y se refiere a esta como una cualidad asignada a los paralelogramos, que a su vez son figuras y por lo tanto tienen superficie, aquí se ve una cercanía entre los conceptos de superficie y área. Permitiendo interpretar la noción de área como el contenido de un polígono. (Serrano, 2010).

Fandiño y D'Amore (2009) destacan el área como “La superficie de la parte interna del polígono; la medida de esta parte interna se llama “área del polígono” y, por tanto, un número real acompañado de una oportuna unidad de medida bidimensional” citado por Serrano (2010, p.17).

Esta última definición, se acerca a la caracterización que se da al área para su trabajo en el aula de clase. El área puede definirse como la cualidad que puede medir las magnitudes de los objetos planos (Bidimensionalidad) requiere considerar para su existencia, la posibilidad de ser cuantificable y operable; estas dos condiciones la vinculan a un tercer elemento que es el constituir unas formas de representación, que permiten trabajarla geoméricamente. En su

génesis geométrica carga la naturaleza del espacio (Caraballo, 2014). En la Figura 2 se presentan los procesos para la caracterización del área y en la Tabla 3, los procesos para el desarrollo del área.

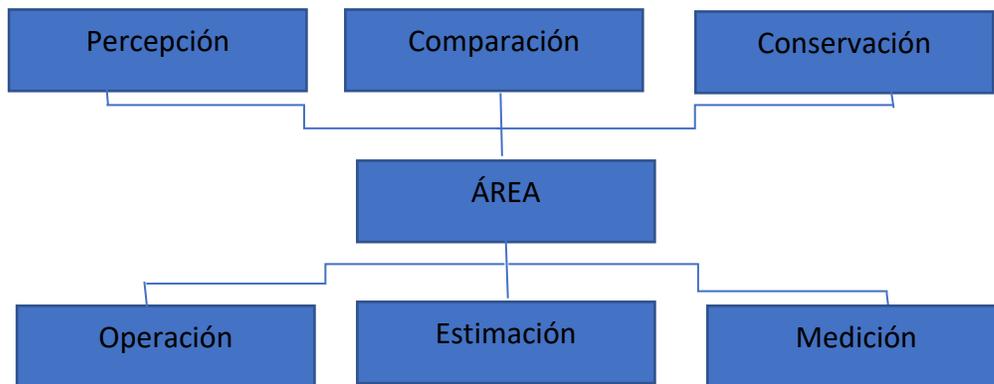


Figura 3. Procesos para la caracterización del área
Fuente: Elaboración propia, 2020

Tabla 3. Procesos para el desarrollo del área

ÁREA		
Procesos	Subprocesos	Indicadores
Percepción	Representación del área	Reconocimiento de las características previas al área y su representación.
Medición	Comparación de lados	Comparador simple de áreas
	Estimación y precisión.	Estimación y precisión del área.
	Operación	Medidor de áreas de extremo a extremo. Cubridor primitivo Repetidor y relacionador de unidades de área. Organización de fila parcial. Organización de fila y columna

		Organización de Arreglos
Conservación		Conservación o no conservación

Fuente: Elaboración propia, 2020

3.3.1 *Caracterización de los procesos*

A continuación, se describen cada uno de los procesos y subprocesos del área, junto a los indicadores de desarrollo en los niños, permitiendo identificar y organizar avances en el aprendizaje del área en la población infantil.

3.3.1.1 **Percepción bidimensionalidad del área.**

La percepción incluye la interpretación de sensaciones y abstracciones de las figuras y formas, dándoles significado y organización. En el caso del área, la percepción permite captar las características y matices que la constituyen como cualidad de los objetos, destacando su carácter bidimensional y reconociendo los diferentes contextos donde aparece en relación con la manipulación y la transformación de figuras (Del Olmo y Otros, 1993)

Subproceso representación del área

Euclides a partir de las definiciones 5 (*una superficie es lo que sólo tiene longitud y anchura*) y la definición 7 (*una superficie plana es aquella que yace por igual respecto de las líneas que están en ella*) pone de manifiesto la bidimensionalidad del área, permitiendo apreciar sus elementos y sus cualidades, que involucra el uso de representaciones verbales, consideradas como una de las primeras tareas y más importantes, al reconocer los términos que se consideran más apropiados, para expresar la cualidad del área como una de las primeras aproximaciones a la percepción de ésta, además, de representaciones de las transformaciones en forma gráfica que puede hacer el niño. (Del Olmo y Otros 1993).

Indicador: Reconocimiento de las características previas al área y su representación.

Asocia el área a palabras de su contexto como diferentes materias (español, ciencias etc.), espacios, lugares, regiones etc. Dibuja diferentes figuras y formas (lineales y curvos) cerradas, identificando su interior, llena la figura usando colores, materiales físicos o partes del cuerpo.

Demuestra tener poco conocimiento específico del concepto de área. Usa estrategias de igualación de lados cuando compara áreas (Silverman, York y Zuidem, 1984). Es posible que dibuje aproximaciones de círculos u otras figuras en una tarea de teselar con rectángulos. (Mulligan, Prescott, Mitchelmore, y Outherd, 2005). Principalmente dibuja líneas y figuras cerradas sin indicio alguno de estar cubriendo la región específica.

(Clements y Sarama, 2015 p.285)

Los niños comparan, ordenan y construyen intuitivamente con diferentes tipos de materiales y cada vez aprenden vocabulario para cubrir y completar un espacio de dos dimensiones.

Comparación de lados.

Hace referencia a la identificación de características similares entre las figuras planas y las transformaciones que pueden sufrir, que permiten una conservación del área y que pueden ser perceptibles.

Indicador: Comparador Simple de Área.

Es posible que compare áreas usando únicamente un lado de las figuras, o haciendo una estimación basada en la suma (no el producto) del largo y el ancho. Cuando se formula la pregunta ¿Cuál de las golosinas rectangulares tienen el mismo contenido de una barra de 4 cm

por 5 cm, uno de los niños escoge la de 4cm por 8cm al igualar lados de la misma longitud? Otro niño escoge la de 2cm por 7cm al sumar las longitudes de los lados intuitivamente.

Mide áreas con regla, midiendo una longitud, para después mover la regla y medir esa misma longitud de nuevo, aparentemente tomando la longitud como un atributo de llenado de espacios en dos dimensiones (2D) (Lehrer, Jenkins et a., 1998). Es posible que compare áreas si la tarea sugiere superposición o iteración de unidades. Si se le dan láminas cuadradas y se le pregunta cuántas de estas encajan en un área de 4 por 5, el niño adivina que son 15. Un niño pone una hoja de papel sobre la otra y dice, “Esta es”. (Clements y Sarama, 2015 p.286)

3.3.1.2 Conservación del área.

La noción de conservación no solamente representa un atributo crucial en sí mismo, sino que es justamente el concepto que señala una importante fase en el desarrollo cognitivo del niño: el paso desde el pensamiento prelógico al lógico. La capacidad de conservar revela la habilidad para reconocer que ciertas propiedades como número, longitud, sustancia; permanecen invariables aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición. (Escalante y Molina, 2000)

Indicador de conservación o no conservación de áreas.

El estudiante relaciona cambios en forma, color o posición, al indicar que una figura conserva su área en relación con otra. La no-conservación se caracteriza por centramientos en las dimensiones perceptuales más simples del estímulo (la longitud o la anchura). El estudiante condiciona la conservación del área de una figura con las relaciones de congruencia (misma forma, mismo tamaño).

3.3.1.3 La estimación y precisión de la medida.

La estimación es el proceso en el cual se obtiene una medida o se mide sin la ayuda de instrumentos, es decir, consiste en realizar juicios subjetivos sobre la medida de los objetos. Esta capacidad debe ser educada en los niños; ya que facilita la comprensión de la cualidad (magnitud) que se va a medir y el concepto de unidad (Hildreth, 1983). El concepto precisión de medida se define como la proximidad existente entre las indicaciones o los valores medidos obtenidos en mediciones repetidas de un mismo objeto, o de objetos similares, bajo condiciones específicas como pueden ser la elección de instrumentos de medida y la asignación de las unidades requeridas. (Ruiz, 2010)

Indicador de estimación y precisión del área.

El estudiante relaciona la unidad que se va a usar en la tarea de estimación. Utiliza procedimientos de comparación de objetos según el atributo que se va a medir; determina una medida y la verifica. (Castillo, 2006)

3.3.1.4 Operación relación instrumentos y unidades.

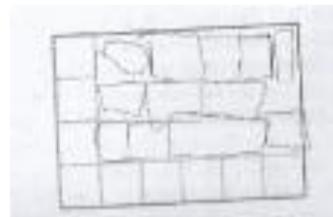
Surge como una necesidad de conocer la cantidad correspondiente a una magnitud y favorece la utilización de diferentes estrategias, que van desde lo práctico hasta lo numérico, facilita la relación con los instrumentos y las unidades de medida; además, de reconocerse como las acciones que se aplican sobre la figura en estudio y que producen sobre ellas transformaciones. (Marmolejo, A 2012). A continuación, se mencionan los indicadores propuestos por Clements y Sarama (2015)

Indicador: Medidor de Áreas de Extremo-a-Extremos.

Cubre un espacio rectangular con láminas físicas. Sin embargo, no están en capacidad de organizar, coordinar y estructurar el espacio en dos dimensiones (2D) sino tiene este tipo de respaldo de percepción. Al momento de dibujar (o imaginar y señalar antes para poder contar), únicamente puede representar ciertos aspectos de la estructura dada, tales como figuras casi rectangulares que están una al lado de la otra. Cubre una región con láminas físicas, y las cuenta retirándose una por una.

Hace dibujos dentro de una región en un intento por cubrir. Es posible que únicamente pueda llenar los espacios cercanos a las guías existentes (Ej., los lados de la región). Puede que intente llenar la región, pero deja espacios y no alinea las figuras que dibujan (o solo las alinean en una dimensión). (p.287) como se muestra a continuación:

Ejemplos:



Indicador: Cubridor Primitivo.

Dibuja una cubierta completa, pero con algunos errores de alineamiento. Cuenta primero alrededor del borde y después lo hace de forma no sistemática en la parte interna, contando algunos objetos dos veces mientras que omite otros. (p.288)

Indicador: Repetidor y Relacionador de unidad es de área.

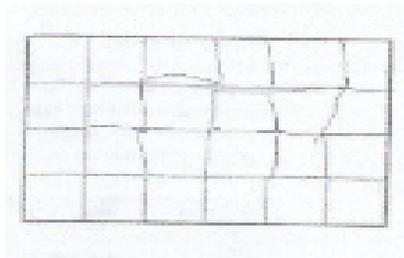
Dibuja como en la figura anterior también cuenta correctamente, apoyándose en el conteo de una fila a la vez y, frecuentemente, en marcas perceptuales. (p.288)

Indicador: Organización de Fila Parcial.

Dibuja y cuenta algunas de las filas, pero no todas, como filas. Es posible que haga bastantes filas e inesperadamente vuelva hacer cuatro individuales, pero esta vez los alinea en columnas.

No coordinan el ancho y alto. En contextos de medición, no hace necesario el uso de las mediciones del rectángulo para restringir el tamaño de las unidades. (p.288)

Ejemplo:

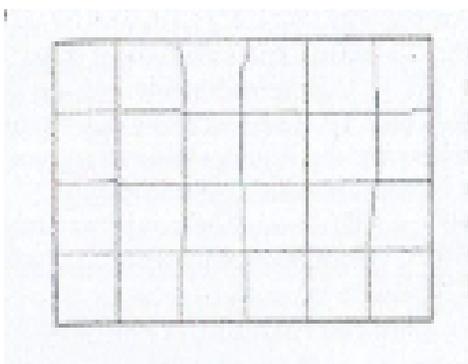


Indicador: Organización de Fila y Columna.

Dibuja y cuenta filas como filas, mediante el trazo de líneas paralelas. Cuenta el número de cuadrados mediante iteración en el número por fila, ya sea usando objetos físicos o un estimado para el número de veces a iterar. Aquellos que cuentan de uno en uno normalmente lo hacen con una estrategia especial sistemática (Ej., por fila). Si la tarea es medir una región rectangular no marcada mide una de las dimensiones para determinar el tamaño de los cuadros

iterados, y un tiempo después mide ambas cosas para determinar el número de filas que se necesitan en el dibujo. Es posible que no necesite completar el dibujo para determinar el área mediante conteo (mayoría de los niños pequeños) o mediante cálculos (adiciones repetitivas o multiplicación). (p.289)

Ejemplo:



Indicador: Organización de Arreglos.

Itera sobre los cuadrados de una fila o de una columna de manera multiplicativa para determinar el área, mediante el uso de medidas lineales u otras indicaciones similares de las dos dimensiones. Los dibujos ya no son necesarios. Los niños pueden computar el área a partir de la longitud y el ancho de los rectángulos y explicar cómo esa multiplicación constituye una medida del área en múltiples contextos.

Conserva el área y razona acerca de la composición aditiva de áreas (Ej., cómo ciertas regiones que lucen diferentes pueden tener la misma medida en sus áreas); también reconoce la necesidad de llenar los espacios en la mayoría de los contextos. (p.290)

Tabla 4. Articulación de procesos de la longitud, el perímetro y el área; en el desarrollo de los niños desde los 0 años a los 8 años.

Procesos de longitud	Procesos de Perímetro	Procesos del área
Percepción de la longitud	Percepción entorno-frontera	Percepción del área
Operación		Operación
		Comparación del área
Comparación de longitudes	Reconocimiento de la Forma- Figura	Estimación y precisión.
		Medida de área
Conservación	Apreciación del ángulo – amplitud Igualador de ángulos Comparador de ángulos	Conservación del área
Estimación		
Medida de longitud.		

Elaboración propia 2020

3.4 Argumentación

En la Figura 3 se muestran los elementos de la argumentación.

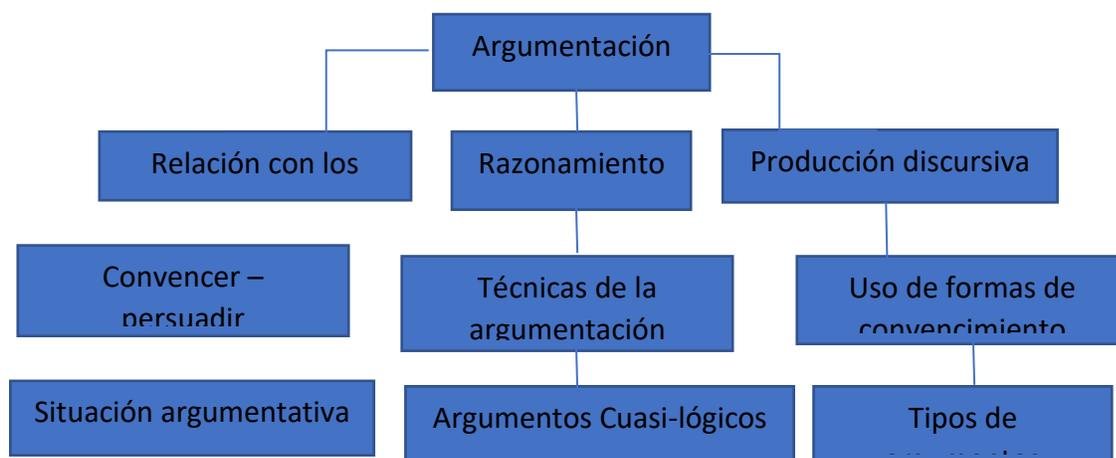


Figura 3. Elementos de la argumentación

Fuente: Elaboración propia, 2020

Toda la argumentación, según Perelman y Olbrechts-Tyteca debe proceder de un punto de acuerdo; pretender "convencer o persuadir; en forma razonable y/o razonada, las tesis que se

tienen por ciertas o de aquellas sobre las que se busca obtener adhesión". y están presentes de forma prestada a través de figuras retóricas específicas; se entiende entonces la argumentación como la relación fundamental entre los procesos de la comunicación y los procesos del pensamiento, que permite desarrollar un orden en las ideas, favoreciendo tomar posición ante el conocimiento y construir un discurso significativo, mediante la utilización de diferentes recursos (que enriquecen el proceso de aprendizaje), según sea el propósito (de la enseñanza); de esta manera, es una actividad específica que está determinada por el contexto social y las intervenciones del niño en la escuela.

Argumentar requiere un proceso de razonamiento que busca comunicar más que ideas una postura: En otras palabras, el ejercicio de argumentar asigna o modifica valores de verdad a las conclusiones a las que se llegan. "Quien se identifique con las conclusiones de una argumentación lo hace mediante un acto que lo compromete y del que es responsable" (Perelman y Olbrechts Tyteca, 1989 p. 116).

Argumentar permite el desarrollo de un pensamiento crítico y reflexivo frente a las situaciones sociales de nuestro entorno, despertando conciencia y participación como sujeto social, además, de involucrar implícitamente una función transformadora (León, 2005).

3.4.1 Elementos de la Argumentación

La relación con los otros:

Cuya mirada se centra en los procesos de argumentación asentados sobre las relaciones interpersonales, a través de las cuales no solo se comunica, sino que se busca inducir y persuadir. Además, desde esta dimensión, se toma el concepto de argumentación desde la mirada de quien argumenta ante un auditorio, en quienes se pretende influir. Se juzgan los

argumentos de acuerdo con la eficacia y efectividad de estos, sin tener necesariamente en cuenta las virtudes internas lógicas o dialécticas de los argumentos y los procedimientos empleados. (Cisterna y Garayzábal, 2016 p.33).

En toda argumentación se ve implicado el proceso de razonamiento en cuanto que el sujeto tiene que determinar cuáles deben ser los elementos y el modo en que se organizan para que un argumento resulte convincente. Por otro lado, el interlocutor del acto argumentativo debe deliberar sobre la veracidad o confiabilidad de los argumentos que le son presentados. (Sánchez, Martínez y Ramírez, 1998 p.260)

Duval define razonamiento como: Cualquier proceso que permita sacar nueva información de información dada se considera un razonamiento. Está referido a los procesos discursivos internos o externos para nombrar, discurrir o argumentar y a la organización deductiva de proposiciones, definiciones, etc., a partir de una teoría. (Duval 1998, p. 45)

Hablar del razonamiento da origen a una caracterización de los procesos que realiza y en los cuales se ve involucrado el sujeto, donde a partir de informaciones previas se intenta pasar a nuevas formas de información.

Esta caracterización le confiere dos dimensiones al razonamiento: en primer lugar, el hecho de ser una forma de pensamiento determinada por un tipo de operación cognitiva especial: la inferencia. Y, en segundo lugar, el estar ligado al uso de un lenguaje que lo caracteriza, como un tipo de organización discursiva. (León, 2005 p. 38).

La producción discursiva

Se centra en la interacción discursiva, con normas procedimentales, y roles de los participantes bien definidos. El paradigma argumentativo será la discusión crítica, cuyas

normas procedimentales la llevarán a una resolución del conflicto de modo racional.

(Cisterna y Garayzábal, 2016 p.33).

Un elemento para tener en cuenta son los actos de habla, los cuales tienen lugar a través del enunciado, elemento que no podemos soslayar por su relevancia para la pragmática. Esta disciplina, se encarga de estudiar la vinculación del enunciado con el contexto, y de su comprensión. El enunciado es una unidad comunicativa que equivale a la intervención o contribución de un hablante a una conversación; es la unidad lingüística (hablada o escrita) que está inherentemente contextualizada. El estudio de la enunciación consiste en examinar el funcionamiento de las formas de la lengua cuando son puestas en uso en una situación de interlocución determinada y reconoce tres componentes:

- El que habla, es decir el enunciador.
- El sujeto al cual el discurso va dirigido. El enunciatario
- La relación entre enunciador y enunciatario (Verón, 2009)

Desde la perspectiva dialéctica, la argumentación puede ser concebida como *“la completa constelación de enunciados (orales o escritos) que han sido presentados en defensa de un punto de vista”* (Van Eemeren 2002, p. 50).

“El interés por la argumentación ha aparecido como un interés por las formas de razonamiento que escapan a las normas y los esquemas lógicos y que surgen espontáneamente tan pronto como hay un debate con alguien.” (Duval 1999, p.1)

La teoría de la argumentación incluye el debate como medio de comunicación que está dirigido a alcanzar conclusiones de mutuo acuerdo aceptables. También incluye el diálogo erístico, una rama del debate social, en el cual la principal motivación es la victoria sobre un

oponente. Este arte y ciencia es con frecuencia el medio por el cual algunas personas protegen sus propios intereses en un diálogo racional, en el proceso de argumentación o defensa de ideas. *En este caso, la relevancia o credibilidad de los argumentos es lo que dota al discurso de capacidad de convencimiento.* Con estos usos del lenguaje, no se trata de mostrar la verdad de un hecho u evento, sino de persuadir a la audiencia para que asuma el mismo punto de vista que el hablante.

Lo anterior, hace necesario el reconocer las características que fundamentan el desarrollo de la comunicación en la población infantil, identificando este elemento como sustento y evidenciador del desarrollo argumentativo.

3.4.2 El desarrollo de la comunicación y el lenguaje

Es un aspecto que involucra las interacciones del niño en los diferentes contextos de desarrollo ya sean físicos, intelectuales, emocionales y sociales, de manera que constituyen una serie de etapas en las cuales el niño percibe la realidad y la transforma en representaciones del lenguaje y la comunicación, los cuales se reconocen como:

“El lenguaje organiza, condiciona y estructura la mente, entonces es válido relacionar las influencias de éste en relación con el desarrollo argumentativo” (Cisterna, 2016)

Permite un intercambio de información, que favorece el inventar, recrear y estructurar el pensamiento a partir de las interacciones interpersonales y la propia conducta del sujeto; además, de estar inmerso en el medio socio cultural donde se desarrolla el niño.

La comunicación es el acto de transmitir y recibir el mensaje, en una situación concreta denominada contexto, mediante un código común y a través de una vía o canal. Se ejerce a través de gestos, expresiones faciales, corporales, táctiles, olfativas y gustativas complementando o no la vía verbal. El lenguaje es el instrumento de comunicación

exclusivo del ser humano y cumple múltiples funciones: obtener y trasvasar información, ordenar y dirigir el pensamiento y la propia acción, permite imaginar, planificar, regular... Es el recurso más complejo y completo que se aprende naturalmente, por una serie de intercambios con el medio ambiente, a través de otros interlocutores más competentes; "... esta asimilación se hace sobre un fondo madurativo complejo que interviene en la determinación de los distintos aspectos audio-fonatorio-lingüísticos (Pérez y Salmerón, 2006 p, 112).

El desarrollo de la comunicación y el lenguaje utiliza un sistema lingüístico, el cual distingue tres dimensiones correspondientes a la comprensión y la expresión reconocidos como los componentes del lenguaje:

- Forma (fonética, fonología y morfosintaxis)
- Contenido (semántica)
- Uso (funciones pragmáticas o del lenguaje).

Estos componentes permiten la identificación de las características físicas de los sonidos, las representaciones que el niño va haciendo del mundo que lo rodea, por medio de la adaptación a su entorno junto a la comunicación que establece con él y sus experiencias de vida; además de las reglas que dirigen el uso del lenguaje. Ver Tabla 5.

Tabla 5. Componentes del lenguaje

	Fonética Fonología	Morfosintaxis	Semántica	Pragmática
Expresión	Articulación de los sonidos del habla.	Uso de las estructuras de la lengua	Uso de concepto significativo del vocabulario	Uso adecuado del lenguaje según el contexto
Comprensión	Oír y discriminar los sonidos del habla.	Comprensión de la estructura gramatical del lenguaje	Comprensión del vocabulario o del léxico. Conceptos significativos	Comprensión del lenguaje según el contexto

Fuente: (tomado de Pérez y Salmerón 2006 p, 114)

De acuerdo con la edad de desarrollo de los niños, se presentan características de cada componente del lenguaje; Pérez y Salmerón (2006) enseñan en su trabajo la caracterización de las etapas de desarrollo del lenguaje que presentan los niños en un rango de edad entre los 0 a 8 años (Tabla 6), período en el que se forman y se desarrollan las bases de la comunicación y del lenguaje; reconociendo que, a partir de esta edad, la comunicación y el lenguaje oral crecen en complejidad, calidad y destreza.

Tabla 6. Procesos para el desarrollo de la comunicación y el lenguaje en el rango de edad de 0 a 8 años.

Comunicación y lenguaje		
Proceso	Subproceso	Indicadores
Enunciación	Expresión y progresión.	De 0 a 24 meses los niños manifiestan expresividad de emociones, necesidades con sonidos y gestos.
		De 24 a 36 meses los niños manifiestan interés por lo que sucede en su entorno inmediato: mira, explora, formula preguntas, desea conocer el porqué y el nombre de las cosas.
		De 36 a 42 meses los niños manifiestan relaciones de comparación y aumenta el uso de oraciones interrogativas.

		De 42 a 54 los niños generan descripciones de situaciones planteadas. Manifiestan mejoras en el uso de palabras y oraciones.
		de 54 a 72 meses los niños refieren acciones hipotéticas o posibles. Incorpora el uso de complementos circunstanciales (lugar, tiempo, modo, finalidad, causa entre otros) y las preguntas asociadas a estos.
		72 a 96 meses los niños hacen uso del lenguaje y la comunicación con propiedad.

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Caracterización de los indicadores de desarrollo de la comunicación y el lenguaje.

A continuación, se citan las caracterizaciones dadas por Pérez y Salmerón (2006) como indicadores del desarrollo del lenguaje y la comunicación.

Indicador: Uso del lenguaje y la comunicación en los niños de 0 a 12 meses.

– Va aprendiendo con el adulto los mecanismos básicos de la comunicación:

- Los gritos y el llanto de los primeros días indiferenciados se revisten de tonalidad y ritmo expresando bienestar o malestar.
 - Van apareciendo vocalizaciones con una intencionalidad lúdica: laleo.
 - Hacia los seis meses comienza a producirse un diálogo vocal con el adulto: protoconversación.
 - Hacia el décimo mes, diferencia expresiones gestuales de alegría y enfado en la cara del otro. Señala con el dedo al tiempo que emite sonidos silábicos. Emplea el gesto para expresar deseos y necesidades: llora, ríe... con intención de cambiar la actitud del otro o de obtener lo que desea.
- El laleo se va abandonando y se inicia la constitución del lenguaje comprensivo y la expresión de sílabas al tiempo que se va produciendo el desarrollo psicomotor adquiriendo conocimientos sobre el mundo que le rodea.

– Entre los 9 y los 13 meses emite reduplicaciones de sílabas (pa pa pa, bababa...), el adulto les atribuye significado, les da forma y el niño va repitiendo y asociando el significado. – El desarrollo de la comunicación y del lenguaje se favorece con la locomoción: el niño se desplaza, coge objetos para conocerlos... El adulto los nombra una y otra vez para que los vaya repitiendo. (pp 114, 116)

Indicador: Uso del lenguaje y la comunicación en los niños de 12 a 24 meses.

– Aparecen las primeras palabras cargadas de sobre extensión semántica, por ejemplo, dice “guau” a todos los animales de cuatro patas. – Las palabras irán acompañadas de gestos. Son palabras difíciles de entender fuera de contexto. – Los rechazos y deseos se manifiestan con gritos, exclamaciones o gruñidos.

– En torno a los 18 meses, emerge la holofrase o palabra frase, es decir, una sola palabra acompañada de gestos hace la función de un mensaje completo. Por ejemplo, al decir “pan”, puede querer estar diciendo “quiero más pan”.

– Las palabras las emplea para informar y constatar.

– En este momento, ya no necesita prender los objetos para tocarlos, los puede obtener a través de la palabra estableciendo relaciones con otro que se los proporciona.

– Comienza a unir dos palabras para expresar enunciados complejos e incluye la negación y la pregunta acompañándose de la prosodia. Por ejemplo: coche esto (esto es un coche), no leche (no quiero leche), ota nene (la pelota es del nene) ¿o ta? (¿dónde está?). Poseen una sintaxis con ausencia de artículos, nexos, concordancia... Poco a poco van a ir incorporando más elementos, aproximándose al lenguaje del adulto.

– Al final del segundo año no pronuncia todos los fonemas.

– A medida que el vocabulario se va multiplicando, las palabras con sentido múltiple van desapareciendo. Ej. ato para nombrar a los animales. – El lenguaje oral va asumiendo un protagonismo en el deseo comunicativo del niño hasta el punto de que cuando no es entendido se enfada y mantiene actitudes de persistencia. (p, 117)

Indicador: Uso del lenguaje y la comunicación en los niños de 24 a 36 meses

– El niño presenta un gran interés por lo que sucede en su entorno inmediato: mira, explora, formula preguntas, desea conocer el porqué y el nombre de las cosas. – La estructura oracional se va haciendo más compleja:

- 24 a 30 meses. Oraciones con tres elementos: nene ome late (el nene come chocolate).

- 30 a los 36 meses: - Oraciones coordinadas: mamá no ta y papá no ta.

- Artículos indeterminados (un, una), género y número. - Pronombres personales: yo, tú, él, ella. -

Adverbios: aquí. – Cuenta de forma sencilla acontecimientos relacionados con sus intereses y su

vida personal. – Comprende su contexto cotidiano: órdenes, situaciones, anticipa situaciones

cotidianas. – Desde el punto de vista de la articulación, cada vez se le va entendiendo mejor,

aunque pueden percibirse errores como, por ejemplo, dificultades con la /d/, la /θ/ (ejemplo:

zapato, cerilla, calcetín...) y la /s/ y con la /r/ (ejemplo: Ramón, perro, árbol) y la /r/ y

simplificación de sinfonos (consonante seguida de /l/ o /fi/ junto a una vocal. Ejemplo: plato,

gracias, brazo, globo...) y diptongos. (p, p 117,118)

Indicador: Uso del lenguaje y la comunicación en los niños de 36 a 72 meses.

– La estructura oracional se va haciendo más compleja:

• **36 a 42 meses:**

- Oraciones subordinadas con “pero”, “porque”, comparativas “más que”, relativo “con qué”. -

Crece la complejidad de las oraciones interrogativas. - Utiliza correctamente el pasado compuesto con “haber” y “ser” (ha comido). - Aparecen perífrasis de futuro: “voy a...”.

• **42 a 54 meses:**

- Progresiva eliminación de los errores sintácticos y morfológicos. - Se incorpora la pasiva. -

Emplea correctamente el infinitivo, el presente, el pretérito perfecto, el futuro y el pasado. -

Aumenta el empleo de adverbios de tiempo: ahora, hoy, después, mañana.

• **54 a 72 meses:**

- Incorpora condicionales, circunstanciales. - Perfecciona estructuras conocidas, las pasivas y las adverbiales.

- Desaparece la articulación infantil; se pueden dar todavía en algunos niños errores en la pronunciación de la /fi/ y simplificación de los sinfonos que la contengan.

Hacia los 7-8 años se llega a un completo dominio del lenguaje. La comunicación ejercida a través del lenguaje se irá enriqueciendo en función del entorno sociocultural en el que la persona esté inmersa. (p,118)

3.4.3 Elementos que permiten la aparición de la argumentación

La argumentación emerge en toda actividad que genere discusión o busque encontrar una postura entre sus participantes sobre un tema, dirigida a obtener opiniones, actitudes o comportamientos discutibles para dar valor o modificar conocimientos, **es una situación argumentativa**; ésta se desarrolla entre los siguientes elementos según León (2005).

1. **El Objeto de la Argumentación:** Presencia de un tema polémico
2. **El sujeto argumentador:** Adopta una postura sobre un tema, el objeto de la argumentación y toma la responsabilidad de defenderla.
3. **El sujeto auditorio:** Regula la discusión, no puede modificarse una actitud sin conocer y analizar sus intereses (lo considera un opositor, un aliado, un contradictor, etc.)
4. **Las formas lingüísticas-discursivas propias de un contexto:** El uso de recursos o técnicas para la argumentación y para la modelización del sujeto argumentador.
5. **Los procesos de valoración, de revaloración:** Engendra la comunicación asumiendo posiciones individuales.

Estos elementos cobran vida y hacen posible la identificación y el análisis de las siguientes relaciones entre el sujeto argumentador, el objeto de la argumentación y el contexto argumentativo.

En relación con el objeto y el sujeto sobre el objeto de la argumentación, el sujeto que argumenta podrá precisar la necesidad de argumentar y qué tipo de información le permitirá emprender la construcción de sus argumentos.

En relación con el contexto argumentativo y el sujeto argumentador (Las condiciones de la interacción argumentativa; Se considera el auditorio, la situación de la argumentación y el contexto lingüístico - discursivo) El argumentador habrá de construir sus argumentos no sólo en orientación a las condiciones del objeto, sino en atención a las exigencias que le hace su auditorio y a las condiciones discursivas y textuales que le impone la situación argumentativa.

(Calderón,2003)

Para configurar un proceso de argumentación se hace necesario a partir de lo anterior distinguir **las condiciones que hacen surgir la argumentación en cualquier contexto o situación** (León,2005)

- **Existencia de un lenguaje común.** Es una condición que se sitúa en el ámbito de la comunicación, pone de manifiesto el carácter comunicativo de la argumentación.
- **Actitud valorativa por parte de un auditorio.** Esta condición exige que el auditorio asigne “un valor a la adhesión del interlocutor, a su consentimiento, a su concurso mental” (Perelman y Olbrechts, 1989 p.50), pone de manifiesto el carácter epistémico de la argumentación
- **Actitud persuasiva del orador.** “El orador admite que debe persuadir al interlocutor, pensar en los argumentos que pueden influir en él, preocuparse por él, interesarse por su estado de ánimo” (Perelman y Olbrechts 1989 p.51). La condición anterior y ésta proporcionan los elementos para lo que Perelman & Olbrechts designa como el contacto intelectual en la argumentación.
- **Existencia de un mecanismo social para la comunicación.** Este mecanismo resalta la importancia del trato con el otro, de mantener relaciones sociales, y de establecer un ambiente social adecuado para la comunicación “No olvidemos que escuchar a alguien es mostrarse dispuesto a admitir eventualmente su punto de vista”. (Perelman y Olbrechts, 1989 p. 52).

Se pone de manifiesto el carácter social de la argumentación, en donde además de una intencionalidad para la acción comunicativa emerge una actitud particular de defender su postura. (León,2005).

3.4.4 Técnicas de Argumentación

La fuerza que adquiere la persuasión razonada en el proceso argumentativo impone la generación de técnicas como desarrollos de los procesos argumentativos (León, 2005 p. 55). Corresponden a procedimientos de enlace, aquellas técnicas que establecen entre los elementos una solidaridad “que pretenda, bien estructurarlos, bien valorarlos positiva o negativamente” (Perelman & Olbrechts 1989 p. 299). Se destacan como técnicas de enlace las que evidencian la presencia de los argumentos cuasi-lógicos tal como se aprecia en la Figura 4.

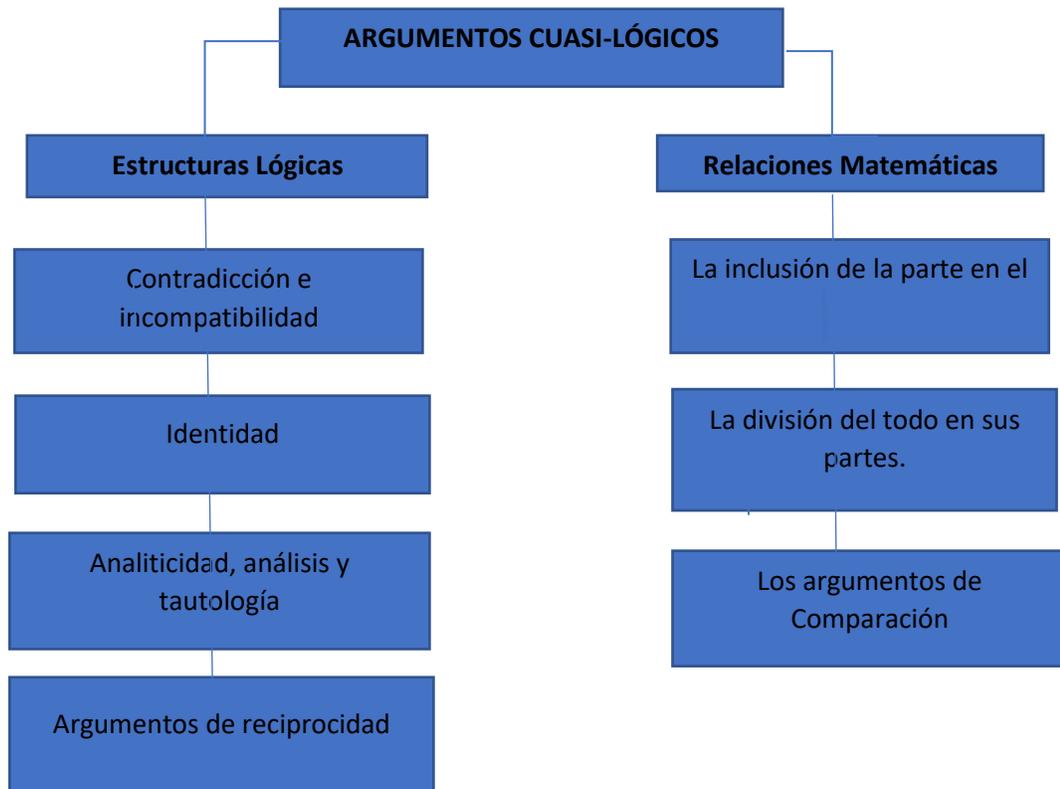


Figura 4. Argumentos Cuasi-lógicos según Perelman y Olbrechts-tyteca
Fuente: Elaboración propia, 2020.

Las argumentaciones cuasi lógicas.

Se caracterizan por hacer un acercamiento a los razonamientos formales, es decir, a sistemas lógicos y matemáticos. Su naturaleza es no formal, no se sustentan en la experiencia, pero con la diferencia de que no son obligatorios y están abiertos a la controversia, se pueden refutar. Se denomina cuasi lógica a la argumentación, que establece entre los elementos una relación recíproca que da la impresión de tener conexiones lógicas; crea la impresión de que hay conexión entre la argumentación y la opinión expuesta, la argumentación cuasi lógica sólo es lógica en apariencia. esto, citado por (Martín, 2015).

Los argumentos cuasi lógicos se caracterizan por el esfuerzo de pensamiento que necesita su reducción a lo formal. Lo cual hace surgir la pregunta ¿cómo adaptar el razonamiento a un contexto específico, particular y determinado, con la finalidad de parecer lógico y así convencer al auditorio? (Perelman y Olbrechts-Tyteca, 1989; c.p. Martínez, 2005). Estos argumentos se asemejan a la definición de los paralogismos (Plantin, 1996/1998 y Cros, 2003)

Se establece una subdivisión en los argumentos cuasi-lógicos según Perelman y Olbrechts-Tyteca (1989/2000) en dos grandes categorías: las estructuras lógicas y las relaciones matemáticas.

A continuación, se realiza la caracterización de las categorías mencionadas correspondientes a los argumentos cuasi lógicos; utilizando algunos de los elementos citados y descritos por Quevedo (2018).

Estructuras lógicas.

En esta categoría encontramos argumentos por contradicción e incompatibilidad; identidad (total o parcial) y definición; analiticidad, análisis y tautología y la reciprocidad entre otros.

Contradicción e incompatibilidad.

La argumentación por incompatibilidad se basa en la regla de «no contradicción» de la antigua lógica, cuyo postulado es que dos cosas contradictorias no pueden darse al mismo tiempo: no se puede afirmar y al mismo tiempo negar el mismo contenido. A partir de esta relación lógica, se va a poner en evidencia la incoherencia entre afirmaciones, hechos o acciones relativas a un mismo aspecto.

Características:

- En un sistema formal los signos bastan para convertir la contradicción en indiscutible.
- Se presenta como contradicción lógica, y aparece en el mismo escenario la proposición y su negación, queriendo encontrar un mismo valor de verdad, y la presencia de los dos genera la contradicción para llevarlo a la incompatibilidad
- La contradicción lógica, discernible de forma puramente formal, constituye un todo en el sistema.
- Se esforzará por mostrar que las tesis que se combaten llevan a una incompatibilidad.
- Las tesis incompatibles no parecen como aserciones contradictorias por razones meramente formales.

- La incompatibilidad depende sea de la naturaleza de las cosas, sea decisión humana.
- La asimilación a un sistema formal del sistema atacado el cual, de hecho, está lejos de presentar la misma rigidez.
- Obligan a una elección que siempre resulta penosa.
- Las incompatibilidades no son formales.
- La actitud lógica (se preocupa por resolver todas las dificultades, con la aplicación de reglas, leyes y normas a los que se concede la adhesión),
- Se presenta como contradicción lógica, y aparece en el mismo escenario la proposición y su negación, queriendo encontrar un mismo valor de verdad, y la presencia de los dos genera la contradicción para llevarlo a la incompatibilidad
- Práctica (no desean comprometerse más de lo necesario, desean por el mayor tiempo una libertad de acción que le permita la circunstancia),
- El hombre de acción (Enfermedad diplomática, no desea oponerse a una regla o resolver de una forma u otra el conflicto nacido en una incompatibilidad).
- Técnicas para evitar la incompatibilidad de la ficción-las mentiras-el silencio. -

En el sistema formal existe cuando una es negación de otra.

- Es afirmar la existencia de circunstancias que hacen inevitable la elección de alguna de las dos tesis.
- Dos tesis son incompatibles, si al menos una es de aplicación, lo cual hace inevitable el conflicto con la otra.
- Son compatibles dos tesis, si una en el tiempo o en cuanto al objeto evita el conflicto.

- Dos afirmaciones de una misma persona pueden considerarse incompatibles, si los enunciados son considerados pertenecientes a un mismo sistema. Si los episodios no son solidarios desaparecerá la incompatibilidad.
- Autofagia, es una regla cuyas consecuencias resultan del hecho mismo de haberla demostrado. “su aplicación sin excepción llevaría a impedir su aplicación”.

Indicador De Existencia

- Todo diferendo tiene que extenderse a terceros, que lo desarrollan tomando partido.
- Resultan de la aplicación a situaciones determinadas de varias reglas morales o jurídicas de textos legales o sagrados.
- Siempre es relativa a circunstancias contingentes.
- Solo existen con arreglo a las circunstancias; para participar en un conflicto que impone una elección, es preciso que se aplique simultáneamente a una misma realidad dos reglas.
- Todos los casos de autofagia debilitan una tesis mostrando las incompatibilidades que revela una reflexión sobre las condiciones o consecuencias de su afirmación.
- No se ve abocado al absurdo ni al ridículo.
- Prohibido prohibir (p.p 14, 15)

Identidad (total o parcial) y definición en la argumentación

Permite incorporar en la definición el término definido y lo que se define, siendo ambos intercambiables. En el supuesto de identidad total, si las definiciones se enuncian de forma inequívoca y carentes de ambigüedad nos situaremos en situaciones de lógica formal, pero en el momento que nos pasamos al mundo real, se transforman en cuasi-lógicos al tener diferentes significados posibles. A la identidad de manera parcial nos referimos a la regla de justicia.

Características

- Identificación de diversos elementos que son objeto del discurso.
- Se dan a partir de las definiciones y la admisión de la identidad entre algunos elementos.
- Uso de definiciones.
- Definiciones normativas, la forma en que se quiere utilizar una palabra.
- Definiciones descriptivas, señalan cuál es el sentido concedido a una palabra en cierto ambiente.
- Definiciones de condensación, muestran los elementos esenciales de la definición descriptiva.
- Definiciones complejas que combinan, de forma variada, elementos de las tres clases precedentes

Indicador De Existencia

A es A (p. 17)

Analiticidad, Análisis Y Tautología

La analiticidad de un juicio permite sustituir la igualdad de dos expresiones sin que se modifique el valor de verdad de las proposiciones. La tautología equivale a presentar una afirmación como producto de una definición, no presenta cambios en su planteamiento.

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$
V	F	F
F	V	F

Características

Admitida como una definición. Material formal filosófico utiliza definiciones o procedimientos por enumeración Tautología resulta del propio sentido de los términos utilizados, presenta una afirmación como el resultado de una definición silepsis al estar una palabra en sentido propio y la otra en figurado

Indicador De Existencia.

A es A

- Es ilusorio querer enumerar todos los sentidos posibles de la noción de justicia. Demos sin embargo algunos ejemplos que constituyen las (p.18)

Reciprocidad:

Pretende aplicar la misma solución a dos situaciones que forman pareja, o son simétricas.

Características

- Pretende aplicar el mismo tratamiento a dos situaciones que forman pareja, donde la regla de justicia es indirecta. Son los cuasi-lógicos que parecen más formales y están fundamentadas en la naturaleza de las cosas. También pueden surgir de la transposición de los puntos de vista, transposición que permite reconocer, a través de su simetría, la identidad de ciertas situaciones.
- Quiere ser una norma y no como propiedad de una relación

Indicador De Existencia.

- Se hace posible con la condición de olvidar todo lo que diferencia las situaciones y reducirlas a lo que las vuelve simétricas.
- Pueden utilizar otro tipo de simetría que se deriva del hecho de que se presentan como inversa a otras dos conversaciones, dos conductas, dos acontecimientos (p.19)

Relaciones matemáticas

En esta categoría se incluye los siguientes argumentos: la inclusión de la parte en el todo; la división del todo en sus partes; la comparación; entre otros.

▪ **Inclusión de la parte en el todo; La División Del Todo En Sus Partes**

Cuando la idea o el problema que se va a abordar es complejo, o difícil en cuanto a conveniencia, éste se divide en categorías, en géneros o en partes, y se argumenta sobre cada una de *las partes*, para convencer mejor de algo relativo *al todo*.

- El todo es mayor que la parte. Euclides (L.I, p. 200)

- Una magnitud es parte de una magnitud, la menor de la mayor, cuando mide a la mayor. Euclides ¹(L.V, p.9)
- Y la mayor es múltiplo de la menor cuando es medida por la menor. Euclides (L.V, p.9)
- Una razón es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas Euclides² (L.V, p.9)
- Un todo está compuesto por elementos separables. Una región o superficie es vista como divisible.
- La separación se puede realizar en un número determinado de partes. El “todo” se puede dividir en el número de partes pedido.
- Las subdivisiones cubren todo.
- El número de partes no coincide con el número de cortes.
- trozos (partes) son iguales. Las partes tienen que ser del mismo tamaño (congruentes).
- Las partes también se pueden considerar como totalidad.
- El “todo” se conserva.
- Control simbólico de las fracciones, es decir, el manejo de los símbolos relacionados a las fracciones.
- Las relaciones parte todo en contextos continuos y discretos.
- Las fracciones mayores que la unidad.

¹Como el sentido es más restringido que la noción común, es lo que llamaríamos submúltiplo

²Relación respecto a su tamaño

- Subdivisiones equivalentes. Linares, S. Sánchez, V. (1997.p.80-81) Citado por Quevedo (2018).

Características

- Limita para tener en cuenta la inclusión de las partes de un todo.
- Los que valen la división del todo en partes y de las relaciones entre las partes resultantes.
- Limita a confrontar el todo con una de las partes, no atribuyen ninguna calidad determinada ni a algunas partes ni al conjunto.
- solo se analizan las relaciones que permiten una comparación cuasi-matemática entre el todo y la partes. * Lo que vale para el todo vale para la parte*.
- La concepción del todo, así como la suma de sus partes, sirve como fundamento la concepción del todo, así como la suma de sus partes, sirve como fundamento a una serie de argumentos que podemos calificar de argumentos de división o partición.
- Quintiliano: el número de las partes es indeterminado, en cambio el de las formas es determinado.
- Argumento por división, las partes deben poder enumerarse de forma exhaustiva, pero deben elegirse como se quiera y de manera muy variada,
- Argumentación por especies, se trata de divisiones sobre las que uno está de acuerdo, las cuales preexisten a la argumentación, parecen naturales y no

necesariamente es preciso enumerar de modo exhaustivo para poder argumentar. Supone una identidad de naturaleza entre las partes y el conjunto

Indicador De Existencia.

- Se considera el valor de la parte como proporcional a la fracción que la parte constituyó en comparación con un todo.
- En algunas oportunidades concierne a la relación entre lo que comprende y lo que es comprendido Se tiende a demostrar la existencia o no existencia de una de las partes. Se argumenta por exclusión. (p.p 20, 21)

La comparación:

Permite vincular dos hechos o valoraciones explícitas mediante una conexión que indica semejanza, este argumento introduce la idea de medida pudiendo plantearse en dos términos diferentes. Por oposición, por ordenación esta última incluyendo una variable cuantitativa.

Características

- Confrontan varios objetos para evaluarlos uno con relación a otros. Identificación y analogía.
- Constataciones de hecho, mientras que la relación de igualdad o de desigualdad confirmada a menudo sólo constituye una pretensión del orador.
- Oposición
- Ordenación
- Ordenación cuantitativa
- Hay dos maneras de interacción entre los términos de la comparación.

- El nivel absoluto del término patrón podrá influir en el valor de los términos pertenecientes a la misma serie y con los que se le comparaba.
- La confrontación puede aproximar dos términos que está autorizado a considerar como inconmensurables.
- Toda comparación puede de alguna forma, descalificarse, porque desdeña la unicidad de los objetos incomparables.

Indicador De Existencia.

- El valor absoluto al valor relativo.
- Del valor relativo al absoluto.
- Poseen una gran aproximación a las estructuras matemáticas lo que proporciona una gran parte de su fuerza persuasiva. (p.p 21,22)

4 METODOLOGÍA

El desarrollo de la investigación hizo uso de la metodología de investigación cualitativa, basada en el diseño a través de los experimentos de aprendizaje mediante la selección de trayectorias hipotéticas de aprendizaje. La expresión “Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje” (THA) se refiere a las predicciones del profesor, sobre el camino por el cual el aprendizaje puede movilizarse. Son hipotéticas, debido a que las trayectorias reales de aprendizaje de los estudiantes dependen de la condición de existencia de cada individuo y a que el aprendizaje de los individuos tiene ciertas regularidades. (Clements y Sarama, 2015).

Las trayectorias de aprendizaje buscan dar respuestas a preguntas tales como ¿Qué objetivos debe establecerse para que se dé el aprendizaje? ¿Dónde empezar? ¿Cómo saber hacia dónde dar el siguiente paso? para esto hace uso de un objetivo o una meta (matemática) a alcanzar,

una ruta de desarrollo que permite identificar los procesos e indicadores asociados a la progresión del aprendizaje de los niños y un conjunto de actividades o tareas propias de cada nivel de desarrollo. (Clements y Sarama, 2015).

Las THA ayudan a los profesores a entender la variedad de niveles de conocimiento y pensamiento, de sus clases y de los individuos dentro de ellas, como un elemento fundamental para satisfacer las necesidades de todos los niños.

Considerando la información anterior, surge el esquema de desarrollo de la investigación que se muestra a continuación. (Figura 5).

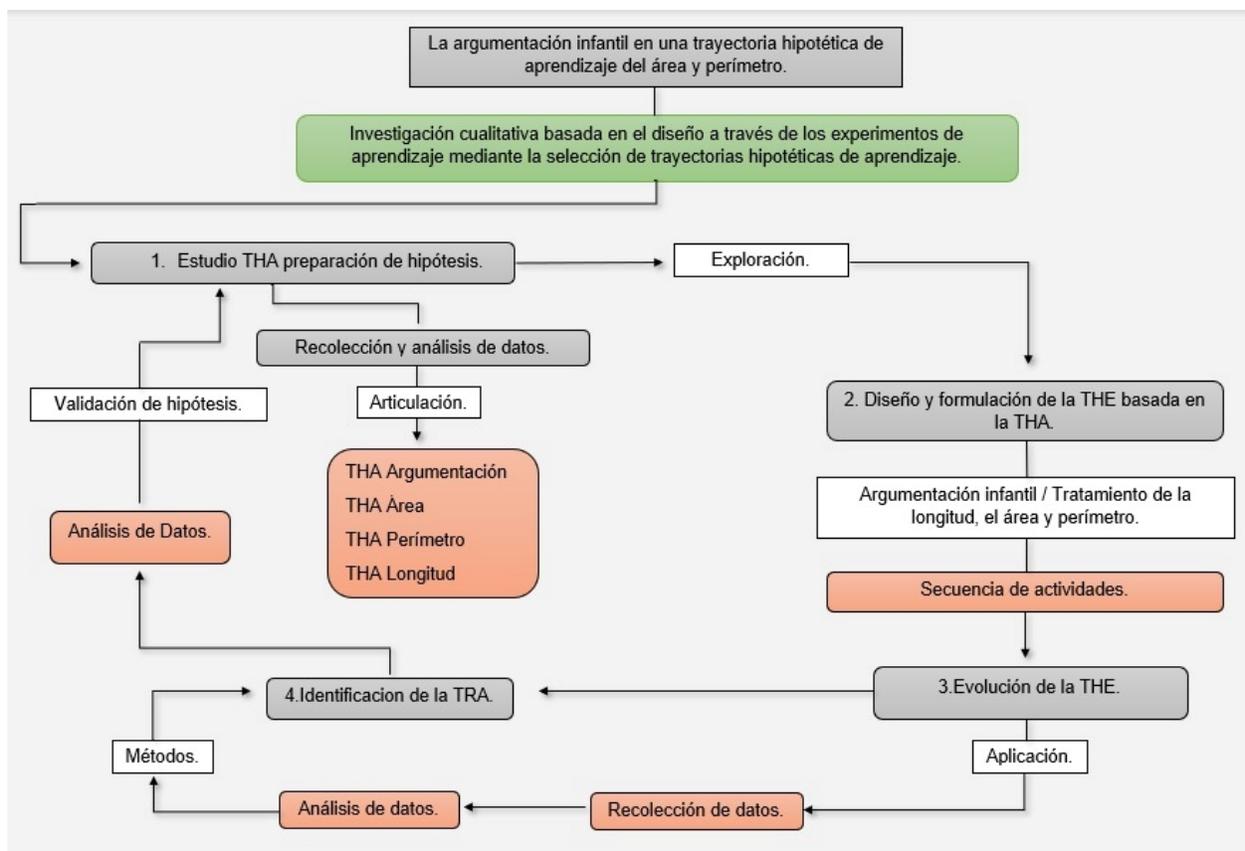


Figura 5. Esquema metodológico THA-Área y perímetro
Fuente: Elaboración propia, 2020

Para dar cumplimiento a los objetivos propuestos en el desarrollo de la investigación, se llevaron a cabo los siguientes procesos:

- **Fase 1:** Indagación y determinación del marco hipotético de la trayectoria.
- **Fase 2:** Diseño y formulación de la trayectoria hipotética de aprendizaje secuencia de enseñanza trayectoria hipotética de enseñanza.
- **Fase 3:** Evolución de la trayectoria hipotética de aprendizaje. Recolección de datos y análisis.
- **Fase 4:** Identificación de la trayectoria real de aprendizaje.

4.1 Población

La evolución de los niveles de la trayectoria se vio afectada por la situación de contingencia por la epidemia del COVID 19. Debido a que en un primer momento se había proyectado su desarrollo en una institución de carácter privado, con niños de los grados primero, segundo o tercero. Los niños con los cuales se evolucionó la trayectoria; fueron reunidos en la localidad de Usme, realizando una convocatoria con el propósito de apoyar procesos académicos de los niños considerando su no asistencia a las aulas y el trabajo con la estrategia aprende en casa fundamentada en el trabajo con guías de esta manera se estableció la siguiente población.

La secuencia de actividades correspondiente a la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) fue desarrollada con un grupo de seis niños, con un rango de edad entre los 7 a los 9 años, los cuales se ubican en los grados tercero y cuarto de primaria de diferentes instituciones distritales de la localidad quinta de Usme. Los niños finalizaron el año escolar correspondiente al

2020 con trabajo en casa apoyados por cuidadores y padres de familia, debido a la situación de contingencia por la epidemia del COVID 19.

Uno de los niños presenta dificultades cognitivas reportadas por el psicólogo de la institución donde estudia, que evidencian un retraso en su proceso lectoescritor (el niño no lee ni escribe).

4.2 Recolección de datos

Para el desarrollo de las actividades se generó un microambiente de aprendizaje de manera presencial, el cual permitió la interacción de los niños con las actividades, el desarrollo de procesos de socialización y argumentación en torno a los conceptos de trabajo e indagación, considerando las condiciones de bioseguridad requeridas por la emergencia sanitaria referida al COVID 19.

Las sesiones correspondientes a la evolución de la secuencia de actividades (THE); se realizaron de manera presencial en casa, dos veces por semana, dos horas cada día; además de la casa se utilizaron espacios como el Fruver, el parque y zonas verdes aledañas.

Durante el desarrollo de cada actividad se realizaron registros fotográficos y de vídeo, al igual se recolectaron evidencias de trabajo escrito, gráficos, dibujos, de cada uno de los niños considerando momentos de trabajo grupal e individual según la necesidad de las actividades. Al finalizar la evolución de cada actividad, se utilizaron rejillas de observación y el software ELAN para revisar y organizar la información y generar el análisis de los resultados obtenidos según los indicadores de progreso.

5 DISEÑO Y FORMULACIÓN DE LA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE SECUENCIA DE ENSEÑANZA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE ENSEÑANZA.

Esta fase se desarrolló haciendo uso del marco hipotético de aprendizaje de las trayectorias correspondientes al perímetro, el área y la argumentación infantil; realizando la organización de la información (los procesos, subprocesos e indicadores requeridos para el desarrollo de las temáticas de estudio), junto al rango de edad asociado a cada nivel; esto se realizó, haciendo uso de rejillas de correlación de manera que se favoreció la asociación de procesos, subprocesos e indicadores de progresión y el establecimiento de los niveles de la secuencia hipotética de aprendizaje, lo cual permitió la generación de la secuencia de enseñanza (THE).

A continuación, se presentan las rejillas correspondientes a la articulación de los procesos y subprocesos de las diferentes trayectorias; las cuales dan origen a la trayectoria de investigación; además, de los niveles respectivos a esta articulación. Ver Tabla 7.

Tabla 7. Articulación de procesos y subprocesos de la trayectoria hipotética de aprendizaje.

NIVEL	EDAD		LONGITUD	ÁREA	PERÍMETRO	ARGUMENTACIÓN
1	0- 2	Proceso	Percepción características previas a la longitud.	Percepción bidimensionalidad del área.		Enunciación - desarrollo de la lengua.
		Subproceso	Clasificación de la longitud largo - rectilíneo.	Reconocimiento características previas al área.		Expresión y progresión uso de sonidos y gestos.
2	2 a 3	Proceso	Percepción reconocimiento de cualidades de longitud.	Percepción bidimensionalidad del área.	Percepción forma - figura	Enunciación reconocimiento de su entorno.
		Subproceso	Clasificación de la longitud en una y dos dimensiones.	Representación del área.	Reconocimiento de la Forma- Figura	Expresión y progresión en la relación lenguaje - entorno.
3	3 a 4	Proceso	Percepción reconocimiento de cualidades de longitud.	Percepción bidimensionalidad del área. Medición de área.	Percepción entorno - frontera	Enunciación de interrogantes y comparaciones.
		Subproceso	Representación y expresión de las longitudes	Representación del área.	Clasificación de contorno- borde	Expresión y progresión aparición de preguntas.
			Comparación igualdad y desigualdad de longitudes	Comparación de lados.		
4	4 a 5	Proceso	Medición de longitud	Medición de área.	Apreciación del ángulo y giro	Enunciación descripción.

		Subproceso	Operación relación física y numérica. Estimación descomposición y recomposición	Comparación de lados.	Visualización de la amplitud y giro	Expresión y progresión en la descripción de situaciones.
5	5 a 6	Proceso	Medición de longitud	Medición de área.	Apreciación del ángulo- amplitud	Enunciación predicciones y supuestos.
		Subproceso	Asignación de unidades de longitud	Operación relación instrumentos y unidades.	Comparación de ángulos	Expresión y progresión incorporación de condicionales.
			Operación relación física y numérica.			
Precisión de medida de longitud	Estimación y precisión					
6	6 a 8	Proceso	Conservación de la longitud	Medición de área.		Enunciación propiedades uso del lenguaje
			Medición de longitud	Conservación del área		
		Subproceso	Conservación de la longitud, movimiento y forma.	Operación relación instrumentos y unidades.		Expresión y progresión en el uso del discurso.
			Identificación de instrumentos de medida			

Fuente: Elaboración propia, 2020.

5.1 Niveles de la trayectoria

Se definieron seis niveles de la trayectoria en un rango de edad de 0 a 8 años; los niveles involucran los procesos, subprocesos e indicadores requeridos para el desarrollo de la longitud, perímetro, área y la argumentación infantil; elementos que fundamentan los procesos de aprendizaje de los niños pequeños y su progresión en el desarrollo de cada una de las temáticas involucradas en la investigación; tal como se muestra a continuación en las Tabla 8, Tabla 9, Tabla 10, Tabla 11, Tabla 12 y Tabla 13.

Tabla 8. Hipótesis de aprendizaje nivel 1

NIVEL	EDAD		LONGITUD	ÁREA	ARGUMENTACIÓN
1	0 a 2	Proceso	Percepción características previas a la longitud.	Percepción bidimensionalidad del área.	Enunciación del desarrollo de la lengua.
		Subproceso	Clasificación de la longitud largo - rectilíneo.	Reconocimiento características previas al área.	Expresión y progresión uso de sonidos y gestos.
		Indicadores	1. Manifiesta sensibilidad a los bordes, lados, contornos y superficies de diferentes objetos. 2. Establece relaciones entre elementos resaltando características como largo, corto, rectilíneo, curvo.		1. Manifestación Expresividad de emociones, necesidades con sonidos y gestos.

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Tabla 9. Hipótesis de aprendizaje nivel 2

NIVEL	EDAD		LONGITUD	ÁREA	PERÍMETRO	ARGUMENTACIÓN
2	2 a 3	Proceso	Percepción reconocimiento de cualidades de longitud.	Percepción bidimensionalidad del área.	Percepción forma - figura	Enunciación
		Subproceso	Clasificación de la longitud en una y dos dimensiones.	Representación del área.	Reconocimiento de la Forma- Figura	Expresión y progresión.
		Indicadores	1. Muestra apreciación de la distancia en términos de recorridos, cerca y lejos.	1. Identifica las dimensiones: Una dimensión. (Líneas) dos dimensiones (Lados, bordes).	1. Usa de la línea al determinar formas-figuras, abiertas y cerradas. 2. Conoce y diferencia la región interna y la región externa de una superficie resaltando características asociadas a los términos dentro y fuera.	1. Manifiesta interés por lo que sucede en su entorno inmediato: mira, explora, formula preguntas, desea conocer el porqué y el nombre de las cosas.

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Tabla 10. Hipótesis de aprendizaje nivel 3

NIVEL	EDAD		LONGITUD	ÁREA	PERÍMETRO	ARGUMENTACIÓN
3	3 a 4	Proceso	Percepción reconocimiento de cualidades de longitud.	Percepción bidimensionalidad del área.	Percepción entorno frontera	Enunciación
			Clasificación de la longitud largo - rectilíneo.	Medición de área.		
		Subproceso	Representación y expresión de las longitudes	Representación del área.	Clasificación de contorno-borde	Expresión y progresión
Comparación igualdad y desigualdad de longitudes	Comparación de lados.					
		Indicadores	1. Usa representaciones verbales y gráficas para expresar la longitud como largo, distancia, lejos, cerca, espacio, trayecto, línea, camino, alto, etc. 2. Realiza comparaciones directas e indirectas de longitud evidenciando relaciones de igual que, mayor que y menor que.	1. Ordena y compara diferentes materiales resaltando las características y representaciones del área.	1. Agrupa elementos de acuerdo con las características de las figuras resaltando sus contornos y bordes.	1. Manifiesta relaciones de comparación y aumenta el uso de oraciones interrogativas.

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Tabla 11. Hipótesis de aprendizaje nivel 4

NIVEL	EDAD		LONGITUD	ÁREA	PERÍMETRO	ARGUMENTACIÓN
4	4 a 5	Proceso	Medición de longitud	Medición de área	Apreciación del ángulo y giro	Enunciación
		Subproceso	Operación relación física y numérica.	Comparación de lados	Visualización de la amplitud y giro	Expresión y progresión
			Estimación descomposición y recomposición			
Indicadores	1.Realiza descomposiciones y recomposiciones de longitudes relacionando las partes y el todo.	1. Representa el área haciendo uso de palabras de su contexto y dibujos que resaltan sus características. 2.Realiza comparaciones entre diferentes superficies considerando sus lados en relación del largo y el ancho.	1.Relaciona las rectas, la abertura y movimiento generando dibujos y explicaciones sencillas.	1. Genera descripciones de situaciones planteadas. Manifiesta mejoras en el uso de palabras y oraciones.		

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Tabla 12. Hipótesis de aprendizaje nivel 5

EDAD		LONGITUD	ÁREA	PERÍMETRO	ARGUMENTACIÓN	
5 a 6	Proceso	Medición de longitud	Medición del área.	Apreciación del ángulo-amplitud	Enunciación	
	Subproceso	Asignación de unidades		Operación relación instrumentos y unidades.	Comparación de ángulos	Expresión y progresión
		Operación relación física y numérica.	Estimación y precisión			
		Precisión de medida.				
Indicadores	<p>1. Mide mediante el uso repetitivo de una unidad (puede que al principio no sea preciso en este tipo de iteraciones).</p> <p>2. Suma dos longitudes para obtener una longitud total.</p> <p>3. Relaciona tamaño y número de unidades explícitamente (pero es imposible que no pueda apreciar la necesidad de tener unidades idénticas en las diferentes situaciones).</p>	<p>1. Utiliza procedimientos de comparación de objetos según el atributo que se va a medir; determina una medida y la verifica.</p>	<p>1. Relacionan las características de las figuras para diferenciar ángulos y tamaños de ángulos a partir de figuras y contextos, también compara tamaños de ángulos.</p> <p>2. Determinan que dos ángulos son iguales al verificar que tienen el mismo sentido y tamaño, realizando movimientos o superposiciones</p> <p>3. Utilizan el conjunto de formas para encontrar formas que tienen los mismos ángulos, incluso si las formas no son congruentes.</p>	<p>1. Refiere acciones hipotéticas o posibles. Incorpora el uso de complementos circunstanciales (lugar, tiempo, modo, finalidad, causa entre otros) y las preguntas asociadas a estos.</p>		

Fuente: Elaboración propia, 2020.

Tabla 13..Hipótesis de aprendizaje nivel 6

EDAD		LONGITUD	ÁREA	P	ARGUMENTACIÓN
6 a 8	Proceso	Conservación de la longitud.	Medición del área		Enunciación
		Medición de longitud.	Conservación del área		
	Subproceso	Conservación de la longitud, movimiento y forma.	Operación relación instrumentos y unidades.		Expresión y progresión
		Identificación de instrumentos de medida			
Indicadores	<p>1. Analiza los extremos de una línea, los desplazamientos y cambios de forma para determinar cambios en la medida (conservación).</p> <p>2. Utiliza diferentes estrategias para verificar la longitud de un objeto al realizar transformaciones de forma.</p> <p>3. Usa instrumentos de medida convencionales y no convencionales.</p> <p>4. Relacionan unidades y longitudes, utilizando diferentes estrategias para estimar la medida.</p>	<p>1. Utiliza diferentes estrategias para medir el área de un objeto.</p> <p>2. Usa objetos físicos o un estimado al determinar la medida del área.</p> <p>3. Relaciona cambios en forma, color o posición al indicar que una figura conserva o no su área en relación con otra.</p>	<p>1. Manifiesta dominio del lenguaje y la comunicación busca argumentar su postura utilizando argumentos cuasi-lógicos.</p>		

Fuente: Elaboración propia, 2020.

5.2 Trayectoria hipotética de enseñanza (THE). Secuencia de actividades

El diseño de las actividades correspondiente a la trayectoria hipotética de enseñanza tuvo en cuenta los ambientes de aprendizaje accesibles y afectivos.

Un ambiente de aprendizaje es un espacio estructurado donde se realiza la relación que vincula a la enseñanza con el aprendizaje, y está diseñado para promover dicha relación. Un ambiente de aprendizaje está entonces constituido tanto de elementos físicos como teóricos que deben buscar adaptarse a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Dada esta caracterización general del ambiente de aprendizaje es claro que estos pueden tomar una variedad de formas (virtual, físico, urbano, rural etc.); y un mismo ambiente puede demostrar una variedad de dimensiones (social, educativa, espacial, formativa, tecnológica, afectiva, etc.) en la medida en que promueva, por ejemplo, el diálogo, la integración tecnológica, el desarrollo del sujeto, la didáctica, o las relaciones socioculturales. (Bravo y León, 2018).

El diseño de las actividades utilizó tres núcleos de trabajo el juego, los proyectos de aula y los talleres, estos dispositivos de acuerdo con lo planteado por Calderón y León (2016) se reconocen como un medio de reflexión y producción de conocimiento que potencian aprendizajes significativos, efectivos y duraderos; además, de facilitar el aprendizaje procesual, el despliegue de habilidades y las interacciones con los otros y su entorno.

De esta manera se propuso el uso de estos dispositivos atendiendo a las siguientes características:

1. **El Juego:** Es la actividad que se realiza generalmente para divertirse o entretenerse y en la que se ejercita alguna capacidad o destreza; en esta acción se manifiestan el ingenio, la creatividad, las habilidades y las destrezas relacionados con las exigencias y las reglas

establecidas. Como dispositivo didáctico adquiere el carácter de propuesta intencionada y estructurada con fines educativos y, en particular, para ser implementada en una relación de enseñanza y aprendizaje; reconociendo sus características en una micro y macroestructura.

Microestructura

- Tiene un fin en sí mismo
- Hay sentimiento de tensión
- Es finito en el tiempo y en el espacio
- Tiene reglas
- Se asocia con condiciones distintas al mundo real.

Macroestructura

- Dimensión epistemológica
- Dimensión cognitiva
- Dimensión comunicativa
- Dimensión sociocultural

2. **Proyecto de Aula:** Se reconoce que esta opción pedagógica, potencia el proceso de construcción de conocimiento, pues su aplicación moviliza, de manera significativa, las condiciones cognitivas, comunicativas, afectivas y volitivas de los sujetos, dado el tipo de participación social que le impone esta dinámica a los estudiantes.
3. **Talleres:** El taller será asumido como dispositivo didáctico en términos sistémicos. Es decir, comprende la organización de un conjunto de elementos para facilitar un proceso de aprendizaje o para generar una situación de aprendizaje. En ese sentido, el dispositivo puede ser aplicado en distintos momentos, con diferentes actores y variar los intereses de aprendizaje.

De esta manera se propone el uso de estos dispositivos atendiendo a las siguientes características:

Juegos: Se utilizarán juegos tradicionales de Mesa, papel y lápiz, movimiento, uso de fichas (Carreras, cauchito, piquis, entre otros).

Proyecto de Aula: Utilizará como escenario la exploración de los alimentos del campo y la construcción de una huerta urbana

Talleres: Relacionarán la experiencia de los niños en las actividades de juego y proyecto, además de los procesos de aprendizaje referidos en los niveles de trabajo.

La secuencia de enseñanza cuenta con 30 actividades, en las cuales se involucraron los indicadores de trabajo establecidos en las hipótesis de aprendizaje determinados para cada nivel; se usó el formato de diseño que se muestra en la Tabla 14, favoreciendo la identificación de los elementos para tener en cuenta en el proceso de evolución de las actividades; este formato se fue ajustando en búsqueda de reconocer fácilmente sus componentes.

Tabla 14. Formato utilizado en el diseño de las actividades

ACTIVIDADES					
NIVEL N°					
Actividad /Nombre de la actividad					
Indicador De Progreso	Propósito	Descripción Del Proceso Instruccional De La Actividad	Evaluación	Recursos	Registro De La Información

Fuente: Elaboración propia, 2021

6 EVOLUCIÓN DE LA TRAYECTORIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE. RECOLECCIÓN DE DATOS Y ANÁLISIS

Esta fase tiene como objetivo, la evolución de la trayectoria hipotética de enseñanza (THE), que en términos generales corresponde a la implementación de las actividades, la recolección de datos y su análisis. Para iniciar esta fase se tuvo en cuenta la población establecida, la secuencia de actividades diseñada a partir de la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) y se consideró las condiciones de bioseguridad requeridas por la emergencia sanitaria referida al COVID 19, debido a que las sesiones correspondientes a la evolución de la secuencia de actividades (THE) se realizaron de manera presencial.

Durante el desarrollo de cada actividad, se realizaron registros fotográficos y de vídeo; esta información se organizó haciendo uso de rejillas de observación y el software ELAN; permitiendo generar el análisis de los resultados según los indicadores de progreso.

7 ANALISIS DE RESULTADOS: IDENTIFICACIÓN DE LA TRAYECTORIA REAL DE APRENDIZAJE (TRA)

La identificación de la trayectoria real de aprendizaje consiste en reconocer el camino que llevó cada uno de los niños en el aprendizaje progresivo del perímetro y el área, y el desarrollo de los procesos argumentativos. Simultáneamente se revisa la pertinencia y validez de las hipótesis formuladas en el diseño.

7.1 Análisis a posteriori por niveles

7.1.1 Nivel 1

Para este nivel, se diseñaron cuatro actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realizó a partir de los indicadores establecidos para el nivel 1. Ver Tabla 15.

Tabla 15.Indicadores Nivel 1

Longitud	L1. Manifiesta sensibilidad a los bordes, lados, contornos y superficies de diferentes objetos.
	L2. Establece relaciones entre elementos resaltando características como largo, corto, rectilíneo, curvo.
Argumentación	AR1. Manifestación Expresividad de emociones, necesidades con sonidos y gestos.

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 16 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 16. Manifestación de indicadores Nivel 1

Estudiante	Longitud				Argumentación			
	L1		L2		AR1			
Sara	■	■	■	■	■	■	■	■
Camila	■	■	■	■	■	■	■	■
Diana	■	■	■	■	■	■	■	■
Katerín	■	■	■	■	■	■	■	■
Jacobo	■	■	■	■	■	■	■	■
Manuel	■	■	■	■	■	■	■	■

■	Actividad 1 Juego de Mímicas
■	Actividad 2 Taller Inventando mis juguetes
■	Actividad 3 Juego El zorro astuto
■	Actividad 4 Proyecto Visita al Fruver

Fuente: Elaboración propia, 2021

De acuerdo con la Tabla 16, se reconoce la presencia de los procesos planteados para el nivel a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la realización de las actividades diseñadas.

A continuación, se presenta en la Figura 6 las trayectorias para el nivel 1.

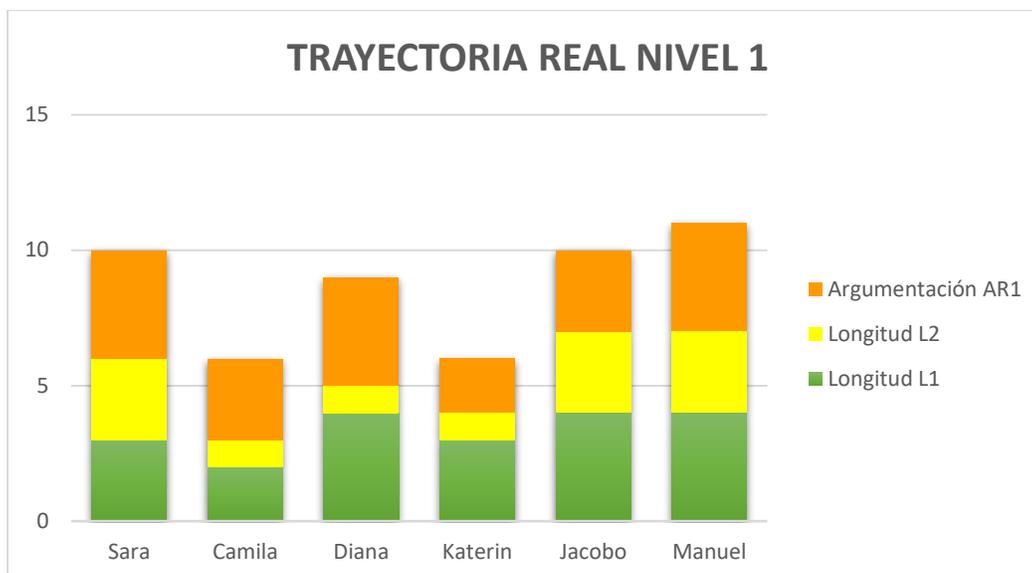


Figura 6. Trayectorias para el nivel 1.
Fuente: Elaboración propia, 2021

La trayectoria real del nivel 1, permite identificar la pertinencia de las actividades propuestas para el desarrollo de los procesos correspondientes a este nivel; es importante destacar como cada una de las actividades favoreció la percepción de la longitud utilizando elementos del contexto, se reconoce el juego del zorro astuto como la actividad que permitió revelar una mayor cantidad de manifestación de indicadores y expresividad de los niños; conforme con la sensibilidad a los bordes, contorno, lados; las relaciones entre elementos de acuerdo al largo, corto, recto, curvo y la expresividad de emociones con sonidos y gestos.

La Tabla 16; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 1 se reconocen las siguientes características:

- Los indicadores no se revelan de la misma manera para todos los estudiantes; se hace evidente para algunos estudiantes una mayor frecuencia en la aparición de los indicadores que para otros; esto, puede relacionarse con la experiencia de los niños, su edad, grado de escolaridad, etc.

- Se revela una mayor cantidad de indicadores que corresponden a longitud (L1) y la Argumentación (AR1).
- Se evidencia una menor expresión de los indicadores para la argumentación en Katerin, la cual al tener dificultades en su proceso lecto escritor (información suministrada por la madre de la niña) se relaciona con timidez y prevención, aunque comunica sus ideas frente a las actividades; evidenció una mayor prevención en su expresión; sus intervenciones fueron cortas y específicas acorde con lo solicitado para cada actividad.
- El establecimiento de relaciones entre elementos resaltando características como largo, corto, recto, curvo correspondiente al indicador de longitud (L2), se muestra con una menor presencia en Camila, Diana y Katerín, las niñas en el desarrollo del juego el zorro astuto, manifiestan el indicador; pero, en otras actividades este indicador no se revela de la misma manera; como si se presenta en Sara, Jacobo y Manuel, los cuales muestran una mayor frecuencia en su manifestación.

7.1.2 Nivel 2

Para este nivel, se diseñaron cinco actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realiza a partir de los indicadores establecidos para el nivel 2. Ver Tabla 17.

Tabla 17 Indicadores Nivel 2

Longitud	I1. Muestra apreciación de la distancia en términos de recorridos, cerca y lejos.
Área	A1. Identifica las dimensiones: Una dimensión. (Líneas) dos dimensiones (Lados, bordes).
Perímetro	P1. Usa de la línea al determinar formas-figuras, abiertas y cerradas. P2. Conoce y diferencia la región interna y la región externa de una superficie resaltando

	características asociadas a los términos dentro y fuera.
Argumentación	AR1 Manifiesta interés por lo que sucede en su entorno inmediato: mira, explora, formula preguntas, desea conocer el porqué y el nombre de las cosas.

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 18 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 18. Manifestación de indicadores Nivel 2

Estudiante	Longitud				Área				Perímetro				Argumentación							
	L1				A1				P1				P2				AR1			
Sara	■				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Camila	■				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Diana	■								■	■	■	■					■		■	
Katerín	■								■				■							
Jacobo	■				■	■	■	■	■				■	■	■	■	■	■	■	■
Manuel	■								■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

■	Actividad 1 Juego Piquis
■	Actividad 2 Taller Dejando huella
■	Actividad 3 Juego Cauchito
■	Actividad 4 Proyecto Explorando los alimentos
■	Actividad 5 Taller Formando formas

Fuente: Elaboración propia, 2021

De acuerdo con la Tabla 18 , se reconoce la presencia de los procesos planteados para el nivel 2 a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la realización de las actividades diseñadas; en este nivel se aumenta el número de indicadores con respecto al nivel 1, aparecen indicadores para el área y el perímetro.

A continuación, se presenta en la Figura 7 las trayectorias para el nivel 2.

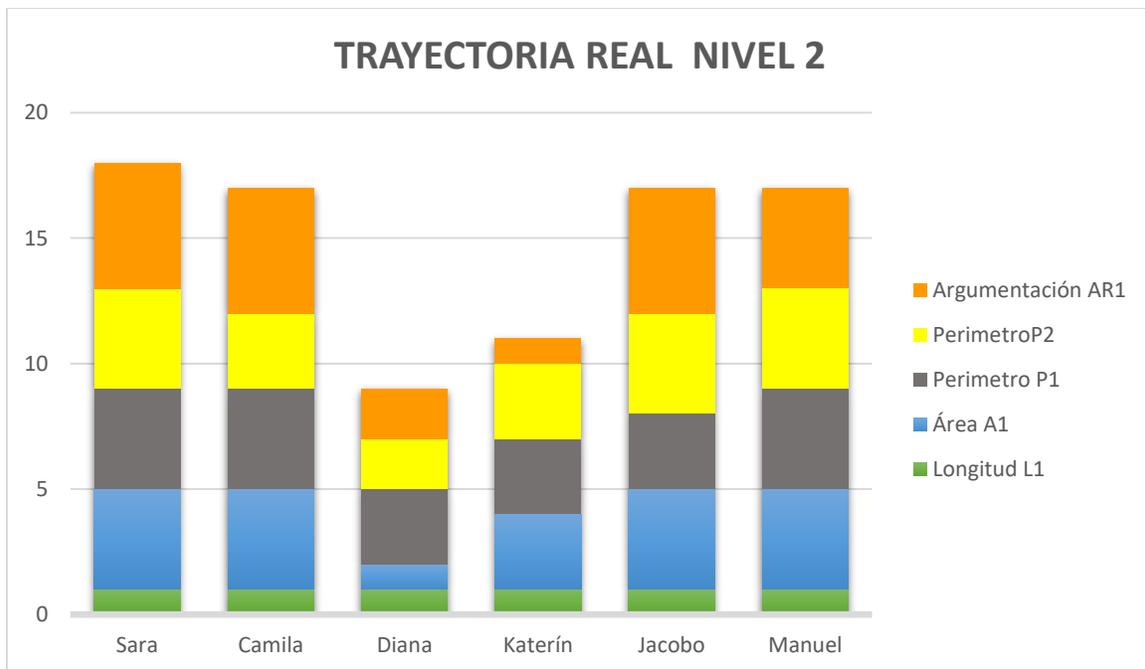


Figura 7. Trayectorias para el nivel 2.
Fuente: Elaboración propia, 2021

Para este nivel, las actividades propuestas permitieron fomentar los procesos de percepción de la longitud, el perímetro y el área en los niños, junto a su expresividad por medio de los indicadores de argumentación; se destacan los talleres dejando huella, formando formas y el juego cauchito, al propiciar la expresividad de los indicadores del área (A1) y el perímetro (P1) Y (P2) dirigidos a reconocer la línea, sus dimensiones; usar la línea al construir formas e identificar la región interna y externa de una figura.

El juego piquis y el proyecto explorando los alimentos, fueron pertinentes para el indicador del perímetro (P2) de acuerdo con la identificación de regiones internas y externas en elementos concretos. Por otra parte, para el indicador (L1) de longitud, la apreciación de distancias en términos de recorridos se identificó a partir del juego de piquis, que permitió a los niños reconocer diferentes trayectorias de las canicas y realizar análisis acerca de sus distancias para determinar un ganador.

La Figura 7 permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 2 se identifican las siguientes características:

- Se reconoce una baja expresión del indicador argumentativo (AR1) en Katerín y Diana.
- Se evidencia en el indicador de longitud (L1) una baja manifestación para todos los estudiantes, esto se puede relacionar con el uso de una sola actividad para fomentar la expresión de este indicador, la cual fue la actividad de piquis; en su evolución se evidenciaron en el contexto del juego avances en las expresiones argumentativas y de longitud en los niños en general.
- Se reconoce el indicador de perímetro (P1) con una frecuencia notable en todos los niños, en la evolución de las actividades, se reconoció el uso de la línea al generar figuras abiertas y cerradas, en el caso de Diana se presenta una menor frecuencia de manifestación del proceso de percepción del perímetro de acuerdo con las actividades de trabajo.
- Para el indicador de perímetro (P2) y área (A1), se muestra una expresividad del proceso de percepción a nivel del grupo en general, se manifiesta identificación de las dimensiones y la región interna y externa de una figura en diferentes contextos; aunque

se presenta una baja manifestación de indicadores en Diana, se reconoce avances en el desarrollo de los procesos establecidos para el nivel.

7.1.3 Nivel 3

Para este nivel, se diseñaron seis actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realizó a partir de los indicadores establecidos para el nivel.

Tabla 19. Indicadores Nivel 3

Longitud	<p>L1. Usa representaciones verbales y gráficas para expresar la longitud como largo, distancia, lejos, cerca, espacio, trayecto, línea, camino, alto, etc.</p> <p>L2. Realiza comparaciones directas e indirectas de longitud evidenciando relaciones de igual que, mayor que y menor que.</p>
Área	<p>A1. Ordena y compara diferentes materiales resaltando las características y representaciones del área.</p>
Perímetro	<p>P1. Agrupa elementos de acuerdo con las características de las figuras resaltando sus contornos y bordes.</p>
Argumentación	<p>AR1. Manifiesta relaciones de comparación y aumenta el uso de oraciones interrogativas</p>

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 20 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 20. Manifestación de indicadores Nivel 3

Estudiante	Longitud						Área			Perímetro			Argumentación				
	L1		L2				A1			P1			AR1				
Sara	■	■		■	■	■	■	■	■		■		■	■	■	■	■
Camila	■	■		■	■						■			■	■	■	■
Diana	■			■	■						■			■	■	■	
Katerín	■			■	■						■			■	■	■	
Jacobo	■	■		■	■		■				■		■	■	■	■	■
Manuel	■			■	■	■					■		■	■	■	■	■

■	Actividad 1 Taller Recorriendo mi casa
■	Actividad 2 Taller Pasa la puerta
■	Actividad 3 Proyecto Pensando en crear un semillero
■	Actividad 4 Proyecto Construcción del semillero
■	Actividad 5 Proyecto ¿Cómo crecen mis semillas?
■	Actividad 6 Juego Ranas saltarinas

Fuente: Elaboración propia, 2021

La Tabla 20 permite reconocer la presencia de los procesos planteados para el nivel 3 a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la realización de las actividades diseñadas; se distinguen diferentes frecuencias en la aparición de su manifestación según las actuaciones de los niños en su desarrollo.

A continuación, se presenta en la Figura 8 las trayectorias para el nivel 3.

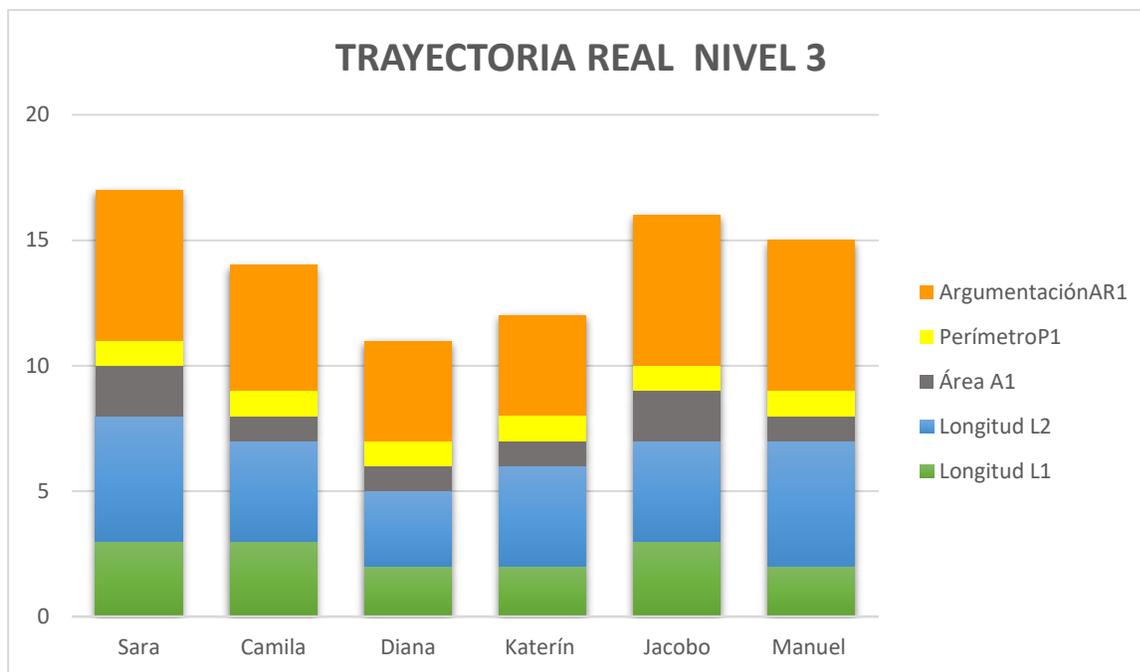


Figura 8. Trayectorias para el nivel 3.

Fuente: Elaboración propia, 2021

Las actividades para este nivel permitieron la evidencia de los procesos de percepción y medida de la longitud y el área, al igual que la percepción del entorno y la frontera para el perímetro; esto a través de la expresión de comparaciones, el proceso argumentativo se enriqueció por el uso de la escritura, aunque no estaba prevista su utilización para este nivel.

Se resalta la actividad pasa la puerta diseñada para propiciar comparaciones directas e indirectas de longitud, como la actividad que permitió revelar una mayor cantidad de indicadores, tales como: indicadores de longitud (L1), (L2), el indicador de área (A1) y el de argumentación (AR1); debido a que favoreció el uso de diferentes representaciones de la longitud, efectuar comparaciones y ordenar diversos materiales resaltando sus características.

El uso de material manipulativo favoreció el progreso en los procesos de comparación tanto de la longitud como de la argumentación.

La Figura 8 permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 3 a continuación se presentan sus características:

- Se reconoce un aumento en la expresión del indicador argumentativo (AR1) en Katerín y Diana con respecto a los niveles 1 y 2; las niñas encuentran en las actividades propuestas relaciones con su entorno que les facilita comunicar sus posturas.
- Se presenta el indicador de longitud (L1) en general para el grupo de niños, en el caso de Diana, Katerín y Manuel se hace evidente una menor manifestación de representaciones verbales y gráficas para expresar la longitud.
- Se resalta en el indicador de longitud (L2) su manifestación para el grupo de niños, evidenciando un avance en la experiencia de percepción de la longitud; los niños enuncian expresiones de comparación, sus intervenciones fueron frecuentes relacionando indicadores de mayor, menor e igual en relación con elementos de su contexto involucrados en las actividades.
- Los indicadores para el área (A1) y el perímetro (P1) evidencian una baja manifestación en general considerando la cantidad de actividades que se utilizaron para fomentar el proceso de percepción.
- En general los indicadores muestran avances en el desarrollo de los procesos establecidos para el nivel, evidenciando un mayor progreso en los procesos de longitud y argumentación.

7.1.4 Nivel 4

Para este nivel se diseñaron seis actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realiza a partir de los indicadores establecidos para el nivel 4. Ver Tabla 21.

Tabla 21. Indicadores Nivel 4

Longitud	L1. Realiza descomposiciones y recomposiciones de longitudes relacionando las partes y el todo.
Área	A1. Representa el área haciendo uso de palabras de su contexto y dibujos que resaltan sus características. A2. Realiza comparaciones entre diferentes superficies considerando sus lados en relación del largo y el ancho.
Perímetro	P1. Relaciona las rectas, la abertura y movimiento generando dibujos y explicaciones sencillas
Argumentación	AR1. Genera descripciones de situaciones planteadas. Manifiesta mejoras en el uso de palabras y oraciones

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 22 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 22. Manifestación de indicadores Nivel 4

Estudiante	Longitud				Área				Perímetro				Argumentación							
	L1				A1				A2				P1				AR1			
Sara	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Camila	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Diana	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Katerín	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Jacobo	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Manuel	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

■	Actividad 1 Taller De camino a la tienda.
■	Actividad 2 Juego Cuadrato
■	Actividad 3 Taller Comparando áreas
■	Actividad 4 Taller comparando áreas II
■	Actividad 5 Proyecto Creando una matera, trasplanto mi semilla.
■	Actividad 6 Juego Armandó líneas y ángulos.

Fuente: Elaboración propia, 2021

La Tabla 22 permite reconocer la presencia de los procesos planteados para el nivel 4 a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la evolución de las actividades diseñadas.

A continuación, se presenta en la Figura 9 las trayectorias para el nivel 4.

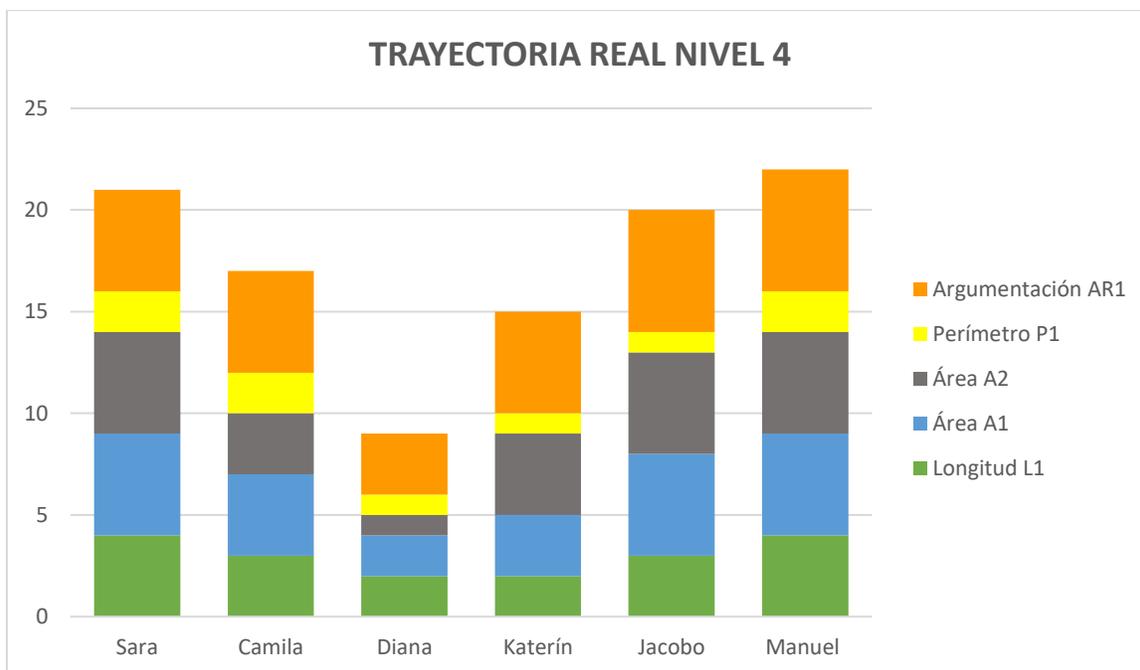


Figura 9. Trayectorias para el nivel 4.
Fuente: Elaboración propia, 2021

Para este nivel se aumentan la cantidad de indicadores para el área con respecto a los niveles anteriores.

Las actividades permitieron evidenciar los procesos establecidos para el nivel; las actividades más fuertes para el desarrollo de la medición del perímetro y área fueron el taller de camino a la tienda para la longitud y el taller comparando áreas para el área, estas actividades favorecieron la composición y descomposición de longitudes al igual que las representaciones y comparaciones para el área.

En el caso de la apreciación del ángulo y giro, el juego armando líneas y ángulos, favoreció la visualización de las rectas, la abertura y el movimiento generando explicaciones sencillas.

Los avances en la utilización de los procesos argumentativos se manifestaron en la evolución de las diferentes actividades, donde se propiciaron la comunicación de ideas a partir de la exposición de resultados entre el grupo de niños.

La Figura 9 permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 4, a continuación, se presentan sus características:

- Se resalta la expresividad del indicador de longitud (L1) en el grupo en general siendo Sara y Manuel los que evidencian una mayor frecuencia; aunque se presentan la expresividad del indicador con menor frecuencia en Diana y Katerín, es importante destacar el desarrollo del proceso y su avance en los diferentes niveles.
- Se destaca el aumento en la expresividad de los indicadores de área (L1) y (L2), se evidencia alta frecuencia en la mayoría de los niños, en el caso de Diana las manifestaciones de los indicadores se reconocieron con más fuerza en algunas actividades que en otras.
- Se reconoce la expresividad del indicador de perímetro (P1) en los niños, evidenciando progreso en el desarrollo del proceso de apreciación del ángulo, debe resaltarse que este proceso requiere trabajo y fortalecimiento para avanzar en su identificación y aplicación.
- Se identifica un aumento progresivo en los indicadores argumentativos evidenciando aumento en la expresividad de ideas, socializaciones de resultados de acuerdo con los indicadores establecidos, se resalta que para algunos niños es más sencillo su proceso de comunicación, algunos muestran timidez frente a la comunicación, pero al ser indagados socializan conforme con los cuestionamientos de las actividades planteadas.
- En general los indicadores muestran avances en el desarrollo de los procesos dispuestos para el nivel.

7.1.5 Nivel 5

Para este nivel se diseñaron cuatro actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realiza a partir de los indicadores establecidos para el nivel 5. Ver .

Tabla 23 .

Tabla 23. Indicadores Nivel 5

Longitud		<p>L1. Mide mediante el uso repetitivo de una unidad (puede que al principio no sea preciso en este tipo de iteraciones).</p> <p>L2. Suma dos longitudes para obtener una longitud total.</p> <p>L3. Relaciona tamaño y número de unidades explícitamente (pero es imposible que no pueda apreciar la necesidad de tener unidades idénticas en las diferentes situaciones).</p>
Área		<p>A1. Utiliza procedimientos de comparación de objetos según el atributo que se va a medir; determina una medida y la verifica.</p>
Perímetro		<p>P1. Relacionan las características de las figuras para diferenciar ángulos y tamaños de ángulos a partir de figuras y contextos, también compara tamaños de ángulos.</p> <p>P2. Determinan que dos ángulos son iguales al verificar que tienen el mismo sentido y tamaño, realizando movimientos o superposiciones</p> <p>P3. Utilizan el conjunto de formas para encontrar formas que tienen los mismos ángulos,</p>

		incluso si las formas no son congruentes.
Argumentación		AR1. Refiere acciones hipotéticas o posibles. Incorpora el uso de complementos circunstanciales (lugar, tiempo, modo, finalidad, causa entre otros) y las preguntas asociadas a estos.

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 24 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 24. Manifestación de indicadores Nivel 5

Estudiante	Longitud			Área	Perímetro			Argumentación
	L1	L2	L3	A1	P1	P2	P3	AR1
Sara	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
Camila	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
Diana	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
Katerin	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
Jacobo	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■
Manuel	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■

■	Actividad 1 Taller Midiendo caminos
■	Actividad 2 Juego Tripas de gato
■	Actividad 3 Taller Decoración del techo
■	Actividad 4 Taller Formas y figuras

Fuente: Elaboración propia, 2021

La Tabla 24 permite reconocer la presencia de los procesos planteados para el nivel 5 a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la evolución de las actividades diseñadas.

A continuación, se presenta en la Figura 10 las trayectorias para el nivel 5.

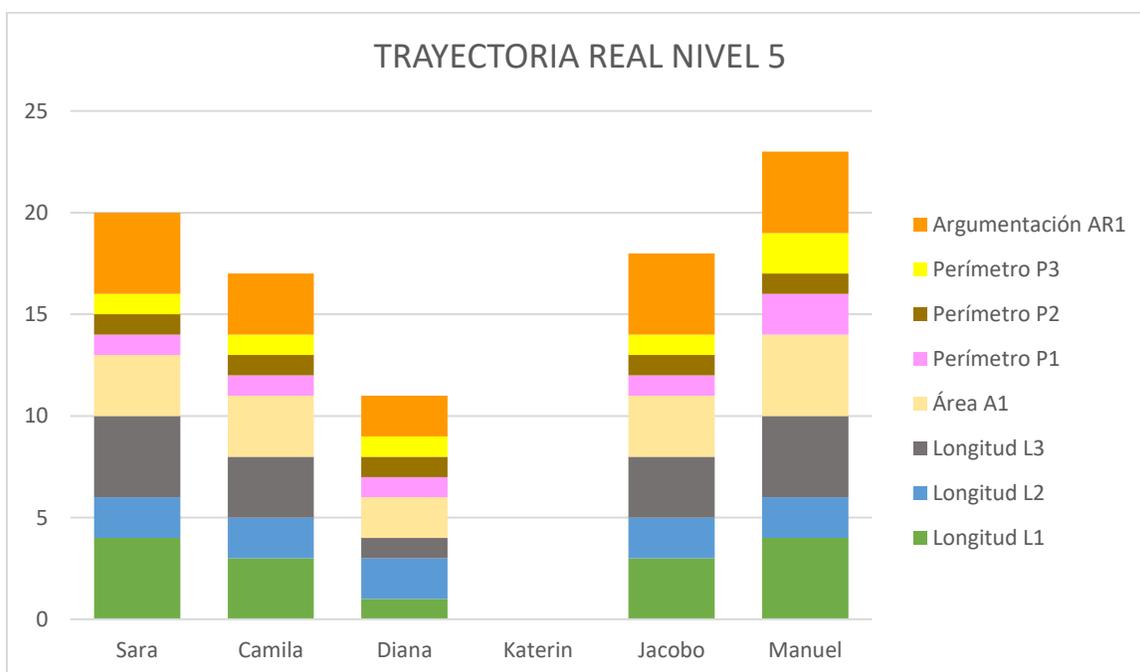


Figura 10. Trayectorias para el nivel 5.
Fuente: Elaboración propia, 2021

Las actividades permitieron evidenciar los procesos establecidos para el nivel; los procesos de medida para la longitud fueron potenciados por el taller midiendo caminos y tripas de gato; donde se evidenció el uso de unidades de medida, el reconocimiento de diferentes caminos junto a la unión de longitudes para establecer una sola longitud en términos de distancia.

El proceso de medida del área fue dinamizado por el taller decoración del techo, el cual favoreció la comparación entre el objeto a medir y diferentes estrategias de medición, donde se integró el uso de unidades de medida.

En el caso del proceso de apreciación del ángulo y la amplitud, la actividad con mayor fuerza para favorecer el proceso fue el taller de formas y figuras, el cual fortaleció la relación entre el conjunto de formas, sus lados y aberturas, permitiendo la realización de comparaciones.

La Figura 10 permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 5, a continuación, se presentan sus características:

- Se resalta el aumento en la cantidad de indicadores para la longitud y el perímetro con respecto a los niveles anteriores.
- Para este nivel es notoria la ausencia de Katerín, la cual se retira de la investigación debido al traslado de su lugar de vivienda a otra ciudad.
- Se destaca en el grupo de estudiantes la manifestación de los indicadores para la longitud (L1), (L2) y (L3), reconociendo avances en su proceso de medición de la longitud; en el caso de Diana los niveles de manifestación son bajos, pero evidencian acercamientos y avances en el desarrollo del proceso.
- Sobresale las manifestaciones del indicador para el área (A1) en el grupo en general evidenciando operaciones con el área.
- La expresividad de los indicadores para el perímetro (P1), (P2) y (P3) se presenta de forma homogénea en la mayoría de los niños, en Manuel se presenta una mayor manifestación de los indicadores (P1) y (P3) en las cuales se evidencia presencia de relaciones y uso de las formas en la apreciación del ángulo.
- Se distingue la expresividad del indicador para la argumentación (AR1), los niños usan supuestos o conjeturas para relacionar sus resultados, se muestran tranquilos frente a la comunicación de ideas y comentarios frente a su trabajo; Diana se muestra tímida frente a

la socialización de su trabajo, pero frente a la relación con sus compañeros es abierta al expresar sus resultados.

- En general se evidencia avances en el proceso, que dan cuenta del trabajo y la interacción con las diferentes actividades diseñadas para cada nivel.

7.1.6 Nivel 6

Para este nivel, se diseñaron cuatro actividades utilizando los dispositivos propuestos; el análisis e identificación de la trayectoria real TRA se realiza a partir de los indicadores establecidos para el nivel 6. Ver Tabla 25.

Tabla 25. Indicadores Nivel 6

Longitud	<p>L1. Analiza los extremos de una línea, los desplazamientos y cambios de forma para determinar cambios en la medida (conservación).</p> <p>L2. Utiliza diferentes estrategias para verificar la longitud de un objeto al realizar transformaciones de forma.</p> <p>L3. Usa instrumentos de medida convencionales y no convencionales.</p> <p>L4. Relacionan unidades y longitudes, utilizando diferentes estrategias para estimar la medida.</p>
Área	<p>A1. Utiliza diferentes estrategias para medir el área de un objeto.</p> <p>A2. Usa objetos físicos o un estimado al determinar la medida del área.</p> <p>A3. Relaciona cambios en forma, color o posición al indicar que una figura conserva o no su área en relación con otra.</p>
Argumentación	<p>AR1. Manifiesta dominio del lenguaje y la comunicación busca argumentar su postura utilizando argumentos cuasi-lógicos</p>

Fuente: Elaboración propia, 2021

Estos indicadores se estudian a partir de su evidencia en el desarrollo de las actividades planteadas, a continuación, se presenta en la Tabla 26 la manifestación de los indicadores de progreso por estudiante.

Tabla 26. Manifestación de indicadores Nivel 6

Estudiante	Longitud				Área			Argumentación
	I1	I2	I3	I4	I1	I2	I3	I1
Sara	■	■	■	■	■	■	■	■
Camila	■	■	■	■	■	■	■	■
Diana	■	■	■	■	■	■	■	■
Katherin	■	■	■	■	■	■	■	■
Jacobo	■	■	■	■	■	■	■	■
Manuel	■	■	■	■	■	■	■	■

■	Actividad 1 Proyecto ¿Dónde pongo mi materia?
■	Actividad 2 Taller El ratón
■	Actividad 3 Taller La serpiente
■	Actividad 4 Taller Cambiando la forma de la serpiente y el ratón

Fuente: Elaboración propia, 2021

La Tabla 26 permite reconocer la presencia de los procesos planteados para el nivel 6 a partir de los indicadores propuestos, considerando su aparición en la evolución de las actividades diseñadas.

A continuación, se presenta en la Figura 11 las trayectorias para el nivel 6.

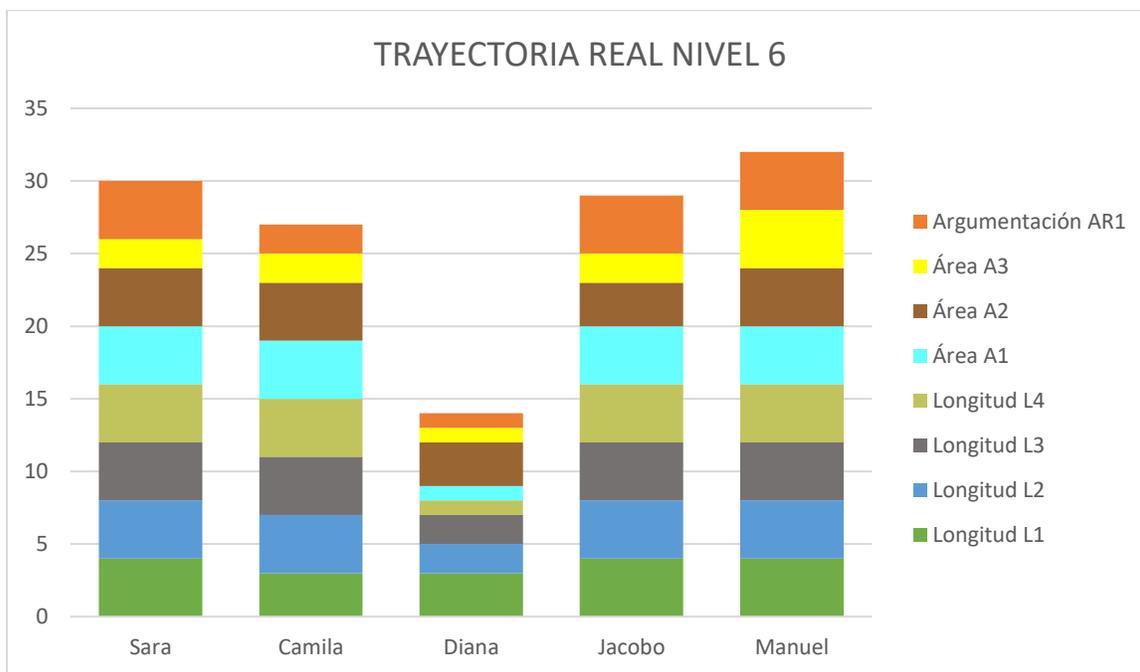


Figura 11. Trayectorias para el nivel 6.

Fuente: Elaboración propia, 2021

Las actividades diseñadas para el nivel 6 lograron evidenciar los indicadores propuestos, favoreciendo la progresión en los procesos de medida y conservación de la longitud y el área; al igual que los procesos de enunciación referentes a la argumentación.

Es importante resaltar la actividad proyecto ¿Dónde pongo mi matera? como la actividad que favoreció la operación de la longitud y el área, motivando a los niños a hacer uso de diferentes estrategias para medir estas magnitudes; al igual permitió el reconocimiento de relaciones y la comunicación de ideas.

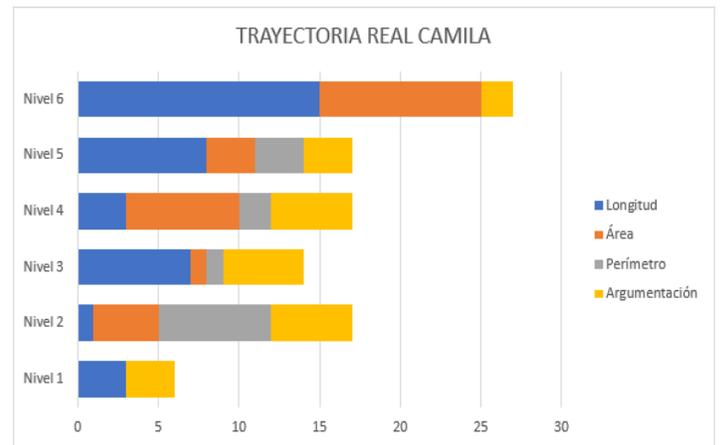
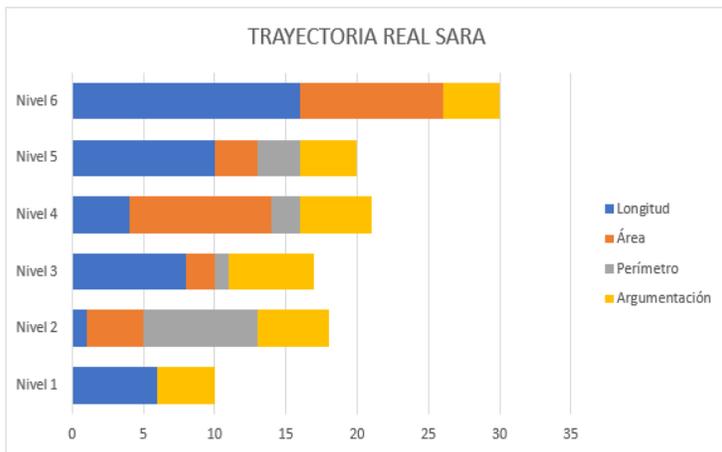
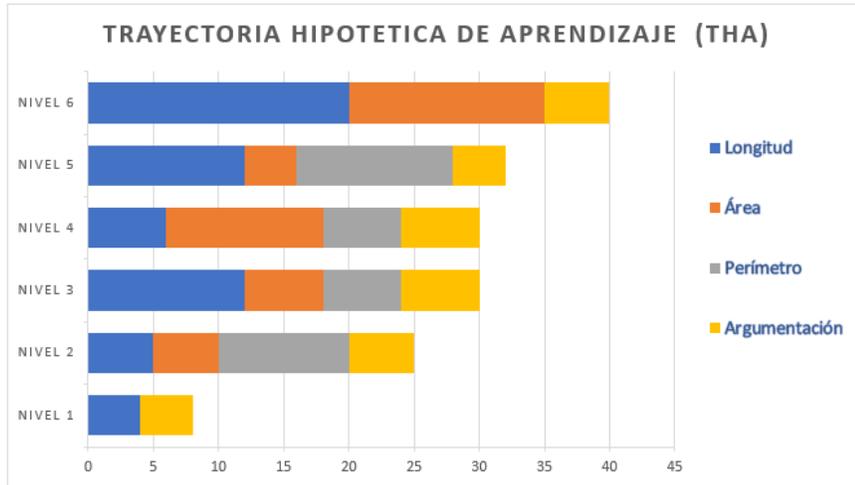
Los talleres el ratón y la serpiente, dinamizaron la utilización de la medida, al establecer unidades para determinar perímetro y área de una figura dada; además de generar descripciones del proceso realizado, junto a la determinación de conexiones y diferencias entre las medidas de estas magnitudes. Estas actividades dan paso al taller cambiando la forma del ratón y la serpiente

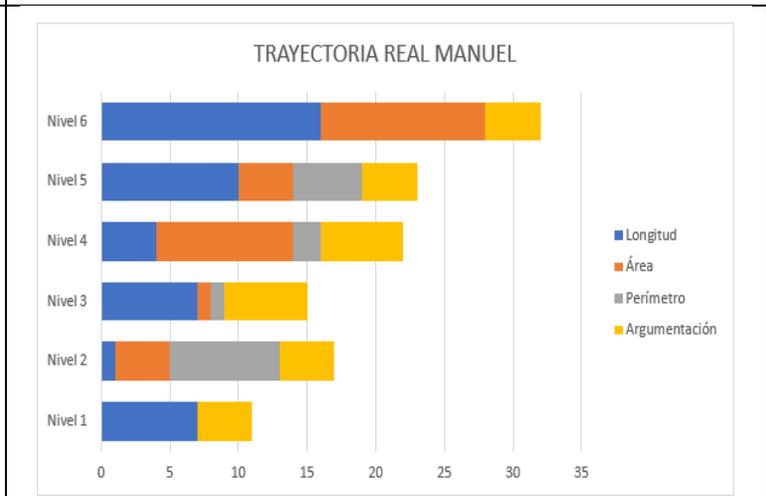
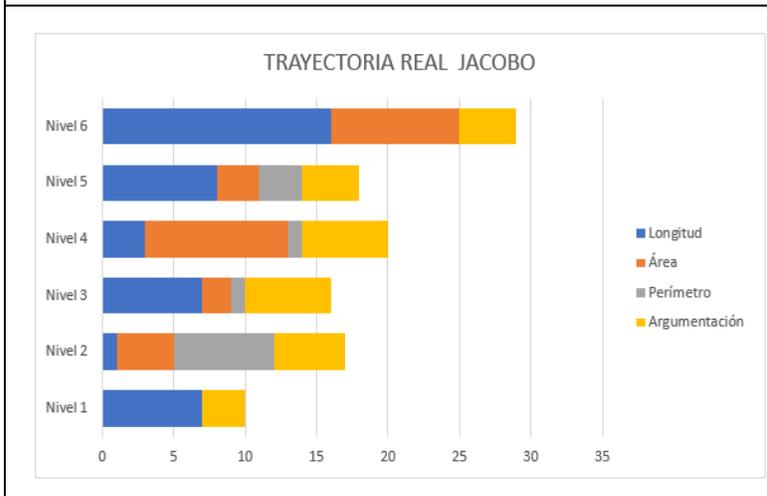
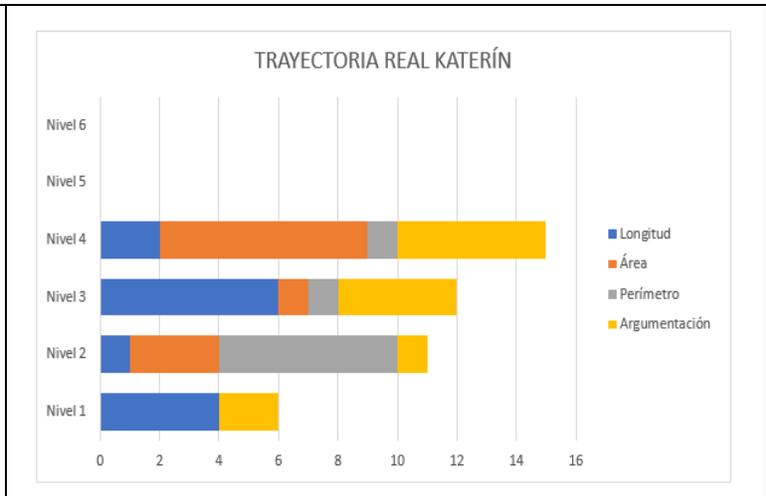
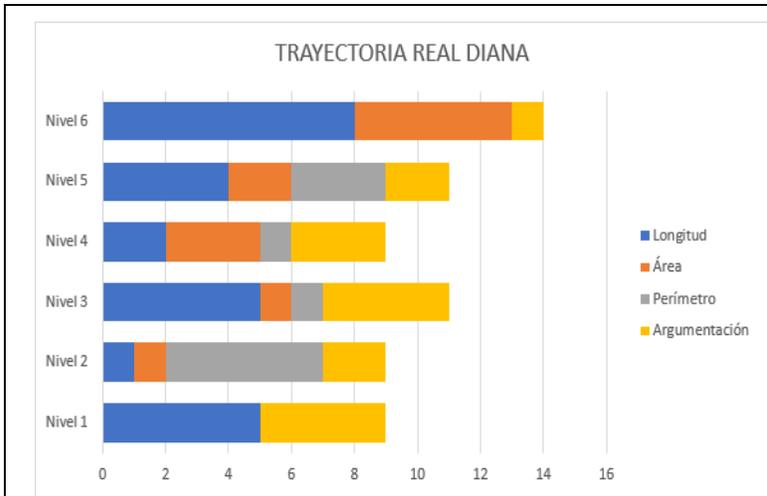
el cual se convierte en la actividad con mayor fortaleza para exteriorizar relaciones de conservación en el área y el perímetro.

La Figura 11 permite identificar los resultados para cada niño, de acuerdo con la descripción del nivel 6, a continuación, se presentan sus características:

- Es importante mencionar que la conceptualización de la longitud da paso a la construcción del perímetro, por lo cual para este nivel no se presentan indicadores de perímetro, pero se profundiza en los indicadores de longitud, exactamente en la medida lineal de una figura.
- Se destaca para los indicadores de longitud y área una expresividad de manera homogénea en los niños; en el caso de Diana los indicadores de longitud (L2), (L3), (L4), y área (A1) y (A3) presentan una menor frecuencia en su manifestación relacionándose con la utilización de estrategias de medida, aunque se reconocen avances en el desarrollo de este proceso.
- En la expresividad del indicador de argumentación (AR1) se reconoce progreso en las descripciones, explicaciones y uso del lenguaje, aunque Diana y Camila muestran una menor expresividad, su comunicación se relaciona con la confianza en el desarrollo de las actividades.
- Se reconocen progresos en los procesos establecidos para la longitud, el área y la argumentación en todos los niños evidenciando avances en la evolución de las actividades diseñadas para cada nivel de manera secuencial; de tal forma que se identifican las trayectorias reales de aprendizaje para cada uno de los niños, tal como se muestra a continuación en la tabla 27.

Tabla 27 . Trayectoria Hipotética de Aprendizaje y Trayectorias Reales para cada estudiante.





Fuente: Elaboración propia, 2021

La Tabla 27, permite reconocer las relaciones entre la trayectoria hipotética de aprendizaje dispuesta desde la teoría para la investigación, donde se articulan los diferentes procesos de desarrollo y progresión de la longitud, el área, el perímetro y la argumentación con las trayectorias reales de aprendizaje, que evidenciaron los niños en la evolución de las actividades planteadas para cada nivel. De acuerdo con la cantidad de indicadores y actividades dispuestas para cada nivel se generan las gráficas de análisis.

De esta manera se reconoce avances en los procesos de los niños, resaltando las cualidades y ritmos de aprendizaje de cada uno de ellos; donde se distinguen un acercamiento al aprendizaje, que evidencia diferentes formas de expresividad frente a las actividades propuestas, resaltando *como cada niño sigue su propio camino en el aprendizaje* dando cuenta de trayectorias diferentes.

Los niños que finalizan el proceso de investigación, se ubican en el nivel 6 de la trayectoria, de acuerdo con lo establecido para los niveles de progresión; es importante resaltar como para algunos de los niños se muestra con mayor fuerza el desarrollo de procesos, para otros se presenta iniciación en el desarrollo de procesos de tal forma, que no se relacionan con dificultades si no que se requiere continuar potenciando los procesos que se involucran en la trayectoria con otras actividades; además los niños tienen la oportunidad de continuar fortaleciendo sus aprendizajes en niveles posteriores asociados a su crecimiento y experimentación con estos conocimientos.

7.2 Análisis a posteriori; Seguimiento al desarrollo al desarrollo de procesos en la TRA.

A continuación, se presenta el desarrollo de los procesos para la longitud, el área, el perímetro y la argumentación, resaltando las actuaciones de los niños en la evolución de las actividades para cada nivel, esto correspondiente a las trayectorias reales de aprendizaje en relación con la trayectoria hipotética de aprendizaje.

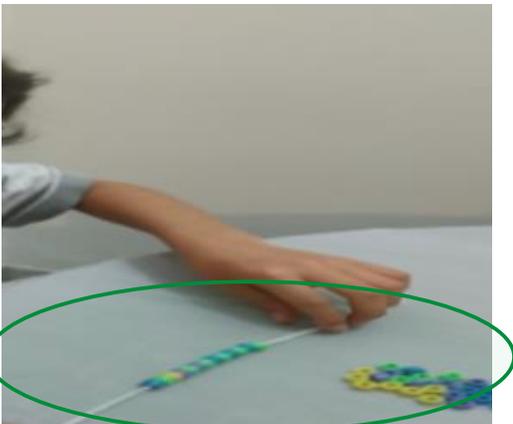
7.2.1 Longitud

El proceso de percepción de la Longitud se presenta a partir del reconocimiento de las cualidades de esta magnitud, las cuales se van dando en la interacción con las actividades planteadas; de esta manera, se identifican representaciones y expresiones de longitud, en las

cuales aparece el lenguaje asociado a la longitud, dibujos que refieren una distancia entre diferentes elementos referenciados y la clasificación de elementos por sus bordes y lados.

Considerando la descripción del proceso, a continuación, se presenta el progreso presentado por Jacobo y Diana.

Tabla 28. Registro fotográfico -Proceso de percepción de la Longitud en Jacobo.

<p>Jacobo evidencia percepción de la longitud como una distancia, la representa usando la línea.</p> 	<p>Analiza la distancia entre dos puntos utilizando palabras asociadas a la longitud. “Este quedó a más distancia, casi toca línea...”</p> 
<p>Usa la línea y nombra formas geométricas .“Tiene forma de gusanito, con ella puedo hacer una casita con rayas muy rectas, círculos, triángulos”</p>	
	

Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 29. Registro fotográfico- Proceso de percepción de la Longitud en Diana.

Diana reconoce la longitud como una distancia.



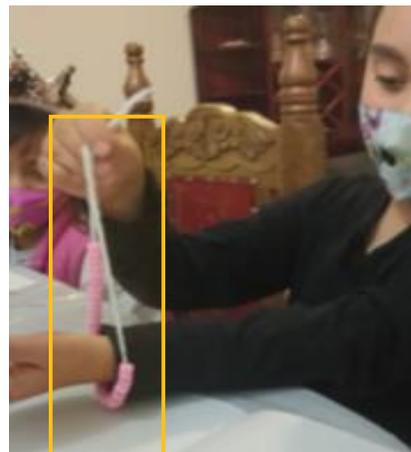
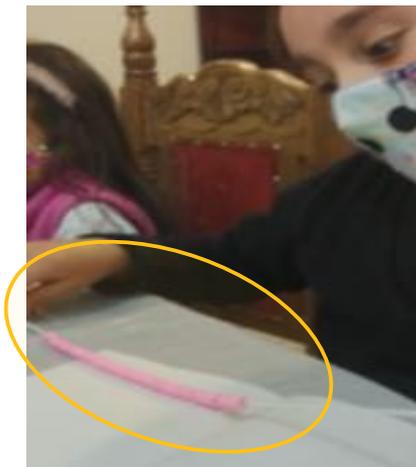
Usa la línea al representar la longitud resaltando características de su entorno.



Usa palabras asociadas a la longitud
“Gana el que quede más lejos”.



Reconoce la línea y nombra formas de su entorno asociadas a su uso. “Tiene forma de gusanito, puedo armar una manilla, una bolita o un corazón.”



Fuente: Elaboración propia, 2021

Tal como se aprecia en el registro fotográfico de las Tabla 28 y Tabla 29, se reconoce en las actuaciones de Jacobo y Diana, avances en el proceso de percepción de la longitud, esto se evidencia en el reconocimiento de la longitud en términos de distancia, junto con su representación donde se usa la línea para indicarla a partir de desplazamientos rectos y curvos que se reconocen en el dibujo; correspondiendo a la planteado por Euclides (1991), donde menciona como la longitud en un primer momento, es asociada a la línea incluyendo la utilización de elementos geométricos como lo son los puntos, la recta y sus extremos; usando como medio de expresión el dibujo o la imagen.

Jacobo y Diana, reconocen trayectos largos y cortos al realizar diferentes desplazamientos asociados a las actividades propuestas, además en la progresión de los niveles de la trayectoria avanzan en la utilización de la línea, para generar diferentes formas y figuras, aparecen descripciones de acuerdo con la composición de los elementos que se examinan e identifican figuras planas, que se asocian a los sólidos geométricos. De igual manera se asocia al trabajo el uso de palabras referidas a la longitud como camino, distancia, línea, lejos, cerca, etc.; correspondiendo a los términos presentados por Hernández (2004), los cuales relacionan el carácter visual de esta magnitud, y permite identificar la longitud como un espacio ocupado entre dos cuerpos.

El proceso de percepción de la longitud presenta características similares en los estudiantes, aunque la forma de expresividad y comunicación usadas para manifestarse son diferentes.

El Proceso Conservación de la Longitud se presenta cuando al realizar cambios de forma, color o posición, la longitud pertenece invariante; para lo cual se requiere relacionar las características cualitativas de figuras a medir en relación con su medida.

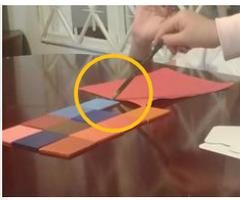
Considerando estas condiciones del proceso, se presenta el progreso presentado por Jacobo y Diana.

Tabla 30. Registro fotográfico Proceso Conservación de la Longitud en Jacobo

<p>Jacobo relaciona la cantidad de fichas con la longitud. “Yo miro el borde y cuento tienen los mismos”.</p>	
	
	
<p>Identifica el borde de la figura como la longitud a medir. “Conte cada lado por centímetros, con el lápiz señala diferentes espacios señalando que cada espacio corresponde a un centímetro. Señala mostrando el borde de la figura”.</p>	

Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 31. Registro Proceso Conservación de la Longitud en Diana

		<p>Diana reconoce el borde de la figura como la longitud a medir. “Sigue el borde con el dedo y menciona uno, dos, tres... al final dice el borde es 15 Al cambiar la figura realiza el mismo proceso y dice es el mismo”.</p>
---	---	---

	<p>Percibe el cambio de forma pero, omite las relaciones entre las medidas. “El borde cambia antes era una serpiente y ahora es un... nose ...un rectángulo creo”.</p>
---	---

Fuente: Elaboración propia, 2021

En las Tabla 30 y Tabla 31, se aprecia las cualidades del proceso de conservación en el progreso de los niños; en las transformaciones que sufre la figura centran la mirada en el borde, los niños muestran un acercamiento a distinguir las dimensiones asociadas a una dimensión (Línea) dos dimensiones (Lados, bordes), como se aprecia en el trabajo de Clements y Sarama (2015).

Jacobo reconoce la cantidad de fichas que componen la figura y se muestra consciente de que esta cantidad no se altera a pesar del cambio de forma, para Diana a pesar de reconocer el borde de la figura, su análisis se centra en el cambio de forma; de esta manera los niños muestran la identificación del borde de la figura, recorren la figura visualmente apoyados con objetos o dedos y realizan conteos para determinar una medida, siguen visualmente el desplazamiento de las fichas dándole importancia al tamaño de la figura, según el desplazamiento y el tamaño relacionan una medida que puede ser mayor o menor a la figura inicial presentada. En un primer momento las actuaciones de los niños se asocian a un proceso de no conservación de acuerdo con las características citadas por Rejón (2007). En el avance de los niveles se presentan características de conservación y no conservación de la longitud, que se van fortaleciendo a partir de la experiencia con las actividades planteadas para este proceso.

El proceso de medición de la longitud aparece en la operación de la longitud a partir de un tratamiento numérico, que involucra la selección de una unidad de medida junto con acciones directas e indirectas sobre un objeto o sobre el espacio en el caso de la distancia; implica actuaciones de comparación, estimación, uso de unidades convencionales y no convencionales, al igual que el uso de estrategias para determinar una cantidad en términos de longitud.

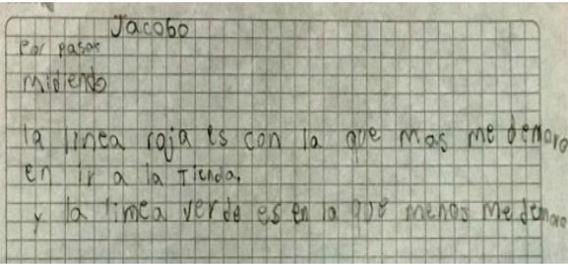
De acuerdo con estas características, se presenta el progreso presentado por Jacobo y Diana en este proceso.

Tabla 32. Registro fotográfico proceso de Medición de la Longitud en Jacobo

Jacobo realiza comparaciones de manera perceptual entre las longitudes de los planos, indicando distancias cortas y largas al determinar lugares específicos del plano.



Representa distancias, estima reconociendo posibles caminos; junto a la distancia entre ellos. Relaciona posibles unidades de medida convencionales y no convencionales contemplando el tiempo.

Jacobo
por pasos
midiendo
la línea roja es con la que más me demora
en ir a la tienda
y la línea verde es en la que menos me demora

“Midiendo con palmas, con pasos o con un metro/ en pasos de niño serían unos 20, en pasos de adulto unos 17 o 10/ con pasos y el metro también se puede medir la distancia a la tienda; con el metro sería más largo pues tocaría lo abro lo cierro, lo abro lo cierro (muestra el ejercicio con sus manos y va enumerando 1,2,3, y así)”.

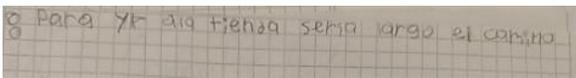
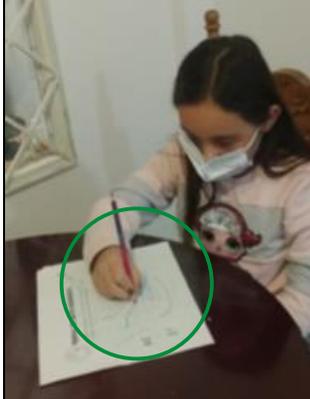
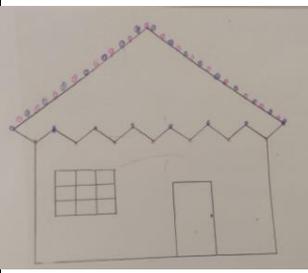
	<p>“La distancia es lo lejos que esta un objeto de mí. La distancia la puedo medir con pasos; así (muestra con los dedos el dar paso e ir enumerando 1,2,3)./ se podría medir usando centímetros, un lápiz, con la punta del lápiz o usando cuadritos, usando los dedos o con una regla con todos se puede.”</p>		<p>“Pues midiendo de nuevo y contando ...con un lápiz, una regla, los deditos. Contando estos punticos salen 28 metros cada puntico es un metro”.</p>
--	--	--	---

Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 33. Registro fotográfico proceso de Medición de la Longitud en Diana

Diana realiza comparaciones perceptuales entre distancias cortas y largas al determinar lugares específicos del plano.

<p>Representa distancias entre diferentes puntos realizando comparaciones entre trayectos largos y cortos, identifica la regla como una posible unidad de medida, relaciona la distancia con el tiempo estimado al recorrer un camino.</p>	
<p>“Hago tan, tan y llego a la tienda (señala con la mano el camino a recorrer indicando donde realiza un giro) se encuentran dos caminos uno largo y otro corto”.</p>	

<p>“Es que no se dé eso; responde sí le sirve la de la casa a la tienda empieza a mover el lápiz sobre el dibujo y dice sería muy demorado uno se cansa; es que esto es muy largo”.</p>		<p>mediría con una regla. No misma estrategia para ir</p>
	<p>Relaciona unidades de medida con posibles resultados. “Para mí la distancia es como alejarse de una persona para no enfermarse. Para dar la medida inicia a nombrar un paso dos pasos tres pasos... mientras apoya la punta del lápiz en la hoja. / Contando los puntos (empieza a marcar la punta consecutivamente mientras menciona 1,2,3...).</p>	<p>No menciona una estrategia, al ser cuestionada responde da números al azar; los bolitas de color las relaciona con la decoración de las bombillas. No utiliza ninguna de las unidades de medida presentadas.</p> 

Fuente: Elaboración propia, 2021

Se puede observar en el registro fotográfico de las Tabla 32 y Tabla 33, los avances de Jacobo y Diana en el proceso de medición de la longitud, en estos se hace evidente como las trayectorias reales de los niños empiezan a tomar rasgos diferentes, reconociendo sus conocimientos y experiencias frente a la medición; para Jacobo desde un primer momento de su interacción con las actividades se reconoce la necesidad de establecer una unidad de medida, considerando diferentes opciones que lo pueden acercar a generar una medida de la longitud en términos numéricos, Jacobo relaciona diferentes unidades de medida que van de lo convencional a lo no convencional, que van desde el uso de la regla a los pasos, las manos, el lápiz entre otros, establece secuencias de conteo que se referencian uno a uno, involucrando rasgos de acuerdo con lo mencionado por *Chamorro y Belmonte(2000)* “ El “transporte o “aplicación” de esa unidad al objeto es claramente una operación geométrica, mientras que contar “cuantas veces ...” es un cálculo aritmético”; en el avance del proceso de medición postula unidades de medida relacionadas con la longitud, pero no establece condiciones para su uso.

En el caso de Diana, evidencia la necesidad de la medida, realizando comparaciones de manera perceptual, identifica trayectos largos y cortos; a pesar de reconocer la regla como una herramienta que puede facilitar la medida de la longitud no amplia su uso, aunque relaciona el tiempo que puede utilizar en realizar una medida en el contexto real con este elemento. Establece medidas en las situaciones planteadas sin ser evidente el proceso para identificar la medida; omite la utilización de unidades de medida planteadas, aunque reconoce que al determinar una medida debe seguir una secuencia numérica que dará cuenta de la cantidad que se solicita.

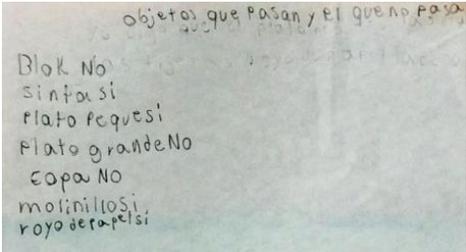
Los niños al darle un tratamiento numérico a las actividades planteadas, inician con la elección de la unidad, que en un principio es arbitrario, continúa con la iteración de la unidad sobre la longitud o la distancia, usando para esto dedos o la punta del lápiz, se reconoce en el análisis características asociadas al trabajo presentado por Clemens y Sarama (2015); además se evidencian la identificación del trayecto para efectuar la medición y realizar una asignación numérica en términos de Hernández (2004), la medición se realiza a partir de acciones directas sobre los objetos, o el espacio en el caso de la distancia. En el transcurso de los niveles de la trayectoria se avanzó en la determinación de distancias, contornos y bordes de figuras, utilizando estrategias de comparación, estimación y sobreposición de unidades de medida; al igual que se amplió el uso de un lenguaje asociado a la longitud al determinar medidas mayores, menores o iguales y expresar las estrategias de trabajo usadas para cada niño.

7.2.2 Área

Proceso de percepción del área, involucra el reconocimiento de la bidimensionalidad destacando las características y transformaciones de las figuras; se hace evidente en las representaciones de espacios utilizando gráficas o expresiones verbales asociadas a esta magnitud; además de comparaciones entre lados de la figura y sus transformaciones.

Considerando la descripción del proceso a continuación, se presentan el progreso de Jacobo y Diana.

Tabla 34. Registro fotográfico Proceso de percepción del área en Jacobo

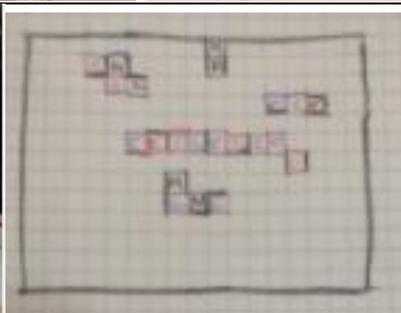
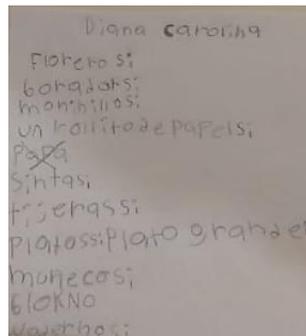
<p>Jacobo realiza comparaciones entre diferentes objetos relacionando forma y tamaño.</p>   <p>“Es más ancho hacia los lados”.</p>	<p>Asocia palabras de su entorno para nombrar un espacio. “La línea significa como un camino/El espacio encerrado es mi casa o mí territorio”.</p>  
<p>Identifica figuras geométricas y relaciona cambios en su espacio según transformaciones realizadas. “Con el caucho se forma un cuadrado y un triángulo, si se pone uno o los dos pies con el triángulo hay menos espacio para saltar...”</p> 	

Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 35. Registro fotográfico Proceso de percepción del área en Diana

Diana realiza comparaciones entre diferentes formas considera el tamaño

“No entra porque es muy grande y muy redonda”.



Menciona palabras asociadas al área describir la figura y relaciona el espacio ocupado como una cantidad. “La línea representa mí territorio/gana según el que tenga más color.”



Reconoce figuras geometricas e identifica la parte externa e interna de la figura. “Con el caucho se forma un cuadrado, adentro y afuera del cuadrado saltamos sin tocar el caucho”.

Fuente: Elaboración propia, 2021

En la Tabla 34 y Tabla 35, se presentan los registros fotográficos y avances en Diana y Jacobo, respecto a la percepción del área, los niños reconocen características de los objetos en relación con su bidimensionalidad; Diana reconoce la línea como la marca que encierra su territorio, atribuyéndole rasgos de las dos dimensiones, de igual manera Jacobo reconoce el interior de la forma construida como un espacio rodeado por la línea en dos dimensiones, esta observación se relaciona con lo indicado por Del Olmo y Otros, (1993), donde se destaca la

percepción del área por su carácter bidimensional y reconocimiento de diferentes contextos donde aparece la relación con la manipulación y la transformación de figuras, junto con el reconocimiento del interior y exterior de una figura.

En el caso del uso de representaciones, los niños expresan con objetos y dibujos diferentes formas, además usan lenguaje asociado como espacio, territorio, pueden especificar el área como un lugar específico, esto de acuerdo con lo presentado por Clements y Sarama (2015), quienes mencionan las características previas a la percepción del área; es importante mencionar como en un primer momento la atención de los niños está fijada en el reconocimiento de la superficie, como espacio, no como medida. A pesar de esto, los niños son capaces de realizar comparaciones, relacionando lados en relación con el largo y ancho, además de comparar tamaños y formas; las comparaciones realizadas se presentan de forma indirecta, realizando estimaciones basadas en la percepción visual, en un primer momento de acuerdo con lo propuesto por Clemens y Sarama (2015); en el caso de Diana y Jacobo comparan sin establecer unidades de medida específicas o usar métodos de medición estándares.

Proceso de conservación del área. Implica la identificación de las características de las figuras planas y las transformaciones que pueden sufrir estas en su forma, color o posición en relación con su tamaño y medida.

Teniendo en cuenta la descripción del proceso a continuación se presenta, el progreso de Jacobo y Diana.

Tabla 36. Registro fotográfico - Proceso de conservación del área en Jacobo.

Jacobo identifica el cambio de forma, utiliza el conteo para establecer una medida; además establece como unidad de medida las fichas grandes y pequeñas logrando establecer una medida.



“¿Tengo que volver a medir? Ahhh ya entiendo.

la serpiente tiene 8 cuadrados el cuadrado también ocupa 8 cuadrados no le quitamos ni le pusimos más fichas.

También se pueden mirar los cuadritos y sumar $4+4+4+...$ ”

Frente al cambio de forma no reconoce la conservación de la medida usa el conteo como método de verificación.

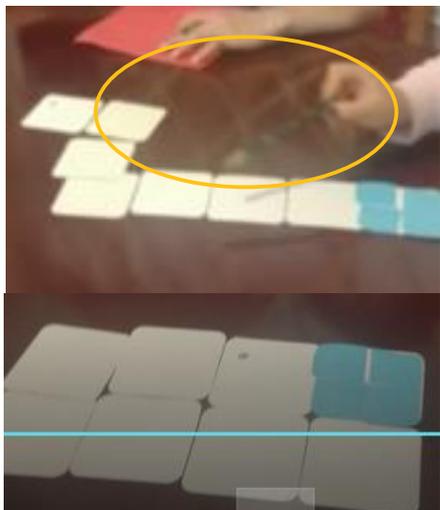
“La medida si cambia (señala contando uno a uno los cuadros) ahhh ahh pero me dan los mismos cuadros”.



Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 37. Registro fotográfico- Proceso de conservación del área en Diana

Diana reconoce el cambio de forma utiliza el conteo para establecer una medida. “La figura cambia de culebra ahhh, pero las fichas no” Cuenta una a una las fichas grandes no tienen en cuenta las fichas pequeñas.



Frente al cambio de forma relaciona rasgos de tamaño usa el conteo como método de confirmación. “Cuento de nuevo? Se ve más grande el cuadrado, pero no, meda lo mismo”



Fuente: Elaboración propia, 2021

En la Tabla 36 y Tabla 37, se presentan los avances en el proceso de conservación del área de Jacobo y Diana, los cuales evidencian características asociadas a la identificación de la cantidad; aunque los niños distinguen el cambio de forma, no reconocen que se usa la misma cantidad de fichas, requieren volver a contar ficha a ficha, para verificar si se mantiene la cantidad de fichas usadas; Esto permite reconocer el progreso de los niños en la identificación de la propiedad de número como una cualidad invariante a la forma o el color como lo presentan Escalante y Molina (2000) en su trabajo.

Se observa como Jacobo puede establecer y relacionar tanto las unidades de medidas grandes, como las pequeñas, estableciendo y describiendo su estrategia de uso para obtener una medida; llega a establecer que la conservación del área se relaciona a la acción de no incluir ni quitar fichas en las transformaciones realizadas al mover las fichas.

En el caso de Diana, reconoce una unidad de medida, en un primer momento establece relaciones de acuerdo con el tamaño; pero logra generar análisis evidenciando la percepción de la no alteración de la medida, a pesar del cambio en la forma.

Proceso de medida del área, se genera a partir de la operación de la magnitud, involucrando el establecimiento de instrumentos, unidades de medida y métodos para establecer la cantidad de medida de un espacio o superficie.

Atendiendo a la descripción del proceso a continuación se presenta, el progreso de Jacobo y Diana.

Tabla 38. Registro fotográfico- Proceso de medida del área en Jacobo

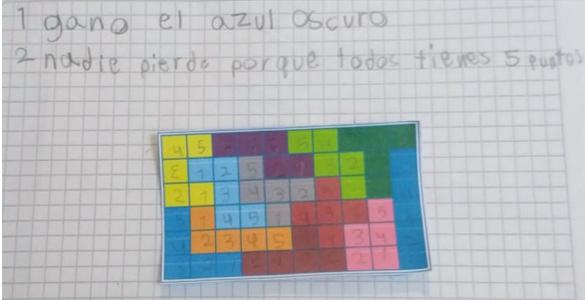
<p>Jacobo establece diferencia en las medidas al guiarse por las formas, usa el conteo para verificar las medidas estableciendo como unidad de medida el cuadrado. “Las figuras ocupan diferente espacio por las diferentes formas”.</p>  <p>1 gana el azul oscuro 2 nadie pierde porque todos tienen 5 puntos</p>	<p>Cubre el espacio utilizando diferentes unidades, reconoce la importancia de usar una unidad de medida que permita un recubrimiento total de la figura dada.</p>  <p>“Yo use los cuadrados también, aunque primero intente usar triángulos, aunque me quedaron espacios blancos; así que decidí mejor con cuadrados y quedo menos chueco”.</p>
<p>Usa la iteración de la unidad para establecer una medida; nombra unidades de medida estándar pero no establece las condiciones para su uso. Usa la unidad considerando el largo y ancho de la figura dada.</p>	



Tabla 39. Registro fotográfico-Proceso de medida del área en Diana

<p>Diana usa el conteo para establecer la medida de cada forma; pero no establece comparaciones entre sus resultados.</p>		<p>Reconoce la importancia de usar una unidad de medida que permita recubrir el espacio en su totalidad. “Yo escogí el cuadrado porque si escojo un círculo me quedan espacios y yo no quiero que me queden espacios”.</p>
	<p>Usa la unidad de medida realizando iteraciones en el largo y el alto de la figura, no refiere el uso de la unidad. “La medida del espacio es 59 (No indica de donde salió el resultado).”</p>	

Fuente: Elaboración propia, 2021

En el registro fotográfico presentado en la Tabla 38 y Tabla 39, se manifiestan avances en el proceso de medición de los niños, Jacobo y Diana en la interacción con el material manipulativo tangible, avanzan favorablemente en la comprensión de la cualidad (magnitud) a medir y el concepto de unidad. Al realizar sobreposiciones de la unidad en repetidas ocasiones sobre un mismo objeto, u objetos similares, bajo condiciones específicas reconocen la necesidad

de establecer una unidad y asignar una cantidad de medida correspondiendo a lo establecido por Ruiz (2010).

Los niños utilizan procedimientos de comparación de objetos, según el atributo que se va a medir; determinan una medida y la verifican. (Castillo, 2006) en este caso reconocen el conteo de unidades como una estrategia a usar cuando se utilizan formas y figuras establecidas en el papel. Como lo presenta Marmolejo (2012), los niños evidencian la necesidad de conocer la cantidad correspondiente a una magnitud área, utilizando diferentes estrategias, que van desde lo práctico hasta lo numérico, relacionan los instrumentos y las unidades de medida a usar; además, de reconocer como las acciones que se aplican sobre la figura en estudio puede producir en ellas transformaciones que pueden o no alterar la medida.

En los procesos de medida, se evidencian los indicadores que relacionan la unidad y los instrumentos establecidos por Clements y Sarama (2015) como el cubrir una región con láminas físicas, y las cuenta retirándose una por una, junto al reconocer la necesidad de llenar los espacios en la mayoría de los contextos.

De igual manera, se reconoce en la expresividad y manifestaciones de Jacobo y Diana un progreso en el reconocimiento de las dimensiones (bidimensionalidad) de las figuras y su asociación y consideración en la determinación de una medida.

7.2.3 *Perímetro*

Proceso de percepción del perímetro, se presenta a partir de la representación de figuras cerradas identificando su forma y considerando sus contornos y bordes en relación con sus lados y regiones internas y externas.

Considerando la descripción del proceso a continuación se presenta, el progreso de Jacobo y Diana.

Tabla 40. Proceso de percepción del perímetro en Jacobo.

<p>Jacobo realiza clasificaciones considerando la forma en relación a su borde o contorno“Puedo ordenar el mercado aquí lo redondo, aquí lo puntudo, aquí lo largo o tambien por el color o si es banano, o estas cositas rojas así.”</p> 	<p>Identifica la región interna y externa de diferentes figuras en diferentes contextos.“El frijol es como con montañitas adentro tiene los frijolitos rojos, por fuera es dura”</p> 	
<p>Reconoce espacios cerrados y nombra sus características. “Yo digo que Camila dibujo un científico loco con ojos y boca y todo. La parte interna son los ojos, la boca; la parte externa son los pelos”.</p> 	<p>“Adentro es donde saltamos con los dos pies; afuera es donde salimos sin tocar el caucho”</p> 	 <p>“ Gana el que saque más piquis de adentro del cuadrado, vamos a lanzar en turnos”</p>
<p>Relaciona los lados de las figuras asociando palabras que relacionan el ángulo. Las fichas se pueden organizar en cuadrados, triángulos, rectángulos, si tienen la misma forma/ sé que son la misma figura porque tienen los mismos lados ahhh bueno unos son pequeños otros más grandes yyy tienen varios colores/ Si construyo una torre puedo ver las figuras y las esquinas.</p>		

Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 41. Proceso de percepción del perímetro en Diana

<p>Diana realiza clasificaciones, considerando la forma en relación a su borde o contorno “El mercado se puede ordenar por frutas o verduras ... por color o si miro cosas redondas, largas hay cosas ummm ovaladas creo”</p>		<p>“El pimenton es suavequito por fuera por dentro tiene un palito y unas cositas blancas”</p>
<p>Reconoce espacios cerrados y nombra sus características. “Yo dibuje un emoji, adentro tiene los ojos que son corazones y la boca; afuera esta la hoja”</p>		
	<p>Realiza clasificaciones de objetos considerando formas, tamaños y colores. “Yo organizo las fichas por el color, o la forma, aunque hay unos más grandes que otros”</p>	

Fuente: Elaboración propia, 2021

En la Tabla 40 y Tabla 41, se evidencian características del progreso en los procesos de percepción del entorno frontera, la forma y la figura, al igual que la apreciación del ángulo; los niños son capaces de reconocer líneas y trazos de contornos, resaltando sus colores o señalando su lugar como lo expresa Fidalgo (2016); asimismo pueden agrupar elementos de acuerdo con las características de la figura, para esta acción, tienen en cuenta los lados de la figura, colores,

tamaños; refieren formas geométricas, siendo las más frecuentes los cuadrados (en algunos casos se mencionan el rectángulo como cuadrado) relacionando la cantidad de sus lados; de igual manera reconocen la región interna de las figuras como lo que está adentro de la línea y la región externa como lo que está afuera de la línea, asignando un lugar de frontera. La interacción de los niños con el material manipulativo favoreció el acercamiento al reconocimiento de las características de la figura, como el número de lados, de vértices y la visualización de algunas formas geométricas de la figura considerando lo mencionado por Aldana y López (2016).

La apreciación del ángulo se presenta con características diferentes para Jacobo y Diana, en el desarrollo del proceso se perciben avances, aunque es importante resaltar como lo nombra Clemens y Sarama (2015); el reconocimiento y la construcción del concepto de ángulo no es trabajo fácil. En el progreso de los niveles se evidencia acercamiento al reconocimiento de formas, comparación de acuerdo con sus vértices, uso de lenguaje asociado como la palabra esquina; al igual que la relación con el movimiento usando elementos de su entorno, como el reloj y la puerta con ejercicios de abrirla y cerrarla.

Se reconoce en Jacobo una mayor expresividad frente a las actividades propuestas, dejando reconocer el desarrollo de los indicadores para este proceso, en el caso de Diana sus actuaciones evidencian un acercamiento al desarrollo del proceso que debe continuar fortaleciéndose.

7.3 Desarrollo de la Argumentación desde la trayectoria.

Los resultados que aquí se presentan, surgen de la necesidad de responder al reto de generar un proceso de comunicación, de diálogo, que propicie el trabajo colaborativo bajo el principio de la mediación didáctica (Aldana y López, 2016). El análisis de datos permite establecer como los niños se van desarrollando como sujetos argumentativos, desde los procesos de enunciación que se generaron al relacionar contextos cotidianos y escolares; favoreciendo la identificación de los resultados en los cuales se resaltan las siguientes relaciones.

- El reconocimiento de los elementos que hacen surgir la argumentación.
- La Identificación de los procesos de desarrollo del lenguaje y la comunicación en la evolución de la trayectoria hipotética de enseñanza (THE) y el reconocimiento de la trayectoria real de aprendizaje (TRA).
- La relación de las situaciones de aprendizaje de las trayectorias y el desarrollo del sujeto argumentador.
- La determinación de las técnicas argumentativas empleadas en la trayectoria real de aprendizaje.

7.3.1 El Desarrollo de la Enunciación

Los resultados de los procesos de enunciación, son el efecto del análisis de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA) y enseñanza (THE) en relación con la trayectoria real de aprendizaje (TRA), llevada por cada uno de los niños, el estudio del proceso se llevó a cabo a partir de la identificación de los indicadores de desarrollo de la comunicación y el lenguaje en la población infantil establecidos por Pérez y Salmerón (2006) para distinguir características de

progresión y expresión de la enunciación; se muestra, el progreso de Jacobo y Diana cuando desarrollan su progresión en el aprendizaje de la longitud, el área y el perímetro.

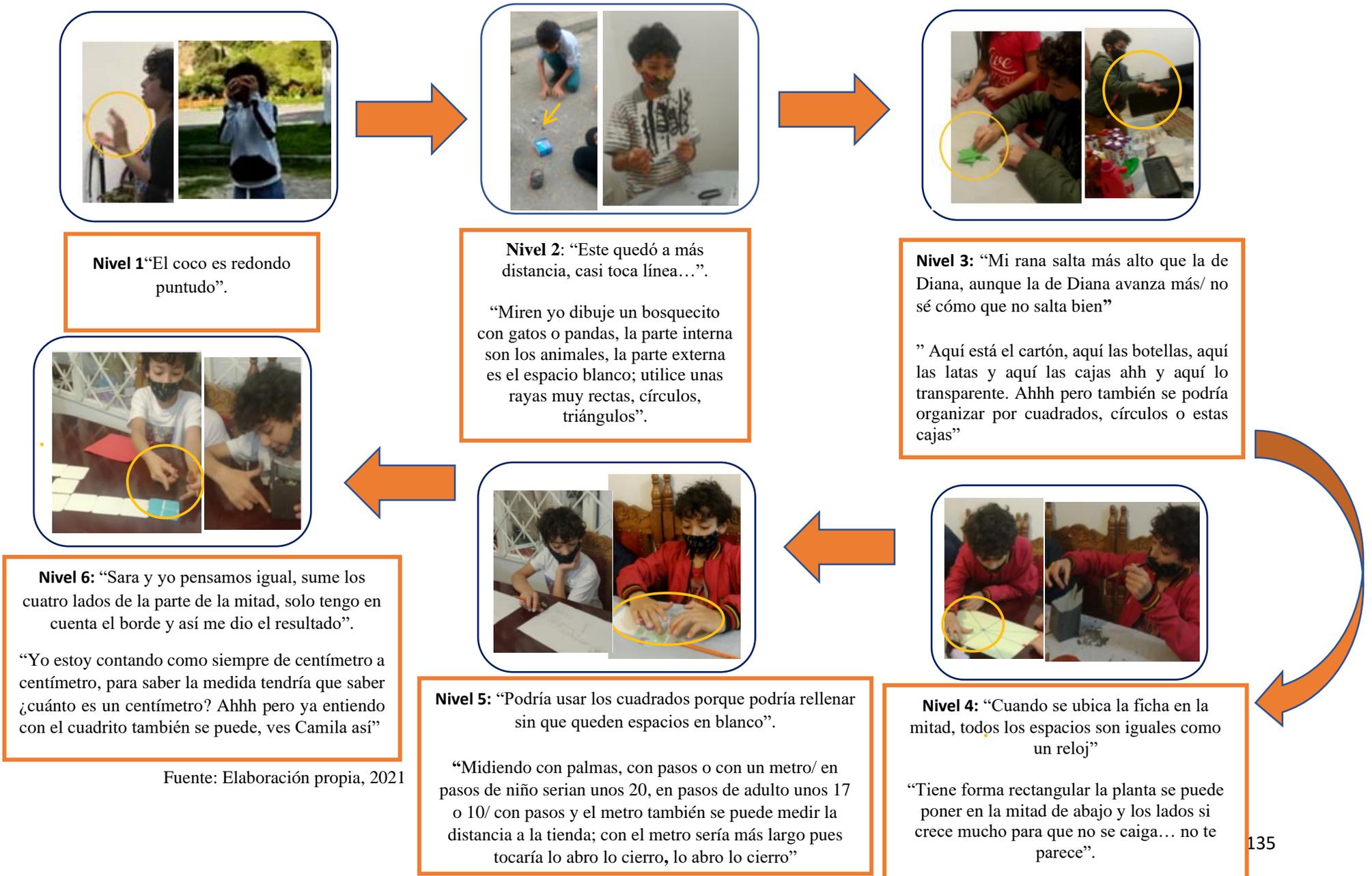
El desarrollo de la expresividad en Jacobo comprometió elementos verbales y no verbales como escritos, dibujos y los gestos para hacerse entender; procesos que se fueron acentuando en el transcurso de los niveles de la trayectoria (Tabla 42) de la siguiente manera:

Tabla 42. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Jacobo

Nivel 1	Jacobo usa los gestos y el cuerpo para representar los contornos de los objetos cercanos, asimismo para comunicar su experiencia con los bordes, frontera, límite de los objetos etc.; El desarrollo del proceso de percepción de la longitud, se enriquece con la expresividad oral y corporal.
Nivel 2	Las participaciones de Jacobo empiezan a ser más frecuentes, evidencia en su discurso relaciones con su entorno manifestando distancias en términos de lejos, cerca; además de reconocer diferentes recorridos. Se apoya en el uso de dibujos para representar espacios unidimensionales como la línea y bidimensionales como el cuadrado y el círculo; asimismo, continúa utilizando gestos y movimientos de las manos para expresar distancias, partes internas y externas de las figuras.
Nivel 3	En sus participaciones usa comparaciones apoyadas en el material manipulativo asociado a las actividades, relacionando distancias en diferentes recorridos, así como comparando elementos por su tamaño, lo que le permitió resaltar características de las figuras como sus contornos y bordes; propiciando relaciones entre la longitud y el área. Además, muestra interés por comunicar sus estrategias y apoyar el trabajo de sus compañeros, realizando explicaciones sobre las indicaciones propuestas en las diferentes actividades. Asimismo, genera inquietudes y cuestiona al verificar la validez de su trabajo (Se interesa en validar su trabajo frente a la docente acompañante).
Nivel 4	Reconoce la necesidad de generar explicaciones y descripciones de su trabajo, se apoya en dibujos y procesos de escritura para plasmar sus ideas en relación con la composición y descomposición de longitudes, mencionando y representando diferentes trayectos para llegar a un punto. Asimismo, la representación y comparación de áreas la realiza por medio de conteo, sobreposición de unidades y la observación de los elementos presentados; el uso de las manos se manifiesta al indicar espacios junto con las unidades al rellenar áreas; de igual manera se reconoce que su lenguaje se muestra más fluido al presentar sus ideas.

Nivel 5	Propone estrategias de trabajo asociando elementos de su entorno, manifiesta análisis de las situaciones propuestas, generando hipótesis acerca de los diferentes resultados a obtener, esto se evidencia en el uso de unidades y recursos para determinar una medida al interactuar con las diferentes magnitudes trabajadas, además, utiliza procesos de comparación reconociendo y expresando características de las figuras, utilizando materiales concretos para apoyar su trabajo, se interesa por dar a conocer sus resultados y opiniones.
Nivel 6	Jacobó integra los elementos escritos, verbales y gestuales al expresar sus ideas, a partir de la interacción con las magnitudes longitud, área y perímetro, muestra interés por ampliar sus explicaciones, para lo cual se apoya en ejemplos y recursos matemáticos como el reconocer la línea, el distinguir diferentes formas y usarlas para obtener una medida; al igual que relaciona elementos de la figura, identificando su parte interna y externa; así como reconoce y representa la distancia, manifiesta diferencias entre el borde y la parte interna de la figura, evidenciando relaciones entre la longitud, el área y el perímetro. Asimismo, refiere comentarios frente al trabajo de sus compañeros, indicando orientaciones o recibiendo comentarios para verificar sus estrategias de trabajo.

Tabla 43. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Jacobo.



En el caso de Diana, su expresividad se muestra de manera tímida frente a los interrogantes, al plantear o emitir una respuesta, en muchos casos sus respuestas son cortas y limitadas a responder las preguntas; en el transcurso de los niveles de la trayectoria se identificaron las siguientes características:

Tabla 44. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Diana

Nivel 1	Diana usa sus manos y el cuerpo para apoyar sus explicaciones junto con el reconocimiento de elementos de su entorno, es así como; manifiesta los contornos y bordes de diferentes objetos, relaciona distancias cortas y largas, usando la línea al representar formas.
Nivel 2	Expresa preguntas e indaga sobre aspectos de su interés. Usa representaciones para indicar diferentes formas identificando y señalando su parte interna y externa, Además expresa distancias en términos de recorridos largos y cortos. Es importante destacar el uso de las manos para enfatizar sus explicaciones.
Nivel 3	Realiza comparaciones en diferentes situaciones, comunicando sus relaciones al agrupar diferentes elementos considerando su forma, tamaño y material de igual manera establece conexiones de longitud usando los términos más, menos, igual; asimismo usa la escritura para apoyar sus respuestas.
Nivel 4	Reconoce la necesidad de generar descripciones de su trabajo, de esta manera representa y describe diferentes trayectos para llegar a un punto indicando sus distancias, realiza comparaciones y relaciona algunos aspectos de la longitud y el área, resaltando el borde, el contorno y el espacio interior de diferentes figuras; además expresa sus apreciaciones iniciales del ángulo, identificando puntos de origen y relación con elementos de su entorno. Su participación se centra en dar respuesta a los cuestionamientos requeridos.
Nivel 5	Analiza las situaciones planteadas, generando estrategias de trabajo, utiliza el conjunto de figuras para realizar comparaciones y sustentar la elección de una unidad de medida, asimismo, relaciona sus respuestas con su entorno; junto a hipótesis sobre posibles resultados, relacionando materiales concretos, usa la escritura de manera sencilla y los gestos para apoyar sus participaciones.
Nivel 6	No se lograron obtener registros de la manifestación de un dominio del lenguaje.

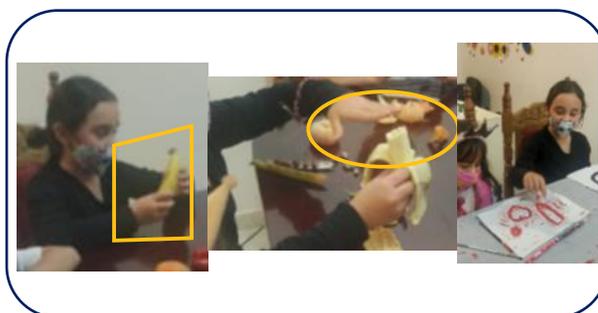
Fuente: Elaboración propia, 2021

Tabla 45. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Diana.



Nivel 1

“Escogí estas fruticas porque son redondas, lisas y muy ricas”. (Ciruelas)



Nivel 2: “El banano es blandito, tiene pequitas y no sé porque se abre por la punta. Por dentro cambia porque es más rico”.

“Ella hizo muchas figuras un corazón un círculo, por dentro no puso nada”



Nivel 3: “La rana salta más alto”

“Aquí están las cajas de leche, aquí las cubetas de huevos, aquí los plásticos, las botellas y eso.”



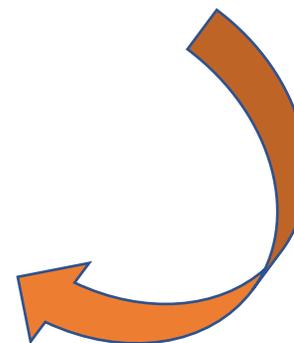
Nivel 5: “Se podría escoger el cuadrado o usar dos triángulos con estas fichas no quedan espacios”.

“Yo corte con un círculo en la mitad, la forma de caja puede sostener las hojas si crecen mucho”.



Nivel 4: “Si se pone la ficha en la mitad, se pueden poner muchas líneas alrededor”.

“De todos él tiene el cuarto más lejos es Jacobo debe subir esto que es como una escalera para llegar; Manuel da uno, dos pasos y llega”



Fuente: Elaboración propia, 2021

El desarrollo de la actividad y las expresiones que emergen en su desarrollo consolidan un lenguaje común que, según León, (2005) es una condición que hace surgir la argumentación en cualquier contexto o situación y pone de manifiesto el carácter comunicativo de la argumentación. En este caso, se establece como lenguaje común los términos que se emplean para el desarrollo de la longitud, el área y el perímetro, en donde se utilizan palabras como cerca, lejos, recto, curvo, adentro, afuera, borde, espacio; entre otras, las cuales se relacionan con estas temáticas.

Como se observa en los análisis anteriores es frecuente la manifestación oral y gestual que acompaña el desarrollo de las actividades, resaltando los elementos fundamentales de cada nivel. En las Tabla 43 y Tabla 45, se resaltan los avances en los procesos de enunciación, asociados al uso de la comunicación y el lenguaje establecidos por Pérez y Salmerón (2006), en las cuales se pasa del uso de los gestos, el cuerpo y las manos, para comunicarse a la generación de inquietudes, comparaciones y descripciones de estrategias de trabajo utilizadas; hasta un uso del lenguaje que tiene características de un dominio del lenguaje; Es necesario indicar, que las características resaltadas son particulares a cada niño en su expresividad del desarrollo de la enunciación y del uso de los elementos asociados. De esta manera, se destacan avances en el progreso hacia el aprendizaje de los niños y se reconocen elementos en sus expresiones frente a sus aprendizajes. Asimismo, se identifica como la comunicación surge como una necesidad de un grupo social.

Considerando los comportamientos presentados en el proceso de enunciación, se destacan las siguientes características para el grupo de niños en general:

- Los niños expresaron en sus manifestaciones, la necesidad de comunicarse y atender a las exposiciones de sus compañeros, motivados por el reto que presentaban las diferentes actividades en su desarrollo, evidenciando una actitud valorativa por parte del auditorio.

Tabla 46. Expresiones valorativas del grupo

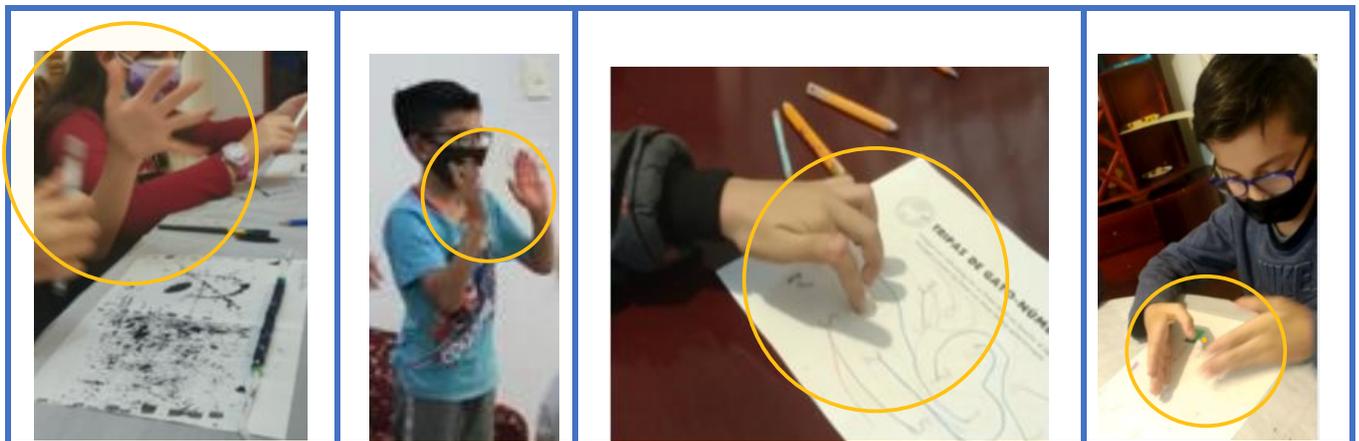
 <p>“Shiii Miremos a Camila”</p>	 <p>“Voy yo luego Cami y Sara les parece, está muy alto empecemos desde abajo”</p>	 <p>“Ahora le toca a Sara, dale corrámonos para que pueda lanzar”</p>
 <p>“La fila va del menor a la mayor lanza y vuelve a la cola, en orden cierto”</p>	 <p>“Dale Diana, debes presionar la cola para que salte más alto mira así”</p>	 <p>“Muy bien Kate, ahora intentemos con otra cosa”</p>

Fuente: Elaboración propia, 2021

Se destaca el reconocimiento del otro en las relaciones de enseñanza y aprendizaje que se establecen en el grupo de niños, resaltando como las relaciones con los demás permiten el establecimiento de diálogos y discursos, de acuerdo con los temas abordados.

- Los niños se expresan apoyados en los gestos, utilizan las manos y el cuerpo; se hace evidente que a mayor necesidad de hacerse entender el niño, puede utilizar más recursos físicos; este recurso, muestra progresiones en el desarrollo de nivel a nivel, se va enfatizando en un medio de explicación de la estrategia utilizada que complementa el diálogo, permitiendo indicar con las manos trayectos, distancias, formas, regiones de una figura, al igual que establecer relaciones de comparación y medida. A continuación, se presentan algunos ejemplos. (Ver Tabla 47)

Tabla 47. Representaciones gestuales



Fuente: Elaboración propia, 2021

- Es importante mencionar que las fases del desarrollo del lenguaje y la comunicación, no se limita solamente a un momento o a una edad establecida para la trayectoria, en el avance que realizan los niños en su trayectoria por cada uno de los niveles, se puede apreciar como estas características se siguen usando y se van fortaleciendo, de manera que se presenta el uso de los gestos, el interés por su entorno, la descripción de situaciones, la comparación entre otras, además se van integrando palabras en el uso del lenguaje que

permiten formalizar aprendizajes en los niños. A continuación, se cita el siguiente ejemplo en la Tabla 48.

Tabla 48. Avances en el dominio del lenguaje

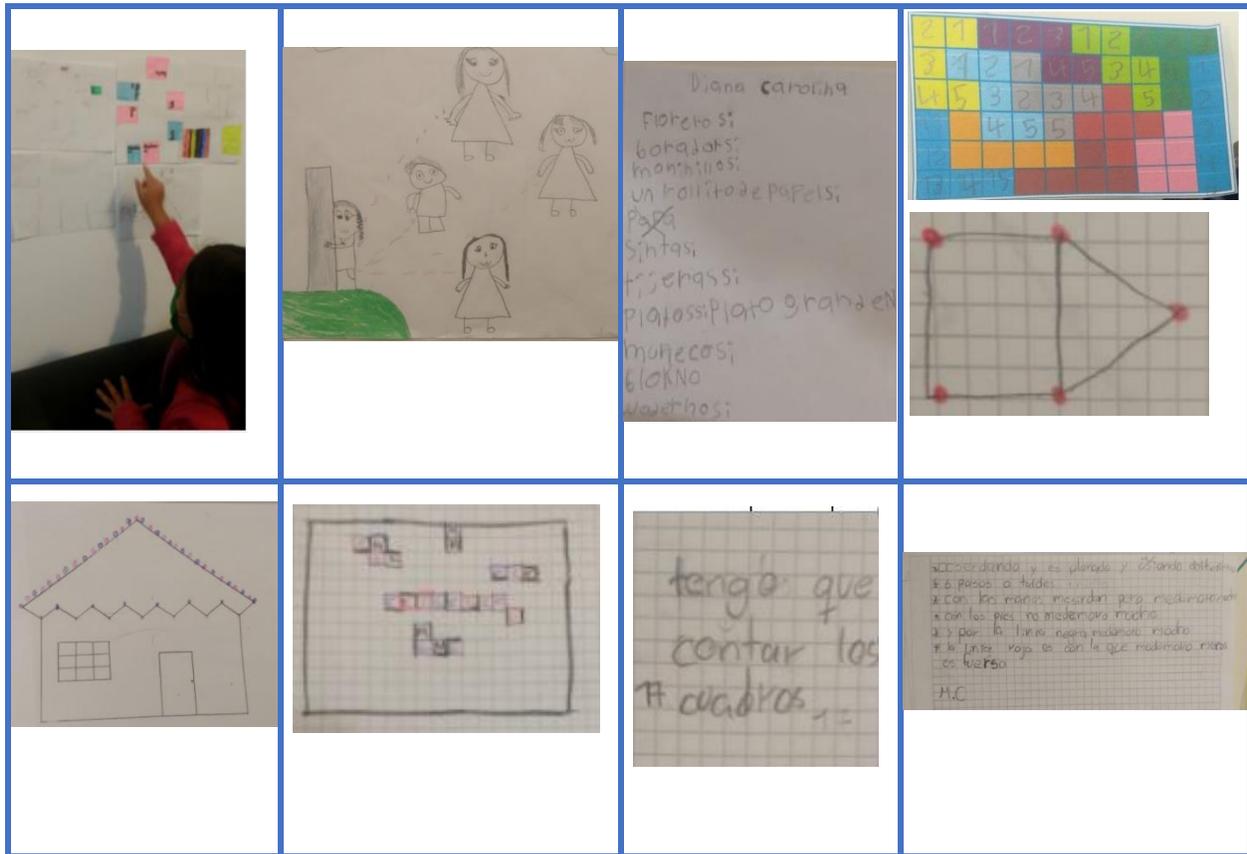


“Veo que en el centro hay 4, no miro lo de adentro, solo el borde y cuento 1,2,3, 4, ... 30, 31, ..., 36 y podemos decir, que el perímetro es 36, el borde y el espacio que ocupa el ratón es diferente”.

Fuente: Elaboración propia, 2021

- Los niños no limitan sus explicaciones a la parte verbal, sino que en algunos espacios se fortalece la socialización de ideas con la parte escrita y la generación de representaciones, en la cual se evidencia aspectos que complementan el proceso de lenguaje y comunicación, se reconoce en algunos casos, que, en el paso de lo verbal a lo escrito, se omiten palabras o se sintetiza la información. En las representaciones, se reconoce el uso de las líneas al determinar figuras, distancias, formas y relacionar espacios de su entorno por medio de dibujos; posteriormente en la Tabla 49, se presentan algunos ejemplos de las representaciones que surgen en el desarrollo de la trayectoria.

Tabla 49. Representaciones obtenidas en la trayectoria



Fuente: Elaboración propia, 2021

- Los niños generan un acercamiento a establecer una postura desde el papel de sujeto argumentador; se reconoce el uso y planteamiento de formas lingüísticas-discursivas (hablada y escrita) propias del contexto, permitiendo destacar en las actuaciones de los niños, como los argumentos propuestos y socializados, no solo se presentaron considerando los temas de estudio en cada una de las actividades, sino que fueron evolucionando, considerando a los niños del grupo y al maestro de acuerdo con lo mencionado por Calderón (2003). Se reconoce en las manifestaciones de los niños, su interés por comunicar y participar con sus apreciaciones en un primer momento, este proceso, se da sin buscar persuadir al

otro; aunque, se presentan cambios de opinión y adhesiones según las exposiciones realizadas.

Caso estudiante con dificultades en su proceso Lecto escritor.

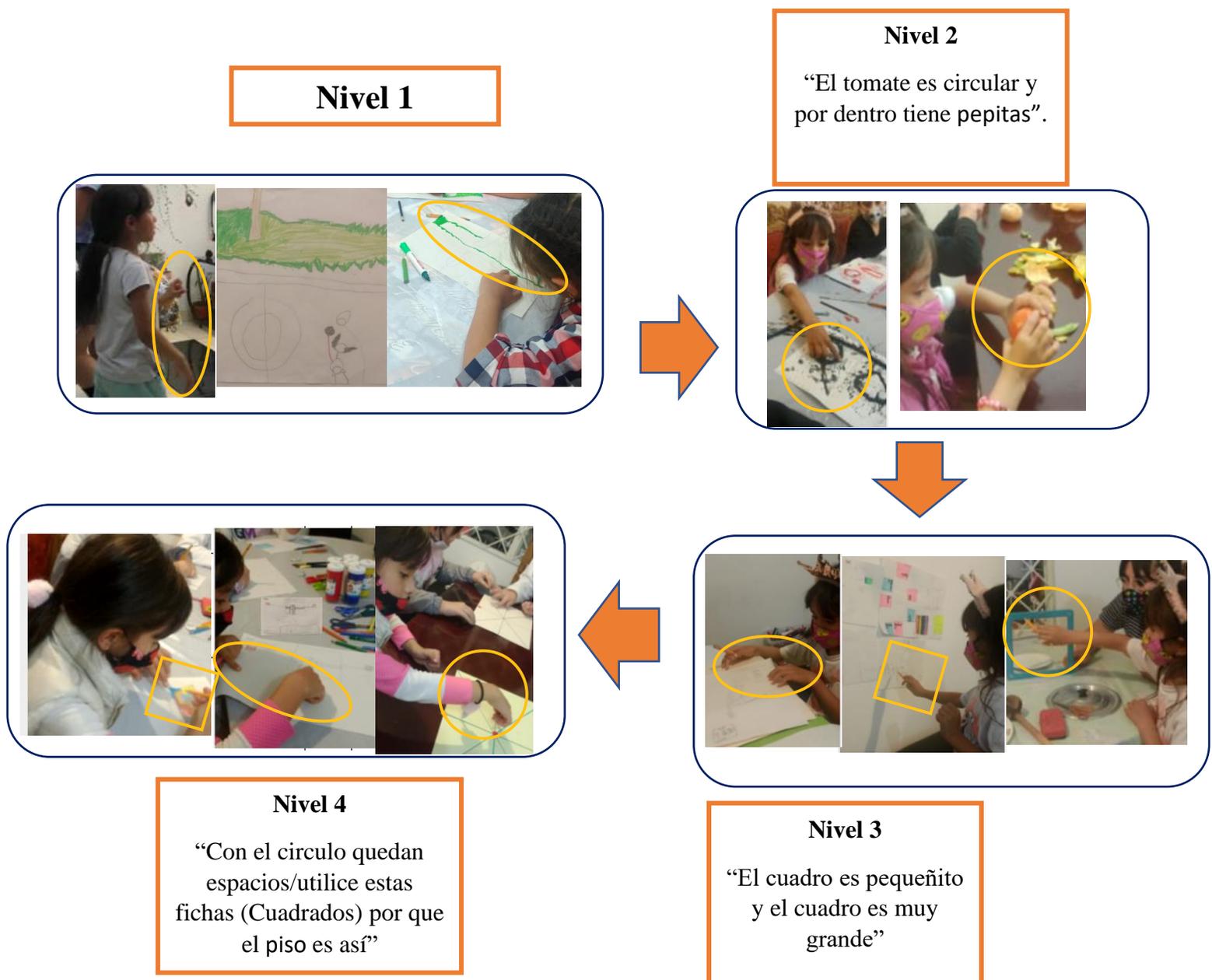
El proceso de escritura surgió al ser introducido por Manuel en el desarrollo del taller pasa la puerta correspondiente al nivel 3; Camila, Sara, Jacobo y Diana hacen uso de este recurso, para registrar los elementos dados e indicar si pasará o no el objeto, en algunos momentos de la evolución de la trayectoria, se presenta el uso de la escritura, como una estrategia para apoyar las explicaciones. En este punto se destaca las actuaciones de Katerín, quien comunica al grupo que presenta dificultades en su proceso lecto escritor; la niña se encuentra cursando grado tercero, pero aún no reconoce el conjunto de vocales y consonantes, por lo cual no genera palabras ni oraciones, no toma dictado y tampoco realiza ejercicios de lectura. A continuación, en la Tabla 50, se muestran las características de su proceso de enunciación en relación con el desarrollo de cada nivel.

Tabla 50. Características de la trayectoria de desarrollo de la enunciación en Katerín

Nivel 1	Katerín usa el cuerpo y las manos al expresar sus ideas. Apoya sus explicaciones en el uso de dibujos representa formas, usa la línea al determinar distancias cortas y largas, distingue líneas rectas y curvas al resaltar elementos de su entorno.
Nivel 2	En su expresión, manifiesta interés por lo que sucede en su entorno inmediato: mira y explora. Sus participaciones se dan desde la manipulación de elementos dispuestos para las diferentes actividades, para esto reconoce la línea y genera diferentes formas, diferencia la parte interna y externa de una figura; el uso de las manos lo emplea al señalar los lados de una figura, indicar sus bordes o indicar alguna característica. No realiza participaciones de manera espontánea; pero está atenta a participar cuando se le solicita.
Nivel 3	En sus expresiones manifiesta relaciones de comparación, considerando características como tamaño, color, material o forma; establece relaciones de comparación, usando dibujos y explicaciones verbales.

Nivel 4	Describe sus estrategias de trabajo indicando comparaciones y medidas, Además establece distancias y trayectos en actividades de movimiento; su participación esta mediada por el apoyo de sus compañeros, los cuales propiciaron espacios para apoyar su proceso lecto escritor; sus relaciones sociales con el grupo se destacan, evidenciando que en espacios de juego y socialización su participación es fluida.
----------------	---

Tabla 51. Registro fotográfico – Trayectoria Desarrollo de la Enunciación en Katerín.



Fuente: Elaboración propia, 2021

Se identifica que Katerín no escribe, aunque en el momento de iniciar la evolución de las actividades la madre comunica esta dificultad; es en la interacción con las actividades del nivel 3, donde se hace evidente al punto que ella comunica al grupo en general su dificultad. El proceso de Katerín se caracteriza por transcribir e imitar palabras sin dar ningún sentido; en un primer momento, se muestra tímida frente al trabajo con sus compañeros; pero es acogida por ellos, los cuales le dicen tú puedes solo hablar. De esta manera, todos participan en las actividades, indicando sus apreciaciones, sobre los requerimientos planteados por las diferentes actividades, se reconoce en Katerín avances hasta el nivel cuatro (considerando que la niña se retiró de la investigación por cambio en el lugar de vivienda) identificando características de desarrollo del aprendizaje de la longitud, el área y el perímetro.

De igual forma, se buscó apoyar el desarrollo del proceso lecto escritor en Katerín, para lo cual se establecieron actividades que permitieron avances en el reconocimiento de las vocales y consonantes, la escritura y lectura de palabras, a partir del uso de sílabas, la realización de dictados, además de transcribir textos como se aprecia en la Tabla 52. Para este propósito se utilizó el método silábico de lectoescritura el cual fue desarrollado por los pedagogos alemanes Friedrich Gedike y Samiel Hainicke; este método consiste en enseñar la escritura y lectura combinando las vocales y las consonantes para formar sílabas; Según Ramos (2014), este método se categoriza como un método sintético (con base fonética o silábica) los cuales partiendo de las sílabas y grafemas, tienen como objetivo que el niño domine las estructuras más complejas (palabras, frases y textos), se resaltan los siguientes beneficios:

- Es eficaz con el aprendizaje del código.
- Favorece la articulación de palabras.
- Permite un aprendizaje gradual.

- Permite un trabajo individualizado.

Además, es un método que ha sido utilizado favorablemente en poblaciones con dificultades en el aprendizaje y en el desarrollo intelectual.

“El aprendizaje de la lectura es un proceso largo, no exento de dificultades tanto para los alumnos con discapacidad intelectual como para los demás, por lo que no debe plantearse un único medio de llegar a ella. Es más, el alumno se beneficiaría del uso combinado de distintas estrategias; de ahí que sea necesario romper la idea de que existe un camino exclusivo para aprender a leer, puesto que un alumno dominará la lectura porque se le enseñe la correspondencia entre el sonido y la grafía, o porque se parta de una frase simple que se aborda globalmente, o porque participe en experiencias educativas destinadas a acrecentar su competencia metalingüística. El aprendizaje de la lectura, en el sentido de que aprender a leer se hace leyendo, pero respetando siempre la situación del alumno en los procesos y etapas de su desarrollo lectoescritor”. (p.213)

El trabajo con Katerín evidenció la necesidad de apoyar de manera urgente su proceso lecto escritor considerando que la niña se encuentra ubicada en grado tercero y las actividades propuestas para su trabajo desde el colegio no tienen como objetivo el afianzamiento de los procesos lecto escritores, sino su utilización; se identificó como Katerín imitaba palabras sin reconocer sus fonemas, ni las sílabas que formaban las palabras. De esta manera se empleó el método silábico reconociendo que es un método rápido, que trabaja la combinación de cada vocal con las diferentes consonantes dando importancia a la pronunciación silábica para esto se establecieron los siguientes procesos para cada nivel:

Nivel 1: Reconocimiento de las vocales y su conjugación con las diferentes consonantes.

Nivel 2: Conformación y lectura de palabras haciendo uso del conjunto silábico.

Nivel 3: Producción y organización de oraciones sencillas.

Nivel 4: Identificación silábica al imitar o transcribir textos cortos, aumento en la autonomía para producir palabras y oraciones.

a continuación, se presentan las características del proceso lecto escritor en Katerín; la cual respondió satisfactoriamente al uso del método elegido construyendo avances significativos en su proceso.

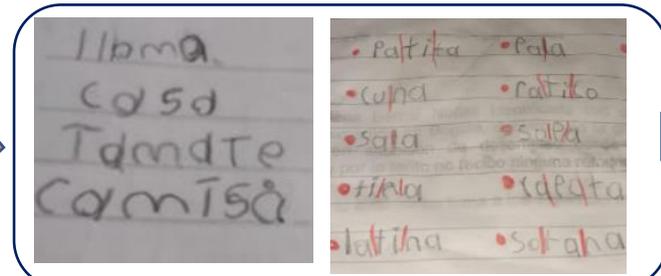
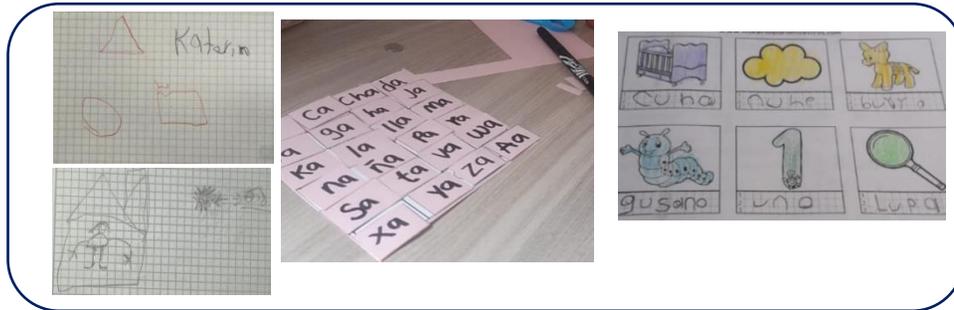
Tabla 52. Registro fotográfico – Desarrollo proceso Lecto- escritor en Katerín.

Nivel 1

Se parte de los dibujos y el afianzamiento del trazo, para dar paso al reconocimiento del conjunto silábico y su utilización al leer y escribir palabras sencillas.

Nivel 2

Para este nivel se fortalece el reconocimiento silábico con ejercicios de lectura y escritura que permitan la segmentación de palabras, se avanza en la toma de dictado reconociendo avances en la escritura de palabras sencillas puede que en algunos casos omita consonantes o vocales.



son las diferentes formas que encontramos en la superficie terrestre

“Esta cuál es, es la de gato”

“bo ...te, bo...te con b de vaca o grande”



Nivel 4

En este nivel se resalta la toma de dictado con mayor fluidez, lee y escribe palabras sencillas; transcribe textos cortos imitando letra por letra, en algunos casos requiere apoyo para identificar algunas letras y silabas. Evidencia un acercamiento a su conciencia lingüística.

Nivel 3

Se hace uso de ejercicios apoyados por imágenes, que favorecen el ordenar, asociar y generar oraciones, en este momento la producción escrita se apoya en el dictado silábico. Se resalta el uso del renglón y el reconocimiento de algunos fonemas.

Fuente: Elaboración propia, 2021

El caso de Katerín se destaca la interacción social como un elemento que favorece la construcción de aprendizajes, al resaltar el acompañamiento de sus compañeros no solo en las actividades propuestas para la trayectoria, sino, en los procesos de desarrollo y fortalecimiento de la lectura y escritura. Poniendo de manifiesto la existencia de un mecanismo social para la comunicación, donde se resalta la importancia del trato con el otro, de mantener relaciones sociales, y de establecer un ambiente social adecuado para la comunicación.

7.3.2 Las Técnicas Argumentativas Empleadas En La Trayectoria Real De Aprendizaje.

El avance en el proceso argumentativo impone la generación de técnicas, como desarrollos de los procesos argumentativos (León, 2005); en la evolución de las actividades, se reconoció la presencia de argumentos cuasi-lógicos, evidenciando un acercamiento al uso del lenguaje y razonamiento formal, a continuación, se mencionan las técnicas de argumentación evidenciadas.

Contradicción e incompatibilidad

	“Con la ficha en la mitad se cruzan líneas y todas las figuras son iguales, bueno puede haber unas más grandes”.
	“Estas figuras son fáciles de rellenar, no mentiras hay que ver que ficha sirve o quedan espacios”

Los niños realizan una afirmación y luego la niegan o se pone en duda; esta técnica está sujeta a la exploración e interacción con las actividades, de las cuales emergen situaciones donde el niño

expresa contradicciones o incompatibilidad entre lo que ve y lo que se dice; es importante resaltar que con mayor frecuencia se presentan incompatibilidades, las cuales pueden ser superadas al tomar una decisión, apoyado en lo que ve y cambiar el contexto del argumento como se ve en los ejemplos citados.

Reciprocidad

	“Sara y yo pensamos igual, sume los cuatro lados la parte de la mitad solo tengo en cuenta el borde y así me dio el resultado”.
	“Pensé en usar varias figuras, pero usé los cuadritos como los demás”

Aplica la misma solución a dos situaciones, evidenciando una transposición de puntos de vista.

Los niños adoptan metodologías y formas de trabajo, tendiendo a generalizarlas en su interacción con diferentes actividades, de manera que puede caerse en errores de procedimiento, cuando no es coherente la estrategia con los requerimientos de la actividad.

Comparación

	“La copa no pasa porque es muy grande y el marco es pequeño, pero si recostamos la copa, la copa entra. El borrador pasa al ser muy delgado y chiquito”.
	



“Unas figuras ocupan más espacio que otras, aunque tienen la misma cantidad. Parece un juego de Tetris”.



“La mía salta más alto”.

Reconoce relaciones entre diferentes elementos, asociando sus características cualitativas y cuantitativas. Esta técnica se presenta con sencillez en los niños, ellos realizan comparaciones de tamaño, color y forma con destreza y las expresan sin dificultad.

En el desarrollo del proceso de argumentación de los niños, se pueden presentar diferentes técnicas de argumentación, siendo unas más evidentes que otras; por lo cual, es relevante atender al reconocimiento de estas técnicas en general.

8 CONCLUSIONES

A continuación, se presentan las conclusiones generales, algunas reflexiones y recomendaciones para futuros estudios, de manera que se dé respuesta a la pregunta guía para esta investigación:

Tras el análisis de la información suministrada en las diferentes fases de la investigación, se determinaron los procesos de argumentación que desarrollan los estudiantes de básica primaria a través de la trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) establecida para la longitud, el área y el perímetro en la cual se puede concluir que:

- Aparece el uso de los elementos que hacen surgir la argumentación establecidos por León (2005).

El uso de un lenguaje común, aparece en la trayectoria como consecuencia de la interacción y la experimentación con las diferentes actividades; en los primeros niveles se reconoce el uso de términos asociados a la longitud como camino, distancia, lejos, cerca, recto, curvo; los términos asociados al área se distinguen a partir del nivel 3, los niños hacen referencia al espacio, el terreno y lo de adentro; desde el nivel 4 se evidencian términos asociados al perímetro, los cuales relacionan el tránsito por el tratamiento de la longitud y el área, se resaltan el uso de palabras como: El contorno, el borde y la parte externa de una figura entre otros.

El paso por cada nivel de la trayectoria, de acuerdo con los procesos establecidos resalto el papel del lenguaje evidenciando avances en la aparición de expresiones de percepción, comparación y medida de las magnitudes longitud, área y perímetro; además puso en evidencia como el perímetro emerge como efecto de la articulación de la longitud y el área propiciando la generación de discursos, hipótesis, conjeturas que le permitieron a los niños reconocer y

convencer a los otros sobre relaciones como estas: “La parte interna es donde tengo que saltar, la parte externa es donde están los brazos tienen forma rectangular”, “Tienen la misma cantidad pero tienen diferente forma”, “Es más ancho hacia los lados”, “ El espacio que encierra la línea es mi territorio”, “el borde y el espacio que ocupa el ratón es diferente”; entre otras relaciones que percibieron los niños favoreciendo la aparición y uso de las técnicas argumentativas.

Se reconoce una actitud valorativa por parte del auditorio y la existencia de un mecanismo social para la comunicación, los niños socializan reconociendo y respetando las participaciones de los demás, en los escenarios de trabajo dispuestos para la trayectoria, generando un espacio de trabajo apropiado para la comunicación y el aprendizaje. En las manifestaciones de los niños como “Yo utilice los triángulos uno mirando para un lado y el otro para el otro lado con eso encajaban y no quedaban espacios en blanco”, “Con una sola línea no se puede jugar, mientras más se ponen líneas es mejor el juego, el cartón forma triángulos iguales”, “Pues el que lanza más lejos gana”. se identifica su interés por comunicar y participar con sus apreciaciones en un primer momento, este proceso, se da sin buscar persuadir al otro; aunque, se presentan cambios de opinión y adhesiones según las exposiciones realizadas; por lo cual se puede mencionar que se inicia el desarrollo de una actitud persuasiva del orador.

- Se presenta la aparición de técnicas argumentativas privilegiando la incompatibilidad, la reciprocidad y comparación referidos por Perelman y Olbrechts (1989).

La comparación surge con mayor facilidad, los niños desde el primer nivel de la trayectoria realizan comparaciones entre distancias estableciendo relaciones entre un punto a otro, considerando espacios reales y representaciones por medio de dibujos; a partir del nivel 3 se reconocen un avance en las características de la comparación la cual empieza a contemplar

tamaño en términos de largo, ancho, alto, color, forma, material, espacio ocupado entre otros; al finalizar el nivel 6, se identifican relaciones de acuerdo con las posiciones y organización de figuras dadas, aspecto que favorece el desarrollo del proceso de conservación y relaciona comparaciones entre el área y el perímetro al aumentar o disminuir una de estas magnitudes.

La reciprocidad, se presenta con frecuencia los niños usan procedimientos de acuerdo con presentaciones realizadas por sus compañeros; asimismo asocian procesos de trabajo a situaciones que consideran tienen relación o buscan el mismo propósito siendo un escenario que propicia el uso de esta técnica las situaciones de medida y la elección de una unidad de medida sea convencional o no convencional en relación con las magnitudes trabajadas.

En el caso de la contradicción e incompatibilidad, la aparición de la técnica se centra en la incompatibilidad, lo cual permite a los niños generar un conflicto que los lleva a tomar una decisión frente a lo que ven y lo que dicen, propiciando el generar una explicación coherente con su proceder frente a una situación que les ayuda a superar la incompatibilidad como en el siguiente ejemplo.

“El muninillo es más grande, el marco es más pequeño. No pasa
Ahhh pero si se cambia de estrategia si pasa”.

La identificación de estas técnicas evidencia el uso de argumentos cuasi-lógicos los cuales no se establecen como los únicos, considerando que en el desarrollo de los procesos de los niños pueden emerger características asociadas a otras técnicas.

- Se manifiestan las caracterizaciones presentadas por Pérez y Salmerón (2006) para el desarrollo de la comunicación y el lenguaje.

El desarrollo progresivo de los procesos establecidos para la trayectoria evidenció nivel a nivel, la utilización del cuerpo y los gestos para comunicarse favoreciendo la expresión de contornos, formas, bordes líneas para indicar y apoyar explicaciones haciéndose presente en los procesos contemplados de percepción, conservación y medida del perímetro y el área convirtiéndose en un factor que apoya y orienta los procedimientos efectuados frente a las actividades trabajadas; se resalta como en el desarrollo de la discursividad se integra la gestualidad como elemento para fortalecer las técnicas argumentativas, el desarrollo del lenguaje y la expresividad de conocimientos.

La exploración de los escenarios dispuestos en la trayectoria permitió el establecimiento de preguntas, las cuales partieron de inquietudes relacionadas con su entorno (ejemplo ¿Por qué la cascara del frijol es curva?) a inquietudes relacionadas con aspectos matemáticos (ejemplo ¿Cuál puede ser la mejor figura para medir la matera? ¿Debo medir la base y el alto? Favoreciendo la progresión de descripciones de situaciones sencillas, además de la generación de hipótesis, las cuales se evidenciaron con mayor frecuencia en los procesos de medida y conservación de las magnitudes trabajadas; permitiendo un acercamiento a la utilización del lenguaje con propiedad en torno a los procesos de la longitud, el área y el perímetro.

Es de destacar, la relación entre el desarrollo del lenguaje y el desarrollo de los procesos matemáticos reconociendo que no hay desarrollo del lenguaje sin haber desarrollo en los procesos matemáticos y viceversa; así, se reconoce el avance en los procesos de los niños, en el desarrollo de los conceptos de longitud, área y perímetro destacando los siguientes aspectos:

- Los niños realizaron un acercamiento al reconocimiento y diferenciación de las magnitudes longitud, área y perímetro, desde los procesos de percepción,

conservación y medida, se destaca el tránsito por el reconocimiento de la línea (unidimensional), la forma y la figura (bidimensional).

- La necesidad de identificar estrategias de medida favoreció el uso de los procesos de comparación permitiendo avanzar en la trayectoria en la identificación y elección de unidades de medida convencionales y no convencionales estableciendo condiciones para su uso.
- El uso de la comparación directa e indirecta permitió establecer relaciones presentándose con mayor frecuencia en los procesos de estrategia de medida.
- Se resalta en la articulación, como las magnitudes longitud, área y amplitud van de la mano para el reconocimiento acertado del perímetro.
- El perímetro favorece la conceptualización de la longitud.
- Es de destacar la necesidad de profundizar en el reconocimiento del ángulo desde edades tempranas, distinguiéndolo como un elemento que posibilita la construcción del concepto de perímetro.

Reflexiones que surgen de las condiciones de desarrollo de la investigación dadas por el COVID 19.

A continuación, se presentan algunas reflexiones que emergieron a la luz de la evolución de las diferentes fases de la investigación.

La propuesta de investigación generó un escenario de trabajo con las limitaciones dadas por las condiciones de bioseguridad establecidas por la pandemia COVID 19, el diseño de la trayectoria permitió realizar la evolución de las actividades en un ambiente no institucional,

adaptado para favorecer el encuentro de los niños, en un espacio de trabajo creativo y personalizado; que fue ambientado para cumplir con las necesidades de los niños no solo correspondiente a su interacción con las actividades, sino también con sus necesidades de socialización y construcción de aprendizajes.

A partir de los ambientes de aprendizaje el juego, el taller y el proyecto de aula, la trayectoria relacionó los procesos de enseñanza y aprendizaje promoviendo el diálogo y el desarrollo del lenguaje en los niños, con actividades como el juego el zorro astuto y piquis en los primeros niveles se establecieron relaciones de distancia y representaciones asociadas a la longitud, con el juego cuadrado en el nivel 4 emergieron representaciones de área; estos juegos propiciaron la comparación de longitudes y espacio ocupado, la percepción del perímetro surgió sobre el nivel 2 y 4 con los juegos cauchito y tripas de gato relacionando las partes y el todo al determinar longitudes de una forma y diferenciar la parte interna y externa de una forma o figura.

El proyecto de aula se resignificó al considerar el aula para esta investigación como un aula ubicua la cual reconoce que los procesos didácticos se pueden dar en contextos externos a la estructura física y virtual de la escuela, así se establece un aula desde casa donde se desarrolló el proyecto propuesto. Desde la exploración de los alimentos y la creación de una huerta urbana se posibilitó la experimentación en contextos reales con frutas y verduras reconociendo sus formas, características internas y externas, la germinación de diferentes semillas favoreció la comparación de longitudes de acuerdo con el largo de su tallo; además la elaboración de materas generó la clasificación de elementos de acuerdo a sus características de tamaño, color, materiales de elaboración, asimismo como se evidenciaron relaciones entre el área y el perímetro de estos elementos reconociendo la necesidad de la medida y de establecer unidades a utilizar en este proceso.

Los talleres propiciaron experiencias con diferentes materiales de su entorno que permitieron el reconocimiento de la línea, a partir del uso de lanas y chaquiras, el lápiz y el papel se utilizó para plasmar representaciones como dibujos de la casa, el barrio y los análisis realizados a los juegos y el proyecto de aula, al igual se apoyó con fichas y materiales que favorecieron la manipulación y verificación de procesos de comparación, medida, y conservación de las magnitudes trabajadas. Es de resaltar como el establecimiento de estos escenarios se dio en condiciones naturales del contexto de los niños, utilizando la casa, el parque, la calle, la tienda según el requerimiento de las actividades al evolucionar la trayectoria, de esta manera se conformó un aula que trascendió a la escuela y se enriqueció con elementos y recursos del diario vivir de los niños.

La evolución de la trayectoria puso de manifiesto como cada niño sigue su propio camino en el aprendizaje dando cuenta de trayectorias diferentes, evidenciando procesos y progresos en su desarrollo; además resaltó la importancia de atender a las necesidades de los niños de acuerdo a las dificultades que pueden surgir en su interacción con el conocimiento para generar oportunidades para todos, que favorezcan el aprendizaje significativo en los niños; en el caso de Katerin se potenció el proceso lecto escritor pero se debe contemplar que de acuerdo a la diversidad de los niños pueden surgir otras necesidades a suplir.

Para futuras investigaciones se invita a los profesores a organizar y generar su propia trayectoria hipotéticas considerando la articulación presentada, su propuesta teórica y el desarrollo de actividades como una propuesta que propone elementos para tener en cuenta en el estudio y desarrollo de los aprendizajes, la enseñanza y el tratamiento de la longitud, el área y el perímetro en la población infantil; generando avances en la trayectoria para dar paso a otros

niveles de desarrollo de procesos de acuerdo al grado y la edad de los niños. Asimismo, se sugiere continuar el estudio del desarrollo de la argumentación a la par del desarrollo matemático.

9 BIBLIOGRAFÍA

- Aldana, E y López, J. (2016). Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. *Revista de investigación desarrollo e innovación*, 7 (1), 77, 92 doi: 10.19053/20278306.v7.n1.2016.5602
- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86(12), 5-28.
- Álvarez, Z. V., y Salazar, C. Y. (2017). *La construcción del concepto de magnitud de longitud y su medida: análisis de una experiencia de aula con estudiantes de grado 6°* (Doctoral dissertation, Universidad Icesi).
- Aragón, A., y López, E. (2018). *Enseñanza y aprendizaje del área y perímetros de polígonos regulares: una propuesta didáctica y evaluación en educación primaria*
Teaching and learning of the area and perimeter of regular polygons: 1, 43–53.
- Artigue, M., Menigaux, J., y Viennot, L. (1990). Some aspects of students' conceptions and difficulties about differentials. *European Journal of Physics*, 11(5), 262.
- Bravo, F., & León, O. (2017). Metodología de diseño de ambientes de aprendizaje accesibles con incorporación de afectividad. *ACACIA Cultiva*.
- Buitrago Martín, Á. R., Mejía Cuenca, N. M., & Hernández Barbosa, R. (2013). La argumentación: de la retórica a la enseñanza de las ciencias. *Innovación educativa (México, DF)*, 13(63), 17-39. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-26732013000300003

- Calderón, D. I. (2003). Género discursivo, discursividad y argumentación. *Enunciación*, 8(1), 44-56.
- Camilli, C. (2009). Las secuencias argumentativas en niños y niñas entre 10 y 11 años de edad según la propuesta de Perelman y Olbrechts-Tyteca: Estudio de caso. In *Anales de la Universidad Metropolitana* (Vol. 9, No. 1, pp. 161-196). Universidad Metropolitana.
- Caraballo, C. (2014). *Argumentación En El Aprendizaje De La Magnitud Área. Estudio De Caso Con Estudiantes De Grado Segundo*.
doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004
- Chamorro, M.C.; Belmonte, J.M. (2000): El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales. Madrid: Síntesis
- Cisterna, V. (2016). *La Argumentación En Niños En Edad Preescolar. Una Perspectiva Pragmática Integral* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Madrid, España.
- Cisterna, V., y Garayzábal, E. (2017). La argumentación infantil: perspectivas analíticas y evaluativas. Una mirada crítica desde un enfoque integral. *Revista Akademía*, 15(1), 31-52.
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje* (O. León, A. Lange, l. León y A. Toquica, Trads.) Dember: Learning Tools LLC.
- Córdoba, D. (2017). *La Teoría de la Argumentación como una Alternativa Razonable a la no Violencia*. Recuperado de <https://es.slideshare.net/dannycordoba16/la-teoria-de-la-argumentacion-como-una-alternativa-razonable-a-la-no-violencia12>

- D'Amore, B., y Fandiño Pinilla, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes1. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), 39-68. Disponible en: <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/enunc/article/view/2477/3457>.
- Duval, R. (1998). Semiosis y pensamiento humano. Traducción. *Santiago de Cali, Colombia: Grupo de Educación Matemática de la Universidad del Valle*.
- Eemeren, F. V., y Grootendorst, R. (2002). Argumentación y falacias, una perspectiva Pragmadialéctica. Traducción Celso López y Ana María Vicuña. *Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile 2002*.
- Escalante, G., y Molina, Y. (2000). Nociones de conservación en niños merideños. *Educere*, 3(9), 69-75.
- Euclides. (1991). *Elementos*. Madrid: Gredos.
- Godino, J. D., y Batanero, C. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*.
- Godino, J. D., y Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Hernández, N. H. (2004). *La enseñanza de la medición en la escuela primaria: el caso de la longitud en dos grupos del primer ciclo* (Doctoral dissertation, UPN-Ajusco).
- Jiménez, A., y Pineda, L. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*, 16, 101–116.
- León, O. L. y otros. (2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad. *Revista*

Latinoamericana de Etnomatemática, 7(7), 9–28.

León, O. L., Díaz-Celis, F., y Guilombo, M. (2014). Diseños didácticos con incorporaciones tecnológicas para el aprendizaje de las formas geométricas, en primeros grados de escolaridad de estudiantes sordos-Instructional technology designs for learning geometric shapes additions in early grades of schooling of deaf students. *Revista científica*, 3(20), 91-104.

León, O. L., Saiz, M. L., Rojas, N., y Márquez, H. A. (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad*. Universidad Pedagógica Nacional de México.

León, O., y Calderón, D. (2008). Procesos de formación matemática en niveles iniciales en estudiantes sordos. (pág. 4). Bogotá: Colciencias.

León; O, (2005) *Experiencia Figura y Procesos Semánticos para la Argumentación en Geometría* (Tesis doctoral) Universidad del Valle; Instituto de Educación y Pedagogía; Doctorado Interinstitucional en Educación Área Educación Matemática. Santiago de Cali, Colombia.

León; O, y Calderón, D. (2001). *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. IDEP- COLCIENCIAS Bogotá, Colombia

Marmolejo, G. A., y González, M. T. (2013). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista integración*, 31(1), 87-106.

Marmolejo, G., y Gonzales, M. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. Recuperado de file. *H:/tesis%*

20doctorales/articulos% 20de% 20historia/7345-37574-1-B, 20(1).

Martin, J. D. (2016). Técnicas de Argumentación según Chaim Perelman. Argumentos rigurosos y su aplicación jurídica. *Ediciones Universidad de la Rioja. España.*

Martínez, J. (2014). Adquisición de la conservación de la longitud en alumnos de 4º y 6º de Primaria.

Martínez, M. C. (2005). *La construcción del proceso argumentativo en el discurso: perspectivas teóricas y trabajos prácticos.* Universidad del Valle.

Ministerio de Educación Nacional. MEN. (1994). *Ley General de Educación.* Colombia.

Molina, M., Castro, E., Molina, J., & Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias, 29(1), 75-87.*

Olmo Romero, M. Á. D., Moreno Carretero, M. F., y Gil Cuadra, F. (1993). Superficie y volumen: ¿algo más que el trabajo con fórmulas?

Perelman, C., y Olbrechts-Tyteca, L. (1989). *Tratado de la argumentación.* Madrid: Editorial Gredos.

Pérez P y Salmerón T, (2006). Desarrollo de la comunicación y del lenguaje: indicadores de preocupación. *Revista Pediátrica Atención Primaria.* Volumen (8), 679-693.

Recuperado de <http://archivos.pap.es/files/1116-612-pdf/637.pdf>

Quevedo, M. (2018). Presencia de argumentos cuasi-lógicos en trayectorias reales de aprendizaje del espacio. (Tesis de maestría) *Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Bogotá, Colombia.* Recuperado de

http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000100003

- Ramos Sánchez, J. L. (2014). Enseñar a leer a los alumnos con discapacidad intelectual: una reflexión sobre la práctica.
- Rejón, O., y Idalia, D. (2007). La enseñanza de la medición en el tercer grado de preescolar: longitud y tiempo.
- Roldán, G y Rendón, H. (2013). *Estrategia para el estudio del Área Y El Perímetro De Figuras Planas Articulada Al Modelo Socio Crítico Para Los Estudiantes De La Institución Educativa María De Los Ángeles Cano Márquez.*(Tesis de maestría) Universidad de Medellín, Colombia. doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004
- Rotaache Guerrero, R. A., y Montiel Espinosa, G. (2017). Aprendizaje del concepto escolar de ángulo en estudiantes mexicanos de nivel secundaria. *Educación matemática*, 29(1), 171-200.
- Serrano, A. (2010) *Buscando Sentido a los Conceptos de Área y Perímetro en Estudiantes de Grado Séptimo.* (Tesis de Especialización) Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Especialización en Educación Matemática. Bogotá, Colombia
- Sicuamia, G. E. (2017). *Trayectorias De Aprendizaje En La Orientación Espacial Para La Formación De Profesores De Básica Primaria En Ejercicio.* (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Bogotá, Colombia.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical thinking and learning*, 6(2), 91-104.

- Solar-Bezmalinovic, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 155-176.
- Suárez, W. (2018). *Un Estudio De Género En Trayectorias Hipotéticas De Aprendizaje De La Visualización Espacial*. (Tesis de maestría) Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Bogotá, Colombia.
- Toro, J. (2015). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 224–229.
- Verón, E. (2009). Émile Benveniste e a subjetivização da semiótica. *MATRIZES*, 2(2), 57-70.