



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

**Distribución aleatoria de defectos
topológicos en muestras
superconductoras mesoscópicas.**

Óscar Silva Mosquera

Proyecto Curricular de Licenciatura en Física
Facultad de Ciencias y Educación
Tesis de grado
Modalidad Monografía
Cod.20121135023

Octubre 2019

**Distribución aleatoria de defectos
topológicos en muestras
superconductoras mesoscópicas.**

Óscar Silva Mosquera

Trabajo final presentado como requisito parcial
para optar el título de:
Licenciado en Física

Director:

Dr. Henry Mauricio Ortiz Salamanca

Codirector:

Dr. Jose Jose Barba Ortega

Proyecto Curricular de Licenciatura en Física
Facultad de Ciencias y Educación
Tesis de grado
Modalidad Monografía

Cod.20121135023

Octubre 2019

A mis queridos padres, hermanos y sobrinos.

RESUMEN

El presente estudio analizará, desde la aplicación de simulaciones físicas computacionales, la variación de defectos topológicos (VÓRTICES) en una muestra superconductor de dimensiones 12x12 a tres diferentes rangos de temperatura δ , y con la aplicación de campos magnéticos externos variando en el tiempo. Se analizará el valor de los campos magnéticos críticos H_{c1} y H_{c2} de la muestra en función de la temperatura, estado Abrikosov, además de tener en cuenta para esto las propiedades de magnetización $M(H)$, número de vórtices $N(H)$ y energía libre de Gibbs $G(H)$ dentro del material, de acuerdo con los datos obtenidos en la simulación. El análisis de estas propiedades se realiza mediante la generación de gráficos con los datos numéricos tomados de la simulación y se utilizarán conceptos de la teoría de Ginzburg-Landau, en la cual el cambio de estado de fase de segundo orden del sistema muestra como el material pasa de un estado normal a otro superconductor. Esto se podrá visualizar a través de gráficos e imágenes ilustradas de algunos datos específicos del sistema en transición de fase.

Palabras claves. Simulación física, defectos topológicos, campo magnético, estado Abrikosov, magnetización, vórtices, energía libre.

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Studie wird analysieren, aus der Anwendung von rechnergestützten physikalischen Simulationen, die Variation von topologischen Defekten (VÓRTICES) in einer supraleitenden Probe der Abmessungen 12x12 bis drei verschiedene Temperaturbereiche δ , und mit der Anwendung von externen Magnetfeldern variieren in der Zeit. Der Wert der kritischen Magnetfelder H_{c1} und H_{c2} der Probe wird als Funktion der Temperatur, des Abrikosov-Zustandes analysiert, wobei neben der Berücksichtigung der Eigenschaften der Magnetisierung $M(H)$, der Anzahl der Wirbel $N(H)$ und der freien Energie von Gibbs $G(H)$ im Material gemäß den in der Simulation erhaltenen Daten. Die Analyse dieser Eigenschaften erfolgt durch die Erzeugung von Graphen mit den numerischen Daten aus der Simulation und unter Verwendung von Konzepten aus der Ginzburg-Landau-Theorie, bei der die Phasenzustandsänderung zweiter Ordnung des Systems zeigt, wie das Material von einem Normalzustand zu einem anderen Supraleiter übergeht. Dies kann durch Grafiken und illustrierte Bilder einiger spezifischer Daten des Systems im Phasenübergang visualisiert werden.

Keywords. Physikalische Simulation, topologische Defekte, Magnetfeld, Abrikosov-Zustand, Magnetisierung, Wirbel, freie Energie.

JUSTIFICACIÓN

Los superconductores pueden tener muchas aplicaciones. Actualmente se les utiliza para crear campos magnéticos muy intensos, utilizados en escáneres para uso médico, así como frenos y aceleradores magnéticos, en reactores nucleares, y para nuestro caso células solares mixtas de perovskita (mismo tipo de estructura cristalina que el titanato de calcio con oxígeno).

De ser posible su manejo a temperaturas más altas podría utilizarse en computación y en la creación de motores más potentes, así como en medios de transporte que leviten en el aire.

Cabe señalar que los costos de estas aplicaciones son muy altos, de manera que en nuestro país es muy difícil llevar a la práctica esta clase de investigaciones, por falta de recursos económicos, es por esto que los estudios sobre superconductividad se centran en la aplicación de simulaciones computacionales y su estudio numérico.

Nuestro trabajo se basa en trabajos previos que se pueden ver en [10][23][26].

Índice

Capítulos	Página
1. RESEÑA HISTÓRICA	9
1.1. Historia de la física de bajas temperaturas	9
1.2. Fenomenología de los superconductores	11
2. TEORÍAS DE LA SUPERCONDUCTIVIDAD	15
2.1. Ecuaciones de London	15
2.2. Teoría Ginzburg-Landau	20
2.3. Teoría BCS: Bardeen-Cooper-Schrieffer	23
3. TEORÍA GINZBURG-LANDAU	25
3.1. Ecuaciones de Ginzburg-Landau	26
3.2. Ecuaciones de Ginzburg-Landau dependientes del tiempo TDGL	27
3.3. Validez de la teoría Ginzburg-Landau	28
3.4. Solución por métodos numéricos	29
4. RESULTADOS TEÓRICOS	30
4.1. Metodología	30
4.2. Graficos generales	32
4.2.1. Magnetización y generación de vórtices	32
4.2.2. Número de vórtices y densidades de supercorriente	36
4.2.3. Energía libre de Gibbs y parámetro de orden	41
4.3. Graficos específicos	45
4.3.1. Primer Rango de Temperatura	46
4.3.2. Segundo Rango de Temperatura	50
4.3.3. Tercer Rango de Temperatura	54
4.4. Analisis de resultados	57
5. CONCLUSIONES	58
6. APÉNDICE A. Distribución aleatoria de vórtices. Caso a	59
7. REFERENCIAS	61

Índice de figuras

1.	Michael Faraday, científico Británico pionero de la licuefacción	9
2.	Heike Kamerlingh Onnes, físico neerlandés descubridor de la superconductividad en metales	10
3.	Ginzburg y Landau, físicos rusos, expositores de las transiciones de fase de segundo orden en los fenómenos superconductores	11
4.	Tabla de sustancias y aleaciones superconductores y su respectiva T_c en grados Kelvin	12
5.	Efecto Meissner-Ochsenfeld, en el cual el material superconductor expulsa de su interior las líneas de fuerza del campo magnético externo aplicado.	13
6.	Material en estado normal (Ordinary conductor) y superconductor en presencia de un campo magnético externo H	14
7.	Fritz y Heinz London, Físicos Alemanes generadores de la primera teoría de la superconductividad	15
8.	Resistencia en función de la temperatura aplicada en Kelvin	16
9.	Apantallamiento de la densidad de supercorriente en el interior del superconductor	17
10.	Grafico de longitud de penetración en función del campo aplicado	19
11.	Núcleos de vórtices en el interior de una muestra superconductora	21
12.	Gráfico de la diferencia de energía libre del sistema SC en función de la pseudofunción de onda ψ , línea roja estado normal, línea negra estado superconductor	22
13.	Par de Cooper. Electrones y longitud de coherencia.	24
14.	Par de Cooper. Electrones en interacción con la red, fonon.	25
15.	Material en estado superconductor y en presencia de campos magnéticos	25
16.	Gráfico de longitud de coherencia en función del campo aplicado	27
17.	Magnetización M en función del campo magnético externo aplicado H	32
18.	Puntos máximos que se toman para el cálculo de la susceptibilidad magnética del material H	33
19.	Número de Vórtices N en función del campo magnético externo aplicado H	36
20.	Continuidades en la generación de vórtices a los tres rangos de temperatura estudiados. H	37
21.	Energía libre de Gibbs en función del campo magnético externo aplicado H	41
22.	Tomado de [23] trabajo sobre Mesoscopic superconductivity in application del Dr.J.J.Barba Ortega. para la similitud del cuadro anterior.	45

Índice de cuadros

1.	Valores de la susceptibilidad magnética del material a tres rangos de temperatura	33
2.	Valores específicos para el primer rango de temperatura	34
3.	Vórtices 4, 24, 44, 4, 1 y 0 a temperatura $T_a(0, 0 \Rightarrow 0, 10)$	35
4.	Valores específicos para la continuidad en la generación de vórtices a los tres rangos de temperatura estudiados	37
5.	Simetría en X de la distribución aleatoria de vórtices en algunos datos de la temperatura $T_c(0, 0 \Rightarrow 0, 50)$	38
6.	Densidad de supercorriente para algunos casos a temperatura $T_a(0, 0 \Rightarrow 0, 50)$	40
7.	Máximos y mínimos de la energía libre de Gibbs del sistema superconductor estudiado	42
8.	Puntos máximos y mínimos de la energía libre de Gibbs para las temperaturas T_a, T_b y T_c , <i>consus respectivos valores decampo aplicado</i>	42
9.	Valores de energía libre de Gibbs y campo magnetico aplicado en la generacion de vortices.	43
10.	Valores de energía libre de Gibbs y campo magnético aplicado en la generación de vortices.(se puede observar la similitud con las gráficas de otros trabajos previos a este del Dr.J.J.Barba Ortega)	44

1. RESEÑA HISTÓRICA

1.1. Historia de la física de bajas temperaturas

La temperatura, desde los orígenes del hombre, ha ejercido una influencia preponderante sobre el comportamiento de la materia, sobre sus propiedades físicas y sus propiedades químicas. Por ello, y aunque la física de muy altas temperaturas (más de 5000 K) también presente fenómenos cuánticos (como la fusión nuclear en el corazón de las estrellas), la mayoría de efectos cuánticos macroscópicos de interés se manifiestan a temperaturas muy bajas. La definición estándar de baja temperatura en física experimental es toda aquella inferior al punto de licuación del nitrógeno, 77 K.[22]

Es así que la física de bajas temperaturas muestra históricamente como ha sido muy fácil para los científicos llevar la materia hasta estados muy altos de temperaturas y darle sentido a sus resultados, pero también muestra como ha sido demasiado complicado enfriarlos, y más complicado aún, tratar de explicar el comportamiento de la materia a estas escalas térmicas tan bajas. Sin embargo, los científicos se las han arreglado para lograr llevar materiales a temperaturas tan bajas, que al ser sometidas a estas su estructura presenta cambios físicos tan significativos que la ciencia con todo y sus avances aún no ha logrado explicarlos por completo. En este ultimo caso especifico se iniciara nuestro estudio sobre superconductores.

Los inicios científicos de la física de bajas temperaturas se dieron en épocas del renacimiento, finales del siglo XV y comienzos del siglo XVI, en los que el inventor Leonardo Da Vinci ideó sistemas mecánicos para enfriar aire y aplicarlo a recintos cerrados en épocas calurosas del año. En 1823 los ensayos de Faraday con gas cloro liberado al calentar un tubo, mostraron que en el extremo más frío del tubo se creaba un líquido en forma de gotas.



Figura 1: Michael Faraday, científico Británico pionero de la licuefacción

Tomado de: <https://personajeshistoricos.com/c-cientificos/michael-faraday/>

Faraday descubrió que el proceso de enfriamiento se podría explicar inicialmente por el proceso de evaporación. Cuando un líquido se evapora por causa

de una temperatura alta, este líquido también se enfría en el proceso. Faraday predijo que tanto el vapor como el líquido se enfrían en el proceso.

Luego al introducir en el proceso de enfriamiento de un gas cualquiera la presión, se introduce una variable de condensado que al evaporar el gas y condensarlo se obtiene gas líquido, esto se conoce como licuar gases o licuefacción.

Este es el principio por el cual inicia el estudio de la superconductividad, ya que Heike Kamerlingh Onnes, científico experimental neerlandés descubre en 1911 que el mercurio Hg, metal líquido de transición, pierde toda resistencia eléctrica al flujo de corriente, cuando este es sometido a una temperatura de 4,12 Kelvin debido a la inmersión de este en helio líquido, gas helio licuado. De esta forma se genera el estado superconductor en dicho metal. Por este descubrimiento se le otorgó el premio Nobel de física en el año 1913.

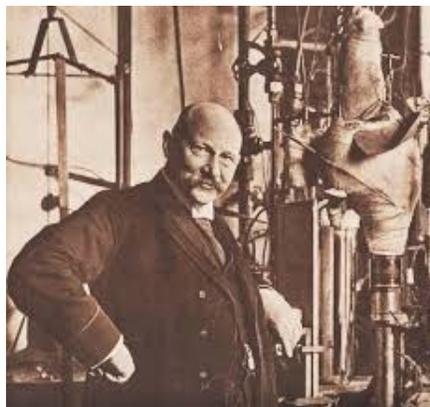


Figura 2: Heike Kamerlingh Onnes, físico neerlandés descubridor de la superconductividad en metales

Tomado de: <https://eltamiz.com/2012/11/22/premios-nobel-fisica-1913-heike-kammerlingh-onnes-ii/>

En la teoría de los superconductores las primeras ideas formales, que relacionaron la temperatura y la resistencia de materiales conductores, se dieron clásicamente por medio de la expresión:

$$R_F = R_I(1 \pm \alpha\Delta T) \quad (1)$$

De acuerdo con esta expresión podemos ver la necesidad, de los científicos previos a las teorías modernas de la superconductividad como Georg Simón Ohm y Michael Faraday, de plantear expresiones matemáticas que vinculen los conceptos físicos de temperatura y resistencia en un solo modelo que explique los fenómenos experimentales observados. Modernamente se cuenta con tres teorías aceptadas y apoyadas entre sí que tratan de explicar el fenómeno de los superconductores, estas son:

1. Teoría de los hermanos London

2. Teoría de Ginzburg-Landau
3. Teoría BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer)

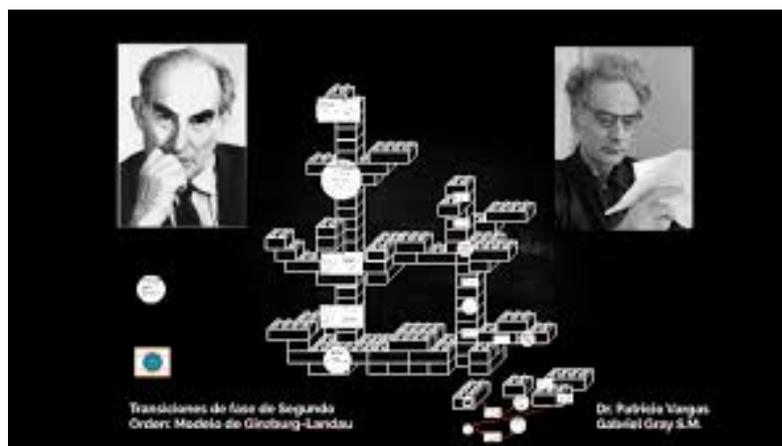


Figura 3: Ginzburg y Landau, físicos rusos, expositores de las transiciones de fase de segundo orden en los fenómenos superconductores

Tomado de: <https://prezi.com/jfd25iilxo5/transiciones-de-fase-de-segundo-orden-modelo-de-ginzburg-landau/>

El presente estudio tomará ideas importantes de la teoría de los hermanos London, pero estará totalmente centrado en la teoría fenomenológica de Ginzburg-Landau sobre las transiciones de fase de segundo orden, aclarando con esto que los materiales expuestos a los fenómenos superconductores no sufren cambios de estado en su estructura, por ejemplo cambio de estado de sólido a líquido, ni internamente cambios en su entropía ($S=\text{cte.}$), que son casos de transiciones de fase de primer orden, de manera que el cambio de fase a estudiar es el de una muestra que pasa de un estado normal a otro estado, superconductor, y viceversa, en donde si cambian por ejemplo las propiedades magnéticas del material, su calor específico y su conductividad térmica, entre otras.

1.2. Fenomenología de los superconductores

La fenomenología conceptual de los superconductores se da inicialmente cuando a un determinado material conductor se le somete a una baja temperatura en la cual esta reduce la resistividad del material a cero. Esta temperatura, en términos superconductores, se conoce como temperatura crítica del material y se simboliza como T_c . En superconductores tipo I la T_c , es un único valor de temperatura límite para la cual el material se encontrara en estado superconductor. La variación de esta temperatura por encima o por debajo del límite que plantea la T_c , hará que el material pierda su estado superconductor y vuelva a su estado normal reapareciendo así su resistencia, resistencia al movimiento de los electrones que conforman el material.

El científico pionero de la superconductividad, Heike Kamerlingh Onnes, observo otro momento importante del fenómeno. Esto se da cuando al material, ya en estado superconductor (Temperatura superconductor T_{sc} ; $T_0 \leq T_{sc} \leq T_c$), se le aplica una intensidad de campo magnético externo H hasta un límite que se llama campo magnético externo crítico del material H_c , (H_0 ; H_{sc} ; H_c), y en el cual se observa la aparición de otro fenómeno nuevo, el de la levitación.

Sustancia	Temperatura crítica (K)	Aleación	
W (wolframio)	~0.01	V ₃ Ga	15.00
Ir (iridio)	0.014		
Ti (titanio)	0.39	V ₃ Si	17.10
Ru (rutenio)	0.49	Nb ₃ Sn	18.30
Zr (zirconio)	0.55	Nb ₃ Al	18.80
Cd (cadmio)	0.56	Nb ₃ Ga	20.30
Os (osmio)	0.66	Nb ₃ Ge	23.30
U (uranio)	0.68		
Zn (zinc)	0.88		
Mo (molibdeno)	0.92	Ba La ₄ Cu ₅ O _{13.4}	35.00
Ga (galio)	1.09		
Al (aluminio)	1.19	YBa ₂ Cu ₃ O ₇	90.00
Th (torio)	1.37		
Re (renio)	1.70	YBa ₄ Cu ₅ O _x	98.00
In (indio)	3.40		
Sn (estaño)	3.72	Tl ₂ Ba ₂ Ca Cu ₂ O ₈	99.00
Hg (mercurio)	4.15		
Ta (tantalio)	4.48	Bi ₂ Sr ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	110.00
V (vanadio)	5.30		
La (lantano)	5.91	Tl ₂ Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃ O ₁₀	125.00
Pb (plomo)	7.19		
Tc (tecnecio)	8.20	Hg Ba ₂ Ca ₂ Cu ₃	133.00
Nb (niobio)	9.46	O _{8+x}	

Figura 4: Tabla de sustancias y aleaciones superconductoras y su respectiva T_c en grados Kelvin

Tomado de: <http://conocimientossuperconductivity.blogspot.com/2010/11/los-materiales-superconductores.html>

Este límite H_c no debe ser superado, ya que si sucede así la superconductividad del material, al igual que en la T_c , desaparecerá y el material volverá a su estado normal.

Este fenómeno de la levitación en la superconductividad fue descrito por Meissner y Ochsenfeld, a partir de las ideas teóricas de los hermanos London sobre el apantallamiento generado por una supercorriente dentro del material debido a su estado superconductor.

Específicamente el material superconductor no deja que las líneas de fuerza del campo magnético externo lo penetren, debido a que en el estado superconductor los electrones del material (superelectrones) se encuentran en movimiento libre, y al sentir la presencia de un campo magnético externo, se generan por fuerza de Lorentz:

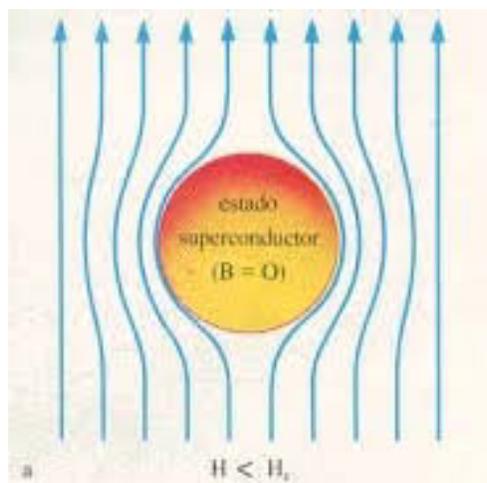


Figura 5: Efecto Meissner-Ochsenfeld, en el cual el material superconductor expulsa de su interior las líneas de fuerza del campo magnético externo aplicado.

Tomado de: <https://www.fceia.unr.edu.ar/fisica3/supercond.pdf>

$$F_l = e^- (\vec{E} + \vec{v} * \vec{B}) \quad (2)$$

Una densidad de flujo eléctrico en el que por inducción electromagnética (Ley de inducción de Faraday-Lenz), generará un nuevo campo magnético inducido que se opone al campo magnético externo, generando así el fenómeno de la levitación, que en realidad es la oposición de la fuerza de un primer campo magnético (externo) con la fuerza de un segundo campo magnético (inducido). En este momento del fenómeno es de mucha importancia el estudio de la respuesta del material a los campos magnéticos externos, magnetización del material, la relación entre estas dos variables se conoce como susceptibilidad magnética del material χ .

En el caso de los superconductores χ debe ser igual a -1 ($\chi = -1$), que es el caso de los materiales magnéticos. Es decir, materiales que no permiten el ingreso de líneas de fuerza de campos magnéticos externos en su interior. Finalmente las ideas de los hermanos London predicen como las líneas de fuerza del campo magnético externo al que se encuentra expuesto el material en estado superconductor penetran a una distancia muy mínima. El campo magnético inducido por la supercorriente y por lo tanto el material, esta se conoce como longitud de penetración λ y depende tanto de la temperatura a la que está sometido el material Superconductor como de la intensidad de campo magnético externo que se le aplique.

La ecuación que describe como las líneas de fuerza del campo magnético externo h_r penetran de manera exponencial al campo magnético inducido por la supercorriente se expresa como:

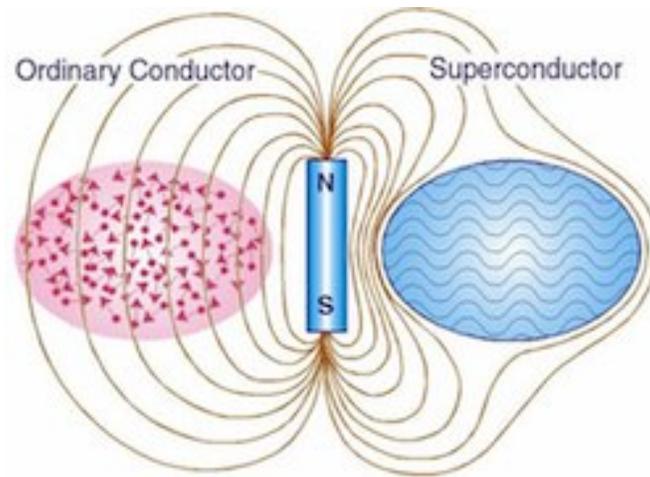


Figura 6: Material en estado normal (Ordinary conductor) y superconductor en presencia de un campo magnético externo H .

Tomado de: <https://francis.naukas.com/2014/12/20/programa-120-buhardilla-2-0-el-origen-del-efecto-meissner-y-la-intensidad-de-la-luz/>

$$h_r = h_0 e^{-\left(\frac{r}{\Lambda}\right)} \quad (3)$$

Donde Λ es la constante de densidad de superelectrones ($\Lambda = m/ne^2$; m.Masa; n.Número de electrones; e.Carga fundamental)

Más adelante se irán detallando conceptos e ideas más fundamentales del estado superconductor.

2. TEORÍAS DE LA SUPERCONDUCTIVIDAD

2.1. Ecuaciones de London



Figura 7: Fritz y Heinz London, Físicos Alemanes generadores de la primera teoría de la superconductividad

Tomado de: <http://148.206.53.84/tesiuami/UAMI16346.pdf>

La teoría de los hermanos London establece como idea intuitiva la formulación de expresiones electrodinámicas que relaciona dos clases de fluidos, uno con electrones e_n^- en estado normal y otro con electrones e_s^- en estado superconductor (superfluido). De igual manera las densidades n_n y n_s , y las velocidades v_n y v_s de los electrones en los dos estados, normal y superconductor respectivamente.

Esta primera idea fue descrita teóricamente por los hermanos London (1935) a partir de las observaciones experimentales de Onnes (1911) sobre la desaparición de la resistencia eléctrica en materiales conductores y de algunas deducciones teóricas de Gorter-Casimir (1934) sobre el condensado de electrones en el material y el posible estado de su energía libre.

Partiendo de esto los hermanos London plantean el formalismo electrodinámico del fenómeno superconductor, en el cual se establecen para la resistencia, colisiones de los electrones con los núcleos atómicos que conforman el material, núcleos que se establecen fijos a priori en la red que conforma el material.

La igualdad entre la fuerza dinámica del electrón

$$\vec{F}_d = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (4)$$

y su fuerza electrostática

$$\vec{F}_e = e\vec{E} \quad (5)$$

Además de utilizar la ecuación para la densidad de corriente eléctrica

$$\vec{\mathbf{J}} = ne \langle \vec{\mathbf{v}} \rangle \quad (6)$$

Establece la primera ecuación de London para el fenómeno superconductor del material, ecuación que da cuenta de la resistencia nula del superconductor

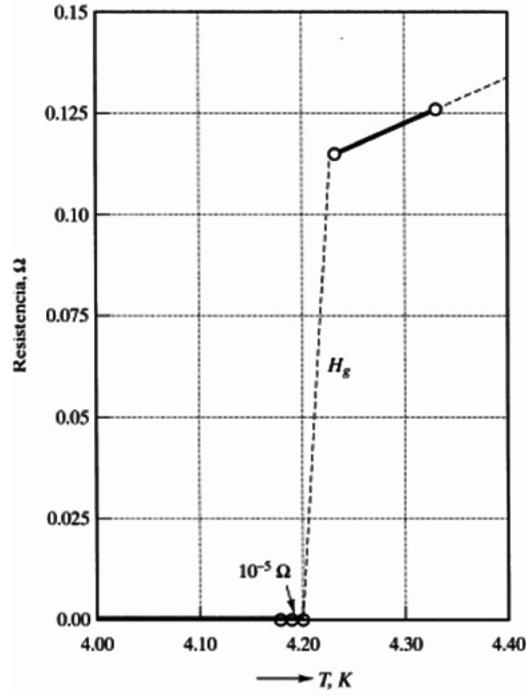


Figura 8: Resistencia en función de la temperatura aplicada en Kelvin

Tomado de: <http://losrelatosdesamid.blogspot.com/2013/06/los-superconductores-y-el-efecto.html>

y posteriormente de la supercorriente en el material cuando este sea sometido a un campo magnético externo

$$\vec{\mathbf{E}}(r) = \frac{d}{dt} \left(\Lambda \vec{\mathbf{J}}(r) \right) \quad (7)$$

Donde Λ es constante y representa la densidad de superelectrones que integran el material.

$$\Lambda = \frac{m}{ne^2} \quad (8)$$

Este es también un parámetro fenomenológico del material. La temperatura crítica del material también dará cuenta del movimiento libre de los electrones

sin resistencia. Un caso especial es el movimiento de estos electrones generado por un campo magnético externo al que ha sido expuesto el material. Una descripción más detallada muestra como los electrones libres en el material inician su desplazamiento, en un sentido determinado, debido a la aplicación de un campo magnético externo, generando con esto una corriente (supercorriente) en los bordes del material. Teóricamente la descripción parte de la ley de Ampere-Maxwell del electromagnetismo:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{h}} = \mu_0 \vec{\mathbf{J}} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t} \quad (9)$$

Al existir solo corrientes de conducción, las corrientes de desplazamiento se anulan:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{h}} = \frac{4\pi}{c} \vec{\mathbf{J}} \quad (10)$$

Utilizando las propiedades de los rotacionales

$$\boxed{\vec{\mathbf{h}}(r) = -c \nabla \times (\Lambda \vec{\mathbf{J}}(r))} \quad (11)$$

Esta ecuación se conoce como la segunda ecuación de London de la superconductividad y se explica como la densidad de corriente $\vec{\mathbf{J}}$ en los bordes del material genera un segundo campo magnético $\vec{\mathbf{h}}$, que de acuerdo a la ley de Biot-Savart, sobre los campos inducidos, este se opondrá al campo magnético externo que originó la supercorriente.

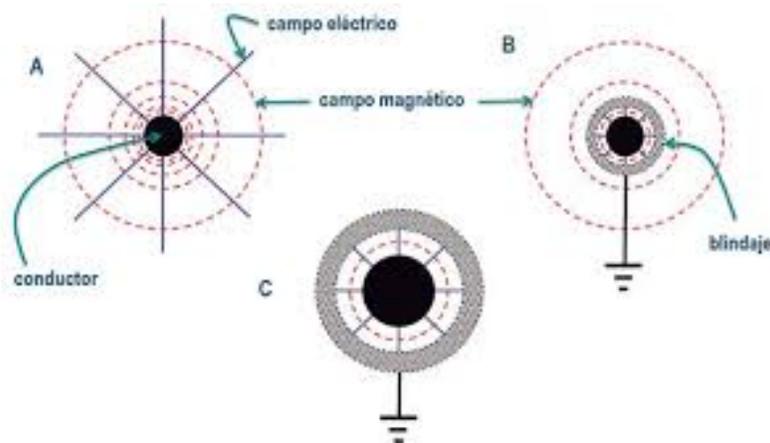


Figura 9: Apantallamiento de la densidad de supercorriente en el interior del superconductor

Tomado de: <http://losrelatosdesamid.blogspot.com/2013/06/los-superconductores-y-el-efecto.html>

Esta es la conocida e importante idea de Meissner y Ochsenfeld (Efecto Meissner-Ochsenfeld), sobre el apantallamiento que genera el flujo de electrones, supercorriente en el material y que no permite la entrada de líneas de fuerza del campo magnético externo en el interior del material, produciendo así efectos como la levitación del material, entre otros. Finalmente las ideas de los hermanos London predicen como las líneas de fuerza del campo magnético externo al que se encuentra expuesto el material en estado superconductor, penetran a una distancia muy mínima el campo magnético inducido por la supercorriente y por lo tanto el material, esta se conoce como longitud de penetración λ y depende tanto de la temperatura a la que está sometido el material superconductor, como de la intensidad del campo magnético externo que se le aplique

De la ecuación (8) tenemos

$$\vec{\mathbf{J}} = \frac{c}{4\pi} (\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{h}}) \quad (12)$$

Reemplazamos en la segunda ecuación de London (9)

$$\vec{\mathbf{h}}(r) = -c\nabla \times \left(\Lambda \frac{c}{4\pi} (\vec{\nabla} \times \vec{\mathbf{h}}) \right) \quad (13)$$

Utilizando la siguiente propiedad de los rotacionales

$$\vec{\mathbf{a}} \cdot (\vec{\mathbf{b}} \times \vec{\mathbf{c}}) = \vec{\mathbf{b}} \cdot (\vec{\mathbf{a}} \times \vec{\mathbf{c}}) - \vec{\mathbf{c}} \cdot (\vec{\mathbf{a}} \times \vec{\mathbf{b}}) \quad (14)$$

tenemos

$$\vec{\mathbf{h}}(r) = \frac{c^2\Lambda}{4\pi} [\nabla (\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{h}}) - \nabla^2 \vec{\mathbf{h}}] \quad (15)$$

Donde $\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{h}}$ es cero debido a la ley de Gauss que da cuenta de la convergencia de las líneas. de fuerza del campo magnético, en este caso inducido por la supercorriente

$$\vec{\mathbf{h}}(r) = -\frac{c^2\Lambda}{4\pi} \nabla^2 \vec{\mathbf{h}} \quad (16)$$

Se define la longitud de penetración λ^2 como

$$\lambda^2 = \frac{c^2\Lambda}{4\pi} \quad (17)$$

más exactamente

$$\lambda(T) = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}} \quad (18)$$

si la temperatura T es cero la longitud de penetración es $\lambda(L)$
La solución de la ecuación diferencial (14)

$$\vec{\mathbf{h}}_{(r)} + \lambda^2 \nabla^2 \vec{\mathbf{h}} = 0 \quad (19)$$

es

$$h(r) = h_{(0)} e^{-\left(\frac{r}{\sqrt{\Lambda}}\right)} \quad (20)$$

Dónde

$$\lambda_L = \sqrt{\Lambda} = \sqrt{\frac{m}{e^2 n_s}} \quad (21)$$

La ecuación (18) describe como las líneas de fuerza del campo magnético externo penetran de manera exponencial al campo magnético inducido por la supercorriente. Si la intensidad de este campo magnético externo es muy grande, el estado superconductor del material desaparecerá. De esta manera se establece al igual que la temperatura crítica del material T_c un campo magnético externo crítico H_c . Estas dos variables fenomenológicas están relacionadas por la siguiente igualdad:

$$H_c = H_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Aunque H_c no dependa de T_c

Recordamos que la descripción hecha hasta el momento se refiere solo a superconductores tipo I.

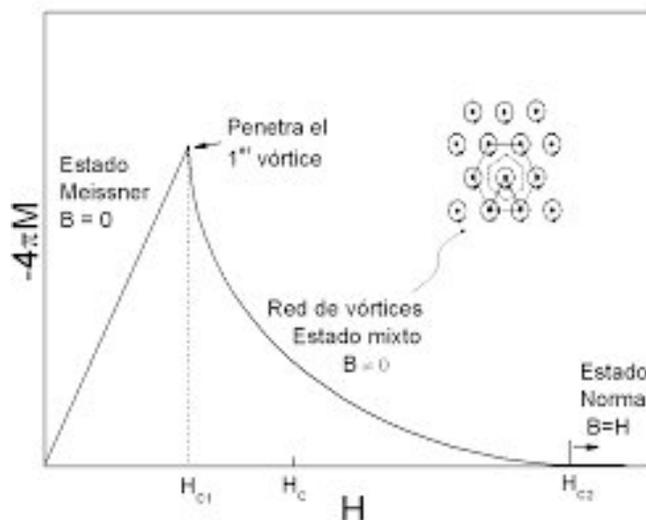


Figura 10: Gráfico de longitud de penetración en función del campo aplicado

Tomado de: <http://www.tandar.cnea.gov.ar/ghenzi/Presentaciones>

En este punto se hizo necesario plantear un nuevo problema, ya que experimentalmente se conoce que la pérdida del estado superconductor en un material se da por superar los valores límites, o de la temperatura crítica T_c del material,

o de la intensidad del campo magnético externo H_c , o de la intensidad del flujo eléctrico J_c . Pero es esto lo que la teoría expuesta hasta el momento (T. London) no hace de manera detallada (Teórica) del fenómeno. Así que se plantea necesariamente una teoría más completa que de cuenta de la pérdida del estado-fase superconductor del material, además de que pueda de manera experimental describir dicho cambio de estado (Superconductor a Normal, viceversa), ya que es esta descripción experimental el objetivo del presente trabajo.

2.2. Teoría Ginzburg-Landau

En 1950 los físicos rusos Vitaly Ginzburg y Lev Landau realizaron teóricamente una generalización de las ideas de los hermanos London, ya que esta, como se dijo con anterioridad, no explicaba de manera detallada la pérdida de superconductividad en muestras de materiales superconductores. Esta pérdida del estado superconductor en los materiales puede ser causado por intensidades de campos magnéticos externos superiores al límite planteado por el campo magnético crítico H_c , o por el aumento de la temperatura que supere el límite dado por T_c o por un aumento de la densidad de corriente superior a la del límite J_c .

En la teoría Ginzburg-Landau para cualquier caso de pérdida del estado superconductor, el estudio se centra conceptualmente en un estado mixto en el que coexisten el estado normal y el estado superconductor, esto dentro de un rango dado por un valor de campo magnético crítico externo H_{c1} (Mínimo) y otro H_{c2} (Máximo).

En este rango de valores de campo magnético externo ocurre el fenómeno en el cual cuantos de flujo magnético (Líneas de fuerza del campo magnético externo) atraviesan el material generando vórtices dentro de él. El aumento del número de vórtices por causa de la variación en el aumento de la intensidad del campo magnético externo por un lado y las impurezas del material por el otro, será el causante de la desaparición del diamagnetismo en el material y por consiguiente de la superconductividad del material, ya que las impurezas del material, por defectos topológicos, hará que estos vórtices traten de anclarse en ellos e inicien una distribución aleatoria dentro de todo el material hasta la pérdida del estado superconductor. Este es el estudio experimental al que dedicará el presente trabajo.

En este estado mixto se compara la contribución magnética del campo magnético externo a la magnetización del material, a la generación de número de vórtices y finalmente a la energía libre de Gibbs de los dos Estados-fases del fenómeno, normal y superconductor.

Teóricamente Ginzburg-Landau expone los estados-fases del fenómeno normal y superconductor por medio de una función de onda $\psi(r)$, que varía constantemente en la transición de fase de un estado al otro, y describe el estado en el cual se encuentra el material. Se definen los dos estados como:

Estado fase normal

$$\psi(r) = 0 \tag{23}$$

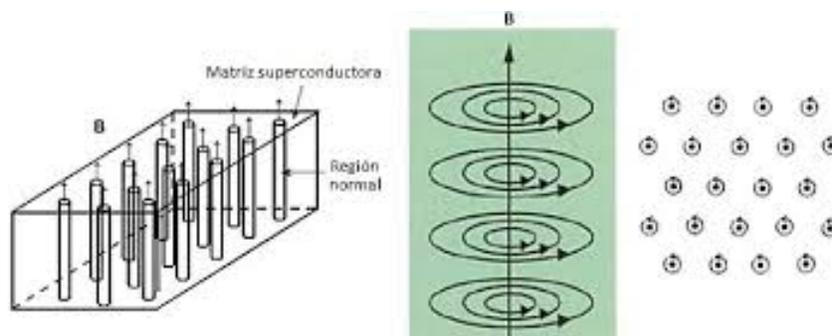


Figura 11: Nucleos de vórtices en el interior de una muestra superconductora

Tomado de: <http://inspirehep.net/record/1181776/plots>

Estado fase superconductor

$$\psi(r) \neq 0 \quad (24)$$

Esta función también se le conoce como parámetro de orden, y describe el estado en el cual se encuentra el material en cualquier momento.

La densidad de electrones n_s que conforman el material se relaciona con la función de onda $\psi(r)$, y con la longitud de penetración λ_T por medio de:

$$n_s = |\psi(r)|^2 \approx \frac{1}{\lambda^2(T)} \quad (25)$$

La idea principal de la teoría es el estudio de la diferencia de energía libre, energía libre de Gibbs $G_{s,n}$, de los estados superconductor y normal del sistema físico estudiado. Una de las condiciones para que este estudio termodinámico se dé, es que se hagan las consideraciones cercanas al valor de la temperatura crítica T_c del material. Matemáticamente se expresa como una expansión en serie que muestra la transición de un estado al otro tomando solo los términos con exponentes pares debido a la convergencia de los campos magnéticos inmersos en el sistema, así tenemos

$$G = \alpha |\psi(r)|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi(r)|^4 \quad (26)$$

Donde α y β son constantes fenomenológicas del sistema y dependen del valor de la temperatura crítica T_c del material. Para el estudio de la superconductividad α debe ser negativo y β Positivo: para el primero se establece un rango de $\psi(r)$ para el α , y para el segundo se establece que la energía del estado superconductor es menor a la del estado normal $G_{s(T)} < G_{n(T)}$

La transición de fases de un estado a otro, normal a superconductor y viceversa, se describe a través de un funcional energético de segundo orden de acuerdo con Landau. La minimización de dicho funcional (Minimización de la energía

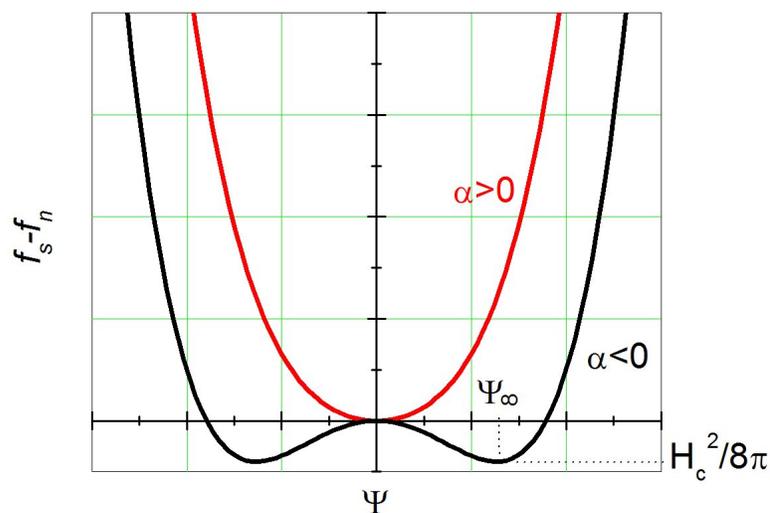


Figura 12: Gráfico de la diferencia de energía libre del sistema SC en función de la pseudofunción de onda ψ , línea roja estado normal, línea negra estado superconductor

Tomado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Teoría_Ginzburg-Landau

interna del material) aportará datos fenomenológicos importantes del sistema superconductor.

El funcional se refiere a la diferencia de energía interna del sistema, normal y superconductor: $G_{(T)} = G_{s(T)} - G_{n(T)}$ *, en función de la pseudofunción de onda $\psi(r)$ y del potencial vectorial A que describe al campo magnético externo.

Más detalladamente, para el caso en el que la muestra superconductor no ha sido expuesta a su temperatura crítica pero sí a un campo magnético externo tenemos:

$$G_{n(T,H)} = G_{n(T)} + \frac{h^2}{8\pi} \quad (27)$$

Si ahora el material es expuesto a su temperatura crítica, cambio de estado normal a superconductor, tendremos la expresión electrodinámica del sistema estudiado como una expresión de la energía interna que se conserva

$$G_{s(T_C,H)} = G_{n(T,H)} \quad (28)$$

$$G_{s(T_C,H)} = G_{n(T)} + \frac{h^2}{8\pi} \quad (29)$$

Generalizando

$$G_{s(T)} - G_{n(T)} = \alpha |\psi(r)|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi(r)|^4 + \frac{1}{2m} \left[\left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}A \right) \psi(r) \right]^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (30)$$

Si se tiene en cuenta el aporte de energía magnética a la generación de vórtices que se generan en el estado mixto del sistema, este aporte se le restará a la densidad de energía del campo magnético externo

$$\frac{h^2}{8\pi} - \frac{h - h_o}{4\pi} h_o \quad (31)$$

En la ecuación general de Ginzburg-Landau el término cuántico viene dado por la energía cinética de la densidad de electrones

$$k_s = \frac{p^2}{2m} \quad (32)$$

Donde el momento p en términos cuánticos es el momento canónico conjugado

$$p_s^2 = |-i\hbar\nabla \psi(r)|^2 \quad (33)$$

Así tenemos la densidad de energía cinética de electrones para el sistema en ausencia de campos magnéticos externos

$$k_s = \frac{1}{2m} |-i\hbar\nabla \psi(r)|^2 \quad (34)$$

En el instante en que el sistema superconductor este influido por un campo magnético externo tendremos

$$k_s = \frac{1}{2m} \left[\left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c}A \right) \psi(r) \right]^2 \quad (35)$$

La variable A representa el potencial vectorial del campo magnético.

Podemos observar que en la ecuación (30), la energía libre del sistema está en función tanto de la pseudofunción de onda $\psi(r)$ como de el potencial vectorial A , por lo tanto la ecuación (30) es el funcional energético de la teoría Ginzburg-Landau.

2.3. Teoría BCS: Bardeen-Cooper-Schrieffer

La teoría BCS se centra en el estudio microscópico de los sistemas superconductores, aunque aún no se cuenta con respuestas a muchos de los superconductores observados. Esta postula que, a temperaturas muy bajas, dos electrones pueden enlazarse y formar un par de Cooper de spin entero. Dichos pares de Cooper, que son ya bosones, forman un superfluido electrónico que se mueve sin disipación de energía, lo que se traduce en una corriente sin resistencia.

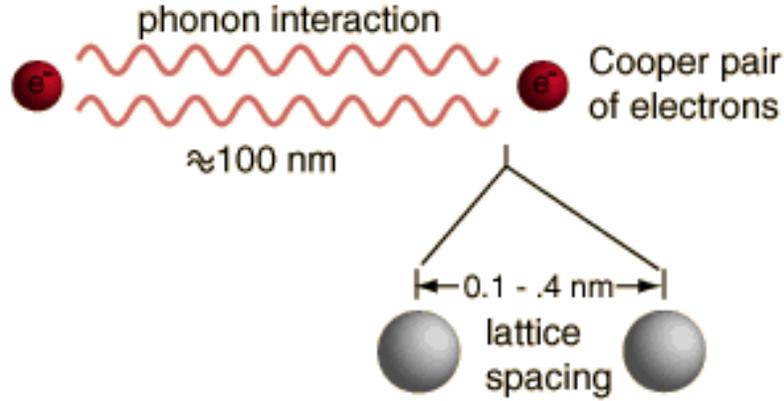


Figura 13: Par de Cooper. Electrones y longitud de coherencia.

Tomado de: <https://francis.naukas.com/2013/02/24/nota-dominical-que-teoria-es-la-teoria-bcs/>

La teoría se basa en el hecho de que los portadores de carga no son electrones sino parejas de electrones, como se mencionó anteriormente, pares de Cooper. Los electrones habitualmente se repelen debido a que tienen igual carga. Sin embargo, cuando se hallan inmersos en una red cristalina, es decir, la microestructura del material (Fonon) es posible que la energía entre ellos sea negativa, atractiva, en lugar de positiva, repulsiva, de manera que se creen parejas para minimizar la energía. En 1972, Bardeen-Cooper-Schrieffer recibieron el Premio Nobel de Física gracias a esta teoría, aunque esta fue propuesta en julio de 1957. Su justificación teórica se da por cálculos más rigurosos pues el comportamiento de los electrones y los iones deben describirse por medio de la mecánica cuántica. El tratamiento teórico completo utiliza los métodos de la segunda cuantización, y se basan en el hamiltoniano de Fröhlich:

$$H = \sum_{k,\sigma} \epsilon(k) c_{k,\sigma}^\dagger c_{k,\sigma} + \sum_q \hbar \omega_q b_q^\dagger b_q + \frac{1}{\sqrt{w}} \sum_{k,q,\sigma} g(k,q) \left[c_{k+q,\sigma}^\dagger b_q c_{k,\sigma} + c_{k+q,\sigma}^\dagger b_{-q}^\dagger c_{k,\sigma} \right] \quad (36)$$

donde $c_{k,\sigma}$ es un operador de aniquilación para un electrón de espín σ , y de momento k , b_q es el operador de aniquilación de un fonón de momento q , $c_{k,\sigma}^\dagger$ y b_q^\dagger son los operadores de creación correspondientes, y $g(k,q)$ es el elemento de matriz de acoplamiento electrón-fonón. Este término describe la emisión o la absorción de fonones por los electrones. Notar que en este proceso, el momento se conserva.

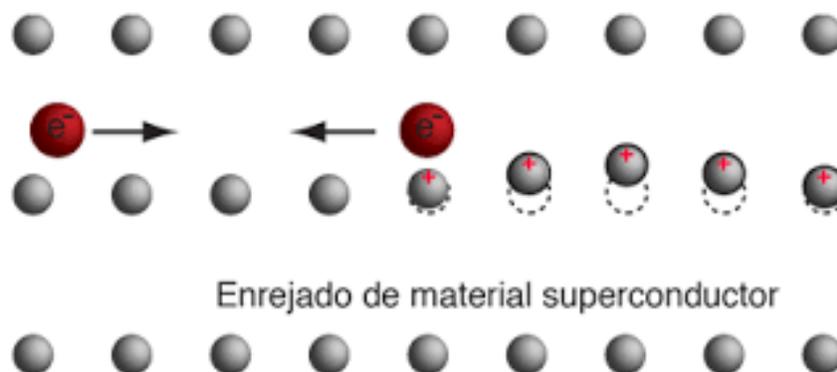


Figura 14: Par de Cooper. Electrones en interacción con la red, fonon.

Tomado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Solids/coop.html>

3. TEORÍA GINZBURG-LANDAU

Como ya se mencionó en el capítulo 2.2, la teoría de Ginzburg-Landau expone los estados-fases del fenómeno superconductor (Normal-Superconductor) por medio de una función de onda $\psi(r)$ que varía constantemente en la transición de un estado al otro. La diferencia entre la energía libre de Gibbs muestra esta transición de fase, de manera que el estudio se centre en como ocurre en dicha transición. Conceptualmente se le conoce como estado mixto, en el coexisten el estado normal y el estado superconductor, esto dentro de un rango dado por un valor de campo magnético crítico externo H_{c1} (Mínimo) y otro H_{c2} (Máximo).

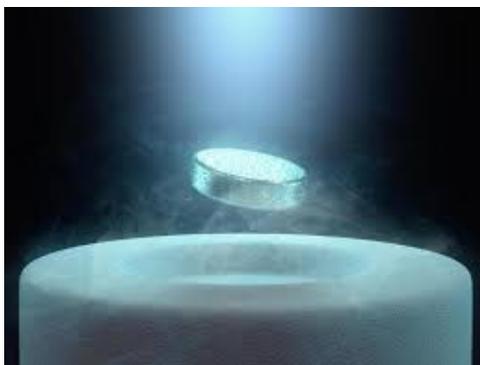


Figura 15: Material en estado superconductor y en presencia de campos magnéticos

Tomado de: <https://ehinger.nu/undervisning/starta-har/nyheter/6421-gamla-varldsrekordet-for-supraledare-pallaringe-for-trycket.html>

3.1. Ecuaciones de Ginzburg-Landau

Las ecuaciones de Ginzburg-Landau tiene como objetivo poder encontrar la mínima energía con respecto a las fluctuaciones del parámetro de orden, con la que el sistema cambiará de estado, normal \Rightarrow superconductor y viceversa. Minimizar la energía libre del sistema superconductor es encontrar la mínima energía con la que el sistema iniciará su cambio de fase. Teóricamente se trata de derivar el funcional de energía libre de Gibbs con respecto a la pseudo-función de onda $\psi(r)$ y al potencial vectorial A. Con esto se deducen las dos ecuaciones de Ginzburg-Landau:

$$\alpha|\psi(r)| + \beta|\psi(r)|^2\psi(r) + \frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla - 2eA)^2\psi(r) = 0 \quad (37)$$

y

$$\mathbf{J} = \frac{2e}{m} \text{Re} [(-i\hbar\nabla - 2eA)\psi(r)^2] \quad (38)$$

Deducir de estas ecuaciones la constante fenomenológica α y el parámetro de orden ψ nos aportará dos cantidades muy importantes del sistema estudiado, la longitud de coherencia ξ ,

$$\xi(T) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m|\alpha(T)|}} \quad (39)$$

y la longitud de penetración λ

$$\lambda(T) = \sqrt{\frac{m}{4\mu_0 e^2 \psi_0^2}} \quad (40)$$

Para finalmente con estas deducir teóricamente el parámetro Ginzburg-Landau

$$k = \frac{\lambda}{\xi} \quad (41)$$

Este parámetro k establece la clase o tipo de superconductor estudiado.

Cabe señalar que nuestro estudio, simulado por computador, toma el valor de dicho parámetro como

$$k = 5 \quad (42)$$

Con esto podemos deducir la longitud de penetración λ

$$5 = \frac{\lambda}{\xi} \Rightarrow \lambda = 5\xi \quad (43)$$

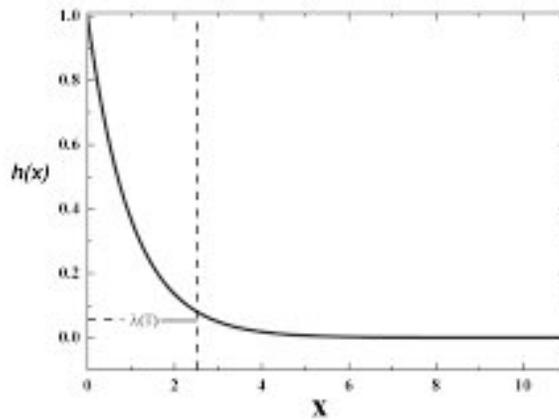


Figura 16: Gráfico de longitud de coherencia en función del campo aplicado

Tomado de: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Solids/coop.html>

3.2. Ecuaciones de Ginzburg-Landau dependientes del tiempo TDGL

Estas ecuaciones fueron descritas inicialmente por L.P. Gor'kov y M.Eliashberg de la teoría BCS en las que se trata de describir la dinámica del estado superconductor y su estado de equilibrio termodinámico. Las ecuaciones TDGL pueden ser descritas de manera normalizada como:

$$\frac{1}{D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i \frac{2e}{\hbar} \mu \right) \psi + \frac{1}{\xi(T)} (|\psi|^2 - 1) \psi + \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} A \right)^2 \psi = 0 \quad (44)$$

$$J_s = \sigma \left(-\nabla \mu - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \right) + \frac{\hbar c^2}{8\pi e \lambda^2(T)} \text{Re} \left[\psi \left(-i\nabla - \frac{2e}{\hbar c} A \right) \right] \quad (45)$$

con densidad de carga

$$\rho = \frac{\mu - \phi}{4\pi \lambda_f^2} \quad (46)$$

Las ecuaciones de Maxwell que relacionan y complementan la teoría son el potencial escalar $\phi(r)$ y el potencial vector A con la densidad de corriente J_s y la densidad de carga ρ . μ es el potencial electroquímico dividido por la carga e y λ_f es la longitud de Fermi. Para el caso estudiado omitimos la diferencia entre μ y ϕ .

D y ρ son las constantes de difusión y de conductividad en estado normal y la define la teoría BCS.

$$\frac{4\pi\lambda^2(T)\sigma}{c^2} = \frac{\xi^2(T)}{12D} = \frac{\pi\hbar}{96K_B T_c} \left[1 - \frac{T}{T_0}\right]^{-1} = t_0 \left[1 - \frac{T}{T_c}\right]^{-1} \quad (47)$$

Donde t_0 muestra el tiempo de relajación característico del parámetro de orden.

Para la preservación de la invarianza en las ecuaciones TDGL, se introduce para el potencial escalar y vectorial las siguientes transformaciones:

$$\psi \rightarrow \psi e^{i\frac{2e}{\hbar c}\chi} \quad (48)$$

$$A \rightarrow A + \nabla\chi \quad (49)$$

$$\phi \rightarrow \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\chi \quad (50)$$

χ representa e campo escalar arbitrario. Para finalmente escribir las ecuaciones TDGL como:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{1}{\eta}(i\nabla + A)^2\psi + (1 - T)(|\psi|^2 - 1)\psi \quad (51)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (1 - T)Re\{\psi^*(-i\nabla - A)\psi\} - \kappa^2\nabla \times \nabla \times A \quad (52)$$

$\eta = t\psi/tA$ representa la relación proporcional de los tiempos característicos para ψ y A , estos se determinaron por la teoría BCS. $\eta = 1$ para superconductores normales, $\eta = 12$ para superconductores con impurezas magnéticas y $\eta = 5, 79$ para superconductores con acoplamiento débil.

Las ecuaciones TDGL son generales ya que no dependen de un modelo microscópico específico.

3.3. Validez de la teoría Ginzburg-Landau

Al inicio de este documento se menciona que la teoría de Ginzburg-Landau se basaba en las transiciones de fase de segundo orden, es decir, la estructura de la muestra no se vería alterada, solo serían alteradas algunas de sus propiedades, magnetización, calor específico entre otras. Para estas transiciones se deben tener en cuenta algunos puntos de interpretación:

1. Las transiciones de fase de segundo orden para la energía libre pueden ser expandidas en potencias de $|\psi|^2$. Más tarde Gorkov¹ demostró que esto se podría aplicar de manera general a todos los superconductores.

2. La función ψ varía suavemente sobre distancias del orden de ξ_0 , con la condición $\xi(T) \gg \xi_0$ o $\frac{T_{c0}-T}{T_{c0}} \ll 1$, es decir la temperatura debe ser cercana a T_{c0} ,

temperatura crítica a campo 0.

3. La electrodinámica local del sistema superconductor será válida solo si H y A son funciones que varían suavemente sobre las distancias cercanas al orden de ξ_0 , además de que $\lambda(T) \gg \xi_0$ o $\frac{T_{c0}-T}{T_{c0}} \ll \left[\frac{\lambda_L(0)}{\xi_0} \right]^2$

Esto demuestra que la temperatura debe ser cercana a T_{c0}

Inicialmente la teoría fue válida para transiciones cercanas a los estados superconductor normal de la muestra, rangos pequeños de temperaturas, luego de Gennes mostró que la teoría de Ginzburg-Landau es válida para cualquier rango de temperaturas en presencia de campos magnéticos.

3.4. Solución por métodos numéricos

Las ecuaciones TDGL pueden resolverse numéricamente usando el método de diferencias finitas para las derivadas espaciales y el método de Euler para la derivada temporal, ya que las ecuaciones TDGL son invariantes ante transformaciones de calibre. En el caso de las ecuaciones TDGL usaremos un sistema discreto similar al método de diferencias finitas FDM, el cual permite una descripción natural del sistema. \square

La característica fundamental que debemos tener en cuenta será la invarianza del esquema discreto frente a las denominadas transformaciones de calibre en la malla (lattice gauge transformation) que constituye la versión discretizada de la simetría de calibre que las ecuaciones TDGL satisfacen.

Ver demostración en [21].

4. RESULTADOS TEÓRICOS

En 1957 Alekséi A. Abrikosov demostró de manera detallada como un material superconductor puede perder su estado SC y volver a su estado normal debido a la presencia de campos magnéticos externos. Predijo que un campo magnético externo puede penetrar parcialmente, en forma de vórtices cuantizados de flujo magnético, la muestra superconductora estableciendo con esto los llamados estado mixto o estado de Shubnikov del sistema, en el cual se presenta la coexistencia entre el estado superconductor y el estado normal, este aparece entre el rango que el primer y el segundo campo crítico termodinámico establecen. Se deducen así los superconductores Tipo II.

Al estudiar superconductores mesoscópicos, es decir, muestras superconductoras con dimensiones comparables al tamaño de la longitud de coherencia $\xi(T)$ o de la longitud de penetración $\lambda(T)$, observamos que tanto sus propiedades termodinámicas como la configuración o arreglo de vórtices, en muchos casos, es propia de la estructura geométrica analizada.

Con el fin de analizar los fenómenos físicos que se suceden en un superconductor mesoscópico, estudiamos de forma teórica algunas cantidades termodinámicas como la magnetización, energía libre de Gibbs, número de vórtices, densidad de electrones superconductores, corriente crítica entre otros; este estudio se realizó para tres diferentes configuraciones simuladas en una muestra superconductora, mediante la solución numérica de las ecuaciones de Ginzburg-Landau dependientes del tiempo (TDGL) utilizando el método de campos de calibre con variables de enlace.

4.1. Metodología

Se estableció para cada grupo de datos, las gráficas que dieron cuenta de la pérdida del estado superconductor en el material a tres diferentes rangos de temperatura

$$T_{(x,y)} = \delta Random \quad (53)$$

- a. $\delta = 0,10 \Rightarrow T_a(0 \Rightarrow 0,10)$
- b. $\delta = 0,25 \Rightarrow T_b(0 \Rightarrow 0,25)$
- c. $\delta = 0,50 \Rightarrow T_c(0 \Rightarrow 0,50)$

Estos rangos se establecieron a priori y son constantes

(Simulación experimental).

Para cada uno de los rangos se estudio:

- La magnetización del material M en función de la aplicación de un campo

magnético externo H .

- La generación del número de vórtices n en función de la aplicación de un campo magnético externo H .
- La energía libre de Gibbs G en función de la aplicación de un campo magnético externo H .

Además de analizar teóricamente los valores de las longitudes de coherencia ξ y de penetración λ del sistema.

Recordemos que nuestro análisis experimental se centra en los datos de una simulación hecha por computadora, de una muestra superconductora de dimensiones 12×12 (Placa) sumergida en un baño térmico con variación en tres diferentes rangos de temperatura: $T_a = 0 \Rightarrow 0, 10$; $T_b = 0 \Rightarrow 0, 25$; $T_c = 0 \Rightarrow 0, 50$ y en donde la muestra superconductora se encontrará aleatoriamente expuesta, sin olvidar que estas temperaturas $T_a, T_b, T_c = T_{sc}$ son temperaturas superconductoras, y se encuentran entre la temperatura del cero absoluto y la temperatura crítica $T_0 < T_{sc} < T_c$ del material.

Finalmente se debe señalar que los datos sobre el campo magnético externo que se aplicará a la muestra, irán en aumento de 0 a 2,500T.

El estado superconductor en el que se encuentra la muestra debido a las bajas temperaturas, irá desapareciendo a medida que se aumente el ya mencionado campo magnético externo H y por consiguiente el número de vórtices N que atraviesan la muestra. En el proceso se tomarán datos específicos que permitirán un estudio detallado de la pérdida del estado superconductor debido a la generación de los números de vórtices. Por último se mostrará la secuencia de la aparición y desaparición de vórtices en la muestra para el primer rango de temperaturas $\delta = 0, 10 T_a (0 \Rightarrow 0, 10)$ al aumentar el campo magnético externo aplicado.

4.2. Graficos generales

Nuestro estudio se realiza sobre el modelo del estado mixto de los superconductores tipo II en presencia de campos magnéticos externos utilizando la teoría de Ginzburg-Landau dependiente del tiempo y sus ecuaciones:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{\eta}(i\nabla + A)^2\psi + (1 - T)(|\psi|^2 - 1)\psi \quad (54)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (1 - T)Re\{\psi^*(-i\nabla - A)\psi\} - K^2\nabla X\nabla X A \quad (55)$$

En esta parte de nuestro estudio se quiere mostrar de manera ilustrada las propiedades físicas de la muestra superconductora, mostramos curvas de magnetización, número de vórtices y estado de Abrikosov, considerando una variación de temperatura de forma aleatoria dentro de la muestra superconductora mesoscópica de la siguiente manera:

$$T(x) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{L} \quad (56)$$

De acuerdo con los datos de nuestra simulación, el parámetro de Ginzburg-Landau tiene valor $k = \lambda/\xi = 5$ valor que se da para una aleación de muestra superconductora Pb-In (Células solares mixtas de Pb-In perovskita).

4.2.1. Magnetización y generación de vórtices

Como es conocido, los materiales sufren un fenómeno físico llamado magnetización debido a la presencia de campos magnéticos externos que ordenan los electrones del material y generan su imantación al generar dipolos magnéticos en su interior.

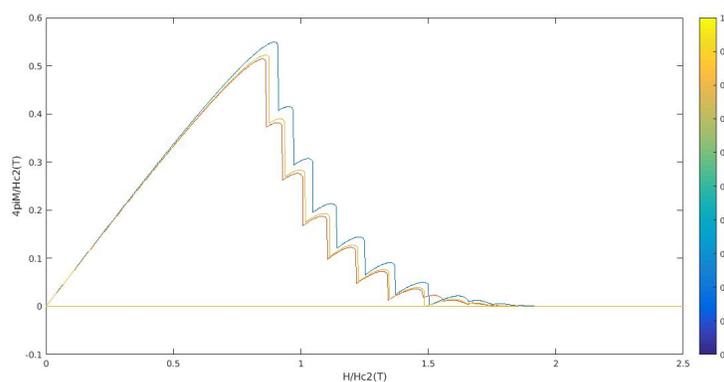


Figura 17: Magnetización M en función del campo magnético externo aplicado H

Como se dijo en la parte teórica, estas variables están relacionadas por medio de la susceptibilidad magnética del material $-\chi_m = \frac{M}{H}$. Para materiales diamagnéticos esta debe ser igual a -1.

La gráfica de la figura 18, muestra como varía la magnetización del material M en función del aumento de la intensidad del campo magnético externo aplicado H , para cada rango de temperatura. La curva azul corresponde al primer rango, la amarilla al segundo y la roja al tercero. Se observa que el aumento del rango de temperaturas hace que la magnetización del material, en su máximo valor, disminuya. Generando con esto una relación inversamente proporcional entre el rango de temperatura y la magnetización del material. Finalmente la gráfica, en sus puntos más altos, nos muestra el par de datos necesarios para conocer el valor de la susceptibilidad magnética del material, y lo más importante de estas curvas podemos extraer los valores de los campos críticos. H_{c1} y H_{c2} .

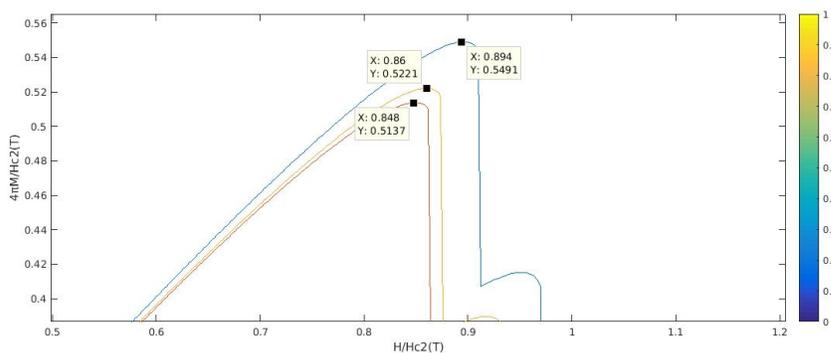


Figura 18: Puntos máximos que se toman para el cálculo de la susceptibilidad magnética del material H

Rango	Magnetización	Campo Magnético	Suceptibilidad Magnética
0,0 \Rightarrow 0, 10	0,5491	0,8940	-0,614 \approx -1
0,0 \Rightarrow 0, 25	0,5221	0,8600	-0,607 \approx -1
0,0 \Rightarrow 0, 50	0,5137	0,8480	-0,606 \approx -1

Cuadro 1: Valores de la susceptibilidad magnética del material a tres rangos de temperatura

Señalando que las unidades de magnetización M están dadas en $-4\pi M/H_{c2}$, las del campo magnético aplicado H en H/H_{c2} y la susceptibilidad χ es una constante de proporcionalidad adimensional.

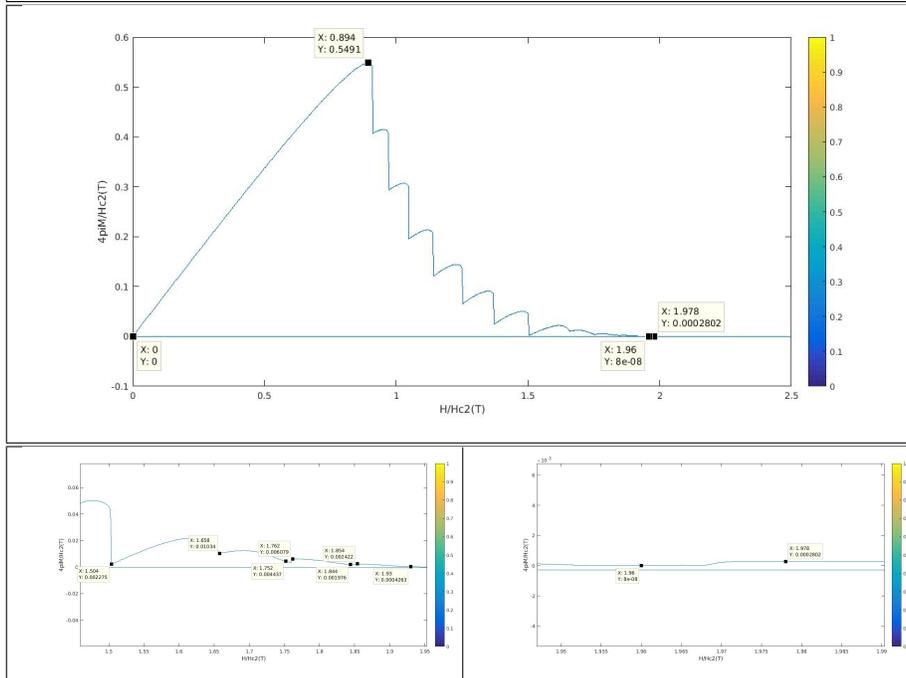
El resultado de esta última variable muestra un material magnético que cumplirá con las condiciones para que se genere el efecto Meissner-Ochsenfeld en la

desaparición de líneas de flujo de campo magnético externo en su interior. Además de observarse una simetría en las curvas de magnetización para los tres rangos de temperatura estudiados vemos un mayor $M = 0,5491(4\pi M/H_{c2}(T))$ y menor $M = 8,0x10^{-8}(4\pi M/H_{c2}(T))$ valor de magnetización para la $T_a(0 \Rightarrow 0,10)$ en el primer campo crítico $H_{c1} = 0,894H/H_{c2}$ y $H = 1,960H/H_{c2}$ respecto a los otros dos rangos de temperatura. El valor para el segundo campo crítico se da en $H_{c2} = 2,418H/H_{c2}$ en donde el estado superconductor del material se pierde por completo.

Los valores de H_{c1} y H_{c2} para las temperaturas $T_b = 0,0 \rightarrow 0,25$ y $T_c = 0,0 \rightarrow 0,50$ son:

$H_{c1} = 0,848H/H_{c2}$ y $H_{c2} = 2,314H/H_{c2}$ para T_b , y magnetización mayor $M = 0,5137(4\pi M/H_{c2}(T))$ y menor $M = 7,0x10^{-8}(4\pi M/H_{c2}(T))$ y $H_{c1} = 0,860H/H_{c2}$ y $H_{c2} = 2,338H/H_{c2}$ para T_c , magnetización mayor $M = 0,5221(4\pi M/H_{c2}(T))$ y menor $M = 1,1x10^{-7}(4\pi M/H_{c2}(T))$

Curva de magnetización para el primer rango de temperatura $T_a(0,0 \Rightarrow 0,10)$

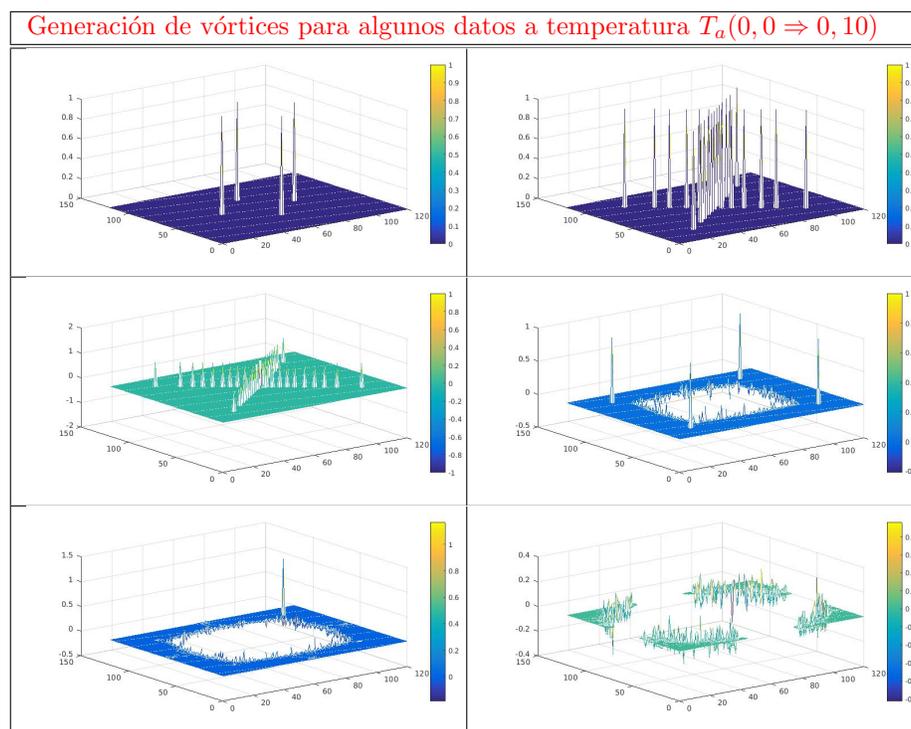


Cuadro 2: Valores específicos para el primer rango de temperatura

Las gráficas anteriores muestran puntos específicos en los que se observan valores que tienen relación con la generación de vórtices dentro del material entre el rango H_{c1} y H_{c2} , rango mixto de acuerdo con los descubrimientos de Abrikosov para los superconductores tipo II, y que explican el tránsito entre el estado superconductor de la muestra y la pérdida de este, hasta volver a su

estado normal.

A continuación se muestran algunos valores del campo magnético y su respectiva generación de vórtices en la muestra estudiada.



Cuadro 3: Vórtices 4, 24, 44, 4, 1 y 0 a temperatura $T_a(0, 0 \Rightarrow 0, 10)$

Se puede evidenciar la generación de los primeros 4 vórtices a un valor de campo aplicado H de $0,912H/H_{c2}$. Para el mayor número de vórtices, 44, se da a un valor de campo de $2,394H/H_{c2}$. Como se ha mostrado esto dentro del rango de campos críticos $H_{c1} = 0,894H/H_{c2}$ y $H_{c2} = 2,418H/H_{c2}$.

A partir del valor para el campo magnético aplicado de los 44 vórtices, “pequeños“, estos empiezan a desaparecer para generar un vórtice mayor en el centro de la muestra, que al ir en aumento el valor del campo aplicado, este aumenta en tamaño hasta finalmente desaparecer en $2,418H/H_{c2}$ valor para el campo crítico $2 H_{c2}$.

Las imágenes, de la secuencia completa de transición, se darán en el apéndice A.

4.2.2. Número de vórtices y densidades de supercorriente

Como se ha mencionado ya, el aumento del campo magnético externo aplicado hace que el material pierda su estado superconductor, pero antes de que esto pase completamente se hace necesario el estudio del tránsito del estado superconductor a normal de acuerdo con la teoría de Ginzburg-Landau. Se sabe que en la muestra se crean, minuciosamente, vórtices cuantizados que la atraviesan de acuerdo con la intensidad del campo magnético externo aplicado. Por la teoría se conoce también que estos vórtices al ingresar al material, generan a su alrededor densidades de supercorriente (debido al estado superconductor en el que se encuentra la muestra) que hace que los vórtices que ingresan a la muestra se repelan debido a la generación de nuevos campos magnéticos inducidos entre estos. Además por medio de los gráficos podemos observar la distribución de simetría aleatoria entre los vórtices que se van generando (Título de nuestro estudio) en forma de X.

Las gráficas siguientes muestran la información de este fenómeno de la superconductividad.

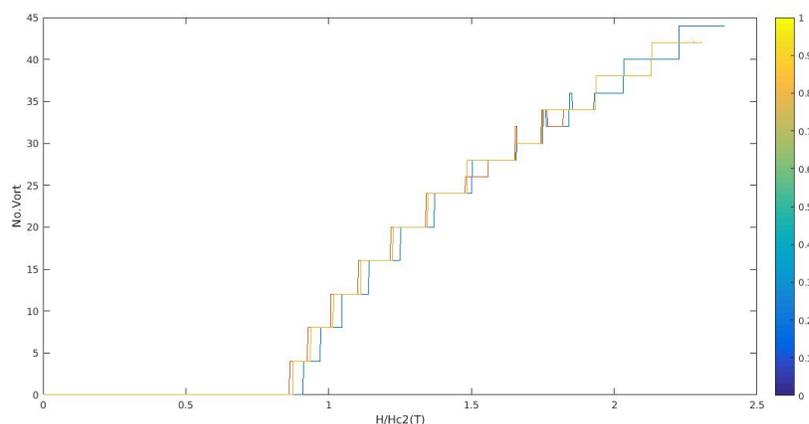


Figura 19: Número de Vórtices N en función del campo magnético externo aplicado H

Se observa para cada valor de campo magnético aplicado su correspondiente número de vórtices. Esta generación de vórtices aumenta proporcionalmente al campo aplicado, ya que se observan continuidades en el número de estos a medida que aumenta la intensidad del campo. De los tres rangos de temperatura analizados, el tercero $T_c(0 \Rightarrow 0, 50)$ muestra más proporcionalidad que las otras dos en la generación de vórtices, sin embargo para las tres existe un valor de campo aplicado $H = 1, 654H/H_{c2}(T)$ a partir del cual se evidencian las mencionadas continuidades.

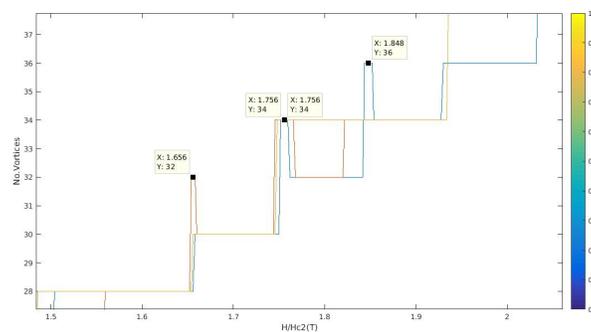
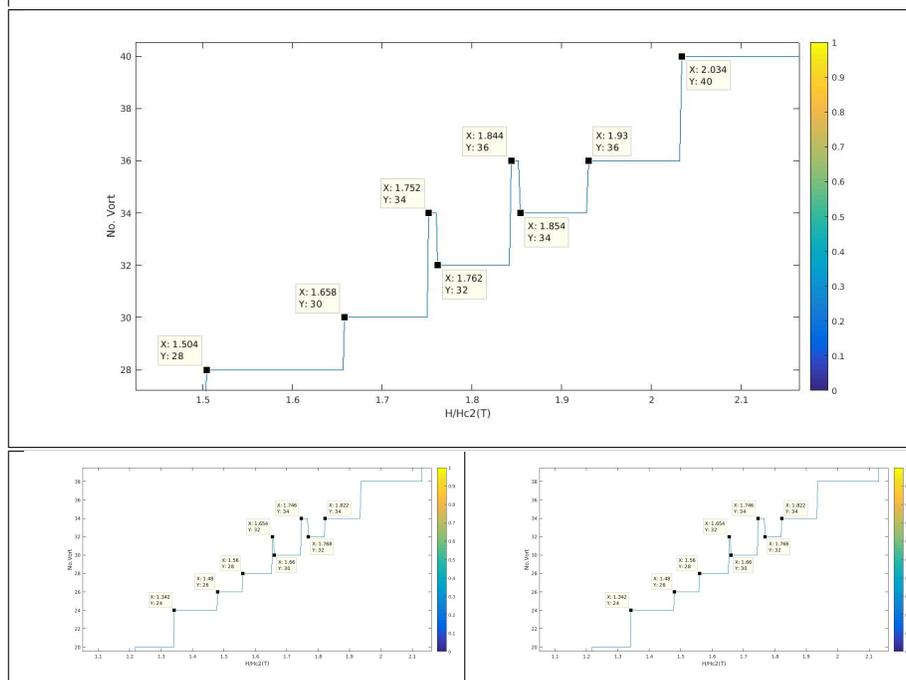


Figura 20: Continuidades en la generación de vórtices a los tres rangos de temperatura estudiados. H

Como podemos observar al iniciar la transición los vórtices se generan de 4 en 4 hasta $H = 1,654H/H_{c2}(T)$ para los casos de las temperaturas $T_a(0 \Rightarrow 0, 10)$ y $T_b(0 \Rightarrow 0, 25)$.

Continuidad en la generación de vórtices con temperaturas T_a, T_b, T_c



Cuadro 4: Valores específicos para la continuidad en la generación de vórtices a los tres rangos de temperatura estudiados

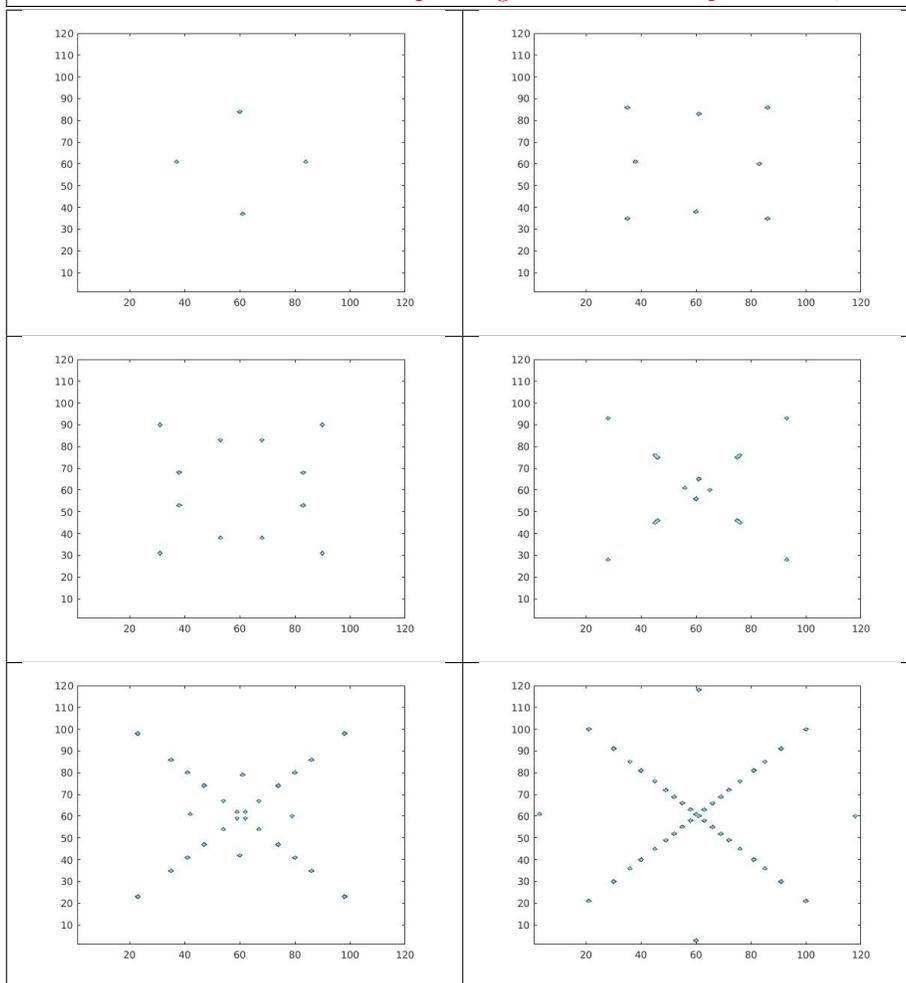
La figura 19 muestra de manera más detallada el rango de continuidad en la generación de vórtices de los tres rangos de temperatura.

Debemos aclarar que para la temperatura $T_a(0 \Rightarrow 0,10)$ tenemos la discontinuidad en la generación de los vórtices 34-32-36-34-36 con campos aplicados $H = 1,752 - 1,762 - 1,844 - 1,854 - 1,930H/H_{c2}(T)$ respectivamente.

De igual manera para la temperatura $T_b(0 \Rightarrow 0,25)$ se observa la discontinuidad en la generación de los vórtices 32-30-34-32-34 con campos aplicados $H = 1,654 - 1,660 - 1,746 - 1,768 - 1,822H/H_{c2}(T)$ respectivamente.

Se pudo analizar que esto se debe a que no se dio un tiempo más extenso para que la simulación del sistema estudiado tuviera más relajación.

Distribución aleatoria de vórtices para algunos datos a temperatura T_c



Cuadro 5: Simetría en X de la distribución aleatoria de vórtices en algunos datos de la temperatura $T_c(0,0 \Rightarrow 0,50)$

Con respecto a la simetría con la que se distribuyen aleatoriamente los vórtices se evidencia una simetría en forma de X, y es igual para los tres casos de temperatura estudiados.

Se establece para la muestra mesoscópica superconductora, una distribución aleatoria de defectos topológicos en forma de X.

Inicialmente los primeros vórtices ingresan por los lados laterales de la muestra para luego, por causa de la repulsión entre estos debido a la supercorriente, reordenarse a medida que ingresan más vórtices generando así la simetría ya mencionada, y que se puede visualizar en el cuadro anterior. Los valores del campo magnético aplicado para estos datos se observan en el tercer recuadro del cuadro 4, que corresponde a la temperatura $T_c(0, 0 \Rightarrow 0, 50)$.

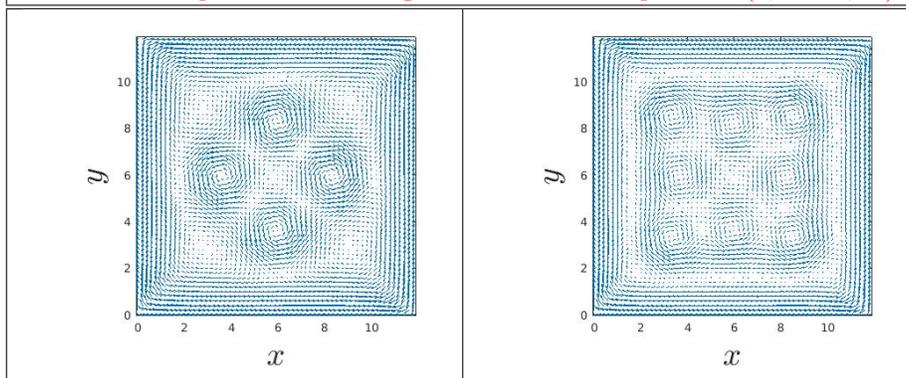
La densidad de supercorriente es de gran relevancia en nuestro estudio, ya que como se dijo anteriormente la distribución aleatoria de los vórtices depende de esta, además de que en la teoría de Ginzburg-Landau se tiene como un rango: J_{c1} a J_{c2} , en el que el valor de esta no debe estar ni por debajo ni por encima de los valores límites que establecen J_{c1} y J_{c2} , ya que si así sucede el estado superconductor en la muestra desaparecerá.

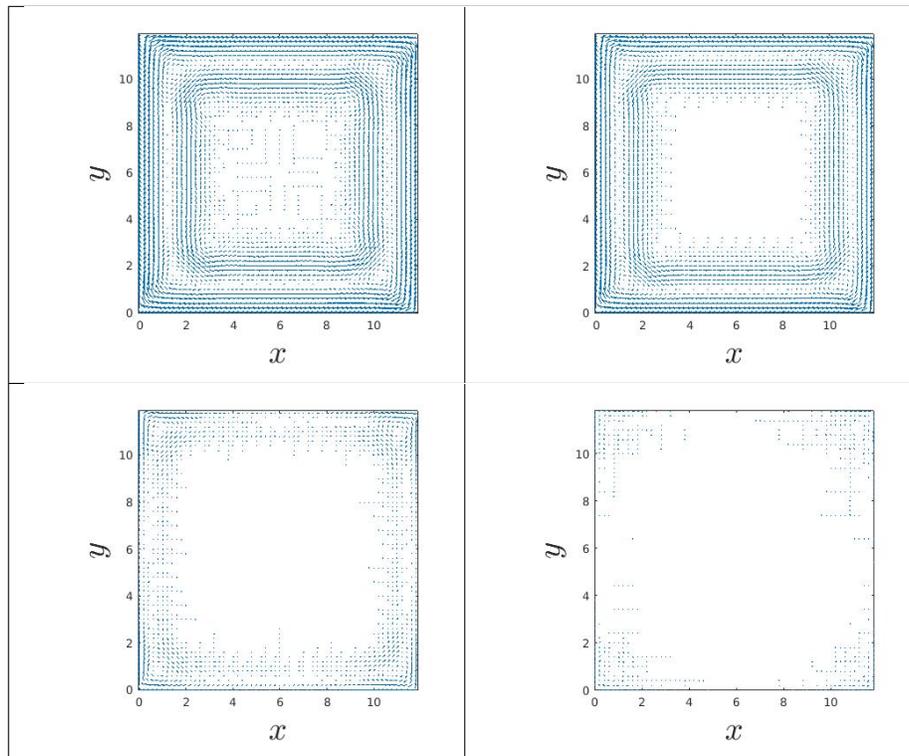
A continuación se muestran las densidades de supercorriente para los valores de campo magnético aplicado mostrados en el recuadro tres del cuadro 4.

$H = 0,876 - 0,938 - 1,018 - 1,114 - 1,486 - 2,132H/H_{c2}(T)$ a temperature $T_c(0, 0 \rightarrow 0, 50)$.

Este último cuadro muestra como se arremolinan los flujos de supercorriente alrededor de los vórtices que ingresan en la muestra. Estos flujos generan por inducción electromagnética campos magnéticos que hacen que los vórtices se repelan entre sí generando la simetría de la que ya hemos hablado. Este es un concepto clave en el estudio del estado mixto de los superconductores tipo II, estado Abrikosov.

Densidad de supercorriente en algunos vórtices a temperat. $T_c(0, 0 \Rightarrow 0, 50)$





Cuadro 6: Densidad de supercorriente para algunos casos a temperatura $T_a(0,0 \Rightarrow 0,50)$

4.2.3. Energía libre de Gibbs y parámetro de orden

Tal vez el concepto más importante en la teoría de Ginzburg-Landau, sea el del cambio de energía interna del sistema, el de las transiciones de fase Normal \Rightarrow Superconductor o Superconductor \Rightarrow Normal.

La teoría utiliza métodos variacionales aplicados sobre el desarrollo en serie de la energía libre del sistema, esta en función del parámetro de orden ψ que expresa el supercondensado de portadores de carga del superconductor. Landau asume la expresión de la energía libre para el sistema superconductor de la forma:

$$G_{s(T)} - G_{n(T)} = \alpha |\psi_{(r)}|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi_{(r)}|^4 + \frac{1}{2m} \left[\left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} A \right) \psi_{(r)} \right]^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (57)$$

La gráfica que muestra la figura 15, expresa el cambio de energía interno del sistema en función de la intensidad del campo magnético externo aplicado, expresada formalmente en la ecuación (57).

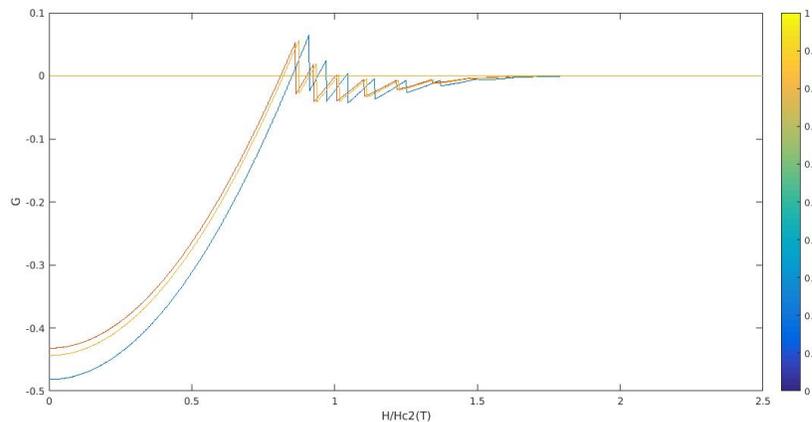


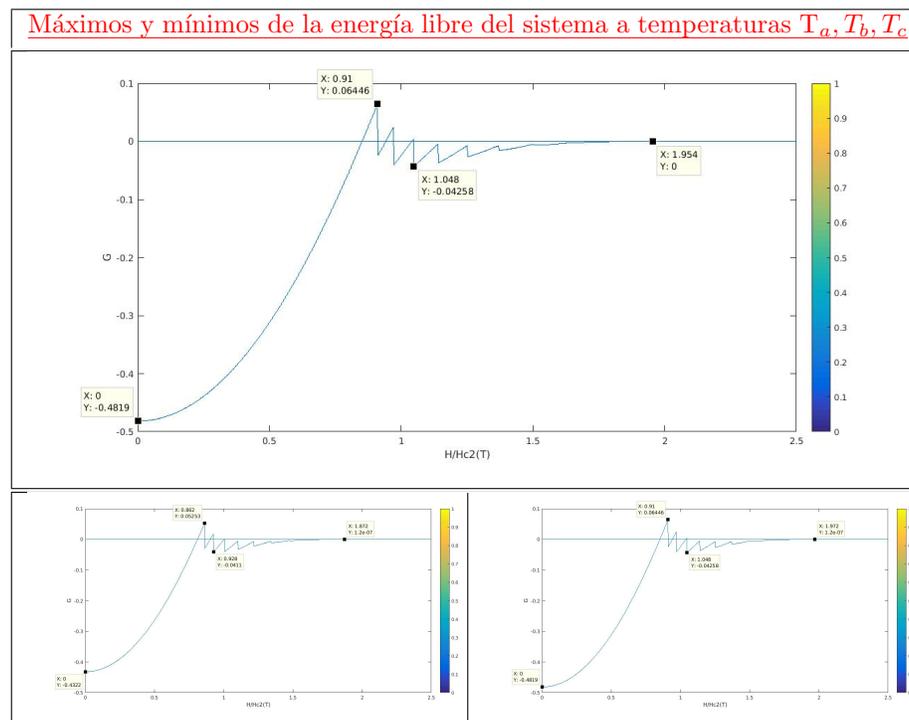
Figura 21: Energía libre de Gibbs en función del campo magnético externo aplicado H

La gráfica muestra valores positivos y negativos con puntas que suben y bajan al ir aumentando la intensidad del campo aplicado. Las puntas positivas muestran valores para los estados de energía superconductor, mientras que las puntas negativas para valores en los estados de energía normal.

La mayoría de vórtices en la muestra se generan en los valores de energías negativas, pero en general se observa el estado mixto del sistema, estado Abrikosov, es decir, estado en el que coexisten los estados normal y superconductor, todo en el interior del sistema.

Los siguientes gráficos muestran más específicamente los puntos máximos y

mínimos de la energía libre de Gibbs del sistema en los tres rangos de temperaturas estudiados.



Cuadro 7: Máximos y mínimos de la energía libre de Gibbs del sistema superconductor estudiado

Se observa la energía interna del sistema en unidades Joule/mol de magnitud extensiva, es decir, depende de la cantidad de materia del sistema, para los puntos extremos de la función de energía libre de Gibbs con respecto al campo magnético aplicado, $H/H_{c2}(T)$, para los tres rangos de temperatura analizados.

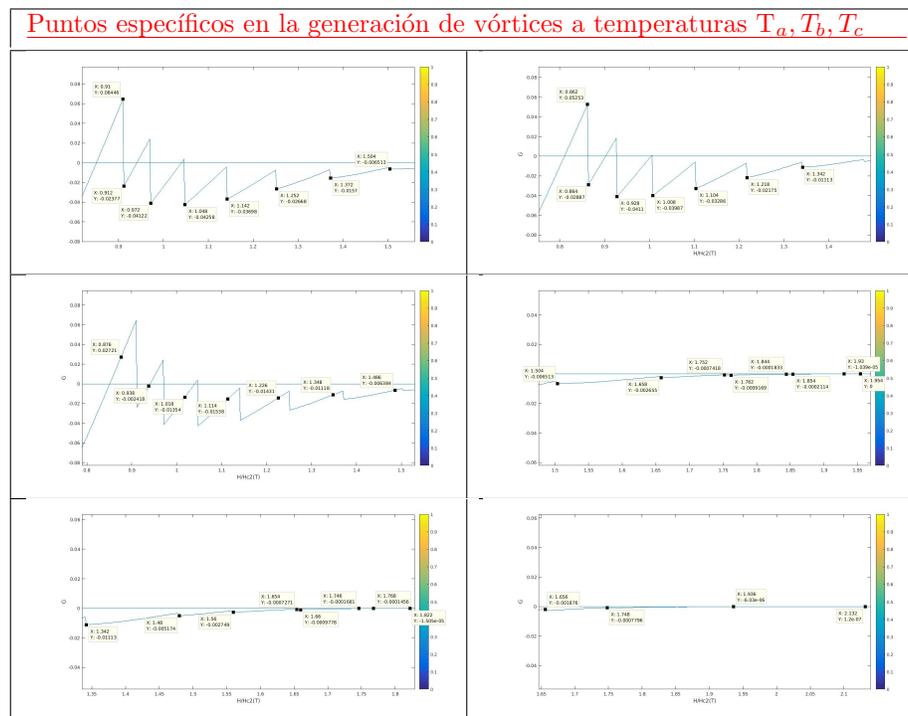
Ran./Pt.	G Temp. $T_a(J/mol)$	G Temp. $T_b(J/mol)$	G Temp. $T_c(J/mol)$
Máximos	0,064	0,052	0,064
Campo	0,910 $H/H_{c2}(T)$	0,862 $H/H_{c2}(T)$	0,910 $H/H_{c2}(T)$
Mínimos	-0,043	-0,041	-0,043
Campo	1,048 $H/H_{c2}(T)$	0,928 $H/H_{c2}(T)$	1,048 $H/H_{c2}(T)$

Cuadro 8: Puntos máximos y mínimos de la energía libre de Gibbs para las temperaturas T_a, T_b y T_c , consus respectivos valores de campo aplicado

La tabla 7 muestra los valores para los cuales la energía libre del sistema es

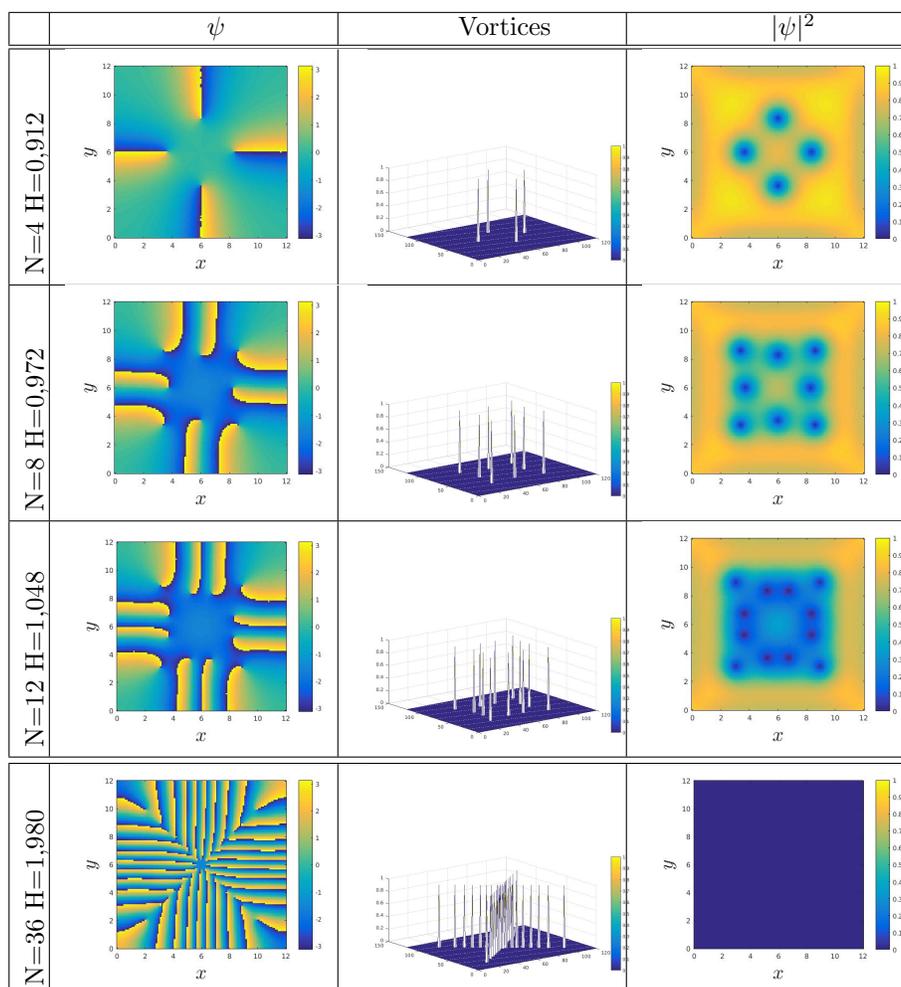
máxima, estado SC, y para cuando es mínima, estado normal, con sus respectivos valores de campo magnético aplicado.

Más específicamente podemos ver punto a punto los valores de campo aplicado y energía libre en los que se generan los vórtices en el estado mixto:



Cuadro 9: Valores de energía libre de Gibbs y campo magnético aplicado en la generación de vórtices.

Se puede concluir de acuerdo con los gráficos que los puntos mínimos de los gráficos corresponden a la generación de vórtices para las temperaturas T_a y T_b , esto quiere decir que la mínima energía del sistema, de acuerdo con el campo aplicado, es la que permite la entrada de nuevos vórtices en la muestra, hasta que finalmente la energía libre se vuelve cero al ir en aumento el valor de campo magnético aplicado y con ello se genera un máximo de vórtices que son los causantes de la pérdida del estado superconductor.



Cuadro 10: Valores de energía libre de Gibbs y campo magnético aplicado en la generación de vortices.(se puede observar la similitud con las gráficas de otros trabajos previos a este del Dr.J.J.Barba Ortega)

De acuerdo con la teoría, la energía libre de Gibbs G en los sistemas superconductores depende específicamente del parámetro de orden ψ , variable que describe el supercondensado de portadores de carga.

Esto se puede visualizar en las gráficas de arriba para algunos datos tomados de la tabla 9 a temperatura T_a . Además de establecer diagramas para la fase ψ en la que se encuentra el sistema en los diferentes puntos de la simulación.

Finalmente veremos algunos datos específicos en la transición de fase del sistema en los que se evidencian algunas discontinuidades en la generación de los vortices.

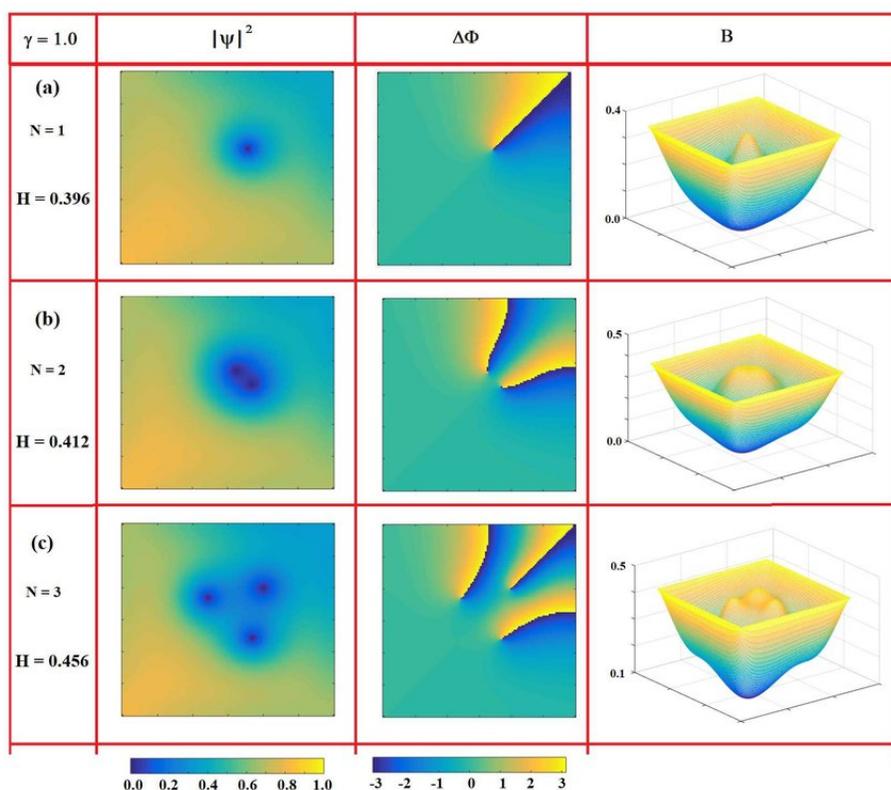


Figura 22: Tomado de [23] trabajo sobre Mesoscopic superconductivity in application del Dr.J.J.Barba Ortega. para la similitud del cuadro anterior.

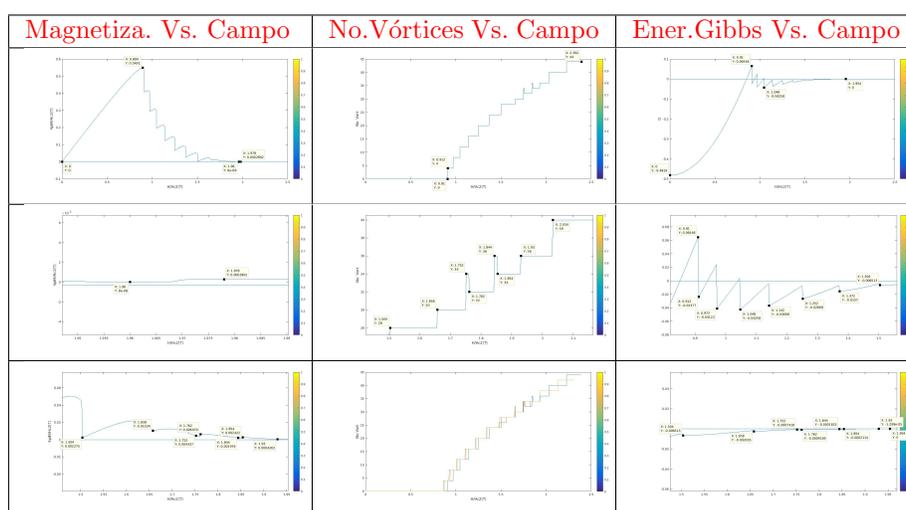
4.3. Graficos especificos

Como se estableció con anterioridad, para el primer baño térmico aleatorio en la muestra, el rango de temperatura $0, 0 \Rightarrow 0, 10$ será constante, y la variación vendrá dada por la intensidad del campo magnético aplicado. Esto ocurre de igual manera para los rangos de temperaturas $0, 0 \Rightarrow 0, 25$ y $0, 0 \Rightarrow 0, 50$. Para esta sección se establecen gráficos con datos específicos para cada temperatura. En cada una de las temperaturas, los datos específicos fueron tomados del gráfico número de vórtices N contra campo magnético externo aplicado H , H vs. N . Ya que esta gráfica nos deja ver la discontinuidad en la generación de vórtices a medida que aumenta la intensidad del campo externo. aplicado. Estos datos fueron localizados en las otras gráficas, M vs. H y G vs. H , para conocer la magnetización y el estado de energía libre (Gibbs) en el cual se encuentra la muestra superconductora en dicho punto. Se generaron además imágenes que muestran los estados vorticiales y de densidad de supercorriente en el sistema. Finalmente se ilustra el estado fase en dicho punto y la pseudo

función de onda o parámetro de orden ψ , en dos y tres dimensiones.

4.3.1. Primer Rango de Temperatura

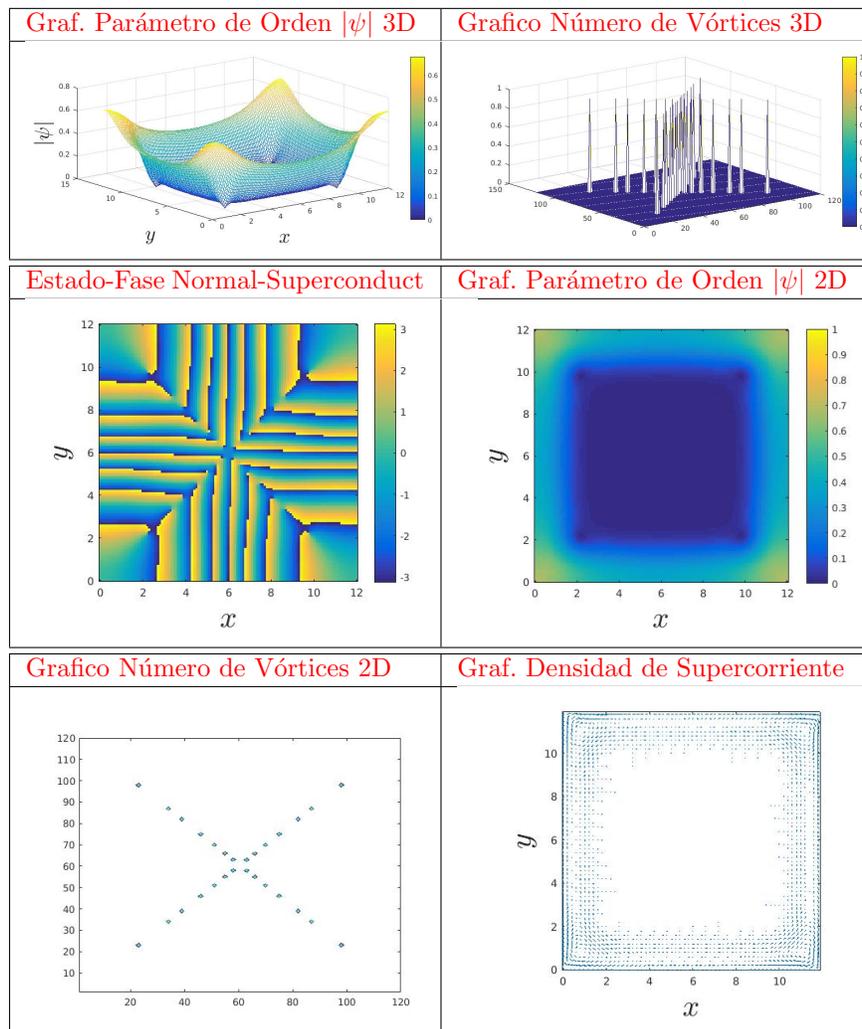
Primer Rango de Temperatura $T(x,y) = \delta Random(x,y)$
 Con $\delta = T_a(0 \Rightarrow 0, 10)$



Perdida del diamagnetismo en $H_1=0,894$ (448)
 Primeros vórtices, 4 en $H = 0,912$ (456)
 Maximos vórtices, 44 en $H = 2,394$ (1198)
 Perdida de la superconductividad en $H_2=2,418$ (1210)
 Suceptibilidad Magnética $\chi_m = -0,6142 \approx -1$

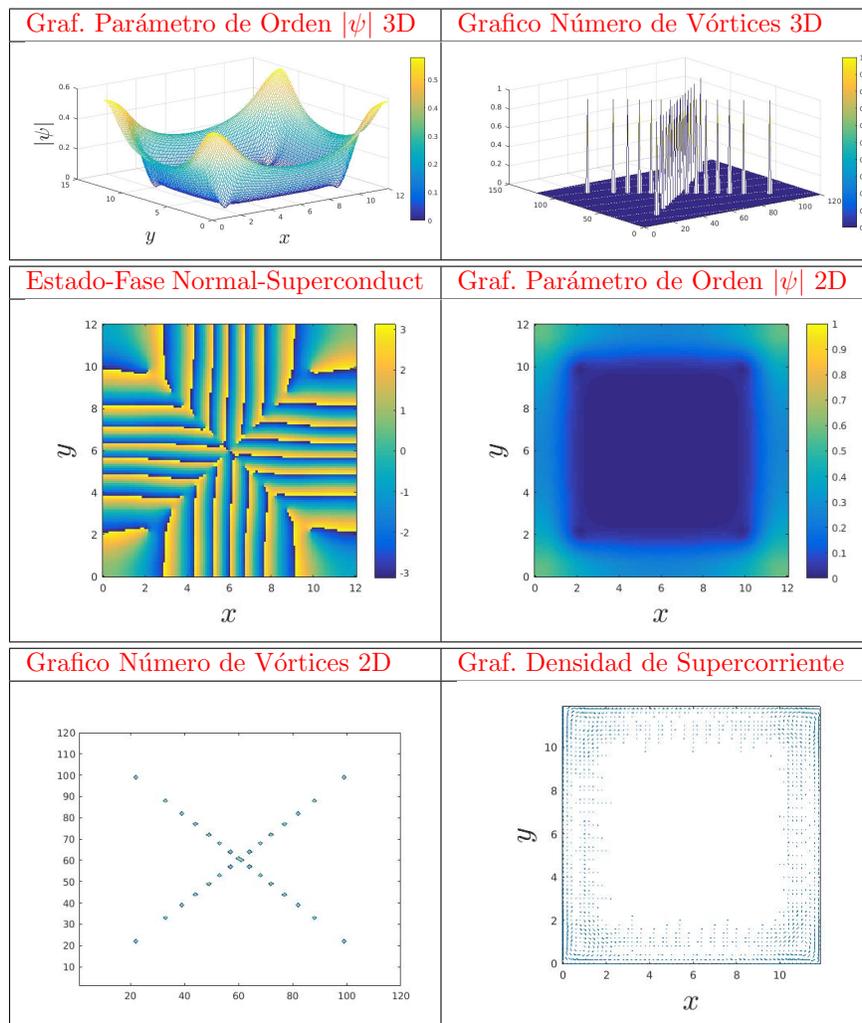
Datos puntuales específicos

1.Campo externo aplicado en $H=1,504(753)$



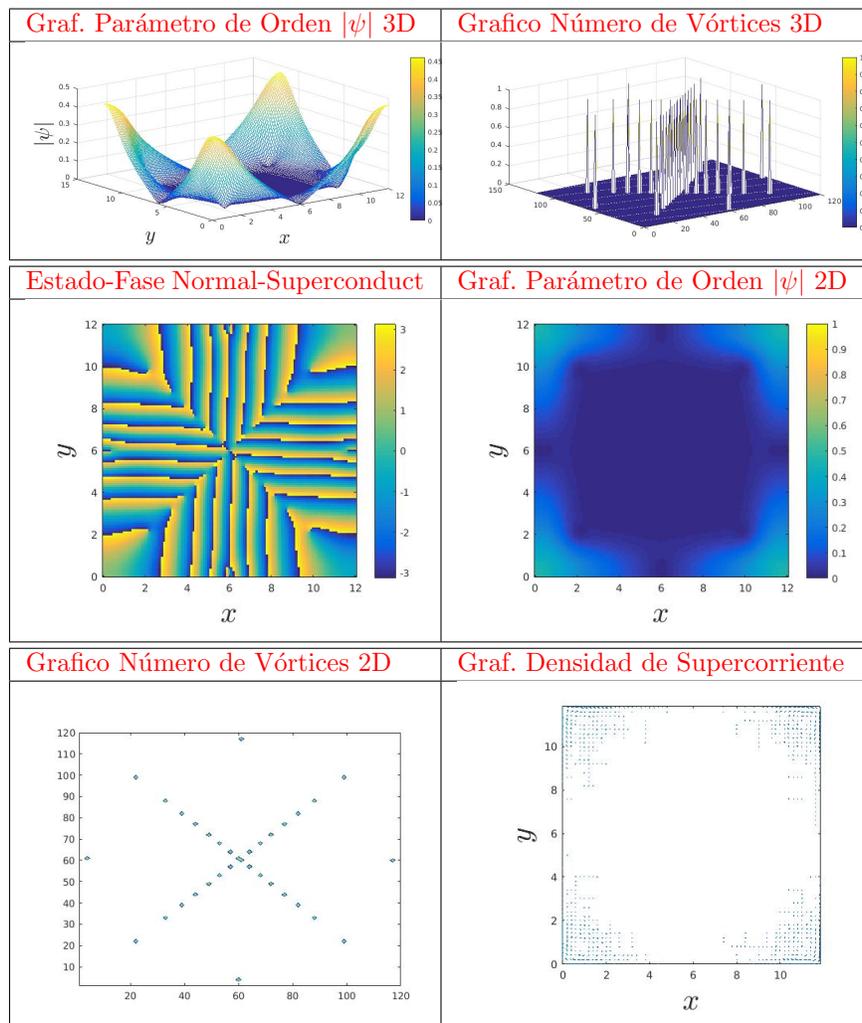
Número de Vórtices $N=28$
 Magnetización $M=0,002275$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,006513$

2. Campo externo aplicado $H=1,658(830)$



Número de Vórtices $N=30$
 Magnetización $M=0,01034$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,002655$

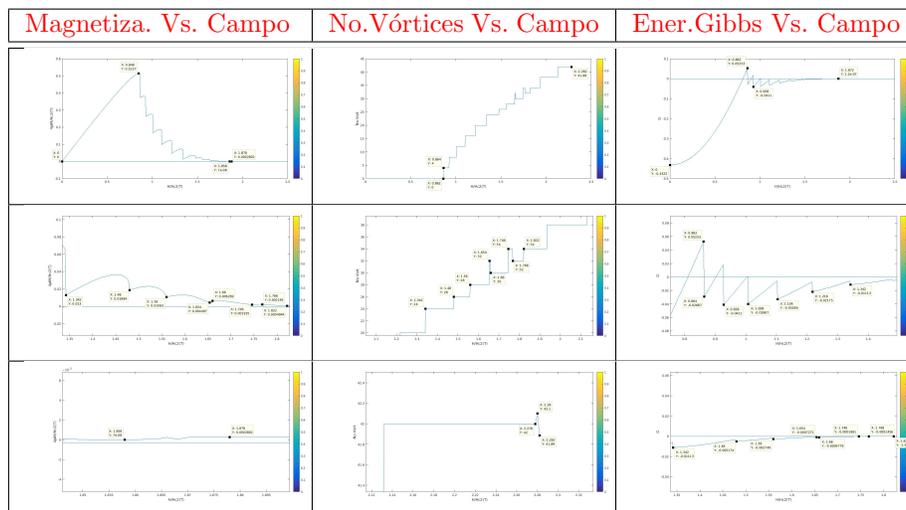
3. Campo externo aplicado $H=1,658(830)$



Número de Vórtices $N=34$
 Magnetización $M=0,004437$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,0007418$

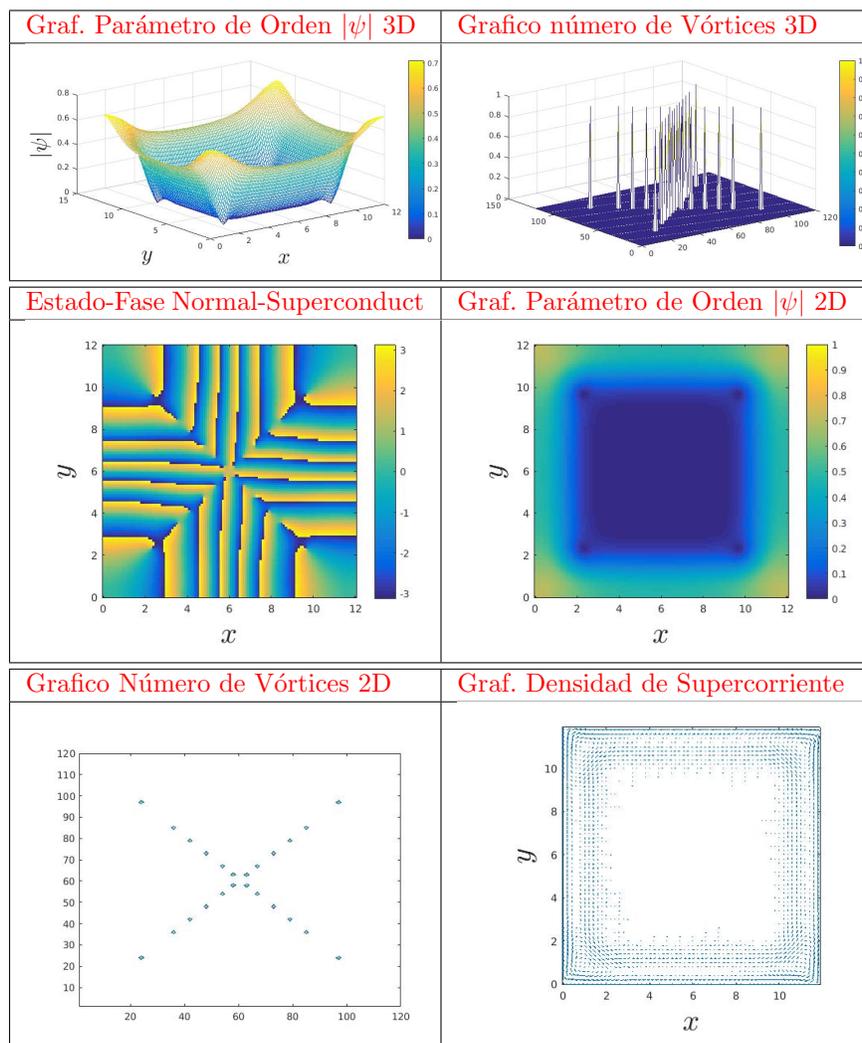
4.3.2. Segundo Rango de Temperatura

Segundo Rango de Temperatura $T_{(x,y)} = \delta Random_{(x,y)}$
 Con $\delta = T_b(0 \Rightarrow 0,25)$

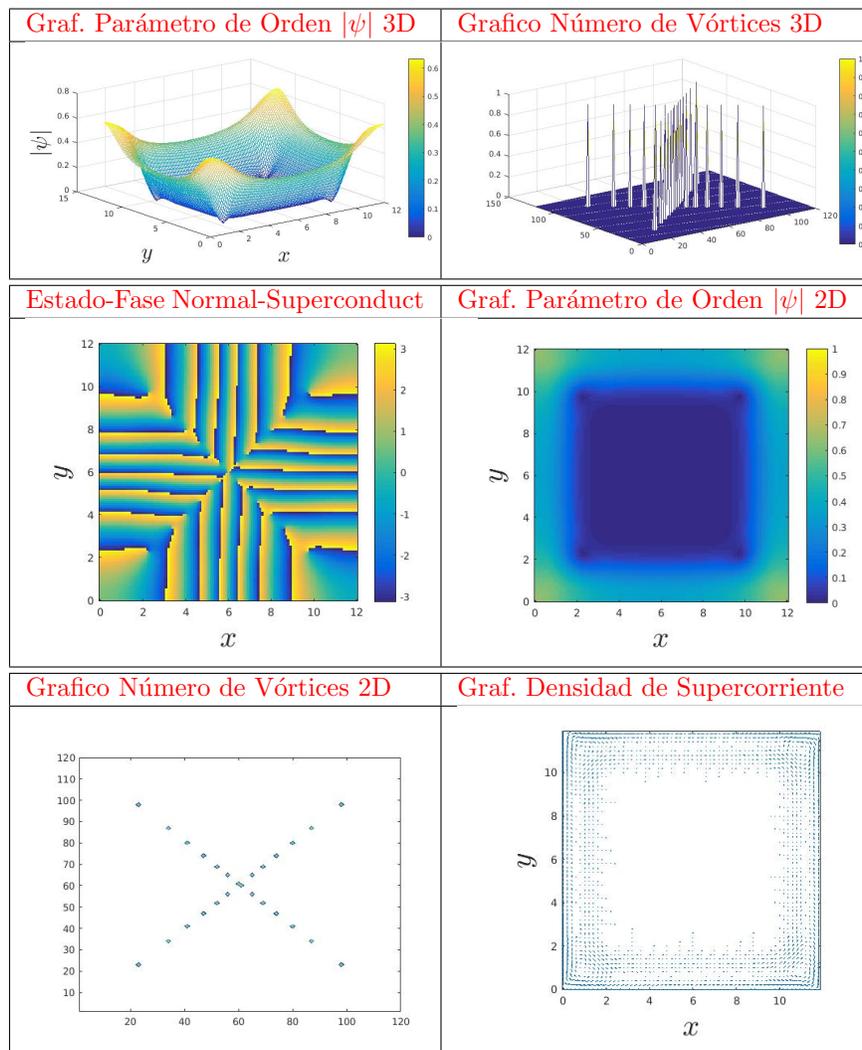


Perdida del diamagnetismo en $H_1=0,848$ (425)
 Primeros vórtices, 4 en $H = 0,864$ (433)
 Maximos vórtices, 42 en $H = 2,132$ (1067)
 Perdida de la superconductividad en $H_2=2,282$ (1142)
 Susceptibilidad Magnética $\chi_m = -0,6058 \approx -1$

Datos puntuales específicos
 1. Discontinuidad en $H=1,342(672)$

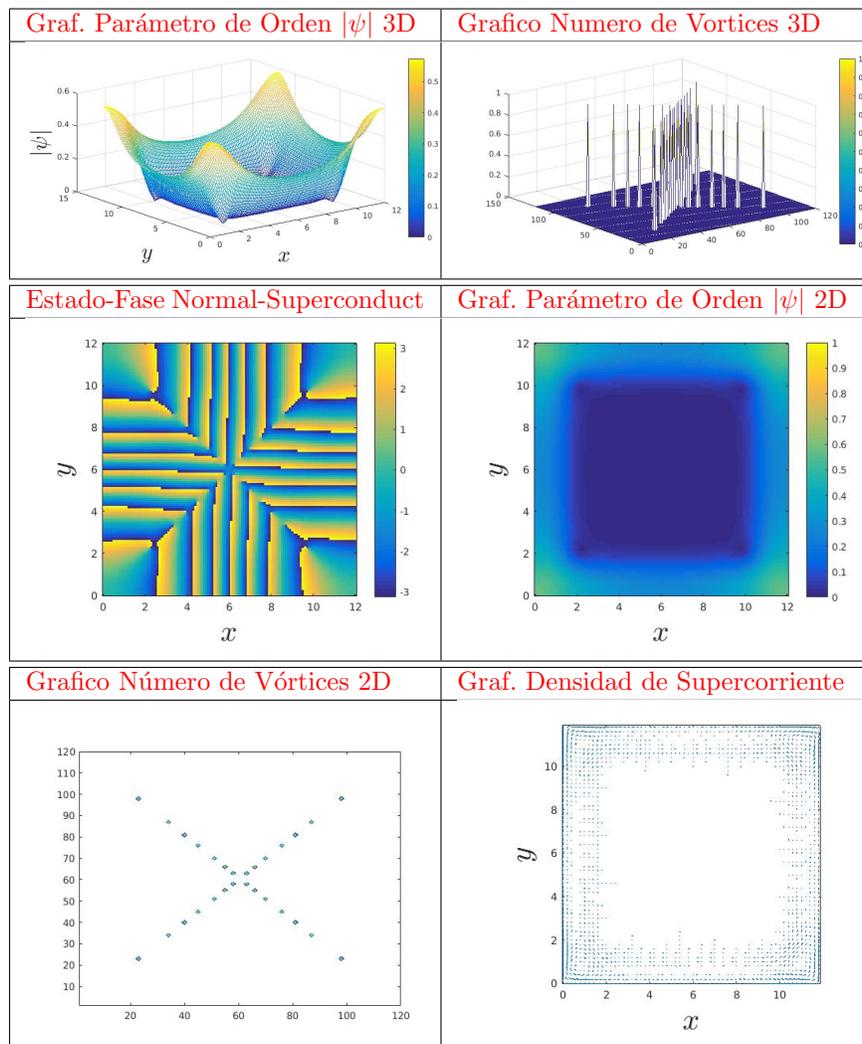


Número de Vórtices $N=24$
 Magnetización $M=0,013$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,01113$

2. Discontinuidad en $H=1,480(741)$ 

Numero de Vortices $N=26$
Magnetizacion $M=0,01884$
Energia libre de Gibbs $G=-0,005174$

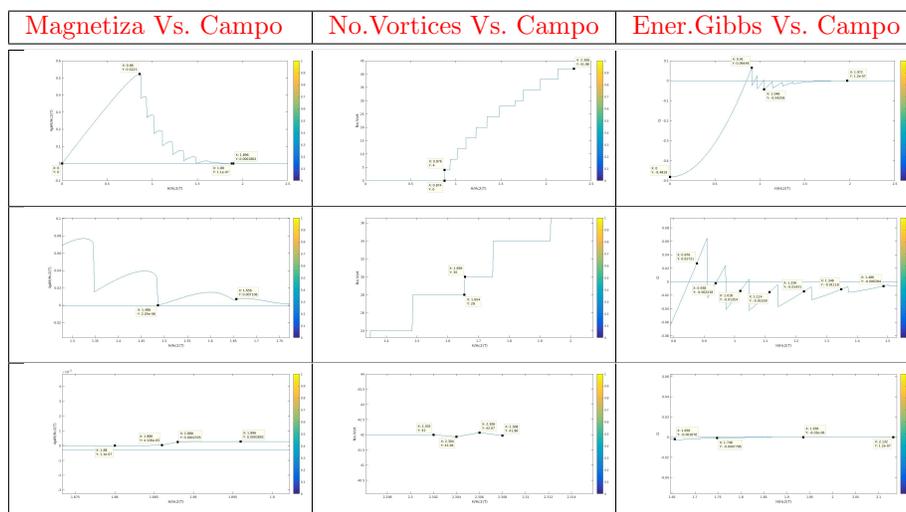
3. Discontinuidad en $H=1,560(781)$



Número de Vórtices $N=28$
 Magnetización $M=0,01083$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,002749$

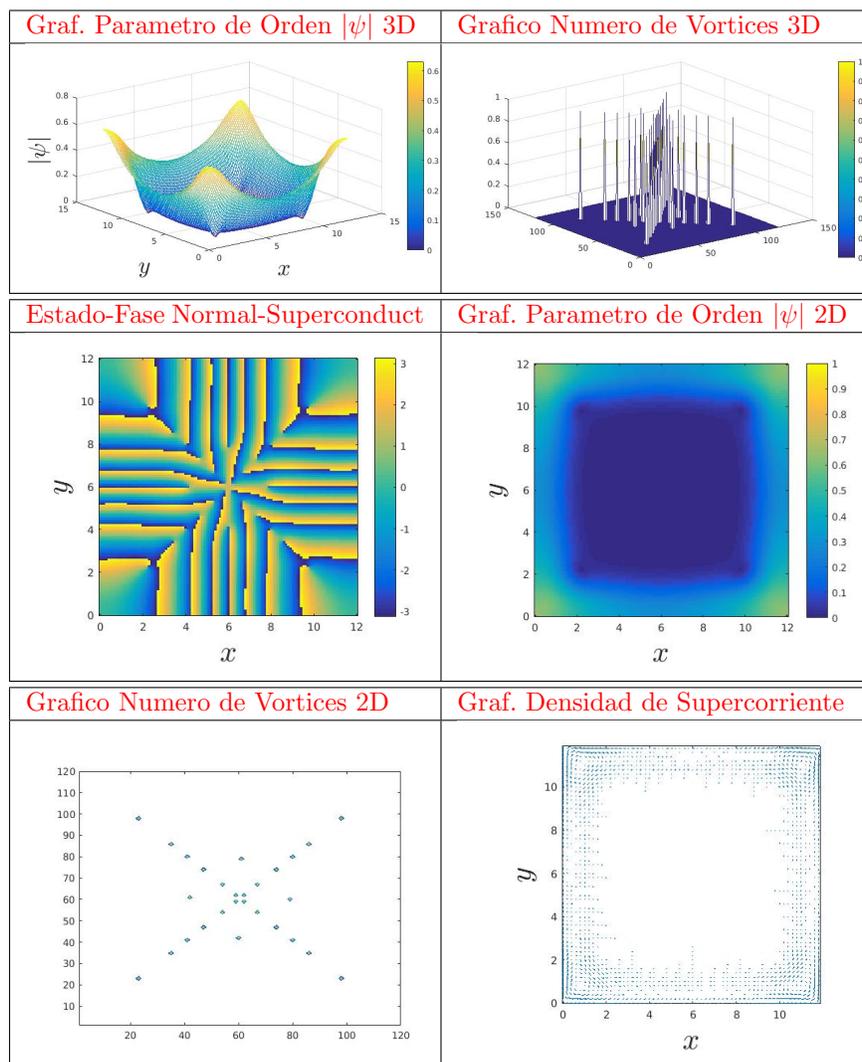
4.3.3. Tercer Rango de Temperatura

Tercer Rango de Temperatura $T_{(x,y)} = \delta Random_{(x,y)}$
 Con $\delta = T_c(0 \Rightarrow 0,50)$

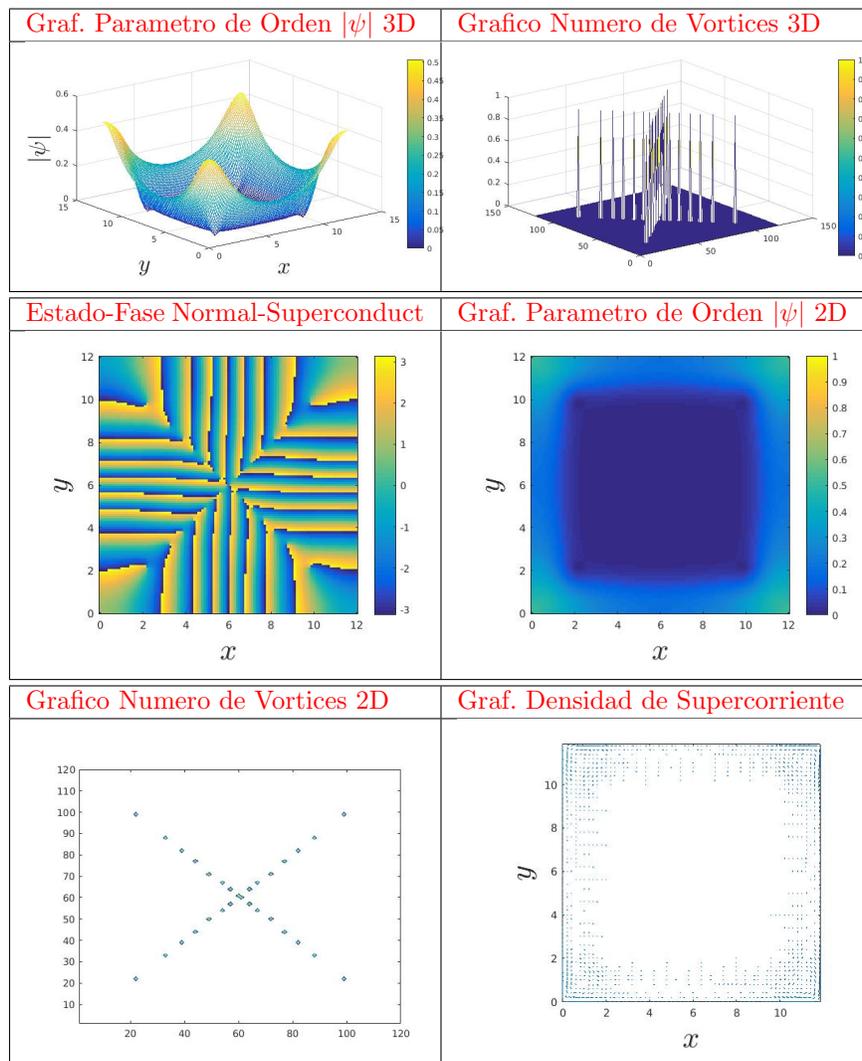


Pérdida del diamagnetismo en $H_1=0,860$ (431)
 Primeros vórtices, 4 en $H = 0,876$ (439)
 Maximos vórtices, 42 en $H = 2,132$ (1067)
 Perdida de la superconductividad en $H_2=2,308$ (1155)
 Susceptibilidad Magnética $\chi_m = -0,6071 \approx -1$

Datos puntuales específicos
1. Discontinuidad en $H=1,486(744)$



Número de Vórtices $N=28$
 Magnetización $M=0,00000205$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,006384$

2. Discontinuidad en $H=1,656(829)$ 

Número de Vórtices $N=30$
 Magnetización $M=0,007106$
 Energía libre de Gibbs $G=-0,001876$

4.4. Analisis de resultados

Como se pudo evidenciar con los datos máximos de la gráfica de la magnetización en función del campo magnético aplicado para las tres temperaturas, se estableció que la muestra pertenece a los materiales diamagnéticos de acuerdo con el valor establecido para la susceptibilidad magnética del material, $\chi_m = -0,6 \approx -1$, que es evidentemente el valor para esta clase de materiales, materiales superconductores.

Se establece de igual manera, de acuerdo con las gráficas generales obtenidas, como los valores de la magnetización del sistema disminuyen a medida que el rango de la temperatura aumenta, es decir tiene menor valor de magnetización que el mayor rango de temperatura: $T_c = 0 \Rightarrow 0,50$; $M_c = 0,5137$.

Esto muestra una generación de los primeros vórtices con una intensidad de campo aplicado menor, es decir, el primer campo magnético crítico es menor en este último rango de temperatura, $H_{c1} = 0,876$.

En cuanto a la distribución aleatoria de los defectos topológicos de la muestra, centros de anclaje de los vórtices, el material muestra una simetría inicialmente cuadrada, generación de vórtices en cuatro esquinas, para luego empezar la reorganización de su distribución en forma de X. Cabe señalar que algunos vórtices se generaban fuera de dicha simetría en X, pero con el aumento de la intensidad de campo magnético, estos se organizaban hasta alcanzar dicha simetría. Para la primera temperatura T_a , existió un número máximo de vórtices de 44 en forma de X para una intensidad de campo aplicado de 2,394T. A partir de este valor el material inicia con la pérdida del estado superconductor disminuyendo su valor en vórtices pero generando un hueco en su parte central que va creciendo hasta finalmente desaparecer por completo su estado superconductor.

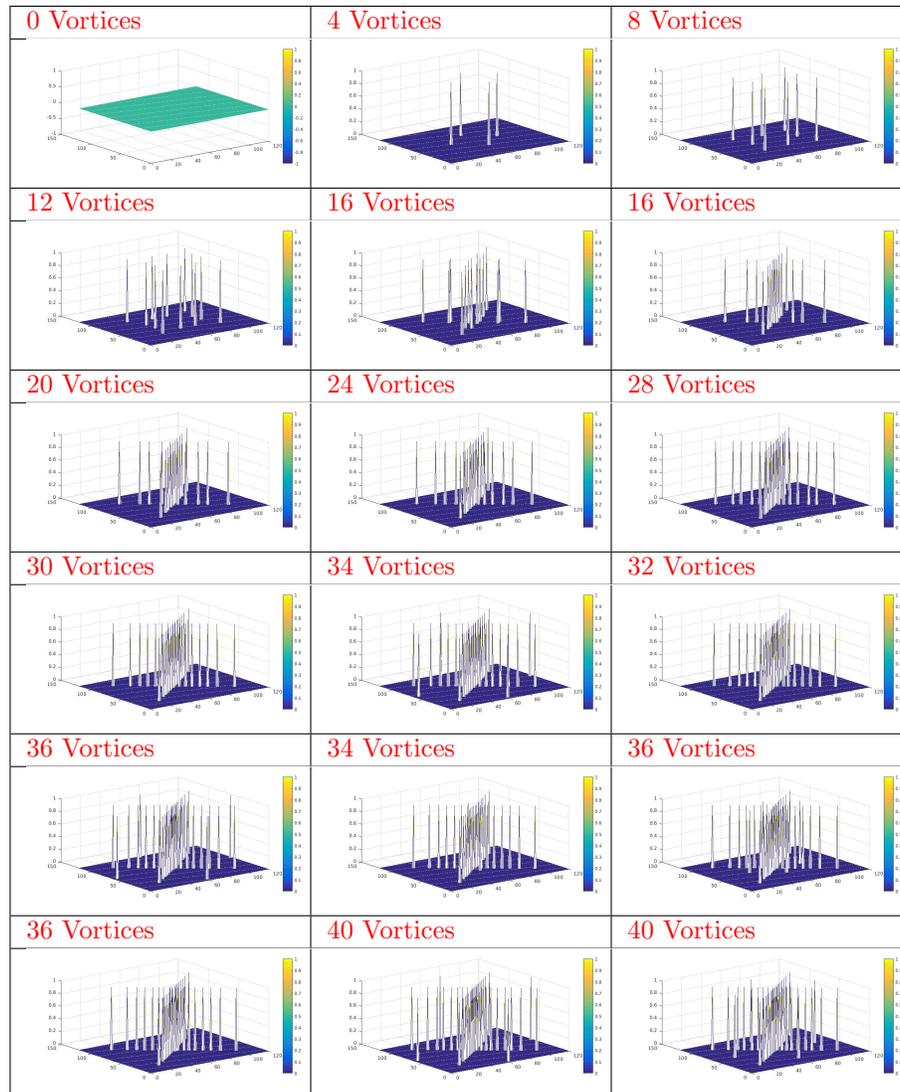
Igualmente pasa con los otros dos rangos de temperatura, solo que en estos su número máximo de vórtices fue de 42 a intensidades de campo magnético aplicado de 2,132T para ambos $T_b = T_c$. En un análisis minucioso se pudo observar también que la generación de vórtices perdía un orden de generación, primero se iniciaba con la generación de 4 vórtices, e iban generándose de cuatro en cuatro hasta cierta discontinuidad de pasar de 28 a 30 vórtices, subir hasta 34 vórtices y volver a bajar a 32 vórtices. Esto ocurrió en los dos primeros rangos de temperatura T_a y T_b , pero no fue así para el último rango T_c , ya que la única discontinuidad observada estuvo en un salto de 28 a 30 vórtices, para luego seguir saltos de generación de vórtices de cuatro en cuatro.

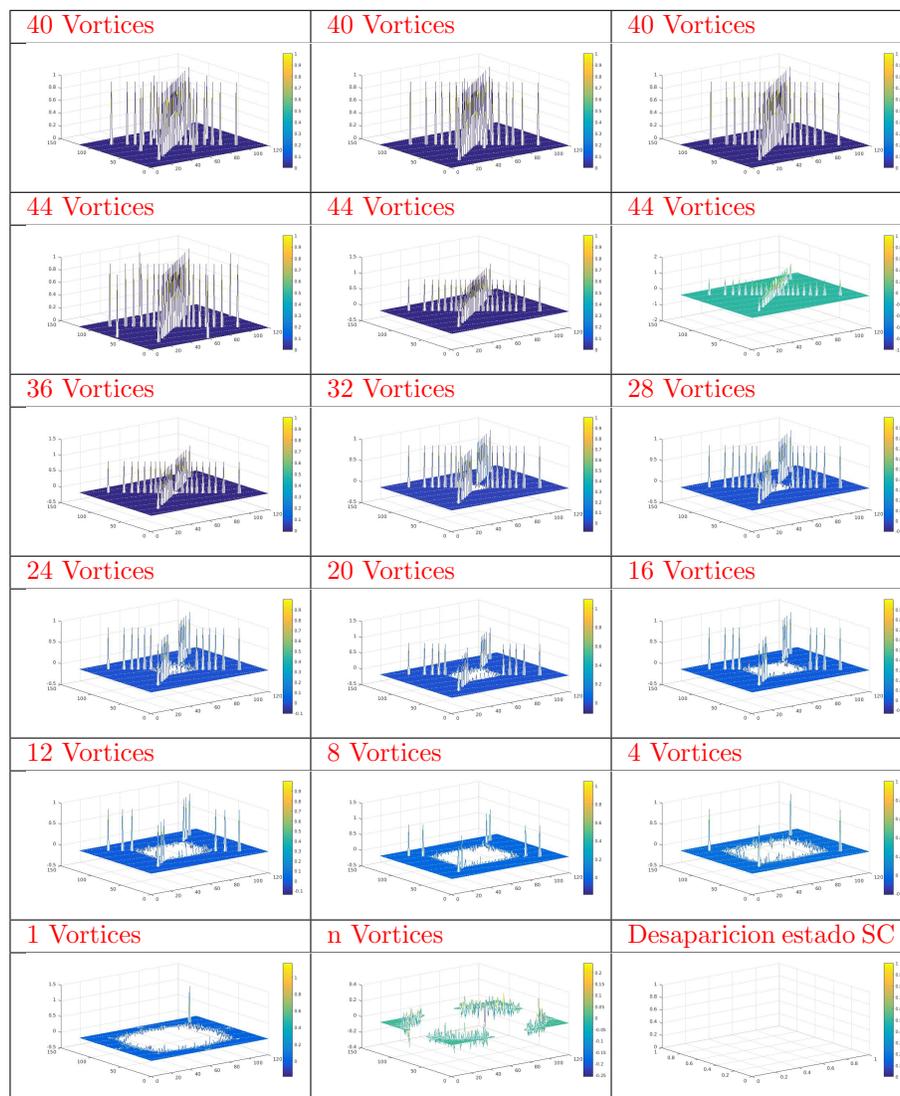
5. CONCLUSIONES

- La magnetización del sistema disminuye a medida que el rango de temperatura aumenta, es decir tiene menor valor de magnetización el mayor rango de temperatura, $T_c = 0 \Rightarrow 0,50; M_c = 0,5137$.
- La distribución aleatoria de los vórtices en el material muestra una simetría inicialmente cuadrada (vórtices en cuatro esquinas), para luego empezar la reorganización de su distribución en forma de X.
- Para la primera temperatura $T_a; T_b; T_c$, existió un número máximo de vórtices de 44 en forma de X para una intensidad de campo aplicado mayor a 2,300. A partir de este valor el material inicia con la pérdida del estado superconductor disminuyendo su valor en vórtices pero generando un hueco en su parte central que va creciendo, hasta finalmente desaparecer por completo su estado superconductor.
- Se pudo corroborar el fenómeno superconductor y sus diferentes características, como la magnetización y la energía libre de Gibbs, entre otras, de acuerdo con los trabajos y textos estudiados previamente, específicamente [10][23][26] del Dr.J.J.Barba Ortega.

6. APÉNDICE A. Distribución aleatoria de vórtices. Caso a

Secuencia de datos para la generación de vortices en el primer rango de temperatura de $0 \Rightarrow 0,10$





7. REFERENCIAS

Referencias

- [1] Heike Kamerlingh Onnes. (2018, 3 de octubre). Wikipedia, La enciclopedia libre. <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=HeikeKamerlinghOnnes&oldid=1110374>
- [2] Efecto Meissner. (2017, 29 de marzo). Wikipedia, La enciclopedia libre. Fecha de consulta: 01:18, marzo 23, 2019 desde <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=EfectoMeissner&oldid=97941387>
- [3] Superconductividad. ICMM-CSIC. Fecha de consulta: 01:18, marzo 23, 2019 desde <https://wp.icmm.csic.es/superconductividad/investigacion/historia/>
- [4] C. C. Poole, R. Prozorov, Theory of Superconductivity, Elsevier, 2014
- [5] A. Neil, D. Mermin. Solid State of Physics, Harcourt College Publishers, 1976
- [6] C. A. Aguirre. Propiedades calorimétricas de superconductores convencionales. Tesis Magíster en ciencias – Física.
- [7] A. A. Abrikosov, Doklady Akademii Nauk SSSR 86, 489(1952).
- [8] A. Abrikosov, Nobel lectura, disponible en la página web <http://nobelprize.org/physics/>.
- [9] Abrikosov, AA (1957). Revista sobre física experimental y teórica) 32: 1442.
- [10] J. B. Ortega y M. R. Joya; Superconductividad mesoscópica; revista UPB, Vol 5, No 2, (51-55) 2011.
- [11] L. N. Cooper, Phys. Rev. 104, 1189 (1956)
- [12] J. Bardeen, L. N. Cooper y J. Schrieffer, Phys. Rev, 108, 1175 (1957). 44BIBLIOGRAFÍA 45
- [13] M. Cyrot, Rev. Prog. Phys, 36, 103 (1973)
- [14] L. P. Gorkov, Sov. Phys. JETP 9, 1364 (1959).
- [15] Campo magnético penetrando un superconductor, Biblioteca digital ILCE, Fecha de consulta: Febrero 23, 2019 desde <http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/ciencia/volumen2/ciencia3/064/htm/sec12.htm>

-
- [16] Andrey Chaves, F. M. Peeters, G. A. Farias, and M. V. Milosevic, Vortex-vortex interaction in bulk superconductors: Ginzburg-Landau theory. *Phys. Rev. B* **83**, 054516 (2011).
- [17] Chao-Yu Liu, G. R. Berdiyrov, and M. V. Milosevic, Vortex states in layered mesoscopic superconductors, *Phys. Rev. B* **83**, 104524 (2011) Published March 31, (2011).
- [18] J. Barba-Ortega, E. Sardella, J. Albino Aguiar, Vortex- Anti-vortex Dynamics in a Mesoscopic Superconducting Prism with a Centered Antidot. *Journal of Super- conductivity and Magnetism*, Vol 24, 97-100, (2011)
- [19] La edad de hierro de la superconductividad (Real sociedad española de física) Fecha de consulta: abril 2019. Desde: <https://gefes-rsef.org/2014/11/28/la-edad-de-hierro-de-la-superconductividad/>
- [20] Estado mixto en un superconductor, *La PhysiqueAutrement* Fecha de consulta: abril 2019. Desde: <http://hebergement.upsud.fr/supraconductivite/bobroff/>
- [21] Orden y desorden en superconductividad, Guillamón, Isabel, Tesis doctoral, 2009
- [22] Inhomogeneous Ginzburg–Landau Parameter in a 2D Mesoscopic Superconductor, C. A. Aguirre. B. AchicJ. Barba-Ortega, *Journal of Low Temperature Physics*, Vol 195, 124-137, 2019.
- [23] Mesoscopic superconductivity in application. J Barba-Ortega, J Bautista-Ruiz, E Sardella, *Journal of Physics: Conference Series* 1126 (1), 012003 (2018).
- [24] B. J. Baelus and F. M. Peeters, Hall potentiometer in the ballistic regime, *Appl. Phys. Lett.* **74**, 1600-1602 (1999).
- [25] L. Kramer and R. J. Watts-Tobin. Theory of Dissipative Current-Carrying States in Superconducting Filaments. *Physical Review Letters*, **40**: 1041,1978.
- [26] J. J. Barba, L. R. Cabral and J. Albino Aguiar. *Brazilian Journal of Physics.* **36** 3B 1029, (2006).
- [27] R. S. Thompson and C. R. Hu, Dynamic Structure of Vortices in Superconductors. *Physical Review Letters*, **27**(20): 1352, 1971. BIBLIOGRAFÍA 46
- [28] R. Kato, Y. Enomoto, and S. Maekawa. Effects of the Surface Boundary on the Magnetization Process in Type-II Superconductors. *Physical Review B*, **47**(13):8016,1993.

-
- [29] C. C. Souza Silva. Propriedades de Equilíbrio e de Transporte da Matéria de Vórtices em Nanoestructuras Superconductoras. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, Julho 2003.
- [30] W. H. Kleiner, L. M. Roth, and S. H. Autler. Bulk Solutions of Ginzburg-Landau Equations for Type II Superconductors: Upper Critical Field Region. *Physical Review*, 133(5A):A1226, 1964.